

GENERALITES SUR LES SOLUTIONS AQUEUSES:

EXERCICE 1: C1.5 p. 18 :

1. On prépare une solution d'acide chlorhydrique en faisant dissoudre $V_0 = 5,6$ L de chlorure d'hydrogène (volume gazeux mesuré dans les C.N.T.P) dans $V = 500$ cm³ d'eau distillée.

Calculer la concentration molaire C_1 de la solution ainsi préparée.

2. Quelle masse m de dichlorure de calcium CaCl_2 faut-il dissoudre dans $V = 500$ cm³ d'eau distillée pour obtenir une solution de concentration molaire $C_2 = 0,1$ mol. L⁻¹ ?

3. On prélève $V_1 = 20$ cm³ de la solution de dichlorure de calcium (obtenue à la question précédente) et on complète par de l'eau distillée de façon à obtenir $V_2 = 100$ cm³ d'une nouvelle solution.

a) Décrire le mode opératoire permettant de diluer la solution de dichlorure de calcium.

b) Calculer la concentration molaire de cette nouvelle solution en ions calcium et ions chlorure.

On donne : $M(\text{Ca}) = 40$ g. mol⁻¹ ; $M(\text{Cl}) = 35,5$ g. mol⁻¹.

EXERCICE 1: C1.5 p. 18 :

1) $C_1 = \frac{n}{V}$ avec $n = \frac{V_0}{V_m}$, d'où $C_1 = \frac{V_0}{V \cdot V_m} = 0,5$ mol. L⁻¹

2) $C_2 = \frac{n'}{V}$ avec $n' = \frac{m}{M}$, d'où $C_2 = \frac{m}{M \cdot V} \Rightarrow m = C_2 \cdot M \cdot V = 5,55$ g.

3.a) On prélève 20 cm³ de la solution de dichlorure de calcium à l'aide d'une pipette jaugée de 20 cm³ qu'on verse dans une fiole jaugée de 100 cm³. On complète ensuite avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

b) Equation de dissociation : $\text{CaCl}_2 \rightarrow \text{Ca}^{2+} + 2 \text{Cl}^-$

♦ $[\text{Ca}^{2+}] = \frac{n}{V_2} = \frac{C_2 V_1}{V_2} = \frac{0,1 \times 20}{100} = 0,02$ mol. L⁻¹

♦ $[\text{Cl}^-] = \frac{2n}{V_2} = \frac{2C_2 V_1}{V_2} = \frac{2 \times 0,1 \times 20}{100} = 0,04$ mol. L⁻¹

EXERCICE 2: C1.6 p. 18

On dissout une masse m de chlorure de sodium dans l'eau et on obtient $V_1 = 100$ cm³ d'une solution A de concentration molaire $C_1 = 10^{-2}$ mol. L⁻¹. On prélève le quart de cette solution qu'on place dans un bécher et on complète avec de l'eau distillée de façon à obtenir $V_2 = 200$ cm³ d'une solution B de concentration C_2 . On prélève $V'_2 = 10$ cm³ de la solution B qu'on dilue 20 fois ; on obtient une solution C de concentration C_3 . Calculer :

1. La masse m de chlorure de sodium utilisé.

2. La concentration molaire en ions Na^+ et Cl^- de la solution A.

3. La concentration molaire C_2 de la solution B.

4. La concentration molaire C_3 de la solution C.

On donne : $M(\text{Na}) = 23$ g. mol⁻¹ ; $M(\text{Cl}) = 35,5$ g. mol⁻¹.

EXERCICE 2 : C.6 p.18

1) $C_1 = \frac{m}{M \cdot V_1} \Rightarrow m = C_1 \cdot M \cdot V_1 = 0,585$ g

2) Equation de dissociation : $\text{NaCl} \rightarrow \text{Na}^+ + \text{Cl}^-$

$C_1 = [\text{Na}^+] = [\text{Cl}^-] = 0,1$ mol. L⁻¹

3) $C_2 \cdot V_2 = \frac{C_1 V_1}{4} \Rightarrow C_2 = \frac{C_1 V_1}{4 V_2} = 1,25 \cdot 10^{-2}$ mol. L⁻¹

4) $C_3 \cdot V_3 = C_2 \cdot V'_2$, avec $V_3 = 20$. $V'_2 \Rightarrow C_3 = \frac{C_2 V'_2}{V_3} = \frac{C_2}{20} = 0,25 \cdot 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$

EXERCICE 3: C1. 7 p. 18 :

1. On mélange un volume $V_1 = 200 \text{ cm}^3$ d'une solution de dichlorure de calcium CaCl_2 de concentration $C_1 = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$ et un volume $V_2 = 300 \text{ cm}^3$ d'une solution de chlorure de sodium NaCl de concentration molaire $C_2 = 10^{-1} \text{ mol. L}^{-1}$.

Calculer la concentration molaire des ions Na^+ , Cl^- , Ca^{2+} contenus dans le mélange.

2. Quel volume V'_2 d'une solution de chlorure de sodium de concentration molaire $C_2 = 10^{-1} \text{ mol. L}^{-1}$ faut-il verser dans $V'_1 = 100 \text{ cm}^3$ d'une solution de dichlorure de calcium de concentration $C_1 = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$ pour que la concentration des ions Cl^- dans le mélange soit de $5 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$.

EXERCICE 3 : C. 7 p.18

1) Equations de dissociation : $\text{CaCl}_2 \rightarrow \text{Ca}^{2+} + 2 \text{Cl}^-$ et $\text{NaCl} \rightarrow \text{Na}^+ + \text{Cl}^-$

♦ $[\text{Na}^+] = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} = 0,06 \text{ mol. L}^{-1}$;

♦ $[\text{Ca}^{2+}] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$;

♦ $[\text{Cl}^-] = \frac{2 C_1 V_1 + C_2 V_2}{V_1 + V_2} = 0,068 \text{ mol. L}^{-1}$ (les ions Cl^- sont apportés par les 2 solutions)

2) $[\text{Cl}^-] = \frac{2 C_1 V'_1 + C_2 V'_2}{V'_1 + V'_2} \Rightarrow V'_2 = \frac{V'_1 ([\text{Cl}^-] - 2 C_1)}{C_2 - [\text{Cl}^-]} = 60 \text{ cm}^3$

PRODUIT IONIQUE DE L'EAU

EXERCICE 1: C2. 4 :

1. On dissout 4,8 g de dichlorure de magnésium MgCl_2 dans l'eau et on obtient une solution S_1 de volume $V = 2 \text{ L}$.

1.1. Calculer la concentration molaire de la solution S_1 .

1.2. Calculer les concentrations molaires des ions magnésium et chlorure de la solution S_1 .

1.3. Vérifier que la solution est neutre.

1.4. On ajoute 500 cm^3 d'eau à la solution S_1 et on obtient une solution S'_1 . Que deviennent les concentrations molaires des ions magnésium et chlorure dans la solution S'_1 ?

2. On considère une solution S_2 de chlorure de sodium de concentration molaire $C_2 = 0,03 \text{ mol. L}^{-1}$. On mélange 400 cm^3 de la solution S_1 avec 600 cm^3 de la solution S_2 .

2.1. Calculer les concentrations molaires des différents ions présents dans le mélange obtenu.

2.2. Que vaut le pH du mélange à 25°C ?

On donne : Mg : $24,3 \text{ g. mol}^{-1}$; Cl : $35,5 \text{ g. mol}^{-1}$.

EXERCICE 1: C2. 4 :

1.

1.1) $C_1 = \frac{m}{M \cdot V} = \frac{4,8}{95,3 \times 2} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$

1.2)

♦ $[\text{Mg}^{2+}] = C_1 = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$;

♦ $[\text{Cl}^-] = 2 C_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$;

1.3) REN : $2[\text{Mg}^{2+}] + [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-]$; or $[\text{Cl}^-] = 2[\text{Mg}^{2+}]$, d'où $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-]$. La solution est donc neutre.

2.

2.1) Equations de dissociation : $\text{MgCl}_2 \rightarrow \text{Mg}^{2+} + 2 \text{Cl}^-$ et $\text{NaCl} \rightarrow \text{Na}^+ + \text{Cl}^-$

Les ions en solution sont : Mg^{2+} , Cl^- et Na^+

$$\blacklozenge [\text{Na}^+] = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1} ;$$

$$\blacklozenge [\text{Mg}^{2+}] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1} ;$$

$$\blacklozenge [\text{Cl}^-] = \frac{2 C_1 V_1 + C_2 V_2}{V_1 + V_2} = 3,8 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}.$$

2.2) $\text{pH} = 7$ car on a un mélange de sels neutres.

ACIDES FORTS ET BASES FORTES

EXERCICE 1: C3. 2 p. 25 :

On mélange 100 mL d'acide chlorhydrique à $10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$ et 100 mL d'acide bromhydrique HBr de concentration inconnue C. Le pH de la solution obtenue est égal à 1,8. Les acides HCl et HBr sont des acides forts.

1. Quelles sont les concentrations des ions H_3O^+ , Cl^- , Br^- et OH^- dans le mélange ?
2. Quelle est la concentration C de la solution bromhydrique initiale ?

EXERCICE 1: C3. 2 :

1)

$$\blacklozenge [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 1,58 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\blacklozenge [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 6,3 \cdot 10^{-13} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\blacklozenge [\text{Cl}^-] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1} ;$$

$$\blacklozenge \text{REN} : [\text{Br}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] - [\text{Cl}^-] = 1,08 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}.$$

$$2) [\text{Br}^-] = \frac{C V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow C = 2,16 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}.$$

EXERCICE 2: C3. 3 : **DS**

Une solution S_A d'acide nitrique a un $\text{pH} = 5,9$. L'acide nitrique est un acide fort.

- 1.a) Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans la solution S_A .
- b) On prélève 10 cm^3 de la solution S_A et on ajoute 90 cm^3 d'eau pure. Quelle est la nouvelle valeur du pH ?
2. On prépare une solution S_B en dissolvant une masse m d'hydroxyde de calcium $\text{Ca}(\text{OH})_2$ dans 500 cm^3 d'eau pure.
 - a) La concentration molaire de la solution S_B étant $C_B = 4 \cdot 10^{-6} \text{ mol. L}^{-1}$, calculer la masse m d'hydroxyde de calcium utilisé.
 - b) Quels volume V_A de S_A et V_B de S_B doit-on mélanger pour avoir une solution de volume total $V = 120 \text{ cm}^3$ et de $\text{pH} = 7$?

EXERCICE 2: C3. 3 :

1.a)

$$\diamond [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\diamond [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 7,94 \cdot 10^{-9} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\diamond \text{REN} : [\text{NO}_3^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ mol. L}^{-1} ;$$

b)

$$\diamond [\text{NO}_3^-] = 1,26 \cdot 10^{-7} \text{ mol. L}^{-1} = 10^{-6,9} \text{ mol. L}^{-1} ;$$

$$\diamond \text{REN} : [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{NO}_3^-] \Leftrightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]} + 10^{-6,9} \Leftrightarrow [\text{H}_3\text{O}^+]^2 = K_e + 10^{-6,9}[\text{H}_3\text{O}^+]$$

$$\Leftrightarrow [\text{H}_3\text{O}^+]^2 - 10^{-6,9}[\text{H}_3\text{O}^+] - 10^{-14} = 0 \text{ car on ne peut pas négliger } [\text{OH}^-] \text{ devant } [\text{H}_3\text{O}^+].$$

Le calcul donne $[\text{H}_3\text{O}^+] = 1,81 \cdot 10^{-7} \text{ mol. L}^{-1}$.

$$\diamond \text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = 6,74.$$

2.a) $m = C_B \cdot MV = 1,48 \cdot 10^{-4} \text{ g}$

b) $2 C_B V_B = C_A V_A = C_A (V - V_B) \Rightarrow V_B = 16,33 \text{ mL et } V_A = 103,67 \text{ mL}.$

EXERCICE 3: C3.4 p. 25 :

On dissout 11,2 cm³ de chlorure d'hydrogène pris dans les conditions normales dans 500 mL d'eau pure. Le pH de la solution S obtenue est égal à 3. Le volume molaire dans les conditions normales est 22,4 L.

1. Calculer les concentrations molaires des différentes espèces chimiques présentes dans la solution S.

Montrer que la réaction entre le chlorure d'hydrogène et l'eau est totale.

2. Quel volume de chlorure d'hydrogène faut-il dissoudre dans la solution S pour que son pH devienne égal à 2 ? La solution de pH = 2 est notée S₁.

3. Avec quel volume d'eau faut-il diluer cette solution S₁ pour que le pH soit égal à 4 ?

4. Décrire deux expériences montrant la nature des ions H₃O⁺ et Cl⁻ présents dans la solution.

EXERCICE 3: C3. 4 :

$$1) n_{\text{HCl}} = \frac{v}{V_m} = \frac{0,0112}{22,4} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mol} ; C = \frac{n}{V} = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{0,5} = 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}.$$

$$\diamond [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\diamond [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 10^{-11} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\diamond \text{REN} : [\text{Cl}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] = 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}.$$

2) $\text{REN} : [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-] \text{ avec } [\text{OH}^-] \ll [\text{H}_3\text{O}^+].$

On a : $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{Cl}^-] = \frac{n_1 + n_2}{V} = \frac{Cv + \frac{v}{V_m}}{V}$, d'où $v = ([\text{H}_3\text{O}^+]V - CV)V_m = 100,8 \text{ cm}^3$ de chlorure d'hydrogène.

3) $V_{\text{eau}} = 49,5 \text{ L}.$

EXERCICE 4: C3. 5 p. 26 : DS

On considère les trois solutions suivantes :

- Solution S₁ d'hydroxyde de sodium de concentration molaire C₁ = 8.10⁻³ mol. L⁻¹ ;
- Solution S₂ de dihydroxyde de calcium Ca(OH)₂ de concentration molaire C₂ = 2.10⁻³ mol. L⁻¹ ;
- Solution S₃ de chlorure de sodium de concentration molaire C₃ = 10⁻³ mol. L⁻¹ ;

1. Calculer le pH de chacune des solutions S₁, S₂ et S₃.
 2. Décrire deux expériences prouvant que la solution d'hydroxyde de sodium contient des ions OH⁻ et des ions Na⁺.
 3. On obtient une solution A en mélangeant un volume V₁ = 50 cm³ de la solution S₁, un volume V₂ = 100 cm³ de la solution S₂ et un volume V_e = 100 cm³ d'eau.
 - 3.1. Calculer la concentration des espèces chimiques présentes dans la solution A.
 - 3.2. En déduire le pH_A de la solution A.
 - 3.3. Dans la solution A, on ajoute 0,2 g d'hydroxyde de sodium en pastilles et on obtient une solution A'. Calculer la nouvelle concentration des ions Na⁺ dans la solution A'.
 4. On obtient une solution B en mélangeant V₁ = 50 cm³ de la solution S₁, V₂ = 100 cm³ de la solution S₂ et V₃ = 100 cm³ de la solution S₃.
 - 4.1. Calculer la concentration molaire des espèces chimiques présentes dans la solution B.
 - 4.2. En déduire le pH_B de la solution B.
- On donne :** M(Na) = 23 g. mol⁻¹ ; M(O) = 16 g. mol⁻¹ ; M(H) = 1 g. mol⁻¹.

EXERCICE 4: C3. 5 :

1)

♦ S₁ : pH₁ = 14 + logC₁ = 11,9

♦ S₂ : pH₂ = 14 + 2logC₂ = 11,6

♦ S₃ est une solution de sel : NaCl → Na⁺ + Cl⁻

REN : [H₃O⁺] + [Na⁺] = [Cl⁻] + [OH⁻] ; Or [Na⁺] = [Cl⁻], d'où [H₃O⁺] = [OH⁻] : solution neutre et pH₃ = 7.

3.

3.1) Equations de dissociation : Ca(OH)₂ → Ca²⁺ + 2OH⁻ et NaOH → Na⁺ + OH⁻

Les ions en solution sont : H₃O⁺, OH⁻, Na⁺ et Ca²⁺.

♦ [Na⁺] = $\frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2 + V_0}$ = 1,6.10⁻³ mol. L⁻¹ ;

♦ [Ca²⁺] = $\frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2 + V_0}$ = 8.10⁻⁴ mol. L⁻¹ ;

♦ REN : [H₃O⁺] + [Na⁺] + 2[Ca²⁺] = [OH⁻] ;

Le mélange est supposé très basique, donc [H₃O⁺] << [OH⁻].

On a : [OH⁻] = [Na⁺] + 2[Ca²⁺] = 3,2.10⁻³ mol. L⁻¹ et [H₃O⁺] = $\frac{K_e}{[OH^-]}$ = 3,12.10⁻¹² mol. L⁻¹.

3.2) Mélange A : pH_A = - log[H₃O⁺] = 11,5.

3.3) [Na⁺] = $\frac{C_1 V_1 + \frac{m}{M}}{V_1 + V_2 + V_0}$ = 2,16.10⁻² mol. L⁻¹.

4.

4.1)

Equations de dissociation : Ca(OH)₂ → Ca²⁺ + 2OH⁻ ; NaOH → Na⁺ + OH⁻ et

NaCl → Na⁺ + Cl⁻.

♦ [Ca²⁺] = $\frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2 + V_3}$ = 8.10⁻⁴ mol. L⁻¹ ;

$$\diamond [\text{Cl}^-] = \frac{C_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1};$$

$$\diamond [\text{Na}^+] = \frac{C_1 V_1 + C_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1} \text{ (les ions Na}^+ \text{ sont apportés par S}_1 \text{ et S}_3\text{)}.$$

$$\diamond \text{REN : } [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] + 2[\text{Ca}^{2+}] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-]; \Rightarrow [\text{Na}^+] + 2[\text{Ca}^{2+}] - [\text{Cl}^-] = [\text{OH}^-] - [\text{H}_3\text{O}^+]$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] \ll [\text{OH}^-], \text{ donc } [\text{OH}^-] = [\text{Na}^+] + 2[\text{Ca}^{2+}] - [\text{Cl}^-] = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1} \text{ et } [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]} = 3,12 \cdot 10^{-12} \text{ mol. L}^{-1}.$$

$$4.2) \text{ Mélange B : } \text{pH}_B = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = 11,5.$$

EXERCICE 5: C3. 6 → Réaction acide fort-base forte

1. Quelle masse d'acide nitrique HNO_3 faut-il mélanger à l'eau pure pour obtenir 1 litre de solution S_1 de concentration $C_1 = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$?

2. On obtient 1 litre d'une solution S_2 par dissolution de 960 mL de chlorure d'hydrogène HCl dans l'eau pure.

2.1. Ecrire l'équation bilan de la réaction.

2.2. Quel est le pH de la solution si dans les conditions de l'expérience le volume molaire des gaz est 24 L ?

3. On prépare 100 mL d'une solution S_3 en mélangeant 40 mL de S_1 et 60 mL de S_2 . Quel est le pH de S_3 ?

4. On ajoute à 10 mL du mélange S_3 un volume V_b de soude de concentration $C_b = 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$.

Déterminer les volumes V_{b1} et V_{b2} pour obtenir respectivement :

- Une solution de $\text{pH}_1 = 7$
- Une solution de $\text{pH}_2 = 10$.

On donne : H : 1 g. mol^{-1} ; O : 16 g. mol^{-1} ; N : 14 g. mol^{-1} .

EXERCICE 5: C3. 6 :

$$1) m = C_1 V_1 M = 0,63 \text{ g}$$

2.



$$2.2) \text{ Soit } C_2 \text{ la concentration de la solution : } C_2 = \frac{n_{\text{HCl}}}{V_2}; n_{\text{HCl}} = \frac{V}{V_m}$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{V}{V_2 V_m} = \frac{0,960}{1 \times 24} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}. \text{ pH} = -\log C_2 = 1,4.$$

3) Les espèces chimiques présentes dans la solution S_3 sont : H_3O^+ , OH^- , Cl^- , NO_3^- et H_2O .

$$\diamond \text{REN : } [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{NO}_3^-] + [\text{Cl}^-] + [\text{OH}^-];$$

Le mélange est supposé très acide, donc $[\text{OH}^-] \ll [\text{H}_3\text{O}^+]$.

$$\text{On a : } [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{NO}_3^-] + [\text{Cl}^-]$$

$$\diamond [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{C_1 V'_1}{V'_1 + V'_2} + \frac{C_2 V'_2}{V'_1 + V'_2} = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1};$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = 1,55.$$

4) Le mélange S_3 est considéré comme une solution de monoacide fort : sa concentration molaire est :

$$C_3 = [\text{H}_3\text{O}^+] = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}.$$

• Calcul de V_{b1} : $\text{pH}_1 = 7$:

$$\text{Le pH étant égal à 7, on est à l'équivalence. On a alors : } C_3 \cdot V'_3 = C_b \cdot V_{b1} \Rightarrow V_{b1} = \frac{C_3 V'_3}{C_b} = 14 \text{ mL}.$$

• **Calcul de V_{b2} : $pH_2 = 10$:**

$pH_2 = 10$, d'où $[H_3O^+] = 10^{-pH_2} = 10^{-10} \text{ mol. L}^{-1}$; $[OH^-] = 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$.

La solution est basique. Si n désigne le nombre de moles d'ions OH^- dans la solution de volume $V_3' + V_{b2}$, on a :

$$n = [OH^-] (V_3' + V_{b2}) = C_b \cdot V_{b2} - C_3 \cdot V_3', \text{ soit } V_{b2} = \frac{V_3' [OH^-] + C_2}{C_3 - [OH^-]} = \mathbf{14,12 \text{ mL}}.$$

EXERCICE 6: C3. 7 : DS

1. Une solution S_1 de dihydroxyde de magnésium $Mg(OH)_2$ a un $pH = 12$.

a) Quelles sont les concentrations des espèces chimiques présentes dans la solution S_1 ?

b) Quelle masse de $Mg(OH)_2$ trouve-t-on dans 2 L de cette solution ?

2. Une solution S_2 d'acide chlorhydrique a un $pH = 3,7$.

a) Quelles sont les concentrations des espèces chimiques présentes dans S_2 ?

b) Quel volume de chlorure d'hydrogène a-t-on dissous dans l'eau pour préparer 500 mL de la solution S_2 ?

3. On dilue 1000 fois la solution S_2 pour obtenir une solution S_2' .

a) Quelles sont les concentrations des espèces chimiques présentes dans S_2' ?

b) Quelle est la valeur du pH de la solution S_2' ?

4. Une solution S_3 est préparée en mélangeant $V_1 = 600 \text{ mL}$ de S_1 , $V_2 = 400 \text{ mL}$ de S_2 et $V_3 = 300 \text{ mL}$ d'une solution de chlorure de magnésium $MgCl_2$ de concentration $C = 10^{-1} \text{ mol. L}^{-1}$.

a) Calculer les concentrations des ions Mg^{2+} et Cl^- dans S_3 .

b) La solution S_3 est-elle acide, basique ou neutre ?

c) Calculer son pH .

5. On mélange un volume V_1' de S_1 avec un volume V_2' de S_2 de telle sorte que l'on obtienne une solution finale S de volume $V' = 300 \text{ mL}$ et de $pH = 11,5$. Calculer V_1' et V_2' .

Données :

♦ Volume molaire gazeux : $V_0 = 24 \text{ L. mol}^{-1}$.

♦ Masses molaires atomiques en g. mol^{-1} : $Mg : 24$; $O : 16$; $H : 1$.

EXERCICE 6: C3. 7 :

1) $Mg(OH)_2 \rightarrow Mg^{2+} + 2OH^-$; $2H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + OH^-$.

Bilan des espèces: H_3O^+ , OH^- , Mg^{2+} et H_2O .

♦ $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-12} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $[OH^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ REN : $2[Mg^{2+}] + [H_3O^+] = [OH^-] \Rightarrow 2[Mg^{2+}] = [OH^-] - [H_3O^+] = [OH^-]$

$\Rightarrow [Mg^{2+}] = \frac{[OH^-]}{2} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$.

b) $C_1 = \frac{n}{V}$ et $n = \frac{m}{M} \Rightarrow C_1 = \frac{m}{MV} \Rightarrow m = C_1 \cdot MV = [Mg^{2+}] \cdot MV = 0,58 \text{ g}$.

2.

a) $HCl + H_2O \rightarrow H_3O^+ + Cl^-$ et $2H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + OH^-$.

Bilan des espèces: H_3O^+ , OH^- , Cl^- et H_2O .

♦ $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $[OH^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = 5 \cdot 10^{-11} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ REN : $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-] \Rightarrow [\text{Cl}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] = 2.10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$

b)

$$[\text{Cl}^-] = \frac{v}{V \cdot V_m} \Rightarrow v = [\text{Cl}^-] \cdot V_m \cdot V = 2,4.10^{-3} \text{ L.}$$

3.

a) $C'_2 = \frac{C_2}{1000} = 2.10^{-7} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ REN : $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-] \Leftrightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]} + C'_2 \Leftrightarrow [\text{H}_3\text{O}^+]^2 = K_e + C'_2 \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]$

$$\Leftrightarrow [\text{H}_3\text{O}^+]^2 - 2.10^{-7}[\text{H}_3\text{O}^+] - 10^{-14} = 0.$$

On pose $x = [\text{H}_3\text{O}^+]$, on a alors : $x^2 - 2.10^{-6}x - 10^{-14} = 0$.

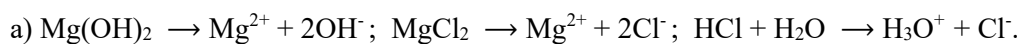
Le calcul donne $[\text{H}_3\text{O}^+] = 2,41.10^{-7} \text{ mol. L}^{-1}$.

♦ $[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 4,14.10^{-8} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $[\text{Cl}^-] = C'_2 = 2.10^{-7} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = 6,6.$

4.



♦ $[\text{Mg}^{2+}] = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{V_1 + V_2 + V} = 2,54.10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$;

♦ $[\text{Cl}^-] = \frac{C_2V_2 + 2C_3V_3}{V_1 + V_2 + V} = 4,6.10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$.

b) $n_{\text{H}_3\text{O}^+} = C_2 \cdot V_2 = 8.10^{-5} \text{ mol}$; $n_{\text{OH}^-} = 2C_1 \cdot V_1 = 6.10^{-3} \text{ mol}$

$n_{\text{OH}^-} > n_{\text{H}_3\text{O}^+}$: S_3 est basique.

c) $[\text{OH}^-] = \frac{n_{\text{OH}^-} - n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{V_1 + V_2 + V} = 4,55.10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$; $\text{pH} = 14 + \log[\text{OH}^-] = 11,7.$

5)

$$\begin{cases} V'_1 + V'_2 = V' \\ \frac{2C_1V'_1 - C_2V'_2}{V'} = 10^{\text{pH}-14} \end{cases} \Rightarrow V'_1 = 98,8 \text{ mL et } V'_2 = 201,2 \text{ mL.}$$

EXERCICE 7: C3. 8

On prépare une solution S en mélangeant une solution S_1 d'acide chlorhydrique de volume $V_1 = 60 \text{ mL}$, de concentration $C_1 = 4.10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$ et une solution S_2 d'acide nitrique de volume $V_2 = 40 \text{ mL}$, de concentration $C_2 = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$.

1. Quel est le pH de la solution S ?

2. Déterminer la concentration molaire des espèces chimiques présentes dans la solution S.

3. Quel volume d'eau faut-il ajouter à la solution S pour avoir une solution S' de $\text{pH} = 2$?

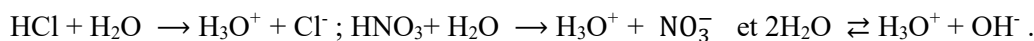
4. A la solution S' , on ajoute 50 mL d'une solution de soude (hydroxyde de sodium) de concentration molaire $2.10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$.

Quelle est la nature du mélange obtenu ? Justifier votre réponse. Calculer son pH.

EXERCICE 7: C3. 8 :

1) $[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{V_1 + V_2} = 2,8.10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$; $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = 1,6.$

2)



Bilan des espèces: H_3O^+ , OH^- , Cl^- , NO_3^- et H_2O .

$$\blacklozenge [\text{Cl}^-] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\blacklozenge [\text{NO}_3^-] = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\blacklozenge [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{V_1 + V_2} = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\blacklozenge [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 3,6 \cdot 10^{-13} \text{ mol. L}^{-1}$$

3) Le volume V_e d'eau à ajouter pour avoir S' : (**à vérifier**)

$$C_1 \cdot V_1 + C_2 V_2 = n_{\text{H}_3\text{O}^+} = [\text{H}_3\text{O}^+] (V_1 + V_2 + V_e), \text{ d'où } V_e = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{V_1 + V_2} - (V_1 + V_2) = 180 \text{ mL}$$

4) Dans S' , on a $n_{\text{H}_3\text{O}^+} = C_1 \cdot V_1 + C_2 V_2 = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol.}$

Dans la solution d'hydroxyde de sodium : $n_{\text{OH}^-} = C_b \cdot V_b = 10^{-3} \text{ mol}$

$n_{\text{H}_3\text{O}^+} > n_{\text{OH}^-}$: le mélange est acide.

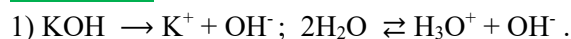
$$\text{c) } [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+} - n_{\text{OH}^-}}{V_1 + V_2 + V_e + V_b} = 5,45 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1} ; \text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = 2,3.$$

EXERCICE 8: C3.9 : DS

Une solution d'hydroxyde de potassium a un pH égal à 10. L'hydroxyde de potassium est une base forte.

1. Démontrer la relation $\text{pH} = 14 + \log C$. En déduire la concentration molaire volumique C de la solution d'hydroxyde de potassium.
2. Quelle masse d'hydroxyde de potassium a-t-il fallu dissoudre pour obtenir 1 litre de cette solution ?
3. Quelle masse d'hydroxyde de potassium faut-il ajouter pour que le pH devienne égal à 12 ? (Le volume n'a pas varié).
4. On chauffe 1 L de la solution d'hydroxyde de potassium de $\text{pH} = 10$ de manière à éliminer une partie de l'eau par ébullition. Calculer le volume d'eau à éliminer pour obtenir un $\text{pH} = 11$.

EXERCICE 8: C3.9



Bilan des espèces: H_3O^+ , OH^- , K^+ et H_2O .

◆ KOH étant une base forte, on $[\text{K}^+] = [\text{OH}^-] = C$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_e}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{C} ; \text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log \frac{10^{-14}}{C} = 14 + \log C.$$

◆ Pour $\text{pH} = 10$, $\log C = 10^{-14} = -4$, d'où $C = 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$.

$$2) m = \text{MCV} = 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ g}$$

3) Soit m' la masse d'hydroxyde de potassium à ajouter pour avoir $\text{pH} = 12$:

$$C' = [\text{OH}^-] = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$m + m' = \text{MC}'V, \text{ d'où } m' = \text{MC}'V - m = \mathbf{0,554 \text{ g.}}$$

4) Soient : $V_1 = 1 \text{ L}$ le volume de la solution initiale de $\text{pH}_1 = 10$; V_2 le volume de la solution de $\text{pH} = 11$ et de concentration C' et V le volume d'eau à éliminer.

$$\text{On a alors : } V = V_1 - V ; \text{ or } C = \frac{n_1}{V_1} = \frac{n}{V_1} \text{ avec } C = 10^{\text{pH}_1 - 14} \quad (1)$$

$$C' = \frac{n_1}{V_2} = \frac{n}{V_2} \text{ avec } C' = 10^{\text{pH}_2 - 14} \quad (2).$$

A partir de (1) et (2), on peut écrire : $\frac{C}{C'} = \frac{n_1}{V_1} \times \frac{V_2}{n} = \frac{V_2}{V_1}$, d'où $V_2 = V_1 \cdot \frac{C}{C'} = V_1 \cdot 10^{\text{pH}_1 - \text{pH}_2}$

$$V = V_1 - V_2 = V_1 - V_1 \cdot 10^{\text{pH}_1 - \text{pH}_2}$$

$$V = V_1(1 - 10^{\text{pH}_1 - \text{pH}_2}) = 0,9 \text{ L.}$$

EXERCICE 9: C3. 10

1. Une solution S_1 d'acide chlorhydrique de concentration molaire $C_1 = 3,16 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$ a un $\text{pH} = 1,5$.

a) Montrer avec un minimum de calcul que l'acide est fort.

b) Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans la solution S_1 .

c) Calculer le volume de chlorure d'hydrogène à dissoudre dans l'eau distillée pour obtenir 500 cm^3 de S_1 . Le volume molaire dans les conditions de l'expérience est $V_M = 24 \text{ L. mol}^{-1}$.

d) Quel volume d'eau distillée faut-il ajouter à 100 cm^3 de la solution S_1 pour obtenir une solution S_2 de $\text{pH} = 2,0$?

