



DEVOIR DE NIVEAU DE
MATHÉMATIQUES n°2

EXERCICE 1 (2 pts)

Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro suivi de Vrai si elle est correcte ou le numéro suivi de Faux si elle ne l'est pas.

- La fonction $H: \mapsto 2x^2\sqrt{x}$ est une primitive sur $[0; +\infty[$ de la fonction $h: \mapsto 5x\sqrt{x}$.
- On lance une pièce de monnaie 3 fois de suite. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de fois où pile apparaît.

Alors $p(X = 2) = \frac{3}{8}$.

- Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X .

x_i	1	2	3	4
$p(X = x_i)$	0,2	0,4	0,1	0,3

Alors :

a. $E(X) = 2$

b. $V(X) = \frac{5}{2}$

c. $\sigma(X) = \frac{\sqrt{5}}{2}$

d. F étant la fonction de répartition de la variable aléatoire X , on a : $F(3,5) = 0,6$.

EXERCICE 2 (2 pts)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une, et une seule est exacte. Indique-la en notant par exemple : 1. a ou 1. b ou 1. c.

Questions	Réponses		
	a	b	c
1. L'égalité $\ln x^2 = 2\ln x$ est vraie pour tout x de ...	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	$]0; +\infty[$	\mathbb{R}
2. $\ln\left(\frac{1}{2}\right) + 3\ln 4 + \ln(2e) = \dots$	$-3\ln e$	$1 + 6\ln 2$	4
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \dots$	$+\infty$	$-\infty$	0
4. Soit g la fonction définie sur $] -1; +\infty[$ par $g(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$. Alors, $\forall x \in] -1; +\infty[$, $g'(x) = \dots$	$\frac{1}{(x+1)(x+2)}$	$\frac{-1}{(x+1)(x+2)}$	$\frac{1}{(x+2)^2}$

EXERCICE 3 (pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par $f(x) = \frac{-x^2+4x-2}{(x-3)^2}$.

- Détermine trois nombres a , b et c tels que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$, $f(x) = a + \frac{b}{x-3} + \frac{c}{(x-3)^2}$.
- Déduis-en la primitive F de f sur $] -\infty; 3[$ qui s'annule en 2.

EXERCICE 4 (pts)

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $\begin{cases} \forall x > 0, g(x) = x(\ln x)^2 + x - 1 \\ g(0) = -1 \end{cases}$

On désigne par (\mathcal{C}) la courbe représentative de g dans le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique est 5 cm

1. Etudie la continuité de g en 0.
2. a. Justifie que : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)+1}{x} = +\infty$.
 b. g est-elle dérivable en 0 ?
 c. Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.
3. a. Calcule la limite de g en $+\infty$.
 b. Justifie que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = +\infty$.
 c. Donne une interprétation graphique des résultats précédents.
4. On admet que g est dérivable sur $]0; +\infty[$.
 a. Démontre que $\forall x \in]0; +\infty[\quad g'(x) = (1 + \ln x)^2$.
 b. Déduis-en les variations de g puis dresse son tableau de variation.
5. Justifie que le point $A\left(\frac{1}{e}; \frac{2}{e} - 1\right)$ est un point d'inflexion de (\mathcal{C}) .
6. a. Détermine une équation de la tangente (\mathcal{T}) à (\mathcal{C}) au point d'abscisse 1.
 b. Etudie la position relative de (\mathcal{C}) et de (\mathcal{T}) .
7. Construis (\mathcal{T}) et (\mathcal{C}) sur $[0; 3]$.

EXERCICE 5 (pts)

Au cours d'une kermesse, le jeu suivant est proposé aux élèves.

Le joueur pioche trois boules en prenant successivement une dans chacune des urnes suivantes :

- L'urne 1 contenant une boule rouge et une boule noire ;
- L'urne 2 contenant une boule rouge et deux boules noires ;
- L'urne 3 contenant une boule rouge et trois boules noires.

Voulant participer à la partie, un élève affirme qu'il a plus de chance de tirer un nombre impair de boules rouges.

En te basant sur tes connaissances mathématiques, donne ton point de vue sur ses affirmations.