

Cette fiche comporte trois (03) pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3

FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

EXERCICE 1

Répondre par Vrai (V) ou par Faux (F) à chacune des affirmations suivantes :

	Affirmations	Réponses
1	$\ln(1) = e$	
2	$\ln\left(\frac{1}{e}\right) = -1$	
3	$\ln(\sqrt{e}) = \frac{1}{2}$	
4	$\ln(10) \geq \ln(4) + \ln(3)$	
5	$2 \ln 7 < 7 \ln 2$	
6	La fonction \ln est définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$	

EXERCICE 2

Pour chacune des affirmations suivantes, choisir la bonne réponse.

	Affirmations	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	La fonction $x \mapsto \ln x $ est définie sur	\mathbb{R}	\mathbb{R}^*	\mathbb{R}_+^*
2	La fonction $x \mapsto \ln(-x)$ est définie sur	$] -\infty; 0[$	$]0; +\infty[$	$] -\infty; -1[$
3	La dérivée sur \mathbb{R} de la fonction $f(x) = \ln(2x^2 + 4)$ est	$\frac{1}{2x^2 + 4}$	$\frac{x}{2x^2 + 4}$	$\frac{2x}{x^2 + 2}$
4	Une primitive de la fonction $x \mapsto \ln(x)$ sur $]0; +\infty[$ est	$x \ln x - x$	$x \ln x$	$\ln x - x$

EXERCICE 3

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes

- a) $\ln(3x-1) = \ln(x+1)$; b) $\ln x = -5$; c) $\ln(-2x+1) = 2$;
 d) $\ln(1-x) + \ln(x+5) = \ln(-8x)$; e) $(\ln x)^2 - \ln x - 2 = 0$; f) $\ln(x^2 + x) = 1$;
 g) $\ln x < -1$; h) $\ln|2x-1| \leq 0$; i) $\ln(x^2 - x + 1) \geq \ln(2-x)$; j) $2(\ln x)^2 - 3 \ln x - 2 > 0$

EXERCICE 4

I) Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes suivantes :

1) $\begin{cases} x + y = 11 \\ \ln x + \ln y = \ln(24) \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2 \ln x - \ln y = -3 \\ 4 \ln x - \ln y = 1 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} (\ln x)(\ln y) = 3 \\ \ln(xy) = -4 \end{cases}$

EXERCICE 5

On considère le polynôme $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1-a) Justifier que -2 est un zéro de P .

b) Déterminer les nombres réels a , b et c tels que $P(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$.

c) Dédire des questions précédentes que -2 , 1 et 3 sont les solutions dans \mathbb{R} de l'équation $P(x) = 0$

2-a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E): $(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 - 5 \ln x + 6 = 0$.

b) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation (I): $(\ln x)^3 - 2(\ln x)^2 - 5 \ln x + 6 > 0$.

EXERCICE 6

Résoudre dans \mathbb{R} chacune des inéquations suivantes :

1. $\ln(4 - x) \leq \ln(x - 3)$

2. $\ln|2x + 1| < 0$

3. $\ln^2 x + \ln x - 6 > 0$

EXERCICE 7

Déterminer sur l'intervalle I , la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \ln(3x^2 + 4x - 2)$; $I = \mathbb{R}$

2. $f(x) = \ln|5x^2 + 2x - 3|$; $I =]-\infty ; -1[$

3. $f(x) = \ln\left(\frac{7-x}{3x+4}\right)$; $I =]-\frac{4}{3} ; 7[$

4. $f(x) = \ln\sqrt{2x^2 - 1}$; $I =]-\frac{\sqrt{2}}{2} ; +\infty[$

EXERCICE 8

Dans chacun des cas suivants on admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle I ; Calculer la fonction dérivée f' de f .

1. $f(x) = \ln(1 + x^2)$; $I = \mathbb{R}$

2. $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$; $I =]1 ; +\infty[$

3. $f(x) = \ln(x-1) - \ln x$; $I =]1 ; +\infty[$

4. $f(x) = \frac{1}{x} - \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$; $I =]0 ; +\infty[$

5. $f(x) = \ln(\ln x)$; $I =]e ; +\infty[$

6. $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\ln x}$; $I =]1 ; +\infty[$

EXERCICE 9

Déterminer sur l'intervalle K , les primitives de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = -\frac{1}{x}$; $K =]-\infty ; 0[$

2. $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$; $K =]\frac{\pi}{2} ; 0[$

3. $f(x) = \frac{3}{4-x}$; $K =]-\infty ; 4[$

EXERCICE 10

Déterminer une primitive de la fonction f sur l'intervalle I dans chacun des cas suivants :

1. $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$; $I = \mathbb{R}$
2. $f(x) = \tan x$; $I =]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$
3. $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+3}$; $I = \mathbb{R}$
4. $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$; $I =]1; +\infty[$

EXERCICE 11

Dans chacun des cas suivants, calculer la limite de f à l'endroit indiqué :

1. $f(x) = \frac{\ln x - 1}{x}$; en 0
2. $f(x) = -x + \ln x$; en $+\infty$
3. $f(x) = \frac{1}{x} - \ln x$; en 0
4. $f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}$; en 0
5. $f(x) = x + x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$; en $+\infty$
6. $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$; en $+\infty$

EXERCICE 12

Dans chacun des cas suivants calculer les limites de f aux bornes de l'intervalle I

1. $f(x) = \frac{1}{\ln x}$; $I =]1; +\infty[$
2. $f(x) = x(1 - \ln x)$; $I =]0; +\infty[$
3. $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-4}\right)$; $I =]-\infty; -1[$
4. $f(x) = \frac{x+1}{\ln x}$; $I =]1; +\infty[$
5. $f(x) = x + \ln(x+1) - \ln x$; $I =]0; +\infty[$

Cette fiche comporte trois (03) pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3

FONCTION LOGARITHME NEPERIEN : ETUDE DE FONCTIONS

PROBLEME 1

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. On appelle (C) la courbe représentative de f dans un plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) . (Unité graphique 2 cm).

- 1°) a. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
b. Donner les interprétations graphiques des résultats.
- 2°) a. Démontrer que pour tout x de $]0 ; +\infty[$, $f'(x) = \frac{1-\ln(x)}{x^2}$.
b. Etudier les variations de f , puis dresser son tableau de variation.
- 3°) Construire (C_f) dans un repère orthonormé (O, I, J) . Unité 2 cm.

PROBLEME 2

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = -x + x \ln x$ si $x > 0$ et $f(0) = 0$

- 1°) a) Démontrer que f est continue en 0.
b) Etudier la dérivabilité de f en 0, et donner une interprétation graphique du résultat.
- 2°) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation graphique des résultats.
- 3) a) Démontrer que $\forall x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = \ln x$.
b) En déduire les variations et le tableau de variation de f .
- 4) Construire (C_f) dans un repère orthonormé (O, I, J) . Unité 2 cm.

PROBLEME 3

1. Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x - 2 - 2x \ln x$.

- a. Détermine son sens de variation.
- b. Déduis-en le signe de $f(x)$.

2. Soit g la fonction définie sur $]0 ; 2[\cup]2 ; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{\ln x}{(x-2)^2}$.

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) .

- a. Calcule les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.

Interprète graphiquement les résultats obtenus.

- b. Démontre que : pour tout x de $]0 ; 2[\cup]2 ; +\infty[$, $g'(x) = \frac{f(x)}{x(x-2)^3}$.
- c. Détermine le sens de variation de g et dresse son tableau de variation.
- d. Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.
- e. Construis (C) et (T) dans le repère (O, I, J) (unité 2 cm).

PROBLEME 4

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x^2 - 2 + 2\ln x$.

- Déterminer les limites de g en 0 et en $+\infty$.
- a) Pour tout x élément de D_g , déterminer $g'(x)$ et déterminer son signe.
b) En déduire le sens de variation et le tableau de variation de g .
- a) Justifier que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]1,24; 1,25[$.
b) En déduire que g est négative sur $]0; \alpha[$ et positive sur $]\alpha; +\infty[$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - 2 - \frac{2\ln x}{x}$ et (C_f) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O, I, J) . Unité : 2cm.

- Déterminer la limite de f en 0 et interpréter graphiquement le résultat.
- Déterminer la limite de f en $+\infty$ et démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x - 2$ est une asymptote oblique à (C_f) en $+\infty$.
- Déterminer la position relative de (C_f) par rapport à (Δ) .
- a) Démontrer que pour tout x appartenant à D_f , $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
b) En déduire le signe de $f'(x)$ et le sens de variation de f .
c) Etablir le tableau de variation de f .
- a. Montrer que $f(\alpha) = 2\alpha - 2 - \frac{2}{\alpha}$.
b. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 1.
- Construire (Δ) et (C_f) dans le même repère. On donne $f(\alpha) \approx -1,2$.

PROBLEME 5

Soit f la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = x - 1 + \frac{1 - \ln x}{x}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) (unité: 1cm)

PARTIE A

Soit g la fonction dérivable sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

- Calculer les limites de g en 0 et $+\infty$.
- Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
- a. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α
b. Démontrer que : $\alpha \in]1,3; 1,4[$
- En déduire que, pour tout nombre réel $x \in]0; +\infty[$, si $x < \alpha$, alors $g(x) < 0$ et si $x > \alpha$, alors $g(x) > 0$

PARTIE B

1) a. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.

b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2) Démontrer que pour tout nombre réelle $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

3. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

4a). Montrer que $\ln(\alpha) = 2 - \alpha^2$ et que $f(\alpha) = 2\alpha - 1 - \frac{1}{\alpha}$

b) En prenant $\alpha = 1,3$ calculer $f(\alpha)$

5) a. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C_f) en $+\infty$.

b. Déterminer les positions relatives de la courbe (C_f) et de la droite (D)

6) Déterminer les coordonnées du point A où la tangente à la courbe (C_f) est parallèle à la droite (D)

7. Montrer qu'une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse e^2 est $y = x - 1 - \frac{1}{e^2}$.83.

8) Tracer (C_f) , et (T) et (D) (On prendra : $e = 2,7$; $e^2 = 7,4$ et $e^{-2} = 0,14$)

PARTIE C

On considère la fonction F définie sur $]0; +\infty[$ par : $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$

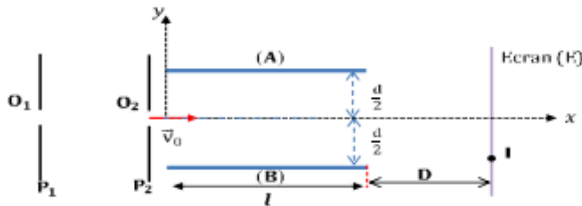
- Vérifier que F est une primitive de f sur $]0; +\infty[$
- Calculer $F(e) - F(1)$

Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

MOUVEMENTS DANS LES CHAMPS E

EXERCICE 1

Dans tout l'exercice, on négligera le poids de la particule devant toute autre force.



Une particule de charge $q = 2e$ et de masse $m = 9,62 \cdot 10^{-27} \text{kg}$, sortant d'une chambre d'ionisation, pénètre avec une vitesse négligeable par un trou O_1 , dans l'espace compris entre deux plaques verticales P_1 et P_2 . Elle en sort en O_2 avec une vitesse $v_0 = 5,16 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- 1- Déterminer le signe et la valeur de la tension $U_{P_1P_2}$. On donne: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$.
- 2- A la sortie de O_2 , la particule pénètre avec la vitesse \vec{v}_0 horizontale, entre les armatures A et B d'un condensateur, de longueur l entre lesquelles on applique une tension $U_{AB} = U_0 = 220 \text{ V}$. On donne $AB = d = 4 \text{ cm}$ et $l = 10 \text{ cm}$.
 - 2.1- Etablir dans le repère d'axes (Ox) et (Oy) les équations horaires du mouvement des ions entre A et B.
 - 2.2- Montrer que la trajectoire est une parabole d'équation $y(x) = -0,34 x^2$.
 - 2.3- La particule sort des plaques A et B, percute un écran E au point I.
 - 2.3.1- Justifier que la particule sort effectivement des plaques.
 - 2.3.2- A quelle distance D des plaques A et B, l'écran E est-il situé ?

EXERCICE 2

Lors d'une évaluation, votre professeur vous propose le schéma ci-dessous. Sur ce schéma, ont été représentés :

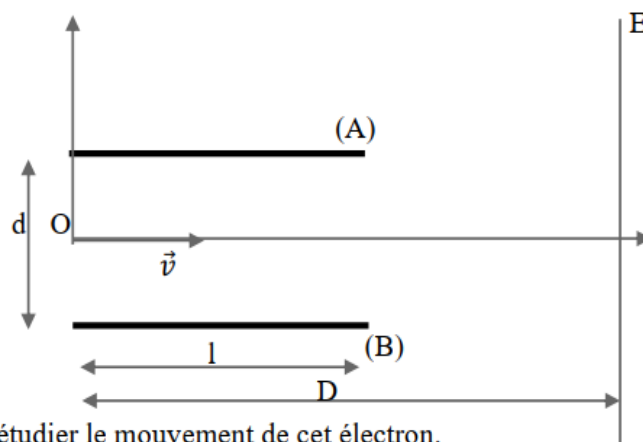
-un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) orthonormé

-un condensateur plan dont les armatures (A) et (B), de longueur $l = 5\text{cm}$, séparées d'une distance $d = 2\text{cm}$, sont soumises à une tension $U_{AB} = 100\text{V}$.

