



Niveau : TLE D
Durée : 4h00min

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

Date de composition :
03/11/2025
Date de remise des
copies : 17/11/2025

(Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3)

EXERCICE 1

(2 points)

Écris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne et réponds par **VRAI** ou **FAUX** selon que les affirmations soient vraies ou fausses.

N°	Affirmations
1	Si f et g sont deux fonctions telles que $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1$ et $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \sqrt{2}$ alors $\lim_{x \rightarrow 0} g \circ f(x) = \sqrt{2}$.
2	Pour tous nombres entiers naturels n et m non nuls et pour tout nombre réel strictement positif x , on a : $\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$
3	Toute fonction dérivable en un nombre réel x_0 est continue en x_0 .
4	Si u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I alors $\frac{u}{v}$ est dérivable sur $I \setminus \{x \in I, v(x) = 0\}$ et on a : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{v'u - u'v}{v^2}$

EXERCICE 2

(2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, une seule réponse est juste. Recopie sur ta feuille de copie, le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	Affirmations	Réponses proposées		
		A	B	C
1	Soient A et B deux événements d'un univers donné tels que $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ et $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Alors :	$P_A(B) = \frac{2}{3}$	$P_B(A) = \frac{1}{2}$	$P(A \cup B) = \frac{5}{6}$
2	Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres n et p alors $\forall k \in \{1; 2; \dots; n\}$, on a :	A	$P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$	
		B	$P(X = k) = C_n^p p^k (1-p)^{n-k}$	
		C	$P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-p}$	
3	Soient A et B deux événements indépendants. On a :	A	$P(A \cap B) = P(A) \times P_B(B)$	
		B	$A \cap B = \emptyset$	
		C	$P(B) = 1 - P(A)$	
4	Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres n et p , On a :	A	$E(X) = np(1-p)$	
		B	$\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$	
		C	$V(X) = np$	

EXERCICE 3**(3 points)**

On considère la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par
$$\begin{cases} f(x) = x^2 + 2x & \text{si } x < 0 \\ f(x) = \sqrt{x} - 3x & \text{si } x > 0. \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

On désigne par (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

- 1) Détermine l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de f .
- 2) a) Démontre que $\forall x \in]-\infty ; 0[$, $\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = x + 2$.
b) Etudie la dérivabilité de f à gauche en 0.
- 3) a) Démontre que $\forall x \in]0 ; +\infty[$, $\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = -3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$.
b) Etudie la dérivabilité de f à droite en 0.
c) Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.
- 4) f est-elle dérivable en 0 ? Justifie ta réponse.

EXERCICE 4**(3 points)**

Après un mois d'activité dans un supermarché, ADELLE, la nouvelle responsable de ce supermarché constate que pour un jour donné :

- La probabilité qu'il y ait une affluence de clients est de 0,6.
 - Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,7.
 - Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle ne réalise pas un bénéfice est de 0,6.
- 1) On désigne par A l'évènement « il y a affluence de clients » et par B l'évènement « ADELLE réalise un bénéfice ». On choisit un jour au hasard.
 - a) Calcule la probabilité de l'évènement E « il y a affluence de clients et ADELLE réalise un bénéfice »
 - b) Démontre que la probabilité $P(B)$ de l'évènement B est égale à 0,58.
 - c) ADELLE a réalisé un bénéfice. Calcule la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là.

(On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible).

- 2) ADELLE veut faire une prévision sur trois jours successifs donnés. On désigne par X le nombre de fois qu'elle réalise un bénéfice sur les trois jours successifs.
 - a) Justifie que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
 - b) Détermine les valeurs prises par X.
 - c) Détermine la loi de probabilité de X. *(On donnera l'arrondi d'ordre 3 des résultats)*
 - d) Calcule l'espérance mathématique $E(X)$ de X.

EXERCICE 5**(5 points)**

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

PARTIE A

- 1) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
- 2) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans un intervalle I que l'on précisera.
- 3) Vérifie que $2,1 < \alpha < 2,2$.
- 4) Démontre que : $\forall x \in]-\infty ; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha ; +\infty[, g(x) > 0$.

