

IA DE FATICK

ANNEE SCOLAIRE : 2019/2020

LYCEE BLAISE SENE

CLASSES : TS2

DEVOIR SURVEILLE N°1 DE MATHEMATIQUES (1er semestre)

M.MBAYE

DUREE : 4H

EXERCICE 1 (3pts)

Soit la fonction f définie par $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$

- 1) Dresser le tableau de variation de f . (1.5 pts)
- 2) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]-\infty; -1]$. En déduire le signe de $f(x)$. (1.5 pts)

EXERCICE 2 (6pts)

Soit f la fonction définie sur D_f et de tableau de variations ci-dessous

x	$-\infty$	-1	0	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	-		+	$\frac{1}{2}$	-1	-	
f	3	1	$+\infty$	$-\infty$	1	0.5	$-\infty$

- 1) Donner le domaine de définition de f et les limites aux bornes de D_f . (1,25pt)
- 2) En déduire les asymptotes parallèles aux axes du repère. (0,5pt)
- 3) Calculer les limites suivantes
 - a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(-x^2 + 3x + 1)$; b) $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x^2 - 5x + 4)$; c) $\lim_{x \rightarrow -1} f(f(x) - 1)$;
 - d) $\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x)-1}{x-1}$ (1pt)
- 4) Donner les équations des tangentes au point d'abscisse 1. (0,5pt)
- 5) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet deux solutions α et β . En déduire le signe de f . (0,75pt)
- 6) Soit g la restriction de f sur $]1; +\infty[$
 - a. Montrer que g réalise une bijection de $]1; +\infty[$ vers J à déterminer. (0,5pt)
 - b. Etudier la dérivabilité de sa bijection réciproque g^{-1} (0,5pt)
- 7) Sachant que la droite $(D) : y = -x + 1$ est asymptote oblique de C_f en $+\infty$ avec $\alpha = 0,5$; $\beta = 3,5$ tracer C_f puis $C_{g^{-1}}$ (1pt)

PROBLEME (11pts)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x+4}{x+1} & \text{si } x \leq 1 \\ x + 2 - \sqrt{x^2 - 1} & \text{si } x > 1 \end{cases} \text{ et } C_f \text{ sa courbe dans un repère orthonormé } (O, I, J)$$

1. a. Démontrer que $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. (0,5 pt)
- b. Calculer les limites de f aux bornes de D_f . En déduire les asymptotes parallèles aux axes. (2 pts)
- c. Montrer que C_f admet une asymptote oblique (Δ) en $-\infty$ et étudier la position de C_f par rapport à (Δ) . (1 pt)
2. a. Étudier la continuité de f en 1. (0,5 pt)
- b. Étudier la dérivabilité de f en 1. Interpréter les résultats obtenus. (1 pt)
3. a. Montrer que f est dérivable sur $] -\infty; 1[\setminus \{-1\}$ puis calculer et étudier le signe de $f'(x)$ sur $] -\infty; 1[\setminus \{-1\}$ (1 pt)
- b. Montrer que f est dérivable sur $]1; +\infty[$ puis calculer $f'(x)$ et en déduire son signe sur $]1; +\infty[$. (1 pt)
- c. Dresser le tableau de variations de f . (0,5 pt)
4. Tracer C_f . (1 pt)
5. Soit h la restriction de f à $]1; +\infty[$.
- a. Montrer que h est une bijection de $]1; +\infty[$ sur un intervalle J à préciser. (0,5 pt)
- b. Calculer $h\left(\frac{5}{4}\right)$ puis montrer que h^{-1} est dérivable en $\frac{5}{2}$ puis calculer $(h^{-1})'\left(\frac{5}{2}\right)$. (0,75 pt)
- c. Expliciter $h^{-1}(x)$. (0,75 pt)
- d. Tracer la courbe $C_{h^{-1}}$ dans le même repère que celui de C_f . (0,5 pt)