Entre les armatures de ce condensateur, pénètre, à la date $t=0$, au point avec un vecteur-vitesse v_0 , horizontal, un électron, de masse $m=9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$ et de charge $q=-e$. A la sortie du condensateur, l'électron se déplace dans le vide et arrive à un point P d'un écran fluorescent E placé à la distance $D=20\text{cm}$ de l'origine O du repère.

Le poids de l'électron est négligeable devant les autres forces.

Donnée : $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$; $v_0=1,30 \cdot 10^7\text{m/s}$.



Votre professeur vous demande d'étudier le mouvement de cet électron.

- 1) Nomme les forces extérieures appliquées à l'électron :
 - 1.1) entre les armatures du condensateur ;
 - 1.2) entre le condensateur et l'écran (E).
2.) Établis, dans le repère, (O, \vec{i}, \vec{j}) , l'équation cartésienne de la trajectoire de l'électron .
3.) Détermine :
 - 2.1.) le déplacement vertical y_M de l'électron et l'angle α de déviation de sa trajectoire à la sortie du condensateur;
 - 2.2. Les coordonnées du point d'impact P de l'électron sur l'écran (E);
 - 2.3. La vitesse v_P de l'électron à son arrivée en P sur l'écran.

Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

MOUVEMENTS DANS LES CHAMPS E (CORRIGE)

EXERCICE 1

1- Détermination du signe et de la valeur de la tension $U_{P_1P_2}$:

$$U_{P_1P_2} = V_{P_1} - V_{P_2}, V_{P_1} > V_{P_2} \Rightarrow U_{P_1P_2} > 0.$$

$$\Delta E_C = q\vec{E} \cdot \overrightarrow{P_1P_2} = qU_{P_1P_2} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = 2eU_{P_1P_2} \Rightarrow U_{P_1P_2} = \frac{mv_0^2}{4e} \text{ A.N :}$$

$$U_{P_1P_2} = 4002,16 \text{ V.}$$

2-

Etude du système :

Système : particule de charge $q = 2e$

Référentiel de laboratoire supposé galiléen.

Bilan des forces : Force électrostatique \vec{F} .

$$\text{D'après le TCI : } m\vec{a} = \vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}. \vec{E} \begin{cases} 0 \\ -E \end{cases}$$

2.1- Les équations horaires :

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{qE}{2m}t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{eE}{m}t^2 \end{cases}$$

2.2- Posons : $t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow y = -\frac{eE}{m} \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = -\frac{eE}{mv_0^2}x^2 = -\frac{eU_0}{mdv_0^2}x^2$. En remplaçant les valeurs on a : $y = -0,34 x^2$.

2.3-

2.3.1- On a : $y = -0,34 x^2$. Pour $x = l$ on a : $y_S = -0,34 \times (l)^2 = -0,0034 \text{ m} = -0,34 \text{ cm}$. On constate que $\frac{d}{2} > |y_S|$ la particule sort effectivement des plaques.

$$2.3.2- \text{ On a : } \frac{Ol}{D+\frac{l}{2}} = \frac{y_S}{\frac{l}{2}} \Rightarrow D = \frac{l}{2} \left(\frac{Ol}{y_S} - 1 \right)$$

EXERCICE 2

1.)

1.1) Entre les armatures du condensateur :

-la force électrostatique $\vec{F} = q\vec{E}$

1.2) Entre le condensateur et l'écran : aucune force ne s'exerce.

2.) **Equation cartésienne de la trajectoire**

▪ Equations horaires :

A l'instant $t = 0$:

$$\overrightarrow{OG_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{ et } \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

A l'instant $t \neq 0$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e}{m} E \end{cases}, \text{ on a : } \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{eE}{m} t \end{cases} \text{ et } \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = v_0 t \quad (1) \\ y = \frac{eE}{2m} t^2 \quad (2) \end{cases}$$

▪ Etablissons l'équation cartésienne :

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} ; \text{ Portons } t \text{ dans } (2) : y = \frac{eE}{2m} \left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

$$\text{D'où : } y = \frac{eE}{2mv_0^2} x^2 \text{ or } E = \frac{U}{d}$$

$$\text{Par conséquent: } y = \frac{eU}{2mdv_0^2} x^2.$$

3.)

3.1) Déplacement y_M et angle α

$$\text{A la sortie, } x=l \text{ donc } y_M = \frac{eU}{2mdv_0^2} l^2 \quad \text{A.N. } y_M = 6.5 \text{ mm.}$$

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} \text{ à } x=l \text{ à la date } t = \frac{l}{v} \text{ ce qui donne } \tan \alpha = \frac{elU}{mdv^2} \quad \text{A.N. } \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{elU}{mdv^2}\right) = 14.57^\circ$$

3.2) Coordonnées du point d'impact P

$$x_P = D = 20 \text{ cm} \quad \text{et} \quad y_P = (D-l/2) \tan \alpha = 4.55 \text{ cm.}$$

3.3) Vitesse en P

Entre le condensateur et l'écran il n'y a aucune force donc le mouvement est rectiligne et uniforme.

On a : v_P est égal à la vitesse à la sortie.

$$\text{A la sortie, } v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_z)^2} = \sqrt{(v_0)^2 + 0^2}$$

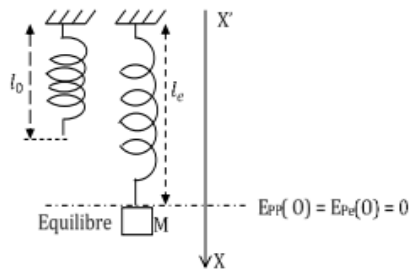


Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

OSCILLATIONS MÉCANIQUES LIBRES

EXERCICE 1

Un solide de masse m que l'on pourra considérer comme ponctuel, est suspendu à l'extrémité d'un ressort de longueur à vide l_0 et de raideur k . On suppose l'absence de toute force de frottement.



- 1) Détermine la longueur l_e du ressort lorsque le système est immobile à l'équilibre.
- 2) On repère la position du solide par sa cote sur l'axe (Ox) vertical orienté vers le bas. Le point O correspond à la position d'équilibre. Etablis l'équation différentielle vérifiée par x .
- 3) Calcule la somme de l'énergie potentielle de pesanteur du solide et de l'énergie potentielle élastique du ressort. On choisit le point O comme origine des énergies potentielles de pesanteur et élastique.