PARTIE B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}$ par : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$.

On désigne par (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , l'unité graphique étant égale à 1 cm.

- 1) Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition puis interprète graphiquement les résultats obtenus.
- 2) a) Démontre que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\} , f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$.
b) En déduis le sens de variations de la fonction f et dresse son tableau de variation.
- 3) a) Démontre que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\} , f(x) = x + 2 + \frac{x+2}{x^2-1}$.
b) Démontre que la droite (\mathcal{D}) d'équation $y = x + 2$ est une asymptote oblique à (\mathcal{C}) en $-\infty$ en $+\infty$.
c) Etudie la position relative de la courbe (\mathcal{C}) par rapport à la droite (\mathcal{D}) .
- 4) Construis la courbe (\mathcal{C}) et ses asymptotes dans le repère (O, I, J) . On prendra $\alpha = 2,2$.

PARTIE C

Soit h la restriction de f à $[-2 ; -1[$.

- 1) Démontre que h est une bijection de $[-2 ; -1[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
- 2) Dresse le tableau de variation de h^{-1} , la bijection réciproque de h .
- 3) Représente $(\mathcal{C}_{h^{-1}})$ dans le même repère que (\mathcal{C}) .

EXERCICE 6**(5 points)**

📌 @matire.scientifiq

A l'occasion de la Kermesse de fin d'année scolaire, TOTO, président du conseil scolaire et élève en classe de première D au CSM Yopougon Kouté envisage organiser un jeu qui consiste à lancer un dé parfait à six faces numérotées de 1 à 6. Si le numéro sorti est 2 ou 4, le joueur gagne 200 F, si le numéro sorti est impair, le joueur gagne 300 F et si le numéro sorti est 6, le joueur perd 100 F. TOTO souhaite connaître le montant que le joueur devra miser pour que le jeu soit équitable. Pour se faire il te sollicite. En utilisant tes connaissances mathématiques, aide TOTO à déterminer cette mise.

Correction

Exercice I

- 1 - Faux
- 2 - Faux
- 3 - Vrai
- 4 - Faux

Exercice II

- 1 - B
- 2 - A
- 3 - A
- 4 - B

Exercice 3

1°) Déterminons l'ensemble de définition de f .

Pour $x < 0$, $f(x) = x^2 + 2x$ est définie sur \mathbb{R}

Pour $x > 0$, $f(x) = \sqrt{x} - 3x$ est définie sur $x \geq 0$ donc $[0; +\infty[$
ou $x > 0$ et $f(0) = 0$

Par conséquent $D_f = \mathbb{R}$

2°) a°) Démontrons que $\forall x \in]-\infty; 0[$, $\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = x + 2$

$$\forall x \in]-\infty; 0[, \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{x^2 + 2x}{x} = \frac{x(x+2)}{x} = x + 2$$

b°) Étudions la continuité de f en 0 à gauche

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x + 2) = 2 \text{ donc } f \text{ est dérivable à gauche en } 0 \text{ et } f'_g(0) = 2$$

3°) a°) Démontrons que $\forall x \in]0; +\infty[$, $\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

$$\forall x \in]0; +\infty[, \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{\sqrt{x} - 3x}{x} = \frac{\sqrt{x}}{x} - \frac{3x}{x} = \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^2} - 3 = -3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

b°) Étudions la dérivabilité de f à droite en 0.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x} - 3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -3 + \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty \text{ car } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} -3 = -3 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty \end{cases}$$

donc f n'est pas dérivable à droite en 0.

