Lycée Moderne 2 Gagnoa — Année scolaire : 2021 – 2022
Niveau : Tle D — Durée : 4 h
CE MATH

DEVOIR DE NIVEAU N°1

EXERCICE 1 *(2 points)*

- Ω désigne l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire, A et B sont deux évènements de Ω tels que $0 < P(\mathrm{A}) < 1$ et $0 < P(\mathrm{B}) < 1$.
- *f* est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$,de représentation graphique (C) dans le plan muni du repère (O,I ,J),et K un intervalle.

Réponds par vrai ou par faux à chacune des affirmations suivantes :

1) $P(\mathrm{B}) = \dfrac{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{P_B(\mathrm{A})}$

2) $P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) = 1$

3) Si f est continue sur K alors pour tout nombre réel c , la fonction $f+c$ est continue sur K.

4) Si $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ alors la droite d'équation $x = 0$ est une asymptote à (C).

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacune des affirmations suivantes, une seule des réponses proposées est exacte.

Recopie le numéro de chaque affirmation en y ajoutant la lettre qui convient.

N°	AFFIRMATIONS	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Si *f* est une fonction continue et strictement croissante sur *[a ; b]* alors	*f ([a ;b])=[f(a);f(b)]*	*f ([a ;b])=[f(b);f(a)]*	*f ([a ;b])=[a;b]*
2	$\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x^2+1} - 2x) =$	$+\infty$	$-\infty$	0
3	A et B sont deux événements indépendants signifie que	$P_A(B) = P(\mathrm{A})$	$P(A \cap B) = P(A) + P(B)$	$P(A \cap B) = P(A) \times \mathrm{P(B)}$
4)	Si M et N sont deux événement tels que $P(\mathrm{M} \cap \mathrm{N}) = 0,035$ et $P_N(\mathrm{M}) = 0,2$ alors	$P(\mathrm{N}) = 0,55$	$P(\mathrm{N}) = 0,18$	$P(\mathrm{N}) = 0,175$

EXERCICE 3 *(2,5 points)*

Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g(x)=\dfrac{\sqrt{3-x}-\sqrt{x+3}}{x}$ et d'ensemble de définition

$D_g=[-3;0[\cup]0;3]$.

1) Justifie que $\lim\limits_{x\to 0} g(x)=\dfrac{-1}{\sqrt{3}}$

2) Déduis-en que g est prolongeable par continuité en 0.

3) On note h le prolongement par continuité de g en 0.

a- Détermine la fonction h .

b- Détermine l'ensemble de définition de h .

EXERCICE 4 *(3,5 points)*

Les parties I et II sont indépendantes

I) Le tableau ci-dessous présente la loi de probabilité d'une variable aléatoire X :

x_i	-3	-1	1	2
$P(\mathrm{X}=x_i)$	$0,2$	$0,1$	α	$0,4$

1) Justifie que $\alpha=0,3$

2) Pour la suite tu prendras $\alpha=0,3$.

a- Calcule l'espérance mathématique de X.

b- Détermine F, la fonction de répartition de X .

c- Construis la représentation graphique de F dans le plan muni d'un repère orthogonal.

En abscisse : 1cm $\rightarrow$ 1 et En ordonnée : 1cm $\rightarrow$ $0,1$

II) Un jeu consiste à tirer au hasard et simultanément 2 tickets d'un sac qui en contient 5 indiscernables au toucher et numérotés respectivement 1 ; 2 ; 3 ; 4 ;5. Chaque ticket portant un numéro pair gagne 2000F tandis que chaque ticket portant un numéro impair gagne 1000F.Un joueur s'adonne à ce jeu et on désigne par X la variable aléatoire prenant pour valeur son gain à chaque tirage.

1) Donne toutes les valeurs prises par X.

2) Détermine la loi de probabilité de X.

EXERCICE 5 *(5 points)*

Dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J), on considère la fonction f définie de $]0;+\infty[$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{1}{x}-3x^2-1$ de courbe représentative (C_f) dans le repère (O,I,J).

1) a- Calcule $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$.

b- Interprète graphiquement le résultat de la question 1 a).

2) a- Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

b- Interprète graphiquement le résultat de la question 2 a).

3) On admet que f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et que pour tout x élément de $]0;+\infty[$,

$f'(x)=-\frac{1}{x^2}-6x$.

a- Justifie que f est strictement décroissante sur $]0;+\infty[$.

b- Dresse le tableau de variation de f .

4) Justifie que f détermine une bijection de $]0;+\infty[$ dans un intervalle K que tu préciseras.

5) a- Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α .

b- Vérifie que $0,5 < \alpha < 0,6$.

EXERCICE 6 *(5 points)*

En prévision de l'élection législative dans le Keviland opposant deux candidats A et B , un institut de sondage recueille les intentions de vote de futurs électeurs. Parmi les 1200 personnes qui ont répondu au sondage, 47% affirme vouloir voter pour le candidat A et les autres pour le candidat B . Compte tenu du profil des candidats, l'institut de sondage estime que 10% des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat A ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat B, tandis que 20% des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat B ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat A .

Fort de ces informations, le candidat A estime qu'il est le favori de ces élections tandis que le candidat B pense que c'est plutôt lui qui est le favori.

En t'appuyant sur tes connaissances mathématiques, rédige une solution en vue de désigner le favori à cette élection.