Données : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $l_0 = 20 \text{ cm}$; $k = 100 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $m = 400 \text{ g}$; $x_0 = -3 \text{ cm}$.

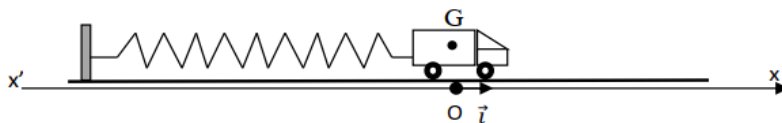
EXERCICE 2

Ton petit frère possède un jeu constitué d'une ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de constante de raideur k et d'une voiturette de masse m accrochée à l'extrémité libre du ressort. L'ensemble est posé sur une table horizontale où les frottements sont négligés.

La position du centre d'inertie de la voiturette peut être déterminée sur un axe horizontal $(x'x)$ muni d'un repère (O, \vec{i}) . A l'équilibre, le centre d'inertie G de la voiturette se trouve à l'origine du repère.

Ton petit frère déplace la voiturette vers la gauche jusqu'à l'abscisse x_0 puis à l'instant t_0 , il la libère sans vitesse initiale. Le système {voiturette + ressort} se met alors à osciller.

Données : $m = 250 \text{ g}$; $k = 100 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $x_0 = -15 \text{ cm}$; $t_0 = 0 \text{ s}$.

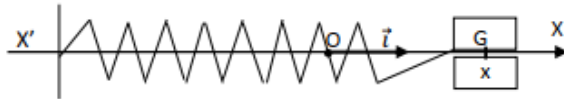


Il t'est demandé d'établir l'équation horaire du mouvement de la voiturette.

- 1) Nomme les forces extérieures qui s'exercent sur la voiturette pour $x \neq 0$.
- 2) Représente ces forces dans une position de G où $x < 0$.
- 3) Etablis l'équation différentielle du mouvement du système.
- 4) Détermine l'expression de $x(t)$ sous la forme $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ et celle de $v(t)$, en précisant les valeurs numériques de X_m , ω_0 et φ .

EXERCICE 3

On considère un ressort de raideur k . On place un solide de masse m à l'extrémité libre d'un ressort. Le solide peut glisser sans frottement le long d'une tige horizontale.



A l'équilibre, le centre d'inertie G du solide coïncide avec l'origine O du repère. On écarte le solide de sa position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse initiale. Il oscille et son centre d'inertie est repère par son abscisse x .

1- Étude dynamique

- 1.1- Faire le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur le solide et les représenter.
- 1.2- En appliquant le théorème du centre d'inertie, établir l'équation différentielle du mouvement du solide.

2- Étude cinématique

- 2.1- Montrer que $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de l'équation différentielle ;
- 2.2- Déterminer les expressions de la pulsation propre ω_0 , de la période propre T_0 et de la fréquence propre N_0 .

3- Étude énergétique

- 3.1- Donner les expressions de l'énergie potentielle élastique, de l'énergie cinétique et de l'énergie mécanique du système en fonction du temps
- 3.2- Montrer que l'énergie mécanique du système se conserve
- 3.3- Retrouver l'équation différentielle du mouvement à partir de la conservation de l'énergie mécanique.

Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

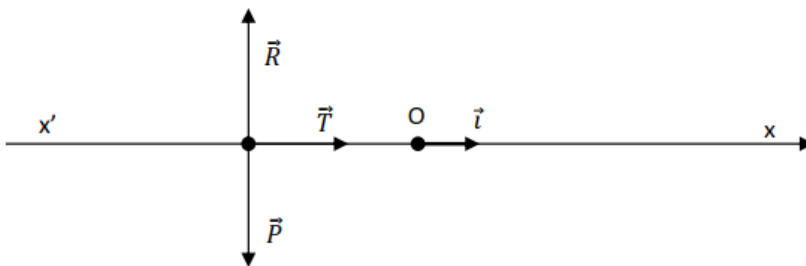
OSCILLATIONS MÉCANIQUES LIBRES (CORRIGE)

EXERCICE 1

- 1) En équilibre $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow mg = kl_e \Rightarrow l_e = \frac{mg}{k}$ A.N : $l_e = 0,0392 \text{ m} = 3,92 \text{ cm}$.
- 2) D'après le TCI, on a : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \Rightarrow mg - k(l_e + x) = ma \Rightarrow -kx = m\ddot{x}$
d'où l'équation différentielle : $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$.
- 3) $E_{PP} = mgx_m$; $E_{PPe} = \frac{1}{2}kx_m^2$ A.N : $E_{PP} = 0,12 \text{ J}$; $E_{PPe} = 0,045 \text{ J} \Rightarrow E_P = 0,165 \text{ J}$.

EXERCICE 2

- 1) **Solution:**
- 2) Les forces extérieures qui s'exercent sur la voiturette sont :
le poids \vec{P} de la voiturette ; la réaction \vec{R} du support ; la tension \vec{T} du fil.
- 3) Représentation de \vec{P} , \vec{R} et \vec{T} pour $x < 0$



- 4) Equation différentielle du mouvement :
TCI : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection suivant ($x'x$) : $T = ma$ avec $T = -kx$

Donc $-kx = ma = m\ddot{x}$; soit $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

- 5) Expression de $x(t)$ et de $v(t)$:

La solution de l'équation différentielle est de la forme $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$

A $t=0 \text{ s}$, $x_0 = X_m \cos \varphi = -0,15$ et $v_0 = -X_m \omega_0 \sin \varphi = 0$

$\sin \varphi = 0$ $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$

Soit $\cos 0 = 1$ ou $\cos \pi = -1$

De plus, $X_m > 0 \longrightarrow \cos \varphi < 0$

D'où $\varphi = \pi \text{ rad}$ cad $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \pi)$ avec $X_m = 0,15 \text{ m}$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

soit $\omega_0 = 20 \text{ rad/s}$

$x(t) = 0,15 \cos(20t + \pi)$ et $v(t) = -3 \sin(20t + \pi)$

EXERCICE 3

1- Étude dynamique

1.1- bilan des forces

\vec{P} : le poids du solide de masse (m)

\vec{T} : la tension du ressort

\vec{R} : la réaction de l'axe

1.2- équation différentielle

TCI : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}$

sur (x'x) : $-T + 0 + 0 = m \cdot a_x$ or $T = -kx$; $a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

$$-k \cdot x = m \cdot \ddot{x} \quad \text{alors} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$$

