MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE L'ALPHABÉTISATION

DIRECTION RÉGIONALE ABIDJAN 1
COLLÈGE LE FIGUIER DE LA PALMERAIE

Humilité – Discipline – Travail

RÉPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail

Année scolaire 2026 – 2027
Niveau : Terminale D

FICHE D'EXERCICES

LEÇON 4 : PRIMITIVES

EXERCICE 1 Primitives usuelles

Dans chacun des cas suivants, détermine une primitive de la fonction f sur l'intervalle I.

a) $f(x) = 3x^2(x^3 - 1)^4$; I = $\mathbb{R}$

b) $f(x) = \dfrac{1}{(1-x)^2}$; I =]1 ; +∞[

c) $f(x) = (4x + 1)^3$; I = $\mathbb{R}$

d) $f(x) = \dfrac{x}{(1-x^2)^4}$; I =]−1 ; 1[

e) $f(x) = \dfrac{5}{(4x+1)^3}$; I =]0 ; +∞[

f) $f(x) = 3\sin 2x + \cos(x - 1)$; I = $\mathbb{R}$

g) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$; I = $\mathbb{R}$

h) $f(x) = x - 1 + \dfrac{2}{(1-x)^3}$; I =]−∞ ; 1[

i) $f(x) = \cos x \sin^2 x$; I = $\mathbb{R}$

j) $f(x) = x \sin(x^2)$; I = $\mathbb{R}$

k) $f(x) = \dfrac{3\sin x}{\sqrt{6 - 2\cos x}}$; I = $\mathbb{R}$

l) $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$; I = $\mathbb{R}$

EXERCICE 2 Primitive vérifiant une condition

1) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 3x^2 - 4x + 7$. Détermine la primitive G de g telle que G(1) = 3.

2) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \cos 3x - \dfrac{1}{2}\cos x$. Détermine la primitive H de h telle que $H\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 0$.

EXERCICE 3

Soit f la fonction définie sur]1 ; +∞[par $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$.

1) Justifie que pour tout x ∈]1 ; +∞[, $f(x) = 1 - \dfrac{1}{(x-1)^2}$.

2) Détermine les primitives de f sur]1 ; +∞[.

EXERCICE 4

Soit h la fonction définie sur]1 ; +∞[par $h(x) = \dfrac{2x^3 - 7x^2 + 8x - 1}{(x-1)^2}$.

1) Détermine trois nombres réels a, b et c tels que pour tout x > 1, $h(x) = ax + b + \dfrac{c}{(x-1)^2}$.

2) Détermine la primitive H de h sur]1 ; +∞[telle que H(2) = 0.

EXERCICE 5

Soit f la fonction définie sur $\left]\dfrac{1}{2}; +\infty\right[$ par $f(x) = \dfrac{6x - 4}{(2x-1)^3}$.

1) Détermine les nombres réels a et b tels que pour tout $x > \frac{1}{2}$, $f(x) = \frac{a}{(2x-1)^2} + \frac{b}{(2x-1)^3}$.

2) Détermine la primitive F de f sur $]\frac{1}{2}; +\infty[$ qui prend la valeur 0 en 1.

EXERCICE 6

Soit f la fonction définie sur]−∞ ; 3] par $f(x) = x\sqrt{3-x}$.

1) Détermine trois nombres réels a, b et c tels que la fonction F définie par $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{3-x}$ soit une primitive de f sur]−∞ ; 3[.

2) Déduis-en la primitive de f sur]−∞ ; 3[qui s'annule en −1.

EXERCICE 7

Soit la fonction k définie sur]−∞ ; 1] par $k(x) = x\sqrt{1-x}$.

1) Justifie que pour tout x < 1, $k'(x) = \frac{2-3x}{2\sqrt{1-x}}$.

2) Donne une primitive sur]−∞ ; 1[de la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$.

3) Soit h la fonction définie sur]−∞ ; 1[par $h(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x}}$.

a) Justifie que pour tout x < 1, $h(x) = \frac{2}{3}(g(x) - k'(x))$.

b) Déduis-en la primitive de h sur]−∞ ; 1[qui prend la valeur 2 en 0.

EXERCICE 8

1) Trouve les réels a et b tels que pour tout x ∈]−1 ; +∞[, $\frac{2x-3}{\sqrt{x+1}} = a\sqrt{x+1} + \frac{b}{\sqrt{x+1}}$.

2) Détermine sur]−1 ; +∞[la primitive F de $f: x \mapsto \frac{2x-3}{\sqrt{x+1}}$ qui s'annule en 3.

EXERCICE 9

1) Démontre que pour tout nombre réel x, $\sin^3 x = \sin x - \sin x \cos^2 x$.

2) Détermine sur $\mathbb{R}$ les primitives de la fonction h définie par $h(x) = \sin^3 x$.

3) Déduis-en la primitive de h sur $\mathbb{R}$ qui prend la valeur $\frac{2}{3}$ en π.

EXERCICE 10

On donne les fonctions f, g et h définies sur l'intervalle $I = [0; \frac{\pi}{2}[$ par : $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^3 x}$; $g(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ et $h(x) = \frac{3}{\cos^4 x}$. On admet que f, g et h sont dérivables sur I.

1) Détermine les primitives de f sur I.

2) a) Calcule la dérivée de f et montre que pour tout x ∈ I, $f'(x) = \frac{3}{\cos^4 x} - \frac{2}{\cos^2 x}$.

b) Exprime h(x) en fonction de f'(x) et de g(x).

c) Détermine les primitives de g sur I et déduis-en que les primitives de h sur I sont les fonctions $H_k(x) = \frac{\sin x}{\cos^3 x} + \frac{2\sin x}{\cos x} + k$ (k ∈ $\mathbb{R}$).

3) Détermine la primitive H_0 de h sur I qui s'annule en $\frac{\pi}{4}$.

EXERCICE 11 SITUATION COMPLEXE

Madame Koné dirige à Bouaké un petit atelier qui fabrique des pots de yaourt artisanal. Elle peut en produire entre 100 et 400 par jour, et toute la production est vendue le jour même. Lorsque x représente le nombre de centaines de pots produits, on note B(x) le bénéfice journalier, exprimé en milliers de francs CFA.

Son comptable lui a fourni les informations suivantes :

- pour tout x de l'intervalle [1 ; 4], $B'(x) = -30x + 75$, où B' est la fonction dérivée de B ;
- lorsqu'elle produit une centaine de pots, son bénéfice est de 30 000 F CFA.

Madame Koné souhaite connaître le nombre de pots qu'elle doit fabriquer chaque jour pour que son bénéfice soit maximal, ainsi que la valeur de ce bénéfice maximal. Elle te sollicite.

À l'aide de tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation de Madame Koné.