

BACCALAURÉAT
SESSION 2018

Coefficient : 4
Durée : 4 h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.

Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.
Les tables trigonométriques, logarithmiques et les règles à calculs sont aussi autorisées.

EXERCICE 1 5 points

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, I, J) . L'unité graphique est : 2 cm.
On considère les points A, B et C d'affixes respectives $4i$; 2 et $1 + i\sqrt{3}$.

1. a) Écris le nombre complexe $1 + i\sqrt{3}$ sous forme trigonométrique. $0,25 \times 3 = 0,75$
b) Place les points A, B et C dans le plan muni du repère (O, I, J) . $0,25 \times 3$
2. Soit $\mathcal{S}$ la similitude directe de centre O qui transforme B en C.
a) Justifie que l'expression complexe de $\mathcal{S}$ est : $z' = \frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})z$. $0,5$
b) Justifie que $\mathcal{S}$ est une rotation dont on précisera une mesure de l'angle. $0,25 \times 2 = 0,5$
3. Soit (E) l'ensemble des points M du plan d'affixe z telle que : $|z - 4i| = 2$.
a) Détermine et construis (E). $0,50 + 0,25$
b) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de (E') l'image de (E) par $\mathcal{S}$. $0,25 + 0,25$
4. Soit (F) l'ensemble des points M du plan d'affixe z telle que : $|z - 2| = |z - 1 - i\sqrt{3}|$.
a) Détermine et construis (F). $0,25 + 0,25$
b) Justifie que le point O et le point K milieu du segment [BC] appartiennent à (F). $0,25 + 0,25$
c) Justifie que l'image de (F) par $\mathcal{S}$ est la droite (OJ). $0,25$

EXERCICE 2

4 pts

Un laboratoire de recherche étudie l'évolution d'une population animale qui semble en voie de disparition. En l'an 2000, l'effectif était égal à mille (1 000). L'effectif de cette population évolue par rapport au temps t et peut être approché par une fonction f . Le temps t est exprimé en années à partir de 2000. La fonction f est dérivable, strictement positive sur l'intervalle $[2000 ; +\infty[$ et est solution de l'équation différentielle :

$$(E_1) : y'(t) + \frac{1}{200} y(t) = -\frac{200}{t^2} + \frac{1}{t}.$$

1. Soit h la fonction dérivable et définie sur l'intervalle $[2000 ; +\infty[$ par : $h(t) = \frac{200}{t}$.
Vérifie que h est une solution de (E_1) . 1

2. Résous l'équation différentielle

$$(E_2) : y'(t) + \frac{1}{200} y(t) = 0. \quad 0,5$$

3. a) Démontre qu'une fonction g est solution de (E_1) si et seulement si $g - h$ est solution de (E_2) . 0,5 x 2
b) Déduis-en les solutions de (E_1) . 0,5
c) Sachant que $f(2000) = 1000$, vérifie que :

$$\forall t \in [2000 ; +\infty[, f(t) = 999,9 e^{(10 - \frac{t}{200})} + \frac{200}{t}. \quad 0,25 + 0,25$$

- d) Détermine le nombre d'individus de cette population animale en 2020.
Donne le résultat arrondi à l'ordre 0. 0,25 + 0,25

PROBLÈME

11 points

Partie A

On considère la fonction g dérivable et définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :
 $g(x) = 2 + x - 3x \ln(x)$.

1. Calcule la limite de g en 0 et la limite de g en $+\infty$. 0,25 + 0,50
2. a) On désigne par g' , la fonction dérivée de g .
Calcule $g'(x)$ pour tout nombre réel x strictement positif. 0,5
b) Étudie les variations de g . 0,5 + 0,25
c) Vérifie que : $g(e^{-\frac{2}{3}}) = 2 + 3e^{-\frac{2}{3}}$. 0,25
Dresse le tableau de variation de g . 0,25
3. a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet dans l'intervalle $[e^{-\frac{2}{3}} ; +\infty[$, une solution unique notée α . 0,5
b) Justifie que : $1,9 < \alpha < 2$. 0,5
4. Démontre que : $\forall x \in]0 ; \alpha[, g(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha ; +\infty[, g(x) < 0$. 0,5

Partie B

Soit f la fonction dérivable et définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{20 \ln(x)}{(x+2)^3}$.
($\mathcal{C}$) désigne la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 5 cm.

1. a) Calcule la limite de f en 0. 0,50
Interprète graphiquement le résultat. 0,25
b) Justifie que la limite de f en $+\infty$ est égale à 0. 0,50
Interprète graphiquement le résultat. 0,25
2. On note f' la fonction dérivée de f .
a) Démontre que :
$$\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{20g(x)}{x(x+2)^4}.$$
 0,75
b) Déduis-en les variations de f . 0,50 + 0,25
c) Dresse le tableau de variation de f . On ne calculera pas $f(\alpha)$. 0,5
3. Justifie qu'une équation de la tangente (T) à ($\mathcal{C}$) au point d'abscisse 1 est : $y = \frac{20}{27}x - \frac{20}{27}$. 0,5
4. Trace (T) et ($\mathcal{C}$). On prendra $\alpha = 1,95$ et $f(\alpha) = 0,22$. 0,25 + 0,75

Partie C

On pose : $U = \int_1^2 \frac{1}{x(x+2)^2} dx$ et $V = \int_1^2 \frac{\ln(x)}{(x+2)^3} dx$.

