Fomesoutra.com
ça soutra!

DEVOIR SURVEILLE N°1
DATE : ……. / 10 / 2025

NIVEAU : Terminale D
DUREE : 01 Heure
ENSEIGNANT : M. KABY

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (4 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, écris le numéro de l'affirmation suivi de Vrai(V) si elle vraie ou F si elle est fausse.

N°	Affirmations
1.	$\forall x \in]-\infty\,;\,\alpha[, g(x) \leq f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$
2.	$\forall x \neq 0, 3 - \frac{1}{x} < f(x) < 3 + \frac{1}{x}$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$
3.	$\forall x \in]0\,;\,+\infty[, \lvert f(x) + l\rvert < g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 0$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = l$
4.	Si f est continue et strictement décroissante sur un intervalle $[\alpha\,;\,+\infty[$, alors on a : $f([\alpha\,;\,+\infty[) = \left[f(\alpha); \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\right[$

EXERCICE 2 (4 points)

Pour chacune des affirmations, une des réponses proposées est exacte. Recopie le numéro de chaque affirmation en y ajoutant la lettre qui convient.

N°	Affirmations	A	B	C
1.	Soit f est une fonction d'un intervalle I sur intervalle J. Si f est continue et strictement décroissante sur I, alors sa bijection réciproque h est…	strictement décroissante sur I.	strictement décroissante sur J.	strictement croissante sur J.
2.	La limite de la fonction : p: $\sqrt{\frac{x+1}{2x+4}}$ en $+\infty$ est égale à…..	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
3.	La limite de la fonction $h: x \to \frac{\cos x - 1}{x}$ en 0 est égale à…..	$-\infty$	0	$+\infty$
4.	Si g est une fonction non définie en a, et admettant une limite finie en a, alors :	g est continue en a	g n'est pas prolongeable par continuité en a.	g n'est pas prolongeable par continuité en a

EXERCICE 3 **(7 points)**

Le tableau de variation ci-dessous est celui d'une fonction f définie par : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ où a , b et c sont des nombres réels.

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-9	$\searrow$	$-\infty$ $\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

①. Determine par lecture du tableau de variation ci-dessus:

a) L'ensemble de définition (D_f) de f.

b) Les limites aux bornes de son ensemble de définition (D_f).

c) En déduire que (C_f) admet une asymptote verticale dont on donnera une équation.

②. Détermine l'image par f de chacune des intervalles suivants:

$a)$ $]3\,;+\infty[$; $b)]-1\,;1[$; $c)$ $]-\infty\,;\,-1]$ et $d)$ $[1\,;\,+\infty[$

③.Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $]-\infty\,;-1[$.

④. Justifie que la restriction g de f à l'intervalle $[-1\,;1]$ est une bijection dans intervalle I à préciser.

⑤. Sachant que: $a = 1\,; b = -6$ et $c = 4$. Justifie alors que la droite (D) d'équation: $y = x - 6$ est une asymptote oblique à (C_f).

EXERCICE 4 **(5 points)**

En préparation d'un devoir de mathématiques, un groupe d'étude comportant trois élèves des noms de, Mireille, Yapo et Charlène ont calculé la limite en 0 d'une fonction f définie par :

$f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$.

Après calcule, Mireille a obtenu 1 ; Yapo a obtenu 0 et Charlène a obtenu $\frac{1}{2}$.

Une discussion a éclaté entre eux, pour savoir qui d'entre eux a raison, ils te sollicitent.

À l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, dis qui des trois a raison.

	CORRIGE	BAREME
EXERCICE N°1 **(4 points)**	1. F 2. V 3. V 4. F	$\mathbf{1pt \times 4}$
EXERCICE N°2 **(4 points)**	1. B 2. C 3. B 4. C	$\mathbf{1pt \times 4}$
EXERCICE N°3 **(7 points)**	1. a) **Déterminons D_f**	
	$D_f = \mathbb{R}\backslash\{1\}$	$\mathbf{0,5}$
	b) Déterminons les limites aux bonnes de D_f • $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ • $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x) = -\infty$ • $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x) = +\infty$ • $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	**0,5×4**
	c) Déduisons les asymptotes verticales on a : $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x) = +\infty$, la droite d'équation $x = 1$ admet une asymptote verticale à (C_f).	$\mathbf{0,5}$
	2. **Déterminons l'image par f de chacun des intervalles.**	
	• $\boldsymbol{f}$ est continue et strictement croissante sur $]3\,;+\infty[$, donc $f(]3\,;+\infty[\ ) = \left]f(3);\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\right[=]-1\,;\ +\infty[$	$\mathbf{0,5}$
	• $\boldsymbol{f}$ est continue et strictement décroissante sur $]-1\,;1[$, donc $f(]3\,;+\infty[\ ) = \left]\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)\ ;\ f(-1)\right[=]-\infty\,;\ -9[$	$\mathbf{0,5}$
	• $\boldsymbol{f}$ est continue et strictement croissante sur $]-\infty\,;-1]$, donc $f(]-\infty\,;-1]\ ) = \left]\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)\,;\ f(-1)\right[=]-\infty\,;-9]$	$\mathbf{0,5}$