2- Étude cinématique

2.1- montrons que $x = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est solution

$$\text{posons : } \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$\dot{x} = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 \cdot x \quad \text{et} \quad \ddot{x} = -\omega_0^2 \cdot x \quad \text{d'où} \quad \ddot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0$$

x est solution de l'équation différentielle

2.2- la pulsation propre

$$\begin{cases} \ddot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0 \\ \ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = 0 \end{cases} ; \text{ alors par identification on a : } \omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad \text{d'où} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ en rad/s}$$

2.3- la période propre

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ (s)}$$

2.4- la fréquence propre

$$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (Hz)}$$

3- étude énergétique

3.1 Expressions des énergies :

Expression de l'énergie potentielle élastique $E_{pe} = \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

Expression de l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot \omega_0^2 \cdot X_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

Expression de l'énergie mécanique

$$E_M = E_{pe} + E_c = \frac{1}{2} k \cdot x^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} m \cdot \omega_0^2 \cdot X_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

3.2 montrons que l'énergie mécanique se conserve

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot \omega_0^2 X_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 [\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)] \quad \text{donc : } E_m = \frac{1}{2} k X_m^2 = \text{constante}$$

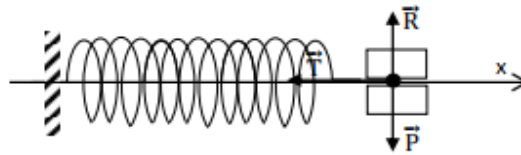
3.3 équation différentielle à partir de E_m

$$E = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \text{constante}$$

$$E = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \text{constante} \quad \text{d'où} \quad \frac{dE}{dt} = 0$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2 \right) = \frac{1}{2} m \cdot \frac{d}{dt} (\dot{x}^2) + \frac{1}{2} k \cdot \frac{d}{dt} (x^2) = 0$$

$$\frac{dE}{dt} = m \cdot \dot{x} \cdot \ddot{x} + k \cdot \dot{x} \cdot x = m \cdot \dot{x} \left(\ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot x \right) = 0 \quad \text{d'où} \quad \left(\ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot x \right) = 0$$

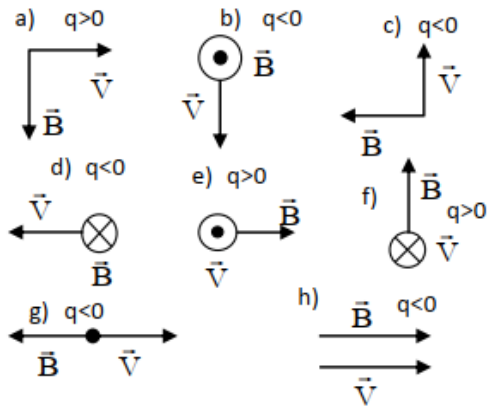


Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

EXERCICE 1

Représente la force magnétique de Lorentz \vec{F} dans chacun des cas suivants :



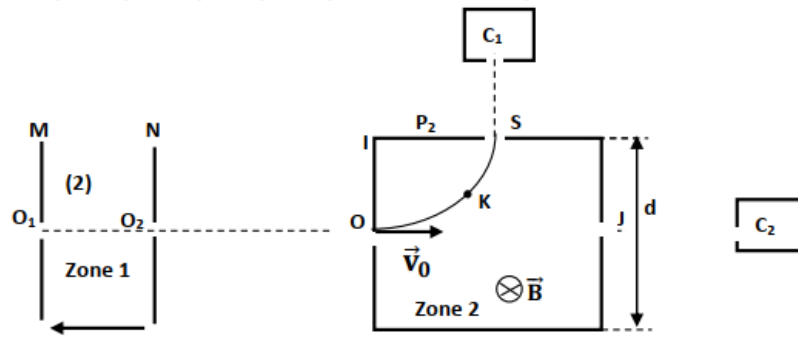
EXERCICE 2

Au cours d'une séance de travaux dirigés, un groupe d'élèves décide d'étudier le mouvement des ions dans les champs électriques et magnétiques uniformes d'un spectromètre de masse (voir figure ci – dessous).

Des ions strontium $88\text{ (Sr}^{2+})$ de masse $m = 88u$ sortent en O_1 d'une chambre d'ionisation avec une vitesse négligeable. Ils sont d'abord accélérés entre O_1 et O_2 par une tension

$U_0 = V_M - V_N$ continue et réglable. Ils sont ensuite déviés de O vers S par un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au plan de la figure. Ils sont enfin recueillis dans un collecteur C_1 . La portion OS est un arc de cercle de centre I et de rayon $R = IO = IS$.

Dans tout l'exercice, on néglige le poids des ions. On admettra que la masse d'un atome A_ZX est $m = A.u$ avec $1u = 1,67.10^{-27}\text{ kg}$; $R = 0,70\text{ m}$; $B = 0,16\text{ T}$; $e = 1,6.10^{-19}\text{ C}$ et $d = 0,10\text{ m}$.



1.
 - 1.1 Représenter la force électrique \vec{F}_0 subie par un ion strontium et le champ électrique \vec{E}_0 entre les plaques M et N.
 - 1.2 En déduire le signe de la tension U_0 .
 - 1.3 Exprimer la vitesse v_{O_2} d'un ion strontium au point O_2 en fonction de e , u et U_0 .
2. Montrer que l'ion arrive en O avec une vitesse v_0 telle que $v_0 = v_{O_2}$.
3.
 - 3.1 Représenter sur un schéma la force magnétique \vec{F} subie par un ion au point K de la trajectoire.

3.2 Exprimer la tension U_0 en fonction de e , u , R et B .

3.3 Calculer la tension U_0 .

4. On maintient la valeur du champ magnétique \vec{B} et on fixe la tension U_0 à $U_0 = 13657,05$ V. On crée dans la zone (2), à l'aide d'une tension positive $U = V_{P_2} - V_{P_1}$, un champ électrique \vec{E} entre les plaques P_1 et P_2 distantes de d afin de recueillir les ions strontium 88 dans le collecteur C_2 .

4.1 Donner le nom du dispositif ainsi réalisé ;

4.2 Représenter entre les plaques P_1 et P_2 , le vecteur champ \vec{E} , la force électrique \vec{F}_e et la force magnétique \vec{F}_m que subit chaque ion recueilli dans le collecteur C_2 ;

4.3 Exprimer l'intensité du champ \vec{E} en fonction de e , u , B et U_0 ;

4.4 Calculer la valeur de E ;

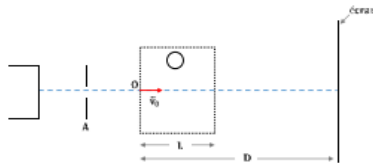
4.5 Déduire la tension $U = V_{P_2} - V_{P_1}$.

