Année scolaire : **2024 – 2025**
DEVOIR DE NIVEAU N°1
Niveau : **terminale *C***

Coefficient : 2
Durée : **2 h 00 min**
C.E. : Mathématiques– Info

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux pages numérotées $^1/_2$ *et* $^2/_2$.

EXERCICE 1 (2,5 points)

Fais correspondre chacune des affirmations dans le tableau ci-dessous à sa réponse juste. Exemple : **1– D**

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
$\lim\limits_{x \to 3} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3} = \cdots$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{\sqrt{3}}{6}$	$\pm\infty$
$\lim\limits_{x \to -\infty} x\sin(\frac{\pi}{2x}) = \cdots$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{\pi}$	$\frac{1}{\pi}$
Si f est une fonction continue, croissante et majorée sur $]2\,;5[$, alors $\lim\limits_{\substack{x \to 5 \\ <}} f(x) \ldots$	est finie	est infinie	n'existe pas
Si f est une fonction continue sur $[x_0\,;x_1]$ (avec $x_0 < x_1$), alors l'équation $f(x)=0$ admet dans $[x_0\,;x_1]$ ...	une unique solution lorsque $f(x_0)f(x_1)<0$	au plus une solution lorsque $f(x_0)f(x_1)<0$	au moins une solution lorsque $f(x_0)f(x_1)<0$

EXERCICE 2 (2,5 points)

Pour chacune des affirmations qui suivent, écris le numéro de l'affirmation suivi de VRAI si elle est vraie ou de FAUX si elle est fausse. Exemple : **5– FAUX.**

1. Pour tout réel non nul x, le barycentre de $(\mathrm{A},1)$, (B,x) et $\left(\mathrm{C},\frac{1}{x}\right)$ existe.

2. Si $m\overrightarrow{\mathrm{GA}} - 5\overrightarrow{\mathrm{GB}} = \vec{0}$ (avec $m \in \mathbb{R}^*$), alors G est le barycentre de (A,m) et $(\mathrm{B},-5)$.

3. Si G est le barycentre de $(\mathrm{A},\sqrt{a})$ et $(\mathrm{B},\sqrt{b})$ (avec a et b dans $\mathbb{R}_+^*$ tels que $a \neq b$), alors G est le barycentre de $(\mathrm{A},3a)$ et $(\mathrm{B},3b)$.

4. Dans le plan rapporté au repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, si $\mathrm{A}(1\,;2)$, $\mathrm{B}(-2\,;1)$ et $\mathrm{C}(-1\,;-2)$, alors le centre de gravité du triangle ABC a pour couple de coordonnées $\left(-\frac{2}{3}\,;\frac{1}{3}\right)$.

EXERCICE 3 (5 points)

ABC est un triangle rectangle en A tel que $\mathrm{BC} = 2a$ $(a > 0)$ et $\mathrm{G} = \mathrm{bar}\,\{(\mathrm{A}, 4), (\mathrm{B}, -1), (\mathrm{C}, -1)\}$

1. On note I le milieu du segment [BC].
   a. Démontre que G et I sont symétriques par rapport à A.
   b. Déduis-en que $\mathrm{GA} = a$.
2. Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que : $4\mathrm{MA}^2 - \mathrm{MB}^2 - \mathrm{MC}^2 = -4a^2$.
   a. Vérifie que $\mathrm{A} \in (\Gamma)$.
   b. Justifie par l'absurde que $\mathrm{A} \neq \mathrm{G}$.
   c. Déduis-en la nature de (Γ) en précisant ses éléments caractéristiques.

EXERCICE 4 (5 points)

Soit fonction $f :\ [-\frac{\pi}{3} ; \frac{3\pi}{4}] \longrightarrow \mathbb{R}$

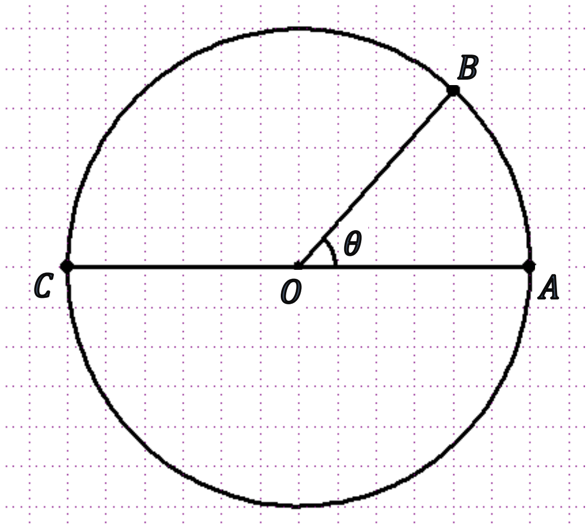
$$x \longmapsto \frac{1}{x^2}\left(cosx - \frac{1}{cosx}\right)$$

1. Détermine D_f.
2. Démontre que : $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-cosx}{x^2} = \frac{1}{2}$.
3. Peut-on prolonger f par continuité en 0 ? Si oui, définis ce prolongement.

EXERCICE 5 (5 points)

Une entreprise est spécialisée dans la fabrication de pièces métalliques circulaires.

Elle vient de recevoir une commande de plusieurs pièces ayant chacune les trois caractéristiques décrites comme suit :



1. OA = 1 ;
2. $\mathrm{Mes}\left(\widehat{\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \overrightarrow{\mathrm{OB}}}\right) = \theta$; $(\theta \in]0 ; \pi[)$;
3. L'aire du triangle AOB doit être égale à l'aire de la partie comprise entre le segment [AB] et le petit arc d'extrémités A et B.

Sur la figure ci-contre, les points A et B appartiennent au cercle de centre O et de rayon 1. L'entrepreneur a réalisé une pièce métallique et a placé le point A tel que OA = 1.

Par contre, il ne sait pas comment déterminer le nombre réel θ pour placer le point B sur le cercle afin que les conditions **2** et **3** soient réalisées. Tu es invité à répondre à la préoccupation de l'entrepreneur.

A l'aide d'une production argumentée en utilisant tes connaissances mathématiques, détermine pour cet entrepreneur une valeur approchée en degré de θ, afin de lui permettre d'honorer la commande de son client.

Le désespoir renonce mais l'espoir n'abandonne jamais.