



## BARYCENTRE ET LIGNES DE NIVEAU (T<sup>LE</sup>C)

### 2024 – 2025

#### EXERCICE 1

Soit ABCD est un carré.

1. Ecris A comme barycentre des points B, C et D.
2. Détermine l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}^2 = 0$$

#### EXERCICE 2

Soit ABC un triangle.

1. Construis le barycentre G des points pondérés (A, 1), (B, -1) et (C, 1).
2. Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$$

- a. Vérifie que  $B \in (\Gamma)$ .
- b. Détermine et construis (Γ).

#### EXERCICE 3

Soit ABC un triangle tel que :  $AB = 7$ ,  $BC = 4$  et  $AC = 5$ . On désigne par I le milieu du segment [BC].

1. En utilisant le théorème de la médiane, calcule AI.
2. Détermine et construis l'ensemble ( $\Sigma_1$ ) des points M du plan tels que :

$$2MA^2 - MB^2 - MC^2 = 58.$$

*(Tu pourras développer  $2MA^2 - MB^2 - MC^2$  par rapport à I)*

3. On désigne par D le barycentre des points pondérés (A, -1), (B, 1) et (C, 1).
- a. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?

- b. Détermine et construis l'ensemble ( $\Sigma_2$ ) des points M du plan tels que :

$$MA^2 - MB^2 - MC^2 = 25.$$

### EXERCICE 4

Soit A et B deux points distincts du plan.

1. Détermine et construis l'ensemble des points M du plan tels que :

a.  $\text{Mes}(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) = -\frac{\pi}{4}$

b.  $\text{Mes}(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) = \frac{2\pi}{3}$

2. Détermine et construis l'ensemble des points M du plan tels que :

a.  $\text{Mes}(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) \equiv \frac{\pi}{3} [\pi]$

b.  $\text{Mes}(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) \equiv -\frac{5\pi}{6} [\pi]$

### EXERCICE 5

EFG est un triangle équilatéral de côté 6 cm. On désigne par H le milieu du segment [EG] et par K le point tel que :  $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{FK} + 5\overrightarrow{GK} - 2\overrightarrow{GE} = \vec{0}$ .

1. Démontre que K est le barycentre des points E, F et G affectés des coefficients que tu détermineras.

2. Justifie que :

a. Les points F, K et H sont alignés.

b. K appartient à la médiatrice du segment [EG].

c.  $\overrightarrow{FK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{FH}$ .

3. Calcule :

a. FH et déduis-en FG.

b. EK et EG.

4. Détermine l'ensemble ( $\Gamma$ ) des points M du plan tels que :

$$3ME^2 - 2MF^2 + 3MG^2 = -27.$$

### EXERCICE 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On considère les points  $A(-2; -2)$ ,  $B(-4; 4)$  et  $C(4; 0)$  et on pose :

$$G = \text{bar}\{(A, \cos x), (B, \sqrt{3}\sin x), (C, -1)\} \text{ où } x \in [0; 2\pi[.$$

On donne l'équation (E) :  $\cos x + \sqrt{3}\sin x = 1$ .

1. Vérifie que le triangle ABC est rectangle isocèle en A.
2. Résous dans  $[0 ; 2\pi[$ , l'équation (E).
3. Donne la condition d'existence de G.
4. On suppose que  $x = \frac{2\pi}{3}$ .
  - a. Justifie que :  $(\cos x)\overrightarrow{MA} + (\sqrt{3}\sin x)\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ .
  - b. Détermine l'ensemble ( $\Delta$ ) des points M du plan tels que :
 
$$[(\cos x)\overrightarrow{MA} + (\sqrt{3}\sin x)\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}] \cdot \overrightarrow{MA} = 0.$$
  - c. Détermine l'ensemble ( $\Psi$ ) des points M du plan tels que :
 
$$\|(\cos x)\overrightarrow{MA} + (\sqrt{3}\sin x)\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \left\| \frac{2\sqrt{130}}{5}\overrightarrow{MC} \right\|.$$
5. Détermine une équation cartésienne de ( $\Psi$ ).

### EXERCICE 7

ABCD est un carré est un carré de centre O tel que :  $AB = 2$  cm et  $BC = 4$  cm.

Soit I le milieu du segment [BC] et  $G = \text{bar}\{(A, -1), (I, 2)\}$ .

1. Construis le rectangle ABCD et place le point G.
2. Démontre que pour tout point M du plan, on a :
  - $MB^2 + MC^2 = 2MI^2 + 8$  ;
  - $-MA^2 + 2MI^2 = 2MG^2 - 8$ .
3. Détermine l'ensemble ( $\Phi$ ) des points M du plan tels que :
 
$$-MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4.$$
4. Démontre que pour tout point M du plan, on a :
 
$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = -2\overrightarrow{AB}$$
5. Détermine l'ensemble ( $\Sigma$ ) des points M du plan tels que :
 
$$(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) \cdot (\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = 0.$$

*Le désespoir renonce mais l'espoir n'abandonne jamais.*