EXERCICE 3

Dans un tube cathodique de téléviseur, des électrons sont émis sans vitesse initiale par une cathode C, puis accélérés par l'anode A ; ils pénètrent en O, avec une vitesse \vec{v}_0 dans un champ magnétique \vec{B} , orthogonal au plan de la figure. Le Champ n'existe que dans la zone de longueur L. On supposera $L = 1\text{ cm} \ll D$.

On donne $v_0 = 10^7$ m/s ; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg ; et $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Un écran E placé à une distance $D = 50,0$ cm de O, reçoit le faisceau d'électrons.



1. Calcule la tension accélératrice U_{AC} .
2. Mouvement d'un électron dans l'espace de longueur L ; Les électrons sont déviés vers le haut.
 - 2.1. Représente, en le justifiant le champ \vec{B} .
 - 2.2. Montre que le mouvement d'un électron est circulaire et uniforme.
 - 2.3. Calcule le rayon de la trajectoire pour $B = 10^{-3}$ T.
3. Exprime puis calcule la valeur de :
 - 3.1. La déflexion magnétique sur l'écran.
 - 3.2. La déviation magnétique α subie par le faisceau.

EXERCICE 4

A l'aide d'un spectrographe de masse, on se propose de séparer des ions $^{79}\text{Br}^-$ et $^{81}\text{Br}^-$ de masses respectives $m_1 = 1,3104 \cdot 10^{-25}$ kg et $m_2 = 1,3436 \cdot 10^{-25}$ kg.

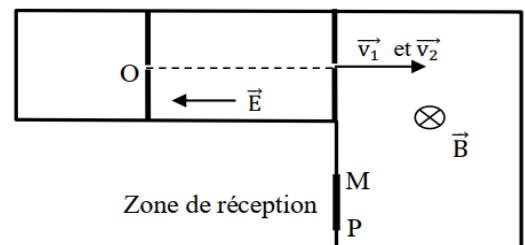
Les ions Br^- pénètrent en O dans un champ électrique uniforme et constant, créé par une tension U appliquée entre les deux plaques verticales P_1 et P_2 , pour y être accélérés jusqu' en A.

1. Les ions $^{79}\text{Br}^-$ et $^{81}\text{Br}^-$ sortent en A avec les vitesses respectives v_1 et v_2 . Leurs vitesses sont négligeables en O. Exprimer littéralement les valeurs de v_1 et v_2 .

2. Les ions Br^- pénètrent en A dans un champ magnétique \vec{B} , orthogonal aux vecteurs vitesse \vec{v}_1 et \vec{v}_2 , et parviennent dans la zone de réception indiquée.

Calculer la distance MP séparant les points d'impact des deux types d'ions

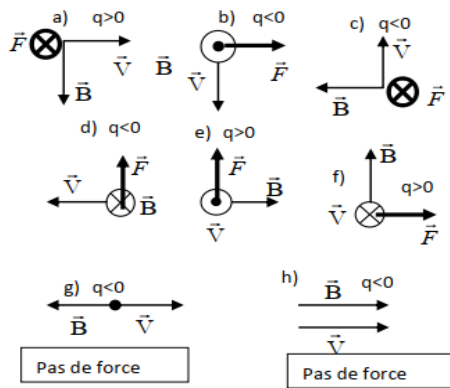
Données : $U = 4000$ V et $B = 0,1$ T.



Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

EXERCICE 1



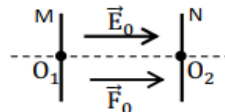
EXERCICE 2

1.

1.1 Représentation de \vec{F}_0 et \vec{E}_0

\vec{F}_0 est dirigée de O_1 vers O_2 .

Or $q = 2e > 0 \Rightarrow \vec{F}_0$ et \vec{E}_0 ont le même sens



1.2 Signe de U_0

\vec{E}_0 est dirigé vers les potentiels décroissants d'où $V_M > V_N$. Soit $U_0 > 0$

1.3 Expression de v_{O_2}

Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, l'ion est soumis à la force électrostatique \vec{F}_0

D'après le théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_c = \sum W_{O_1 O_2}(\vec{F}_{ext}), \quad E_{C_2} = W_{O_1 O_2}(\vec{F}_0)$$

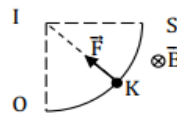
$$\text{soit } E_{C_2} = 2eU_0 \text{ ou encore } \frac{1}{2}mv_{O_2}^2 = 2eU_0 \Rightarrow v_{O_2} = \sqrt{\frac{4eU_0}{m}} = \sqrt{\frac{eU_0}{22u}}$$

2. $v_O = v_{O_2}$?

Entre O_2 et O , les ions ne sont soumis à aucune force extérieure donc $\Delta E_c = 0$ J d'où $v_O = v_{O_2}$.

3.

3.1 Représentation de la force magnétique \vec{F}



3.2 Expression de U_0

$$\text{On a : } R = \frac{mv_0}{2eB} = \frac{88u \sqrt{\frac{eU_0}{22u}}}{2eB} \text{ soit } U_0 = \frac{eB^2 R^2}{88u}$$

3.3 Calcul de U_0

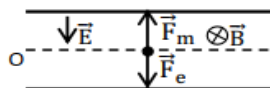
A.N. : $U_0 = 13657$ V

4.

4.1 Nom du dispositif

Filter de Wien ou filtre de vitesse

4.2 Représentation de \vec{F}_m , \vec{F}_e et \vec{E}



4.3 Expression de E

Les ions sortent en J si $F_e = F_m$ soit $2eE = 2ev_0B$

$$\text{ou encore } E = v_0B = B \sqrt{\frac{eU_0}{22u}}$$

4.4 Calcul de E

A.N. : $E = 3,9 \cdot 10^4$ V/m

4.5 Valeur de U

$$U = E \cdot d$$

$$U = 3,9 \cdot 10^3$$
 V

EXERCICE 3

1. La tension accélératrice U_{AC} :

d'après le TEC on a : $\frac{1}{2}mv_0^2 = |q|U_{AC} \Rightarrow U_{AC} = \frac{mv_0^2}{2|q|}$, pour l'électron $|q| =$

$$1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \Rightarrow U_{AC} = 284,4 \text{ V.}$$

2.

2.1. Représentation du champ \vec{B} : \vec{B} est sortant car $q < 0$ et \vec{F}_m dirigée vers le haut.

2.2.

D'après le TCI : $m \cdot \vec{a} = q \vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{v} = 0$: mouvement uniforme.