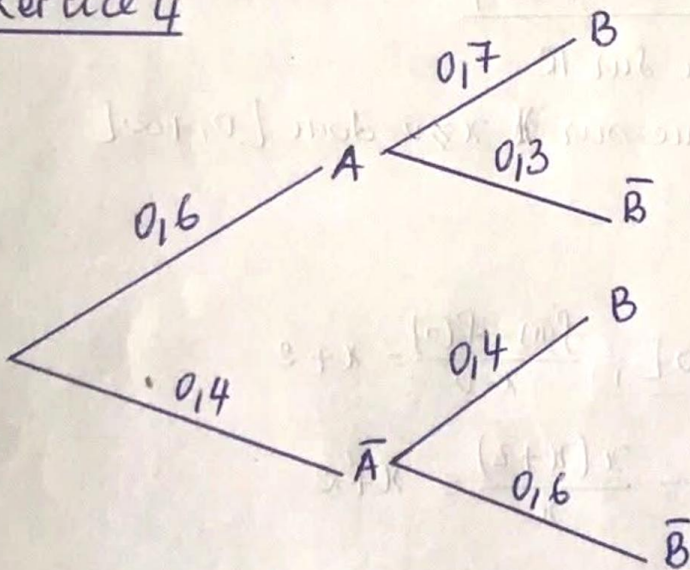
c°) Interpretation

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = +\infty \text{ donc } (C) \text{ admet en } 0 \text{ à droite une demi-tangente verticale.}$$

4°) f est-elle dérivable en 0

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \neq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \text{ donc } f \text{ n'est pas dérivable en } 0.$$

Exercice 4



1°) a- Calculons la probabilité de l'événement $E \ll$ Il y a affluence de clients et ADELLE réalise un bénéfice.

$$P(E) = P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,6 \times 0,7 = 0,42$$

b- Démontrons que $P(B) = 0,58$

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$$

$$= P(A) \times P_A(B) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B) = 0,6 \times 0,7 + 0,4 \times 0,4 = 0,58$$

c°) ADELLE a réalisé un bénéfice. Calculons la probabilité qu'il y ait eu une affluence.

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,42}{0,58} = 0,72 = \frac{18}{25}$$

2°) a°) Justifions que x suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres

Lorsque ADELLE veut faire une prévision, on s'intéresse à deux résultats :

$B \ll \text{ADELLE réalise un bénéfice} \gg$ et $\bar{B} \ll \text{ADELLE ne réalise pas de bénéfice} \gg$

on a: $P(B) = 0,58$. Cette expérience est une épreuve de Bernoulli.

L'épreuve étant répétée 3 fois de suite et de façon indépendante, la variable aléatoire suit une loi binomiale de paramètres n et p tels que $n = 3$ et $p = P(B) = 0,58$.

b°) Valeurs prises par x

- ADELLE peut réaliser un fois un bénéfice sur les trois jours donc $x = 1$
- ADELLE peut réaliser deux fois un bénéfice sur les 3 jours donc $x = 2$
- ADELLE peut réaliser trois fois un bénéfice sur les 3 jours donc $x = 3$
- ADELLE peut réaliser aucun bénéfice sur les 3 jours donc $x = 0$

alors $x = \{0; 1; 2; 3\}$

c°) Déterminons la loi de probabilité de x

$$P(x = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \text{ avec } k \in \{0; 1; 2; 3\} \text{ et } n = 3; q = 1 - p$$

$$P(x = 0) = C_3^0 \times (0,58)^0 \times (0,42)^3 = 0,074$$

$$P(x = 1) = C_3^1 \times (0,58)^1 \times (0,42)^2 = 0,307$$

$$P(x = 2) = C_3^2 \times (0,58)^2 \times (0,42)^1 = 0,424$$

$$P(x = 3) = C_3^3 \times (0,58)^3 \times (0,42)^0 = 0,195$$

x_i	0	1	2	3
$P(x = x_i)$	0,074	0,307	0,424	0,195

d°) Calculons E(x)

$$E(x) = n \times p = 3 \times 0,58 = 1,74$$

Exercice 5

PARTIE A

1°) Étudions les variations de g et dessinons le tableau de variation

* Dérivée de g

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{R}, g'(x) &= (x^3 - 3x - 4)' = 3x^2 - 3 \\ &= 3(x^2 - 1) \\ &= 3(x-1)(x+1) \end{aligned}$$

* Tableau de signe et sens de variation

$$\begin{aligned} g'(x) = 0 &\Leftrightarrow 3(x-1)(x+1) = 0 \\ &x-1 = 0 \text{ ou } x+1 = 0 \\ &x = 1 \text{ ou } x = -1 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$3x^2 - 3$	+	o	o	+

$\forall x \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$, $g'(x) > 0$ alors g est continue et strictement croissante sur $]-\infty; -1[$ et sur $]1; +\infty[$.

