COURS EN LIGNE 2023
MBACKE MATHS
TEL : 70 713 09 21

SERIE D'EXERCICES FONCTION LN

YOUTUBE//MBACKE MATHS
Niveau : TS_2
OPTION 1

❖ EXERCICE N°1

I. Résoudre dans IR, les équations suivantes

a. $ln(x-2) + ln(x+1) = ln(3x-5)$
b. $ln|x+1| + ln|x-5| = ln16$
c. $ln|6-x| = 1$
d. $ln^3x - 2ln^2x - lnx + 2 = 0$

II. Résoudre dans IR, les inéquations suivantes :

a. $ln(x^2 - 10x + 9) \geq ln(3x - 27)$
b. $ln\big(x(3-x)\big) \leq ln2$
c. $2(ln2x)^2 - 5ln(2x) - 3 \leq 0$

❖ EXERCICE N°2

Résoudre dans IR^2 les systèmes suivants

a. $\begin{cases} x + y = 65 \\ lnx + lny = 6ln2 \end{cases}$

b. $\begin{cases} ln(x^3y^4) = 6 \\ ln\left(\frac{x^2}{y^5}\right) = 5 \end{cases}$

❖ EXERCICE N°3

Déterminer les ensembles de définitions des fonctions suivantes .

a. $f(x) = 2x + 1 + ln(3x - 12)$
b. $f(x) = x^2ln(-x^2 + 6x - 5)$
c. $f(x) = ln(3x - 6) + ln(x + 4)$
d. $f(x) = xln\left(\frac{x+2}{1-x}\right)$
e. $f(x) = ln|-3x + 12|$

❖ EXERCICE N°4

Calculer la limite de f en x_o.

1. $f(x) = \frac{ln(1+sinx)}{sin2x}$; $x_o = 0$
2. $f(x) = \frac{(lnx)^4}{x^2}$; $x_o = +\infty$
3. $f(x) = \frac{ln(1+3x)}{x}$; $x_o = 0$
4. $f(x) = \frac{3x-2lnx}{x+lnx}$; $x_o = +\infty$
5. $f(x) = ln(cosx)lnx$; $x_o = 0^+$
6. $f(x) = x - \sqrt{x}lnx$; $x_o = 0$
7. $f(x) = \frac{tanx}{ln(1+2x)}$; $x_o = 0$
8. $f(x) = \frac{x^2}{x-1} - lnx$; $x_0 = +\infty$
9. $f(x) = tanx.lnx$; $x_0 = 0^+$
10. $f(x) = \frac{ln(1+sinx)}{x}$; $x_0 = 0$
11. $f(x) = x(lnx - 1)$; $x_0 = 0^+$ et $x_0 = +\infty$
12. $f(x) = \frac{(x-1)lnx}{x}$; $x_0 = +\infty$ et $x_0 = 0^+$

13

❖ **EXERCICE N°5**

Dans chacun des cas suivants, étudier la monotonie de la fonction, dresser le tableau de variation et tracer la courbe de f.

1. $f(x) = ln|x|$
2. $f(x) = ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$
3. $f(x) = xln\left|\frac{x+1}{x}\right|$
4. $f(x) = \frac{1+lnx}{1-lnx}$

❖ **EXERCICE N°6**

- **PARTIE A**

On considère la fonction g définie par $g(x) = 1 - x^2 - lnx$

1. Etudier les variations de g.
2. Calculer $g(1)$ et en déduire le signe de $g(x)$

- **PARTIE B**

On considère la fonction f définie par $f(x) = -x + 3 + \frac{lnx}{x}$

1. Etudier les variations de f
2. Démontrer que (Cf) admet la droite (Δ) d'équation $y = -x + 3$ comme asymptote oblique.
3. Etudier la position relative de (Cf) par rapport à (Δ)
4. Déterminer les coordonnées du point A de (Cf) où la tangente (T) à (Cf) Est parallèle à (Δ).
5. Donner une équation de cette tangente
6. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\propto \in]0\,;1[$ Puis une solution unique $\beta\epsilon]3\,;4[$.
7. Tracer (Cf) et (Δ) dans un repère orthonormé unité 1cm

