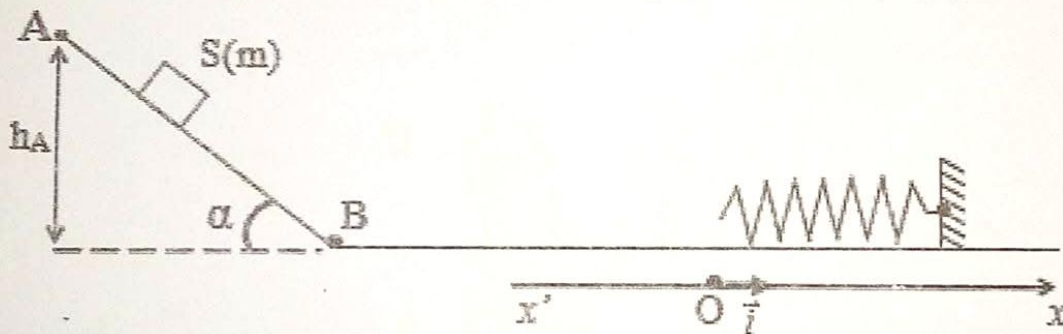


Exercice 3 (5points)

Au cours d'une séance de travaux pratiques, un groupe d'élèves de terminale D est désigné pour faire l'étude d'un oscillateur mécanique.

Le groupe abandonne un solide (S) de masse $m = 2 \text{ kg}$ sans vitesse initiale en un point A d'un plan AB, incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale, d'altitude $h_A = 1,25 \text{ m}$. Le solide glisse sur le plan incliné puis aborde un plan horizontal à partir du point B. Il heurte au point O un ressort de constante de raideur $k = 200 \text{ N.m}^{-1}$, fixé par son autre extrémité. Dès que le choc se produit, le solide (S) reste solidaire du ressort. Il effectue des oscillations autour du point O de l'axe $(x'x)$, parallèle au sol et horizontal.



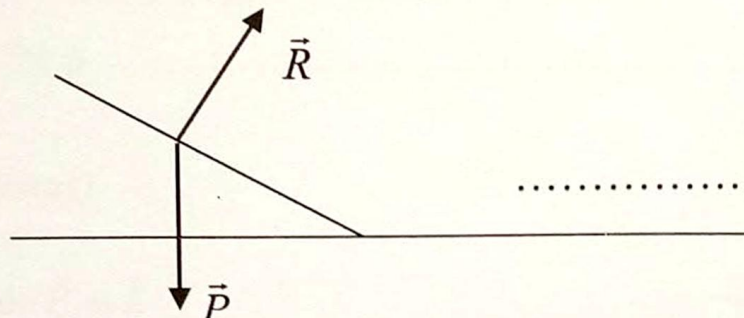
Les frottements sont négligés sur tout le trajet.

On considère l'énergie potentielle de pesanteur nulle au sol.

On donne $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Le groupe te sollicite pour l'aider à rédiger le compte rendu de cette étude.

1.
 - 1.1. Fais le bilan des forces qui s'exercent sur le solide (S) et représente-les sur un schéma.
 - 1.2. Détermine la vitesse V_B du solide (S) au point B en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.
2.
 - 2.1. Montre que la vitesse du solide (S) en O, juste avant le choc est $V_O = 5 \text{ m/s}$.
 - 2.2. Déduis-en l'énergie mécanique de (S), juste avant le choc.
3.
 - 3.1. Détermine l'amplitude X_m du mouvement de l'oscillateur.
 - 3.2. Établis l'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur.
 - 3.3. Déduis-en sa pulsation propre.
 - 3.4. Montre que la loi horaire du mouvement de cet oscillateur s'écrit : $x(t) = 0,5 \cos(10t - \frac{\pi}{2})$
 - 3.5. Détermine la période et la fréquence du mouvement.
 - 3.6. Détermine la date à laquelle le solide repasse en O pour la première fois.

EXERCICE 3 (5 points)**1/ 1.1) Bilan des forces** $\vec{P}$: poids du solide $\vec{R}$: réaction de la piste.**0,25 pt x 2****0,25 pt x 2****1.2) Détermination de la vitesse V_B .**

On a : $V_B = \sqrt{2gh_A}$

$V_B = 5 \text{ m/s.}$

2/ 2.1) La vitesse juste avant le choc.**0,25 pt x 2**D'après la conservation de l'énergie mécanique on a : $Em_B = Em_O \Rightarrow v_O = v_B = 5 \text{ m/s} \dots$ **2.2) L'énergie mécanique.****0,25 pt**

$$Em = \frac{1}{2}mv^2$$

$Em = 25 \text{ J.}$

3) 3.1) Détermination de X_m **0,25 pt x 2**D'après la conservation de l'énergie mécanique on a : $Em = \frac{1}{2}KX_m^2$ d'où $X_m = \sqrt{\frac{2Em}{K}}$

$X_m = 0,5 \text{ m.}$

3.2) Equation différentielle du mouvement

- Système : le solide(S)
- Référentiel terrestre supposé galiléen
- Repère : $(O, \vec{i})$
- Bilan des forces : $\vec{P}$: poids du solide ; $\vec{R}$: réaction du plan ; $\vec{T}$: tension du ressort.
- Appliquons le théorème du centre d'inertie

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a} \quad (1)$$

Projetons (1) dans le repère $(O, \vec{i})$ on a $0 + 0 - T = ma_x$ or $T = Kx$ et $a_x = \ddot{x}$

$$\text{d'où} \quad -Kx = m\ddot{x} \quad \text{on a} \quad \ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0 \dots\dots\dots$$

$$3.3) \text{ La pulsation propre : } \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \text{on a } \omega_0 = 10 \text{ rad/s} \dots\dots\dots$$

3.4) Loi horaire du mouvement

$$\text{On a } x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \text{ et } \dot{x}(t) = -X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\text{à } t=0 \text{ s} \left| \begin{array}{l} x(0) = X_m \cos(\varphi) = 0 \\ \dot{x}(0) = -X_m \omega_0 \sin(\varphi) = v_0 \end{array} \right. \quad \text{On a } X_m \neq 0 \text{ et } \cos(\varphi) = 0 \text{ alors } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ ou } \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$X_m = \frac{-v_0}{\omega_0 \sin(\varphi)} \geq 0 \quad \text{alors } \sin(\varphi) \leq 0 \text{ d'où } \varphi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad} \dots\dots\dots$$

$$\text{On a } x(t) = 0,5 \cos(10t - \frac{\pi}{2}) \dots\dots\dots$$

3.5) Détermination de la période et la fréquence du mouvement.

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad \text{On a } T_0 = 0,63 \text{ s} \quad \text{et} \quad N_0 = \frac{1}{T_0} \quad N_0 = 1,59 \text{ Hz} \dots\dots\dots$$

3.6) Déterminons l'instant auquel le solide repasse en O.

$$t' = \frac{T_0}{2} = 0,31 \text{ s} \dots\dots\dots$$