2. Le dichlorure de calcium CaCl_2 se dissocie totalement dans l'eau : 4 g de ce composé sont dissous dans 500 mL d'eau distillée pour préparer une solution S_4 . On considère que lors de la dissolution, il n'y a pas de variation de volume.

a) Calculer la concentration molaire des ions présents dans S_4 .

b) S_4 est-elle acide, basique ou neutre ?

3. On mélange 100 cm^3 de la solution S_1 avec 400 cm^3 de la solution S_4 .

a) Calculer le pH du mélange.

b) Déterminer la concentration molaires des ions dans le mélange.

Données :

♦ Masses molaires atomiques en g. mol^{-1} : O : 16 ; H : 1 ; Na : 23 ; Cl : 35,5 ; Ca : 40.

EXERCICE 9: C3. 10 :

1.a) $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = 1,5$, d'où $[\text{H}_3\text{O}^+] = 3,16 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$.

$[\text{H}_3\text{O}^+] = C_1$: l'acide est donc fort.

b) $\text{HCl} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-$ et $2\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}^-$.

Bilan des espèces: H_3O^+ , OH^- , Cl^- et H_2O

$$\diamond [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 3,16 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\diamond [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 3,16 \cdot 10^{-13} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\diamond \text{REN : } [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-] \Rightarrow [\text{Cl}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] = C_1 = 3,16 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\text{c) } C_1 = \frac{v}{V \cdot V_m} \Rightarrow v = C_1 \cdot V_m \cdot V = C_2 \cdot V_m \cdot V = 0,38 \text{ L.}$$

d) Soit V_e le volume d'eau à ajouter : $C_1 \cdot V_1 = C_2 \cdot V_2$; or $V_2 = V_1 + V_e$, d'où

$$V_e = V_1 \left(\frac{C_1}{C_2} - 1 \right) = 216 \text{ cm}^3.$$

2.a) a) $\text{CaCl}_2 \rightarrow \text{Ca}^{2+} + 2\text{Cl}^-$

$$\diamond [\text{Ca}^{2+}] = C_4 = \frac{m}{MV_4} = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1} ;$$

$$\diamond [\text{Cl}^-] = 2[\text{Ca}^{2+}] = 1,44 \cdot 10^{-1} \text{ mol. L}^{-1}.$$

b) REN : $2[\text{Ca}^{2+}] + [\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Cl}^-]$

Or $[\text{Cl}^-] = 2[\text{Ca}^{2+}]$, d'où : $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-]$: S_4 est neutre.

3.

a) On procède à une dilution de S1, d'où : $[H_3O^+] = \frac{C_1 V_1}{V_1 + V_2} = 6,32 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$

$pH = -\log[H_3O^+] = 2,20$.

b) Les concentrations des ions dans le mélange :

$$\blacklozenge [H_3O^+] = 6,32 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\blacklozenge [OH^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = 5,77 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\blacklozenge [Ca^{2+}] = \frac{C_4 V_4}{V_1 + V_2} = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\blacklozenge [Cl^-] = \frac{C_1 V_1 + 2C_4 V_4}{V_1 + V_2} = 1,22 \cdot 10^{-1} \text{ mol. L}^{-1}$$

REACTION ACIDE FORT- BASE FORTE

EXERCICE 1: C5. 2 p. 38

Un volume $V = 100 \text{ cm}^3$ d'acide chlorhydrique à $5 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$ est obtenu en dissolvant un volume V_0 de chlorure d'hydrogène gazeux dans l'eau.

1. Calculer le volume V_0 de gaz chlorure d'hydrogène utilisé (volume molaire : $V_m = 22,4 \text{ L}$).

2. L'acide chlorhydrique ainsi préparé est ajouté progressivement à 20 cm^3 d'une solution d'hydroxyde de sodium. On constate que l'équivalence acido-basique est atteinte pour un volume V_e d'acide versé égal à 40 cm^3 .

2.1. Que représente l'équivalence acido-basique ?

2.2. Expliquer, en quelques lignes, la façon dont il faut procéder pour faire le dosage. Représenter le dispositif nécessaire.

2.3. Calculer la concentration molaire de la solution d'hydroxyde de sodium.

3. Quelle masse d'hydroxyde de sodium faut-il dissoudre dans l'eau pour obtenir $V' = 1$ litre de solution ayant cette concentration ?

Donnée : $M(\text{Na}) = 23 \text{ g. mol}^{-1}$; $M(\text{O}) = 16 \text{ g. mol}^{-1}$; $M(\text{H}) = 1 \text{ g. mol}^{-1}$.

EXERCICE 1: C5. 2 p. 38

1) $C_a = \frac{n}{V}$, d'où $n = C_a \cdot V$. Or $n = \frac{V_0}{V_m}$, donc $V_0 = n \cdot V_m = C_a \cdot V \cdot V_m = 0,112 \text{ L}$.

2.

2.1) L'équivalence acido-basique représente un stade de la réaction acide-base au cours de laquelle le nombre de moles d'ions H_3O^+ apportés par la solution d'acide est égal au nombre de moles d'ions OH^- apports par la solution basique.

2.2) On place la solution d'hydroxyde de sodium dans un bécher et on ajoute quelques gouttes d'un indicateur coloré approprié, le bleu de bromothymol par exemple. On met la solution d'acide chlorhydrique dans une burette. On verse par petites quantités la solution d'acide chlorhydrique dans la solution d'hydroxyde de sodium et on agite le mélange obtenu.

On arrête l'opération lorsqu'on constate le changement de couleur de l'indicateur coloré : on est à l'équivalence acido-basique.

$$2.3) C_b = \frac{C_a V_{aE}}{C_b} = 0,1 \text{ mol. L}^{-1}$$

$$3) m = MC_b V' = 4 \text{ g.}$$

EXERCICE 2: C5. 3

Dans un bécher contenant un volume $V_a = 10 \text{ cm}^3$ d'acide chlorhydrique, on verse à l'aide d'une burette, une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $0,4 \text{ g. L}^{-1}$. Le tableau ci-dessous indique pour différentes valeurs du volume V_b de la solution de base versée, les valeurs correspondantes du pH :

V_b en mL	0	2	4	6	8	9	9,4	9,8	10,2	10,4	10,6	11	12	13	14	15
pH	1,9	2	2,2	2,4	2,8	3,1	3,4	4,6	9,1	9,7	10	10,4	10,7	10,9	11	11,1

1. Proposer un schéma du dispositif permettant d'effectuer ce dosage.

2. Ecrire l'équation bilan de la réaction qui se produit au cours de ce dosage.

3.

3.1. Construire le graphique $\text{pH} = f(V_b)$.

Echelles : en abscisse : $1 \text{ cm} \leftrightarrow 1 \text{ cm}^3$; en ordonnée : $1 \text{ cm} \leftrightarrow 1 \text{ unité de pH}$.

3.2. Déterminer le point d'équivalence E. En déduire la concentration C_a en mol. L^{-1} de la solution d'acide chlorhydrique utilisé.

3.3. Quelle est la nature de la solution obtenue à l'équivalence ?

4. Calculer les concentrations molaires volumiques des différentes espèces présentes dans la solution lorsqu'on a versé un volume $V_b = 3 \text{ cm}^3$ d'hydroxyde de sodium.

5. Si on évaporait l'eau de la solution obtenue à l'équivalence, on obtiendrait un solide blanc.

5.1. Quel est son nom ?

5.2. Calculer sa masse.

EXERCICE 2: C5. 3

$$3.2) E (V_{bE} = 10 \text{ cm}^3 ; \text{pH}_E = 7) ; C_a = \frac{C_b V_{bE}}{V_a + V_b} = 0,01 \text{ mol. L}^{-1}$$

3.3) Solution neutre de chlorure de sodium

4) Pour $V_b = 3 \text{ cm}^3$, le pH lu sur la courbe est $\text{pH} = 2,1$. On a alors :

$$\blacklozenge [\text{H}_3\text{O}^+] = 7,94 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\blacklozenge [\text{OH}^-] = 1,25 \cdot 10^{-12} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\blacklozenge [\text{Cl}^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = 7,69 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\blacklozenge [\text{Na}^+] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = 2,30 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$$

5.

5.1) On va obtenir du chlorure de sodium.

$$5.2) n_{\text{NaCl}} = n_{\text{Na}^+} = n_{\text{Cl}^-} \Rightarrow \frac{m}{M} = C_b \cdot V_{bE} = C_a \cdot V_a \text{ d'où } m = C_a V_a M = 5,85 \cdot 10^{-4} \text{ g.}$$

REACTION ACIDO- BASIQUE

EXERCICE 1: C6.9 p. 53 : **BAC BLANC**

1) 100 cm³ d'acide chlorhydrique à 5,0.10⁻² mol. L⁻¹ sont obtenus par dilution d'un volume V_i d'acide chlorhydrique à 1 mol. L⁻¹ dans l'eau pure.

Déterminer le volume V_i. Expliquer brièvement comment on réalise pratiquement une telle opération.

2) L'acide chlorhydrique ainsi préparé est ajouté progressivement à 20 cm³ d'une solution aqueuse d'éthylamine C₂H₅NH₂. Un pH-mètre permet de suivre l'évolution du pH du mélange au cours de cette manipulation. On constate que l'équivalence acido-basique est obtenue pour un volume d'acide versé égal à 40 cm³.

a) Donner l'allure de la courbe pH = f(V).

b) Que représente l'équivalence acido-basique ?

c) Calculer la concentration molaire de la solution aqueuse d'éthylamine.

d) En quelques lignes, expliquer la façon dont il faut procéder pour déterminer graphiquement le pK_a du couple constitué par l'éthylamine et son acide conjugué.

e) Donner le nom et la formule de l'acide conjugué de l'éthylamine.

3) Pour 30 cm³ d'acide chlorhydrique ajouté à 20 cm³ de solution précédente d'éthylamine, le pH mesuré est égal à 10,3.

a) Quelles sont les espèces chimiques présentes dans la solution à ce stade de la manipulation ? Calculer leurs concentrations molaires.

b) En déduire le pK_a du couple constitué par l'éthylamine et son acide conjugué.

4) Lors du dosage, on obtient un point particulier pour lequel le pH est égal au pK_a. Le mélange qui correspond à ce point est appelé solution tampon.

a) Donner la définition d'une solution tampon.

b) Quelles expériences faut-il mettre en œuvre pour vérifier que la solution obtenue pour pH = pK_a est une solution tampon ?

EXERCICE 1: C6.9 p. 53 : **BAC BLANC**

1) $V_i = \frac{C_a V_a}{C} = 5 \text{ cm}^3$: il faut prélever 5 cm³ de la solution à l'aide d'une pipette ; verser cette solution dans une fiole jaugée de 100 cm³ et compléter avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

2.

a)

b)

c) $C_b = \frac{C_a V_a}{C_b} = 0,1 \text{ mol. L}^{-1}$

d) Méthode des tangentes parallèles.

e) C₂H₅NH₃⁺ : ion éthylammonium.

3.a)

♦ Espèces chimiques : H₃O⁺, OH⁻, Cl⁻, C₂H₅NH₃⁺, C₂H₅NH₂ ; H₂O.

♦ [H₃O⁺] = 5.10⁻¹¹ mol. L⁻¹

♦ [OH⁻] = 2.10⁻⁴ mol. L⁻¹

♦ $[Cl^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = 3.10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ REN: $[C_2H_5NH_3^+] = [Cl^-] + [OH^-] - [H_3O^+] = 3,02. 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$;

♦ RCM : $[C_2H_5NH_2] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} - [C_2H_5NH_3^+] = 9,8.10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$.

b) $pK_a = pH - \log \frac{[C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]} = 10,78.$

4.a) Une solution tampon est un mélange équimolaire d'un acide et de sa base conjuguée.

b) Lorsqu'on ajoute une base ou un acide en quantité modérée (quelques cm³) à la solution, son pH ne varie pratiquement pas.

EXERCICE 2: C6.1: BAC BLANC :

L'acide acétylsalicylique est le composant actif des comprimés d'aspirine. Il est connu sous le nom commercial d'aspirine. Sa formule brute est C₉H₈O₄.

On se propose de déterminer la masse d'acide contenu dans un comprimé d'aspirine. Pour cela, on dissout un comprimé d'aspirine (non effervescent) dans 250 cm³ d'eau distillée. Le mélange obtenu est agité à l'aide d'un agitateur magnétique jusqu'à la dissolution complète de l'aspirine.

On dose 100 mL de la solution A d'aspirine à l'aide d'une solution B d'hydroxyde de sodium décimolaire. Le dosage suivi au pH-mètre a donné les résultats suivants :

V _b (cm ³)	0	0,5	1	2	4	5	6	7
pH	2,77	3,10	3,30	3,40	3,45	3,50	3,55	3,60
V _b (cm ³)	9	10	10,5	10,8	11	11,3	12	13
pH	3,80	4,10	4,70	6,10	8	11	11,9	12,1

1. Faire le schéma du dispositif expérimental.

2. Construire la courbe pH = f(V_b).

Echelle : 1 cm ↔ 1 unité de pH ; 1 cm ↔ 1 cm³.

3. L'acide acétylsalicylique est-il un acide fort ou faible ? Justifier la réponse.

4. Ecrire l'équation-bilan de la réaction acide-base qui se produit lors du dosage.

5. Déterminer les coordonnées du point équivalent. En déduire la concentration C_a de la solution d'aspirine.

6. Déterminer graphiquement le pK_a du couple acide-base ainsi mis en évidence.

7. Calculer le nombre de moles et la masse d'acide acétylsalicylique dans un comprimé d'aspirine.

8. Calculer les concentrations molaires volumiques de toutes les espèces chimiques présentes dans la solution qui a été dosée.

En déduire le pK_a. Comparer la valeur calculée du pK_a à celle déterminée graphiquement.

9. On dispose de trois indicateurs colorés dont on précise les zones de virage :

♦ Hélianthine : 3,1 – 4,4

♦ Rouge de phénol : 6,8 – 8,4

♦ Phénolphthaléine : 8,2 - 10

Représenter ces zones de virage sur le graphe pH = f(V_b). Quel(s) indicateur(s) coloré(s) peut-on utiliser pour suivre le dosage à défaut du pH-mètre ? Justifier votre réponse.

Donnée : M(Na) = 23 g. mol⁻¹ ; M(O) = 16 g. mol⁻¹ ; M(H) = 1 g. mol⁻¹.

EXERCICE 2: C6.1: BAC BLANC :

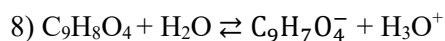
3) Acide faible à cause de l'allure de la courbe et du pH à l'équivalence.

4) $C_9H_8O_4 + OH^- \rightarrow C_9H_7O_4^- + H_2O$

5) E (V_{bE} = 11 cm³ ; pH_E = 8) ; $C_a = \frac{C_b V_b}{V_a} = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}.$

6) pK_a = 3,5.

7) $n = C_a \cdot V_a = 2,75 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$; $m = n \cdot M = 0,495 \text{ g} \approx 500 \text{ mg}.$



♦ Espèces chimiques : H_3O^+ , OH^- , $C_9H_7O_4^-$, $C_9H_8O_4$; H_2O .

♦ $[H_3O^+] = 10^{-2,77} = 1,69 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $[OH^-] = 5,9 \cdot 10^{-12} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ REN : $[C_9H_7O_4^-] = [H_3O^+] - [OH^-] = 1,69 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$;

♦ RCM : $[C_9H_8O_4] = C_a - [C_9H_7O_4^-] = 9,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$.

$pK_a = pH - \log \frac{[C_9H_7O_4^-]}{[C_9H_8O_4]} = 3,5$: valeur identique.

9) Rouge de phénol et phénolphtaléine.

EXERCICE 3: C6-6 :

L'étude envisagée a pour but de déterminer la composition d'un mélange d'acide benzoïque

$C_6H_5\text{-COOH}$ noté A et de benzoate de potassium $C_6H_5\text{-COOK}$ noté B.

Le pH du mélange est 4,0 à 25 °C.

1. A 10 cm³ du mélange, on ajoute une solution de potasse KOH de concentration molaire 0,1 mol/ L : le pH varie d'abord très lentement puis une variation importante intervient pour un volume versé de 12 cm³.

a) Ecrire l'équation bilan de la réaction chimique se produisant par addition de potasse.

b) Quelle est la signification de la variation de pH ?

c) Quelle est la concentration molaire en acide benzoïque de la solution ?

2. A 10 cm³ du mélange initial, on ajoute de l'acide chlorhydrique à 0,1 mol. L⁻¹. Le pH décroît d'abord très lentement puis une variation significative intervient pour un volume versé de 8 cm³.

a) Ecrire l'équation-bilan de la réaction chimique qui se produit par addition d'acide chlorhydrique.

b) Vers quelle limite tend le pH si on continue d'ajouter de l'acide chlorhydrique ?

c) Quelle est la concentration molaire en benzoate de potassium de la solution ?

3.a) Faire un recensement des espèces chimiques présentes dans la solution initiale.

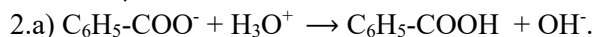
b) Calculer les concentrations molaires des différentes espèces chimiques présentes dans la solution.

c) Calculer le pK_a du couple acide/base : acide benzoïque / ion benzoate.

EXERCICE 3: C6-6 :



c) $C_a = \frac{C_b V_b}{V} = 0,12 \text{ mol. L}^{-1}$



b) Le pH tend vers 1 qui est le pH de la solution d'acide chlorhydrique.

c) $C_b = \frac{0,1 \times 8}{10} = 0,08 \text{ mol. L}^{-1}$.

3.a)

Espèces chimiques : H_3O^+ , OH^- , K^+ , $C_6H_5\text{-COO}^-$, $C_6H_5\text{-COOH}$; H_2O .

b)

♦ $[H_3O^+] = 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $[OH^-] = 10^{-14} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $[K^+] = C_b = 0,08 \text{ mol. L}^{-1}$.

♦ REN : $[C_6H_5\text{-COO}^-] = [K^+] + [H_3O^+] - [OH^-] = 0,08 \text{ mol. L}^{-1}$;

♦ RCM : $[C_6H_5\text{-COOH}] = C_a + C_b - [C_6H_5\text{-COO}^-] = 0,12 \text{ mol. L}^{-1}$.

c) $pK_a = pH - \log \frac{[C_6H_5\text{-COO}^-]}{[C_6H_5\text{-COOH}]} = 4,17$

EXERCICE 4: C6-7 : BAC BLANC :

Dans un bécher A on verse 10 cm³ d'une solution d'acide chlorhydrique et dans un bécher B, 10 cm³ d'une solution d'acide éthanóïque.

Dans une burette graduée, on verse une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire 10⁻² mol. L⁻¹.

1. Décrire un mode opératoire de dosage pH-métrique de chacune des deux solutions acides.
2. Les résultats des dosages sont regroupés dans le tableau suivant :

V (mL)	0	2	4	6	8	9	9,4	9,8
pH ₁	1,9	2	2,2	2,4	2,8	3,2	3,4	4,6
pH ₂	3,3	4,7	4,9	5,3	5,7	5,9	6,2	8,2

V (mL)	10	10,4	10,6	11	12	13	14	15
pH ₁	7	9,7	9,9	10,4	10,7	12,1	11	11,1
pH ₂	8,2	9,7	9,9	10,4	10,7	10,9	11	11,1

- a) L'une des mesures est aberrante. Laquelle ? Citer une des erreurs possibles ayant conduit à cette aberration. Corriger la valeur de la mesure aberrante.
- b) Tracer dans le même repère les courbes pH₁ = f(V) et pH₂ = f(V).
 Echelles : 1 cm ↔ 1 unité de pH ; 1 cm ↔ 1 mL.
- 3.a) Identifier la courbe correspondant au dosage de la solution du bécher A et celle correspondant au dosage de la solution du bécher B. Justifier la réponse.
- b) Déterminer la concentration molaire volumique de chacune des deux solutions acides.
- c) Déterminer le pK_a du couple acide éthanóïque / ion éthanóate.
- 4) Soit le mélange obtenu après avoir versé un volume V = 6 cm³ d'hydroxyde de sodium dans le bécher B.
- a) Faire l'inventaire des espèces chimiques présentes.
- b) Calculer leurs concentrations molaires volumiques.
- c) Calculer K_A, puis pK_A. Conclure.

EXERCICE 4: C6-7 : BAC BLANC :

2.a) La mesure aberrante est 12,1. On doit avoir 10,9 pour V = 13 mL. L'une des erreurs possibles est la mauvaise lecture ou la lecture sans avoir rendu le mélange homogène.

b) Courbes pH = f(V) :

3.a) La courbe pH₁ = f(V) correspond au dosage de la solution du bécher A car à l'équivalence, pH = 7. La courbe pH₂ = f(V) correspond au dosage de la solution du bécher B car le pH à l'équivalence est supérieur à 7 (on peut aussi dire que la courbe présente 2 points d'inflexion).

b) Solution A : $C_A = \frac{C_b V_{1E}}{V_A} = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$; solution B : $C_B = \frac{C_b V_{2E}}{V_B} = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$

c) pK_a = 4,8 (à lire à la demi-équivalence pour V₂ = 5 mL).

EXERCICE 5: C6-12 : BAC BLANC :

Dans un laboratoire d'hôpital, on veut vérifier la composition de l'«aspirine 500» en acide acétylsalicylique. Pour cela, on écrase un comprimé de cette aspirine que l'on dissout dans 500 mL d'eau. On prélève 200 mL de cette solution que l'on dose avec une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire volumique $C_b = 1,00 \cdot 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. L'opération est suivie au pH-mètre.

1. Faire un schéma annoté du dispositif expérimental.
2. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

$V_b \text{ (mL)}$	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	9,0	10,0	10,3	10,5	10,7
pH	3,1	3,3	3,5	3,7	4,1	4,4	4,7	5,0	5,2	5,7

$V_b \text{ (mL)}$	10,9	11,0	11,1	11,2	11,5	11,7	12,0	13,0	14,0	16,0
pH	6,6	7,1	8,6	9,3	9,9	10,1	10,3	10,6	10,8	11,0

2.1. Sachant que le comprimé d'aspirine contient de l'acide acétylsalicylique, un acide carboxylique, écrire l'équation-bilan du dosage en prenant pour simplifier AH comme sa formule moléculaire.

2.2. Tracer la courbe représentant la variation du pH au cours du dosage en fonction du volume V_b d'hydroxyde de sodium versé dans les 200 mL de solution d'aspirine.

Echelles : 1 cm $\leftrightarrow$ 1 mL ; 1 cm $\leftrightarrow$ 1 unité de pH.

2.3. En déduire le point d'équivalence.

2.4. Sachant que la masse molaire moléculaire de l'acide acétylsalicylique est $M = 180 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, calculer la masse m en mg de cet acide contenu dans un comprimé d'«aspirine 500».

3. On note V_{bE} le volume d'hydroxyde de sodium au point d'équivalence E. En utilisant la courbe tracée :

3.1. Donner le pH_E au point d'équivalence et les pH pour une variation de volume de 0,1 mL.

3.2. Donner le pH_I au point I de volume $V_{bI} = 5,5 \text{ mL}$ et les pH pour une variation de 0,1 mL.

3.3. Que conclure quant à la nature de la solution obtenue au point I ?

3.4. Alors, entre l'«aspirine 500» ordinaire et l'«aspirine 500» tamponnée, laquelle conseilleriez-vous à un malade ? Pourquoi ?

EXERCICE 5: C6-12 : BAC BLANC :

1) Schéma du montage : **à faire.**

2.



2.2) Courbe $\text{pH} = f(V_b)$:

2.3) E ($V_{bE} = 11,05 \text{ mL}$; $\text{pH}_E = 7,5$)

2.4) A l'équivalence, $C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{bE}$; or $C_a = \frac{m}{M V_a}$, d'où $m = \frac{M \cdot C_b \cdot V_{bE} \cdot V_a}{V_a}$

$$\text{A.N. : } m = \frac{180 \times 0,1 \times 11,05 \cdot 10^{-3} \times 0,5}{0,2} = 497,25 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 497 \text{ mg}$$

3.

3.1) On a $\text{pH}_E = 7,5$. Graphiquement, on a :

♦ Pour $V_{b1} = 11,05 - 0,1 = 10,95 \text{ mL}$; $\text{pH}_1 = 6,7$

♦ Pour $V_{b2} = 11,05 + 0,1 = 11,15 \text{ mL}$; $\text{pH}_2 = 9,2$.

3.2) On a $\text{pH}_I = 3,65$, d'où :

◆ Pour $V_{b1} = 5,5 - 0,1 = 5,4 \text{ mL}$, $\text{pH}_1 = 3,65$

◆ Pour $V_{b2} = 5,5 + 0,1 = 5,6 \text{ mL}$, $\text{pH}_2 = 3,65$

3.3) C'est une solution tampon.

3.4) On doit conseiller au malade l'«aspirine 500 » tamponnée, parce qu'elle n'augmente pas l'acidité de l'estomac.

EXERCICE 6: C6-13 : DS :

On dispose d'une série de solutions aqueuses de même concentration $C = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$.

◆ A : Solution d'acide méthanoïque HCOOH

◆ B : Solution de méthanoate de sodium HCOONa

◆ C : Solution d'hydroxyde de sodium

◆ D : Solution d'acide chlorhydrique.

Les pH mesurés à 25°C sont, dans l'ordre croissant : 2,0 ; 2,9 ; 7,0 ; 7,9 ; 12,0.

1.

1.1. Attribuer, en justifiant brièvement le choix, à chacune des solutions A, B, C, D, E, la valeur du pH qui lui correspond.

1.2. Calculer les concentrations en mol. L^{-1} , des espèces chimiques dans la solution A et en déduire le pK_a du couple $\text{HCOOH} / \text{HCOO}^-$.

2. On mélange 20 cm^3 de la solution A et 20 cm^3 de la solution B. Le pH du mélange obtenu F est 3,75. Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques contenues dans la solution F.

3. On fait tomber progressivement la solution C dans 20 cm^3 de la solution A.

3.1. Quelle est la réaction chimique qui se produit ?

3.2. Quel volume de la solution C faut-il verser pour obtenir un mélange ayant même pH que la solution F, soit 3,75 ?

3.3. Donner l'allure, en précisant les points importants, du graphe $\text{pH} = f(V_C)$, V_C étant le volume de solution C ajouté.

EXERCICE 6: C6-13 : DS :

1.

1.1)

◆ E : $\text{pH} = -\log C = 2,0$ car monoacide fort

◆ D : $\text{pH} = 7,0$: solution neutre à 25°C

◆ A : $\text{pH} = 2,9$: monoacide faible, donc $\text{pH} < 7$ et $\text{pH} \neq -\log C$

◆ B : $\text{pH} = 7,9$: monobase faible, donc > 7 et $\text{pH} \neq 14 + \log C$.

1.2) $\text{HCOOH} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{HCOO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$; $2\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}^-$

◆ Espèces chimiques : H_3O^+ , OH^- , HCOO^- , HCOOH ; H_2O .

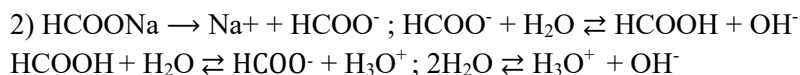
◆ $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$

◆ $[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 7,94 \cdot 10^{-12} \text{ mol. L}^{-1}$

◆ REN : $[\text{HCOO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] - [\text{OH}^-] = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$;

◆ RCM : $[\text{HCOOH}] = C - [\text{HCOO}^-] = 8,74 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$.

$\text{pK}_a = \text{pH} - \log \frac{[\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]} = 4,4$.



♦ Espèces chimiques : H_3O^+ , OH^- , Na^+ , HCOO^- , HCOOH ; H_2O .

♦ $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 1,78 \cdot 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 5,62 \cdot 10^{-11} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $[\text{Na}^+] = \frac{C_b V_b}{V_a + V_b} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ REN : $[\text{HCOO}^-] + [\text{OH}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+]$

$\Rightarrow [\text{HCOO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] - [\text{OH}^-] = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$;

♦ RCM : $\frac{C V_a + C V_b}{V_a + V_b} = [\text{HCOOH}] + [\text{HCOO}^-] = C$, d'où $[\text{HCOOH}] = C - [\text{HCOO}^-] = 4,82 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$.

3.

3.1) C'est une réaction acido-basique d'équation : $\text{HCOOH} + \text{OH}^- \rightarrow \text{HCOO}^- + \text{H}_2\text{O}$

3.2) **Volume V_C à verser :**

♦ Espèces chimiques : H_3O^+ , OH^- , Na^+ , HCOO^- , HCOOH ; H_2O .

♦ $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 1,78 \cdot 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 5,62 \cdot 10^{-11} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $[\text{Na}^+] = \frac{C V_C}{V_a + V_C}$

♦ REN : $[\text{HCOO}^-] + [\text{OH}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+]$

$\Rightarrow [\text{HCOO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{Na}^+] - [\text{OH}^-] = \frac{C V_C}{V_a + V_C} + 1,78 \cdot 10^{-4}$

♦ RCM : $\frac{C V_C}{V_a + V_C} = [\text{HCOOH}] + [\text{HCOO}^-]$ d'où $[\text{HCOOH}] = \frac{C(V_a - V_C)}{V_a + V_C} - 1,78 \cdot 10^{-4}$

$r = \frac{[\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]} = \frac{C V_C + 1,78 \cdot 10^{-4} (V_C + V_A)}{C(V_A - V_C) - 1,78 \cdot 10^{-4} (V_A + V_C)} = 10^{\text{pH} - \text{pK}_a} = 1,02$. On trouve $V_C = \mathbf{9,6 \text{ cm}^3}$ avec $V_A = 20 \text{ cm}^3$.

3.3) Allure de la courbe : **acide faible + base forte**

CINEMATIQUE

EXERCICE 1 : GADO : P1.3

Les coordonnées cartésiennes d'un point mobile dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont :

$$\begin{cases} x = 2t^2 - 2 \\ y = t^2 + 1 \end{cases} \quad x \text{ et } y \text{ en m}$$

1. Donner l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
2. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire. En déduire la nature de la trajectoire.
3. Représenter la trajectoire entre les dates $t_0 = 0$ s et $t_1 = 3$ s.
Echelle : 1 cm pour 2 m. Situer le point mobile sur la trajectoire à la date $t_2 = 2$ s.
4. Donner les caractéristiques (composantes et module) des vecteurs -vitesse et accélération du mobile à l'instant t . Faire l'application numérique pour $t_2 = 2$ s.
5. Quelle est la distance parcourue par le point mobile pendant la durée $t_2 - t_0$?
 Quelle est sa vitesse moyenne pendant cette durée ?
6.
 6.1. Déterminer l'expression de l'abscisse curviligne S du point mobile à un instant t quelconque en prenant comme origine des abscisses curvilignes la position du mobile à l'instant t_0 .
 6.2. Utiliser cette expression pour calculer la distance parcourue par le point mobile au bout de 2 s.

EXERCICE 1 : P.3

- 1) $\overrightarrow{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} = (2t^2 - 2) \vec{i} + (t^2 + 1) \vec{j}$.
- 2) En éliminant le temps t entre les deux équations horaires, on a : $y = \frac{1}{2}x + 2$: trajectoire rectiligne.
- 3) Courbe $y = f(x)$:

t	0s	3s
x	- 2	16
y	1	10
M	M_0	M_1

- 4)
 ♦ A la date t : $\vec{v} \begin{cases} v_x = 4t \\ v_y = 2t \end{cases}$; $v = \sqrt{(4t)^2 + (2t)^2} \Rightarrow v = 2\sqrt{5} t$
 ♦ A la date t : $\vec{a} \begin{cases} a_x = 4 \\ a_y = 2 \end{cases}$; $a = \sqrt{4^2 + 2^2} \Rightarrow a = 4,47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
 ♦ A la date $t_2 = 2$ s ; $v = 4,47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $a = 4,47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- 5) A la date $t_2 = 2$ s, on a le point M_2 de coordonnées $x_2 = 6$ m et $y_2 = 5$ m.
 $d(M_0M_2) = \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2} = \sqrt{(6 + 2)^2 + (5 - 1)^2} = 8,94 \text{ m}$;
 $V_m = \frac{d(M_0M_2)}{t_2 - t_0} = 4,47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- 6.a) $s(t) = d(M_0M) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} = \sqrt{5} t$
 b) Pour $t = 2$ s : $d = \sqrt{5} \times 2 = 8,94 \text{ m}$

EXERCICE 2: GADO : P 6

Une bille B est lancée verticalement avec une vitesse $\vec{V}_0 = 15 \cdot \vec{i}$ à partir de l'origine O d'un repère $(O, \vec{i})$ vertical ascendant . Le point O est situé à 2 m du sol. La bille est soumise à l'accélération

$\vec{a} = -10\vec{i}$.

