PROBABILITÉ

Exercice 1 :

Un jeu réunit 35 hommes, 40 femmes et 25 enfants. Sur une table, il y'a 3 urnes $U1, U2$ et $U3$ contenant des boules indiscernables au toncher. L'urne $U1$ contient 1 boule noire, 5 boules blanches et 4 boules rouges ; l'urne $U2$ contient 4 boules noires, 5 boules blanches et 1 boule rouge; l'urne $U3$ contient 8 boules noires, et 2 boules rouges.

Un présentateur aux yeux bandés désigne une personne au hasard et lui demande de tirer une boule de $U1$ si cette personne est un homme, dans $U2$ si cette personne est une femme et dans $U3$ si cette personne est un enfant.

1. Calculer la probabilité de tirer une boule noire sachant que le présentateur a choisi un homme.
2. Calculer la probabilité de tirer une boule noire sachant que le présentateur a choisi une femme.
3. Calculer la probabilité de tirer une boule noire sachant que le présentateur a choisi un enfant.
4. Montrer que la probabilité de tirer une boule noire est égale à $\frac{79}{200}$.
5. Calculer la probabilité de tirer une boule blanche puis celle de tirer une boule rouge.
6. La boule tirée est noire, quelle est la probabilité pour que la boule soit tirée par un homme.
7. On définit la règle suivante :

- si une boule noire est tirée, le joueur gagne 1000 FCFA
- si une boule blanche est tirée, le joueur gagne 500 FCFA
- si une boule rouge est tirée, le joueur perd 500 FCFA
  Soit X la variable aléatoire qui est égale au gain algébrique d'un joueur.

a Déterminer la loi de probabilité de X.

Exercice 2 :

Une loterie comporte 20 billets parmi lesquels :

- 1 billet gagne le gros lot de 5000 F
- 2 billets gagnent chacun un lot de 2500 F
- 3 billets gagnent chacun un lot de 1000 F

Une personne achète 2 billets. Un désigne par X la somme que peut gagner cette personne.

1. Indiquer les valeurs possibles de X.
2. Donner la loi de probabilité de X.
3. Calculer la probabilité pour que la personne gagne :
   a) au moins 3500 F
   b) une somme comprise entre 2000 F et 5000 F.

Exercice 3 :

A Ndoumbélane, il y a 2% de la population contaminée par le coronavirus.

PARTIE A

On dispose d'un test de dépistage (PCR) de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99 (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait paster un test et une personne choisie au hasard dans cette population.
On note V l'évènement «la personne est contaminée par le virus » et T l'évènement «le test est positif »:
$\bar{V}$ et $\bar{T}$ désignent respectivement les évènements contraires de V et

T.
1 (a) Préciser les valeurs des probabilités $P(V), P_V(T), P_{\bar{V}}(\bar{T})$.
Traduire la situation à l'aide d'mu arbre de probabilités.
(b) En déduire la probabilité de l'évènement $V \cap T$.
2 Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,0492.
3 (a) Justifier par un calcul la phrase :
"Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40% de chances que la personne soit contaminée".
(b) Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

PARTIE B

On choisit successivement 10 personnes de la population au hasard, on considère que les tirages sont indépendants.
On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes contaminées par le virus parmi ces 10 personnes :
1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on domnera les paramètres.
2. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins deux personnes contaminées, parmi les 10.

Exercice 4 :

On jette 3 fois un dé à 6 faces, et on note a, b et c les résultats successifs obtenus. On note $\mathrm{Q}(x) = ax^2 + bx + c$. Déterminer la probabilité pour que :
-Q ait deux racines réelles distinctes.
-Q ait une racine réelle double.
-Q n'ait pas de racines réelles.

Exercice 5 :

A l'occasion des journées culturelles d'un lycée, le foyer socio-éducatif organise un jeu. Pour cela, il dispose d'une urne contenant 3 boules blanches et 2 boules noires indiscernables au toucher.
Un joueur tire successivement et au hasard trois boules de l'urne en respectant la règle suivante :

- Si la boule tirée est noire, il la remet dans l'urne ;
- Si elle est blanche, il ne la remet pas dans l'urne ;

On note les évènements suivants :
A: « **tirer une seule boule blanche** »
B: « **tirer trois boules blanches** »
C: « **tirer trois boules noires** »
D: « **tirer deux boules blanches et une boule noire** »
E: « **tirer deux boules noires et une boule blanche** »

1. Construire un arbre pondéré modélisant le problème.
2. Montrer que la probabilité de A est $P(A) = \frac{183}{500}$
3. Calculer $P(B)$ at $P(C)$.
4. a. Montrer que $P(D) = \frac{47}{100}$
   b. Calculer $P(E)$.
5. Lors du tirage des trois boules, le joueur marque trois points pour chaque boule blanche tirée et deux points pour chaque boule noire tirée. On désigne par X la variable aléatoire égale à la somme des points marqués par le joueur.
   a) Montrer que $X(\Omega) = \{6; 7; 8; 9\}$
   b) Déterminer la loi de probabilité de X.
   c) Calculer l'espérance mathématique de X.