	•On a: $[1\ ;\ +\infty[\ =[-1\ ;3[\ \cup\ [3\ ;+\infty[$, $\boldsymbol{f}$ est continue sur $[-1\ ;3[$ et sur $[3\ ;+\infty[$. $f([-1\ ;3[)=[-1\ ;\ +\infty[$ et $f([3\ ;+\infty[)=[-1\ ;\ +\infty[$ donc $f(:[1\ ;\ +\infty[)=[-1\ ;\ +\infty[\ \cup\ [-1\ ;\ +\infty[\ =\mathbb{R}$ ----------→	**0,5**
	③. Démontrons que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique sur $]-\infty\ ;\ -1[$. f est continue et strictement croissante sur $]-\infty\ ;\ -1[$ et de plus $f(]-\infty\ ;\ -1[)=]-\infty\ ;\ -9[$ or $0\notin\ ]-\infty\ ;\ -9[$ **donc l'équation** $f(x)=0$ **n'admet pas de solution dans** $]-\infty\ ;\ \boldsymbol{-1}[$ --------→	**0,5**
	④. Justifions que la restriction g de f à $[-1\ ;1]$ est une bijection dans l'intervalle I à préciser. f est continue et strictement décroissante sur $[-1\ ;1[$ de plus $g([-1\ ;1[)=I=\ ]-\infty\ ;\ -9]$ **donc g est une bijection de** $[\boldsymbol{-1}\ ;\boldsymbol{1}[$ **dans** $\boldsymbol{I}=\ ]-\infty\ ;\ \boldsymbol{-9}]$. -----------------------→	**0,5**
	⑤. Justifions l'asymptote oblique Sachant que : $a=1\ ;b=-6\ et\ c=4$ On a : : $f(x)=x-6+\frac{4}{x-1}$ et $y=x-6$ • $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x-6)]=\lim\limits_{x\to-\infty}x-6+\frac{4}{x-1}-(x-6)$ $=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4}{x-1}$ $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x-6)]=0$ • $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-6)]=\lim\limits_{x\to+\infty}x-6+\frac{4}{x-1}-(x-6)$ $=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4}{x-1}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-6)]=0$	**0,5**
	Donc la droite d'équation $y=x-6$ est asymptote oblique à (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$. --------------------------→	**0,5**
EXERCICE N°4 **(5 points)**	Pour répondre a la préoccupation des trois élèves, je vais utiliser la notion de limite et continuité. Pour cela je vais : - Calculer la limite de f en 0; - Répondre à la préoccupation des trois élèves; - Conclure	

- **Calculons la limite de f en o.**

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x})(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}{x(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{(\sqrt{1+x})^2-(\sqrt{1-x})^2}{x(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1+x-(1-x)}{x(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x})}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1+x-1+x}{x(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2x}{x(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{2}{(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}$$

$\lim_{x\to 0} f(x) = 1$ car $\lim_{x\to 0}\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right) = 2$

Conclusion : **l'élève Mireille a raison car $\lim_{x\to 0} f(x) = 1$.**

Grille d'évaluation

Critères	Indicateur de performance	Barême
CM1: Pertinence	-Identification de la leçon -Existence de calcul de limite de f en 0 -Présence du résultat de la limite	**0, 75 points** 1 indic sur 4→ 0,25 2 indic sur 4→ 0,5 3 indic sur 4→ 0,75
CM2: Utilisation correcte des outils mathématique en situation	-Calcul de limite -Détermination du résultat de la limite -Justesse de l'argumentation	**1, 5 points** 1 indic sur 4→ 0,5 2 indic sur 4→ 1 3 indic sur 4→ 1,5
CM3: cohérence de la réponse	-Le résultat produit est conforme au résultat attendu -Le résultat produit est en adéquation avec la démarche -La qualité des enchainements de la démarche	1 indic sur 3→ 0,75 2 indic sur 3 → 1,25
CP: Critères de perfectionnement	-Conclusion de la production -Originalité de la production -Bonne présentation	1 indic sur 3→ 0,25 2 indic sur 3 → 0,5