1. Ecrire la loi horaire du mouvement de la bille.
2. Exprimer la vitesse V_x de la bille en fonction de t .
3. Quelle est l'abscisse du point culminant atteint par la bille ?
4. Quelles sont les abscisses x_1 et x_2 des positions de la bille aux instants $t_1 = 1$ s et $t_2 = 2$ s et les vitesses V_{1x} et V_{2x} à ces deux dates ? Préciser à chaque fois le sens d'évolution de la bille.
5.
 - 5.1. A quelle date et avec quelle vitesse algébrique la bille repassera-t-elle au point O ?
 - 5.2. Quel est alors son vecteur -vitesse $\vec{v}$?
6.
 - 6.1. Combien de temps après son lancement touchera-t-elle le sol situé à 2 m en dessous du point O ?
 - 6.2. Calculer la norme de la vitesse de la bille juste avant le choc sur le sol.

EXERCICE 2: P 6

- 1) $x = \frac{1}{2}a_x.t^2 + V_{0x}t + x_0$; $a_x = -10$; $V_{0x} = 15$ et $x_0 = 0$, donc $x = -5t^2 + 15t$.
- 2) $V_x = \frac{dx}{dt} = -10t + 15$.
- 3) Au point culminant, $V_x = 0 \Leftrightarrow -10t + 15 = 0 \Rightarrow t = 1,5$ s. On a alors $x_{\max} = -5(1,5)^2 + 15 \times 1,5 \Rightarrow x_{\max} = 11,25$ m.
- 4)
 - ♦ A $t = 1$ s, on a $x_1 = 10$ m et $V_{1x} = 5$ m. s⁻¹ : même sens que $\vec{i}$;
 - ♦ A $t = 2$ s, on a $x_2 = 10$ m et $V_{2x} = -5$ m. s⁻¹ : sens contraire de $\vec{i}$.
5.
 - a) Au passage par O : $x = -5t^2 + 15t = 0$, d'où $t = 3$ s $\Rightarrow V_x = -15$ m. s⁻¹.
 - b) $V_x = -10t + 15 = -10 \times 3 + 15 = -15 \Rightarrow \vec{V} = -15\vec{i}$
6.
 - a) Au sol, $x = -5t^2 + 15t = -2$, d'où $t = 3,12$ s.
 - b) $V_x = -10t + 15 = -10 \times 3,12 + 15 = -16,2 \Rightarrow V = 16,2$ m. s⁻¹.

EXERCICE 3 : GADO : P.7

1. Une automobile décrit une trajectoire rectiligne dans un repère (O, $\vec{i}$). Son accélération est constante. A l'instant $t_0 = 0$ s, l'automobile part d'un point M_0 . A l'instant $t_1 = 3$ s, l'automobile passe par le point M_1 d'abscisse $x_1 = 59$ m à la vitesse algébrique $V_{1x} = 6$ m. s⁻¹. Elle arrive ensuite au point M_2 d'abscisse $x_2 = 150$ m à la vitesse algébrique $V_{2x} = 20$ m. s⁻¹.
 - 1.1. Etablir l'équation horaire du mouvement de l'automobile.
 - 1.2. A quel instant t_2 l'automobile passe-t-elle par le point M_2 ?
 - 1.3. Calculer la longueur ℓ du trajet effectué par l'automobile pendant la phase d'accélération dont la durée est fixée à 20 s.
2. A la date $T = 1$ s, une moto se déplaçant sur la même droite à la vitesse $V'_x = 20$ m. s⁻¹ passe par le point M' d'abscisse $x' = -5$ m. Pendant toute la durée du mouvement fixée à 20 s, la moto va d'abord dépasser l'automobile ; ensuite l'automobile va rattraper la moto.
Déterminer :
 - 2.1. L'équation horaire du mouvement de la moto dans le repère (O, $\vec{i}$) ;
 - 2.2. Les dates des dépassements ;
 - 2.3. Les abscisses des dépassements ;

2.4. La vitesse d parcourue par la moto entre les dates $T = 1 \text{ s}$ et la date où elle dépasse l'automobile.

EXERCICE 3 : P.7

1.

$$1.1) x = \frac{1}{2}a_x.t^2 + V_{0x}t + x_0 ; a_x = \frac{V_{2x}^2 - V_{1x}^2}{2(x_2 - x_1)} = 2 \text{ m. s}^{-2}; V_{1x} = a_x.t_1 + V_{0x} ; \text{d'où } V_{0x} = V_{1x} - a_x.t_1 = 0 ;$$

$$x_1 = \frac{1}{2}a_x.t^2 + x_0 = 59 \text{ m} \Rightarrow x_0 = 59 - t_1^2 = 59 - 3^2 = 50 \text{ m.}$$

$$x = \frac{1}{2}a_x.t^2 + V_{0x}t + x_0 \Leftrightarrow x = t^2 + 50.$$

$$1.2) \text{ Au point } M_2, \text{ on a : } x_2 = 150 = t_2^2 + 50 \Rightarrow t_2 = 10 \text{ s.}$$

$$1.3) \text{ Aux dépassements, } x = x_m, \text{ donc } t^2 + 50 = 20t \text{ A } t = 20 \text{ s, } x = 20^2 + 50 = 450\text{m, d'où}$$

$$\ell = x - x_0 = 450 - 50 ; \Rightarrow \ell = 400 \text{ m.}$$

2.

$$2.1) \text{ Soit } x_m, \text{ l'abscisse de la moto : } x_m = 20(t - T) + x' = 20(t - 1) - 5 \Rightarrow x_m = 20t - 25.$$

$$2.2) x = x_m \Rightarrow t^2 + 50 = 20t - 25 \Leftrightarrow t^2 - 20t + 75 = 0.$$

La résolution de cette équation donne les dates $t'_1 = 5 \text{ s}$ et $t'_2 = 15 \text{ s}$. La moto dépasse l'automobile à la date $t'_1 = 5 \text{ s}$ et l'automobile rattrape la moto à la date $t'_2 = 15 \text{ s}$.

2.3)

$$\blacklozenge \text{ A } t'_1 = 5 \text{ s : } x'_1 = 75 \text{ m}$$

$$\blacklozenge \text{ A } t'_2 = 15 \text{ s : } x'_2 = 275 \text{ m.}$$

$$2.4) d = x_m - x' = 80 \text{ m}$$

$$2^{\text{ème}} \text{ méthode : } d = x_m - x' = 20(t - 1) = 20 \times 4 = 80 \text{ m.}$$

EXERCICE 4 : GADO : P.8

1. Une automobile roule sur une route droite à la vitesse constante de 108 km. h^{-1} . Soudain, le conducteur perçoit à 150 m devant lui un panneau de limitation de vitesse à 60 km. h^{-1} . Le conducteur actionne le frein et atteint le panneau avec la vitesse de 45 km. h^{-1} .

1.1. Donner les caractéristiques (sens et intensité) du vecteur- accélération supposé constant de l'automobile durant la phase de ralentissement.

1.2. Calculer le temps mis par le conducteur pour atteindre le panneau à partir du début de freinage.

2. Quelles devraient être l'accélération algébrique de l'automobile et la durée du freinage pour que le conducteur atteigne le panneau à la vitesse de 60 km. h^{-1} ?

3. En réalité, le conducteur commence par freiner $0,8 \text{ s}$ après avoir vu le panneau. Il impose à son véhicule l'accélération calculée au 1.1.

Avec quelle vitesse arrive-t-il au niveau du panneau ? Est-il en infraction ?

4. Le conducteur maintient constante après le panneau la vitesse précédemment calculée. A cette vitesse, il doit négocier un virage de rayon $R = 150 \text{ m}$.

4.1. Déterminer les caractéristiques (sens et intensité) du vecteur- accélération pendant le virage.

4.2. Calculer la durée du virage si on l'assimile à un quart de cercle.

EXERCICE 4 : P.8

1.

$$1.1) a_x = \frac{V_f^2 - V_i^2}{2d} = -2,48 \text{ m. s}^{-2} ; \text{ le vecteur } \vec{a} \text{ a le sens contraire du mouvement. Son intensité est}$$

$$a = 2,48 \text{ m. s}^{-2}.$$

$$1.2) V_f = a_x \cdot t + V_i \Rightarrow t = \frac{V_f - V_i}{a_x} = 7 \text{ s}$$

$$2) a'_x = \frac{V_f^2 - V_i^2}{2d} = -2,07 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; t' = \frac{V_f - V_i}{a_x} = 6,4 \text{ s}.$$

3)

♦ Distance parcourue avant le freinage : $d = v_1 \cdot t = 24 \text{ m}$;

♦ Distance parcourue pendant le freinage : $d' = 150 - 24 = 126 \text{ m}$.

♦ Vitesse au niveau du panneau : $V^2 - V_1^2 = 2 a_x \cdot d'$ d'où $V = 16,58 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 59,7 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} < 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$: il n'est pas en infraction.

4.

4.1) $\vec{a} = a_n \cdot \vec{n} + a_t \cdot \vec{\tau}$ avec $a_t = 0$ car la vitesse est constante : $\vec{a} = a_n \cdot \vec{n}$: le vecteur $\vec{a}$ est centripète.

$$a = a_n = \frac{V^2}{R} = 1,83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

$$4.2) s = \frac{2\pi R}{4} = V \cdot t \text{ d'où } t = 14,2 \text{ s}$$

EXERCICE 5 : GADO : P.10

Un automobiliste effectue une liaison entre deux stations A et B sur un tronçon d'autoroute rectiligne x'Ox. Les deux stations sont séparées par la distance $AB = d = 900 \text{ m}$. L'automobiliste démarre de la station A avec une accélération constante $a_1 = 0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Au bout d'une durée t_1 , jugeant sa vitesse suffisante pour pouvoir atteindre la station B, l'automobiliste coupe définitivement le moteur. Différentes forces de frottement ralentissent le mouvement qui s'effectue avec une décélération de valeur absolue $a_2 = 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Calculer les durées t_1 et t_2 des deux phases de parcours.
2. Calculer les distances d_1 et d_2 parcourues au cours de ces deux phases.
3. Déterminer la vitesse maximale de l'automobiliste et sa vitesse moyenne entre les deux stations.
4. Représenter graphiquement la fonction $V_x = f(t)$.

EXERCICE 5 : P.10

1)

♦ Pour la 1^{ère} phase : $x_1 = d_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2$ et $v_1 = a_1 t_1$.

♦ Pour la 2^{ème} phase : $x_2 = d_2 = -\frac{1}{2} a_2 t_2^2 + v_1 t_2$ et $v_2 = -a_2 t_2 + v_1$

♦ A la fin : $v_2 = 0 \Rightarrow a_2 \cdot t_2 = v_1 = a_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{a_2 t_2}{a_1}$.

♦ On remplace $v_1 = a_2 \cdot t_2$ dans l'expression de x_2 et t_1 dans l'expression de x_1 et on pose $d = x_1 + x_2$, ce

qui conduit à : $t_2 = \sqrt{\frac{2a_1 d}{a_1 a_2 + a_2^2}} = 120 \text{ s}$ et $t_1 = 30 \text{ s}$.

2) $d_1 = 180 \text{ m}$ et $d_2 = 720 \text{ m}$.

3) $V_{\max} = a_1 t_1 = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $V_m = \frac{d}{t_1 + t_2} = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

EXERCICE 6 : GADO : P.11

1. Une bille B_1 est lancée verticalement vers le haut à partir de l'origine O d'un repère (O, $\vec{i}$), avec une vitesse initiale d'intensité $V_0 = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; son vecteur-accélération est $\vec{a}$, dirigé vers le bas (on prendra $a = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$) ; le repère (O, $\vec{i}$) est vertical ascendant.

1.1. Ecrire l'équation horaire du mouvement de B_1 en prenant comme origine des temps l'instant du lancement.

- 1.2. Quelle est l'altitude maximale atteinte ? Quelle est la durée de l'ascension ?
2. Une seconde après le départ de B₁, on lance une bille B₂ d'un point A situé à 3 m au dessous de O avec la même vitesse et la même accélération.
- 2.1. Ecrire l'équation horaire du mouvement de B₂ dans le même repère.
- 2.2. A quel instant et à quelle altitude B₁ et B₂ se rencontrent-elles ?
- 2.3. Quelles sont les vitesses de B₁ et B₂ juste avant la rencontre ?
- 2.4. Dans quel sens évolue chaque bille juste avant le choc ?
3. On laisse tomber la bille B₁ en chute libre avec une vitesse initiale nulle sur une profondeur h dans un puits de mine avec la même accélération.
- 3.1. La durée de la chute est de 7,0 s. Calculer la profondeur h et la vitesse v avec laquelle la bille arrive au fond du puits.
- 3.2. Au bout de combien de temps après le lâcher perçoit-on le bruit du choc au fond du puits ? La vitesse du son dans l'air vaut $V = 340 \text{ m. s}^{-1}$.

EXERCICE 6 : P.11

1.

1.1) En orientant l'axe x'x vers le haut, on $x_1 = \frac{1}{2}a_x.t^2 + V_{0x}t + x_0$; $a_x = -10 \text{ m. s}^{-2} \Rightarrow x_1 = -5t^2 + 15t$.

1.2) $h_{\max} = -\frac{V_0^2}{2a_x} = 11,25 \text{ m}$; $x = a_x t + V_0 = 0 \Rightarrow t = 1,5 \text{ s}$.

2.

2.1) $x_2 = \frac{1}{2}a_x.(t-1)^2 + V_{0x}(t-1) + x_A = -5(t-1)^2 + 15(t-1) - 3 \Rightarrow x_2 = -5t^2 + 25t - 23$.

2.2)

♦ Instant de rencontre : $x_1 = x_2 \Leftrightarrow -5t^2 + 15t = -5t^2 + 25t - 23 \Rightarrow t = 2,3 \text{ s}$.

♦ Altitude du lieu de rencontre : $h = 8,05 \text{ m}$.

2.3)

♦ $x_1 = -5t^2 + 15t \Rightarrow v_{1x} = -10t = 15$; pour $t = 2,3 \text{ s}$: $v_{1x} = -8 \text{ m. s}^{-1}$.

♦ $x_2 = -5t^2 + 25t - 23 \Rightarrow v_{2x} = -10t + 25$; pour $t = 2,3 \text{ s}$: $v_{2x} = 2 \text{ m. s}^{-1}$.

2.4)

B₂ monte et B₁ descend ;

3.

3.1) $h = \frac{1}{2}at_1^2 = 245 \text{ m}$; $v = \sqrt{2ah} = 70 \text{ m. s}^{-1}$

3.2) $t = t_1 + t_2 = t_1 + \frac{h}{v} = 7,7 \text{ s}$

EXERCICE 7 : GADO : P.9

Un mobile est animé d'un mouvement de translation rectiligne dans un repère (O, $\vec{i}$). Le mouvement comporte deux phases dont la 1^{ère} dure 30 s. Un chronomètreur a relevé la vitesse en fonction du temps. Après conversion on obtient le tableau suivant :

t en s	0	10	20	30	40	50	100	150
v en m. s ⁻¹	0	4	8	12	11	10	5	0

1. Tracer le graphique $v = f(t)$. Echelle 1 cm $\leftrightarrow$ 4 m. s⁻¹ ; 1 cm $\leftrightarrow$ 10 s.

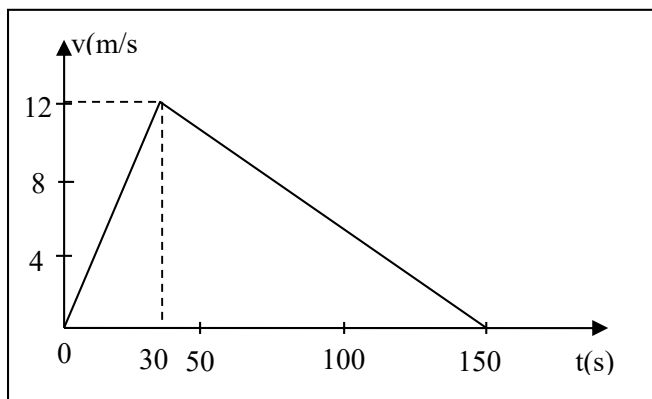
2. Etablir l'équation horaire du mouvement pour chaque phase. Préciser la nature du mouvement pendant chaque phase. La position du mobile est repérée à chaque instant par son abscisse x comptée à partir de l'origine O du repère.

3.

- 3.1. Calculer la longueur du trajet parcouru par le mobile pendant toute la durée du mouvement.
- 3.2. Montrer que cette distance est représentée par l'aire de la figure donnée par le graphique $v = f(t)$.
4. Quelle est la distance parcourue par le mobile à la date $t = 60$ s ? Quelle est alors sa vitesse ?

EXERCICE 7 : GADO : P.9 :

1) Courbe $v = f(t)$:



2)

◆ 1^{ère} phase :

$$x = \frac{1}{2}a_x \cdot t^2 + V_{0x}t + x_0$$

avec $V_{0x} = 0$ et $x_0 = 0$ et $a_x = \frac{V_f}{t} = \frac{12}{30} = 0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré d'équation $x = 0,2 t^2$ avec $0 \leq t \leq 30$ s.

◆ 2^{ème} phase :

$$x = \frac{1}{2}a'_x (t - 30)^2 + V'_{0x} (t - 30) + x'_0$$

avec $a'_x = \frac{\Delta V_x}{\Delta t} = \frac{-12}{150-30} = -0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $V'_{0x} = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $x'_0 = d_1 = 0,2 \times 30^2 = 180 \text{ m}$: le mouvement est rectiligne uniformément retardé d'équation : $x = -0,05 (t - 30)^2 + 12(t - 30) + 180$ avec $30 \text{ s} \leq t \leq 150 \text{ s}$

3.

3.1) A $t = 150$ s, $x = d = 900$ m

3.2) La figure obtenue est un triangle dont l'aire est $A = \frac{HI}{2}$; la distance est donc $d = \frac{12 \times 150}{2} = 900$ m.

4) A $t = 60$ s, $d = -0,05 (60 - 30)^2 + 12(60 - 30) + 180 = 495$ m et $v = 9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

EXERCICE 8: P.4

La position d'un point matériel se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est définie à chaque instant par les équations paramétrique suivantes :

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = -5t^2 + 2t \end{cases}$$

avec $t \geq 0$.

Le point matériel est mis en mouvement à la date $t = 0$.

1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

2. Donner les caractéristiques (composantes et module) du vecteur -vitesse à un instant t quelconque. Calculer la vitesse du mobile au début du mouvement.

3.

3.1. Déterminer le vecteur- vitesse du point matériel lorsque celui- ci passe par son ordonnée maximale $y_{\max}$ qu'on calculera.

3.2. Quelle est l'abscisse du point dont l'ordonnée est maximale ?

4.

4.1 A quelle date le point matériel passe-t-il par le point M_0 d'ordonnée nulle ?

4.2. Quelle l'abscisse de ce point ?

4.3. Quelle est la vitesse du mobile à cet instant ?

5.

5.1. Déterminer les coordonnées du point matériel 1 s après le début du mouvement.

5.2. Quelle est alors sa vitesse ?

EXERCICE 8: P.4

1) En éliminant le temps t entre les deux équations, on a : $y = -\frac{5}{4}x^2 + x$.

2)

◆ Composantes de : $\vec{v} \begin{cases} v_x = 2 \\ v_y = -10t + 2 \end{cases}$;

◆ Module : $v = \sqrt{(2)^2 + (-10t + 2)^2} \Rightarrow v = \sqrt{100t^2 - 40t + 8}$

◆ Au début du mouvement : $t = 0$ et $V_0 = \sqrt{8} = 2,83 \text{ m. s}^{-1}$.

3.

3.1)

◆ A l'ordonnée maximale, $V_y = -10t + 2 = 0 \Rightarrow t = 0,2 \text{ s}$. Le vecteur-vitesse est $\vec{V} = 2. \vec{i}$.

◆ L'ordonnée maximale est : $y_{\max} = -5 \times 0,2^2 + 2 \times 0,2 \Rightarrow y_{\max} = 0,2 \text{ m}$.

3.2) L'abscisse est : $x = 2 \times 0,2 = 0,4 \text{ m}$.

4.

4.1) Pour $y = 0$, on a : $t = 0,4 \text{ s}$, $x = 0,8 \text{ m}$

4.2) $v = 2,83 \text{ m. s}^{-1}$.

5.

5.1) A $t = 1 \text{ s}$, on a : $\vec{OM} (x_1 = 2 ; y_1 = -3)$

5.2) $v = 8,25 \text{ m. s}^{-1}$.

EXERCICE 9: P.13 : DS

La position d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est déterminée à chaque instant par les équations horaires suivantes :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = R \cos(\omega t + \varphi) \\ y = R \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \text{ avec } R = 8 \text{ cm et } \omega = 2\pi \text{ rad. s}^{-1}.$$

1. Déterminer φ sachant qu'à l'instant $t = 0$ s, le mobile se trouve au point M_0 de coordonnées $x_0 = 0$ et $y_0 = R$.
- 2) 2.1. Montrer que la valeur de la vitesse du mobile est constante.
- 2.2. Montrer que la valeur de l'accélération du mobile est constante.
- 2.3. Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile.
- 2.4. En déduire la nature du mouvement du mobile.
- 3) 3.1. Montrer que les vecteurs accélération et position sont colinéaires.
- 3.2. En déduire le sens du vecteur -accélération.
- 4) 4.1. Représenter la trajectoire du mobile dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ à l'échelle 1/4.
- 4.2. Placer sur cette trajectoire les positions M_0, M_1, M_2, M_3 du mobile qui correspondent respectivement aux instants $t_0 = 0$ s, $t_1 = 0,25$ s et $t_3 = 2/3$ s.

EXERCICE 9: P.13 : DS

$$1) \text{ A } t = 0, x_0 = 0 \text{ et } y_0 = R \Rightarrow \begin{cases} 0 = R \cos \varphi & (1) \\ R = R \sin \varphi & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow \sin \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

2.

$$2.1) \vec{v} \begin{cases} v_x = -R\omega \sin(\omega t + \varphi) \\ v_y = R\omega \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} ; v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2} = R \omega = \text{cte.}$$

$$2.2) \vec{a} \begin{cases} a_x = -R\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) \\ a_y = R\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} ; a = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2} = R \omega^2 = \text{cte.}$$

$$2.3) x^2 + y^2 = R^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + R^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = R^2 [\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi)] = R^2.$$

$$\text{Donc : } x^2 + y^2 = R^2.$$

2.4) Mouvement circulaire uniforme.

3.

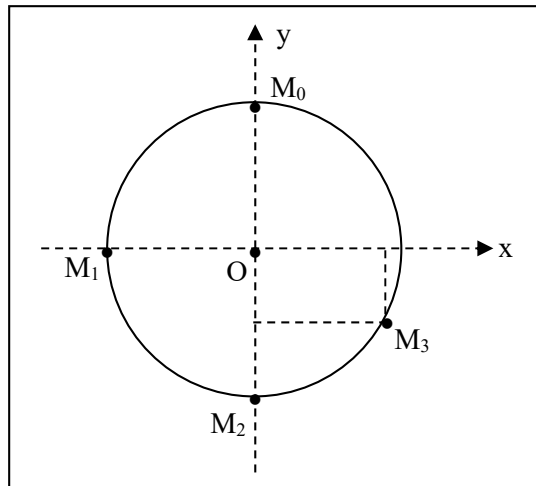
$$3.1) \vec{a} \begin{cases} a_x = -R\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \\ a_y = -R\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \Leftrightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = -\omega^2 R \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x \\ a_y = -\omega^2 R \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \vec{a} = -\omega^2 \cdot \overrightarrow{OM} : \text{donc } \vec{a} \text{ et } \overrightarrow{OM} \text{ sont colinéaires.}$$

3.2) $\vec{a}$ est centripète.

4.

4.1)



4.2)

Point	M_0	M_1	M_2	M_3
t (s)	0	0,25	0,5	2/3
x	0	-R	0	0,866R
y	R	0	-R	-0,5R

MOUVEMENT DU CENTRE D'INERTIE D'UN SOLIDE :

EXERCICE 1: Exo. d'application p. 133 :

Un solide de masse $m = 2 \text{ kg}$, abandonné en A sans vitesse initiale, glisse le long de la ligne de plus grande pente AB d'un plan incliné faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale. Les forces de frottements sont équivalentes à une force $\vec{f}$ constante d'intensité $f = 2 \text{ N}$. On prendra $g = 10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

1. Utiliser le théorème du centre d'inertie pour calculer l'accélération a du solide.
2. Utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour calculer la distance nécessaire pour que la vitesse du solide passe de la valeur $v_1 = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ acquise à l'instant t_1 à la valeur $v_2 = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ acquise à l'instant t_2 .
3. Montrer que cette distance peut être calculée en utilisant une autre relation.

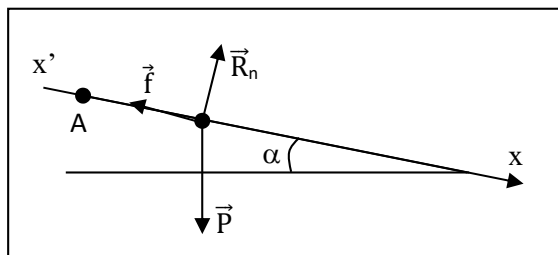
EXERCICE 1: Exo. d'application p. 133 :

1)

- ◆ Système: le mobile S de masse m
- ◆ Référentiel : terrestre supposé galiléen
- ◆ Repère : $(x'x)$
- ◆ Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du mobile, la réaction normale $\vec{R}_n$ du support et la force de frottement $\vec{f}$.
- ◆ Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m \vec{a}$

Projection sur l'axe Ox: $mg \sin \alpha - f = ma_x \Rightarrow a_x = g \sin \alpha - \frac{f}{m} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

En module : $a = \sqrt{a_x^2} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



2) $E_{c2} - E_{c1} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_n) + W(\vec{f})$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = mgd \sin \alpha + 0 - f \cdot d, \text{ où } d \text{ est la distance parcourue.}$$

$$\Rightarrow d = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(g \sin \alpha - \frac{f}{m})} = 2,6 \text{ m.}$$

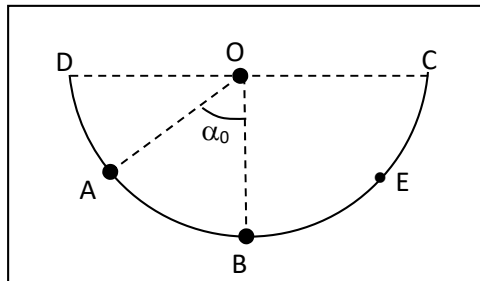
3) Le mouvement du solide étant rectiligne uniformément varié, la relation indépendante du temps permet d'obtenir le résultat précédent.

$$\text{On a : } v_{2x}^2 - v_{1x}^2 = 2ax(x_2 - x_1) \text{ avec } x_2 - x_1 = d.$$

$$\text{Il vient alors : } x_2 - x_1 = d = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a_x} = 2,6 \text{ m.}$$

EXERCICE 2: P2.7

Un solide de petites dimensions, considéré comme un point matériel, de masse $m = 20 \text{ g}$ glisse sans frottement à l'intérieur d'une demi-sphère de centre O et de rayon $r = 8 \text{ cm}$ en un lieu où $g = 9,8 \text{ N/kg}$. Au cours de son mouvement, la position du solide est repérée par l'angle α que fait la verticale passant par O avec OA .



1. On lâche le solide sans vitesse initiale d'un point A caractérisé par l'angle $\alpha_0 = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = 30^\circ$.

1.1. Représenter clairement les forces appliquées au solide au point A.

1.2. Donner les caractéristiques du vecteur- vitesse $\vec{V}_B$ du solide au passage par le point B situé au fond de la demi- sphère.

1.3. Donner les caractéristiques du vecteur- accélération $\vec{a}$ du solide au passage par le point B. Préciser ses composantes normale et tangentielle.

1.4. Calculer l'intensité de la réaction $\vec{R}$ de la demi- sphère sur le solide en B.

2. On veut que le solide atteigne le point C situé dans le plan horizontal passant par le point O.

2.1. Avec quelle vitesse minimale doit-on le lancer depuis le point A pour qu'il atteigne C ?

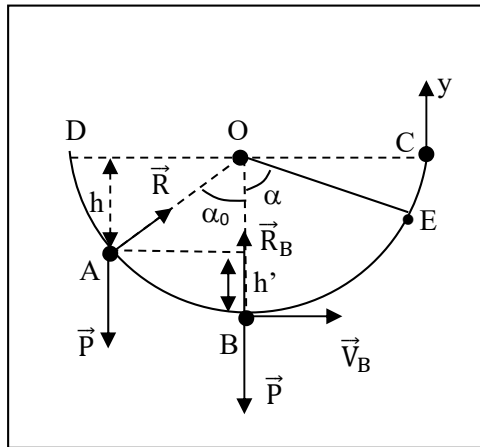
2.2. En réalité $v_A = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; que se passe-t-il ? Etablir l'équation horaire du mouvement du solide au- delà du point C. De combien s'élèvera-t-il au-dessus du plan horizontal passant par le point C ?

3. Le solide, lancé du point A avec une vitesse initiale $v_A = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, atteint un point E situé entre B et C puis rebrousse chemin. Calculer l'angle $\alpha = (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OE})$ que fait la verticale passant par O avec OE.

EXERCICE 2: P2.7

1.

1.1) ♦ Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du mobile et la réaction $\vec{R}$ du support



1.2)

Théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = mgh' + 0 = mgr(1 - \cos\alpha_0) = mgr(1 - \cos\alpha_0)$$

$$\Rightarrow V_B = \sqrt{2gr(1 - \cos\alpha_0)}.$$

$$\vec{V}_B \begin{cases} \text{♦ direction: tangente à la trajectoire} \\ \text{♦ sens: celui du mouvement} \\ \text{♦ module: } V_B = \sqrt{2gr(1 - \cos\alpha_0)} \end{cases}$$

1.3) $\vec{a} = a_n \cdot \vec{n} + a_\tau \cdot \vec{\tau}$ avec $a_n = \frac{V_B^2}{r} = 2,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $a_\tau = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

$$\vec{a} \begin{cases} \text{♦ direction: colinéaire au rayon OB} \\ \text{♦ sens: de B vers O (radial centripète)} \\ \text{♦ module: } a = a_n = 2,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{cases}$$

1.4) TCI : $\vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}$

Sur un axe orienté vers le haut : $-mg + R = m \cdot a \Rightarrow R = mg + ma \Rightarrow \mathbf{R = m(g + a) = 0,25 \text{ N}}$.

2.

2.1) Théorème de l'énergie cinétique entre A et C :

$$\frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = -mgh + 0 = -mgr\cos\alpha_0 \Rightarrow V_A^2 = V_C^2 + 2gr\cos\alpha_0$$

V_A est minimale si $V_C = 0$, d'où $\mathbf{V_{A_{min}} = \sqrt{2gr \cos \alpha_0} = 1,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$.

2.2)

♦ Le mobile va dépasser le point C et continuer son mouvement avec une trajectoire verticale.

♦ Au-delà de C, on a : TCI : $\vec{P} = m \vec{a}$.

Projection sur Cy : $a_y = -g$

$y = \frac{1}{2}a_y t^2 + V_{0y}t + y_0$ avec $V_{0y} = V_C = \sqrt{V_A^2 - 2gr \cos \alpha_0}$ et $y_0 = 0$. Donc l'équation horaire de la trajectoire est : $\mathbf{y = -4,9t^2 + 1,62 t}$.

♦ $V^2 - V_C^2 = 2 \cdot a_y d \Rightarrow d = \frac{-V_C^2}{-2g} = 0,13 \text{ m} = 13 \text{ cm}$.

$$3) \frac{1}{2}mV_E^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = -mgH = -mg(r\cos\alpha_0 - r\cos\alpha) \text{ avec } V_E = 0$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \cos\alpha_0 - \frac{V_A^2}{2gr} = 0,228 \Rightarrow \alpha = 76,8^\circ.$$

EXERCICE 3: P2.11 : INFAS :

Dans les fêtes foraines, il y a parfois des stands où il est possible de montrer ses qualités athlétiques. Dans l'un d'entre eux, il s'agit de propulser à une certaine hauteur h un petit chariot de masse m qui peut se déplacer sur deux rails parallèles. Le schéma ci-dessous en donne le profil dans un plan vertical. Les rails comportent quatre parties :

- ♦ une portion horizontale AB,
- ♦ un premier arc de cercle BC ;
- ♦ une partie rectiligne CD ;
- ♦ un dernier arc de cercle DE de rayon r , de centre O situé sur l'horizontale $\overrightarrow{AB}$. E est alors sur la verticale passant par O à une hauteur $h = r$ au-dessus de O . Le chariot est considéré comme ponctuel.

1. On lance le chariot en exerçant, entre A et B, une force constante $\vec{F}$ de même sens que $\overrightarrow{AB}$. Entre A et E, le chariot glisse le long du guide ; il est soumis à des forces de frottement équivalentes à une force constante $\vec{f}$, opposée au vecteur-vitesse.

1.1. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.

1.2. Exprimer la vitesse du chariot au passage en B pour qu'il arrive en E avec une vitesse nulle. La distance parcourue entre B et E est ℓ .

