

ANNEE ACADEMIQUE
2023 - 2024

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

CE : MATHS
Coefficient : 4
Niveau : Tle G
Durée : 03 H

Cette épreuve comporte 2 pages numérotées 1/2 et 2/2.
Chaque exercice est indépendant.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé

EXERCICE 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Écris sur ta copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse. Exemple : 7-A.

N°	Propositions	A	B	C
1	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^3 + 7x - 1}$ est égale à :	$-\infty$	$+\infty$	0
2	$\lim_{x \rightarrow -\infty} -8x^3 + 4x^2 - 6x + 1 =$	$-\infty$	$+\infty$	0
3	La dérivée de $5x^2 - 3x + 1$ est :	$10x^2 - 3x$	$10x - 3x$	$10x - 3$
4	$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{1}{x+4}$ est égale à :	$-\infty$	$+\infty$	0
5	u et v sont deux fonctions, on a : $\left(\frac{u}{v}\right)' =$	$\frac{u'v + v'u}{v^2}$	$\frac{u'v - v'u}{v^2}$	$\frac{u'v - v'u}{u^2}$
6	f est une fonction et f' sa dérivée. Si $f'(x) < 0$ sur I , alors f est :	constante sur I	croissante sur I	décroissante sur I
7	u et v sont deux fonctions, on a : $(u + v)' =$	$u'v + v'u$	$u' + v'$	$u'v - v'u$

EXERCICE 2

Réponds par **Vrai** ou **Faux** à chacune des affirmations suivantes en écrivant le numéro de l'affirmation suivi de la lettre V si l'affirmation est Vraie ou de la lettre F si l'affirmation est Fausse. Exemple : 7-V.

N°	Propositions
1	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^2 - 10x + 6}{x - 2} = +\infty$
2	La limite à l'infini d'une fonction polynôme est égale à la limite à l'infini de son monôme le plus haut degré.
3	Soit la fonction g telle que $g(x) = x^3 - 3x^2 + x - 27$. On a : $g'(x) = 3x^2 - 6x + 1$.
4	P est un polynôme et α un nombre réel. $P(0) = \alpha$ signifie que α est une racine de P .
5	Si $f(x) = \frac{3x^2 + 6x - 1}{x - 2}$, alors $Df = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
6	$\lim_{x \rightarrow -\infty} 7x^2 - 11x - 4 = -\infty$
7	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2 - 6} = 0$

EXERCICE 3

On considère le polynôme P tel que $P(x) = x^3 - 4x^2 - 7x + 10$ où x désigne un nombre réel.

1. a. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2 + x - 2 = 0$.
b. Déduis-en la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation (I) : $x^2 + x - 2 = 0 > 0$.
2. a. Calcule $P(5)$ et tire une conclusion.
b. Ecris P sous la forme $P(x) = (x-5)(ax^2 + bx + c)$ où a , b et c sont des nombres réels non nuls.
3. a. Déduis-en la solution de l'équation $P(x) = 0$.
b. Etudie le signe de P sur $\mathbb{R}$.
c. Déduis-en dans $\mathbb{R}$ la résolution de l'inéquation $P(x) \leq 0$.

EXERCICE 4

On donne la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 1}$ et (cf) sa courbe représentative dans le repère orthonormé (O, I, J) .

PARTIE A

Soit le polynôme Q tel que $Q(x) = x^2 - 2x - 3$.

- 1) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $Q(x) = 0$.
- 2) Justifie que $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; -1[\cup]3; +\infty[; Q(x) > 0 \\ \forall x \in]-1; 3[; Q(x) < 0. \end{cases}$

PARTIE B

1. Détermine l'ensemble de définition D_f .
2. Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
3. Calcule $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et interprète géométriquement ces résultats.
4. a. Démontre que $\forall x \in D_f$, la dérivée $f'(x) = \frac{Q(x)}{(x-1)^2}$.
b. Déduis-en le sens de variation de f sur D_f .
c. Dresse le tableau de variation de f .

EXERCICE 5

Années	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Taux de réussite des examens blancs régionaux X_i en pourcentage	30	40	50	40	25	60
Taux de réussite au Baccalauréat national Y_i en pourcentage	29	32	36	30	28	40

1. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique double dans un repère orthogonal (O, I, J) d'unité graphique : 1Cm pour 5unités.
2. Calculer les coordonnées du moyen G .
3. a) Calculer la variance de X et la variance de Y .
b) Calculer la covariance entre X et Y .
4. a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre les variables X et Y .
b) Le résultat trouvé justifie un bon ajustement ?
5. Déterminer une équation de la droite de régression de X en Y par la méthode des moindres carrés.
6. On suppose qu'une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés est : $y = 0,3x + 20$.
A quel taux de réussite peut-on s'attendre en 2020 si 42 élèves sur 100 sont admis à l'examen régional au plan national, en supposant que la tendance reste inchangée.