Fomesoutra.com
ça soutra!

Collège Catholique Saint-Jean Bosco

COLLEGE NOTRE DAME D'AFRIQUE

BAC BLANC SESSION 2023 **Durée : 4 h** **Série : C** **Coefficient : 5**

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte trois pages. L'usage de la calculatrice est autorisé

Le candidat recevra une feuille de papier millimétré

EXERCICE 1 (2 points)

Ecris sur ta copie le numéro de la proposition suivi de vraie (V) ou fausse (F).

1) La composée d'une symétrie orthogonale et d'une rotation est un antidéplacement
2) Dans un repère orthonormé (O ; I ; J) soit A(1 ; 2), B(-1 ; 4), C(3 ; 3) et D(4 ; 2). Il existe une translation t telle que t(A) = C et t(B) = D
3) L'ensemble des points M tels que $(\overrightarrow{ME} ; \overrightarrow{MF}) = \frac{\pi}{5} + k\pi$ est un cercle privé des points E et F
4) Soit f la fonction définie sur D =]- 1 ; 1[par $f(x) = x + \ln(\frac{1-x}{1+x})$ pour a ∈ D , $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 0$

EXERCICE 2 (2 points)

Indique sur ta copie pour chaque question le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie

1) Une primitive sur]0 ; + ∞[de f définie par $f(x) = \frac{\cos x}{\sin^2 x}$ est donnée par

A) $F(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$ - B) $F(x) = \frac{1}{\sin x}$ - C) $F(x) = \frac{-1}{\sin x}$ - D) $F(x) = \frac{-1}{\cos x}$

2)) La droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = k+2 \\ y = 2k \\ z = 3k-1 \end{cases}$ k ∈ IR est parallèle au plan dont une équation cartésienne est : A) x + 2y + z – 3 = 0 - B) - x + 2y – z – 3 = 0 - C) - x + 2y + z – 3 = 0 - D) x + 2y – z = 0

3) Soit f une bijection de IR vers IR et f^{-1} sa bijection réciproque. Si f(- 2) = - 3 et f '(- 2) = 4 alors $(f^{-1})'(-3)$ est égale à : A) $-\frac{1}{4}$ - B) $\frac{1}{4}$ - C) 4 - D) - 2

4) Si (u_n) est une suite arithmétique de raison - 0,5 et $u_2 = 7$ alors u_n est égal à

A) 7 – 0,5n – B) 8 – 0,5n - C) 7 + 0,5n - D) 8 + 0,5n

EXERCICE 3 (2,5 points)

1) Détermine suivant les valeurs de n le reste de la division euclidienne de 10^n par 7
2) Soit A un entier naturel dont l'écriture décimale est A = x3y1x

a) Démontre que A est divisible par 7 si et seulement si x - y est divisible par 7

b) Déduis-en la valeur de A qui est divible par 35

lesavoir.net

EXERCICE 4 (3,5 points)

YAO et ALI jouent au tennis. Les 2 joueurs ont la même chance de gagner la 1ere partie. Par la suite lorsque YAO gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la suivante est 0,7 et s'il perd une partie la probabilité qu'il perde la suivante est 0,8. Pour tout n de IN* on note G_n la probabilité que YAO gagne la nième partie et Q_n la probabilité que ALI gagne la nième partie et on pose $P(G_n) = p_n$, $P(Q_n) = q_n$

1) a) Détermine p_1, $P_{G1}(G_2)$, $P_{Q1}(G_2)$ et justifie que $p_n + q_n = 1$
   b) A l'aide d'un arbre pondéré démontre que pour tout n de IN*, $p_{n+1} = 0{,}5p_n + 0{,}2$
2) On pose pour tout n de IN* $u_n = p_n - 0{,}4$
   a) Démontre que la suite (u_n) est géométrique et exprime u_n en fonction de n
   b) En déduire la formule explicite de p_n puis calcule la limite de p_n

EXERCICE 5 (5 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = ln(2\,e^{-x} - 1) & si\ x \leq 0 \\ f(x) = (1 - e^{-x^2})lnx & si\ x > 0 \end{cases}$

On note C sa courbe dans un repère orthonormé (O, I, J) : unité graphique 5 cm

PARTIE A : Soit la fonction g définie et dérivable sur]0 ; + ∞[par $g(x) = x\ln x + e^x - 1$. On admet qu'il existe un réel $\alpha \in]0{,}3 ; 0{,}4[$ tel que pour $x \in]0 ; \alpha[$ $g(x) < 0$ et pour $x \in]\alpha ; +\infty[$ $g(x) > 0$