❖ **EXERCICE N°7**

Soit $\boldsymbol{f(x) = \frac{lnx}{1+x^2}}$

- **PARTIE A :** Soit $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2lnx$

1. Déterminer Dg
2. Montrer que si $0 \leq x \leq 1$ alors $g(x) \geq 1$.
3. Etudier le sens de variation de g sur $[1\,;\,+\infty[$.
4. Calculer $g(1)$ et $g(2)$.Montrer qu'il existe un unique réel α stricetement positif tel que $g(\propto) = 0$.
5. Donner un encadrement de $\propto$ à 10^{-1} prés
6. Donner le signe de $g(x)$ sur $]O\,;\,+\infty[$

- **PARTIE B**

i. Calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f.
ii. Montrer que $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$
iii. Calculer $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim_{x\to +\infty} f(x)$
iv. Donner une équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse 1
v. Donner le tableau de variation de f puis tracer Cf

❖ **EXERCICE 8**

- **PARTIE A :** On considère dans $]0\,;+\infty[$ la fonction g donné par $g(x) = xlnx - 1$

1. Dresser le tableau de variation de g.
2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\propto$ sur $]0;+\infty[$
3. Montrer que $1{,}76 < \alpha < 1{,}77$
4. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x

- **PARTIE B :** On considère la fonction f de IR vers IR définie par :

$f(x) = \frac{1+x}{1+lnx}$.

1. Déterminer Df
2. Calculer les limites aux bornes de Df
3. Etudier les branches infinies à Cf
4. Etudier le sens de variation de f puis dresser le tableau de variation de f
5. Démontrer que $f(\alpha) = \alpha$
6. Tracer (Cf)

❖ **EXERCICE N°9**

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 + \dfrac{1}{x}, & x \leq 1 \\ 1 - (lnx)^2, & x > 1 \end{cases}$$

On désigne par (Cf) la courbe représentative de f

1. Déterminer Df
2. Démontrer que f est continue en 1.
3. Etudier la dérivabilité de f en 1.
4. Calculer les limites de f aux bornes de Df et préciser les branches infinies de Cf
5. Démontrer que le point d'abscisse e est un point d'inflexion de Cf
6. Tracer (Cf)

➢ Soit h la restriction de f sur $]1\,;\,+\infty[$

a. Démontrer que h réalise une bijection de $]1\,;\,+\infty[$ vers un intervalle J à préciser.
b. En déduire que h admet une fonction réciproque h^{-1} dont on précisera le sens de variation.

c. Calculer $h^{-1}(-1)$
d. Justifie que h^{-1} est dérivable en -1
e. h^{-1} est-elle dérivable sur son domaine de définition
f. Tracer la courbe de h^{-1}
g. Expliciter $h^{-1}(x)$

❖ EXERCICE N°10

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases}(1-x)(1+lnx), & x \geq 1 \\ (1-x)ln(1-x), & x < 1\end{cases}$

1. Déterminer l'ensemble de définition Df de f.
2. Etudier la continuité de f en 1.
3. Etudier la dérivabilité de f en 1.
4. Déterminer les limites de f aux bornes de Df .
5. Etudier les branches infinies de f.
6. Dresser le tableau de variation de f.
7. Tracer Cf
   - Soit h la restriction de f sur $[1\ ;\ +\infty[$
     a. Montrer que h admet une bijection réciproque h^{-1} dont on précisera l'ensemble de définition et les variations
     b. Résoudre $h^{-1}(x) = e$ puis calculer $(h^{-1})'(2-2e)$.
     c. Tracer la courbe de h^{-1}

❖ EXERCICE N°11

Soit f la fonction définie $\begin{cases} f(x) = x^2\sqrt{|lnx|} \ \ si\ x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

1. Préciser $f'(0)$ sans calculer l'expression de $f'(x)$.
2. Etudier la dérivabilité de f en 1.
3. Etudier les variations de f.
4. Dresser le tableau de variation de f.

COURS EN LIGNE // 70 713 09 21