*R.C.I * MENET-FP * DRENA ABIDJAN 4*** COLLEGE LES ELITES *** R .C.I * MENET-FP* DRENA ABIDJAN 4*

Année-Scolaire: 2024-2025
DEVOIR N°1
NIVEAU: TERMINALE D

MATHÉMATIQUES

Coefficient : 4
Durée : 4 heures
Enseignant : M. KABY

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées $1\ sur\ 3$; $2\ sur\ 3\ et\ 3sur3$.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

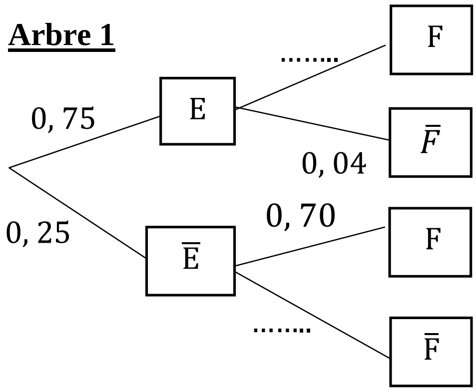
Pour chacune des affirmations suivantes, recopie le numéro de la ligne suivi de Vrai si l'affirmation est vraie de Faux si elle est fausse.

N°	Affirmations
1.	Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur $[-2\,;3]$ et si $f(-2)\times f(3)<0$, alors l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution sur $]f(3)\,;f(-2)[$.
2.	La fonction m définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} m(x)=5+x, si\ x\leq 1 \\ m(x)=4x+2, si\ x>1 \end{cases}$ est continue en 1.
3.	$\forall x\in\,]0\,;\,+\infty[, \lvert f(x)+l\rvert\leq g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=l$.
4.	On a : $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=0$ et $\lim\limits_{x\to 0} g(x)=1$. Donc $\lim\limits_{x\to 2} fog(x)=1$
5.	$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+9x-2}=+\infty$

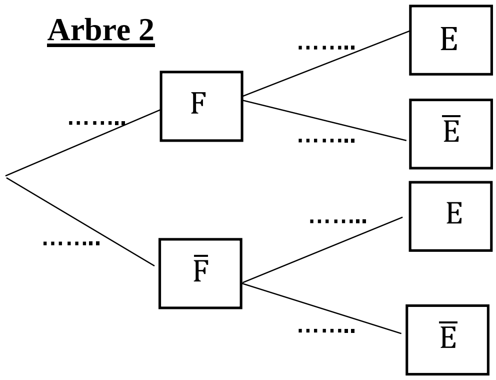
EXERCICE 2 (2 points)

Reproduis et complète l'arbre 1 puis complète l'arbre 2 en utilisant l'arbre 1.

Arbre 1



Arbre 2



EXERCICE 3 (3 points)

Soit la fonction h définie sur$[0;\,+\infty[$ par: $h(x)=\sqrt{x+2}-\sqrt{x}$.

①- Démontre que: $\forall x\in[0\,;\,+\infty[$, on a: $h(x)=\frac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}$.

②- Démontre que: $\forall x\in[0\,;\,+\infty[, 0\leq h(x)\leq\frac{2}{\sqrt{x}}$.

③- En déduire la limite de la fonction h en $+\infty$.

EXERCICE 4 (4 points)

Lors de la séance de tirs au but à la fin du match de football, il a été établi que le taux de réussite d'un tir est de 77%. On admettra que cela revient à reproduire 5 fois une épreuve de Bernoulli dont le « succès » est « le tir au but réussi », et dont la probabilité est 0,77.

①. Définis:

a) Une épreuve de Bernoulli;

b) Un schéma de Bernoulli.

②. On appelle X le nombre de tirs au but marqués lors de la séance (donc 5 tirs en tout).

a) Détermine la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

b) Calcule l'Espérance mathématiques de X puis interprète le résultat.

③. À l'aide du tableau précédent, détermine la probabilité des événements suivants :

A : « tous les tirs au but sont réussis » ;

B : « tous les tirs au but sont manqués » ;

C : « au moins 3 tirs sont réussis ».

EXERCICE 5 (5 points)

On donne la fonction $z(x) = x + \sqrt{-1 + x^2}$ de représentation graphique (C_z).