1.3. Le chariot étant au repos en A, déterminer en fonction de ℓ , m et g , l'intensité de la force $\vec{F}$ qu'il est nécessaire d'exercer entre A et B pour que le chariot arrive en E avec une vitesse nulle.

On donne : distance $AB = \frac{h}{2}$ et $\ell = 2h$.

1.4. Calculer v_B et F . On donne : $m = 10 \text{ kg}$, $h = 2 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$, $f = 20 \text{ N}$.

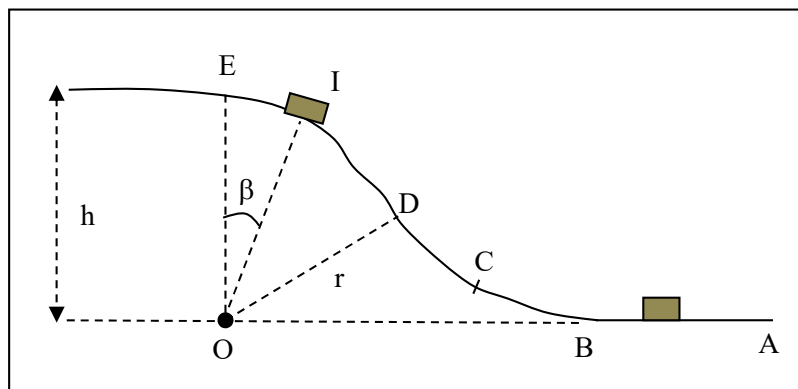
2. repartant de E avec une vitesse nulle, le chariot revient vers son point de départ.

2.1. Donner l'expression de la vitesse V du chariot en un point I quelconque de l'arc ED, en fonction de l'angle $\beta = (\overrightarrow{OE}, \overrightarrow{OI})$.

2.2. Calculer en fonction de l'angle β et des autres données, la composante normale de la réaction que les rails exercent sur le chariot en ce point I.

A.N. : $\beta = 40^\circ$, $m = 10 \text{ kg}$, $h = 2 \text{ m}$.

2.3. Calculer la vitesse du chariot à son passage en B.

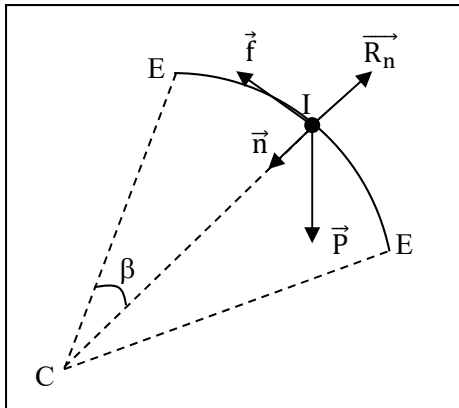


EXERCICE 3: P2.11 : INFAS :

1.

1.1) Enoncé du théorème de l'énergie cinétique :

1.2)



$$\frac{1}{2}mV_E^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}_n)$$

$$0 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -mgh - f \cdot \ell \Rightarrow V_B = \sqrt{2\left(gh + \frac{f\ell}{m}\right)}.$$

1.3) Entre A et B, on a : $\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}_n) + W(\vec{F})$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 = F \cdot AB - f \cdot AB \Rightarrow \mathbf{F = 5f + 2mg}.$$

1.4) A.N. : $V_B = 7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $F = 300 \text{ N}$.

2.

2.1) TEC : $\frac{1}{2}mV_1^2 - \frac{1}{2}mV_E^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}_n)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_1^2 - 0 = -mgh(1 - \cos\beta) - fh\beta$$

$$\Rightarrow V_1 = \sqrt{2gh(1 - \cos\beta) - \frac{2fh\beta}{m}}.$$

2.2) TCI : $\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m \vec{a}$

Projection sur $\vec{n}$: $mg\cos\beta - R_n = \frac{mV^2}{h} \Rightarrow \mathbf{R_n = m(3g\cos\beta - 2g + \frac{2f\beta}{m}) = 57,74 \text{ N}}$

2.3) TEC :

Entre E et B, on a : $\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_E^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}_n)$

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_E^2 = mgh - f \cdot \ell \Rightarrow \mathbf{V_B = \sqrt{2\left(gh - \frac{f\ell}{m}\right)} = 4,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}.$$

EXERCICE 4: P2.13 :

Au plafond d'un véhicule situé sur une route rectiligne et horizontale, on accroche un pendule constitué d'une petite sphère assimilable à un point matériel de masse $m = 10 \text{ g}$, suspendue à un fil inextensible de longueur $\ell = 50 \text{ cm}$ et de masse négligeable.

1. La vitesse du véhicule passe de $V_1 = 60 \text{ km. h}^{-1}$ à $V_2 = 70 \text{ km. h}^{-1}$ et le pendule fait un angle $\alpha_1 = 30^\circ$ avec la verticale.

1.1. Faire un schéma représentant les forces appliquées au pendule et indiquer le sens du mouvement du véhicule.

1.2. Déterminer la durée de la variation de la vitesse.

2. Le véhicule est à l'arrêt.

2.1. Quelle est la position du pendule ?

2.2. On communique au pendule une énergie de $3,0 \cdot 10^{-2} \text{ J}$. Il passe à une position P_2 , faisant un angle α_2 avec la verticale. L'intensité de la vitesse $\vec{V}_0$ en ce point vaut $2,0 \text{ m. s}^{-1}$. Calculer l'angle α_2 .

3. Au passage par la position P_2 , le fil casse.

3.1. Etablir l'équation de la trajectoire de la sphère.

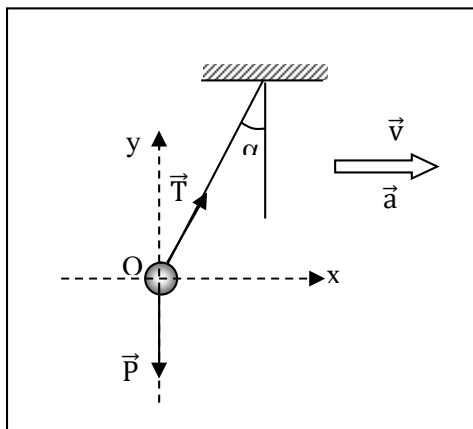
3.2. Calculer l'abscisse du point C où la sphère touche le sol, sachant que le point P_2 est à 20 cm au-dessus du sol.

On donne : $g = 10 \text{ m. s}^{-2}$.

EXERCICE 4: P2.13 :

1.

1.1)



1.2) TCI : $\vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}$

♦ Projection sur Ox : $T \sin \alpha_1 = m a_x$ (1)

♦ Projection sur Oy : $T \cos \alpha_1 = mg$ (2)

$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \tan \alpha_1 = \frac{a_x}{g} \Rightarrow a_x = g \tan \alpha_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

$\Rightarrow \Delta t = \frac{V_2 - V_1}{g \tan \alpha_1} = 0,48 \text{ s.}$

2.

2.1) $\tan \alpha = \frac{a_x}{g}$; or à l'arrêt $a_x = 0$, d'où $\alpha = 0$ (position verticale).

2.2) TEC :

$E_{c2} - E_{c1} = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$

$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 - E_{c1} = mg\ell(1 - \cos \alpha_2)$

$$\Rightarrow \cos \alpha_2 = \frac{mV_0^2 - 2E_{c1}}{2mg\ell} + 1 \Rightarrow \alpha_2 = 36,87^\circ.$$

3.

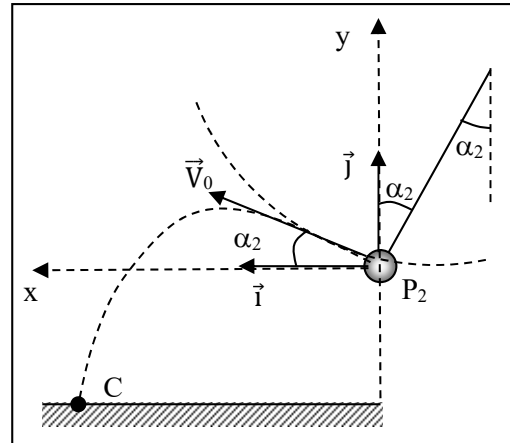
3.1) TCI :

- Système : {la boule de masse m}
 - Force: le poids $\vec{P}$
 - Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$
- Les conditions initiales sont : à $t = 0$:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha_2 \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha_2 \end{cases}; \quad \vec{P}_2 M_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

- à $t > 0$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha_2 \\ V_y = -gt + V_0 \sin \alpha_2 \end{cases}; \quad \vec{OG} \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha_2 t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha_2 t \end{cases}$$



Equation de la trajectoire :

$x = V_0 \cos \alpha_2 t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha_2}$. On remplace t par son expression dans $y(t)$, ce qui donne :

$$y = -\frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha_2} + x \tan \alpha_2. \text{ A.N. : } y = -1,95 x^2 + 0,75x$$

3.2)

$$y_C = -20 \text{ cm} = -0,2 \text{ m} \Rightarrow y = -1,95 x^2 + 0,75x = -0,2 \Leftrightarrow -1,95 x^2 + 0,75x + 0,2 = 0 \Rightarrow x_C = 0,57 \text{ m}.$$

MOUVEMENT DANS LE CHAMP DE PESANTEUR

EXERCICE 1 : P.4. 1 :

Un projectile de masse m est lancé dans le champ de pesanteur terrestre. La vitesse de lancement $\vec{V}_0$ fait avec le plan horizontal un angle de tir α . La résistance de l'air est négligée. On étudie le mouvement du centre d'inertie du projectile.

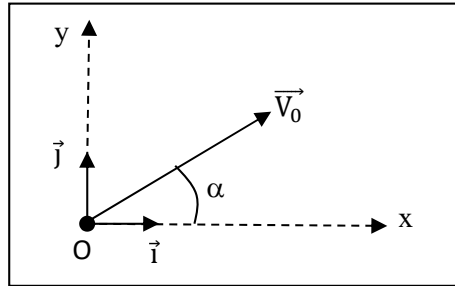
On donne : $V_0 = 200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Etablir les équations horaires du mouvement.
2. Etablir l'équation de la trajectoire. En déduire la nature du mouvement.
3. Etablir l'expression de la portée horizontale.
4. Déterminer la portée maximale.
5. Etablir l'expression de la flèche, c'est-à-dire l'altitude maximale $h_{\max}$ atteinte par le projectile. Quelle est la valeur maximale de la flèche ?
6. Déterminer la vitesse à l'altitude $h = 100 \text{ m}$ si $\alpha = 30^\circ$.
7. Le projectile étant lancé avec la vitesse V_0 , calculer pour une portée horizontale $d = 2\,500 \text{ m}$:
 - 7.1) les angles possibles du tir ;
 - 7.2) la flèche ;
 - 7.3) la durée du tir, l'impact se faisant sur le sol, plan horizontal contenant le point de lancement ;

7.4) la vitesse lors de l'impact.

EXERCICE 1 : P.4. 1 :

1)



♦ Référentiel galiléen: la Terre

♦ Système : {le projectile de masse m}

♦ Force: le poids $\vec{P}$

♦ Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-Les conditions initiales sont : à $t = 0$:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \end{cases} ; \quad \vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

- à $t > 0$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} ; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_y = -gt + V_0 \sin \alpha \end{cases} ; \quad \vec{OG} \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha t \end{cases}$$

2) Equation de la trajectoire :

$x = V_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$. On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :

$y = -\frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha$: cette trajectoire est une parabole.

3) $x_p = d = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$

4) $d_{\max} = \frac{V_0^2}{2g}$

5) $h_{\max} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 2040,8 \text{ m}$

6) $v = 195 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

7.

7.1) $\sin 2\alpha = 0,6125 \Rightarrow \alpha_1 = 18,9^\circ$ et $\alpha_2 = 71,1^\circ$.

7.2) Avec α_1 , on a : $h_{1\max} = 214 \text{ m}$ (tir tendu) ; avec α_2 , on a : $h_{2\max} = 1825 \text{ m}$ (tir en cloche).

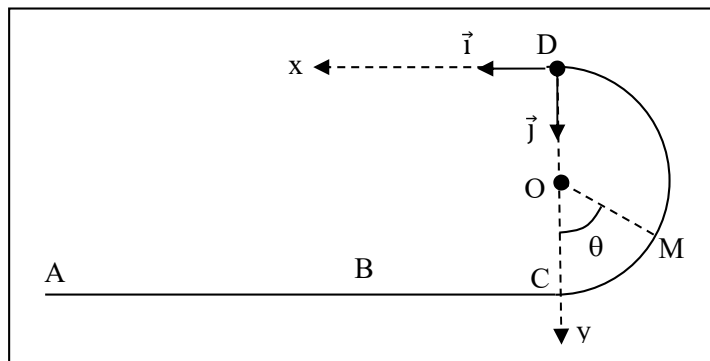
7.3) Avec α_1 , on a $t_1 = \frac{2V_0 \sin \alpha_1}{g} = 13,2 \text{ s}$; avec α_2 , on a $t_2 = \frac{2V_0 \sin \alpha_2}{g} = 38,6 \text{ s}$.

7.4) $V = V_0 = 200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

EXERCICE 2: P.4. 2 :

Dans tout le problème, on négligera les frottements et on prendra $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

La piste de lancement d'un projectile M est située dans un plan vertical : elle comprend une partie rectiligne horizontale ABC et une portion CD qui est un demi-cercle de centre O et de rayon $r = 1 \text{ m}$.



Le projectile de masse $m = 0,5 \text{ kg}$ est initialement au repos en A. On le lâche sur la piste, en faisant agir sur lui, le long de la piste AB de sa trajectoire une force $\vec{F}$ horizontale et d'intensité F constante. On pose $\ell = 1,5 \text{ m}$ et $BC = 5 \text{ m}$.

1. Au point M défini par l'angle $(\vec{OC}, \vec{OM}) = \theta$, établir en fonction de F , ℓ , m , r , θ et g , l'expression de :

1.1) la valeur V_M de la vitesse du projectile ;

1.2) l'intensité R_M de la réaction $\vec{R}$ de la piste.

2. Quelle intensité minimale F_0 faut-il donner à $\vec{F}$ pour que le projectile atteigne le point D ?

3. On donne à la force $\vec{F}$ la valeur $F_1 = 15 \text{ N}$.

3.1. Avec quelle vitesse le projectile arrive-t-il au point D ?

3.2. Quel est le mouvement ultérieur du projectile après avoir dépassé le point D ? Etablir l'équation de sa trajectoire dans le repère $(D, \vec{i}, \vec{j})$.

3.3. A quelle distance de la verticale passant par C, le projectile va-t-il toucher le plan ABC ?

3.4. Calculer la vitesse du projectile à l'instant où il touche le plan ABC.

3.5. Avec quelle force $\vec{F}_2$ faut-il lancer le projectile pour qu'il touche le plan ABC en un point situé à 3 m de C ?

EXERCICE 2: P.4. 2 :

1.

1.1) $V_M = \sqrt{\frac{2(F\ell - 2gr(1 - \cos\theta))}{m}}$

1.2) $R_M = \frac{2F\ell}{r} - mg(2 - 3\cos\theta)$

2) En D, $R_M \geq 0$ et $\theta = \pi \Rightarrow F_0 = \frac{5mgr}{2\ell} = 8,33 \text{ N}$.

3.

3.1) $V_D = 7,07 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

3.2) Mouvement parabolique d'équation $y = \frac{gx^2}{2V_D^2}$

3.3) $d = 2V_D \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}} = 4,47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3.4) $V = \sqrt{4gr + V_D^2} = 9,48 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3.5) $F_2 = 10,4 \text{ N}$.

EXERCICE 3: P.4. 4 : BAC D 1992 BENIN : DS

Une petite sphère solide (S) de rayon négligeable, de masse $m = 20 \text{ g}$ est accrochée à un point fixe O par un fil inextensible sans masse. La distance de O au centre A de la sphère est $OA = \ell = 20 \text{ cm}$.

1. On écarte la sphère (S) de la position d'équilibre, le fil faisant un angle $\alpha_0 = 60^\circ$ avec la verticale. On lâche la sphère sans vitesse initiale.

1.1) Déterminer à un instant t quelconque, la vitesse linéaire du solide en fonction de l'angle α que fait le fil avec la verticale.

1.2. Calculer cette vitesse et la tension du fil au passage par la position d'équilibre.

2. La sphère décrit maintenant une circonférence de centre O, et de rayon ℓ . Le fil est coupé brusquement quand la sphère passe par le point C, point le plus bas de sa trajectoire avec la vitesse de $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2.1. Etablir l'équation de la trajectoire de la sphère.

2.2. A quelle distance de la verticale de C, la sphère touchera-t-elle le sol sachant que C est à 2 m du sol ?

2.3. Déterminer au point de chute, les composantes du vecteur-vitesse. Calculer son module.

On donne : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

EXERCICE 3: P.4. 4 : BAC D 1992 BENIN : DS

1.

1.1) TEC :

$$\frac{1}{2}mV^2 = mgh = mg\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \Rightarrow V = \sqrt{2g\ell(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$$

1.2) Au passage par la position d'équilibre : $\alpha = 0$ et $\cos\alpha = 1$, d'où

$$V = \sqrt{2 \times 10 \times 0,2 \times (1 - \cos 60^\circ)} = 1,41 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

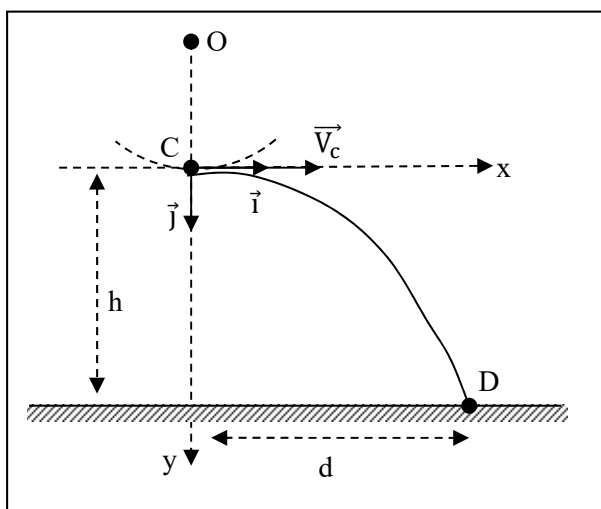
2.

2.1) TCI : $\vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}$

Projection sur $\vec{n}$: $-P + T = m \cdot a_n = \frac{mV^2}{\ell} \Rightarrow \mathbf{T = P + \frac{mV^2}{\ell} = 0,4 \text{ N.}}$

2.

2.1)



♦ Référentiel galiléen: la Terre

- ♦ Système : {la sphère de masse m}
- ♦ Force: le poids $\vec{P}$
- ♦ Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$
- Les conditions initiales sont : à $t = 0$:

$$\vec{V}_C \begin{cases} V_{Cx} = V_c \\ V_{Cy} = 0 \end{cases} ; \quad \vec{OG}_0 \begin{cases} x_C = 0 \\ y_C = 0 \end{cases}$$

- à $t > 0$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} ; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_c \\ V_y = gt \end{cases} ; \quad \vec{OG} \begin{cases} x = V_c t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

2) Equation de la trajectoire :

$x = V_c t \Rightarrow t = \frac{x}{V_c}$. On remplace t par son expression dans $y(t)$, ce qui donne :

$y = \frac{gx^2}{2V_c^2}$: cette trajectoire est une parabole.

2.2) Soient D le point de chute de la sphère sur le sol et d la distance cherchée (voir figure).

Au point D : $y_D = h = 2$ m et $x_D = -d$. On a alors : $y_D = h = \frac{gd^2}{2V_c^2} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{2V_c^2 h}{g}} = 3,16$ m.

2.3)

♦ $V_{Dx} = V_c = \text{cte} = 5$ m. s^{-1} .

♦ $V_{Dy} = gt_D$ avec $t_D = \frac{d}{V_c}$, d'où $V_{Dy} = \frac{d}{gV_c} = \frac{g}{V_c} \sqrt{\frac{2V_c^2 h}{g}} = \sqrt{2gh} \Rightarrow V_{Dy} = \sqrt{2gh} = 6,32$ m. s^{-1} .

♦ $V_D = \sqrt{V_{Dx}^2 + V_{Dy}^2} = 8,06$ m. s^{-1} .

EXERCICE 4: P.4. 5 : INFAS :

Dans tout le problème, on prendra : $g = 10$ m. s^{-2} .

A. Un fusil de masse $M = 3,6$ kg tire suivant une horizontale Ox des balles de masse $m = 10$ g. La vitesse d'une balle à la sortie du canon est $V_0 = 200$ m. s^{-1} . Chaque balle assimilée à un point matériel est située, avant la mise à feu, à la distance $\ell = 50$ cm de la sortie O du canon sur l'axe Ox de celui-ci.

1. On suppose que le mouvement de la balle à l'intérieur du canon est rectiligne uniformément varié suivant l'axe du canon. Calculer :

- 1.1) l'accélération de ce mouvement ;
 - 1.2) le temps θ écoulé entre la mise à feu et la sortie de la balle du canon.
2. On considère comme isolé le système constitué par la balle et le fusil.

2.1. Etablir l'expression de la vitesse $\vec{V}$ de recul du fusil et celle de son énergie cinétique à la date θ où la balle sort du canon.

2.2. L'épaule du tireur s'oppose au recul du fusil en développant une force supposée constante, de module f . Sachant que la crosse du fusil s'immobilise après un parcours $d = 2$ cm, calculer f .

B. On s'intéresse maintenant au mouvement de la balle après sa sortie du canon en négligeant la résistance de l'air. Le tireur tire sur une cible A située sur Ox à la distance D de O. On désigne par Oy la verticale de O orientée vers le bas. L'axe du canon fait à présent un angle α avec l'horizontale Ox de telle sorte que la sortie du canon coïncide toujours avec le point O.

1. On désire déterminer l'angle α_0 dont le tireur doit incliner l'axe de son fusil sur l'horizontale Ox pour que la balle atteigne le point A.

1.1. Etablir l'équation de la trajectoire de la balle pour un angle d'inclinaison quelconque α .

Quelle est la nature de cette trajectoire ?

1.2. Etablir l'expression donnant α_0 en fonction de D et V_0 et montrer que α_0 peut prendre deux valeurs dont la plus petite sera dénommée β .

A.N. : Calculer β pour D = 460 m. On admettra que pour un angle θ inférieur à 0,12 rad, on peut écrire : $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$; $\sin\theta \approx \theta$ en radian.

2. Un obstacle plan, vertical et perpendiculaire à Ox se dresse devant le tireur. Sa hauteur au-dessus du plan horizontal passant par O est légèrement inférieure à l'altitude maximale H qu'atteint la balle au-dessus de ce même plan sur la trajectoire précédente.

2.1. Quelle est, en grandeur et direction, la vitesse de la balle en ce point d'altitude maximale ? En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de H. Calculer sa valeur numérique.

2.2. Quelle doit être la position de l'obstacle afin que l'inclinaison β ne soit pas modifiée, la cible étant toujours le point A ?

EXERCICE 4: P.4. 5 : INFAS :

A.

1.

1.1) $a_x = \frac{V_0^2}{2L} = 4.10^4 \text{ m. s}^{-2}$.

1.2) $\theta = \frac{V_0}{a_x} = 5.10^{-3} \text{ s.}$

2.

2.1) $m\vec{V}_0 + M\vec{V} = \vec{0} \Rightarrow \vec{V} = -\frac{m\vec{V}_0}{M}$, soit $V = \frac{mV_0}{M}$

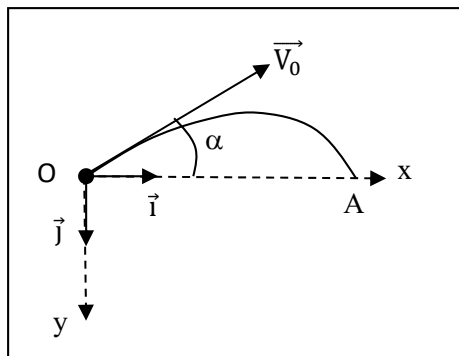
$E_c = \frac{1}{2} MV^2 = \frac{m^2 V_0^2}{2M}$

2.2) $\Delta E_c = \Sigma W \Rightarrow 0 - E_c = f.d \Rightarrow f = \frac{m^2 V_0^2}{2Md} = 27,78 \text{ N.}$

B.

1.

1.1)



♦ Référentiel galiléen: la Terre

♦ Système : {automobile - pilote} de masse m

♦ Force: le poids $\vec{P}$

♦ Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-Les conditions initiales sont : à $t = 0$:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = -V_0 \sin \alpha \end{cases} ; \quad \vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

- à $t > 0$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases} ; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_y = gt - V_0 \sin \alpha \end{cases} ; \quad \vec{OG} \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha t \\ y = \frac{1}{2} gt^2 - V_0 \sin \alpha t \end{cases}$$

Equation de la trajectoire :

$x = V_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$. On remplace t par son expression dans $y(t)$, ce qui donne :

$$y = \frac{gx^2}{2 V_0^2 \cos^2 \alpha} - x \tan \alpha : \text{cette trajectoire est une parabole.}$$

1.2)

Au point A : $y = 0$ et $x = D$, d'où $\frac{gD^2}{2 V_0^2 \cos^2 \alpha_0} - D \frac{\sin \alpha_0}{\cos \alpha_0} = 0 \Rightarrow D = \frac{2 V_0^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2 \alpha_0}{g}$

ou $\sin 2 \alpha_0 = \frac{Dg}{V_0^2}$.

Posons $\sin \varphi = \frac{Dg}{V_0^2}$, alors $\sin 2 \alpha_0 = \sin \varphi$, d'où $2 \alpha_0 = \varphi \Rightarrow \alpha_0 = \frac{\varphi}{2}$; $2 \alpha_0 = \pi - \varphi \Rightarrow \alpha_0 = \frac{\pi - \varphi}{2}$.

$\sin \varphi = \frac{Dg}{V_0^2} = 0,115 \Rightarrow \varphi = 6,6^\circ = 0,115 \text{ rad}$, d'où $\beta = \frac{\varphi}{2} = \mathbf{0,0575 \text{ rad}}$.

2.

2.1)

Direction horizontale : $V_S = V_0 \cos \beta = 199,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

TEC : $\frac{1}{2} m V_S^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 = -mgH$, d'où $H = \frac{V_S^2 - V_0^2}{-2g} = \frac{V_0^2 \sin^2 \beta}{2g} = 6,73 \text{ m}$.

2.2) $x = \frac{D}{2} = 230 \text{ m}$.

EXERCICE 5: P.4. 6 :

On se propose d'étudier un coup de pied de pénalité au cours d'un match de rugby. Au moment du coup de pied, le ballon de masse $m = 420 \text{ g}$ se trouve au sol en O face aux poteaux à la distance $L = 60 \text{ m}$. Le tireur lui communique une énergie cinétique de translation $E_c = 120 \text{ J}$ et le fait partir dans le plan (Ox, Oz) avec un angle $\alpha = 50^\circ$ par rapport au sol (voir figure).

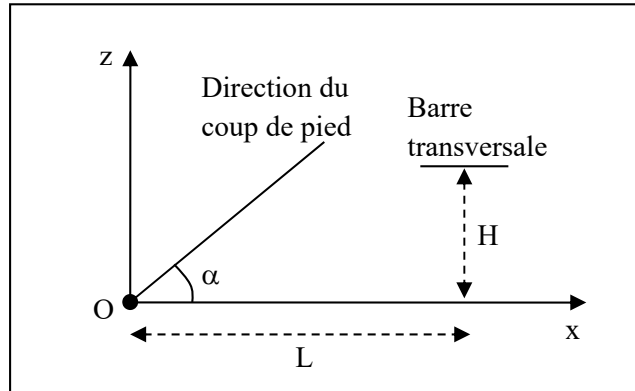
On négligera l'action de l'air ; on admettra que le champ de pesanteur de valeur $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ est uniforme et on étudiera le mouvement du centre d'inertie du ballon.

1. Etablir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du ballon dans le plan (Ox, Oz) en fonction de α , g et V_0 la vitesse initiale.

Montrer que cette équation peut se mettre sous la forme : $z = - \frac{mg}{4 E_c \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$.

2. Pour marquer, il faut que le ballon passe au-dessus de la barre transversale qui se trouve à la hauteur $H = 3,0 \text{ m}$. La pénalité est-elle marquée ? Justifier la réponse.

3. Donner l'expression littérale, puis calculer, la durée entre l'instant du tir et l'arrivée du ballon au sol.



EXERCICE 5: P.4. 6 :

1)

- ♦ Référentiel galiléen: la Terre
- ♦ Système : {la balle de masse m}
- ♦ Force: le poids $\vec{P}$
- ♦ Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

- Les conditions initiales sont : à $t = 0$:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0z} = V_0 \sin \alpha \end{cases} ; \quad \vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

- à $t > 0$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} ; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_z = -gt + V_0 \sin \alpha \end{cases} ; \quad \vec{OG} \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha t \end{cases}$$

Equation de la trajectoire :

$x = V_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$. On remplace t par son expression dans z (t), ce qui donne :

$$z = -\frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha : \text{cette trajectoire est une parabole.}$$

En posant $E_c = \frac{1}{2}mV_0^2$ et $V_0^2 = \frac{2E_c}{m}$, on a : $z = -\frac{mg}{4E_c \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$.

2) Pour marquer, il faut que le ballon passe au-dessus de la barre transversale. Donc à un point tel que $x = L$ et $z > H$.

$$\text{On a : } z = -\frac{mg}{4E_c \cos^2 \alpha} L^2 + L \tan \alpha = -3,21 \text{ m.}$$

On remarque que $z < H$: la pénalité n'est pas marquée puisque le ballon retombe sur le terrain avant la ligne de but.

3)....

EXERCICE 6: P.4. 8 :

1. Un jeune homme, sur le balcon du premier étage d'une maison, coudé sur le garde-fou, laisse tomber, par mégarde, une des petites billes de masse $m = 20 \text{ g}$ chacune, qu'il a en main.

Dans un repère (Ox, Oy) dont l'origine O est prise au sol situé à $3,2 \text{ m}$ du point de chute A de la bille, on étudie le mouvement de la bille (voir figure).

1.1. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.

1.2. On néglige toutes les forces passives. Appliquer le théorème énoncé ou bien utiliser toute autre voie pour déterminer la nature du mouvement pris par la bille.

1.3. En déduire les équations horaires.

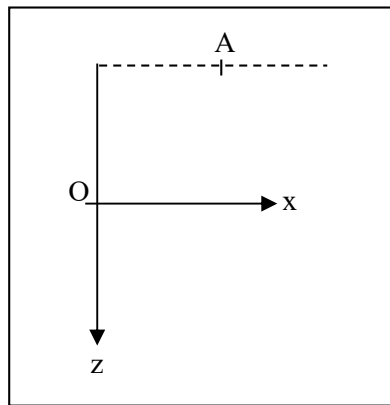
1.4. Ecrire l'équation de la trajectoire.

1.5. Calculer la date d'arrivée au sol de la bille. On donne : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

2. Du point A , le jeune-homme lance à présent vers le haut une autre petite bille identique à la première, avec une vitesse $\vec{V}_A$ d'intensité $V_A = 2,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ qui fait un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale.

2.1. Ecrire l'équation de la trajectoire de la bille.

2.2. En déduire l'altitude maximale h_m atteinte par la bille et l'abscisse du point B où elle repasse par le plan horizontal contenant le point A .



EXERCICE 6: P.4. 8 :

1.

1.1) Enoncé du TEC :

1.2) Nature du mouvement de la bille :

$$\sum \vec{f} = \vec{P}, \text{ d'où } \Delta E_c = W(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AG} \Rightarrow \frac{1}{2} m \vec{V}^2 = m \vec{g} (\overrightarrow{OG} - \overrightarrow{OA}).$$

On dérive cette expression, et on obtient : $m \vec{v} \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g} \cdot \vec{v}$, soit $m \vec{a} = m \vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{cte}$ avec $\vec{V}_A = \vec{0}$. Le mouvement de la bille est donc rectiligne uniformément accéléré.

1.3)

♦ Référentiel galiléen: la Terre

♦ Système : {la balle de masse m }

♦ Force: le poids $\vec{P}$

♦ Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-Les conditions initiales sont : à $t = 0$:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = 0 \\ V_{0z} = 0 \end{cases} ; \quad \overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = z_A \end{cases}$$

- à $t > 0$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = g \end{cases} ; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = 0 \\ V_z = gt \end{cases} ; \quad \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = x_A \\ z = \frac{1}{2}gt^2 + z_A \end{cases}$$

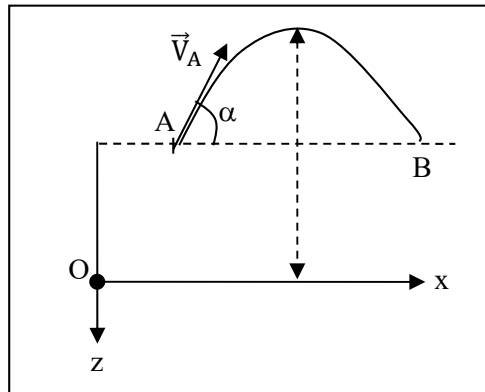
1.4) Equation de la trajectoire : $x = x_A$.

