Fomesoutra.com
ça soutra

COURS EN LIGNE
MBACKE MATHS
TEL :70 713 09 21

PROBABILITE

REVISION GENERALE

COURS EN LIGNE
MBACKE MATHS
TEL :70 713 09 21

❖ EXERCICE N°1

Une urne contient 10 boules : une porte le chiffre 0 ; trois boules portent le chiffre 1 ; six boules portent le chiffre 2.

On extrait simultanément 3 boules de l'urne

1°) Déterminer la probabilité d'avoir

a. Au moins une boule portant le chiffre 2.
b. Trois boules portant le même chiffre

2°) Soit X la variable aléatoire associée à la somme des chiffres portés par les boules. Déterminer :

a. La loi de probabilité de X et l'espérance mathématique.
b. Définir et représenter la fonction de répartition.

❖ EXERCICE N°2

Dans une classe de 10 élèves, 2éleves ont triché pendant un devoir.

1°) Un professeur choisit n élèves dans cette classe

Calculer la valeur minimale de n pour que la probabilité d'avoir au moins un tricheur parmi ces élèves soit $\geq 0{,}9$.

2°) Chacun des deux tricheurs portent le numéro 1 , chaque autre élevé porte le numéro 0. On choisit 3 élèves dans cette classe et soit X la variable aléatoire égale à la somme des numéros portés par ces élèves.

Déterminer

a. La loi de probabilité de X et l'espérance mathématique.
b. Définir et représenter la fonction de répartition.

❖ EXERCICE N°3

Un porte monnaie contient 2 pièces de 50F et n pièces de 100F.

1°) Un enfant choisit une pièce au hasard et le remet dans le porte monnaie.

Quelle est la probabilité pour qu'il ait tiré 1piéce de 100F

2°) L'enfant prend 2piéces au hasard puis les remets.

Quelle est la probabilité pour qu'il ait tiré 2pieces de 100F

3°) L'enfant prend 4piéces au hasard puis les remets.

MBACKE MATHS

Quelle valeur faut il donner à n pour que la probabilité qu'il ait tiré exactement 300F soit $\frac{1}{11}$.

4°) On suppose que n=10 . L'enfant tire simultanément 4piéces .Soit X la variable aléatoire égale à la somme tirée

Déterminer la loi de probabilité de X et l'espérance mathématique.

❖ EXERCICE N°4

Une épreuve consiste à tirer une boule d'un sac contenant 5 boules numérotées de 0 à 4.

Soit P_n la probabilité de tirer la boule numéro n .Les réels P_n sont les termes d'une suite arithmétique de raison $r = \frac{1}{20}$.

1°) Calculer P_0 , P_1 , P_2 , P_3 et P_4 .(résultat sous forme décimale)

2°) Soit X la variable aléatoire qui prend les valeurs 0,1,2,3,4 avec les probabilité P_0 , P_1 , P_2 , P_3 et P_4.

3°) Calculer E(X) et $\sigma(X)$.

On procède à 5 tirages successifs avec remise d'une boule

Calculer la probabilité d'obtenir exactement 3 fois une boule de numéro impair.

❖ EXERCICE N°5

Un test est composé de cinq questions auxquelles on doit répondre par « OUI » ou « NON »

Chaque réponse exacte est notée +4, chaque réponse fausse est notée -2.

Un candidat répond à chacune des questions. On définit deux variables aléatoires X et Y

X : le nombre de réponse exacte

Y : après avoir fait la somme S des 5 notes partielles, on prend le plus grand entre S et 0.

Y=sup(S,0). Y ne peut donc être < 0.

1°) Déterminer la loi de probabilité de X.

2°) En déduire la loi de probabilité de Y.

❖ EXERCICE N°6

Un sac contient quatre jetons rouges numérotés de 1 à 4 et quatre jetons noirs numérotés de 1 à 4.

1°) Un joueur tire au hasard et simultanément 2 jetons du sac .On convient de la règle suivante :

MBACKE MATHS

a. S'il tire 2 jetons numérotés 1, il gagne 600F.
b. S'il gagne 2 jetons de même couleur, il gagne 200F.
c. Dans tous les autres cas, il perd 200F.

Déterminer la probabilité pour qu'il tire :

(a) 2 jetons de numéro 1.
(b) 2 jetons de même couleur.
(c) Il perd 200F.

