

**1S<sub>1</sub> : DEVOIR SURVEILLÉ N°5 (2 heures)**

**Exercice 1 (6 points)**

Étudier les limites suivantes.

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{-5}{x} + x^2 \right)$

d)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{2}{x+2} + \frac{1}{2} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} + 3x^2 - 2 \right)$

e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + x)$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{3}{x-2} + 5x + 7 \right)$

f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x)$

**Exercice 2 (2 points)**

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = \frac{(x^2 - 1)(x - 2000)}{2000}$

Étudier la limite de  $g$  en  $+\infty$ .

**Exercice 3 (9 points)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$  par :

$$f(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 - x + 6}{x^2 - 3x + 2}$$

On note  $C$  la courbe représentant  $f$ .

1. Soit  $P(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 6$ .

Vérifier que 2 est racine de  $P$ , puis factoriser  $P$  par  $x - 2$ .

2. Étudier la limite de  $f$  en 2. La droite d'équation  $x = 2$  est-elle une asymptote verticale à la courbe  $C$  ?

3. Étudier la limite de  $f$  en  $+\infty$ .

Préciser, s'il y a lieu, l'équation de l'asymptote horizontale à la courbe  $C$  en  $+\infty$ .

4. Montrer que la droite d'équation  $x = 1$  est asymptote verticale à la courbe  $C$ .

**Exercice 4 (3 points)**

Soit  $f$  la fonction définie pour  $x \in [1; +\infty[$  par :  $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}$ .

Le but de l'exercice est d'étudier la limite de  $f$  en  $+\infty$ .

1. Démontrer que pour tous réels  $A$  et  $B$  strictement positifs, on a :  $\sqrt{A} - \sqrt{B} = \frac{A - B}{\sqrt{A} + \sqrt{B}}$

2. En déduire que pour tout  $x \in [1; +\infty[$  on a :  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}$ .

3. En déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .