

DEVOIR DE NIVEAU N°1

DATE : 19 / 11 / 2025



NIVEAU : Terminale D

DUREE : 04 Heures

ENSEIGNANT : M. KABY

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

(2,5 points)

On donne les groupes de mots ou les expressions suivantes: **np** ; **une bijection** ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$; **fonction dérivable** ; **$np(1 - p)$** ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$; **la puissance** ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chaque phrase incomplète suivi du groupe de mots ou expression à écrire à la place des pointillés pour que la phrase soit vraie.

| N° | Phrases incomplètes |
|----|---|
| ①. | Toute fonction f continue et strictement monotone sur un intervalle I définit.....de I de $f(I)$ |
| ②. | Soit une fonction f et (Cf) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J) . Lorsqu'on a et.....on dit que la courbe (Cf) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de la droite (OI) . |
| ③. | L'espérance mathématique de la variable aléatoire X suivant une loi binomiale $B(n; p)$ est..... |
| ④. | Touteen un point a est continue en a . |
| ⑤. | Pour tous p élément de \mathbb{Z}^* , q élément de \mathbb{N}^* et x élément de $]0; +\infty[$. On appelle x à..... $\frac{p}{q}$ le nombre réel, note $x^{\frac{p}{q}}$, défini par: $x^{\frac{p}{q}} = \left(x^{\frac{1}{q}}\right)^p$. |

EXERCICE 2

(2,5 points)

Dans cet exercice aucune justification n'est demandée. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de Vrai lorsque l'affirmation est vraie ou de Faux lorsque l'affirmation est fausse.

| N° | Affirmations |
|----|---|
| ①. | g est une fonction dérivable sur un intervalle J , tel que : $\forall x \in [a; b], g'(x) \leq \beta$, on a: $ g(b) - g(a) \geq \beta b - a $. |
| ②. | Une épreuve de Bernoulli est une expérience aléatoire qui consiste à répéter plusieurs fois, de façon indépendante, un schéma de Bernoulli. |
| ③. | Soit f est une fonction deux fois dérivable sur un intervalle K et a un élément de K . Le point $A(a; f(a))$ est un point d'inflexion de la courbe représentative de f si et Seulement si f'' , la dérivée seconde de f , s'annule en a , en ne changeant pas de signe. |
| ④. | Si g est une fonction continue et strictement monotone sur $[a; b]$ telle que $g(a) \times g(b) < 0$, alors l'équation $g(x) = 0$ admet au moins une solution dans $]a; b[$. |
| ⑤. | Si pour tout $x > 0$, $ f(x) - 4 \leq \frac{5}{x}$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -4$. |

EXERCICE 3**(4 points)**

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, par $g(x) = \frac{x^3 - x^2 + 4}{x^2}$. (C) sa courbe représentative dans un repère orthobormé (O, I, J).

- ①. a) Calcule les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
b) Démontre que la droite (D) d'équation: $y = x - 1$ est une asymptote oblique à (C).
c) Etudie la position relative de (D) par rapport à (C).
- ②. a) Démontre que pour tout x non nul, $g'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$.
b) Dresse le tableau de variation de g .
- ③. a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet dans l'intervalle $] -2 ; -1[$ une solution unique α .
b) Soit h la restriction de g sur l'intervalle $] -\infty ; 0[$. Démontre que h réalise une bijection de $] -\infty ; 0[$ vers un intervalle J à déterminer.

EXERCICE 4**(4 points)**

Une usine d'horlogerie fabrique une série de montres. Au cours de la fabrication peuvent apparaître deux types de défaut, désignés par a et b .

2 % des montres fabriquées présentent le défaut a et 10 % le défaut b .

Une montre est tirée au hasard dans la production. On définit les évènements suivant :

- ❖ A : « la montre tirée présente le défaut a ».
- ❖ B : « la montre tirée présente le défaut b »
- ❖ C : « La montre ne présente aucun des défauts ».
- ❖ D : « La montre présente un et un seul des deux défauts ».

On suppose que les évènements A et B sont indépendants.

- ①. Démontre que la probabilité de C est égale à 0,882.
- ②. Calcule la probabilité de l'évènement D.
- ③. Au cours de la fabrication, on prélève au hasard et successivement avec remise 5 montres.

On note X la variable aléatoire qui à chaque prélèvement de 5 montres associe le nombre de montres ne présentant aucun des deux défauts.

- a) Justifie que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- b) Calcule la probabilité que 3 montres au moins ne présentent aucun des deux défauts.
- c) Calcule l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $V(X)$.

EXERCICE 5**(3 points)**

I. Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = 2 + \frac{1}{2} \sin x$ et on donne $g(\alpha) = \alpha$.

- ①. Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = \frac{1}{2} \cos x$.
- ②. Démontre tout réel x , on a : $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$.
- ③. En déduire que tout réel x , on a : $|g(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|$

II. On considère la fonction p définie par : $p(x) = \sqrt{x} + x$.

- ①. Démontre que : $\forall x \in [1 ; 4]$, on a : $\frac{5}{4} \leq p'(x) \leq \frac{3}{2}$.
- ②. Justifie que : $\frac{5}{4}x + \frac{3}{4} \leq p(x) \leq \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

EXERCICE 6**(4 points)**

Dans le district sanitaire d'Achiékoi, le médecin-chef effectue une enquête auprès d'un échantillon de personnes âgées de plus de 65 ans. Cette enquête révèle que :

- ✓ 58 % des personnes âgés de plus 65 ans sont diabétiques.
- ✓ 5 % de ces personnes sont atteintes de la Covid-19 et parmi celles-ci les $\frac{2}{3}$ sont diabétiques.

Au cours d'une campagne de sensibilisation sur la maladie à Covid, le médecin-chef affirme que dans cette population des personnes âgées de plus de 65 ans, les diabétiques risquent d'avantage de développer la maladie à Covid que les non-diabétiques.

Toto, un élève de ta classe ayant assisté à cette campagne, te soumet l'affirmation du médecin-chef.

À l'aide de tes connaissances en mathématiques, donne ton avis sur cette affirmation.

Proverbe :

« On ne peut jamais acquérir le savoir sans emprisonner son âme charnelle, sans la souffrance, la fatigue, la faim et la soif. Quiconque veut avoir la science doit tout lui donner. Entraîne-toi à la veillée nocturne, à la résistance, à la faim et à la soif. Quiconque ne le cherche pas ainsi, ne l'aura point. Toi qui veut acquérir le savoir, révise à chaque fois, à chaque instant ».