CORRIGE ET BARÈME DE LA COMPOSITION GÉNÉRALE UP 13 DRENA ABIDJAN 4 SESSION DÉCEMBRE 2025

EXERTCICE 1 : (0, 5pt × 4 =2 Points)

1- Vrai **0, 5pt** 2- Faux **0, 5pt** 3- Vrai **0, 5pt** 4- Vrai **0, 5pt**

EXERTCICE 2 : (0, 5pt × 4 =2 Points)

1- C **0, 5pt** 2- C **0, 5pt** 3- A **0, 5pt** 4- C **0, 5pt**

EXERCICE 3 : (3 Points)

1) **Je justifie que l'ensemble de définition de f est $Df = \left]-\infty; -\frac{1}{5}\right] \backslash \{-2\}$.**

$Df = \left\{x \in \mathbb{R} / -1-5x \geq 0 \ \ et\ 3-\sqrt{-1-5x} \neq 0\right\}$ ***0,25pt***

$Df = \left\{x \in \mathbb{R} / x \leq -\frac{1}{5} \ \ et \ \ x \neq -2\right\}$

Donc : $Df = \left]-\infty; -\frac{1}{5}\right] \backslash \{-2\}$ ***0,5pt***

2) **Je calcule la limite de f en $-\infty$.**

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^2-4}{3-\sqrt{-1-5x}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \left(\frac{x^2-4}{10+5x}\right)\left(3-\sqrt{-1-5x}\right) = -\infty$......... ***0,5pt***

3) **Je démontre :**

$$\lim_{x\to-2} f(x) = \lim_{x\to-2} \frac{x^2-4}{3-\sqrt{-1-5x}} = \lim_{x\to-2} \frac{(x-2)(x+2)(3+\sqrt{-1-5x})}{(3-\sqrt{-1-5x})(3+\sqrt{-1-5x})}$$

$= \lim\limits_{x\to-2} \frac{(x-2)(3+\sqrt{-1-5x})}{5}$ ***0,25pt***

$\lim\limits_{x\to-2} f(x) = -\frac{24}{5}$ ***0,5pt***

4) **Je déduis des questions précédentes que f admet en -2 un prolongement par continuité**

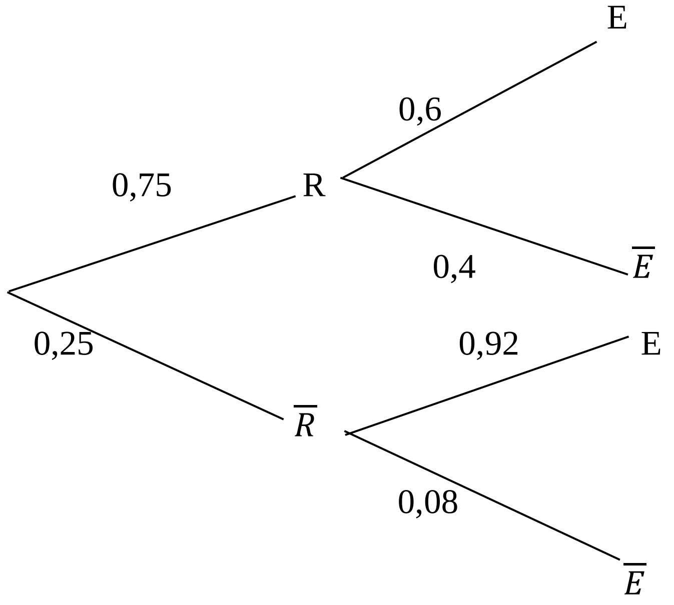
On a : $-2 \notin Df$ et $\lim\limits_{x\to-2} f(x) = -\frac{24}{5}$ avec $2 \in \mathbb{R}$ donc f est prolongeable par continuité en -2.. ***0,5pt***

Ce prolongement est : la fonction h définie sur $D_f \cup \{-2\}$ par :

$$\begin{cases} h(x) = \frac{x^2-4}{3-\sqrt{-1-5x}} \ \ si\ x \in \left]-\infty; -\frac{1}{5}\right] \backslash \{-2\} \\ h(-2) = -\frac{24}{5} \end{cases}$$ ***0,5pt***

EXERCICE 4 : (03 Points)

1) **a) Je traduis la situation par un arbre pondéré**



……………………………… 0,25 **pt**

b) Je Donne les probabilités suivantes : $P(R)$; $P_{\overline{R}}(\overline{E})$; $P_R(E)$.