1.5)

Au sol, $z = 0$, d'où $t = \sqrt{\frac{-2z_A}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 3,2}{10}} = 0,8 \text{ s.}$

2.

2.1)



♦ Référentiel galiléen: la Terre

♦ Système : {la balle de masse m }

♦ Force: le poids $\vec{P}$

♦ Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

-Les conditions initiales sont : à $t = 0$:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{Ax} = V_A \cos \alpha \\ V_{Az} = -V_A \sin \alpha \end{cases} ; \quad \overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = x_A \\ z_0 = z_A \end{cases}$$

- à $t > 0$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = g \end{cases} ; \quad \vec{V}_A \begin{cases} V_x = V_A \cos \alpha \\ V_z = gt - V_A \sin \alpha \end{cases} ; \quad \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_A \cos \alpha t + x_A \\ z = \frac{1}{2}gt^2 - V_A \sin \alpha t + z_A \end{cases}$$

Equation de la trajectoire :

$x = V_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$. On remplace t par son expression dans $z(t)$, ce qui donne :

$$z = -\frac{g(x-x_A)^2}{2V_A^2 \cos^2 \alpha} - (x-x_A) \tan \alpha + z_A, \text{ soit } z = 1,16(x-x_A)^2 - 0,58(x-x_A) - 3,2.$$

2.2)

♦ A l'altitude maximale : $\frac{dz}{dx} = 2,32(x-x_A) - 0,58 = 0 \Rightarrow x-x_A = 0,25 \text{ m.}$

Alors $z_m = 1,16(0,25)^2 - (0,58 \times 0,25) - 3,2 = -3,27 \text{ m.}$

Donc : $h_m = |z_m| = 3,27 \text{ m.}$

♦ Au point B : $z = z_A \Rightarrow 1,16(x_B-x_A)^2 - 0,58(x_B-x_A) = 0$ et $(x_B-x_A) [1,16(x_B-x_A) - 0,58] = 0.$

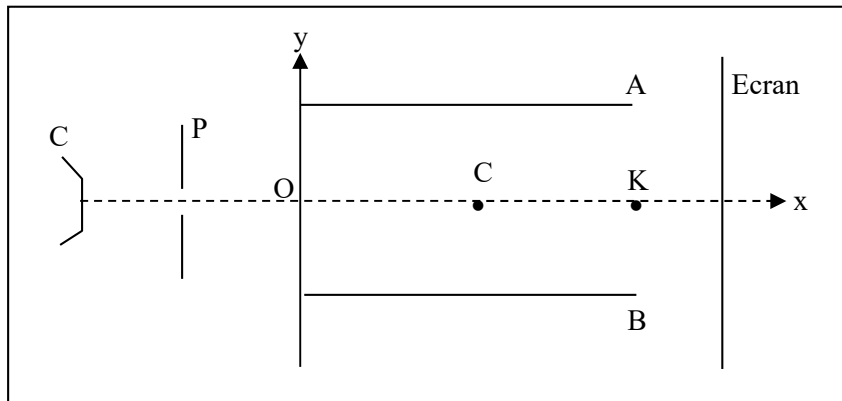
Or $x_B \neq x_A$, d'où $x_B - x_A = \frac{0,58}{1,16}$ et $x_B = 0,50 + x_A.$

MOUVEMENT DANS UN CHAMP ELECTRIQUE

EXERCICE 1 : P.5. 1 : BAC BLANC :

♦ Données : Charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C ; masse de l'électron : $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

1. Un faisceau d'électrons est émis par une cathode C, avec une vitesse pratiquement nulle. Ce faisceau d'électrons est accéléré par une tension U_1 appliquée entre la plaque P et la cathode C (voir figure).



a) Déterminer le signe de $U_1 = V_P - V_C$ et le sens du champ électrique $\vec{E}_1$ existant entre la plaque P et la cathode C.

b) Quelle est la nature du mouvement d'un électron entre C et P ?

c) Calculer la tension U_1 pour que les électrons arrivent sur la plaque P avec la vitesse $v_1 = 25000$ km. s⁻¹.

2. La plaque P est percée d'un trou laissant passer les électrons. Ces électrons, en faisceau homocinétique, pénètrent à la vitesse $\vec{v}_1$ suivant l'axe horizontal Ox, dans un déflecteur électrostatique constitué de deux armatures A et B d'un condensateur plan.

Soient d, la distance entre les deux armatures, ℓ , leur longueur, D, la distance du centre I du condensateur à l'écran fluorescent, $U = V_A - V_B > 0$, la tension entre les armatures et $\vec{E}$ le champ électrique qui règne entre les armatures.

On donne : $U = 100$ V ; $D = 0,4$ m ; $\ell = 0,1$ m ; $d = 2,5$ cm.

a) Déterminer l'équation de la trajectoire d'un électron entre les armatures. En déduire la nature du mouvement.

b) Déterminer les coordonnées du point S par lequel le faisceau d'électrons sort du condensateur.

Que vaut la déviation verticale h du faisceau à la sortie du déflecteur ?

c) Déterminer la déviation angulaire en fonction de v_1 , e, m, E et ℓ puis faire l'application numérique.

d) Déterminer la vitesse v_s de sortie d'un électron.

e) Montrer que la déviation linéaire H sur l'écran n'est fonction ni de la masse, ni de la charge de l'électron.

f) Quelle est la vitesse d'un électron à son arrivée sur l'écran fluorescent ?

3. La chambre à vide associée au déflecteur électrostatique constitue un tube électronique expérimental dont la déflexion (ou déviation) verticale h peut être réglée à partir de la tension accélératrice U_1 .

a) Montrer que la déviation verticale h à la sortie du condensateur est fonction de U_1 , ℓ et E.

b) Montrer que les électrons ne peuvent sortir de l'espace entre les armatures (du côté de l'armature A) que pour un champ électrique $E \leq \frac{2U_1 d}{\ell^2}$. Calculer dans ce cas la valeur maximum $U_{\max}$ de la tension U .

EXERCICE 1 : P.5. 1 : BAC BLANC :

1.a) $U_1 = V_P - V_C > 0$

b) Mouvement rectiligne uniformément varié.

c) $U_1 = \frac{mv^2}{2e} = 1777,3 \text{ V}$

2.a) $y = \frac{eEx^2}{2mv_1^2}$: mouvement parabolique

b) Au point S : $x_S = \ell = 0,1 \text{ m}$ et $y_S = 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; $h = y_S = 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

c) $\tan \alpha = \frac{eE\ell}{mv_1^2} = 0,112$, d'où $\alpha = 6,4^\circ$

d) $v_S = \frac{v_1}{\cos \alpha}$ ou $v_S = \sqrt{v_1^2 + \frac{2eUh}{md}} = 25,16 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

e) $H = \frac{U\ell d}{2U_1 d}$

f) $v = v_S$ (le mouvement de l'électron est rectiligne uniforme à la sortie).

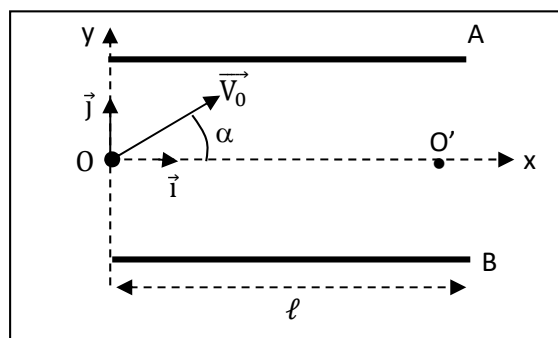
3.a) $h = \frac{E\ell^2}{4U_1}$

b) $y_S \leq \frac{d}{2}$ d'où $E \leq \frac{2U_1 d}{\ell^2}$; $U_{\max} = d \cdot E_{\max} = \frac{2U_1 d^2}{\ell^2} = 222,16 \text{ V}$.

EXERCICE 2 : P5.2 : GADO BAC BLANC :

Un condensateur plan est constitué de deux plaques métalliques parallèles horizontales rectangulaires A et B de longueur ℓ et séparées par une distance d . En chargeant les plaques, on crée entre elles un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$. L'expérience a lieu dans le vide. On raisonnera dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$, le point O étant équidistant des plaques et situé à l'entrée du condensateur.

Un faisceau homocinétique de protons de masse m arrive en O avec la vitesse $\vec{v}_0$ contenue dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et faisant avec l'axe $x'x$ un angle α (voir figure).



1.

1.1. Indiquer en le justifiant le sens du champ électrique $\vec{E}$ et le signe de la tension $V_A - V_B = U$ pour que le faisceau de protons puisse recouper l'axe $x'x$.

1.2. Etablir l'équation de la trajectoire du faisceau de protons ; en déduire la nature du mouvement.

2.

2.1. Exprimer littéralement la condition qui doit être vérifiée par la tension U si l'on veut que le faisceau de protons sorte du condensateur par le point O' situé sur l'axe $x'x$.

2.2. Calculer la valeur numérique de U.

On donne : $v_0 = 500 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$; $\alpha = 30^\circ$; $\ell = 20 \text{ cm}$; $d = 10 \text{ cm}$; $m = 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

2.3. La tension U ayant la valeur précédemment calculée, déterminer la hauteur maximale atteinte par le faisceau de protons au-dessus de l'axe $x'x$.

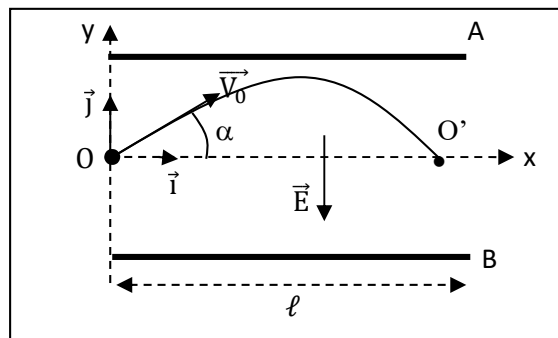
2.4. A quelle distance minimale du plateau supérieur passe le faisceau de protons ?

EXERCICE 2 : P5.2 : GADO

1.

1.1) Si le faisceau de protons doit recouper l'axe $x'x$, il faut que la force électrique $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ soit dirigée vers le bas. Or $q = e > 0$: le champ $\vec{E}$ aura le même sens que $\vec{F}$: c'est-à-dire de la plaque A vers la plaque B. Le potentiel en A est donc supérieur au potentiel en B, d'où $V_A - V_B = U > 0$.

1.2)



• Référentiel galiléen: la Terre

• Système : {un proton} de masse m et de charge $q = e$

• Théorème du centre d'inertie: $\vec{F}_e = m\vec{a}$ et $m\vec{a} = e\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m}$.

- Les conditions initiales sont : à $t = 0$:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \end{cases} ; \quad \vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

- à $t > 0$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{eU}{md} \end{cases} ; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_y = -\frac{eU}{md}t + V_0 \sin \alpha \end{cases} ; \quad \vec{OG} \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha t \\ y = -\frac{eU}{2md}t^2 + V_0 \sin \alpha t \end{cases}$$

Equation de la trajectoire :

$x = V_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$. On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :

$$y = -\frac{eUx^2}{2mV_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha : \text{le mouvement est parabolique.}$$

2.

2.1) En O' : $x = \ell$ et $y = 0$, d'où $U = \frac{2mdV_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{e\ell} = \frac{mdV_0^2 \sin 2\alpha}{e\ell}$

2.2) $U = 1082,5 \text{ V}$

2.3) Au sommet S de la trajectoire, la vitesse est horizontale, donc $y_s = -\frac{eU}{2md}t^2 + V_0 \sin \alpha t = 0$

$$\Rightarrow -\frac{eU}{2md}t + V_0 \sin \alpha = 0 \Rightarrow t = \frac{mV_0 \sin \alpha}{eE}$$

$$\text{et } y_s = -\frac{eU}{2md} \left(\frac{mV_0 \sin \alpha}{eE} \right)^2 + V_0 \sin \alpha \left(\frac{mV_0 \sin \alpha}{eE} \right) \Rightarrow y_s = \frac{mdV_0^2 \sin^2 \alpha}{2eU} = 0,029 \text{ m} = 2,9 \text{ cm}.$$

$$2.4) d_m = \frac{d}{2} - y_s = 2,1 \text{ cm}$$

EXERCICE 3: P5. 3 : D.S :

Un solide ponctuel S, de masse $m = 2 \text{ g}$, est lancé de l'origine O d'un repère galiléen d'axes Ox et Oy, à la date $t = 0$. Le vecteur -vitesse initial $\vec{V}_0$ de ce solide est situé dans le plan xOy et fait un angle α avec l'axe Ox (voir figure).

Dans toutes les expériences suivantes, supposées être réalisées dans le vide, $\vec{V}_0$ garde la même valeur $V_0 = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, l'angle α prenant par contre différentes valeurs.

1. Le solide S est soumis à la seule action d'un champ de pesanteur uniforme caractérisé par un vecteur $\vec{g}$ tel que $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

a) Quand $\alpha = 90^\circ$, calculer l'ordonnée $y(M)$ du sommet M de la trajectoire du solide.

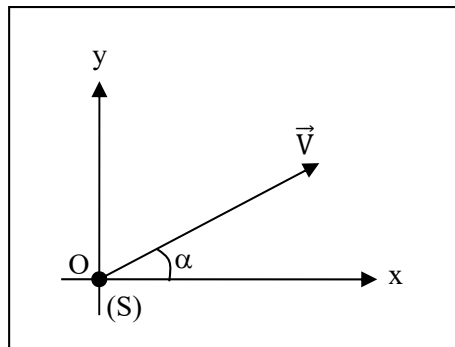
b) Quand $\alpha = 45^\circ$, montrer que l'ordonnée $y(M')$ du sommet M' de la trajectoire est telle que $y(M') = \frac{1}{2}y(M)$. Quelles sont les coordonnées de M' ?

2. On prend $\alpha = 0$ et le solide S porte maintenant une charge électrique q. On superpose au champ de pesanteur, un champ électrique uniforme $\vec{E}$.

a) Lorsque $q = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, le mouvement du solide est rectiligne uniforme. En déduire les caractéristiques (direction, sens, intensité) du champ électrique.

b) Lorsque $q = -6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$:

- Etablir l'équation de la trajectoire du solide dans le système d'axes (Ox, Oy) ;
- Montrer que cette trajectoire passe par le point M' et déterminer les caractéristiques du vecteur-vitesse du solide en ce point.



EXERCICE 3: P5. 3 : D.S :

1) Les équations horaires du mouvement de S sont :

- Référentiel galiléen: la Terre
 - Système : {Solide} de masse m
 - Force: le poids $\vec{P}$
 - Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$
- Les conditions initiales sont : à $t = 0$:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \end{cases}; \quad \overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

- à $t > 0$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_y = -gt + V_0 \sin \alpha \end{cases}; \quad \overrightarrow{OM} \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha t \end{cases}$$

a) **Etude du cas $\alpha = 90^\circ$:**

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = 0 \\ V_y = -gt + V_0 \end{cases}; \quad \overrightarrow{OM} \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \end{cases}$$

Au sommet M, on a $V_y = 0$, soit $-gt + V_0 = 0$, d'où $t = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$ et $y(M) = \frac{V_0^2}{2g} = 0,2 \text{ m}$.

b) **Etude du cas $\alpha = 45^\circ$:**

Au sommet M', on a : $V_y = 0 \Rightarrow -gt + V_0 \sin \alpha = 0$, d'où $t = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$ et $y(M') = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$.

Soit $y(M') = y(M) \cdot \sin^2 \alpha$.

Pour $\alpha = 45^\circ$, on trouve $y(M') = \frac{1}{2}y(M)$.

♦ Les coordonnées de M' sont : $x(M') = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 0,2 \text{ m}$ et $y(M') = 0,1 \text{ m}$. (**à vérifier**)

2.a) Le mouvement étant rectiligne et uniforme, on a : $\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{f}_e = \vec{0}$.

Soit $\vec{E} = -\frac{m}{q} \vec{g}$. Ainsi $\vec{E}$ a même direction et même sens que $\vec{g}$ (puisque $q < 0$) et de norme :

$$E = \frac{m}{|q|} g = 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

b)

♦ TCI : $\vec{P} + \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow m \cdot \vec{g} + q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} + \frac{q\vec{E}}{m} = \vec{cte}$.

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -(g + \frac{qE}{m}) \end{cases}; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = -(g + \frac{qE}{m})t \end{cases}; \quad \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0 t \\ y = -\frac{1}{2}(g + \frac{qE}{m})t^2 \end{cases}$$

$x = V_M t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0}$. On remplace t par son expression dans $y(t)$, ce qui donne :

$$y = -\left(g + \frac{qE}{m}\right) \frac{x^2}{2V_0^2} = \mathbf{2,5 \cdot x^2} : \text{c'est l'équation d'une parabole.}$$

♦ On a M' : $x(M') = 0,20 \text{ m}$; $y(M') = 0,1 \text{ m}$, d'où $y(M') = 2,5x_{M'}^2$; S passe par M'.

♦ $V_x(M') = V_y(M') = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

On a $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{V}(M')) = 45^\circ$ et $V = 2,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

EXERCICE 4 : P5.4 : D.S :

On prendra $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Une sphère conductrice m , assimilable à un point matériel, de masse $m = 2,0 \text{ g}$ et portant une charge q positive, est suspendue en un point fixe O , par l'intermédiaire d'un fil isolant, inextensible, de masse négligeable, de longueur $\ell = 10 \text{ cm}$.

Le pendule ainsi constitué est placé entre deux armatures métalliques A et B , planes, horizontales de grandes dimensions, distantes entre elles de $d = 20 \text{ cm}$. Le point de suspension O est situé à 5 cm au-dessous de l'armature supérieure A . On applique entre les deux armatures, une différence de potentiel $U_{AB} = V_A - V_B = 2000 \text{ V}$, créant alors entre A et B , un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$.

1. Donner les caractéristiques de la force électrostatique et de la force de pesanteur s'exerçant sur la sphère M .

2. La sphère porte une charge électrique $q = 0,20 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. Le pendule est écarté de sa position d'équilibre d'un angle de 90° , et abandonné sans vitesse initiale.

Déterminer au passage par la verticale :

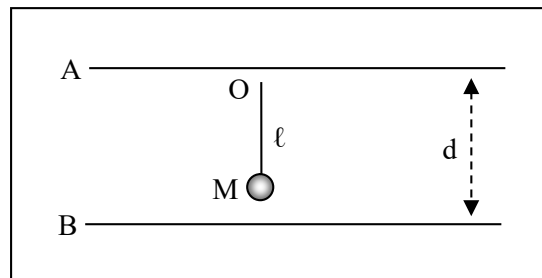
a) la vitesse de la sphère M ;

b) la tension du fil.

3. Le fil casse au passage à la verticale.

a) Déterminer l'équation et la nature de la trajectoire de M après la rupture du fil.

b) Calculer la durée du mouvement, jusqu'au moment où M touche l'armature B .



EXERCICE 4 : P5.4 :

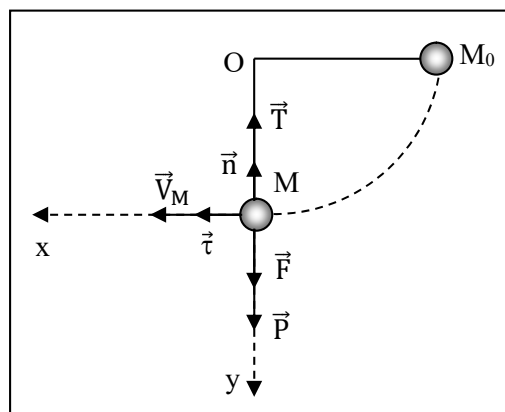
1)

♦ La force électrostatique est verticale et dirigée vers le bas : $F = qE = \frac{U_{AB}}{d} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

♦ Le poids est vertical descendant : $P = mg = 2 \cdot 10^{-2} \text{ N}$.

2.

a) TEC entre M_0 et M : $\frac{1}{2} mV_M^2 - \frac{1}{2} mV_{M_0}^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{T}) + W(\vec{F})$



$$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_M^2 = mg\ell + qE\ell, \text{ d'où } V_M = \sqrt{2(g + \frac{qE}{m})\ell} = 1,5 \text{ m. s}^{-1}.$$

b) TCI : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = m.\vec{a}$

Projection sur la normale $\vec{n}$: $-P - F + T = m.a_n \Leftrightarrow T = P + F + m.\frac{V_M^2}{\ell} = 6,6.10^{-2} \text{ N.}$

3.

a) TCI : $\vec{P} + \vec{F} = m.\vec{a} \Leftrightarrow m.\vec{g} + q.\vec{E} = m.\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} + \frac{q\vec{E}}{m} = \overrightarrow{\text{cte}}.$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g + \frac{qE}{m} \end{cases}; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_M \\ V_y = (g + \frac{qE}{m})t \end{cases}; \quad \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_M t \\ y = \frac{1}{2}(g + \frac{qE}{m})t^2 \end{cases}$$

$x = V_M t \Rightarrow t = \frac{x}{V_M}$. On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :

$y = (g + \frac{qE}{m}) \frac{x^2}{2V_M^2}$: c'est l'équation d'une parabole.

b) La bille touche l'armature B lorsque $y_B = d - (\ell + 5.10^{-2}) = 5.10^{-2} \text{ m.}$

$$y = \frac{1}{2}(g + \frac{qE}{m})t^2 \Rightarrow t_B = \sqrt{\frac{2y_B}{(g + \frac{qE}{m})}} = 9,5.10^{-2} \text{ s.}$$

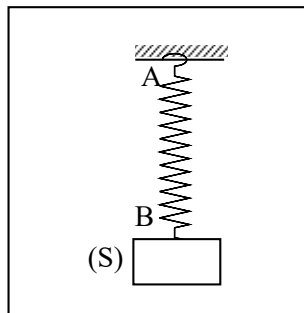
OSCILLATIONS MECANQUES LIBRES

EXERCICE 1 : Exo. résolu p. 169 :

On dispose d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable, de longueur AB et supportant en B un solide (S) de masse m. La constante de raideur du ressort est $k = 2,5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

On déplace verticalement le solide (S) à partir de sa position d'équilibre de 2 cm vers le bas et on l'abandonne sans vitesse initiale.

1. Montrer que le mouvement de (S) est sinusoïdal.
2. La période des oscillations est $T = 1,25 \text{ s}$. Calculer la masse m du solide (S).
3. Etablir l'équation horaire $y = f(t)$ de (S). On précisera le sens positif, les origines des espaces et du temps choisis.



EXERCICE 1 : Exo. résolu p. 169 :

1)

♦ A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$. En projetant sur $y'y$, on a : $\mathbf{mg} - k\Delta\ell = 0$ ($\Delta\ell = \ell_1 - \ell_0$)

♦ TCI : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$.

Soit ℓ la longueur du ressort lorsque le solide est en mouvement :

En projetant sur $y'y$: $P - T = m\ddot{y} \Leftrightarrow mg - k(\ell - \ell_0) = m\ddot{y}$.

Or $\ell - \ell_0 = \Delta\ell + y$, d'où $mg - k(\Delta\ell + y) = mg - k\Delta\ell - ky = m\ddot{y}$.

En remarquant que $mg - k\Delta\ell = 0$, on a finalement : $m\ddot{y} = -ky$ soit $\ddot{y} + \frac{k}{m}y = 0$.

2)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k}, \text{ d'où } m = \frac{kT^2}{4\pi^2} = 9,9 \cdot 10^{-2} \text{ kg}.$$

3) **Equation horaire :**

♦ Sens positif : sens vertical ascendant

♦ Origine des espaces : la position d'équilibre

♦ Origine des temps : instant où le solide est abandonné sans vitesse initiale.

Une solution de cette équation différentielle est : $y = Y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ avec $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1,25} = 5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Y_m et φ sont donnés par les conditions initiales.

A $t = 0$, $y = Y_m \cdot \sin(\varphi) = y_0$ avec $y_0 = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

A $t = 0$, $\dot{y} = Y_m \cdot \omega \cos(\varphi) = 0$, d'où $\cos\varphi = 0$, soit $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ou $\varphi = \frac{3\pi}{2}$.

Conclusion : $Y_m = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ et $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

L'équation horaire du mouvement du solide S est : $y = 0,02 \sin(5t + \frac{\pi}{2})$.

EXERCICE 2 : P.6 : 1 :

Un solide S de masse $m = 200 \text{ g}$ est fixé à l'extrémité d'un ressort de raideur $k = 40 \text{ N. m}^{-1}$. L'autre extrémité du ressort est attachée à un support fixe. Ce ressort, de masse négligeable, à spires non jointives, peut travailler en extension et en compression. Le solide de masse m est guidé rectilignement sur un banc à coussin d'air horizontal. Les frottements sont négligeables.

Le solide est écarté de sa position d'équilibre d'une longueur $x_0 = 5 \text{ cm}$ en étirant le ressort et lâché avec une vitesse initiale $V_0 = 0,70 \text{ m. s}^{-1}$ vers sa position d'équilibre. On associe au mouvement du solide un repère $(O, \vec{i})$ où O est la position d'équilibre du centre de gravité du solide et $\vec{i}$ un vecteur unitaire de même sens que $\vec{V}_0$.

1. Déterminer :

- 1.1) l'énergie mécanique E_0 du système {ressort-solide} au début du mouvement ;
- 1.2) la vitesse du solide au passage par la position d'équilibre ;
- 1.3) le raccourcissement maximal du ressort.

2.

2.1. Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide.

2.2. En déduire l'équation horaire du mouvement.

2.3. Quelle est la période T_0 du mouvement ?

EXERCICE 2 : P.6 : 1 :

1.

1.1) $E_0 = \frac{1}{2}mV_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 = 9,9 \cdot 10^{-2} \text{ J.}$

1.2) A un instant t quelconque, on a : $E = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}kx^2$. Au passage par la position d'équilibre, on a : $x = 0$, d'où $E_1 = \frac{1}{2}mV_1^2$.

D'après la conservation de l'énergie mécanique, on a : $E_1 = E_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mV_1^2 = E_0$, d'où

$$V_1 = \sqrt{\frac{2E_0}{m}} = 9,95 \cdot 10^{-1} \text{ m. s}^{-1}.$$

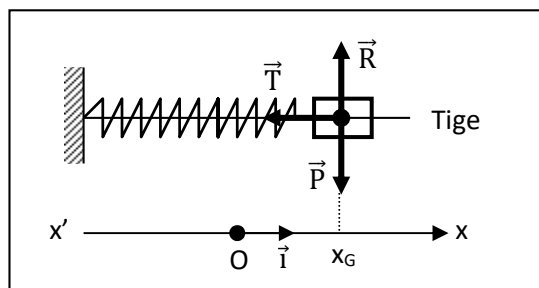
1.3) $E = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}kx^2$. Pour $x = x_{\max}$, on a : $V = 0$, d'où $E_2 = \frac{1}{2}kx_{\max}^2$.

D'après la conservation de l'énergie mécanique, on a :

$$E_0 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2}kx_{\max}^2 = E_0, \text{ d'où } x_{\max} = \sqrt{\frac{2E_0}{k}} = 0,07 \text{ m} = 7 \text{ cm.}$$

2.

2.1)



♦ Système: le solide S de masse m

♦ Référentiel : terrestre supposé galiléen

♦ Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ du solide et la réaction $\vec{R}$ de la tige et la tension $\vec{T}$ du ressort.

♦ Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m \vec{a}$

♦ Projection sur l'axe ($x'x$) : $0 + 0 - T = m.a_x \Rightarrow -kx = m\ddot{x}$ soit

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \text{ ou } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

2.2) Une solution de cette équation différentielle est : $x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$ avec $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

D'après les conditions initiales, on a au début du mouvement ($t = 0$) :

$$\diamond x = -x_0 = X_m \sin \varphi \Rightarrow \varphi = -\frac{x_0}{X_m} < 0$$

$$\dot{x} = V_0 = X_m \omega \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{V_0}{X_m \omega} > 0$$

$$\diamond \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1 = \left(\frac{-V_0}{X_m}\right)^2 + \left(\frac{V_0}{X_m \omega}\right)^2, \text{ d'où } X_m = \sqrt{x_0^2 + \frac{V_0^2}{\omega^2}}.$$

$$\text{Or } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \text{ donc } X_m = \sqrt{x_0^2 + \frac{mV_0^2}{k}} = 0,07 \text{ m.}$$

$$\diamond \tan \varphi = \frac{-x_0 \omega}{V_0} = -1,010 \Rightarrow \varphi = (-0,79 + k.\pi) \text{ rad}$$

Or $\sin \varphi < 0$ et $\cos \varphi > 0$, d'où $\varphi = -0,79 \text{ rad}$.

L'équation horaire du mouvement du solide S est : $x = 0,07 \sin(\omega t - 0,79)$; avec x en m et

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 14,14 \text{ rad. s}^{-1}.$$

$$2.3) T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,44 \text{ s.}$$

EXERCICE 3 : P.6 : 2 :

Un ressort à spires non jointives, suspendu verticalement, supporte un solide S de masse $m = 600 \text{ g}$. La constante de raideur du ressort est $k = 100 \text{ N. m}^{-1}$. On prendra $g = 10 \text{ N. kg}^{-1}$.

1. Calculer l'allongement $\Delta \ell_0$ du ressort quand le système est en équilibre.

2. On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre en le tirant verticalement vers le bas d'une longueur $x_0 = 5 \text{ cm}$ puis on le lâche sans vitesse initiale. On observe des oscillations. Le centre de gravité G du solide S est repéré par son abscisse x sur l'axe $x'x$ orienté vers le haut dont l'origine O coïncide avec la position de G à l'équilibre. L

L'énergie potentielle de pesanteur du solide S est nulle en O.

2.1. Calculer la variation d'énergie potentielle correspondant au déplacement initial.

2.2. Calculer l'énergie E_0 du système {ressort-solide S-Terre} au début du mouvement.

2.3. Etablir l'expression de l'énergie mécanique E du système en fonction de $\Delta \ell_0$, k , x , m et V .

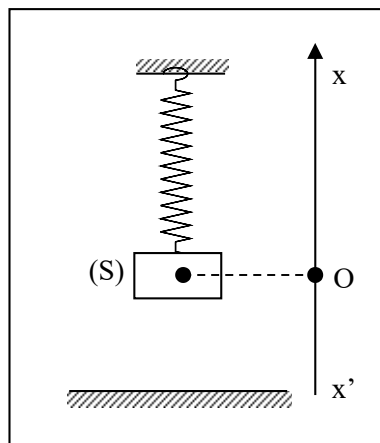
2.4. Calculer la vitesse maximale $V_{\max}$ que peut acquérir le solide S au cours du mouvement.

3.

3.1. Etablir l'équation différentielle du mouvement par deux méthodes différentes.

3.2. En déduire l'équation horaire et la période T du mouvement.

3.3. Calculer l'énergie potentielle du système et la tension T_1 du ressort à la date $t_1 = \frac{T}{2}$, où T est la période.



EXERCICE 3 : P.6 : 2 :

1) $\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = 0,06 \text{ m.}$

2.

2.1) $\Delta E_p = E_p - E_{p0} = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0 + x_0)^2 - mgx_0 - \frac{1}{2}(\Delta\ell_0)^2 = 0,125 \text{ J.}$

2.2) $E_0 = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0 + x_0)^2 - mgx_0 = 0,305 \text{ J.}$

2.3) $E = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0 - x)^2 + mgx + \frac{1}{2}mV^2$

$E = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 + \frac{1}{2}kx^2 + x(mg - k\Delta\ell_0) + \frac{1}{2}mV^2$. Or à l'équilibre, $mg - k\Delta\ell_0 = 0$, d'où

$E = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mV^2$.

2.4) En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, on a : $E_0 = E = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mV^2$.

$V = V_{\max}$ si $x = 0$, d'où $E_0 = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 + \frac{1}{2}mV_{\max}^2 \Rightarrow V_{\max} = \sqrt{\frac{2E_0 - k(\Delta\ell_0)^2}{m}} = 0,64 \text{ m. s}^{-1}$.

3.

3.1)

♦ Méthode énergétique :

$\frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m \frac{d\dot{x}^2}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dx^2}{dt} = \dot{x}(m\ddot{x} + kx) = 0$.

$\forall \dot{x}$, on a : $m\ddot{x} + kx = 0$.

♦ Méthode dynamique :

TCI : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$.

En projetant sur $x'x$: $P_x + T_x = m\ddot{x} \Leftrightarrow -mg + k(\Delta\ell_0 - x) = m\ddot{x}$.

Or $-mg + k\Delta\ell_0 = 0$, d'où $m\ddot{x} = -kx$, soit $m\ddot{x} + kx = 0$ ou encore $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$.

