

PPCM ET PGCD (2024 – 2025)

EXERCICE 1

1. Résous dans \mathbb{Z}^2 l'équation :
 - a. $189x + 225y = 3$, puis donne les couples solutions tels que :
 $-100 \leq x \leq 200$ et $-200 \leq y \leq 100$.
 - b. $20x + 15y = 35$
 - c. $35x + 14y = 12$
2. Détermine les nombres entiers naturels a et b non nuls, avec $a < b$, tels que leur PGCD, δ , et PPCM, μ , vérifie : $2\mu - \delta = 22$.

EXERCICE 2

Soit n un entier naturel ($n \geq 2$). On pose $A = n^2 - 2n + 2$ et $B = n^2 + 2n + 2$ et $d = \text{PGCD}(A ; B)$.

1. Démontre que $n^4 + 4$ n'est pas premier.
2. Justifie que tout diviseur commun à A et n divise 2.
3. Justifie que tout diviseur commun à A et B divise $4n$.
4. On suppose que n est impair.
 - a. Démontre que A et B sont impairs. Déduis-en que d est impair.
 - b. Démontre que d divise n . Déduis-en que d divise 2 et que A et B sont premiers entre eux.
5. On suppose que n est pair.
 - a. Justifie que 4 ne pas divise A .
 - b. Justifie que $d = 2p$ où p est impair.
 - c. Justifie que p divise n . Déduis-en que $d = 2$.
6. Déduis de ce qui précède que 257 et 325 sont premiers entre eux.

Le désespoir renonce mais l'espoir n'abandonne jamais.