2°) Après le premier tirage, le joueur remet les deux jetons dans le sac et procède à un deuxième tirage de 2 jetons ;en convenant de la même règle.
Soit X la variable aléatoire qui à deux tirages successifs associe « le gain »du joueur (positif ou négatif)

(a) Déterminer la loi de probabilité de X.
(b) En déduire la probabilité pour que le gain du joueur soit au moins égal à 400.

❖ EXERCICE N°7

Un sac contient six jetons :
2 jetons portent le numéro 1
3 jetons portent le numéro 2
1 jeton porte le numéro 3
On suppose que les jetons ont la même probabilité d'apparition.
1°) On tire simultanément trois jetons du sac.
Soit X la variable associé à la somme des nombres portés par les jetons tirés.
(a) Déterminer la loi de probabilité de X
(b) Définir et représenter la fonction de répartition de X
(c) Calculer l'espérance mathématique de X.
2°) On tire successivement avec remise trois jetons du sac.
Soit Y la variable aléatoire associée à la somme des nombres portés par les jetons tirés
(a) Déterminer la loi de probabilité de Y.
(b) Calculer l'espérance mathématique de Y.

❖ EXERCICE N°8

Une urne contient 10 boules

- Une boule porte le chiffre 0.
- Trois boules portent le chiffre 1
- Six boules portent le chiffre 2.

On extrait simultanément trois boules. On suppose que toutes les boules ont la même chance d'être prélevées

1°) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une boule portant le chiffre 2 ?

MBACKE MATHS

2°) Quelle est la probabilité d'obtenir trois boules portant le même chiffre ?

On désigne par X la variable aléatoire égale à la somme des chiffres portés par les trois tirés

1°) Déterminer la loi de probabilité de X. Calculer son espérance mathématique.

2°) Définir et représenter la fonction de répartition de X.

❖ EXERCICE N°9

Une urne contient cinq jetons

- Trois portant le numéro 1
- Deux portant le numéro 2

On tire simultanément 2 jetons, les tirages étant supposés équiprobables.
Soit X la variable aléatoire égale à la somme des numéros portés par les jetons tirés.
1°) Déterminer les valeurs prises par X.
2°) Déterminer la loi de probabilité de X.
3°) Calculer l'espérance mathématique E(X) et la variance V(X)

❖ EXERCICE N°10

On dispose d'un dé pipé dont les faces sont numérotés de 1 à 6.

On note P_i la probabilité de l'évènement « le résultat du lancer est i »

1°) Calculer P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , P_5 et P_6 sachant que $P_2 = P_1$, $P_3 = 3P_1$, $P_4 = 2P_1$

$P_5 = 2P_6$ et $P_6 = 2P_3$

2°) Calculer la probabilité de l'évènement : « obtenir un numéro pair »

3°) On lance cinq fois de suite le dé.

Quelle est la probabilité d'obtenir quatre fois un numéro pair ?

❖ EXERCICE N°11

Une urne contient quatre jetons qui portent le nombre 1.

Deux qui portent le nombre e et six qui portent le nombre $\frac{1}{e}$.

On tire successivement avec remise deux jetons de l'urne et on note par x et y les nombres lus, respectivement sur le premier et le deuxième jetons tirés. A cette expérience, on associe le point M d'affixe $z = lnx + ilny$

1°) Le plan étant muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$

Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants

MBACKE MATHS

A : « M appartient à l'axe des abscisses »

B : « M appartient à l'axe des ordonnées »

C : « M n'appartient pas à aucun des axes »

D : « M appartient aux deux axes »

E : « L'angle $\left(\overrightarrow{OM},\vec{\imath}\right)$ est égal à $-\frac{\pi}{4}$ »

F : « Le point M appartient au cercle trigonométrique »

2°) Soit X la variable aléatoire réelle qui à chaque tirage associe la distance OM.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.
b) Déterminer la fonction de répartition de X.

❖ EXERCICE N°12

On jette trois fois de suite un dé non truqué à six faces portant les chiffres allant de 1 à 6.

On lit les numéros des faces supérieures et on les notes dans cet ordre a , b , c. Puis on forme l'équation du second degré (E) : $ax^2 + bx + c$. On note Ω l'univers de cette expérience aléatoire.