$P(R) = 0{,}75$ …………………………………………………………………… **0,25 pt**

$P_{\overline{R}}(\overline{E}) = 0{,}08$ ………………………………………………………………….. **0,25 pt**

$P_R(E) = 0{,}6$ …………………………………………………………………………. **0,25 pt**

2) **a) Je calcule $P_R(\overline{E})$**

$P_R(\overline{E}) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$ ……………………………………………………………. **0,25 pt**

b) Je justifie que $P(\overline{R} \cap E) = 0{,}23$.

$P(\overline{R} \cap E) = P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(E)$ ………………………………………………………..… **0,25 pt**

$P(\overline{R} \cap E) = 0{,}25 \times 0{,}92 = 0{,}23$ ……………………………………………………..… **0,25 pt**

3) **a) Je justifie que la probabilité qu'un scientifique interrogé soit un écologiste est 0,68**

$P(E) = P(R \cap E) + P(\overline{R} \cap E)$…………………………………………………………. **0,25 pt**

$= P(R) \times P_R(E) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(E)$ …………………………………………….. **0,25 pt**

$= 0{,}75 \times 0{,}6 + 0{,}23 = 0{,}68$ ………………………………………….…...… . **0,25 pt**

b) Un scientifique interrogé est un écologiste. Je calcule la probabilité qu'il ne croit pas au réchauffement climatique.

$P_E(\overline{R}) = \frac{P(\overline{R} \cap E)}{P(E)}$ ………………………………………...…..……………….. **0,25 pt**

$= \frac{0{,}23}{0{,}68}$

$= 0{,}34$ ………………………………………………………………………….. **0,25 pt**

EXERCICE 5 : (05 Points)

1) a) **J'étudie la dérivabilité de f à droite de -1.**

$f(-1) = (-1)^2 - \sqrt{-1+1} = 1$

$$\lim_{\substack{x\to -1 \\ >}} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1} = \lim_{\substack{x\to -1 \\ >}} \frac{(x^2-\sqrt{x+1})-1}{x+1} = \lim_{\substack{x\to -1 \\ >}} \frac{(x^2-1)-\sqrt{x+1}}{x+1} = \lim_{\substack{x\to -1 \\ >}} \frac{(x-1)(x+1)-\sqrt{x+1}}{x+1}$$

$$= \lim_{\substack{x\to -1 \\ >}} \left(\frac{(x-1)(x+1)}{x+1} - \frac{\sqrt{x+1}}{x+1}\right) = \lim_{\substack{x\to -1 \\ >}} \left(x-1-\frac{\sqrt{x+1}}{x+1}\right)$$

$$= \lim_{\substack{x\to -1 \\ >}} \left(x-1-\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)$$ .... **0,25 pt**

$$\lim_{\substack{x\to -1 \\ >}} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1} = -\infty$$ .... **0,25 pt**

b) **J'interprète graphiquement le résultat**

(C) admet une demi-tangente verticale au point d'abscisse -1. .... **0,25 pt**

2) a) Je Calcule la limite de $f(x)$ en $+\infty$ et la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $+\infty$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (x^2 - \sqrt{x+1}) = \lim_{x\to+\infty} \sqrt{x+1}\left(\frac{x\sqrt{x+1}}{1+\frac{1}{x}} - 1\right) = +\infty$$ .... **0,25 pt**

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \sqrt{x+1}\left(\frac{x\sqrt{x+1}}{1+\frac{1}{x}} - 1\right) \times \frac{1}{x} = \lim_{x\to+\infty} \sqrt{x+1}\left(\frac{\sqrt{x+1}}{1+\frac{1}{x}} - \frac{1}{x}\right) = +\infty$$ .... **0,25 pt**

***NB* : Toute autre méthode cohérente et juste est acceptée.**

b) Je donne une interprétation graphique des résultats obtenus.

