

CLIQUEZ SUR CE LIEN POUR ACCEDER A LA CHAINE YOUTUBE

<https://youtube.com/@mbackemaths1511>



❖ **EXERCICE N°1**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère le polynôme complexe P défini par $P(z) = z^3 + (2 - 2i)z^2 + (2 - 4i)z - 4i$

- Déterminer une solution z_0 de l'équation $P(z) = 0$ telle que $\bar{z}_0 = -z_0$.
- Achever alors la résolution dans \mathbb{C} de l'équation $P(z) = 0$. On notera par b et c les autres racines telle que $Im(b) < 0$.
- On pose $d = 2 - 2i$. On désigne par A,B,C et D les points du plan dont les affixes sont respectivement z_0, b, c et d.
 - Calculer $\frac{z_0 - c}{d - c}$ et $\frac{z_0 - b}{d - b}$
 - En déduire une interprétation géométrique de ces résultats.
 - En déduire que les points A,B,C et D sont cocycliques
- R est la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{2}$, H homothétie de centre B et de rapport -2. E est l'image du point A par R et K l'antécédent de A par H.
 - Déterminer les écritures complexes de R et de H puis en déduire les affixes des points K et E.
 - Démontrer que ABE est un triangle rectangle isocèle en B.
 - Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au quadrilatère ABCD ;
- On pose $S = RoH$.
 - Déterminer $S(K)$.
 - Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de S.
 - Donner l'écriture complexe de S.
 - Déduire alors l'expression analytique de S.
 - Déterminer l'équation de (D') image de la droite $(D) : x - y + 3 = 0$
 - (C) est le cercle de centre k et de rayon 3, déterminer une équation de (C') image de (C) par S.
- Déterminer et construire le lieu géométrique des points M du plan d'affixe z tel que $arg\left(\frac{1}{\bar{z} - 3 + i}\right) = \frac{\pi}{4} [\pi]$.
- Soit z n nombre complexe distinct de $2i$. Soit Z un nombre complexe tel que $Z = \frac{z - 2 + 2i}{z - 2i}$.
 - On pose $z = x + iy$.

Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire de Z en fonction de x et y .

- b) Déterminer l'ensemble (τ) des points $M(z)$ tel que Z soit réel.
- c) Déterminer l'ensemble (\emptyset) des points $M(z)$ tel que Z soit imaginaire pur.
- d) Déterminer l'ensemble (θ) des points $M(z)$ tel que $|Z| = 1$

❖ **PROBLEME**

PARTIE A

Soit la fonction h définie par : $h(x) = 1 + (-x^2 + 2x - 2)e^{-x}$.

- 1. Dresser le tableau de variations de h .
- 2. Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]0;1[$.
- 3. Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près. En déduire le signe de $h(x)$.

PARTIE B

4. Soit la fonction $f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{1}{x}e^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$

- 1. Justifier que f est définie sur \mathbb{R} .
- 2. Étudier la continuité de f en 0 .
- 3. Étudier la dérivabilité de f en 0 . Interpréter géométriquement les résultats.
- 4. Calculer les limites aux bornes de D_f .
- 5. Étudier les branches infinies de (C_f) .
- 6. Dresser le tableau de variation de f .
- 7. Montrer que $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$.
- 8. Tracer (C_f) dans un repère orthonormé unité 2 cm.

PARTIE C

Soit g la restriction de f à $] - \infty; -1]$.

- 1. Montrer que g est bijective de $] - \infty; -1]$ vers un intervalle J à préciser.
- 2. g^{-1} est-elle dérivable en $1 - e^{-1}$?
- 3. Étudier la dérivabilité de g^{-1} sur J .

- 4. Résoudre dans l'intervalle J , l'équation $g^{-1}(x) = -2$ puis calculer $(g^{-1})' \left(\frac{2 - e^{-\frac{1}{2}}}{2} \right)$
- 5. Dresser le tableau de variation de g^{-1} .
- 6. Tracer la courbe de g^{-1} dans le même repère