

DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 2h ; Niveau : T^{LE}D

Exercice 1 (2pts)

Écris le numéro de l'affirmation suivi de VRAI si cette affirmation est vraie et FAUX si cette affirmation est fausse. **Exemple** : 5- VRAI

- 1) Toute fonction dérivable sur un intervalle I admet des primitives sur I.
- 2) Le plus petit entier n tel que $\ln(0,5)^n \leq -50$ est : 72.
- 3) L'équation (E) : $x \in \mathbb{R}, x^{\sqrt{3}} = \sqrt{2}$ a pour solution $\frac{\ln\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
- 4) L'inéquation (I) : $x \in \mathbb{R}, \ln x - 1 \geq 0$, a pour ensemble de solutions $]0; e]$.

Exercice 2 (2pts)

Pour chacune des lignes du tableau suivant, une seule des trois réponses est correcte.

Écris le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple** : 5-D

Affirmations	A	B	C
1) La solution de l'équation (E) : $\ln(2x-1) = 2\ln x$ est	{2}	\emptyset	{1}
2) Une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{2}{x}$ sur $] -\infty ; 0[$ est	$-2\ln x$	$2\ln(-x)$	$2\ln x$
3) L'ensemble de définition de la fonction $x \mapsto \ln\left(\frac{1}{1+\sqrt{x}}\right)$ est	$[0 ; +\infty[$	$[0 ; 1]$	$]0 ; +\infty[$
4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\ln \frac{4}{7}} =$	0	1	$+\infty$

Exercice 3 (3pts)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos^5 x$

- 1) Démontre que pour tout x élément de \mathbb{R} , $f(x) = \cos x - 2\cos x \sin^2 x + \cos x \sin^4 x$
- 2) Détermine les primitives de f sur \mathbb{R} .
- 3) Détermine la primitive F de f sur \mathbb{R} telle que $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

Exercice 4 (8pts)

- 1) On considère la fonction g de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $g(x) = 2 - 2x^2 - 4\ln x$
 - a- Étudie le sens de variation de g et calcule $g(1)$; en déduire le signe de g(x) suivant les valeurs de x
 - b- Dresse le tableau de variation de g.

- 2) On considère la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par : $f(x) = \frac{2(1-x^2) \ln x}{x^2}$
- a- Donne l'ensemble de définition D de f .
 - b- Détermine les limites de f aux extrémités de D
- 3) Montre que la fonction dérivée f' de f vérifie $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$
- 4) Détermine les variations de la fonction f puis dresse son tableau de variation.
- 5) On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité 2 cm)
- a- Précise l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1
 - b- Trace (T) et (C)

Exercice 5 (5pts)

Mariam, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurant. Après un mois d'activité, elle constate que, pour un jour donné, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,58.

Mariam veut faire une prévision sur plusieurs jours successifs et désire connaître le nombre minimum de jours successifs où elle doit ouvrir pour que la probabilité qu'elle réalise au moins une fois un bénéfice, pendant ces jours, soit supérieure à 0,9999.

N'étant pas douée en mathématiques, elle sollicite ton aide.

Dans une argumentation basée sur tes connaissances en mathématiques, détermine le nombre de jours minimum recherché par Mariam.