$\forall x \in]-1; 1[$, $g'(x) < 0$, alors g est continue et strictement décroissante sur $]-1; 1[$.

* Tableau de variation

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$g(x)$	+	o	o	+
$g(x)$	$-\infty$	-2	-6	$+\infty$

$$g(-1) = (-1)^3 - 3 \times (-1) - 4 = -2$$

$$g(1) = 1^3 - 3 \times 1 - 4 = -6$$

matiere scientifique

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - 3x - 4 \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \\ &= +\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - 3x - 4 \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \\ &= -\infty \end{aligned}$$

2°) * $\forall x \in]-\infty; -1[$, g est continue et strictement croissante, comme $0 \notin]-\infty; -2[$

$g(x) = 0$ n'admet pas de solution sur $]-\infty; -1[$.

* $\forall x \in]-1; 1[$, g est continue et strictement décroissante, comme $0 \notin]-6; -2[$, $g(x) = 0$ n'admet pas de solution sur $]-1; 1[$.

* $\forall x \in]1; +\infty[$, g est continue et strictement croissante, comme $0 \in]-6; +\infty[$.
 $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $I =]1; +\infty[$.

3°) Verifions que $2,1 < \alpha < 2,2$

$\forall x \in]1; +\infty[$, g est continue et strictement croissante et en particulier sur $]2,1; 2,2[$.
 $g(2,1) = -1,039$
 $g(2,2) = 0,048$ } $g(2,1) \times g(2,2) < 0$ alors

$$2,1 < \alpha < 2,2.$$

4°) Demontrons que: $\forall x \in]-\infty; \alpha[$, $g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[$, $g(x) > 0$

• $\forall x \in]-\infty; -1[$, g est continue et strictement croissante. $g(]-\infty; -1[) =]-\infty; -2[< 0$
donc $\forall x \in]-\infty; -1[$, $g(x) < 0$.

• $\forall x \in]-1; 1[$, g est continue et strictement décroissante.
 $g(]-1; 1[) =]-6; -2[< 0$ donc $\forall x \in]-1; 1[$, $g(x) < 0$.

• $\forall x \in]1; \alpha[$, g est continue et strictement croissante.
 $g(]1; \alpha[) =]-6; 0[< 0$ donc $\forall x \in]1; \alpha[$, $g(x) < 0$.

• $\forall x \in]\alpha; +\infty[$, g est continue et strictement croissante.
 $g(] \alpha; +\infty[) =]0; +\infty[> 0$ donc $\forall x \in]\alpha; +\infty[$, $g(x) > 0$.

Par conséquent $\forall x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; \alpha[$, $g(x) < 0$
 $\forall x \in]\alpha; +\infty[$, $g(x) > 0$

donc
$$\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$$

PARTIE B

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\} =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[\quad (3)$$

$$1^{\circ}) * \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

$$* \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

$$* \lim_{x \underset{<}{\rightarrow} -1} \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \underset{<}{\rightarrow} -1} \frac{x^3 + 2x^2}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \underset{<}{\rightarrow} -1} \frac{x^3 + 2x^2}{x-1} \times \frac{1}{x+1} = +\infty$$

$$\text{Car } \begin{cases} \lim_{x \underset{<}{\rightarrow} -1} \frac{x^3 + 2x^2}{x-1} = -\frac{1}{2} \\ \lim_{x \underset{<}{\rightarrow} -1} \frac{1}{x+1} = -\infty \end{cases}$$

donc $\lim_{x \underset{<}{\rightarrow} -1} f(x) = +\infty$, alors la droite d'équation $x = -1$ est asymptote à (\mathcal{C})

$$* \lim_{x \underset{>}{\rightarrow} -1} \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \underset{>}{\rightarrow} -1} \frac{x^3 + 2x^2}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \underset{>}{\rightarrow} -1} \frac{x^3 + 2x^2}{x+1} \times \frac{1}{x-1} = -\infty$$

