

Année-Scolaire: 2024-2025
DEVOIR N°1
NIVEAU: TERMINALE D

MATHÉMATIQUES

Coefficient : 4
Durée : 4 heures
Enseignant : M. KABY

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1 sur 3 ; 2 sur 3 et 3 sur 3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

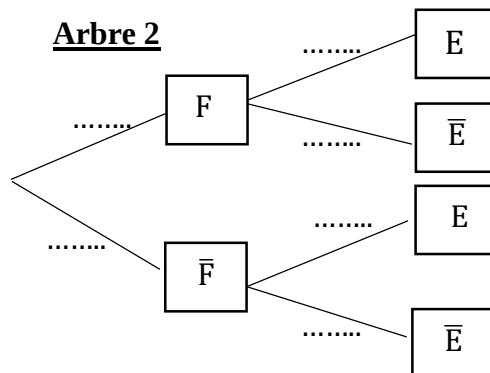
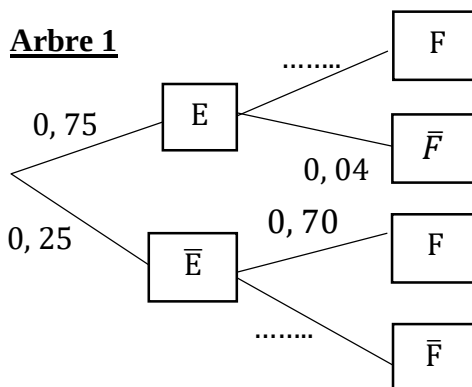
EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, recopie le numéro de la ligne suivi de Vrai si l'affirmation est vraie de Faux si elle est fausse.

N°	Affirmations
1.	Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur $[-2 ; 3]$ et si $f(-2) \times f(3) < 0$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $]f(3) ; f(-2)[$.
2.	La fonction m définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} m(x) = 5 + x, \text{ si } x \leq 1 \\ m(x) = 4x + 2, \text{ si } x > 1 \end{cases}$ est continue en 1.
3.	$\forall x \in]0 ; +\infty[$, $ f(x) + l \leq g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$.
4.	On a : $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1$. Donc $\lim_{x \rightarrow 2} f \circ g(x) = 1$
5.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 9x - 2} = +\infty$

EXERCICE 2 (2 points)

Reproduis et complète l'arbre 1 puis complète l'arbre 2 en utilisant l'arbre 1.



EXERCICE 3 (3 points)

Soit la fonction h définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $h(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x}$.

①- Démontre que: $\forall x \in [0 ; +\infty[$, on a : $h(x) = \frac{2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}}$.

②- Démontre que: $\forall x \in [0 ; +\infty[$, $0 \leq h(x) \leq \frac{2}{\sqrt{x}}$.

③- En déduire la limite de la fonction h en $+\infty$.

EXERCICE 4**(4 points)**

Lors de la séance de tirs au but à la fin du match de football, il a été établi que le taux de réussite d'un tir est de 77%. On admettra que cela revient à reproduire 5 fois une épreuve de Bernoulli dont le « succès » est « le tir au but réussi », et dont la probabilité est 0,77.

- ①. Définis:
 - a) Une épreuve de Bernoulli;
 - b) Un schéma de Bernoulli.
- ②. On appelle X le nombre de tirs au but marqués lors de la séance (donc 5 tirs en tout).
 - a) Détermine la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
 - b) Calcule l'Espérance mathématiques de X puis interprète le résultat.
- ③. À l'aide du tableau précédent, détermine la probabilité des événements suivants :

A : « tous les tirs au but sont réussis » ;

B : « tous les tirs au but sont manqués » ;

C : « au moins 3 tirs sont réussis ».

EXERCICE 5**(5 points)**

On donne la fonction $z(x) = x + \sqrt{-1 + x^2}$ de représentation graphique (C_z) .

- ①- Détermine l'ensemble de définition de $z(x)$.
- ②- Démontre que (OI) est une asymptote à (C_z) en $-\infty$.
- ③- a) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} z(x)$
 - b) Démontre que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est asymptote oblique à (C_z) en $+\infty$.
 - c) Etudie la position relative de (C_z) et (D).
- ④- Calcule $z'(x)$ et en déduire le sens de variation de z .
- ⑤- Dresse le tableau de variation de $z(x)$.

EXERCICE 6**(4 points)**

En vue de faire des bénéfices lors des festivités de fin d'année scolaire, le bureau du conseil scolaire du Collège la Réussite Plus veut proposer le jeu suivant:

Pour une mise de 500 francs, un joueur lance trois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée. Si à la suite des trois lancers, le joueur obtient exactement et de manière consecutive deux faces identiques, il perçoit 1 500 francs, sinon rien.

Cependant des élèves de terminale estiment que ce jeu n'est pas profitable au conseil scolaire.

À l'aide d'une production basée sur tes connaissances mathématiques, donne ton avis.

