

Année scolaire : 2024 – 2025
DEVOIR DE NIVEAU N°1
Niveau : terminale C



Coefficient : 2
Durée : 2 h 00 min
C.E. : Mathématiques – Info

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux pages numérotées $1/2$ et $2/2$.

EXERCICE 1 (2,5 points)

Fais correspondre chacune des affirmations dans le tableau ci-dessous à sa réponse juste. Exemple : 1 – D

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3} = \dots$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{\sqrt{3}}{6}$	$\pm\infty$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \sin\left(\frac{\pi}{2x}\right) = \dots$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{\pi}$	$\frac{1}{\pi}$
Si f est une fonction continue, croissante et majorée sur $]2 ; 5[$, alors $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) \dots$	est finie	est infinie	n'existe pas
Si f est une fonction continue sur $[x_0 ; x_1]$ (avec $x_0 < x_1$), alors l'équation $f(x) = 0$ admet dans $[x_0 ; x_1] \dots$	une unique solution lorsque $f(x_0)f(x_1) < 0$	au plus une solution lorsque $f(x_0)f(x_1) < 0$	au moins une solution lorsque $f(x_0)f(x_1) < 0$

EXERCICE 2 (2,5 points)

Pour chacune des affirmations qui suivent, écris le numéro de l'affirmation suivi de VRAI si elle est vraie ou de FAUX si elle est fausse. Exemple : 5 – FAUX.

- Pour tout réel non nul x , le barycentre de $(A, 1)$, (B, x) et $(C, \frac{1}{x})$ existe.
- Si $m\vec{GA} - 5\vec{GB} = \vec{0}$ (avec $m \in \mathbb{R}^*$), alors G est le barycentre de (A, m) et $(B, -5)$.
- Si G est le barycentre de (A, \sqrt{a}) et (B, \sqrt{b}) (avec a et b dans \mathbb{R}_+^* tels que $a \neq b$), alors G est le barycentre de $(A, 3a)$ et $(B, 3b)$.
- Dans le plan rapporté au repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , si $A(1 ; 2)$, $B(-2 ; 1)$ et $C(-1 ; -2)$, alors le centre de gravité du triangle ABC a pour couple de coordonnées $(-\frac{2}{3} ; \frac{1}{3})$.

EXERCICE 3 (5 points)

ABC est un triangle rectangle en A tel que $BC = 2a$ ($a > 0$) et $G = \text{bar} \{(A, 4), (B, -1), (C, -1)\}$

- On note I le milieu du segment [BC].
 - Démontre que G et I sont symétriques par rapport à A.
 - Déduis-en que $GA = a$.
- Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que : $4MA^2 - MB^2 - MC^2 = -4a^2$.
 - Vérifie que $A \in (\Gamma)$.
 - Justifie par l'absurde que $A \neq G$.
 - Déduis-en la nature de (Γ) en précisant ses éléments caractéristiques.

EXERCICE 4 (5 points)

Soit fonction $f : \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}$
$$x \mapsto \frac{1}{x^2} \left(\cos x - \frac{1}{\cos x} \right)$$

- Détermine D_f .
- Démontre que : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$.
- Peut-on prolonger f par continuité en 0 ? Si oui, définis ce prolongement.

EXERCICE 5 (5 points)

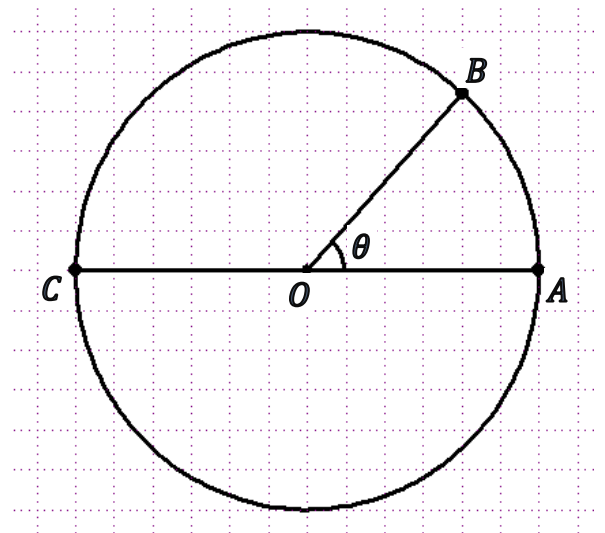
Une entreprise est spécialisée dans la fabrication de pièces métalliques circulaires.

Elle vient de recevoir une commande de plusieurs pièces ayant chacune les trois caractéristiques décrites comme suit :

- $OA = 1$;
- $\text{Mes}(\widehat{(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})}) = \theta$; ($\theta \in]0 ; \pi[$) ;
- L'aire du triangle AOB doit être égale à l'aire de la partie comprise entre le segment [AB] et le petit arc d'extrémités A et B.

Sur la figure ci-contre, les points A et B appartiennent au cercle de centre O et de rayon 1. L'entrepreneur a réalisé une pièce métallique et a placé le point A tel que $OA = 1$.

Par contre, il ne sait pas comment déterminer le nombre réel θ pour placer le point B sur le cercle afin que les conditions 2 et 3 soient réalisées. Tu es invité à répondre à la préoccupation de l'entrepreneur. A l'aide d'une production argumentée en utilisant tes connaissances mathématiques, détermine pour cet entrepreneur une valeur approchée en degré de θ , afin de lui permettre d'honorer la commande de son client.



Le désespoir renonce mais l'espoir n'abandonne jamais.