$$\text{Car } \begin{cases} \lim_{x \underset{>}{\rightarrow} -1} \frac{x^3 + 2x^2}{x+1} = -\frac{1}{2} \\ \lim_{x \underset{>}{\rightarrow} -1} \frac{1}{x-1} = +\infty \end{cases}$$

donc $\lim_{x \underset{>}{\rightarrow} -1} f(x) = -\infty$, alors la droite d'équation $x = -1$ est asymptote à (\mathcal{C})

$$* \lim_{x \underset{<}{\rightarrow} 1} \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \underset{<}{\rightarrow} 1} \frac{x^3 + 2x^2}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \underset{<}{\rightarrow} 1} \frac{x^3 + 2x^2}{x+1} \times \frac{1}{x-1} = -\infty$$

$$\text{Car } \begin{cases} \lim_{x \underset{<}{\rightarrow} 1} \frac{x^3 + 2x^2}{x+1} = \frac{3}{2} \\ \lim_{x \underset{<}{\rightarrow} 1} \frac{1}{x-1} = -\infty \end{cases}$$

donc $\lim_{x \underset{<}{\rightarrow} 1} f(x) = -\infty$

$$* \lim_{x \underset{>}{\rightarrow} 1} \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \underset{>}{\rightarrow} 1} \frac{x^3 + 2x^2}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \underset{>}{\rightarrow} 1} \frac{x^3 + 2x^2}{x+1} \times \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\text{Car } \begin{cases} \lim_{x \underset{>}{\rightarrow} 1} \frac{x^3 + 2x^2}{x+1} = \frac{3}{2} \\ \lim_{x \underset{>}{\rightarrow} 1} \frac{1}{x-1} = +\infty \end{cases}$$

donc $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$.

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$, alors la droite d'équation $x=1$ est asymptote à (e).

2°) a - Démontrons que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}, f'(x) = \frac{2g(x)}{(x^2-1)^2}$

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}, f'(x) = \left(\frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1} \right)'$$
$$= \frac{(x^3 + 2x^2)'(x^2 - 1) - (x^2 - 1)'(x^3 + 2x^2)}{(x^2 - 1)^2}$$

$$= \frac{(3x^2 + 4x)(x^2 - 1) - 2x(x^3 + 2x^2)}{(x^2 - 1)^2}$$

$$= \frac{3x^4 - 3x^2 + 4x^3 - 4x - 2x^4 - 4x^3}{(x^2 - 1)^2}$$

$$= \frac{x^4 - 3x^2 - 4x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x(x^3 - 3x - 4)}{(x^2 - 1)^2}$$

où $g(x) = x^3 - 3x - 4$ $= \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$

b°) Sens de variations et Tableau de variation

$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}, (x^2 - 1)^2 > 0$ donc le signe de $f'(x)$ dépend de $xg(x)$.

x	$-\infty$	0	α	$+\infty$
x	-	o	+	+
$g(x)$	-	-	o	+
$xg(x)$	+	o	-	+

$\forall x \in]-\infty; 0[\cup]\alpha; +\infty[$, $f'(x) > 0$, alors f est continue et strictement croissante sur $]-\infty; 0[$ et sur $]\alpha; +\infty[$.

$\forall x \in]0; \alpha[$, $f'(x) < 0$, alors f est continue et strictement décroissante sur $]0; \alpha[$.

* Tableau de variation

x	$-\infty$	-1	0	1	a	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$ $	$+$ 0 $-$	$ $	$-$ 0 $+$	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$f(a)$	$+\infty$

3°) a°) $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, $f(x) = x+2 + \frac{x+2}{x^2-1}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x+2)(x^2-1) + x+2}{x^2-1} \\
 &= \frac{x^3 - x + 2x^2 - 2 + x + 2}{x^2-1} \\
 &= \frac{x^3 + 2x^2}{x^2-1}
 \end{aligned}$$