1°) Soit A l'évènement : « -1 est solution de (E) et $b = 6$ »

Justifier que la probabilité de l'évènement A est $P(A) = \frac{5}{216}$

2°) On considère les évènements suivants

B : « -2 est solution de (E) et $c = 4$ »

C : « la somme des solutions est -2 et leur produit est 1 »

D : « Les deux solutions sont confondues et $b = 4$ »

La probabilité de chacun des évènements B , C et D appartient à l'ensemble $\langle\frac{1}{72},\frac{1}{108},\frac{1}{54}\rangle$

Donner la probabilité de chacun des évènements B , C et D en justifiant.

3°) L'épreuve précédente est répétée 10 fois de suite et de façon indépendante

a. Soit F l'évènement : l'évènement A se réalise une seule fois au 3éme essai
b. Montrer que la probabilité de l'évènement F est : $\frac{5\times(211)^9}{(216)^{10}}$
c. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de réalisations de l'évènement A à l'issue des 10 épreuves
   i. Déterminer la loi de probabilité de Y.
   ii. Montrer que le nombre espéré de réalisation de A est égale à $\frac{25}{108}$.

MBACKE MATHS

iii. Calculer la variance de Y.

❖ **EXERCICE N°13**

1°) On dispose de deux dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On lance simultanément deux dés et on s'intéresse à la somme S des chiffres apparus sur la face de dessus.

(a) Déterminer les valeurs possibles de S.

(b) Déterminer la possibilité d'obtenir une somme égale à 9.

2°) Maréme et Mbacke Maths disposent chacun de deux dés et s'adonnent au jeu précèdent, chacun de son coté.

(a) Quelle est la probabilité que chacun affichent un même score de 9,7 ou 8 ?

(b) Quelle est la probabilité qu'ils affichent le même score ?

(c) Celui qui affiche le plus grand score gagne .

Calculer la probabilité pour que Maréme gagne.

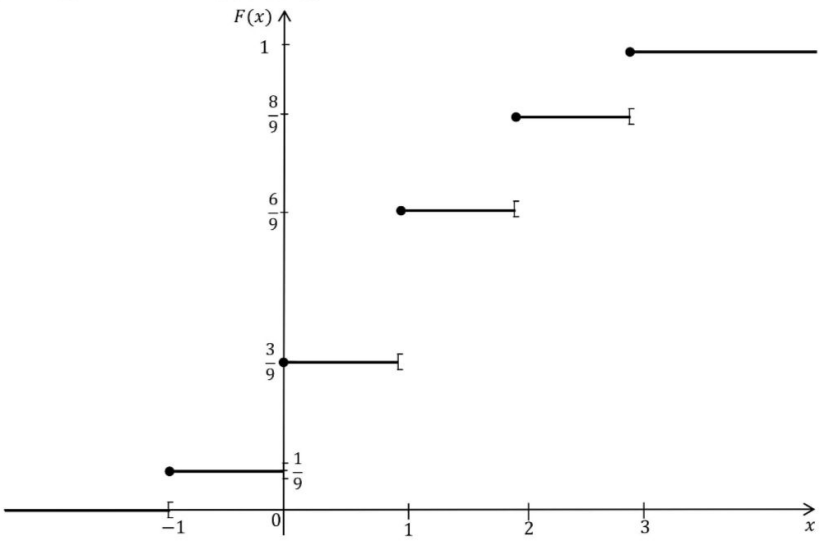
❖ **EXERCICE N°14**

On considère la fonction de répartition F de la variable aléatoire X ,

F : IR→ [0; 1]

$x \to p(X \leq x)$, p étant une probabilité définie sur un univers fini et non vide.

Dans un repère orthogonal, la représentation graphique de F est la suivante :



(a) Déterminer $\lim_{x\to-\infty} F(X)$ et $\lim_{x\to+\infty} F(X)$.

(b) Déterminer la loi de probabilité de X.

(c) Calculer les probabilité :

$p(X \leq 0)$ et $p(X \geq 1)$.

(d) Calculer l'espérance mathématique E(X) de X .

MBACKE MATHS

(e) Vérifier que l'écart type $\sigma(X)$ de X est égale à $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

2°) On dispose de deux urnes U_1 *et* U_2 contenant chacune 3 boules. Les boules de U_1 sont numérotées respectivement 1 , 2 , 3 et celle de U_2 portent respectivement les nombres -2 , -1 , 0. On tire au hasard une boule de chaque urne et on effectue la somme Y des numéros des boules tirées.

