

| CORRIGE | | BAREME |
|---------------------------------------|--|---|
| EXERCICE N°1 (2 points) | ①. indépendants -----> ②. Une bijection -----> ③. dérivable -----> ④. La puissance-----> | $0,5 \times 4$ |
| EXERCICE N°2 (2 points) | ①. b -----> ②. c -----> ③. c -----> ④. d -----> | $(0,5) \times 4$ |
| EXERCICE N°3 (4 points) | <p>①. Justifions que X suit une loi binomiale et précisons les paramètres de cette loi.</p> <p>Les 5 dossiers sont étudiés de manière indépendante et chaque candidat à une probabilité égale à 0,07 d'être recruté. -----></p> <p>Donc X suit la loi binomiale de paramètre $n = 5$ et $P = 0,07$</p> <p>②. Détermine la probabilité que deux exactement des 5 amis soient recrutés.</p> <p>$P(X = 2) = C_5^2 \times (0,07)^2 \times (1 - 0,07)^3 = 0,039$ -----></p> <p>③. Détermine le nombre minimum de dossiers que le cabinet de recrutement doit traiter pour que la probabilité d'embaucher au moins un candidat soit supérieure à 0,999.</p> <p>$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$</p> <p>$P(X \geq 1) = 1 - C_n^0 \times (0,07)^0 \times (0,93)^n$</p> <p>$P(X \geq 1) = 1 - (0,93)^n$ -----></p> <p>On a: $P(X \geq 1) \geq 0,999 \Leftrightarrow 1 - (0,93)^n \geq 0,999$</p> <p style="margin-left: 100px;">$\Leftrightarrow -(0,93)^n \geq 0,999 - 1$</p> <p style="margin-left: 100px;">$\Leftrightarrow -(0,93)^n \geq -0,001$</p> <p style="margin-left: 100px;">$\Leftrightarrow (0,93)^n \leq 0,001$</p> <p style="margin-left: 100px;">$\Leftrightarrow \ln(0,93)^n \leq \ln 0,001$</p> <p style="margin-left: 100px;">$\Leftrightarrow n \ln(0,93) \leq \ln(0,001)$</p> | <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> |

| | | |
|--|---|--|
| | $\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,93)}{\ln(0,001)} \Leftrightarrow n \geq 95,1 \text{ donc } n \approx 96$ <p>Il faut donc étudier au moins 96 dossiers pour être de recruter au moins un candidat -----></p> | <p>0,25</p> <p>0,5</p> |
| <p>EXERCICE N°4 (5 points)</p> | <p>①. Déterminions les racines carrées de $40 - 42i$ Posons : $z = x + iy$ une racine carrée tel que $z^2 = 40 - 42i$</p> $z^2 = 40 - 42i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 58 & \textcircled{1} \\ x^2 - y^2 = 40 & \textcircled{2} \\ 2xy = -42 & \textcircled{3} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 = 98 & \textcircled{1} + \textcircled{2} \\ 2y^2 = 18 & \textcircled{1} - \textcircled{2} \\ xy < 0 & \textcircled{3} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 49 \\ y^2 = 9 \\ xy < 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \text{ ou } x = -7 \\ y = 1 \text{ ou } y = -1 \\ x \text{ et } y \text{ sont de signes contraires} \end{cases}$ <p>Donc Les racines carrées de $40 - 42i$ sont : $7 - 3i$ et $-7 + 3i$</p> <p>②. a) Calculons z_1 ; z_2 ; $\arg(z_1)$ et $\arg(z_2)$.</p> <ul style="list-style-type: none"> • $z_1 = 1 + i = \sqrt{2}$ -----> • $z_2 = \sqrt{3} - i = 2$ -----> • Soit $\theta = \arg(z_1)$ <p>On a : $\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.</p> <p>Donc $\arg(z_1) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ -----></p> <ul style="list-style-type: none"> • Soit $\theta = \arg(z_2)$ <p>On a : $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin \theta = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \theta = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.</p> <p>Donc $\arg(z_2) = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ -----></p> <p>②. b) Détermine la forme algébrique et la forme trigonométriques de $z_1 \times z_2$.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Forme algébrique de $z_1 \times z_2$. $z_1 \times z_2 = (1 + i)(\sqrt{3} - i) = \sqrt{3} - i + i\sqrt{3} + 1$ $z_1 \times z_2 = (1 + \sqrt{3}) + i(-1 + \sqrt{3})$ -----> • Forme trigonométrique de $z_1 \times z_2$. $z_1 \times z_2 = r_1 \times r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$ | <p>(0,25) × 2</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> |