Autre Methode

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 2x^2 \\
 - x^3 + x \\
 \hline
 + 2x^2 + x \\
 - 2x^2 + 2 \\
 \hline
 x + 2
 \end{array}$$

$$\frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1} = \frac{\text{Dividende}}{\text{Diviseur}} = \text{Quotient} + \frac{\text{reste}}{\text{Diviseur}}$$

done $\frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1} = x + 2 + \frac{x + 2}{x^2 - 1}$

b°) soit $g(x) = f(x) - (x+2)$

$$\begin{aligned}
 &= x+2 + \frac{x+2}{x^2-1} - x-2 \\
 &= \frac{x+2}{x^2-1}
 \end{aligned}$$

@matire.scientif

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

donc la droite (D) d'equation $y = x+2$ est une asymptote oblique à (E) en $-\infty$ et en $+\infty$.

c°) $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}, k(x) = f(x) - (x+2) = \frac{x+2}{x^2-1}$

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$
x^2-1	+		+		+
$x+2$	-		+		+
$\frac{x+2}{x^2-1}$	-		+		+

$\forall x \in]-\infty; -2[\cup]-1; 1[, k(x) < 0$, donc (C) est en dessous de (D)

$\forall x \in]-2; -1[\cup]1; +\infty[, k(x) > 0$, donc (C) est au dessus de (D).

4°) Construction de (C) et ses asymptotes (voir papier millimétré)

PARTIE C

1°) $\forall x \in [-2; -1[$, h est continue et strictement croissante donc h est un

bijection de $[-2; -1[$ vers $h([-2; -1[) = [h(-2); \lim_{x \rightarrow -1} h(x)[$

$= [0; +\infty[= J$.

avec $h(-2) = f(-2) = \frac{(-2)^3 + 2 \times (-2)^2}{(-2)^2 - 1} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow -1} h(x) = +\infty$

2°) Tableau de variation de h^{-1}

x	-2	$+\infty$
h^{-1}	-1	-1

@matire.scientifig

3°) Representons $(C_{h^{-1}})$ (voir papier millimétré)

Exercice 6

En vue d'aider le président du conseil scolaire à connaître le montant que le joueur devra miser pour que le jeu soit équitable, nous allons utiliser notre cours sur la variable aléatoire. Pour cela nous allons procéder comme suit :

- Déterminer les valeurs prises par x .
- Déterminer la loi de probabilité.
- Déterminer l'Espérance mathématique $E(x)$
- Conclure.

Résolution

* Valeurs prises par x

soit x la variable aléatoire égale au gain algébrique à l'issue d'une partie.

soit x la mise du joueur à payer avant le lancer de dé.

- si le numéro est 2 ou 4, le joueur gagne 200^F d'où $x = 200 - x$
- si le numéro est impair (1; 3; 5), le joueur gagne 300^F d'où $x = 300 - x$
- si le numéro est 6, le joueur perd 100^F d'où $x = -100 - x$.

* La loi de probabilité

$$P(x = 200 - x) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \text{ le numéro est 2 ou 4}$$

$$P(x = 300 - x) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \text{ le numéro est impair (1; 3; 5)}$$

$$P(x = -100 - x) = \frac{1}{6}, \text{ le numéro est 6.}$$

📌 @matire.scientifig

x_i	$-100 - x$	$200 - x$	$300 - x$
$P(x = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

* Déterminons E(x)

$$E(x) = (-100-x) \times \frac{1}{6} + (200-x) \times \frac{1}{3} + (300-x) \times \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{50}{3} - \frac{x}{6} + \frac{200}{3} - \frac{x}{3} + \frac{300}{2} - \frac{x}{2}$$

$$= -\frac{50}{3} + \frac{200}{3} + \frac{300}{2} - \frac{x}{6} - \frac{x}{3} - \frac{x}{2}$$

$$E(x) = 200 - x$$

* Le Jeu est équitable $E(x) = 0 \Leftrightarrow 200 - x = 0$
 $\Leftrightarrow x = 200$

donc la mise à payer est de 200^F

Abonnez-vous et partagez au maximum

@matire.scientific

x	$100-x$	$200-x$	$300-x$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$(x-100)$