3.2) Une solution de cette équation différentielle est : $x = X_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ avec $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 12,9 \text{ rad. s}^{-1}$

et $T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,49 \text{ s.}$

A $t = 0$: $\begin{cases} x = -x_0 = X_m \sin \varphi \\ \dot{x} = 0 = \omega X_m \cos \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_m = \frac{-x_0}{\sin \varphi} > 0 \\ \cos \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_m = x_0 \\ \varphi = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$

L'équation horaire est : $x = 0,05 \sin(12,9t - \frac{\pi}{2})$.

3.3)

A $t = \frac{T}{2}$, $x = 0,05 \sin(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} - \frac{\pi}{2}) = 0,05 \text{ m} = x_0$.

$E_p = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0)^2 + \frac{1}{2}kx_0^2$ ou $\Rightarrow E_p = \frac{1}{2}k(\Delta\ell_0 - x_0)^2 + mgx_0 = 0,305 \text{ J.}$

$T = k(\Delta\ell_0 - x) = k(\Delta\ell_0 - x_0) = 1 \text{ N.}$

MOUVEMENT DANS UN CHAMP MAGNETIQUE

EXERCICE 1 : Exo résolu P.181 :

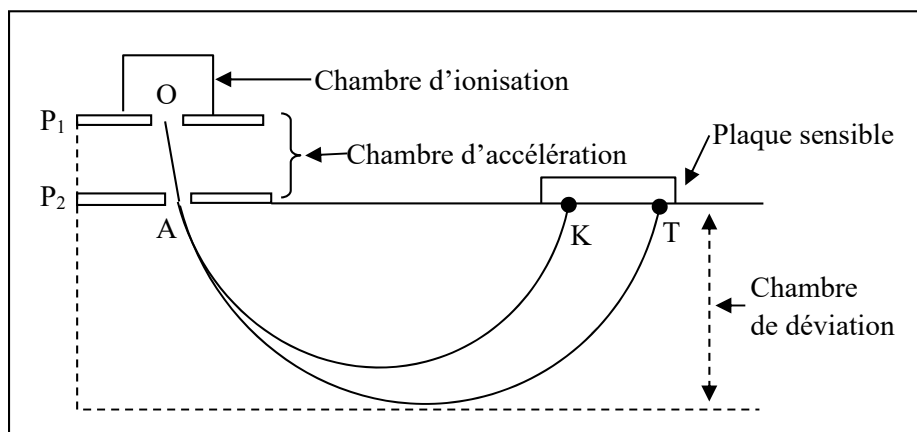
L'uranium naturel contient essentiellement deux isotopes : l'uranium 235 et l'uranium 238. On désire séparer les deux isotopes de l'uranium à l'aide d'un spectrographe de masse (voir figure).

Les ions $^{235}_{92}\text{U}^+$ de masse m_1 et $^{238}_{92}\text{U}^+$ de masse m_2 produits dans une chambre d'ionisation sont introduits avec une vitesse initiale négligeable en O dans une chambre d'accélération entre deux plaques P_1 et P_2 soumises à une tension $U = V_{P_1} - V_{P_2}$. Ces ions sortent par la fente A.

1.

1.1. Représenter sur un schéma le sens du champ électrique $\vec{E}$ régnant entre les plaques P_1 et P_2 permettant l'accélération des ions.

1.2. Exprimer les vitesses V_1 et V_2 des ions $^{235}_{92}\text{U}^+$ et $^{238}_{92}\text{U}^+$ en fonction de q , U et leurs masses respectives m_1 et m_2 . En déduire une relation entre m_1 , m_2 , V_1 et V_2 .



2. A la sortie en A de la chambre d'accélération, les ions pénètrent dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure.

2.1. Quel doit être le sens de $\vec{B}$ pour que les ions soient déviés vers la plaque sensible ?

2.2. Démontrer que les ions prennent dans le champ magnétique, un mouvement circulaire uniforme dans un plan qu'on précisera.

2.3. Déterminer les rayons de courbure R_1 et R_2 des trajectoires des ions en fonction de $U = V_{P_1} - V_{P_2}$, q , B et de la masse de l'ion correspondant.

2.4. Déterminer l'ion qui correspond à chacune des traces K et T sur la plaque sensible. Calculer la distance KT.

3. Le courant d'ions issu de la chambre d'ionisation a une intensité de $10 \mu\text{A}$. Sachant que l'uranium naturel contient en nombre d'atomes 0,7 % d'isotopes légers, calculer en mg, la masse de chaque isotope recueilli en 24 h.

Données :

♦ $B = 10^{-3} \text{ T}$, $U = 4 \text{ kV}$

♦ Charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

♦ Unité de masse atomique : $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

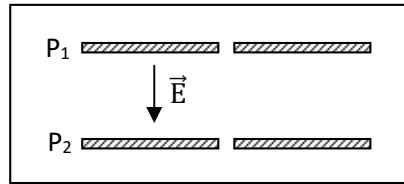
♦ Masse de l'uranium 235 : $m_1 = 235 \text{ u}$

♦ Masse de l'uranium 238 : $m_2 = 238 \text{ u}$.

EXERCICE 1 : Exo résolu P.181 :

1.

1.1) $\vec{E}$ est dirigé de P_1 vers P_2 .



1.2)

♦ $\frac{1}{2}m_1 \cdot V_1^2 = q(V_{P_1} - V_{P_2}) = qU \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m_1}}$.

♦ De même : $V_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m_2}}$

♦ $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

2.

2.1) $\vec{B}$ doit être entrant.

2.2) $\sum \vec{F} = m\vec{a} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$; $\vec{a} = \frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m}$.

D'après les propriétés du produit vectoriel, on a :

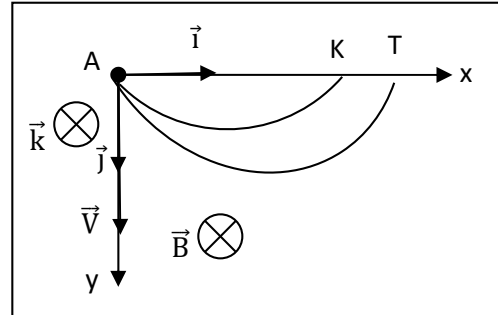
♦ $\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $a_r = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = \text{cte}$: **le mouvement est uniforme.**

♦ $\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $\vec{a} = \vec{a}_n$ soit $\frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m} = \vec{a}_n$.

En module : $\frac{qV \cdot B}{m} = \frac{V^2}{R}$, d'où $R = \frac{mV}{qB} = \text{cte}$: **le mouvement est circulaire.**

♦ Soit zz' l'axe associé au vecteur $\vec{B}$:

$\vec{a} = \frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{V}$ donc $a_z = 0$ et $V_z = \text{cte} = 0$: le mouvement ne s'effectue pas suivant l'axe zz' associé au vecteur $\vec{B}$. Le mouvement se fait donc dans le plan de figure (plan Axy).



2.3) $R_1 = \frac{m_1 V_1}{qB} = \frac{m_1}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m_1}} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_1 U}{q}}$; $R_2 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_2 U}{q}}$

2.4) $m_1 < m_2$, d'où $R_1 < R_2$; l'ion $^{235}_{92}\text{U}^+$ arrive en K tandis que l'ion $^{238}_{92}\text{U}^+$ arrive en T.

$KT = AT - AK = 2R_2 - 2R_1 = 2(R_2 - R_1) \Rightarrow KT = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2U}{q}} (\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}) = 1,78 \text{ m}$.

1.

1.1) $\vec{E}$ est dirigé de P_1 vers P_2 .

1.2)

♦ $\frac{1}{2}m_1 \cdot V_1^2 = q(V_{P_1} - V_{P_2}) = qU \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m_1}}$.

♦ De même : $V_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m_2}}$

♦ $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

2.

2.1) $\vec{B}$ doit être sortant.

$$2.2) \sum \vec{F} = m\vec{a} = q\vec{V} \wedge \vec{B}; \vec{a} = \frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m}.$$

D'après les propriétés du produit vectoriel, on a :

♦ $\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $a_t = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = \text{cte}$: le mouvement est uniforme.

♦ $\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $\vec{a} = \vec{a}_n$ soit $\frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m} = \vec{a}_n$. En module : $\frac{qV.B}{m} = \frac{V^2}{R}$, d'où $R = \frac{mV}{qB} = \text{cte}$: le mouvement est circulaire.

♦ Soit zz' l'axe associé au vecteur $\vec{B}$:

$\vec{a} = \frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{V}$ donc $a_z = 0$ et $V_z = \text{cte} = 0$: le mouvement ne s'effectue pas suivant l'axe zz' associé au vecteur $\vec{B}$. Le mouvement se fait donc dans le plan de figure.

$$2.3) R_1 = \frac{m_1 V_1}{qB} = \frac{m_1}{qB} \sqrt{\frac{2qB}{m_1}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_1 U}{q}}; R_2 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_2 U}{q}}$$

2.4) $m_1 < m_2$, d'où $R_1 < R_2$; l'ion $^{235}_{92}\text{U}^+$ arrive en K tandis que l'ion $^{238}_{92}\text{U}^+$ arrive en T.

$$KT = AT - AK = 2R_2 - 2R_1 = 2(R_2 - R_1) = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2U}{q}} (\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}) = 1,78 \text{ m}.$$

$$3) q = ne = I.t, \text{ d'où } n = \frac{It}{e} = 5,4.10^{18}.$$

♦ Pour l'isotope 235, $n_1 = \frac{0,7n}{100} = 3,78.10^{16}$ atomes.

La masse correspondante est $m = n_1.m_1 = 1,474.10^{-8} \text{ kg} = 14,74 \mu\text{g}$.

♦ Pour l'isotope 238, $n_2 = \frac{(100-0,7)n}{100} = 5,36.10^{18}$ atomes.

La masse correspondante est $m' = n_2.m_2 = 2,12.10^3 \mu\text{g}$.

EXERCICE 2 : P.7. 1 :

Un faisceau homocinétique d'électrons pénètre en O à la vitesse $\vec{V}_0$ dans un domaine (en pointillés sur la figure) de largeur ℓ où règne un champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B}$ orthogonal à $\vec{V}_0$.

1.

1.1. On désire obtenir une déviation des particules vers le haut par le champ magnétique $\vec{B}$. Préciser sur la figure le sens du vecteur $\vec{B}$.

1.2. Montrer que dans le champ magnétique, le mouvement des particules est circulaire et uniforme dans un plan que l'on précisera.

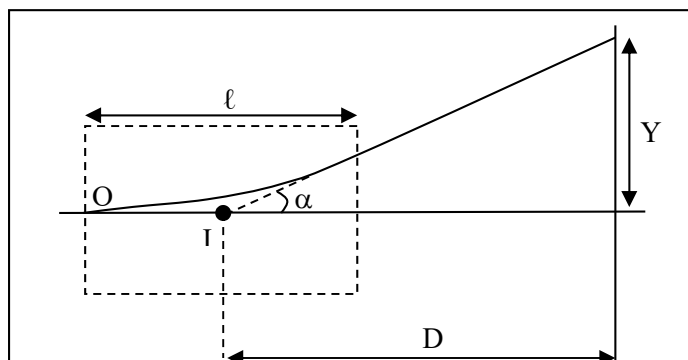
2. A sa sortie du champ, le faisceau d'électrons semble provenir d'un point I proche du centre de l'espace champ magnétique. un écran est placé à la distance $D = 10 \text{ cm}$ du point I perpendiculairement à $\vec{V}_0$.

2.1. Exprimer la déviation angulaire α (ou angle α de déflexion) du faisceau électronique en fonction de q , m , ℓ , B et V_0 .

2.2. Déterminer l'expression de la déviation linéaire Y du faisceau d'électrons sur l'écran.

2.3. Que valent le champ magnétique B et le rayon R de la trajectoire si on observe sur l'écran une distance de déflexion $Y = 4 \text{ cm}$.

♦ On donne : $V_0 = 100 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, $\ell = 2 \text{ cm}$, $q = -e = -1,6.10^{-19} \text{ C}$, $m = 9,1.10^{-31} \text{ kg}$.



EXERCICE 2 : P.7. 1 :

1.

1.1) En utilisant la règle de l'observateur d'Ampère ou la règle de la main droite ou, on constate que le champ magnétique $\vec{B}$ est sortant.

1.2) Montrons que le mouvement est circulaire et uniforme :

$$\text{TCI : } \sum \vec{F} = m\vec{a} = q\vec{V} \wedge \vec{B} ; \vec{a} = \frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m}.$$

D'après les propriétés du produit vectoriel, on a :

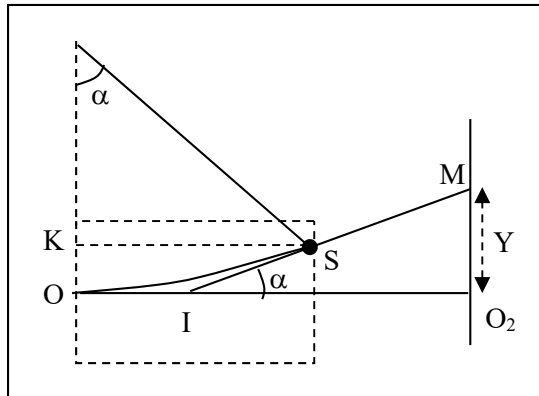
♦ $\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $a_r = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = V_0 = \text{cte}$: le mouvement est uniforme.

♦ $\vec{a} \perp \vec{V}$, d'où $\vec{a} = \vec{a}_n$ soit $\frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m} = \vec{a}_n$. En module : $\frac{|q|V.B}{m} = \frac{V^2}{R}$, d'où $\mathbf{R} = \frac{mV}{|q|B} = \text{cte}$: le mouvement est circulaire.

♦ Soit zz' l'axe associé au vecteur $\vec{B}$:

$\vec{a} = \frac{q\vec{V} \wedge \vec{B}}{m} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{V}$ donc $a_z = 0$ et $V_z = \text{cte} = 0$: le mouvement ne s'effectue pas suivant l'axe zz' associé au vecteur $\vec{B}$. Le mouvement se fait donc dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$, autrement dit, dans le plan contenant les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{V}$.

2.



2.1) Déviation angulaire α : $\sin \alpha = \frac{KS}{O_1S} = \frac{\ell}{R} = \frac{\ell|q|B}{mV_0}$

2.2) Déviation linéaire sur l'écran :

En considérant le triangle IMO₂ : $\tan \alpha = \frac{Y}{D}$, d'où $Y = D \cdot \tan \alpha$.

2.3) $\tan \alpha = \frac{Y}{D} = 0,4$, d'où $\alpha = 21,8^\circ$.

$\sin \alpha = \frac{\ell}{R}$ d'où $R = \frac{\ell}{\sin \alpha} = 5,38 \text{ cm}$.

$R = \frac{mV_0}{|q|B}$, d'où $\mathbf{B} = \frac{mV_0}{|q|R} = \mathbf{1,05 \cdot 10^{-5} \text{ T}}$.

SUJETS D'EXAMEN (BAC) PROPOSES AU BENIN :

SUJET 1 : BAC D 95 (REMPLACEMENT)

CHIMIE 1 :

Soit le composé A de formule : $\text{CH}_3\text{-CH}(\text{CH}_3)\text{-CH}_2\text{OH}$.

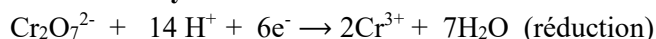
1. Donner le nom de ce composé, sa fonction chimique et préciser sa classe.
2. Le composé A est mis en présence d'une solution de dichromate de potassium en milieu acide.
 - a) Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit dans les cas suivants :
 - la solution de dichromate de potassium est utilisée en quantité insuffisante ;
 - la solution de dichromate de potassium est utilisée en excès.
 - b) Donner dans chaque cas, le nom du produit organique formé et préciser une méthode d'identification de chaque produit.
- 3.a) On considère l'ester B de formule semi-développée : $\text{HOOC-CH}(\text{CH}_3)\text{-CH}_3$.
Donner les formules semi-développées des isomères de même fonction chimique que B.
 - b) L'action prolongée, à chaud, d'un excès d'eau sur B conduit à la formation de deux composés D et E que l'on sépare. Le composé D par dissolution dans l'eau donne une solution acide.
Donner la formule semi-développée, le nom et la fonction chimique de D et E.
4. L'action d'un composé organique G sur E donne par réaction complète l'ester B et le composé D.
 - a) Déterminer la formule semi-développée, la fonction chimique et le nom du composé G.
 - b) Ecrire l'équation-bilan de cette réaction.
5. L'action du pentachlorure de phosphore PCl_5 sur D donne un composé organique I. Déterminer la formule semi-développée, le nom et la fonction chimique du composé I.

CHIMIE 1 :

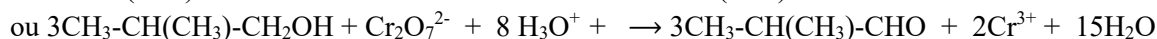
1) 2-méthylpropan-1-ol ; fonction alcool ; alcool primaire.

2.a)

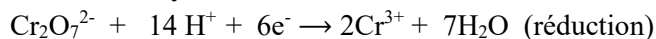
• **Cas où l'oxydant est en défaut :**



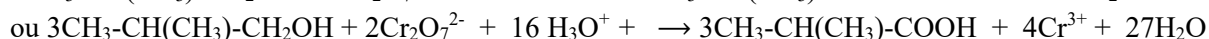
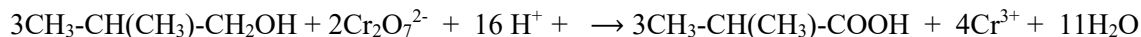
Bilan :



• **Cas où l'oxydant est en excès :**



Bilan :



b) • **Cas où l'oxydant est en défaut :**

On obtient du 2-méthylpropanal qui peut être identifié en utilisant ou le réactif de Schiff, ou la liqueur de Fehling ou le réactif de Tollens.

• **Cas où l'oxydant est en excès :**

On obtient de l'acide 2-méthylpropanoïque qui est mis en évidence par le bleu de bromothymol ou un autre indicateur coloré.

3.a) $\text{HOOC-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_3$; $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-COO-CH}_3$; $\text{CH}_3\text{-COO-CH}_2\text{-CH}_3$.

b)

• On peut agir le sodium sur le composé E anhydre : il se dégage du dihydrogène : E est donc un alcool.

• On oxyde E de façon ménagée : la réaction étant positive, l'alcool E est un alcool I ou un alcool II.

• On fait ensuite agir la 2,4-DNPH sur le produit de l'oxydation de : le test positif met en évidence la fonction carbonyle.

• On fait réagir ensuite le réactif de Schiff : le test négatif prouvera que le composé testé est une cétone : par conséquent E est un alcool secondaire.

(D) : H-COOH : acide méthanoïque (fonction acide carboxylique)

(E) : $\text{CH}_3\text{-CHOH-CH}_3$: propan-2-ol (fonction alcool)

4.a)

(G) : H-CO-O-COH : anhydride méthanoïque (anhydride d'acide).

b) $\text{H-CO-O-COH} + \text{CH}_3\text{-CHOH-CH}_3 \rightarrow \text{H-CO-O-CH(CH}_3\text{)-CH}_3 + \text{HCOOH}$

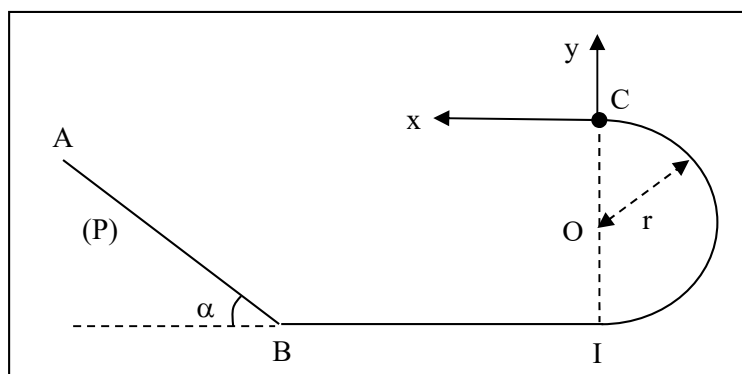
5) I : HCOCl : chlorure de méthanoyle (fonction : chlorure d'acyle ou chlorure d'acide).

SUJET 2 : BAC C 95 (REMPLACEMENT)

EXERCICE III :

Données : $g = 10 \text{ m. s}^{-2}$; $\pi^2 = 10$; $AB = d$.

1. Un solide S, assimilable à un point matériel de masse $m = 1,25 \text{ kg}$ se déplace sans frottement sur une piste dont la coupe par un plan vertical est représentée par la figure ci-dessous : (P), plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ sur l'horizontale BI, $\widehat{IC}$, demi-circonférence de centre O et de rayon r.



Le solide S est lâché sans vitesse initiale du point A.

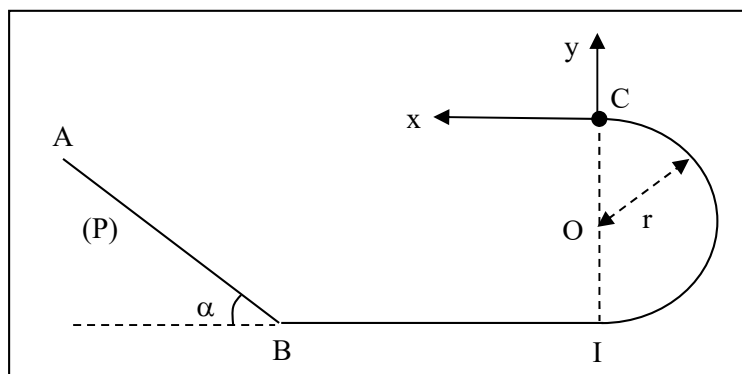
a) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique que l'on énoncera, déterminer la vitesse du solide en B en fonction de g, d et α . La calculer pour $d = 5 \text{ m}$.

- b) Exprimer en fonction de d et α , la valeur maximale de r pour que le solide S ne décolle pas de la piste en C. Application numérique : $d = 5$ m.
2. La piste s'arrête en C. On donne : $r = 1$ m.
- a) Calculer la vitesse en C.
- b) Dans le repère (C_x, C_y) , établir l'équation cartésienne de la trajectoire du solide.
- c) A quelle date le solide arrive-t-il sur l'horizontale BI de longueur suffisante ?
- d) Donner en ce point les caractéristiques de sa vitesse.

SUJET 2 : BAC C 95 (REMPLACEMENT)

EXERCICE III :

1.



a) Énoncé : voir cours.

$$\frac{1}{2} m V_B^2 - 0 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) = mgd \sin \alpha \Rightarrow V_B = \sqrt{2gd \sin \alpha} = 7,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

b) Vitesse en C : $\frac{1}{2} m V_C^2 - \frac{1}{2} m V_B^2 = - mgr$, d'où $V_C^2 = - 4gr + 2gd \sin \alpha$

Réaction en C : $\vec{R} + m\vec{g} = m\vec{a}$, soit $R + mg = \frac{m V_C^2}{r}$

D'où $R = mg \left(\frac{2d \sin \alpha}{r} - 5 \right)$. Le contact impose $R \geq 0$, autrement $\frac{2d \sin \alpha}{r} - 5 \geq 0$; d'où $r \leq \frac{2d \sin \alpha}{5}$

et $r_{\max} = \frac{2d \sin \alpha}{5}$

2.a) $V_C = \sqrt{2gd \sin \alpha - 4gr} = 3,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (voir 1.b)

b) $x = V_C t$; $y = -\frac{1}{2} g t^2$, d'où $y = -\frac{g x^2}{2 V_C^2}$

c) Au point de chute : $y_D = - 2r = -\frac{1}{2} g t_D^2$, d'où $t_D = 0,63 \text{ s}$.

d)

• Point d'application : D ($x_D = 2,0 \text{ m}$; $y_D = - 2 \text{ m}$)

• Direction et sens : $\theta = (\vec{C_x}, \vec{V}_D)$ tel que $\tan \theta = \frac{V_{Dy}}{V_{Dx}}$

$\tan \theta = -\frac{g t_D}{V_C} = - 1,969$ soit $\theta = - 63,1^\circ$.

• Norme : $V_D = \sqrt{V_C^2 + (g t_D)^2} = 7,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

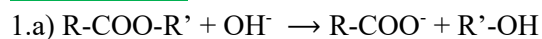
SUJET 3 : BAC D 96

EXERCICE 1:

On réalise la saponification d'un ester E par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire 1 mol. L⁻¹. Une masse m = 8,8 g de cet ester réagit avec 100 mL de solution d'hydroxyde de sodium.

- 1.a) Ecrire l'équation-bilan de la réaction de saponification.
 - b) Déterminer la masse molaire et la formule brute de cet ester.
 - c) Déterminer les formules semi-développées et les noms des isomères de E.
2. On récupère l'alcool C formé au cours de la réaction de saponification. Son oxydation ménagée par un excès d'une solution de dichromate de potassium en milieu acide conduit à un acide carboxylique A. Le volume V_a = 20 cm³ de cet acide de concentration massique 4,6 g. L⁻¹ est neutralisé exactement par un volume V_b = 20 cm³ d'une solution d'hydroxyde de sodium décimolaire.
- a) Calculer la concentration molaire et la masse de cet acide. En déduire sa formule brute et celle de l'alcool C.
 - b) Identifier l'ester E (formule semi-développée et nom). En déduire le nom et la formule semi-développée de l'acide qui a servi à la préparation de cet ester.
3. Ecrire les demi-équations redox et en déduire l'équation-bilan de la réaction d'oxydation de l'alcool C, sachant que le couple oxydant-réducteur est Cr₂O₇²⁻ / Cr³⁺.
- On donne les masses molaires en g. mol⁻¹: C : 12 ; O : 16.

EXERCICE 1:



b) $n_E = \frac{m_E}{M_E} = C_B \cdot V_B$, d'où $M_E = \frac{m_E}{C_B V} = 88 \text{ g. mol}^{-1}$.

$M_E = M(C_nH_{2n}O_2) = 14n + 32 = 88 \Rightarrow n = 4$. La formule brute est **C₄H₈O₂**.

c)

- H-COO-CH₂-CH₂-CH₃ : méthanoate de propyle
- H-COO-CH(CH₃)-CH₃ : méthanoate d'isopropyle
- CH₃-COO-CH₂-CH₃ : éthanoate d'éthyle
- CH₃-CH₂-COO-CH₃ : propanoate de méthyle.

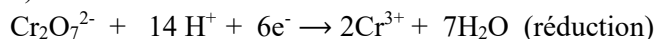
2.

a) $C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_b$, d'où $C_a = 0,1 \text{ mol. L}^{-1}$; $M = \frac{C_m}{C_a} = 46 \text{ g. mol}^{-1}$

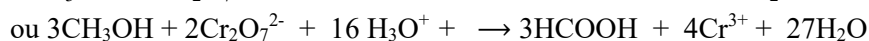
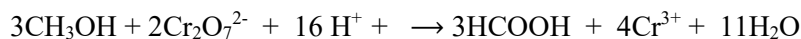
Formules brutes : Acide A : CH₂O₂ ; alcool : CH₄O.

b) Ester E : CH₂-COO-CH₂-CH₃ : éthanoate d'éthyle ; Acide : CH₃-CH₂-COOH : acide propanoïque.

3)



Bilan :



SUJET 8 : BAC C 99 (REMPLACEMENT)

EXERCICE I: BAC BLANC

On dispose de trois solutions aqueuses à 25 °C :

- S₁ : une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire C₁
- S₂ : une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire C₂
- S₃ : une solution d'ammoniac de concentration molaire C₃ = 2,5.10⁻³ mol. L⁻¹.

On donne : pK_a (NH₄⁺ / NH₃) = 9,2 à 25 °C.

1. Calculer le pH de chacune des solutions S₁ et S₃ si les trois solutions avaient la même concentration molaire C₃ = 2,5.10⁻³ mol. L⁻¹.

2. Dans un erlenmeyer, on introduit un volume V₂ = 20 mL de la solution S₂. On y verse alors progressivement grâce à une burette graduée la solution S₁ d'acide chlorhydrique. La variation du pH du mélange est suivie à l'aide d'un pH-mètre. Pour V₁ = 0 mL, pH = 11. Pour V₁ = 25 mL, pH = 7.

- a) Ecrire l'équation-bilan de la réaction acido-basique qui se produit.
 - b) Calculer les concentrations molaires C₁ et C₂ respectivement des solutions S₁ et S₂.
 - c) Vers quelle limite tend le pH de ce mélange quand le volume V₁ d'acide chlorhydrique ajouté augmente indéfiniment ?
 - d) Tracer l'allure du graphe pH = f(V₁) en tenant compte des renseignements évoqués ci-dessus.
3. Soit M₁ le mélange réalisé lorsque V₁ = 55 mL. Au mélange M₁, on ajoute maintenant un volume V₃ = 96 mL de la solution S₃ d'ammoniac. On obtient ainsi un mélange M₂.
- a) Montrer que dans le mélange M₁, le nombre de moles d'ions hydronium est n = 1,2.10⁻⁴ mol.
 - b) Ecrire l'équation bilan de la réaction qui se produit dans le mélange M₂.
 - c) Montrer que le pH du mélange M₂ est égal au pK_a du couple NH₄⁺ / NH₃.
 - d) Inventorier les espèces chimiques présentes dans le mélange M₂ et calculer leurs concentrations molaires.

EXERCICE I: BAC BLANC

1)

- S₁ est une solution de monoacide fort : pH_{S₁} = - logC₃ = 2,6.
- S₂ est une solution de monobase forte : pH_{S₂} = 14 + logC₃ = 11,4

2.

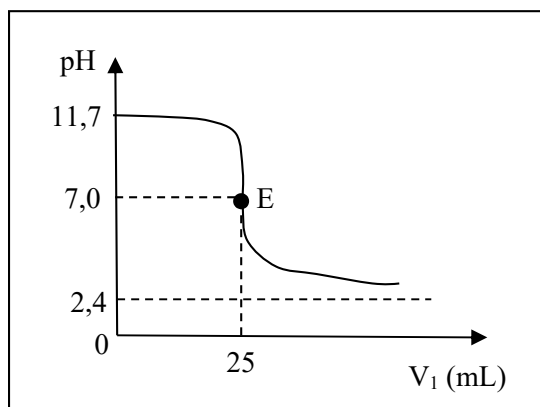


b)

- V₁ = 0 mL ; pH_{S₂} = 14 + logC₂, d'où C₂ = 5.10⁻³ mol. L⁻¹
 - V₁ = 25 mL, pH = 7,0 : c'est l'équivalence acido-basique.
- C₂V₂ = C₁V₁, d'où C₁ = 4.10⁻³ mol. L⁻¹.

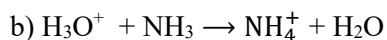
c) Quand V₁ augmente indéfiniment, le milieu devient de plus en plus acide et le pH tend vers celui de S₁ : soit pH = 2,4.

d)



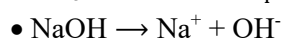
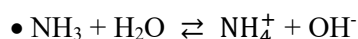
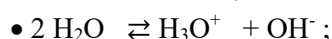
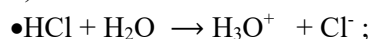
3.a) $V_T > V_E$; or il s'agit d'une réaction acide fort-base forte :

$$n_{H_3O^+ \text{ rest}} = n_{H_3O^+}(S_1) - n_{OH^-}(S_2) = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ mol.}$$



c) $n_{NH_3} = C_3 \cdot V_3 = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$; on constate que $n_{H_3O^+} = \frac{1}{2} n_{NH_3}$. On est donc à la demi-équivalence, donc $pH = pK_a (NH_4^+ / NH_3)$

d)



♦ Espèces chimiques : H_3O^+ , OH^- , Cl^- , Na^+ , NH_4^+ , NH_3 ; H_2O .

♦ $[H_3O^+] = 6,3 \cdot 10^{-10} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $[OH^-] = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $[Na^+] = \frac{C_2 V_2}{V_T} = 5,9 \cdot 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ $[Cl^-] = \frac{C_1 V_1}{V_T} = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$

♦ REN : $[NH_4^+] = [Cl^-] + [OH^-] - [Na^+] - [H_3O^+] = 7,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$;

♦ RCM : $[NH_3] = \frac{C_3 V_3}{V_T} - [NH_4^+] = 6,7 \cdot 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$.

EXERCICE II:

• On donne les masses molaires en g. mol⁻¹: C : 12 ; O : 16 ; H : 1 ; Cl : 35,5.

L'analyse élémentaire d'un anhydride mixte d'acides carboxyliques A de formule $C_x H_y O_3$ a donné : C : 51,7 % ; H : 6,9 % ; O : 41,4 %.

1. Déterminer x et y.

2. L'hydrolyse de A donne un mélange de deux acides carboxyliques A₁ et A₂. L'hydratation du propène en présence de l'acide sulfurique a donné un mélange de deux corps B₁ et B₂. A₁ est le produit final d'oxydation ménagée de B₂.

a) Ecrire l'équation de la réaction d'hydratation du propène. Identifier B₁ et B₂ par leurs formules semi-développées. Les nommer.

b) En utilisant les résultats précédents, donner les formules semi-développées et les noms de l'anhydride A et des acides carboxyliques A₁ et A₂.