(C) admet une branche parabolique de direction (OJ) en $+\infty$.

3) a) Je démontre que :

$\forall x \in]-1;+\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x+1}}$ ....0,25 **pt**

b) Signe de *f '(x)*

$\forall x \in]-1;\alpha[$, $f'(x) < 0$

.... **0,25 pt**

$\forall x \in]\alpha;+\infty[$, $f'(x) > 0$

Sens de variation

f est strictement décroissante sur $[-1;\alpha]$

f est strictement croissante sur $[\alpha;+\infty[$ .... **0,25 pt**

Tableau de variation .... **0,5 pt**

x	-1		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

4) **Je détermine une équation de la tangente** (T) **au point d'abscisse** 3**.**

(T) : $y = \frac{23}{4}x - \frac{41}{4}$ .... **0,5 pt**

5.) Je démontre que $f(\alpha) = \alpha^2 - \frac{1}{4\alpha}$

$g(\propto) = 0 \Leftrightarrow -1 + 4 \propto \sqrt{\propto +1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\propto +1} = \frac{1}{4\propto}$ $d'où\ f(\propto) = \propto^2 - \frac{1}{4\propto}$

6.) a) Je démontre que h **réalise une bijection de** $[\alpha;+\infty[$ **vers un intervalle K.**

f est continue et strictement croissante sur $[\alpha; +\infty[$ h étant sa restriction est aussi continue et strictement croissante sur $[\alpha; +\infty[$ et $h([\alpha; +\infty[) = \left[\alpha^2 - \frac{1}{4\alpha}; +\infty\right[$ donc h est une bijection de $[\alpha; +\infty[$ vers $\left[\alpha^2 - \frac{1}{4\alpha}; +\infty\right[$ =.. **0,5 pt**