Exercice 6 :

I. On considère Ω l'univers associé à une expérience aléatoire, A et B deux évènements. Dans le cas d'équiprobabilité rappeler les probabilités des évènements suivants :
A, A sachant $B, A \cap \bar{B}$ et $(A \cap \bar{B}) \cup (A \cap B)$.

II. Une société de distribution d'électricité ayant une production insuffisante en électricité pour assurer une alimentation continue dans tout le pays, procède à des délestages.
Ainsi à partir d'un certain jour les délestages ont débuté dans une

ville à un rythme décrit comme suit :
Le premier jour la ville est délestée.

- Si la ville est délestée un jour, la probabilité qu'elle soit délestée le jour suivant est $\frac{2}{9}$.
- Si elle n'est pas délestée un jour, la probabilité qu'elle soit délestée le jour suivant est $\frac{5}{6}$. On désigne par D_n l'évènement : « La ville est délestée le $n^{\text{ième}}$ jour » et p_n la probabilité de l'évènement D_n, $p_n = p(D_n)$.

1. Montrer les égalités suivantes :

$$p(D_1) = 1; p(D_{n+1}/D_n) = \frac{2}{9}; p(D_{n+1}/\bar{D}_n) = \frac{5}{6}$$

2. Exprimer p_{n+1} en fonction de $p(D_{n+1} \cap D_n)$ et $p(D_{n+1} \cap \bar{D}_n)$.

3. En déduire que, quel que soit $n \in \mathbb{N}N^*$, on a :

$$\mathrm{p}_{\mathrm{n+1}} = -\frac{11}{18}\mathrm{p}_{\mathrm{n}} + \frac{5}{6}$$

4. On pose $U_n = 6p_n - \frac{90}{29}$, pour $n \in \mathbb{N}^*$.
   a) Montrer que la suite (U_n) est géométrique. Préciser sa raison et son 1^{er} terme.
   b) Exprimer U_n puis p_n en fonction de n.
   c) Un match de football doit se jouer le $20^{\text{ème}}$ jour. Quelle est la probabilité pour que les habitants de la ville le suivent sans délestage.

Exercice 7 :

Un jeu consiste à tirer 2 boules au hasard d'une urne contenant 3 boules blanches et 5 boules noires. On gagne 100 F pour chaque boule blanche tirée et on perd 50 F pour chaque boule noire tirée. En désignant par X la somme gagnée ou perdue. Déterminer la loi de probabilité de X.

Exercice 8 :

Une urne contient 4 boules blanches et 3 boules noires. On tire au hasard 3 boules de l'urne. On gagne 200 F par boule blanche tirée. Déterminer les gains possibles et leurs probabilités.

Exercice 9 :

Une urne contient 5 boules numérotées, 2 blanches et 3 noires. On tire successivement et sans remise, jusqu'à vider l'urne. On appelle X le rang d'apparition de la première boule blanche tirée parmi les 5 boules.

1- Quelles sont les valeurs prises par X ?
2- Déterminer la loi de probabilité de X
3- Calculer alors l'espérance et la variance de X
4- Tracer la fonction de répartition de X.

Exercice 10 :

On considère deux urnes U_1 et U_2
Dans U_1, il y'a 3 boules rouges, 5 boules blanches.
Dans U_2, il y'a 5 boules rouges, 6 boules blanches. Les boules rouges sont indiscernables entre elles. Les boules blanches aussi
On tire au hasard une boule de U_1 et on la remet dans U_2. On tire alors une boule de U_2, on la remet dans U_1
1- On note R_1 l'évènement : « On a tiré une boule rouge de U_1 »,R_2 l'évènement : « On a tiré une boule rouge de U_2 ». Calculer $p(R_1)$ et $p(R_2/R_1)$
Déterminer alors la probabilité d'avoir tiré deux boules rouges consécutives.

Que pouvez -vous dire de la composition de l’urne U_1 ?
2- Déterminer la probabilité qu'au cours de l'expérience la composition de l’urne U_1 n'ait pas changé

Exercice 11 :

Dans un pays donné la maladie du Sida touche 5 pour 1000 de sa population. Des études montrent que la probabilité pour un individu d'avoir un test positif d cette maladie sachant qu’il est malade est 0.8 et celle d'avoir un test négatif sachant qu’il n'est pas atteint par la maladie est 0,9. On note T l'évènement ; « avoir un test positif à

cette maladie » et M : « être malade » et $\bar{M}$ l'évènement contraire de M.
On rappelle que pour tous évènements A et B on a :
(*) $A = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}), P_A(B)$ est la probabilité de B sachant A
1- a) Réécrire (*) pour $A = T$ et $B = M$ puis pour $A = \bar{M}$ et $B = \bar{T}$
b) En déduire que :

$$p(\bar{M} \cap T) = p(\bar{M})(1 - p_{\bar{M}}(\bar{T}))$$

2- Calculer la probabilité pour qu'un individu ait un test positif à cette maladie.
3- a) Calculer la probabilité pour qu'un individu soit malade sachant qu'il a un test positif.
b) Calculer la probabilité pour qu'un individu soit malade sachant qu'il a un test négatif.

