

**PRIMITIVES****Exercice 1 :**

Détermine les primitives  $F$  des fonctions  $f$  suivantes sur un intervalle que l'on précisera :

1.  $f(x) = x^2 - 2x + 1;$

2)  $f(x) = 3x - 1 + \frac{17}{x^2}$

3)  $f(x) = 5x + \frac{3}{\sqrt{x}};$

4)  $f(x) = (3x^3 + 1)^2$

5)  $f(x) = (x + 1)^2(x - 1);$

6)  $f(x) = \frac{x^2+x-1}{x^4}$

7)  $f(x) = 5x^3(x^4 - 7)^4;$

8)  $f(x) = \frac{5x-1}{(5x^2-2x+1)^2}$

9)  $f(x) = \frac{3}{(1 + 2x)^5}$

10)  $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{(8x^3 + 2x - 2015)^{-31}}$

11.)  $f(x) = x^2(x - 1)^2 - \frac{9x}{x^2-7}$

12.)  $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x} - \frac{(x+3)^3}{x} - \frac{1}{2}x + 4$

**Exercice 2 :**

Dans chacun des cas suivants, détermine les primitives de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $K$ .

a)  $f(x) = \sqrt{3x + 4}$  sur  $\mathbb{R}^+$

d)  $f(x) = x\sqrt{1-x}$  sur  $\mathbb{R}$ .

b)  $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2+6}}$  sur  $\mathbb{R}$

e)  $f(x) = x\sqrt{x+1}$  sur  $\mathbb{R}$

c)  $f(x) = \frac{2x-4}{\sqrt{(x^2-4x+25)}^3}$  sur  $D_f$

f)  $f(x) = 12x\sqrt{x^2+3}$  sur  $\mathbb{R}$

g)  $f(x) = (4x^3 + 2x - 1)\sqrt{(x^4 + x^2 - x + 67)^3}$  sur  $D_f$

**Exercice 3 :**

Dans chacun des cas suivants, déterminer la primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $K$  qui vérifie la condition indiquée.

a)  $f(x) = \cos x \sin^5 x$  sur  $\mathbb{R}$  et  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ .

b)  $f(x) = \frac{\cos x}{\sin 2x}$  sur  $K = ]0; \pi[$  et  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$

c)  $f(x) = \cos^4 x$  sur  $\mathbb{R}$  et  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

d)  $f(x) = (1 + \tan^2 x) \tan^5 x$  sur  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$  et  $F(0) = 1$ .

e)  $f(x) = \cos^3 x \sin^2 x$  sur  $\mathbb{R}$  et  $F(0) = 1$ .

f)  $f(x) = \frac{\tan x}{\cos x}$ ; sur  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$  et  $F(\pi) = 9$ .

### **Exercice 4 :**

Soit la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{3x^3 - 14x^2 + 20x - 7}{(x-2)^2};$$

1. Prouver que  $f$  admet une infinité de primitives sur un intervalle à préciser.
  - 2) Déterminer trois nombres réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que :  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}, f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-2)^2}$ .
  - 3) En déduire les primitives de  $f$  sur  $]2; +\infty[$ .
  - 4) Déduis-en la primitive  $F$  de  $f$  qui prend la valeur 3 en 0.
2.  $f$  est une primitive d'une autre fonction  $g$ .
  - a) Déterminer cette fonction.
  - b)  $g$  peut-elle être la primitive d'une autre fonction ? Justifier votre réponse.
  - c) Que peut-on conclure de tout ce qui précède ?

### **Exercice 5 :**

Par décomposition en fractions partielles, déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1.  $f(x) = \frac{x^3}{x+2};$

3°)  $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$

2.  $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x^2+1)};$

4°)  $f(x) = \frac{5}{x(x-3)^2}$

3.  $f(x) = \frac{4x^3+2x^2+4x}{x^2+1} + \sin(-x+3)$

4.  $f(x) = \frac{x^2+4x+1}{x^3+3x^2+4x+2} + \tan(\sqrt{2}x+7)$