3. On estérifie n moles de A₁ avec n moles de B₁. Lorsque l'équilibre est supposé atteint, on obtient m = 3,5 g d'ester. L'acide restant est dosé par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration C = 1 mol. L⁻¹. A l'équivalence, le volume de la solution de soude versé est V = 21 cm³.

a) Ecrire l'équation de la réaction entre B₁ et A₁. Nommer l'ester formé.

- b) Calculer le nombre de moles de A_1 restant après la réaction entre A_1 et B_1 . En déduire n .
 c) On fait réagir $5 \cdot 10^{-2}$ mol de B_2 avec un excès du chlorure d'acyle correspondant de A_1 . Ecrire l'équation bilan de la réaction et calculer la masse minimale de chlorure d'acyle qu'il faut à cet effet.

EXERCICE II:

1) $\frac{12x}{51,7} = \frac{y}{6,9} = \frac{48}{41,4} \Rightarrow x = 5$ et $y = 8$, d'où $C_5H_8O_3$.

2.



Le produit de l'hydratation est un mélange des alcools suivants :

$CH_3-CH_2-CH_2-OH$ (alcool primaire) et $CH_3-CHOH-CH_3$ (alcool secondaire).

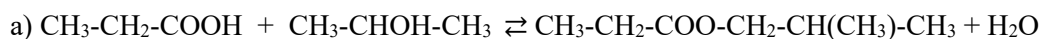
Identification de B_1 et B_2 :

B_1 : $CH_3-CH_2-CH_2-OH$ (propan-1-ol) ; B_2 : $CH_3-CHOH-CH_3$ (propan-2-ol).

b) A_1 : CH_3-CH_2-COOH : acide propanoïque ; A_2 : CH_3-COOH : acide éthanoïque

A : $CH_3-CH_2-CO-O-CO-CH_3$: anhydride éthanoïque-propanoïque.

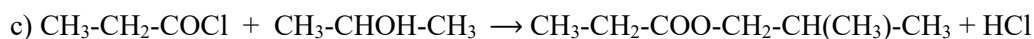
3.



Nom de l'ester : propanoate de 1-méthyléthyle.

b) A l'équivalence acido-basique : $n_{A_1 \text{ rest}} = n_{OH^- \text{ disp}} = CV = 2,1 \cdot 10^{-2}$ mol.

Détermination de n : $n = n_{A_1 \text{ rest}} + n_{A_1 \text{ disp}}$; or $n_{A_1 \text{ disp}} = n_{\text{ester}} = \frac{m}{M_E} = 0,03$ mol, d'où
 $n = 5,1 \cdot 10^{-2}$ mol.



• Masse minimale m' de chlorure d'acyle : $n'_{A_1} \geq 5 \cdot 10^{-2}$ mol ; $M'_{A_1} = 92,5$ g. mol^{-1} , d'où **$m' = 4,6$ g.**

SUJET 10 : BAC C 2000 (REMPLACEMENT)

EXERCICE I: BAC BLANC : INFAS.

• On donne les masses molaires en g. mol^{-1} : O : 16 ; H : 1 ; Ca : 40.

1. Une solution aqueuse peut être caractérisée par le rapport $n = \frac{[H_3O^+]}{[OH^-]}$.

a) Exprimer n en fonction du pH de la solution et du pK_e (K_e produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-pK_e}$).

b) Donner les valeurs limites de n sachant que le pH est compris entre 1 et 13.

c) Le pH d'une solution aqueuse S_0 d'acide chlorhydrique est égal à 3,7. Calculer la valeur du rapport n pour cette solution.

2. Le dihydroxyde de calcium $Ca(OH)_2$ est une dibase forte.

a) Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans une solution aqueuse S_1 de dihydroxyde de calcium sachant que pour cette solution $n = 10^{-10}$.

b) Calculer la masse de dihydroxyde de calcium dans 1,5 L de cette solution.

3. On dilue 1 000 fois la solution S_0 et on obtient une solution S_2 .

a) Calculer les concentrations molaires des espèces chimiques présentes dans S_2 .

b) En déduire le pH de S₂.

4. On mélange un volume V₀ de la solution S₀ et un volume V₁ de la solution S₁ de manière à obtenir un volume V = 100 cm³ de solution de pH = 7. Calculer V₀ et V₁.

5. On mélange V_A d'une solution d'acide éthanoïque de concentration molaire C_a = 10⁻³ mol. L⁻¹ et un volume V_b de la solution S₁.

a) Calculer V_a et V_b pour que la solution S obtenue ait un volume V = 200 cm³ et un pH = 4,8.

b) Quelle est la nature de la solution S ? Citer ses propriétés.

On donne : pK_a (CH₃COOH/CH₃COO⁻) = 4,8.

EXERCICE I: BAC BLANC : INFAS.

1.a) $n = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{OH}^-]}$; or $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$ et $[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{10^{-\text{p}K_e}}{10^{-\text{pH}}}$, d'où $n = \frac{10^{-\text{p}K_e}}{10^{-\text{pH}}} \times 10^{-\text{pH}}$, soit

$n = 10^{\text{p}K_e - 2\text{pH}}$. (à revoir)

b) On a : $1 \leq \text{pH} \leq 13$, or $\text{pH} = -\log [\text{H}_3\text{O}^+] = -\frac{1}{2}(\log n + \log K_e)$

d'où $1 \leq -\frac{1}{2}(\log n + \log K_e) \leq 13$ soit $10^{-26 + \text{p}K_e} \leq n \leq 10^{-2 + \text{p}K_e}$

Finalement : **$10^{-12} \leq n \leq 10^{+12}$.**

c) $n = 10^{\text{p}K_e - 2\text{pH}} = 10^{14 - 7,4} = \mathbf{3,98.10^6}$.

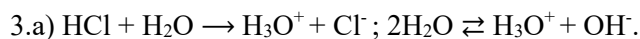


Espèces chimiques : H₃O⁺, OH⁻, Ca²⁺, H₂O

On a : $\text{pH} = -\frac{1}{2}(\log n + \log K_e) = 12$, d'où $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-12} \text{ mol. L}^{-1}$; $[\text{OH}^-] = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$;

$[\text{Ca}^{2+}] = \frac{1}{2}[\text{OH}^-] = 5.10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$.

b) $C_1 = [\text{Ca}^{2+}] = \frac{m}{MV}$, d'où **$m = MV$. $[\text{Ca}^{2+}] = 0,555 \text{ g}$.**



Espèces chimiques : H₃O⁺, OH⁻, Cl⁻ et H₂O.

S₀ est un monoacide fort de pH = 3,7, soit C₀ = 10^{-pH}.

Or $C_2 = \frac{C_0}{10} = 10^{-\text{pH}-3} = 2.10^{-7} \text{ mol. L}^{-1}$.

Ainsi $[\text{Cl}^-] = C_2 = 2.10^{-7} \text{ mol. L}^{-1}$.

Electroneutralité : $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{Cl}^-] + \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+]^2 - 2.10^{-7} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+] - 10^{-14} = 0$.

On obtient après résolution : $[\text{H}_3\text{O}^+] = 2,41.10^{-7} \text{ mol. L}^{-1}$ et $[\text{OH}^-] = 4,14.10^{-8} \text{ mol. L}^{-1}$.

b) $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = 6,62$.

4) pH = 7 correspond à l'équivalence acide fort, base forte, alors $n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{OH}^-}$, soit $C_0V_0 = 2C_1V_1$

Or $V = V_1 + V_0$. On a : $V_0 = 9,8.10^{-2} \text{ L}$ et $V_1 = 2.10^{-3} \text{ L}$.

5.a) $\text{pH} = \text{p}K_a$, d'où $\frac{n_a}{2} = n_{\text{OH}^-}$, soit $\frac{C_aV_a}{2} = 2C_bV_b \Rightarrow C_aV_a = 4 C_bV_b$. Or $V = V_a + V_b$, d'où

$V_a = 0,19 \text{ L}$ et $V_b = 10^{-2} \text{ L}$.

b) S est une solution tampon.

S est insensible à une dilution modérée ou à un ajout modéré d'acide fort ou de base forte.

SUJET 11 : BAC C 2001

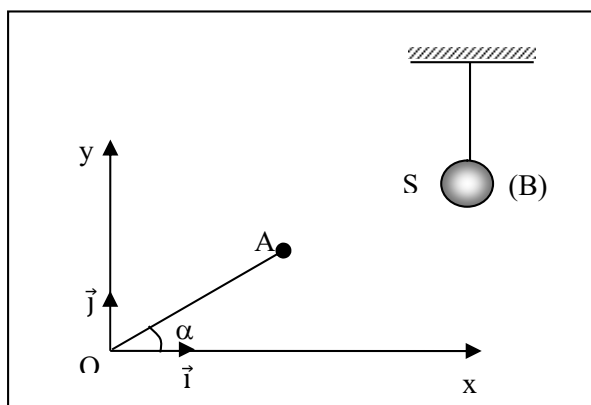
PHYSIQUE I: BAC BLANC : INFAS.

Données numériques : $m = m' = 100 \text{ g}$; $\ell = 2 \text{ m}$; $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Un dispositif mécanique est constitué d'un projectile de masse m assimilé à un point matériel et d'un pendule simple formé d'une bille (B) de masse m' et d'un fil de longueur ℓ .

1. Le projectile (P) est lancé d'un point O situé au bas d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale (Ox).

(P) part de O, suivant la ligne de plus grande pente du plan incliné, avec la vitesse $\vec{V}_0 = 7 \cdot \vec{i} + 7 \cdot \vec{j}$ dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$).



a) Calculer la valeur de l'angle α .

b) Sur le plan incliné, (P) est soumis à des forces de frottements qui équivalent à une force $\vec{f}$ opposée au mouvement et d'intensité constante $f = 1 \text{ N}$.

Sachant que (P) parcourt sur le plan incliné une distance $OA = L = 2 \text{ m}$, calculer sa vitesse V_A en A.

2. Au point A, le projectile (P) quitte le plan incliné. La résistance de l'air est négligeable.

a) Déterminer dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), l'équation cartésienne de la trajectoire du projectile (P).

b) Calculer l'altitude maximale atteinte par le projectile (P).

c) Soit S le point le plus haut atteint par (P). Donner au point S, les caractéristiques de la vitesse $\vec{V}_S$ de (P).

3. Au point S, se trouve la bille (B) du pendule. Il se produit entre (P) et (B) un choc supposé parfaitement élastique (conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique).

a) Calculer la vitesse V_1 de (P) et V_2 de (B) juste après le choc.

b) Déterminer dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), les coordonnées du point de chute et la vitesse de (P) au point de chute.

c) De quelle hauteur maximale h la bille (B) monte-t-elle au-dessus du plan horizontal de S ?

En déduire l'angle maximal β dont le pendule s'écarter de sa position verticale.

d) Calculer l'intensité T de la tension $\vec{T}$ du fil dans la position correspondant à l'angle maximal β et dans la position d'équilibre.

PHYSIQUE I: BAC BLANC : INFAS.

1.

a) $\tan \alpha = \frac{V_{0y}}{V_{0x}} = \frac{7}{7} = 1$, d'où $\alpha = 45^\circ$.

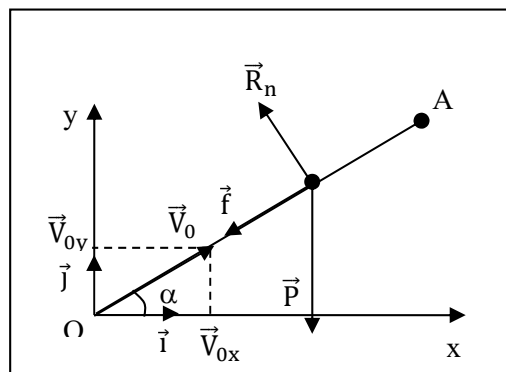
b) • Système : {le projectile (P) de masse m}

• Référentiel galiléen: la Terre

• Force: le poids $\vec{P}$, la force de frottement $\vec{f}$ et la réaction normale $\vec{R}_n$.

• TEC : $\frac{1}{2} m V_A^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}_n) = -mgL \sin \alpha - f.L$

$\Rightarrow V_A = \sqrt{V_0^2 - 2L(g \sin \alpha + \frac{f}{m})} = 5,45 \text{ m.s}^{-1}$.



2.a)

• Système : {le projectile (P) de masse m}

• Référentiel galiléen: la Terre

• Force: le poids $\vec{P}$

• Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \vec{g}$

- Les conditions initiales sont : à $t = 0$:

$$\vec{V}_A \begin{cases} V_{Ax} = V_A \cos \alpha \\ V_{Ay} = V_A \sin \alpha \end{cases}; \quad \vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = L \cos \alpha \\ y_0 = L \sin \alpha \end{cases}$$

- à $t > 0$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_A \cos \alpha \\ V_y = -gt + V_A \sin \alpha \end{cases}; \quad \vec{OG} \begin{cases} x = V_A \cos \alpha t + L \cos \alpha \\ y = -\frac{1}{2} g^2 t + V_A \sin \alpha t + L \sin \alpha \end{cases}$$

Equation de la trajectoire :

$$x = V_A \cos \alpha t + L \cos \alpha \Rightarrow t = \frac{x - L \cos \alpha}{V_A \cos \alpha}.$$

On remplace t par son expression dans y (t), ce qui donne :

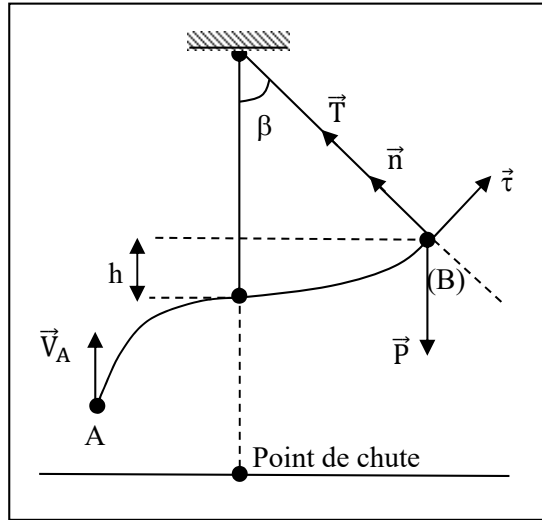
$$y = -\frac{g(x - L \cos \alpha)^2}{2 V_A^2 \cos^2 \alpha} + (x - L \cos \alpha) \tan \alpha \text{ ou } y = -0,337 x^2 + 1,952 x - 0,674.$$

b) Altitude maximale atteinte :

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_S = 0 \Rightarrow x_S = 2,9 \text{ m, d'où } y_S = 2,15 \text{ m.}$$

c) Caractéristiques de $\vec{V}_S$:

$$\vec{V}_S \begin{cases} \text{direction: horizontale} \\ \text{sens: celui de } \vec{t} \\ \text{valeur: } V_A \cos \alpha = V_S = 3,85 \text{ m/s} \end{cases}$$



3.a)

- Avant le choc : $\vec{p} = m \vec{V}_S$; $E_c = \frac{1}{2} m V_S^2$
- Après le choc : $\vec{p}' = m \vec{V}_1 + m' \vec{V}_2$; $E'_c = \frac{1}{2} m V_1^2 + \frac{1}{2} m' V_2^2$

♦ Conservation de la quantité de mouvement : $m \vec{V}_S = m \vec{V}_1 + m' \vec{V}_2$

♦ Conservation de E_c : $\frac{1}{2} m V_S^2 = \frac{1}{2} m V_1^2 + \frac{1}{2} m' V_2^2$

D'où le système :

$$\begin{cases} V_{Sx} = V_{1x} + V_{2x} \\ V_{Sx}^2 = V_{1x}^2 + V_{2x}^2 \end{cases}$$

On obtient : $V_1 = 0$ et $V_2 = 3,85 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b) Après le choc, (P) effectue un mouvement de chute libre : $y_P = 0$, d'où $x_P = x_S = 2,90 \text{ m}$.

Vitesse du point de chute :

D'après le TEC : $\frac{1}{2} M V^2 - 0 = m g y_S$, d'où $V = \sqrt{g y_S} = 6,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

c) Hauteur maximale atteinte par (B) :

TEC : $0 - \frac{1}{2} m' V_2^2 = m' g h$, d'où $h = \frac{V_2^2}{2g} = 0,74 \text{ m}$.

Angle maximal : $h = \ell(1 - \cos \beta)$, d'où $\cos \beta = 1 - \frac{h}{\ell}$ et $\beta = 51^\circ$.

d) Intensité de T :

TCI : $\vec{P} + \vec{T} = m' \vec{a}$.

Suivant la normale $\vec{n}$:

- A la position d'équilibre définie par β :

$P \cos \beta + T = 0$, d'où $T = m'g \cos \beta = 0,63 \text{ N}$

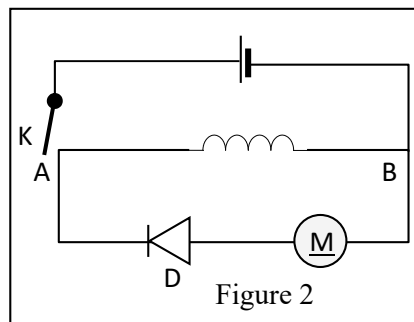
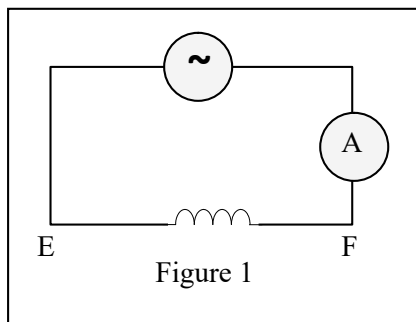
- A la position d'équilibre :

$-P + T = m' \frac{v_2^2}{\ell}$, d'où $T = m(g + \frac{v_2^2}{\ell}) = 1,74 \text{ N}$.

SUJET 12 : BAC D 2001

PHYSIQUE II:

1. Une bobine B est alimentée par un générateur de tension alternative sinusoïdale de valeur efficace $U = 220 \text{ V}$ et de fréquence $N = 50 \text{ Hz}$. Dans le circuit, on place un ampèremètre A de résistance négligeable. L'intensité lue est $I = 1,1 \text{ A}$ (voir figure 1).



- 1.1. Calculer la valeur de l'impédance Z de la bobine.
 - 1.2. On mesure la résistance R de la bobine et on trouve $R = 12 \Omega$. Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine.
 2. Un générateur de force électromotrice $E = 25 \text{ V}$ et de résistance $r = 2 \Omega$ alimente un circuit constitué par la bobine précédente aux bornes de laquelle on a placé un petit moteur électrique M en série avec une diode à jonction (figure 2).
 - 2.1. Lorsqu'on ferme l'interrupteur K, quel est le sens du courant qui s'établit dans le circuit.
 - 2.2. On constate que le moteur ne tourne pas. Expliquer la raison.
 - 2.3. Vérifier que l'intensité du courant vaut $I = 1,78 \text{ A}$.
 3. On ouvre l'interrupteur K et on constate que le moteur tourne pendant quelques secondes.
 - 3.1. Quel est le sens du courant qui le parcourt ?
 - 3.2. Identifie la source de l'énergie électrique nécessaire au fonctionnement du moteur.
 - 3.3. Donne le nom du phénomène ainsi mis en évidence ?
 4. Pendant son fonctionnement, le moteur sert à soulever une masse $m = 60,0 \text{ g}$ à une hauteur $h = 39,5 \text{ cm}$.
 - 4.1. Calculer le travail mécanique fourni par le moteur.
 - 4.2. Calculer l'énergie électromagnétique emmagasinée par la bobine.
 - 4.3. En déduire le rendement du moteur.
- Donnée : $g = 9,80 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

PHYSIQUE II:

1.

1.1) L'impédance de la bobine est : $Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{1,1} = 200 \Rightarrow Z = 200\Omega$.

1.2) L'impédance d'un circuit RL a pour expression : $Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$. Comme $\omega = 2\pi N$ et $Z = \frac{U}{I}$, on

$$a : L = \frac{1}{2\pi N} \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2} = 0,636 \text{ H.}$$

2.

2.1) Le courant circule de A vers B. La diode D est alimentée en inverse : elle est bloquée et se comporte comme un interrupteur ouvert : aucun courant ne traverse le moteur. Il ne fonctionne donc pas.

$$U = E - r.I = RI + L \cdot \frac{dI}{dt} ; \frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow U = E - rI = RI \Rightarrow I = \frac{E}{R+r} = 1,785 \Rightarrow I = 1,78 \text{ A.}$$

3.

3.1) Le courant traversant le moteur circule de B vers A (dans le moteur).

3.2) A l'ouverture de l'interrupteur K, l'énergie emmagasinée par la bobine durant la phase précédente ($\frac{1}{2}Li^2$) est évacuée dans le moteur à travers la diode D.

3.3) Cette expérience met en évidence le phénomène d'auto-induction. A l'ouverture de K, la bobine est le siège d'une f.é.m. d'auto-induction qui prolonge le courant initial.

4.

4.1) Le travail mécanique fourni par le moteur est : $W = mgh = 0,232 \text{ J}$.

4.2) L'énergie électromagnétique est : $W_e = \frac{1}{2}Li^2 = 1,01 \text{ J}$.

4.3) Le rendement de l'opération est : $\eta = \frac{W}{W_e} = 23 \%$.

SUJET 13 : BAC D 2002

CHIMIE I: INFAS.

1. On dissout une masse $m = 815 \text{ mg}$ de chlorure d'alkylammonium de formule $C_nH_{2n+1}NH_3Cl$ dans de l'eau distillée de façon à obtenir 1 L de solution S_0 de concentration molaire $C_0 = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$.

1.a) Montrer, sans faire de calcul, que ce chlorure d'alkylammonium est un acide.

b) Déterminer la formule semi-développée et le nom du chlorure d'alkylammonium.

2. le pH de la solution S_0 est égal à 6,4 à 25 °C.

a) Recenser les espèces chimiques présentes dans la solution S_0 et calculer leurs concentrations molaires volumiques.

b) Calculer le pK_a du couple acide/base obtenu.

3. On mélange un volume $V_1 = 10 \text{ cm}^3$ de la solution S_0 avec un volume V_2 d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_2 = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$. Le pH du mélange est 11.

a) Faire le bilan qualitatif des espèces chimiques présentes dans le mélange.

b) Exprimer les concentrations molaires volumiques de Cl^- , $C_nH_{2n+1}NH_3^+$ et de $C_nH_{2n+1}NH_2$ en fonction de V_2 .

c) Calculer V_2 .

4. On dispose de trois solutions S , S_1 et S_2 ; toutes de même concentration $C_0 = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$:

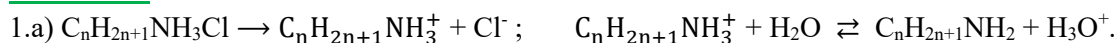
• S : solution de l'amine $C_nH_{2n+1}NH_2$;

- S₁ : solution d'hydroxyde de sodium ;
- S₂ : solution d'acide chlorhydrique.

On désire préparer une solution tampon S' de pH = 10,8 et de volume V = 30 cm³.

- Des solutions S, S₁ et S₂, lesquelles doit-on mélanger pour obtenir S' ?
- Calculer les volumes des solutions mélangées.
- Citer les propriétés de S'.

CHIMIE I: INFAS.



L'ion Cl⁻ est passif vis-à-vis de l'eau ; par contre C_nH_{2n+1}NH₃⁺ réagit avec l'eau en donnant l'ion H₃O⁺. Cet ion est donc acide. Il en est de même du chlorure d'alkylammonium.

b) $C_0 = \frac{m}{MV_0}$, soit $M = \frac{m}{C_0V_0} = 14n + 53,5$, d'où $n = \frac{m}{14C_0V_0} - \frac{53,5}{14} = 2$.

Finalement, on a : C₂H₅NH₃Cl et CH₃-CH₂-NH₃Cl : chlorure d'éthylammonium.

2.a) Espèces chimiques : H₃O⁺, OH⁻, Cl⁻, C₂H₅NH₃⁺, C₂H₅NH₂ et H₂O.

• [H₃O⁺] = 10^{-pH} = 3,98.10⁻⁷ mol. L⁻¹ ;

• [OH⁻] = 2,51.10⁻⁸ mol. L⁻¹ ;

• [Cl⁻] = C₀ = 10⁻² mol. L⁻¹.

• [C₂H₅NH₃⁺] = 10⁻² mol. L⁻¹.

• [C₂H₅NH₂] = 3,73.10⁻⁷ mol. L⁻¹.

b) $pK_a = pH - \log \frac{[B]}{[A]} = 6,4 - \log \frac{3,73 \cdot 10^{-7}}{10^{-2}} = 10,8$.

3.a) Espèces chimiques : H₃O⁺, OH⁻, Cl⁻, Na⁺, C₂H₅NH₃⁺, C₂H₅NH₂ et H₂O.

b)

• $[Cl^-] = \frac{C_0V_1}{V_1+V_2} = \frac{10^{-1}}{10+V_2}$ avec V₂ en cm³

• R.EN [C₂H₅NH₃⁺] = [Cl⁻] + [OH⁻] - [H₃O⁺] - [Na⁺]

Or [H₃O⁺] << [OH⁻], d'où [C₂H₅NH₃⁺] = [Cl⁻] - [Na⁺] + [OH⁻] = $\frac{10^{-1}-10^{-2}V_2}{10+V_2} + 10^{-3}$

• R.C. M : $\frac{C_0V_1}{V_1+V_2} = [C_2H_5NH_2] + [C_2H_5NH_3^+]$, d'où [C₂H₅NH₂] = $\frac{10^{-2}V_2}{10+V_2} + 10^{-3}$

c) $\frac{[C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]} = 10^{pH-pK_a} = 1,585$ soit $\frac{10^{-2}V_2}{10+V_2} - 10^{-3} = 1,585(\frac{10^{-1}-10^{-2}V_2}{10+V_2} + 10^{-3})$, d'où V₂ = 7,9 cm³.

4.a) Les solutions à mélanger sont S et S₂.

b) $C_2V_2 = \frac{CV'}{2}$ et V₂ + V' = V avec C = C₂ = C₀. On trouve V₂ = 10 mL ; V' = 20 mL.

c) S' est une solution tampon (pH = pK_a). Son pH ne varie pas lors d'une dilution modérée à l'eau distillée. Son pH varie peu lors d'un ajout modéré d'une solution d'acide ou de base.

SUJET 14 : BAC C 2002

CHIMIE I:

Toutes les solutions aqueuses sont prises à 25 °C.

On donne en g. mol⁻¹, les masses molaires atomiques suivantes : H : 1 ; O : 16 ; Na : 23 ; Cl : 35,5.

Un flacon d'une solution commerciale d'acide chlorhydrique porte les indications suivantes :

♦ Masse volumique : $\mu = 1\,100 \text{ kg. m}^{-3}$

♦ Masse de chlorure d'hydrogène pur dissous : 16,6 %.

1. Afin de vérifier ces indications, on réalise l'expérience suivante à 25°C. On prélève 1 mL de cette solution notée S_0 que l'on complète à 500 mL avec de l'eau distillée pour obtenir une solution diluée S_1 . On verse alors progressivement la solution S_1 dans un volume $V_b = 40 \text{ mL}$ d'une solution d'hydroxyde de sodium. On suit la variation du pH en fonction du volume V_a d'acide chlorhydrique versé. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

$V_a \text{ (mL)}$	0	2	3	4	5	6	7	8
pH	11,7	11,6	11,5	11,4	11,3	11,2	11,0	10,8

$V_a \text{ (mL)}$	9	9,3	9,9	10	10,1	10,5	11	12	13
pH	10,5	10,2	9,5	7	4,5	3,8	3,5	3,2	3,0

1.1. Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre les solutions d'acide chlorhydrique et d'hydroxyde de sodium.

1.2. Calculer la concentration molaire volumique de la solution d'hydroxyde de sodium à partir de la valeur du pH de la solution initiale de la base ($V_a = 0 \text{ mL}$).

1.3. Tracer la courbe $\text{pH} = f(V_a)$.

Echelles : 1 cm $\leftrightarrow$ 1 mL ; 1 cm $\leftrightarrow$ 1 unité de pH.

1.4. Déterminer graphiquement les coordonnées du point équivalent E. En déduire la concentration molaire volumique C_0 de la solution S_0 .

1.5. Les indications du flacon sont-elles exactes ? Justifier la réponse.

2. Le mélange obtenu à l'équivalence est évaporé. On recueille un produit blanc.

2.1. Donner la formule et le nom du produit blanc.

2.2. Calculer sa masse.

CHIMIE I:

1.

1.1) $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$.

1.2) $\text{pH} = 14 + \log C_b \Rightarrow C_b = 10^{\text{pH}-14} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$

1.3) Courbe $\text{pH} = f(V_a)$:

1.4)

♦ Point équivalent : E ($V_{aE} = 10 \text{ mL}$; $\text{pH}_E = 7$)

♦ Valeur de C_a : $C_a \cdot V_{aE} = C_b \cdot V_b \Rightarrow C_a = \frac{C_b V_b}{V_{aE}} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$.

♦ Valeur de C_0 : $C_0 \cdot V_0 = C_a \cdot V_1 \Rightarrow C_0 = \frac{C_a V_1}{V_0} = 10 \text{ mol. L}^{-1}$.

1.5)

$$C_0 = \frac{m}{MV_0} = \frac{p.m}{MV_0} = \frac{p.\mu}{M} \Rightarrow p = \frac{C_0 M}{\mu} = \frac{10 \times 36,5}{1100} = 33,2 \% : \text{les indications du flacon sont inexactes.}$$

2.

2.1) NaCl : chlorure de sodium

$$2.2) n_{\text{NaCl}} = C_a \cdot V_{aE} = \frac{m_{\text{NaCl}}}{M_{\text{NaCl}}} \Rightarrow m_{\text{NaCl}} = C_a \cdot V_{aE} \cdot M_{\text{NaCl}} = 11,7 \text{ mg.}$$

CHIMIE II:

On donne en g. mol⁻¹, les masses molaires atomiques suivantes : H : 1 ; C : 12 ; O : 16.

L'analyse d'un composé organique A à chaîne carbonée ramifiée de formule brute C_xH_yO montre que :

- ♦ le rapport entre la masse d'hydrogène et la masse de carbone qu'il renferme est égal à 0,167 ;
- ♦ le pourcentage en masse d'oxygène présent dans le composé est 18,6 %.

1.a) Quelle est la formule brute de A ?

b) Quelles sont les formules semi-développées et les noms possibles de A ?

2. L'oxydation catalytique de A par une solution acidifiée de dichromate de potassium produit un acide carboxylique B. L'atome de carbone lié au groupe carboxyle porte trois groupes méthyle.

a) Donner les formules semi-développées et les noms des composés A et B.

b) Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'oxydoréduction.

3. On fait réagir l'acide B et l'éthanol.

a) Ecrire l'équation bilan de la réaction.

b) Nommer le produit organique formé.

c) Quelles sont les caractéristiques de cette réaction ?

4. On mélange maintenant 0,25 mol du composé B à 4 g d'éthanol. On ajoute à ce mélange quelques gouttes d'acide sulfurique concentré et on le chauffe.

a) Quel rôle joue l'acide dans ce mélange ?

b) Y a-t-il un réactif en excès dans le mélange ? Justifier la réponse.

c) Pourquoi chauffe-t-on le mélange ?

d) Calculer la quantité de matière d'ester formé si la réaction était totale.

e) En réalité, on a obtenu 0,052 mol d'ester. Calculer le rendement de la réaction.

CHIMIE II:

1.a)

$$\diamond \frac{y}{12x} = 0,167 \Rightarrow y = 12 \times 0,167x ; M_A = 12x + y + 16 = 14,004x + 16$$

$$\diamond \frac{M_A}{100} = \frac{16}{18,6} \Rightarrow \frac{14,004x+16}{100} = \frac{16}{18,6} \Rightarrow x = 5 \text{ et } \mathbf{A : C_5H_{10}O.}$$

b)

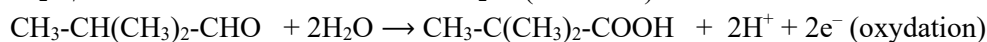
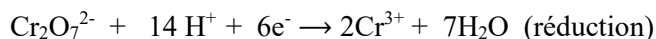
- ♦ CH₃-C(CH₃)-CH₂-CHO : 3-méthylbutanal
- ♦ CH₃-CH₂-CH(CH₃)-CHO : 2-méthylbutanal
- ♦ CH₃-C(CH₃)₂-CHO : 2,2-diméthylpropanal
- ♦ CH₃-C(CH₃)-CO-CH₃ : 3-méthylbutan-2-one

2.a)

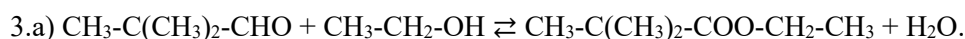
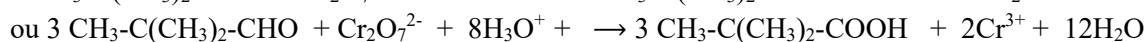
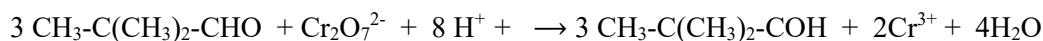
$$\diamond \mathbf{A : CH_3-C(CH_3)_2-CHO : 2,2\text{-diméthylpropanal}}$$

♦ B : $\text{CH}_3\text{-C}(\text{CH}_3)_2\text{-COOH}$: acide 2,2-diméthylpropanoïque

b)



Bilan :



b) $\text{CH}_3\text{-C}(\text{CH}_3)_2\text{-COO-CH}_2\text{-CH}_3$: 2,2-diméthylpropanoate d'éthyle.

c) Lente, limitée, athermique, réversible.