Dans la base de Frenet, $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{t} + \frac{v^2}{R} \vec{n}$; or $v = \text{cte}$, donc $\frac{dv}{dt} = \mathbf{0}$ et

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} ; \frac{v^2}{R} = \frac{q}{m} \cdot v \cdot \sin(\vec{v}, \vec{B}) \text{ avec } (\vec{v}, \vec{B}) = \frac{\pi}{2} ; \text{ finalement } R = \frac{mv}{|q|B} \Rightarrow \text{La}$$

trajectoire est circulaire de rayon R .

Les électrons ont donc un mouvement circulaire et uniforme.

2.3. Rayon de la trajectoire :

$$R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{mv_0}{eB} \text{ A.N : } R = 5,68 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5,7 \text{ cm.}$$

3.

3.1. La déflexion magnétique sur l'écran :

$$\text{On a } h = \left(\frac{|e|}{mv_0} \right) B D L \text{ A.N : } h = \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31} \times 10^7} \right) \times 10^{-3} \times 50 \cdot 10^{-2} \times 10^{-2} =$$
$$8,79 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 8,8 \text{ cm.}$$

3.2. La déviation magnétique α : $\tan \alpha = \frac{h}{D} \Rightarrow \alpha = -\arctan\left(\frac{h}{D}\right)$ A.N :

$$\alpha = 10^\circ$$

EXERCICE 4

$$1) v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}} ; v_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}} ;$$

$$2) MP = 2(R_2 - R_1) = 2,04 \text{ cm.}$$

Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

SOLUTIONS AQUEUSES, NOTION DE pH

EXERCICE 1

On dissout 10g de chlorure de sodium dans 100mL d'eau.

1. Calcule :
 - 1.1. la concentration molaire volumique C de la solution.
 - 1.2. la concentration massique volumique C_m de la solution.
2. Détermine les concentrations molaires des ions en solution.
On donne : $M_{Na} = 23 \text{ g/mol}$; $M_{Cl} = 35,5 \text{ g/mol}$

EXERCICE 2

1. Détermine le pH de chacune des solutions contenant :
 - 1.1) $[H_3O^+] = 3 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$
 - 1.2) $[OH^-] = 10^{-5} \text{ mol/L}$
2. Détermine la concentration en ions H_3O^+ d'une solution dont :
 - 2.1) $pH = 12$
 - 2.2) $pH = 2,4$

EXERCICE 3

Un jus de citron a un $pH = 2,3$ à $25^\circ C$.

1. Calcule la concentration molaire volumique des ions hydroniums et des ions hydroxyde présents dans ce jus.
2. Calcule la quantité de matière de ces mêmes ions dans un verre contenant 100 cm^3 de jus de citron.

Le produit ionique de l'eau est $K_e = 10^{-14}$.

EXERCICE 4

Votre professeur de Physique-Chimie vous prépare en vue de participer à un concours scientifique. Il met à votre disposition au laboratoire, des cristaux de chlorure de fer II ($FeCl_2$) et tout le matériel nécessaire. Le professeur veut vérifier vos acquis sur la détermination de concentrations molaires volumiques.

Pour ce faire, vous préparez un mélange homogène liquide d'une masse $m = 63,5 \text{ g}$ de $FeCl_2$ dans un volume $V = 500 \text{ mL}$ d'eau distillée. Vous obtenez une solution S_0 de concentration molaire volumique $C = 1 \text{ mol. L}^{-1}$.

On donne $M = 127 \text{ g. mol}^{-1}$.

1. Décris brièvement le mode opératoire de la préparation de S_0 .
2. Définis la concentration molaire volumique d'une espèce chimique en solution.
3. Écris l'équation de la réaction de dissolution du composé $FeCl_2$ dans l'eau.
4. Détermine la concentration molaire volumique des espèces chimiques (autres que celles de la dissociation de l'eau) présentes dans la solution.

EXERCICE 5

Ton professeur de Physique-Chimie veut montrer à ses élèves que toute solution aqueuse est électriquement neutre.

Il met à la disposition de ton groupe deux solutions aqueuses

Dans un bécher contenant 100mL d'eau distillée il ajoute 0,745g de chlorure de potassium (KCl) solide, à 25°C et obtient une solution S_1 .

Dans un autre bécher contenant il dispose 500mL d'une solution aqueuse S_2 d'hydroxyde de sodium (NaOH) de concentration molaire $C = 0,1 \text{ mol/L}$ à 25°C:

Enfin il réalise le mélange des deux précédentes solutions dans une fiole jaugée de 1L.

Tu es chargé de faire le compte rendu des différentes expériences.

1. Étude de la solution S_1
 - 1.1. Fais l'inventaire des espèces chimiques présentes.
 - 1.2. Détermine les concentrations de chacune des espèces chimiques présentes.
 - 1.3. Dédus des réponses précédentes que $[K^+] = [Cl^-]$
2. Étude du mélange
 - 2.1. Fais l'inventaire des espèces chimiques présentes.
 - 2.2. Détermine les concentrations de chacune des espèces chimiques présentes.
 - 2.3. Vérifie que $[K^+] + [Na^+] = [Cl^-] + [OH^-]$
3. Que peux-tu dire de l'électroneutralité d'une solution aqueuse ?

EXERCICE 6

Un professeur de Physique-Chimie demande à sa classe de Terminale D de faire l'étude quantitative d'un mélange de deux solutions ioniques. Sous sa conduite un élève dissout $m_1=10\text{g}$ de chlorure de calcium (CaCl_2) dans $V_1=400\text{mL}$ d'eau et $m_2=30\text{g}$ de chlorure de potassium (KCl) dans $V_2=700\text{mL}$ d'eau. Il mélange ensuite les deux solutions. Tous ces composés sont solubles dans l'eau. Tu es de la classe, réponds aux questions.

On te donne $M(\text{Ca})=40\text{g/mol}$; $M(\text{Cl})=35,5 \text{ g/mol}$; $M(\text{K})=39\text{g/mol}$.