(a) Dresser un tableau à double entrée permettant d'obtenir les valeurs possibles de Y.

(b) En déduire que Y et X ont la même loi de probabilité.

❖ EXERCICE N°15

On dispose de trois urnes U_1 , U_2 et U_3 .

U_1 contient 3 boules vertes et deux boules rouges ;

U_2 contient 4 boules vertes et 5 boules jaunes ;

U_3 contient 5 boules jaunes, 4 boules rouges et 1 boules verte.

Description de l'épreuve

L'épreuve consiste à tirer une boule dans U_1

Si elle est verte on la met dans U_2 puis on tire une boule dans U_2.

Si elle est rouge, on la met dans U_3 puis on tire une boule dans U_3

PARTIE A

1) Calculer la probabilité d'avoir une boule verte au deuxième tirage sachant que la première tirée est verte.
2) Calculer la probabilité d'avoir une boule verte au deuxième tirage sachant que la première est rouge.
3) En déduire la probabilité d'avoir une boule verte au deuxième tirage
4) Calculer la probabilité d'avoir une boule jaune au second tirage
5) Calculer la probabilité d'avoir une boule rouge au deuxième tirage

PARTIE B

Au cours de cette épreuve si on obtient au deuxième tirage :

- Une boule verte , on gagne 1000F
- Une boule jaune ,on gagne 500F
- Une boule rouge, on perd 500F

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque boule obtenue au second tirage, associe un gain défini ci-dessus.

1°) Déterminer la loi de probabilité de X.

2°) Calculer l'espérance mathématique X

PARTIE C

MBACKE MATHS

Cette épreuve est faite pour chacun des 15 élèves d'une classe dont les mêmes conditions et d'une manière indépendante.
Les résultats seront donnés au centième prés par défaut.

1°) Calculer la probabilité que 8 élèves obtiennent une boule verte au deuxième tirage.

2°) Calculer la probabilité que seulement les 8 premiers obtiennent une boule verte au deuxième tirage

3°) Calculer la probabilité pour qu'au moins un élève ait une boule verte au second tirage

❖ EXERCICE N°16

Dans une mare vivent des grenouilles. Les 30% sont des rainettes et le reste des grenouilles vertes. 10% des rainettes et 20% des grenouilles vertes sont malades.

On prélève au hasard une grenouille de la mare.

On considère les évènements suivants :

A : « La grenouille prélevée est une rainette malade »

B : « Une rainette malade n'est pas prélevée »

C : « La grenouille prélevée n'est pas malade »

D : « Une grenouille verte non malade est prélevée »

E : « La grenouille prélevée n'est pas verte »

Calculer : p(A) , p(B) , p(C) , p(D) et p(E).

❖ EXERCICE N°17

1) On considère un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

On note P_i la probabilité d'apparition de la face numérotée i.
Les P_i vérifient : $P_1 = P_2$; $P_3 = P_4 = 2P_1$; $P_5 = P_6 = 3P_1$

a) Montrer que $P_1 = \frac{1}{12}$

b) Montrer que la probabilité de l'évènement A : « obtenir 3 ou 6 » est égale à $\frac{5}{12}$

2) Un jeu d'adresse consiste à lancer le dé décrit ci-dessus puis à lancer une fléchette sur une cible fixe.

Si le joueur obtient 3 ou 6, il se place à 5m de la cible et lance la fléchette sur la cible ; à 5m la probabilité d'atteindre la cible est alors de 3/5.

MBACKE MATHS

Si l'évènement A n'est pas réalisé, il se place à 7m de la cible et lance la fléchette ; à 7m la cible est atteinte avec une probabilité égale à 2/5. On note C l'évènement : « la cible est atteinte »

a) Déterminer $P(C/A)$ et $P(C/\overline{A})$

En déduire que $P(C) = \frac{29}{60}$

b) Déterminer $P(A/C)$

3) Le joueur dispose de 10 fléchettes qu'il doit lancer une à une, de façon indépendante, dans les mêmes conditions que précédemment définies.

Calculer la probabilité pour qu'il atteigne la cible exactement 4 fois

MBACKE MATHS