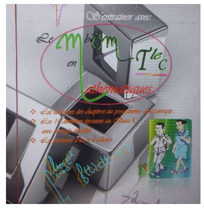
Enseignements secondaires
e-Learning mathématiques
Telegram : +237 695958181



Année Scolaire 2024-2025
Classe : Tle C
Durée : 2h30
Le Samedi 19 Octobre 2024

EXERCICE 1: / 5,5pts

1. Montrer que : $A=\left(\frac{\sqrt[3]{1024}\times\sqrt{64}\times\sqrt[5]{7776}}{\sqrt{18}\times\sqrt{\sqrt[3]{256}}}\right)^{\frac{1}{4}}$ est un entier naturel. **0,5pt**

2. Calculer les limites suivantes : **a)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-\sqrt{x^2-x+1}}{2x-\sqrt{4x^2+x}}$ **b)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{2cos(3x)+\sqrt{2}}{x-\frac{\pi}{4}}$ **1pt**

3. *La formule de Moivre* stipule que pour tout θ réel et tout $n\in\mathbb{N}$,
$(cos\theta+isin\theta)^n=\cos(n\theta)+isin(n\theta)$.
Soit $z_0=\cos\frac{2\pi}{5}+i\sin\frac{2\pi}{5}$. On pose $\alpha=z_0+z_0^4$, et $\beta=z_0^2+z_0^3$.

a) Vérifier que $z_0^5=1$. **0,25pt**

b) Montrer que : $1+z_0+z_0^2+z_0^3+z_0^4=0$. **0,75pt**

c) En déduire que $\alpha\ et\ \beta$ sont solution de : $x^2+x-1=0$. **0,5pt**

d) Déterminer α en fonction de $\cos\frac{2\pi}{5}$. **0,5pt**

4. On considère dans le plan complexe les points O d'affixe 0, A d'affixe 1, B d'affixe −1. A tout point M du plan d'affixe $z\neq 1$, on associe le point M' d'affixe $z'=\frac{z-1}{1-\bar{z}}$.

a) Montrer que $|z'|=1$. **0,5pt**

b) Montrer que $\frac{z'-1}{z'+1}$ est imaginaire pur. **0,5pt**

5 Soit $n\in\mathbb{N}$.

a) Montrer que si $3\ ne\ divise\ pas\ n$, alors n^2+8 est composé. **0,5pt**
(On rappel qu'un nombre est dit *composé* s'il n'est pas premier)

b) Montrer que si n et n^2+8 sont premiers, alors n^3+4 l'est aussi. **0,5pt**

EXERCICE 2: / 4,5pts

Partie A. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=x\sqrt{x^2+1}-1$.

1. Déterminer la dérivée g' de g et dresser son tableau de variation. **0,75pt**

2. Montrer qu'il existe un unique réel $\alpha\in]0,7;0,8[$ tel que $g(\alpha)=0$. **0,5pt**

3. En déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$. **0,25pt**

Partie B. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{x^3}{3}-\sqrt{x^2+1}$. (C$f$) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$.(unité graphique :2cm)

1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5pt**

2. Montrer que f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**

3. Déterminer $f'(x)$ et montrer que pour tout réel x, on a :$f'(x)=\frac{xg(x)}{\sqrt{x^2+1}}$. **0,5pt**

4. a) En déduire le sens de variation de f. **0,5pt**

b) Dresser le tableau de variation de f. **0,5pt**

5. Montrer que $f(\alpha)=\frac{\alpha^4-3}{3\alpha}$. **0,5pt**