4.a) L'acide sulfurique joue le rôle de catalyseur. Il permet d'accélérer la réaction.

b) $n(\text{éthanol}) = \frac{m}{M} = \frac{4}{46} = 8,7 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$: $n_B > n(\text{éthanol})$: B est en excès.

c) on chauffe le mélange pour accélérer la réaction.

d) $n(\text{ester}) = n(\text{éthanol}) = \frac{m}{M} = \frac{4}{46} = 8,7 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$

e) $r = \frac{n(\text{ester})_{\text{réel}}}{n(\text{ester})_{\text{théorique}}} = \frac{0,052}{8,7 \cdot 10^{-2}} = 0,5977$ soit **r = 59,8 %**.

PHYSIQUE I:

On considère un circuit électrique comportant un générateur, une bobine d'inductance L et de résistance R, un condensateur de capacité C variable, montés en série. Le générateur impose entre ses bornes A et B une tension sinusoïdale u de fréquence N = 50 Hz.

1. Faire le schéma du montage.

2. Exprimer :

a) l'impédance Z du circuit en fonction de R, L, C et de la pulsation ω de la tension u ;

b) la phase φ de la tension par rapport à l'intensité en fonction de L, C, R et ω ;

c) la puissance électrique moyenne consommée dans le circuit en fonction de la tension efficace U, de l'intensité efficace I et de la phase φ ;

d) la puissance électrique moyenne consommée dans le circuit en fonction de R et I. En déduire le dipôle dans lequel cette puissance est dissipée.

3. On monte un ampèremètre en série avec les autres dipôles du circuit. On fait varier la capacité C du condensateur et on constate que pour deux valeurs $C_1 = 12 \mu\text{F}$ et $C_2 = 17 \mu\text{F}$, l'ampèremètre indique la même valeur de l'intensité efficace.

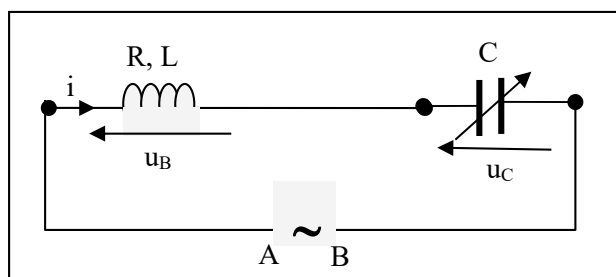
a) Calculer la valeur de l'impédance L de la bobine.

b) Pour chacune des valeurs de C, préciser si la tension u est en retard ou en avance de phase sur l'intensité i du courant dans le circuit.

4. Pour quelle valeur C_0 de la capacité C du condensateur, la puissance électrique moyenne consommée dans le circuit est-elle maximale ?

PHYSIQUE I:

1)



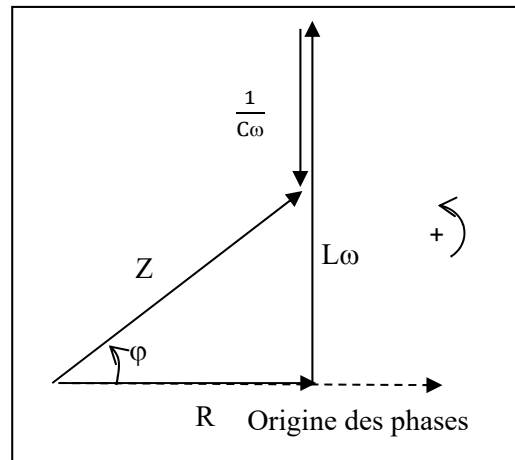
2.a) $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$

b) $\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$.

c) Puissance moyenne : $P = U.I.\cos\varphi$.

d) $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ et $U = Z.I$, d'où $P = Z.I \times I \times \frac{R}{Z} = R.I^2$.

Cette puissance est dissipée dans la bobine.



3.a) $I = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{Z_2} \Rightarrow Z_2 = Z_1$ et $R^2 + (L\omega - \frac{1}{C_1\omega})^2 = R^2 + (L\omega - \frac{1}{C_2\omega})^2$, d'où $L = \frac{1}{2\omega^2} (\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}) = 0,72 \text{ H}$.

b) $L\omega = 0,72 \times 100\pi = 226,25\Omega$

♦ $\frac{1}{C_1\omega} = 265,26\Omega$, soit $L\omega - \frac{1}{C_1\omega} < 0$ et $\varphi_1 < 0$: pour la valeur C_1 de C , u est en retard par rapport à i .

♦ $\frac{1}{C_2\omega} = 187,24\Omega$, soit $L\omega - \frac{1}{C_2\omega} > 0$ et $\varphi_2 > 0$: pour la valeur C_2 de C , u est en avance par rapport à i .

4) $P = R.I^2$ est maximale si I est maximale, donc à la résonance : $L\omega = \frac{1}{C_0\omega}$, d'où

$C_0 = \frac{1}{L\omega^2} = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ F}$.

PHYSIQUE II: BAC LANC : Mvt dans $\vec{E}$:

Données numériques : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $\alpha = 30^\circ$; $d = 7,0 \text{ cm}$; $\ell = 20 \text{ cm} = OO'$.

Des électrons sont émis par une cathode C avec une vitesse initiale négligeable. Ils sont alors accélérés par une tension $U_{QC} = U_0 = 500 \text{ V}$ et arrivent en Q avec une vitesse $\vec{V}_0$ faisant un angle α avec l'axe (O, x) . Le poids des électrons a un effet négligeable.

1. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique et l'utiliser pour calculer le module V_0 de la vitesse $\vec{V}_0$.

2. Les électrons venant de Q arrivent en O , avec la vitesse $\vec{V}_0$. Ils pénètrent à l'intérieur du condensateur plan constitué par les plaques AA' et BB' (voir figure). Le champ électrique $\vec{E}$ est uniforme et la tension $U_{AB} = U$ est positive.

a) Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, exprimer en fonction de e , V_0 , α , U et d , les composantes du vecteur-accelération, du vecteur-vitesse et du vecteur-position à l'intérieur des plaques.

b) En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire en fonction de U_0 , U , d et α .

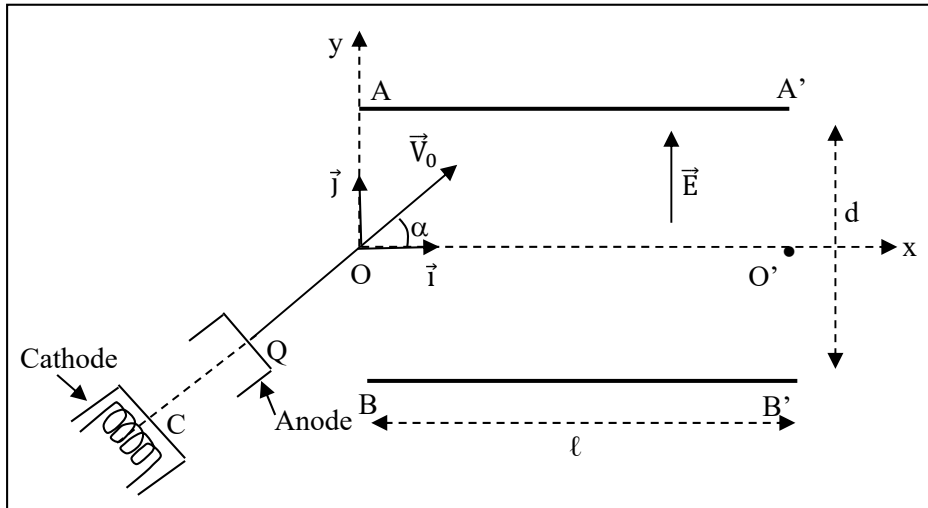
c) Exprimer, en fonction de U_0 , U , d et α , les coordonnées du point M où le vecteur-vitesse est parallèle à l'axe (Ox) .

d) En déduire la relation liant U_0 , U et α pour que l'électron ne touche pas la plaque supérieure AA' .

3. On veut que l'électron sorte du champ en O' .

a) Déterminer en fonction de α , ℓ , d et U_0 la tension à appliquer entre les plaques. Donner sa valeur numérique.

b) Montrer alors que le vecteur-vitesse en O' a la même valeur qu'en O .



PHYSIQUE II: BAC LANC (la question 4 peut être supprimée) :

1) ♦ Enoncé du théorème de l'énergie cinétique :

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un système matériel entre deux dates t_1 et t_2 est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures appliquées au système pendant la durée de la variation.

♦ Calcul de V_0 :

- Système : un électron de masse m et de charge e
- Référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces extérieures : le poids $\vec{P}$ de l'électron et la force électrique $\vec{F}_e$: $\vec{P} \ll \vec{F}_e$
- TEC : $\frac{1}{2}mV_0^2 = qU_{CQ} \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2eU_{CQ}}{m}} = 1,32 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2.

a)

- Force: la force électrique $\vec{F}_e = -e\vec{E}$
- Théorème du centre d'inertie: $\vec{F}_e = m\vec{a}$ et $m\vec{a} = -e\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e\vec{E}}{m} = -\frac{eE}{m}\vec{j}$

-Les conditions initiales sont : à $t = 0$:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \end{cases}; \quad \vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

- à $t > 0$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{eU}{md} \end{cases}; \quad \vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_y = -\frac{eU}{md}t + V_0 \sin \alpha \end{cases}; \quad \vec{OG} \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha t \\ y = -\frac{eU}{2md}t^2 + V_0 \sin \alpha t \end{cases}$$

b) Equation de la trajectoire :

$x = V_0 \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha}$. On remplace t par son expression dans $y(t)$, ce qui donne :

$$y = -\frac{Ux^2}{4dU_0 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha \quad \text{avec } mV_0^2 = 2eU_0.$$

c) Si la vitesse est parallèle à (Ox), $V_y = 0$, soit $-\frac{eU}{md}t + V_0 \sin \alpha = 0$, d'où $t_M = \frac{mdV_0 \sin \alpha}{eU}$

Enfinement : $x_M = V_0 \cdot t_M \cos \alpha = \frac{U_0 d \sin^2 \alpha}{U}$ et $y_M = \frac{U_0 d \sin^2 \alpha}{U}$

d) L'électron ne touche pas AA' si $y_M < \frac{d}{2}$ soit $\frac{U_0 d \sin^2 \alpha}{U} < \frac{d}{2}$, d'où $2U_0 \sin^2 \alpha < U$.

3.

a) Si l'électron sort du champ en O', $y = 0$ et $x = \ell$, soit $-\frac{Ux^2}{4dU_0 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha = 0$, d'où

$$U = \frac{2dU_0 \sin^2 \alpha}{\ell} = 303 \text{ V}.$$

b) TEC entre O et O' :

$$\frac{1}{2}mV_0'^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = \vec{F}_e \cdot \overrightarrow{OO'} = 0 \text{ car } \vec{F}_e \perp \overrightarrow{OO'}, \text{ d'où } V_0' = V_0.$$

EPREUVE 1 : BAC D 91 CÔTE D'IVOIRE (REMPLACEMENT) :

EXERCICE III :

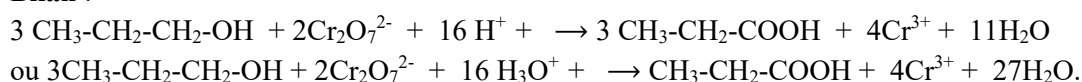
1. Ecrire l'équation de la réaction générale d'hydrolyse d'un ester.
2. On procède à l'hydrolyse d'un ester de formule brute $C_5H_{10}O_2$. On obtient l'acide éthanóïque et un corps X. L'oxydation ménagée de X donne un corps Y qui agit sur la 2,4-dinitrophénylhydrazine (D.N.P.H.) et n'agit pas sur la liqueur de Fehling.
 - a) Quelle est la formule semi-développée de X ?
 - b) Quelle est la formule semi-développée de l'ester ?
3. Il existe un alcool A isomère de X. Quelle est la formule semi-développée et la classe de A ?
4. Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit entre l'alcool A et l'ion dichromate ($Cr_2O_7^{2-}$) en excès et en milieu acide. Quel composé organique B obtient-on ?
5. On désire synthétiser, à partir de B, une amide. On procède de deux manières différentes :
 - la première consiste à utiliser B et l'ammoniac NH_3 .
 - La seconde consiste à utiliser B, le chlorure de thionyle $SOCl_2$ et l'ammoniac NH_3 .

- a) Ecrire dans chaque cas, les équations des réactions nécessaires.
 b) Donner le nom de l'amide.

EXERCICE III :

- 1) $R-COO-R' + H_2O \rightleftharpoons R-COOH + R'-OH$
 2.a) X a pour formule brute C_3H_7OH et c'est un alcool secondaire.
 D'où X : $CH_3-CHOH-CH_3$: propan-2-ol.
 b) L'ester : $CH_3-COO-CH(CH_3)_2$.
 3) A isomère de X est un alcool primaire de formule semi-développée : $CH_3-CH_2-CH_2-OH$.
 4) L'action de A sur l'ion $Cr_2O_7^{2-}$ donne de l'acide propanoïque : (**équation à vérifier**)
 $Cr_2O_7^{2-} + 14 H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$ (réduction)
 $CH_3-CH_2-CH_2-OH + H_2O \rightarrow CH_3-CH_2-COOH + 4H^+ + 4e^-$ (oxydation)

Bilan :



5.a)

* B sur l'ammoniac NH_3 :

- $CH_3-CH_2-COOH + NH_3 \rightleftharpoons CH_3-CH_2-COO^- + NH_4^+$
- $CH_3-CH_2-COO^- + NH_4^+ \rightarrow CH_3-CH_2-CO-NH_2 + H_2O$

* B sur le chlorure de thionyle et l'ammoniac NH_3 :

- $CH_3-CH_2-COOH + SOCl_2 \rightarrow CH_3-CH_2-COCl + SO_2 + HCl$
- $CH_3-CH_2-COCl + NH_3 \rightarrow CH_3-CH_2-CO-NH_2 + HCl$

b) L'amide obtenue est la propanamide.

EPREUVE 4 : BAC C 99 NIGER

EXERCICE 2 :

1. La molécule d'un composé organique A, de formule $C_nH_{2n}O_2$, contient 27,58 % en masse d'oxygène. Donner la formule brute de A.
 $M_C = 12 \text{ g. mol}^{-1}$; $M_H = 1 \text{ g. mol}^{-1}$; $M_O = 16 \text{ g. mol}^{-1}$.
 2. On fait agir A avec la 2,4-D.N.P.H et le réactif de Schiff. On obtient un précipité jaune pour le 1^{er} test, une solution à coloration rose pour le 2^{ème} test.
 a) Quelle est la fonction du composé A ? Donner sa formule semi-développée et son nom.
 b) Comment appelle-t-on le produit de la réaction de A sur la 2,4-D.N.P.H ?
 3. Par action du dichromate de potassium en milieu acide sur le composé A, on obtient un corps B.
 a) Donner la formule semi-développée et le nom de B.
 b) Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
 4. B réagit avec un alcool C pour donner un corps D et de l'eau. D a une masse molaire de 116 g/mol. Le produit de l'oxydation de C par le dichromate de potassium en milieu acide ne réagit pas avec le réactif de Tollens ni avec les indicateurs colorés usuels.

Donner les formules semi-développées et les noms de C et D.

EXERCICE 2 :

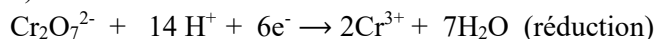
1) $\frac{14n+16}{100} = \frac{16}{27,58}$, d'où $n = 3$. Donc A : C_3H_6O .

2.a) A est un aldéhyde : CH_3-CH_2-CHO (propanal)

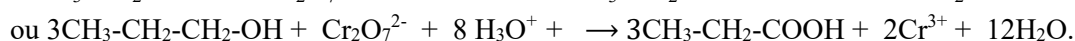
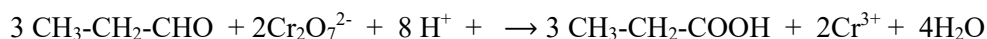
b) Le produit de la réaction est la 2,4-dinitrophénylhydrazone (le précipité).

3.a) B : acide carboxylique : CH_3-CH_2-COOH ; nom : acide propanoïque.

b)



Bilan :



4) D : $CH_3-CH_2-COO-C_nH_{2n+1}$: $M = 14n + 74 \Rightarrow n = \frac{M-74}{14} = 3$.

C : alcool dont la molécule comporte 3 atomes de carbone. Le produit de l'oxydation ménagée de C est sans action avec le réactif de Tollens et avec les indicateurs colorés usuels : le produit est une cétone : l'alcool est secondaire.

C : $CH_3-CH(OH)-CH_3$; D : $CH_3-CH_2-COO-CH(CH_3)-CH_3$.

EPREUVE 5 : BAC D 2000 NIGER

EXERCICE 2 :

On dispose d'une solution aqueuse S_1 d'ammoniac, de concentration $C_1 = 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$ et de $pH = 10,6$.

1. Ecrire la réaction de l'ammoniac avec l'eau. Quels sont les couples acide / base en présence dans la solution ?

2. Indiquer les différentes espèces chimiques présentes dans la solution. Calculer leur concentration.

3. Calculer :

a) le pK_A du couple acide / base de l'ammoniac ;

b) le coefficient d'ionisation α_1 de la solution S_1 .

4. A partir de la solution S_1 , on prépare 250 mL d'une solution S_2 de concentration $C_2 = 2.10^{-3} \text{ mol/ L}$.

a) Quelle quantité de S_1 doit-on prélever ?

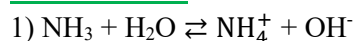
b) Indiquer le matériel utilisé pour cette opération.

5. Le pH de la solution S_2 est 10,2.

a) Calculer le coefficient d'ionisation α_2 de la solution S_2 .

b) En comparant α_2 à α_1 , que peut-on conclure quant à l'évolution de l'ionisation de l'ammoniac ?

EXERCICE 2 :



Couples acide/base : NH_4^+ / NH_3 et H_2O / OH^- .

2) Espèces chimiques : H_3O^+ , OH^- , NH_4^+ , NH_3 et H_2O .

• $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ mol. L}^{-1}$;

• $[\text{OH}^-] = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$;

• REN : $[\text{NH}_4^+] = [\text{OH}^-] = 4 \cdot 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$.

• RCM : $C_1 = [\text{NH}_3] + [\text{NH}_4^+] \Rightarrow [\text{NH}_3] = C_1 - [\text{NH}_4^+] = 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$.

3.a) $\text{pK}_a = \text{pH} - \log \frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} = 9,2$

b) $\alpha_1 = \frac{[\text{NH}_4^+]}{C_1} = 4 \cdot 10^{-2} = 4 \%$.

4.a) $n = C_2 V_2 = C_1 V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{C_2 V_2}{C_1} = 25 \text{ mL}$

b) Fiole jaugée 250 mL et 25 mL. Prélever 25 mL, verser dans la fiole de 250 mL et compléter avec de l'eau.

5.a) $\alpha_2 = \frac{[\text{NH}_4^+]}{[\text{NH}_3]}$ (**à revoir**)

• $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-10,2} \text{ mol. L}^{-1}$;

• $[\text{OH}^-] = 1,58 \cdot 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$;

• REN : $[\text{NH}_4^+] = [\text{OH}^-] = 1,58 \cdot 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$.

• RCM : $C_2 = [\text{NH}_3] + [\text{NH}_4^+] \Rightarrow [\text{NH}_3] = C_2 - [\text{NH}_4^+] = 2 \cdot 10^{-3} - 1,58 \cdot 10^{-4} =$

$\alpha_2 = \frac{1,58 \cdot 10^{-4}}{10^{-3}} = 0,158 \approx 0,16$

b) $\alpha_1 < \alpha_2$: ionisation croissante.

EPREUVE 13 : BAC C 98 TOGO (REMPLACEMENT) :

PHYSIQUE 1 : INFAS

Dans tout l'exercice, on négligera les forces de frottement et on prendra $g = 10 \text{ m. s}^{-2}$.

Une piste située dans un plan vertical est constituée de deux parties : une partie rectiligne (OA) et une partie circulaire (AB) de centre C et de rayon r.

On dispose d'un ressort R de constante de raideur K sur la partie rectiligne. L'une des extrémités du ressort est fixe, l'autre reliée à un solide ponctuel (S_1) de masse m_1 . A l'équilibre (S_1) est au point O_1 tel que $O_1A = 2r$. On déplace (S_1) et on le lâche sans vitesse initiale. Une bille (S_2) de masse $m_2 = \frac{m_1}{2}$ initialement au repos en O_1 est propulsée avec une vitesse V_0 lors d'un choc avec (S_1) (voir figure).

1.a) Exprimer la réaction de la piste sur (S_2) en un point M en fonction de r, V_0 , g et $\theta = \widehat{ACM}$.

b) En déduire en fonction de g et r, la vitesse minimale de (S_2) en O_1 pour qu'elle puisse atteindre le point B, sommet de sa trajectoire circulaire.

c) Quelle est dans cette condition, la vitesse V_B de (S_2) en B ?

2.a) Etudier dans le repère (B, $\vec{i}, \vec{k}$) le mouvement ultérieur de la bille (S_2).

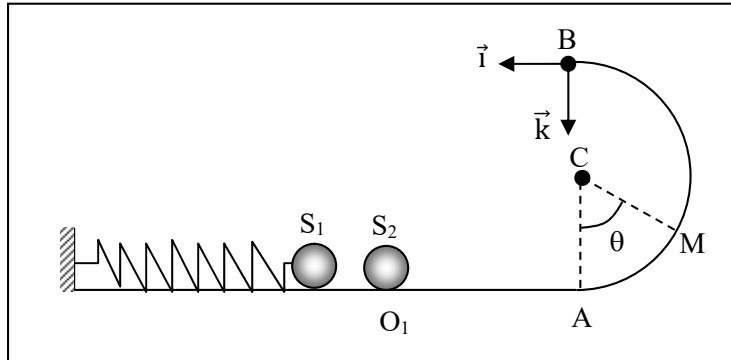
b) La bille (S_2) retombe sur la piste en un point D. Déterminer en fonction de r, la distance $d = AD$. Conclure.

3. A l'arrivée de (S₂) en D, elle heurte de nouveau (S₁). A cet instant, (S₁) passait par D dans le sens du vecteur $\vec{i}$, pour la 2^{ème} fois.

a) Déterminer l'intervalle de temps t , qui sépare les deux chocs.

A.N. : $K = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $m_1 = 100 \text{ g}$.

b) En déduite le temps t_2 , mis par (S₂) pour parcourir la piste AB.

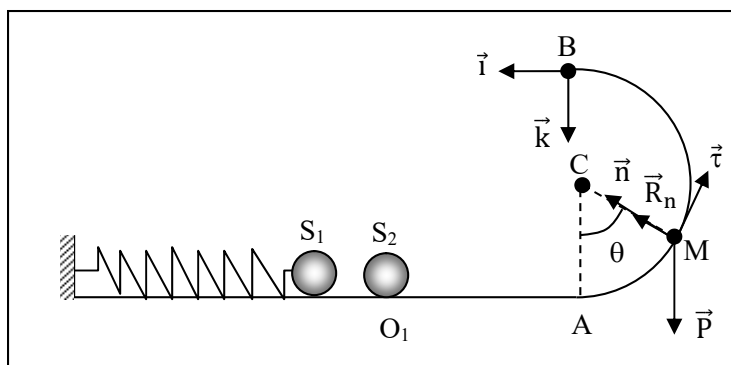


PHYSIQUE 1 :

1.a)

- Système : {la bille S₂ de masse m₂}
- Référentiel galiléen: la Terre
- Force: le poids $\vec{P}$ et la réaction normale $\vec{R}_M$
- Théorème du centre d'inertie: $\vec{P} + \vec{R}_n = m_2 \vec{a}$
- Projection sur $\vec{n}$: $-mg \cdot \cos\theta + R_n = m_2 \cdot \frac{v_M^2}{r}$

TEC : $V_M^2 = V_0^2 - 2gr(1 - \cos\theta)$, d'où $R_n = m_2 \left[\frac{v_0^2}{r} + g(3\cos\theta - 2) \right]$



b) La vitesse minimale de (S₂) en O₁ est telle que $V_B \geq 0$ et $R_n \geq 0$, d'où $V_{01 \text{ min}} = \sqrt{5gr}$

c) Dans cette condition : $V_B^2 = 5gr - 4gr$, soit $V_B = \sqrt{gr}$

2.a) $z = \frac{gx^2}{2v_B^2}$: mouvement parabolique

b) D ($x_D = AD = d$; $z = 2r$). Ainsi $2r = \frac{gx_D^2}{2v_B^2}$, d'où $2r = \frac{gx_D^2}{2gr}$. Finalement : $x_D = d = 2r$.

3.a) L'équation horaire du mouvement de (S₂) est : $x = X_m \cdot \cos(\omega_0 t)$.

La vitesse $x = -X_m \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t)$ est maximale en O₁ : soit $\sin(\omega_0 t) = \pm 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{\omega_0} (\pm \frac{1}{2} + 2k)$.

Lors du 2^{ème} passage en O1 dans le sens de $\vec{l}$: $t = \frac{7\pi}{2} \sqrt{\frac{m_1}{k}}$.

Ainsi, l'intervalle de temps qui sépare les deux coqs est : $t = \frac{7\pi}{2} \sqrt{\frac{m_1}{k}} = 1,1 \text{ s.}$

b) Le temps de chute est tel que : $z_D = \frac{1}{2}gt^2 = 2r \Rightarrow t = \sqrt{\frac{4r}{g}}$. Ainsi le temps mis par (S₂) pour parcourir la piste AB est $t_2 = \frac{7\pi}{2} \sqrt{\frac{m_1}{k}} - \sqrt{\frac{4r}{g}} = 1,1 - \sqrt{\frac{4r}{g}}$

EPREUVE 14 : BAC D 98 TOGO

CHIMIE 1:

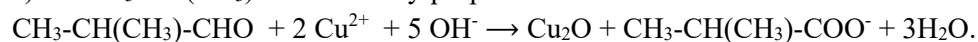
Un monoalcool saturé A a une densité de vapeur $d = 2,55$. On verse un échantillon de cet alcool en excès dans un bécher contenant une solution acide de dichromate de potassium et on observe que le mélange réactionnel passe de la couleur orange à la couleur verte. Le composé B d'oxydation de A donne un test positif avec la D.N.P.H. ainsi qu'avec la liqueur de Fehling.

- 1.a) Quels sont les ions responsables de la couleur orange puis verte de ce mélange ?
 - b) Donner la fonction chimique du composé B obtenu.
 - c) Trouver la formule brute de A.
 - d) Quels sont la classe, le nom et la formule semi-développée de A sachant que sa molécule contient deux groupes méthyles.
 - e) Donner le nom et la formule semi-développée de B. Ecrire l'équation-bilan de sa réaction avec la liqueur de Fehling.
2. Lorsqu'on verse une solution acide de dichromate de potassium, en excès sur A, on obtient le composé C. L'action du pentachlorure de phosphore PCl_5 sur C donne le composé organique D. D agit sur une monoamine saturée et non cyclique comportant 31,1 % d'azote pour donner le produit F.
- a) Quelles sont les formules semi-développées possibles de l'amine ?
 - b) L'amine utilisée est celle de la classe la plus élevée. L'identifier.
 - c) Trouver les formules semi-développées et noms des produits C, D et E.
- On donne les masses molaires exprimées en g. mol^{-1} : C : 12 ; H : 1 ; N : 14.

CHIMIE 1:

1.a) Les ions dichromates $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ sont responsables de la couleur orange et les ions chrome Cr^{3+} sont responsables de la couleur verte obtenue après oxydation.

- b) B est un aldéhyde ; sa fonction chimique est $-\text{CHO}$.
- c) A : $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}\text{O}$: $M = 14n + 18 = 29.d = 73,95$, d'où $n = 4$, d'où **A : $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$** .
- d) A : $\text{CH}_3\text{-CH}(\text{CH}_3)\text{-CH}_2\text{OH}$: méthylpropan-1-ol : alcool primaire.
- e) B : $\text{CH}_3\text{-CH}(\text{CH}_3)\text{-CHO}$: méthylpropanal.



2.a)

Amine : $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{N}$: $\frac{M}{100} = \frac{14n+15}{100} = \frac{14}{31,1} \Rightarrow n = 2$, d'où **$\text{C}_2\text{H}_7\text{N}$** .

- $\text{CH}_3\text{-NH-CH}_3$: diméthylamine
- $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-NH}_2$: éthylamine.

b) L'amine de la classe la plus élevée est : $\text{CH}_3\text{-NH-CH}_3$: diméthylamine.

c)

- C : $\text{CH}_3\text{-CH}(\text{CH}_3)\text{-COOH}$: acide 2-méthylpropanoïque
- D : $\text{CH}_3\text{-CH}(\text{CH}_3)\text{-COCl}$: chlorure de 2-méthylpropanoyle
- E : $\text{CH}_3\text{-CH}(\text{CH}_3)\text{-CO-N}(\text{CH}_3)_2$: N,N-diméthyl-2-méthylpropanamide.

PHYSIQUE 1:

On constitue un dipôle en plaçant en série une bobine B d'inductance L et de résistance r avec un conducteur ohmique de résistance R . On applique aux bornes de cette association, une tension sinusoïdale de fréquence $f = 50 \text{ Hz}$ et d'expression $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$. L'intensité instantanée est alors $i = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$.

On donne : $U = 82,5 \text{ V}$ et $I = 2 \text{ A}$. Un voltmètre branché successivement aux bornes de R puis de B donne respectivement $U_R = 40 \text{ V}$ et $U_B = 60 \text{ V}$.

1.a) Déterminer R .

b) En prenant l'horizontale comme origine des phases, déterminer à l'aide de la construction de Fresnel, la phase φ de i par rapport à u et la phase φ_B de la tension u_B aux bornes de B par rapport à u .

c) Calculer L et r .

2. Quelle est la capacité C du condensateur qu'il faut mettre en série avec le dipôle précédent pour que l'intensité i soit en phase avec la tension aux bornes de la nouvelle association ?

3. On enlève le condensateur et on alimente le dipôle constitué de B et R en série, avec une tension continue de valeur $U_1 = 12 \text{ V}$.

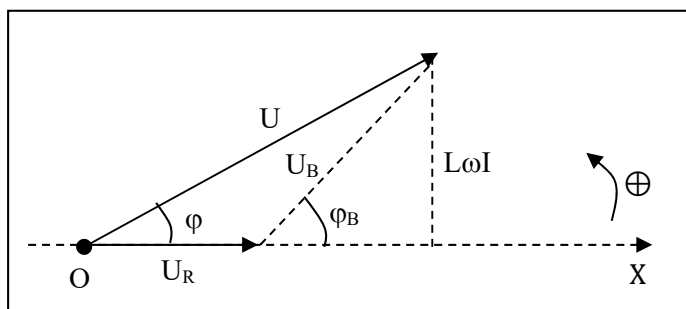
Quelle serait l'intensité I_1 du courant qui traverse ce dipôle ?

PHYSIQUE 1:

1.a) $U_R = R.I \Rightarrow R = \frac{U_R}{I} = \frac{40}{2} = 20\Omega$.

b) Construction de Fresnel :

Echelle : $1 \text{ cm} \leftrightarrow 15 \text{ V}$; $U_R \leftrightarrow 2,7 \text{ cm}$; $U_B \leftrightarrow 4 \text{ cm}$; $U \leftrightarrow 5,5 \text{ cm}$.



Graphiquement : $\varphi = 41^\circ$ et $\varphi_B = 65^\circ$.

c)

• $\sin\varphi = \frac{L\omega I}{U}$, d'où $L = \frac{U \cdot \sin\varphi}{\omega I} = 8,6 \cdot 10^{-2} \text{ H}$

• $\tan\varphi = \frac{L\omega}{R+r}$, d'où $r = \frac{L\omega}{\tan\varphi} - R = 11,80\Omega$.

2) i et u en phase veut dire qu'on est à la résonance : $LC\omega^2 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega^2} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ F}$

3) $U_1 = (R + r)I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U_1}{R+r} = 0,39 \text{ A}$.