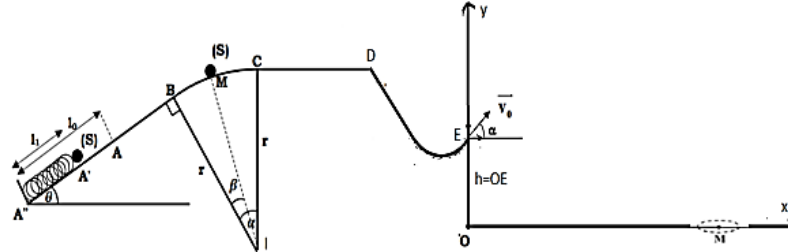


**Exercice n°1 (14pts)**

Une piste  $A''BCDE$  est formée de trois parties :

- $A''B$  est un plan incliné de longueur de longueur  $A''B$  faisant un angle  $\theta = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale. Le solide ne subit aucune force de frottement sur  $A''B$ .
- $BC$  est un arc de cercle de centre  $I$  et de rayon  $r = 20\text{ m}$  tangentiellement raccordé en  $B$  à  $A''B$ . Le solide ne subit aucune force de frottement sur  $BC$ .
- $CDE$  :  $CD$  rectiligne ;  $DE$  curviligne



**Partie A''B**

A  $t = 0$ , le ressort n'est ni allongé ni comprimé, le solide  $(S)$  de masse  $m = 1\text{ kg}$  se trouve en  $A$ . la longueur initiale du ressort est  $l_0 = 100\text{ cm}$  et sa constante de raideur est  $k = 4136\text{ N.m}^{-1}$ . l'autre extrémité du ressort est fixé au point  $A'$ . une personne comprime le ressort, la nouvelle position du solide est maintenant  $A'$ . la longueur du ressort devient alors  $l_1 = 75\text{ cm}$ .

1) La personne lâche le ressort, le solide part de  $A'$  sans vitesse initiale. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, montrer que la vitesse du solide au point  $A$  est donnée par :

$$V_A = \sqrt{\frac{k}{m}x^2 - 2gx\sin\theta} \quad \text{Calculer } V_A.$$

2) Exprimer  $V_B$  la vitesse du solide  $(S)$  au point  $B$  en fonction de  $V_A, g, AB$  et  $\theta$ . calculer  $V_B$ .

**Partie BC**

Le solide  $(S)$  aborde la partie  $BC$  avec une vitesse  $V$ , passe par le point  $M$  avec une vitesse  $V_M$ .

- 1) Exprimer la vitesse du solide  $(S)$  au point  $M$  en fonction de  $V_B, g, r, \alpha$  et  $\beta$ .
- 2) En déduire que  $R$  peut se mettre sous la forme :  $R_M = mg \left[ 3 \cos(\alpha - \beta) - 2 \cos \alpha - \frac{v_B^2}{rg} \right]$
- 3) Trouver la vitesse  $V_B$  du solide  $(S)$  au point  $B$  sachant que la valeur de la réaction en  $C$  est  $R_C = 2,823\text{ N}$ . on donne  $\alpha = 30^\circ$ .
- 4) En déduire la vitesse  $V_C$  du solide  $(S)$  au point  $C$ .

**Partie CDEM**

En  $C$  solide  $(S)$  poursuit son mouvement en suivant la piste  $CDE$ . Arrivée au point  $E$  avec la vitesse  $V_0$ , le solide quitte la piste et effectue une chute libre. Le point  $E$  est situé à la hauteur  $h = 1,55\text{ m}$  de l'horizontal.

- 1) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du mouvement de  $(S)$  à partir de  $E$  dans le repère  $(O, x, y)$ .
- 2) Sur l'horizontale on dispose convenablement un réceptacle de centre  $M$  d'abscisse  $x_M = 10\text{ m}$ . déterminer la valeur de la vitesse  $V_0$  pour que le solide soit atterri au centre du réceptacle.

**Exercice n°2(6pts)**

Dans tout l'exercice on néglige les frottements. Un solide assimilable à un point matériel  $S$  de masse  $m$  se déplace sur une piste  $ABC$ .

- 1) Le solide est lâché du point  $A$  sans vitesse. Sa position est repérée par l'angle  $\theta = (\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{OA})$ .
  - a) Etablir les expressions de :
    - la vitesse du solide  $S$  en  $M$  en fonction de  $g, r$  et  $\theta$ .
    - la réaction exercée par la piste sur le solide en  $M$  en fonction de  $m, g$  et  $\theta$ .
  - b) Calculer les valeurs de  $v_B$  et  $R$ .
- 2) Calculer la distance  $BC$  pour que le solide arrive en  $C$  avec une vitesse de  $3,5\text{ m/s}$ .
- 3) Le solide quitte la piste en  $C$  avec la vitesse  $v_C$  de valeur  $3,5\text{ m/s}$ . Etablir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie de  $S$  dans le repère  $(C, \vec{i}, \vec{j})$ .
- 4) A quelle distance de  $C$  et à quelle date le solide passe sur le même plan horizontal que  $C$ ? soit  $CK$  cette distance. Quelle est alors sa vitesse ?
- 5) Déterminer le point d'impact  $I$  du solide sur le plan horizontal  $BD$ .

Données :  $\alpha = 20^\circ ; m = 2\text{ kg} ; r = OA = OB = 2\text{ m} ; g = 9,8\text{ m.s}^{-2}$