b) Je calcule $h(3)$ **et je justifie que** h^{-1} **est dérivable en 7.**

$h(3) = 7$ .... **0,25 pt**

On en-déduis que $x_0 = 3$ et $y_0 = 7$

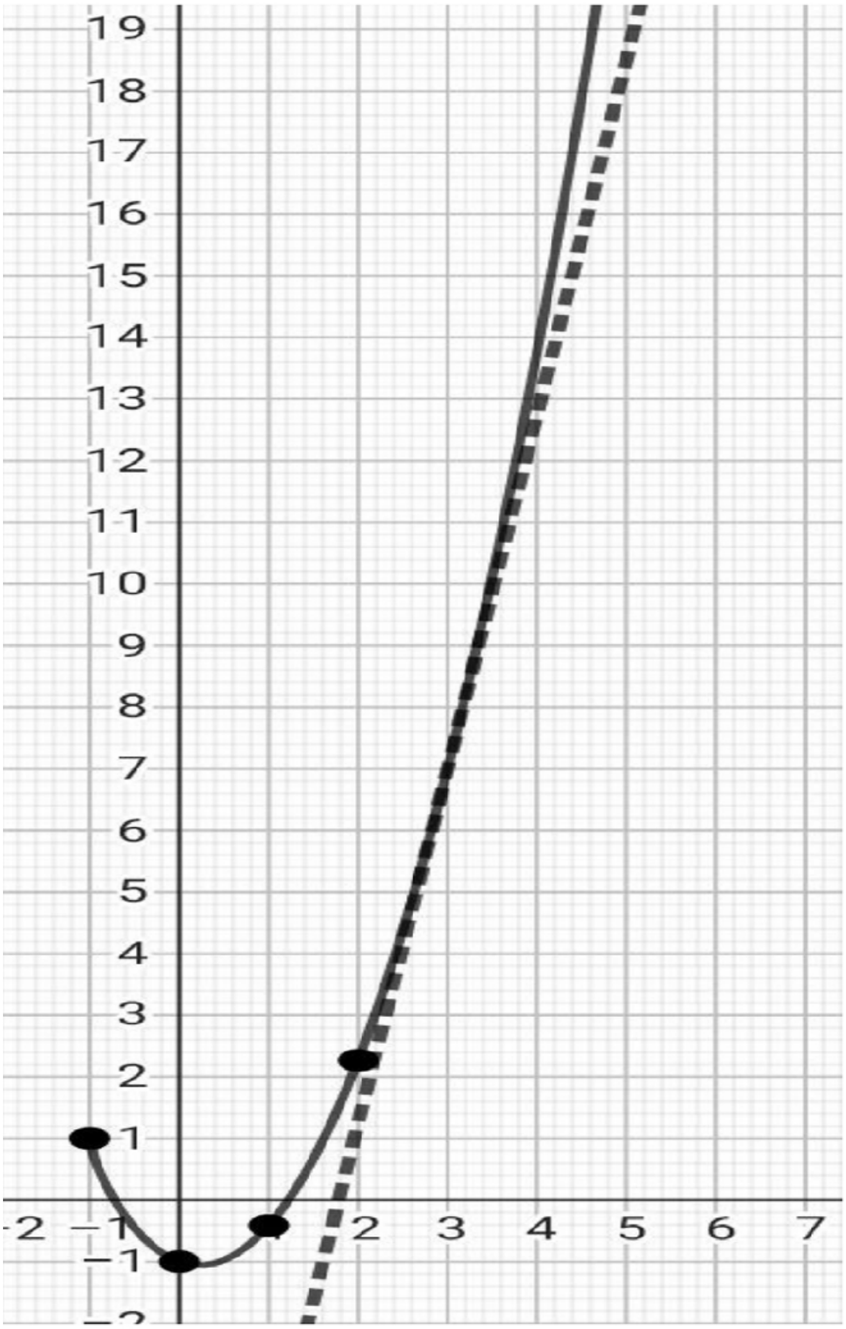
On a : $h'(3) = \frac{23}{4}$ d'où $h'(3) \neq 0$ alors h^{-1} est dérivable en 7 .... ….. **0,25 pt**

c) **Je calcule** $(h^{-1})'(7)$

$(h^{-1})'(7) = \frac{1}{h'(3)} = \frac{4}{23}$ .... **0,5 pt**

7) Je construis la courbe …………………………………………………………………. **0,75 pt**

$\propto \approx 0{,}3$; $f(\propto) \approx -1; f(0) = -1; f(-0{,}7) \approx 0\ et\ f(1{,}2) \approx 0.$



<u>EXERCICE 6 :</u> **(5 points)**

<u>Grille de correction critériée de la situation complexe</u>

Critères	Indicateurs de performance	Barème de correction
CM1 : Pertinence Identification du modèle correspondant au problème posé (interprétation correcte de la situation complexe, pertinence des choix opérés sur les données de la situation)	• Pour trouver une solution à la préoccupation du président du conseil scolaire, je vais utiliser mes connaissances mathématiques sur la leçon probabilité conditionnelle et variables aléatoires. • Pour ce faire, je vais : - définir la variable aléatoire égale au gain du joueur ; - déterminer les valeurs possibles de la variable aléatoire ; - établir la loi de probabilité de la variable aléatoire ; - résoudre l'équation où l'espérance mathématique égale 2500 ; - conclure.	**0. 75 point :** 1 indic sur 4→ 0.25 pt 2 indic sur 4→ 0.50 pt 3 indic sur 4→ 0.75 pt
CM2 : -Utilisation correcte des outils mathématiques (concerne les étapes de la démarche). -choix des outils appropriés -application correcte des propriétés, règles et définitions.	• **Rédaction** - **Je définis la variable aléatoire égale au gain du joueur** Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur. - **Je détermine les valeurs possibles de la variable aléatoire X :** ✓ $X = 1000 + S - 200 = 800 + S$ ✓ $X = S - 200$ ✓ $X = -1000 - 200 = -1200$ ✓ $X = -300 - 200 = -500$ ✓ $X = 200 - 200 = 0$ - **J'établir la loi de probabilité de la variable aléatoire.** $P(X = 800 + S) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ $P(X = S - 200) = \frac{3}{10}$ $P(X = -1200) = \frac{4}{100} = \frac{2}{5}$ $P(X = 0) = \frac{1}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{9}{100}$	**2.5 points :** 1 indic sur 5→ 0.5 pt 2 indic sur 5→ 1 pt 3 indic sur 5→ 1.5 pt 4 indic sur 5→ 2.5 pt

