Exercice 1

f est la fonction continue sur $\mathbb{R}$ et définie par : $\begin{cases} f(x) = 1 - x^2 \text{si} \quad x \in]-\infty; -1[\\ f(x) = \frac{2x+2}{x+2} \text{si} \quad x \in [-1; +\infty[\end{cases}$

Etudie la dérivabilité de f en –1.

Exercice 2

f est une fonction dérivable sur l'intervalle I. Dans chacun des cas suivants, calcule $f'(x)$ pour tout x de I.

a) $f(x) = -3x^3 + 4x^2 - 7x + 2$, I=IR; b) $f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + 1$, I = IR;

c) $(x) = 3x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{7}{x^3}$, $I =]0; +\infty[$; d) $f(x) = 2x^2\sqrt{x}$, $I =]0; +\infty[$;

e) $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$, $I =]-\infty; -1[$; f) $f(x) = (x^2 - 3x + 1)^5$, I= IR ;

g) $f(x) = \sqrt{4x-1}$, $I = \left]\frac{1}{4}; +\infty\right[$; h) $f(x) = \frac{2}{(x-1)^2}$, $I =]1; +\infty[$;

i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 5}$, I=IR; j) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{3x+1}}$, $I = \left]\frac{-1}{3}; +\infty\right[$;

k) $f(x) = x\cos 2x$, I= IR; l) $f(x) = \frac{2}{(1-2x)^2}$, $I = \left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$;

m) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, I=IR; n) $f(x) = x^3(1-x)^2$, I=IR;

o) $f(x) = \sin x\cos^3 x$, I=IR; p) $f(x) = \frac{x}{2} + 1 - \frac{2}{(x-1)^2}$, $I =]-\infty; 1[$.

Exercice 3

f est la fonction de IR vers IR définie par : $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 4 cm.

1. Détermine l'ensemble de définition de f.
2. Etudie la dérivabilité de f en 1 puis interprète graphiquement le résultat.
3. Calcule la limite de f en -1 puis interprète graphiquement le résultat.
4. Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation.
5. Trace la courbe (C).
6. Démontre que f réalise une bijection de $]-1\,;1]$ sur $[0; +\infty[$.
7. Justifie que la bijection réciproque f^{-1} de f est dérivable en 1 et calcule $(f^{-1})'(1)$.
8. Trace la courbe représentative (C') de f^{-1} sur le même graphique que (C).

Exercice 4

En visite dans une usine de fabrication et de commercialisation de sachets de poudre de cacao des élèves d'une classe de Terminale scientifique reçoivent les informations suivantes :

« La capacité journalière de production de l'usine est comprise entre 1 000 et 5 000 sachets. Toute la production journalière est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle [1 ; 5] par la fonction B définie par : $B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + 2$ ».

Le Directeur de l'usine veut accroître le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

En argumentant, détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.

Exercice 1

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = x^2 - 4x + 3$

C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ unité 1cm.

1) Déterminer D_f le domaine de définition de f
2) Calculer les limites aux bornes de D_f
3) a. Calculer la dérivée $f'(x)$

b. Dresser le tableau de variation de f

4) Déterminer les coordonnées de A et B points d'intersection de (C_f) avec l'axe (Ox)
5) Montrer que la droite (D) d'équation $x = 2$ est axe de symétrie.
6) Que représente le point E(2,1) pour la courbe (C_f).

Exercice 2

f est la fonction définie sur $]-\infty;-1] \cup [1;+\infty[$ par :

$$f(x) = -\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$$

Partie A

g est la fonction définie sur $]1;+\infty[$ par : $g(x) = 2 - x^2\sqrt{x^2-1}$

1. Calcule la limite de g en $+\infty$.
2. Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
3.
   a) Démontre que l'équation $x \in]1;+\infty[, g(x) = 0$ admet une solution unique α et que $1 < \alpha < 2$.
   b) Donne une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
4. Justifie que : $\begin{cases} \forall x \in]1\,;\alpha[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]\alpha\,;+\infty[, g(x) < 0 \end{cases}$

Partie B

1. Etudie la parité de f.
2.
   a) Calcule la limite de f en $+\infty$.
   b) Démontre que la droite (D) d'équation $y = -\frac{x}{2}+1$ est asymptote à (C) en $+\infty$.
   c) Etudie la position de (C) par rapport à (D) sur $]1;+\infty[$.
3. Etudie la dérivabilité de f en 1 puis interprète graphiquement le résultat.
4.
   a) Démontre que : $\forall\, x \in]1\,;+\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2\sqrt{x^2-1}}$
   b) Dresse le tableau de variation de f.
5. Démontre que : $f(\alpha) = -\frac{\alpha}{2} + \frac{2}{\alpha^3}$.

Exercice 3

Une usine d'horlogerie fabrique une série de montres.

Au cours de la fabrication peuvent apparaitrent deux types de défauts désignés par *a* et *b*.

2% des montres fabriquées présentent le défaut *a* et 10% le défaut *b*

Une montre est tirée au hasard dans la production. On définit les événements suivants :

- A :« la montre tirée présente le défaut *a* »

- B :« la montre tirée présente le défaut *b* »
- C :« la montre tiré ne présente aucun des deux défauts »
- D :« la montre tirée présente un et un seul des deux défauts » On suppose que les événements A et B sont indépendants.

1. Montrer que la probabilité de l'événement C est égale à 0,882
2. Calculer la probabilité de l'événement D.
3. Au cours de la fabrication , on prélève au hasard successivement 10 montres

On suppose que le nombre de montres fabriquées est assez grand pour que les tirages se fassent avec remise et indépendamment des autres.

a) Quelle est la probabilité qu'il y ait exactement 3 montres ne présentant aucun des deux défauts.

b) Quelle est la probabilité qu'il y ait au plus 2 montres ne présentant aucun des deux défauts.(*on donnera les arrondis d'ordre 3 de chacun des résultats obtenus*)