①- Détermine l'ensemble de défiition de $z(x)$.

②- Démontre que (OI) est une asymptote à (C_z) en $-\infty$.

③- a) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} z(x)$

b) Démontre que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est asymptote oblique à (C_z) en $+\infty$.

c) Etudie la position relative de (C_z) et (D).

④- Calcule $z'(x)$ et en déduire le sens de variation de z.

⑤- Dresse le tableau de variation de $z(x)$.

EXERCICE 6 (4 points)

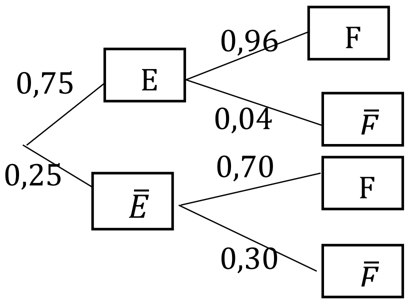
En vue de faire des bénéfices lors des festivités de fin d'année scolaire, le bureau du conseil scolaire du Collège la Réussite Plus veut proposer le jeu suivant:

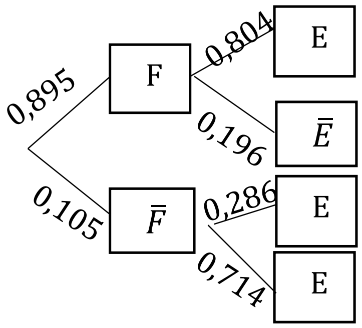
Pour une mise de 500 francs, un joueur lance trois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée. Si à la suite des trois lancers, le joueur obtient exactement et de manière consecutive deux faces identiques, il perçoit 1 500 francs, sinon rien.

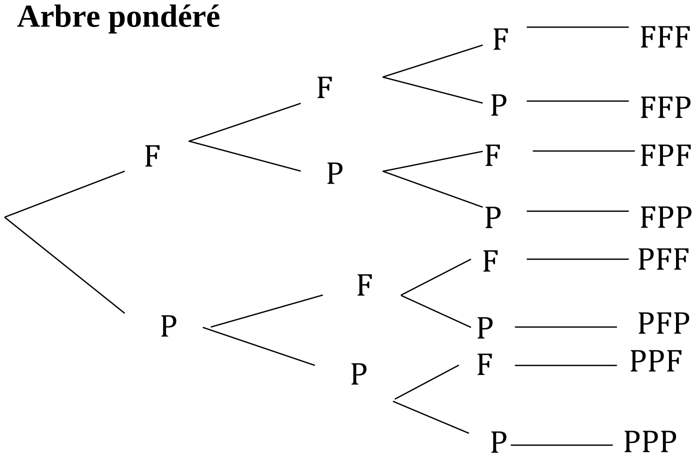
Cependant des élèves de terminale estiment que ce jeu n'est pas profitable au conseil scolaire.

À l'aide d'une production basée sur tes connaissances mathématiques, donne ton avis.

CORRIGE ET BAREME DU DEVOIR SURVEILLE N°1

<table>
<tr><th colspan="2">CORRIGE</th><th>BAREME</th></tr>
<tr><td>EXERCICE N°1
(2 points)</td><td>①. Faux
②. Vrai
③. Vrai
④. Faux
⑤. Vrai</td><td>1
0,25
0,25
0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>EXERCICE N°2
(2 points)</td><td>Arbre 1


