Prof : Aloui Fathi	***série*** **N°1** **Nombres Complexes I**	**Année Scolaire : 2024/ 2025** $4^{ème}$Sc . Exp

Exercice n^{0}1 :

Déterminer la forme cartésienne de chacun des nombres complexe suivants :

$5+2i-4(1+i)$; $(i\sqrt{5})^2-(1+4i)i+4i$; $(\sqrt{3}-i)(1-4i)$

$\frac{3-i}{1+i}$; $\frac{\sqrt{3}-i}{i}$; $\frac{(5+2i)(2-3i)}{2i+\sqrt{5}}$; $i+\frac{1}{2i}$; $(1+i)^2-(1-i)^2$

Exercice n^{0}2 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives

$Z_A=\frac{8-i}{3-2i}$; $Z_B=\frac{-2-6i}{1+i}$ et $Z_C=\frac{5(3+i)}{1+2i}$

1) a/Ecrire la forme algébrique des nombres complexes : Z_A , Z_B et Z_C
   b/ Placer les points A, B, et C dans le repère $(o, \vec{u}, \vec{v})$.
   c/ Donner le module de chacun des nombres complexes suivants :
   $\overline{Z_A}\times Z_B$, $Z_A{}^3\times Z_B{}^3$ et $\frac{Z_A{}^3}{Z_B{}^3}$
2) a/Calculer les distances AB, AC et BC .
   b/Déduire que le triangle ABC est rectangle et isocèle .
3) Soit D le point d'affixe $-1+i$.
   Montrer que D est un point du cercle $\mathcal{C}$ circonscrit au triangle ABC .
4) Déterminer l'ensemble des points M(z) tel que : $|2z-1+7i|=2\sqrt{2}$.

Exercice n^{0}3 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$.

On désigne A, B, C et D les points d'affixes respectives $Z_A=2$; $Z_B=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$;

$Z_C=1+i$ et $Z_D=-2i$

1) a/ Placer les points A, B, C et D dans le repère $(o, \vec{u}, \vec{v})$.
   b/ Ecrire Z_A ; Z_C et Z_D sous forme trigonométrique
2) Déterminer les ensembles :
   a/ $E=\{M(Z)\in P/|z-2|=|2+2i|\}$
   b/ $F=\{M(z)\in P/|iz+1-i|=2\}$
3) a/ Montrer que le tringle ABD est rectangle en A
   b/ Déterminer l'affixe du point E pour que ABED soit un rectangle
   c/ Calculer l'aire du rectangle ABED

Exercice n^{0}4 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives

$Z_A=2$; $Z_B=1-i\sqrt{3}$, $Z_C=-2i$ et $Z_D=-\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

1) a/ Montrer que les points A, B, C et D appartiennent au cercle de centre O et de rayon 2

b/Ecrire sous forme trigonométrique les nombres complexes Z_B , Z_C et Z_D

c/ Placer les points A, B, C et D dans le repère (o, $\vec{u}$, $\vec{v}$) .

2) Soit $u = Z_D \times Z_B$.

a/ Déterminer le module et un argument de u.

b/Donner l'écriture cartésienne de u.

c/ En déduire la valeur exacte de cos($\frac{5\pi}{12}$).

3) Soit le point E d'affixe $Z_E = Z_B + Z_D$.

a/ Montrer que OBED est un losange.

b/ En déduire un argument de Z_E

4) a/ Déterminer l'ensemble des points M(z) tel que $\left|\bar{Z} - 1 + i\sqrt{3}\right| = 5$

b/ Déterminer l'ensemble des points M(z) tels que $|Z + 2i| = |Z - 2|$

Exercice n°5 :

Soient les nombres complexes : $a = 1 + i\sqrt{3}$ et $b = 1 - i$

1) Ecrire a et b sous forme trigonométrique.
2) On pose : $c = \frac{a}{b}$

   a/ Donner la forme algébrique puis la forme trigonométrique de c .

   b/ En déduire les valeurs exactes de cos($\frac{7\pi}{12}$) et sin($\frac{7\pi}{12}$) .

Exercice n°6 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (o, $\vec{u}$, $\vec{v}$) .
On considère les points A, B et C d'affixes respectives

$Z_A = 1 + i\sqrt{3}$; $Z_B = = -2$ et $Z_C = \frac{2\sqrt{3}}{3}i$

1) a/Ecrire le nombre complexe Z_A sous la forme trigonométrique.

   b/Vérifier que A et B deux points du cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 2

   c/Prouver que $\frac{Z_E - Z_A}{Z_B - Z_A} = \frac{1}{3}$ et en déduire que les points A, B et C sont alignés.

   d/ Placer les points A, B, et C dans le repère (o, $\vec{u}$, $\vec{v}$) .
2) La droite parallèle à l'axe des abscisses passant par C coupe la droite (OA) en un point D d'affixe Z_D .

   a/Montrer que la distance AD est égale à $\frac{2}{3}$.

   b/En déduire la forme trigonométrique de Z_D .
3) Montrer que l'aire du trapèze OBCD est égale à $\frac{8\sqrt{3}}{9}$.

Exercice n°7 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (o, $\vec{u}$, $\vec{v}$) .
On considère les points A et B d'affixes respectives :

$a = 2 + 2i\sqrt{3}$ et $b = i\,a$

1) Justifier que les points A et B appartiennent au même cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 4.
2) a/Ecrire a et b sous forme trigonométrique.

   b/ Placer les points A et B dans le repère (o, $\vec{u}$, $\vec{v}$) .

   C/Montrer que le triangle OAB est rectangle et isocèle en O.