| | | |
|---|---|--|
| | $z_1 \times z_2 = 2\sqrt{2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) \right]$ $z_1 \times z_2 = 2\sqrt{2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \right] \quad \text{-----} \rightarrow 0,25$ <p>c) En déduis les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.</p> <p>D'après les questions précédents, on a :</p> $z_1 \times z_2 = 2\sqrt{2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \right] = (1 + \sqrt{3}) + i(-1 + \sqrt{3})$ $2\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + 2\sqrt{2}i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = (1 + \sqrt{3}) + i(-1 + \sqrt{3})$ <p>D'où $2\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1 + \sqrt{3}$ et $2\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = -1 + \sqrt{3}$</p> $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{-1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ <p>Donc $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ (0,25) × 2</p> <p>③. a) voir figure----- 0,25</p> <p>b) Calcule les distances AB, BC et CA et en déduire que le triangle ABC est isocèle.</p> <ul style="list-style-type: none"> • $AB = z_B - z_A = -3 - i , AB = \sqrt{10}$ ----- 0,25 • $BC = z_C - z_B = 4 - 2i , BC = \sqrt{20}$ ----- 0,25 • $CA = z_A - z_C = -1 + 3i , CA = \sqrt{10}$----- 0,25 <p>On a : AB = CA, donc le triangle ABC est isocèle en A. ----- 0,25</p> | |
| <p>EXERCICE N°5 (5 points)</p> | <p>①. a) Détermine la limite de f en $-\infty$ puis vérifie que :</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty.$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \text{car:} \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 2) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x^2 - 2x + 1} = +\infty \end{cases} \quad \text{-----} \rightarrow 0,5$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty \quad \text{car:} \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x^2 - 2x + 1} = +\infty \end{cases} \quad \text{-----} \rightarrow 0,5$ <p>b) Interprétons² graphiquement l'ensemble des résultats obtenus.</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$, donc (C) admet une branche parabolique de direction (OJ) ----- 0,5</p> <p>②. a) Justifie que pour tout nombre réel,</p> $f'(x) = (2x^2 - 4x + 3)e^{x^2 - 2x + 1}$ $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = [(x - 2)e^{x^2 - 2x + 1}]'$ $= (x - 2)'e^{x^2 - 2x + 1} + (e^{x^2 - 2x + 1})'(x - 2)$ $= e^{x^2 - 2x + 1} + (2x - 2)(x - 2)e^{x^2 - 2x + 1}$ $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = (2x^2 - 4x + 3)e^{x^2 - 2x + 1} \quad \text{-----} \rightarrow 1$ | |

b) Étudions le sens de variation de f .

- Étudions le signe de f'

$\forall x \in \mathbb{R}, e^{x^2-2x+1} > 0$ donc le signe de $f'(x)$ dépend de

$$2x^2 - 4x + 3. \quad x \in \mathbb{R}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 3 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \Delta = -8 < 0$$

Donc $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) > 0$, donc f est strictement croissante sur \mathbb{R} .

-----> 0,5

③. Justifions que le point I est un point d'inflexion de (C).

On a : $f''(x) = 2(x-1)(2x^2 - 4x + 5)e^{x^2-2x+1}$

Étudions le signe de $f''(x)$

$\forall x \in \mathbb{R}, e^{x^2-2x+1} > 0$ donc le signe $f''(x)$ est celui de

$$(x-1)(2x^2 - 4x + 5) = 0$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, f''(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2 - 4x + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1) = 0 \text{ ou } (2x^2 - 4x + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-1 = 0 \quad \text{pas de solution}$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

} 0,5

D'où le point $I(1 ; f(1))$ est un point d'inflexion de (C).

Or $f(1) = 1$. Donc $I(1 ; 1)$ est un point d'inflexion de (C).-----> 1

④. **Représentation correcte** -----> 0,5

EXERCICE N°6
(4 points)

Pour résoudre le problème, je vais utiliser les fonctions logarithme népérien.

Pour cela, nous allons:

- Étudier la fonction $f(x)$
- Calculer la dérivée de la fonction f
- Étudier le signe de la dérivée $f'(x)$
- En déduire les variations de la fonction
- Dresser son tableau de variation
- En fin rechercher l'abscisse du point où f atteint son minimum sur l'intervalle $[1 ; 12]$.

- **Calculons la dérivée de B**

$$\forall x \in [1 ; 12], f'(x) = x - \frac{25}{x} = \frac{x^2-25}{x}$$

- **Déterminons le signe de $B'(x)$**

$\forall x \in [1 ; 12], x > 0$ donc le signe de $f'(x)$ dépend de $x^2 - 25$.
 $x \in [1 ; 12], f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -5 \text{ ou } x = 5 \text{ or } 5 \in [1 ; 13]$

Tableau de signe

| | | | |
|---------|---|---|----|
| x | 1 | 5 | 12 |
| $f'(x)$ | - | 0 | + |

$$\forall x \in [1 ; 5] , f'(x) \leq 0$$

$$\forall x \in [5 ; 12] , f'(x) \geq 0$$

- **Dressons le tableau de variation de $f(x)$ Sur $[1 ; 12]$**

Sens de variation

f est décroissante sur $[1 ; 5]$.

f est croissante sur $[5 ; 12]$.

Tableau de variation

| | | | | |
|---------|----------------|--------------------------|------------------|---|
| x | 1 | 5 | 12 | |
| $f'(x)$ | | - | 0 | + |
| $f(x)$ | $\frac{57}{2}$ | $\frac{81}{2} - 25\ln 5$ | $100 - 25\ln 12$ | |

f atteint son maximum au point d'abscisse 5.

- **Conclusion** : Le mois de l'année 2024 où il sera judicieux pour lui de les acheter est 5^e mois de l'an 2024 c'est-à-dire le mois de Mai 2024.

Grille d'évaluation

| Critères | Indicateur de performance | Barème |
|---|--|--|
| CM1: Pertinence | -Identification de la leçon -Existence de calcul de la dérivée -Présence de recherche de signe de la de la dérivée. -Presence de tableau de variation | 0, 75 points 1 indic sur 4 → 0,25 2 indic sur 4 → 0,5 3 indic sur 4 → 0,75 |
| CM2: Utilisation correcte des outils mathématique en situation | -Calcul de dérivée -Determination du signe de la dérivée -Détermination du minimum -Justesse de l'argumentation | 1, 5 points 1 indic sur 4 → 0,5 2 indic sur 4 → 1 3 indic sur 4 → 1,5 |
| CM3: cohérence de la réponse | -Le résultat produit est conforme au résultat attendu -Le résultat produit est en adéquation avec la demarche -La qualité des enchainements de la démarche | 1 indic sur 3 → 0,75 2 indic sur 3 → 1,25 |
| CP: Critères de perfectionnement | -Conclusion de la production -Originalité de la production -Bonne présentation | 1 indic sur 3 → 0,25 2 indic sur 3 → 0,5 |