<table>
<tr>
<td></td>
<td>$P(X = -500) = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$

La loi de probabilité est :

<table>
<tr><td>x_i</td><td>-1200</td><td>-500</td><td>0</td><td>$S - 200$</td><td>$800 + S$</td></tr>
<tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>$\frac{2}{5}$</td><td>$\frac{1}{100}$</td><td>$\frac{9}{100}$</td><td>$\frac{3}{10}$</td><td>$\frac{1}{5}$</td></tr>
</table>

- Je résous l'équation E(X)=2500

$\mathrm{E(X)} = 2500 \Leftrightarrow -385 + \frac{1}{2}S = 2500$

$\Leftrightarrow S = 5.770$

- <u>Conclusion</u>

Le montant S recherchée est : $\mathbf{5.770}$ Francs.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>CM3 :
- cohérence de la réponse
- cohérence entre les étapes de la démarche
- cohérence dans la Démonstration</td>
<td>- Le montant S recherchée par le président du conseil scolaire est : $\mathbf{5.770}$ Francs.

- Le résultat produit est en adéquation avec la démarche.

-La qualité des enchainements de la démarche.</td>
<td>1.25 points :
1 indic sur 3→ 0.75 pt
2 indic sur 3→ 1.25 pt</td>
</tr>
<tr>
<td>CP : Critère de perfectionnement</td>
<td>- Concision
- Originalité
- Bonne présentation</td>
<td>0.5 point :
1 indic sur 3→ 0.25 pt

2 indic sur 3→ 0.5 pt</td>
</tr>
</table>

EXEMPLE REDACTION ELEVE

- Pour trouver une solution à la préoccupation du président du conseil scolaire, je vais utiliser mes connaissances mathématiques sur la leçon probabilité conditionnelle et variables aléatoires.

- Pour ce faire, je vais :
- définir la variable aléatoire égale au gain du joueur ;
- déterminer les valeurs possibles de la variable aléatoire ;
- établir la loi de probabilité de la variable aléatoire ;
- résoudre l'équation où l'espérance mathématique égale 2500 ;
- conclure.

-
- Je définis la variable aléatoire égale au gain du joueur

Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur.

- Je détermine les valeurs possibles de la variable aléatoire X :

$X = 1000 + S - 200 = 800 + S$

$X = S - 200$

$X = -1000 - 200 = -1200$

$X = -300 - 200 = -500$

$X = 200 - 200 = 0$

Les valeurs de X sont : -1200 ; -500 ; 0 ; $S - 200$; $800 + S$.

- J'établir la loi de probabilité de la variable aléatoire.

$P(X = 800 + S) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$P(X = S - 200) = \frac{3}{10}$

$P(X = -1200) = \frac{4}{100} = \frac{2}{5}$

$P(X = 0) = \frac{1}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{9}{100}$

$P(X = -500) = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$

La loi de probabilité est :

x_i	-1200	-500	0	$S - 200$	$800 + S$
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$

- Je résous l'équation E(X)=2500

On a : $E(X) = -385 + \frac{1}{2}S$ Ainsi : $\mathrm{E(X)} = 2500 \Leftrightarrow -385 + \frac{1}{2}S = 2500 \Leftrightarrow S = 5.770$

Conclusion : Le montant S recherchée est : **$\mathbf{5.770}$ Francs.**