1. On admet que : $\forall x \in]0; +\infty[, \frac{1}{x(x+2)^2} = \frac{1}{4x} - \frac{1}{4(x+2)} - \frac{1}{2(x+2)^2}$
Déduis-en que : $U = \frac{\ln 3}{4} - \frac{\ln 2}{4} - \frac{1}{24}$ 0,75
2. a) À l'aide d'une intégration par parties, démontre que : $V = -\frac{\ln 2}{32} + \frac{1}{2}U$. 0,75
b) Calcule en cm^2 l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan délimitée par la courbe ($\mathcal{C}$), l'axe (OI), les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.
Donne le résultat arrondi à l'ordre 1. 0,25 + 0,25

Pose : 0,25
Application : 0,25
Résultat : 0,25

MINISTRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE
DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE
ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

BACCALAUREAT - SESSION 2018

EPREUVE : MATHÉMATIQUES DATE : 03/07/2018 HEURE : 7H30
SÉRIE(S) : D

CORRIGE ET BAREME

CORRIGE

BAREME

Ce barème est national.
Il ne peut être modifié.
Certaines réponses ont été rédigées à
titre indicatif. Cependant, toute autre
démarche correcte sera acceptée.

Le correcteur devra tenir compte
de la démarche qui a conduit au
résultat.

A un résultat correct non justifié
ou incorrectement justifié, on accordera
la moitié des points sauf si la
question est notée sur 0,25. Dans
ce cas, on attribuera la note zéro (0).

Toute faute sera sanctionnée une seule fois.
En conséquence, on appréciera les
réponses en fonction des résultats
obtenus précédemment par le
candidat, même si ces résultats
intermédiaires sont faux.

CORRIGE

Exercice 1 (05 points)

1a)

Posons : $a = 1 + i\sqrt{3}$

$|a| = 2$

$\arg(a) = \frac{\pi}{3}$

$a = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$

0,25 pt

0,25 pt

0,25 pt

0,25 pt x 3

0,50 pt

0,25 pt

0,25 pt

Voir papier millimétré n°1

Justification correcte

$(1 + i\sqrt{3})$ est un nombre complexe non réel de module 1, donc ρ est une rotation. Une mesure de l'angle de ρ est $\frac{\pi}{3}$.

3 a) $\Pi \in (E) \Leftrightarrow A\Pi = 2$

Donc (E) est le cercle de centre A et de rayon 2.

Construction (papier millimétré n°1)

0,50 pt

0,25 pt

b) (E') est un cercle de rayon 2

son centre est $\rho(A)$ d'affixe $2(-\sqrt{3} + i)$

0,25 pt

0,25 pt

4 a) $\Pi \in (F) \Leftrightarrow B\Pi = C\Pi$

Donc (F) est la médiatrice du segment [BC].

Construction (voir papier millimétré n°1)

0,25 pt

0,25 pt

b) $O \in (F)$

$K \in (F)$

0,25 pt

0,25 pt

c) Justification correcte.

0,25 pt

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES. DATE : 03/07/2018... HEURE : 7.H.30... SÉRIE(S) : D

CORRIGE

BAREME

Exercice 2 (04 points)

1) Vérification correcte

Les solutions sur $[2000; +\infty[$ sont les fonctions :

$$t \mapsto k e^{\frac{1}{200}t}, k \in \mathbb{R}.$$

a) Supposons que g est solution de (E_1)
démonstration de $g-h$ solution de (E_2)

Supposons que $g-h$ est solution de (E_2)
démonstration de g solution de (E_1)

b) Les solutions sur $[2000; +\infty[$ de (E_1)

sont les fonctions : $t \mapsto k e^{\frac{1}{200}t} + \frac{200}{t} (k \in \mathbb{R})$

c) On trouve $k = 999,9 e^{10}$

donc $\forall t \in [2000; +\infty[, f(t) = 999,9 e^{(10 - \frac{t}{200})} + \frac{200}{t}$

d) $f(2020) \approx 904,8$

Le nombre d'individus de cette population animale en 2020 est 905.