1. Écris les équations de dissociation du chlorure de calcium et du chlorure de potassium dans l'eau.
2. Fais le bilan des ions présents dans chaque solution.
3. Calcule la concentration molaire volumique des ions :
 - 3.1 dans chaque solution aqueuse.
 - 3.2 dans le mélange.
4. Vérifie la neutralité électrique de cette solution

Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

SOLUTIONS AQUEUSES, NOTION DE pH

EXERCICE 1

1. Calculons :

$$1.1 \ n = \frac{m}{M} \text{ et } C = \frac{n}{V} \text{ donc } C = \frac{m}{MV} = \frac{10}{58,5 \times 0,1} = 1,71 \text{ mol/L}$$

$$1.2 \ C_m = \frac{m}{V} = \frac{10}{0,1} = 100 \text{ g/L.}$$

2. Détermination des concentrations molaires des ions :

 D'après l'équation de dissolution de NaCl : $\text{NaCl} \xrightarrow{\text{H}_2\text{O}} \text{Na}^+ + \text{Cl}^-$, on a $n(\text{Na}^+) = n(\text{Cl}^-) = n(\text{NaCl})$

 Donc $[\text{Na}^+] = [\text{Cl}^-] = C = 1,71 \text{ mol/L}$

EXERCICE 2

1. Détermination des pH

$$1.1 \ \text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log(3 \cdot 10^{-3}) = 2,52$$

$$1.2 \ \text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log(10^{-9}) = 9 \text{ car } [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{K_e}{[\text{HO}^-]} = 10^{-9} \text{ mol/L}$$

 2. Détermination de $[\text{H}_3\text{O}^+]$.

$$2.1 \ [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-12} \text{ mol/L}$$

$$2.2 \ [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2,4} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

EXERCICE 3

 1. $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$. D'où $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-2,3} = 5,01 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

$$[\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]}. \text{ D'où } [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{5,01 \cdot 10^{-3}} = 1,99 \cdot 10^{-12} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

 2. $[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{V_j}$. D'où $n_{\text{H}_3\text{O}^+} = [\text{H}_3\text{O}^+]V_j = 5,01 \cdot 10^{-3} \times 100 \cdot 10^{-3}$

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = 5,01 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

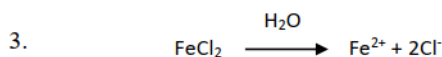
$$[\text{OH}^-] = \frac{n_{\text{OH}^-}}{V_j}. \text{ D'où } n_{\text{OH}^-} = [\text{OH}^-] \times V_j = 1,99 \cdot 10^{-12} \times 100 \cdot 10^{-3}$$

$$n_{\text{OH}^-} = 1,99 \cdot 10^{-13} \text{ mol.}$$

EXERCICE 4

 1. Dans une fiole jaugée de 500 mL contenant une petite quantité d'eau, nous introduisons 63,5 g de cristaux de FeCl_2 mesuré à l'aide d'une balance. Après dissolution totale, nous étendons le volume à 500 mL à l'aide d'une pissette contenant de l'eau distillée puis nous homogénéisons.

2. La concentration molaire d'une espèce chimique en solution est le quotient de la quantité de matière de cette espèce chimique par le volume de la solution.


 4. Les espèces chimiques sont : Fe^{2+} ; Cl^-

$$5. \quad [\text{Fe}^{2+}] = \frac{n_{\text{Fe}^{2+}}}{V} = \frac{m}{MV} = \frac{63,5}{127 \times 500 \cdot 10^{-3}}$$

$$[\text{Fe}^{2+}] = 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{Cl}^-] = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{V} = 2 \frac{m}{MV} = \frac{2 \times 63,5}{127 \times 500 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

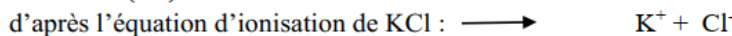
EXERCICE 5

1.

1.1. K^+ ; Cl^-

1.2. $M(KCl) = 39 + 35,5 = 74,5 \text{ g/mol}$

$$n(KCl) = \frac{m(KCl)}{M(KCl)} \text{ soit } n(KCl) = 0,01 \text{ mol}$$



$$n(K^+) = 0,01 \text{ mol soit } [K^+] = 0,1 \text{ mol/L et } n(Cl^-) = 0,01 \text{ mol soit } [Cl^-] = 0,1 \text{ mol/L}$$

2.

2.1. Na^+ ; OH^- ; K^+ ; Cl^-

2.2. $NaOH \longrightarrow Na^+ + OH^-$

$$n(NaOH) = C \times V = 0,05 \text{ mol d'où } n(Na^+) = 0,05 \text{ mol et } n(OH^-) = 0,05 \text{ mol}$$

$$[Na^+] = \frac{n(Na^+)}{V} = 0,1 \text{ mol/L et } [OH^-] = 0,1 \text{ mol/L}$$

2.3. $[Cl^-] + [OH^-] = 0,1 + 0,1 = 0,2 \text{ mol/L}$

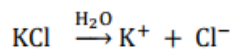
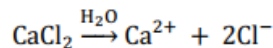
$$[K^+] + [Na^+] = 0,1 + 0,1 = 0,2 \text{ mol/L}$$

$$\text{donc : } [Cl^-] + [OH^-] = [K^+] + [Na^+]$$

3. Toute solution aqueuse est toujours électriquement neutre.

EXERCICE 6

1. Equations de dissociation :



2. Ions présents : K^+ ; Cl^- ; OH^- ; H_3O^+ .

3. Calcule des concentrations molaires volumiques :

3.1 Dans chaque solution

▪ Dans la solution de $CaCl_2$:

$$\text{On a } M(CaCl_2) = 40 + 70 = 110 \text{ g/mol et } n(CaCl_2) = \frac{m}{M} = 0,091 \text{ mol}$$

D'après l'équation de dissolution de $CaCl_2$,

$$\text{on a } n(Ca^{2+}) = n(CaCl_2) = 0,091 \text{ mol donc } [Ca^{2+}] = \frac{0,091}{0,4} = 0,227 \text{ mol/L}$$

$$\text{On a aussi } n(Cl^-) = 2 n(CaCl_2) = 0,182 \text{ mol donc } [Cl^-] = \frac{0,182}{0,4} = 0,455 \text{ mol/L}$$

▪ Dans la solution KCl :

$$\text{On a } M(KCl) = 74,5 \text{ g/mol et } n(KCl) = \frac{30}{74,5} = 0,403 \text{ mol.}$$

D'après l'équation de dissolution de KCl , on a $n(K^+) = n(Cl^-) = n(KCl) = 0,403 \text{ mol}$

$$\text{Donc } [K^+] = [Cl^-] = \frac{0,403}{0,7} = 0,576 \text{ mol/L}$$

3.2 Dans le mélange

$$V_T = 110 \text{ mL}$$

$$[Ca^{2+}] = \frac{n(Ca^{2+})}{V_T} = \frac{0,091}{1,1} = 0,083 \text{ mol/L}$$

$$[K^+] = \frac{n(K^+)}{V_T} = \frac{0,403}{1,1} = 0,366 \text{ mol/L}$$

$$[Cl^-] = \frac{n_T(Cl^-)}{V_T} = \frac{(0,182 + 0,403)}{1,1} = 0,53 \text{ mol/L}$$

4. Vérification de l'électroneutralité : $2[Ca^{2+}] + [K^+] = 0,532 \text{ mol/L}$

$$\text{Et } [Cl^-] = 0,53 \text{ mol/L.}$$

La neutralité électrique est donc vérifiée.