1) a) Démontre que f est continue en 0
   b) Etudie la dérivabilité de f en 0
   c) Précise les tangentes à C en 0
2) a) Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
   b) Justifie que C admet à l'infini une branche parabolique dont on précisera la direction
3) a) Démontre que $\begin{cases} f'(x) = \dfrac{-2\,e^{-x}}{2e^{-x} - 1} & si\ x < 0 \\ f'(x) = \dfrac{e^{-x^2}}{x} g(x^2) & si\ x > 0 \end{cases}$
   b) Etudie le signe de f '(x) pour tout x de]0 ; + ∞[et dresse le tableau de variation de f
   c) Trace la courbe C dans le repère (O, I, J) on prendra $\alpha = 0{,}35$

PARTIE B : On se propose de trouver un encadrement de $S = \int_0^1 f(x)\,dx$

1) Soit t un réel de]0 ; 1], on pose pour $n \in \mathbb{N}*$ $I_n(t) = \int_t^1 x^n lnx\,dx$
   a) A l'aide d'une intégration par parties démontre que $I_n(t) = \frac{t^{n+1}}{(n+1)^2} - \frac{1}{(n+1)^2} - \frac{t^{n+1}\,lnt}{n+1}$
   b) Sachant que pour x > 0 ; $1 - x \leq e^{-x} \leq 1 - x + \frac{x^2}{2}$ démontre que pour tout t ∈]0 ; 1], on a :

   $I_2(t) \leq \int_t^1 f(x)\,dx \leq I_2(t) - \frac{1}{2} I_4(t)$

2) a) Donne une interprétation géométrique du réel - S

b) On admet que $\lim_{t \to 0} \int_t^1 f(x)\, dx$ = S. Détermine un encadrement de S

EXERCICE 6 **(5 points)**

YEO élève de la terminale C au GSA se rend chez son professeur de mathématiques. Il remarque que la piscine de ce dernier à une forme géométrique particulière et est construite sur un terrain rectangulaire de dimensions 4m et 3m.

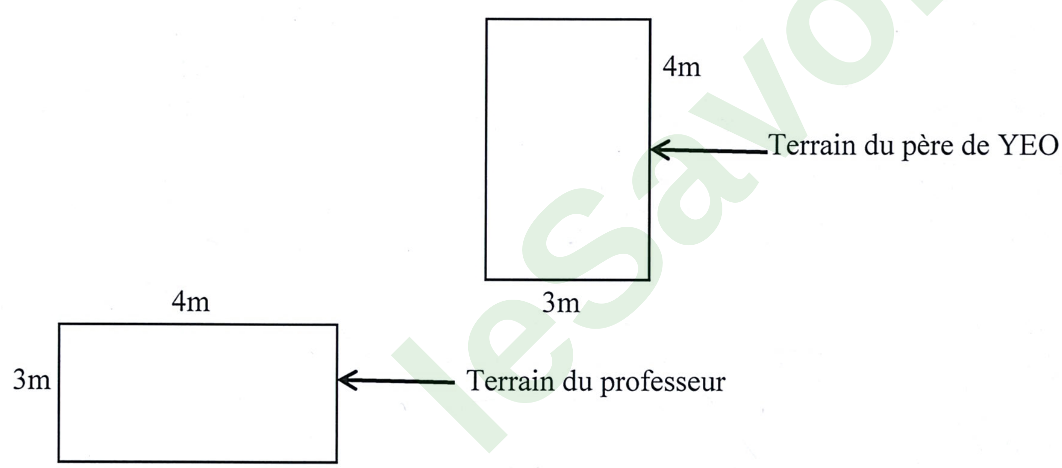
Il veut savoir si son père peut construire la même piscine sur un terrain rectangulaire de mêmes dimensions mais dont le plan est perpendiculaire au plan de la piscine du professeur selon le schema ci dessous.

Le professeur lui dit que la piscine est construite dans le plan de sol muni du repère orthonormé $(O ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$ et que le bord de la piscine est l'ensemble (F) des points M(x ; y) vérifiant l'équation : $x^2 + 2y^2 + 2x - 3 = 0$

Il dit aussi que son père pourra construire la même piscine sur son terrain si le bord de la piscine est l'image de (F) par l'isométrie r d'écriture complexe $z' = - i z + 2i$.

Le professeur demande à YEO de déterminer l'ensemble (F) et de vérifier si la piscine de son père peut se réaliser dans l'espace résevé. YEO ne peut répondre aux questions du professeur et te demande de l'aider afin de rassurer son père que la piscine peut se construire dans l'espace réservé

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques au programme redige la réponse que tu donneras à YEO



leSavoir.net