Exercice 12 :

Un porte-monnaie contient 2 pièces de $50\ \mathrm{F}$ et n pièces de 100 F.
1- Un enfant prend au hasard une pièce et la remet dans le porte-monnaie.
Quelle est la probabilité pour qu'il ait tiré une pièce de $100\ \mathrm{F}$?
2- L'enfant prend 2 pièces au hasard puis les remet. Qu'elle est la probabilité pour qu'il ait tiré 2 pièces de $100\ \mathrm{F}$?

2. Il prend 4 pièces au hasard puis les remet Quelle valeur faut-il donner à n pour que la probabilité quill ait tiré $300\ \mathrm{F}$ soit $\frac{1}{11}$
3. Si $n = 10$ l'enfant tire simultanément 4 pièces : soit X la somme tirée, Déterminer la loi de probabilité de X et son espérance mathématique.

Exercice 13 :

Un sac contient 4 jetons blancs numérotés de $1\ \mathrm{d}$ 4,4 jetons noirs numérotés de 1 à 4.
1- un joueur tire au hasard et simultanément 2 jetons du sac. On convient de la règle suivante : s'il tire 2 jetons numérotés 1, il gagne

600 F : s'il tire 2 jetons de même couleur, il gagne 200F : dans les autres cas il perd 200 F.
a) Quelle est la probabilité pour qu'il tire 2 jetons numérotés 1 ?
b) Quelle est la probabilité pour qu'il tire 2 jetons de même couleur ?
c) Quelle est la probabilité pour qu'il perde 200 F ?

2- Après le 1^{er} tirage, le joueur remet les 2 jetons dans le sac et procède à un 2^{eme} tirage de 2 jetons, en convenant de la même règle. Soit X la variable aléatoire réelle qui a 2 tirages associe le gain du joueur (positif ou négatif).

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) calculer l'écart type de la variable aléatoire.

Exercice 14 :

Soit un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6.
Lorsqu'on lance ce dé, on note par pi la probabilité d'apparition de la face numérotée i avec ($i = 1,2,3,4,5,6$).

- $p1, p3$ et $p5$ sont dans cet ordre en progression géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

p2, p4 et p6 sont dans cet ordre en progression arithmétique de raison $\frac{1}{8}$ et $2p2 = 3p1$.
1) Déterminer $p1, p2, p3, p4, p5$ et $p6$.
2) On lance ce dé 4 fois de suite et on note X la variable aléatoire égale au nombre de fois qu'on obtient un nombre pair au cours des 4 lancers.
   a. Déterminer la loi de probabilité de X.
   b. Déterminer $E(X)$ et $\sigma(X)$.
   c. Déterminer la fonction de répartition de X.
3) Cette fois - ci on lance n fois de suite ce dé. Déterminer le plus petit entier naturel n pour que la probabilité d'avoir au moins une fois un numéro pair soit supérieur ou égale à 0,99.

<u>Exercice 15 :</u> EXTRAIT DU BAC 2017

Dans l'ensemble des nombres complexes C, on considère le polynôme $P(z)$ défini par : $P(z) = z^4 + (3-i)2^3 + (4-3i)z^2 + (12-4i)z - 12i$ et l'équation (E): $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$.

1. a. Montrer que $P(z)$ est divisible par $(z-\mathrm{i})(z+3)$,
   b. Factoriser $P(z)$.
   c. En déduire les solutions de l'équation f $P(z) = 0$ sous la forme trigonométrique.
2. a. Déterminer les nombres complexes a et β molutions de l'équation (E) avec Ima > 0.
   b. Écrire α et β sous la forme trigonométrique.

3. On considère un dé bien équilibré à six faces et sur chaque face, on insert l'un des nombres $i; 2i; -2i; \sqrt{3}+i; \sqrt{3}-i$ et -3.

   On lance ce dé et on note z le nombre qui apparait sur sa face supérieure.
   a. Calculer la probabilité de chacun des évènements A et B suivants :
   A: « z est réel »; B: « z est imaginaire pur ».
   b. On lance 5 fois de suite ce même dé. Calculer la probabilité d'obtenir 4 fois la réalisation de l'évènement B.
4. On définit la variable aléatoire θ qui, à chaque nombre z inscrit sur une face, associe son argument principal.
   a. Déterminer l'ensemble des valeurs prises par θ.
   b. Déterminer la loi de probabilité de θ.
   c. Calculer son espérance mathématique $E(\theta)$.


THIAM SCIENCES
THIAM
SCIENCES
COURS EN LIGNE
TERMINALE S
CES COURS SE DEROULERONT EXCLUSIVEMENT DANS LA PLATEFORME E-LEARNING THIAM SCIENCES.
MATHS
SCIENCES PHYSIQUES
SVT
Contact
+221 77 850 82 72
thiamsciences.blog
INSCRIPTION: 13.000 FCFA
MENSUALITÉ: 0 FCFA