CORRIGE ET BAREME DU DEVOIR SURVEILLE N°1

CORRIGE		BAREME													
EXERCICE N°1 (2 points)	①. Faux ----->	1													
	②. Vrai ----->	0,25													
	③. Vrai ----->	0,25													
	④. Faux ----->	0,25													
	⑤. Vrai ----->	0,25													
EXERCICE N°2 (2 points)	Arbre 1 Arbre 2	(0,25) × 8													
	EXERCICE N°3 (3 points)	①. Démonstration correcte -----> ②. Démonstration correcte -----> ③. Dédution correcte de la limite de h en +∞ ----->	1 1 1												
EXERCICE N°4 (4 points)	①. a) Définition correcte d’une épreuve de Bernoulli ----->	0,5													
	b) Définition correcte d’un schéma de Bernoulli ----->	0,5													
	②. a) Détermination de la loi de probabilité de X	(0,25) × 6													
	<table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>0,0006</td><td>0,0108</td><td>0,0721</td><td>0,2415</td><td>0,4043</td><td>0,2707</td></tr></table>		x_i	0	1	2	3	4	5	$P(X = x_i)$	0,0006	0,0108	0,0721	0,2415	0,4043
	x_i	0	1	2	3	4	5								
$P(X = x_i)$	0,0006	0,0108	0,0721	0,2415	0,4043	0,2707									
b) $E(X) = np = 5 \times 0,77 = 3,85$ -----> Interprétation : Lorsqu’on effectue plusieurs choix de cinq (05) tirs au but, en moyenne presque quatre (04) soient réussis. ----->	0,5 0,25														
③. Déterminations des probabilités des événements	(0,25) × 3														
$\begin{cases} P(A) = P(X = 5) = 0,2707 \\ P(B) = P(X = 0) = 0,0006 \\ P(C) = P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) \\ \qquad \qquad \qquad = 0,9165 \end{cases}$ ----->															

EXERCICE N°5 (5 points)	①. $D_z =]-\infty ; -1] \cup [1 ; +\infty[$ -----> 0,5 ②. Démonstration correcte -----> 1 ③. a) Calcule correcte de la limite -----> 0,5 b) Démonstration correcte -----> 0,5 c) Etude correcte de la position relative-----> 0,5 ④. Calcule correcte de $z'(x)$ puis décdution correcte du sens de variation de z. -----> 1,5 ⑤. Tableau de variation <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$z'(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>$z(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> 0,5	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$z'(x)$					$z(x)$				
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$												
$z'(x)$																
$z(x)$																
EXERCICE N°6 (4 points)	- Pour donner mon avis, nous allons fait appel à la notion de probabilité conditionnelle et variable aléatoire. Pour ce faire, nous allons utiliser la probabilité conditionnelle et celle de la loi binomiale, je vais : - Établir l'arbre pondéré correspondant à la situation ; - Identifier les résultats donnant exactement deux faces identiques et consécutives ; - Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux faces identiques et consécutives ; - Établir la loi de probabilité -Déterminer l'espérance mathématique $E(X)$; -Conclure ❖ Arbre pondéré F P F P F P F P FFF FFP FPP PFF PFP PPF PPP ❖ Identifions les resultats donnant exactement deux faces identiques et consécutives : FFP ; FPP ;PFF ; PPF. ❖ Calculons la probabilité d'obtnir exactement deux faces indentiques et consécutives.															

	Soit A : « obtenir exactement deux faces identiques et Consécutives » et Ω l'univers des possibles. Le nombre de lancé possible est : $\text{card}(\Omega) = 2^3 = 8$ $P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$. ❖ Loi de probabilité de X Les valeurs prises par X sont : -500 et 1500 <table border="1"> <tr> <td>x_i</td><td>-500</td><td>1500</td></tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td></tr> </table> ❖ Déterminons l'espérance mathématique E(X) $E(X) = -500 \times \frac{1}{2} + 1500 \times \frac{1}{2} = 500$ Conclusion : l'espérance mathématique qui correspond au gain moyen du joueur est de 500 FCFA. Donc le jeu n'est pas profitable pour le conseil scolaire.	x_i	-500	1500	$P(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
x_i	-500	1500						
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$						

Grille d'évaluation

Critères	Indicateur de performance	Barème
CM1: Pertinence	-Identification de la leçon -Présence d'arbre pondéré - Identification de deux faces identiques et consécutives ; -Présence de calcul de probabilité du gain; -Présence de loi de probabilité -Présence de E(X)	0, 75 points 1 indic sur 6 → 0,25 2 indic sur 6 → 0,5 3 indic sur 6 → 0,75
CM2: Utilisation correcte des outils mathématique en situation	-Calcul de probabilité du gain -Determination de la loi de probabilité -Calcul de E(X)	1, 5 points 1 indic sur 4 → 0,5 2 indic sur 4 → 1 3 indic sur 4 → 1,5
CM3: cohérence de la réponse	-Le résultat produit est conforme au résultat attendu -Le résultat produit est en adéquation avec la démarche -La qualité des enchainements de la démarche	1, 25 points 1 indic sur 3 → 0,75 2 indic sur 3 → 1,25
CP: Critères de perfectionnement	-Conclusion de la production -Originalité de la production -Bonne présentation	0, 5 points 1 indic sur 3 → 0,25 2 indic sur 3 → 0,5