1 pt

0,5 pt

0,5 pt

0,5 pt

0,5 pt

0,25 pt

0,25 pt

0,25 pt

0,25 pt

CORRIGE

PROBLÈME (11 points)

Partie A (04 points)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 2$

0,25 pt

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{2}{x} + 1 - 3 \ln x \right) = -\infty$

0,50 pt

2. a) $\forall x \in]0; +\infty[, g'(x) = -2 - 3 \ln x$

0,50 pt

b) Signe de $g'(x)$

$\forall x \in]0; e^{-2/3}[, g'(x) > 0$ et $\forall x \in]e^{-2/3}; +\infty[, g'(x) < 0$

0,50 pt

• Variations de g

0,25 pt

c) Vérification correcte

0,25 pt

• Tableau de variation de g

x	0	$e^{-2/3}$	$+\infty$
$g'(x)$		+	-
$g(x)$	2	$2 + e^{-2/3}$	$-\infty$

0,25 pt

3. a) Démonstration correcte

0,50 pt

b) Justification correcte

0,50 pt

4. Démonstration correcte

0,50 pt

PREUVE : MATHÉMATIQUES... DATE : 03/07/2018... HEURE : 07h30... SERIE(S) : D

CORRIGE

BAREME

Partie C (102 points)

1. Dédution correcte

0,75 pt

2. a) Démonstration correcte

0,75 pt

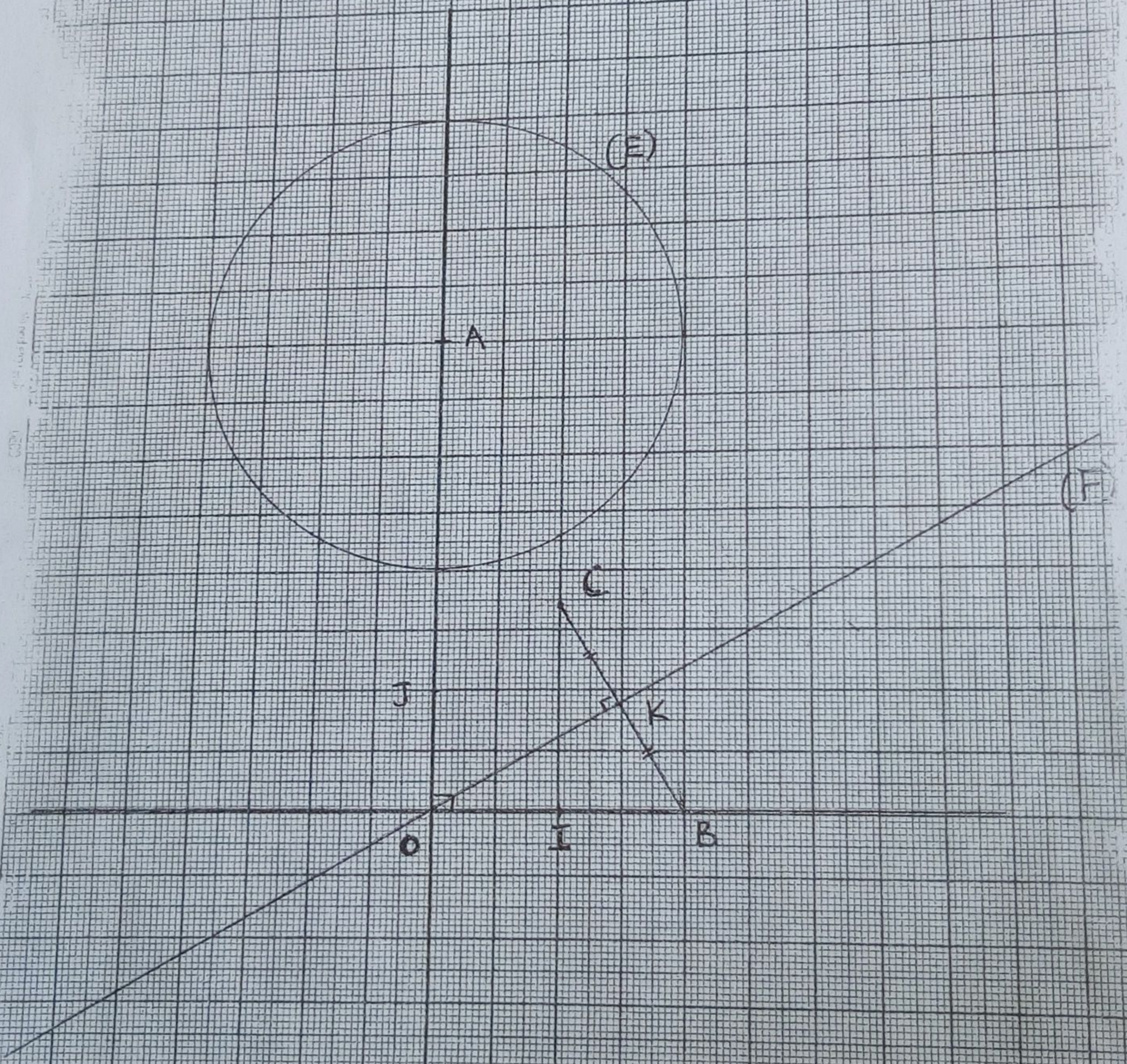
b) Calcul correct

0,25 pt

Arrondi à l'ordre 1

0,25 pt

EXERCICE 1 FEUILLE ANNEXE 1



BACCALAUREAT 2018

SERIE D

PROBLEME PARTIE B

FEUILLE ANNEXE 2

