Fomesoutra.com
ça soutra!

Date : 10/11/2026

DEVOIR COMMUNAL N°1

Coefficient : 2
Durée : 4*h*

Niveau : Terminale C

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
L'usage de toute calculatrice scientifique est autorisé.

Exercice 1 (2 points)

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition du tableau ci-dessous suivi de **VRAI** si la proposition est vraie ou de **FAUX** si la proposition est fausse.

N°	Propositions
1	A et B sont deux points distincts du plan, et k un nombre réel de $]0;1[\cup]1;+\infty[$. La ligne de niveau k de l'application $M \mapsto \frac{MA}{MB}$ est le cercle de diamètre [IJ] tel que $I = bar\{(A;1);(B;k)\}$ et $J = bar\{(A;-1);(B;k)\}$.
2	Si f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$, croissante et minorée sur l'intervalle $]0;3[$, alors la limite de f à droite en 0 est finie.
3	Pour tout entier relatif a, en notant $\mathscr{D}(a)$ l'ensemble des diviseurs de a, on a : $\{-a;a;-1;1\} \subset \mathscr{D}(a)$.
4	f est une fonction continue sur un intervalle K, a et b sont des éléments de K tels qu'il existe un nombre réel m compris entre $f(a)$ et $f(b)$. Alors l'équation $f(x) = m$ admet une solution unique comprise entre a et b.

Exercice 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des lignes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie.
Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre de la ligne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	Informations	
1	Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit les points : A (4 ; 10 ; 0), B (– 3 ; 1 ; 2), C (7 ; 3 ; 2) et D (5 ; 7 ; 1). Si $G = bar\{(A;2),(B;-1),(C;1),(D;-3)\}$ alors …	A	$G(-3;-1;2)$
		B	$G(-3;1;2)$
		C	$G(-3;-1;3)$
		D	$G(-3;1;3)$
2	a et b sont des entiers relatifs tels que : $a \equiv -1[5]$ et $b \equiv 2[5]$. Alors le reste dans la division euclidienne de $2a+b^3$ par 5 est…	A	6
		B	1
		C	0
		D	2
3	ABC est un triangle isocèle en A et I le milieu de [BC] tel que AB = 4. Alors pour tout point M du plan, le nombre réel $2MA^2 - MB^2 - MC^2$ est égal à …	A	$-2\,\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AI} + 32$
		B	$2\,\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AI} - 32$
		C	$4\,\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AI} + 32$
		D	$4\,\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AI} - 32$
4	Soit f la fonction définie sur $[-1;+\infty[\setminus\{0\}$ par : $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$. Alors le prolongement par continuité h en 0 de f est tel que ….	A	$h(0) = 1$
		B	$h(0) = \frac{1}{2}$
		C	$h(0) = -\frac{1}{2}$
		D	$h(0) = 2$

Exercice 3 (2,5 points)

1. On définit dans l'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels, le nombre β par : $\beta = 2026^{2027} + 1038$.
   a) Étudie, suivant les valeurs de l'entier naturel n, le reste dans la division euclidienne de 3^n par 7.
   b) Justifie que le reste dans la division euclidienne de 2026^{2027} par 7 est : 5.
   c) Justifie que : $\beta \equiv 0[7]$.
2. Soit $u_n = 1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^{n-2}$ où n est un entier supérieur ou égal à 2.
   a) Démontre par récurrence que : pour tout entier naturel $n \geq 2$, $6u_n = 3^n - 3$.
   b) Établis que : $6u_n \equiv 0$ [7] si et seulement si $u_n \equiv 0$ [7].
   c) Déduis-en la valeur n_0 de n, comprise entre 2018 et 2028 telle que u_n soit divisible par 7.

Exercice 4 (3,5 points)

ABC est un triangle isocèle en A et de sens direct tel que $AB = 6a$ et $BC = 4a$, $(a > 0)$.
On note K le milieu de [BC], et G le barycentre du système {(A; −1), (B; 1), (C; 1)}.

1. *a*) Vérifie que K est milieu de [AG].
   b) Justifie que le quadrilatère ABGC est un losange.
2. On désigne par (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que :
   $-MA^2 + 4MK^2 - 2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} = -47a^2$.
   a) Vérifie que pour tout point M du plan, $-MA^2 + 4MK^2 - 2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} = -MA^2 + MB^2 + MC^2$.
   b) Démontre que : $GA^2 - GB^2 - GC^2 = 56a^2$.
   c) Déduis des questions 2.*a*) et 2.*b*) l'ensemble (Γ) et construis-le.
   (***Tu prendras 1 cm pour l'unité de longueur et*** $\boldsymbol{a = 1}$).
3. On note (*E*) l'ensemble des points M du plan tels que : $-2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 72\,a^2$.
   a) Justifie que A est élément de (*E*).
   b) Détermine (*E*).

Exercice 5 (5 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $[0\,;3[\cup]3;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{x-3} + 1$.
On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. *a*) Justifie que : $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ <}} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ >}} f(x) = +\infty$.
   b) Donne une interprétation graphique des résultats précédents.
2. *a*) Justifie que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.
   b) Justifie que la courbe (C_f) admet une branche parabolique dont tu préciseras la direction.
3. On admet que f est strictement décroissante sur $[0\,;3[$ et on note h la restriction de f à $[0\,;3[$.
   a) Justifie que : $f([0\,;3[) =]-\infty;1]$.
   b) Justifie que h est une bijection de $[0\,;3[$ sur un intervalle K que tu préciseras.
   c) Donne, en justifiant la réponse, le sens de variation de h^{-1}, bijection réciproque de *h*.
   d) Dresse le tableau de variation de h^{-1}.
4. Soit l'équation (*E*) : $x \in [0\,;3[$, $f(x) = 0$.
   a) Justifie que (*E*) admet une unique solution.
   b) On note α la solution de l'équation (*E*). Vérifie que : $1 < \alpha < 2$.
   c) Par la méthode de balayage, détermine un encadrement d'amplitude 10^{-1} de α.
5. On définit sur $[0\,;3[$ la fonction *g* par : $g(x) = \frac{3}{\sqrt{x}+1}$.
   Démontre que : $g(\alpha) = \alpha$.

Exercice 6 (5 **points**)

Le directeur d'une école primaire d'une localité doit inscrire ses meilleurs élèves à un concours. Sur la liste officielle de l'inspection, il constate que les deux premiers chiffres du numéro de matricule d'un de ses élèves, sont illisibles et la suite est 928469F.

Néanmoins, il se rappelle que le premier chiffre est une solution de l'équation : $x \in \mathbb{N},\ 3x \equiv 5\ [8]$, que le second est supérieur à 2 et est diviseur commun des entiers $2n - 1$ et $3n + 1$, ($n \in \mathbb{N}$).

Il te demande de l'aider à retrouver ce numéro de matricule.

A l'aide d'une production argumentée, basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du directeur.