Arbre 2

</td><td>$(\mathbf{0,25}) \times \mathbf{8}$</td></tr>
<tr><td>EXERCICE N°3
(3 points)</td><td>①. Démonstration correcte
②. Démonstration correcte
③. Déduction correcte de la limite de h en $+\infty$</td><td>1
1
1</td></tr>
<tr><td>EXERCICE N°4
(4 points)</td><td>①. a) Définition correcte d’une épreuve de Bernoulli
b) Définition correcte d’un schéma de Bernoulli
②. a) Détermination de la loi de probabilité de X
<table>
<tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>0,0006</td><td>0,0108</td><td>0,0721</td><td>0,2415</td><td>0,4043</td><td>0,2707</td></tr>
</table>
b) $E(X) = np = 5 \times 0,77 = 3,85$
Interprétation : Lorsqu’on effectue plusieurs choix de cinq (05) tirs au but, en moyenne presque quatre (04) soient réussis.
③. Déterminations des probabilités des événements
$\begin{cases} P(A) = P(X = 5) = 0,2707 \\ P(B) = P(X = 0) = 0,0006 \\ P(C) = P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) \\ \qquad = 0,9165 \end{cases}$</td><td>0,5
$\mathbf{0,5}$
$(\mathbf{0,25}) \times \mathbf{6}$
$\mathbf{0,5}$
$\mathbf{0,25}$
$(\mathbf{0,25}) \times \mathbf{3}$</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>**EXERCICE N°5**
(5 points)</td>
<td>①. $D_z =]-\infty\,;\,-1] \cup [1\,;\,+\infty[$
②. Démonstration correcte
③. a) Calcule correcte de la limite
b) Démonstration correcte
c) Etude correcte de la position relative
④. Calcule correcte de $z'(x)$ puis décduction correcte du sens de variation de z.
⑤.Tableau de variation
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$z'(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td></td><td></td><td></td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$z(x)$</td><td>0</td><td>↘</td><td>-1</td><td></td><td>1</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>
</td>
<td>$0,5$
1
$0,5$
$0,5$
$0,5$
$1,5$
$0,5$</td>
</tr>
<tr>
<td>**EXERCICE N°6**
(4 points)</td>
<td>- Pour donner mon avis, nous allons fait appel à la notion de probabilité conditionnelle et variable aléatoire.
Pour ce faire, nous allons utiliser la probabilité conditionnelle et celle de la loi binomiale, je vais :
- Établir l'arbre pondéré correspondant à la situation ;
- Identifier les résultats donnant exactement deux faces identiques et consécutives ;
- Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux faces identiques et consécutives ;
- Établir la loi de probabilité
-Déterminer l'espérance mathématique E(X) ;
-Conclure
❖ **Arbre pondéré**


❖ Identifions les resultats donnant exactement deux faces identiques et consécutives : FFP ; FPP ;PFF ; PPF.
❖ Calculons la probabilité d'obtnir exactement deux faces indentiques et consécutives.</td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
Soit A : « obtenir exactement deux faces identiques et Consécutives » et Ω l'univers des possibles.
Le nombre de lancé possible est : card$(\Omega) = 2^3 = 8$
$P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.
❖ Loi de probabilité de X
Les valeurs prises par X sont : $-500\ et\ 1500$
<table>
<tr><td>x_i</td><td>-500</td><td>1500</td></tr>
<tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td></tr>
</table>
❖ Déterminons l'expérance mathématique E(X)
$E(X) = -500 \times \frac{1}{2} + 1500 \times \frac{1}{2} = 500$
Conclusion : l'espérance mathématique qui correspond au gain moyen du joueur est de 500 FCFA. Donc le jeu n'est pas profitable pour le conseil scolaire.
</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Grille d'évaluation

Critères	**Indicateur de performance**	**Barême**
CM1: Pertinence	-Identification de la leçon -Présence d'arbre pondéré - Identification de deux faces identiques et consécutives ; -Présence de calcul de probabilité du gain; -Présence de loi de probabilité -Présence de E(X)	**0, 75 points** 1 indic sur 6→ 0,25 2 indic sur 6→ 0,5 3 indic sur 6→ 0,75
CM2: Utilisation correcte des outils mathématique en situation	-Calcul de probabilité du gain -Determination de la loi de probabilité -Calcul de E(X)	**1, 5 points** 1 indic sur 4→ 0,5 2 indic sur 4→ 1 3 indic sur 4→ 1,5
CM3: cohérence de la réponse	-Le résultat produit est conforme au résultat attendu -Le résultat produit est en adéquation avec la demarche -La qualité des enchainements de la démarche	**1, 25 points** 1 indic sur 3→ 0,75 2 indic sur 3 → 1,25
CP: Critères de perfectionnement	-Conclusion de la production -Originalité de la production -Bonne présentation	**0, 5 points** 1 indic sur 3→ 0,25 2 indic sur 3 → 0,5