EXAMEN DU B.E.P.C. **BURKINA FASO**

SESSION 2020 ***Union - Progrès - Justice***

EPREUVE DE MATHEMATIQUES (1er tour)

(l'usage de la calculatrice n'est pas autorisé)

Durée : 02 heures
Coefficient : 05

Cette épreuve comporte deux (02) parties indépendantes à traiter obligatoirement

Première partie : (10 points)
Dans cette partie, toutes les questions sont indépendantes

I. Pour les 5 questions du I), reproduire le tableau suivant et le compléter par la lettre correspondant à la bonne réponse.

Numéro de la question	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Lettre correspondant à la bonne réponse					

1°) Soit E l'ensemble des réels tels x que $\frac{1}{3} > x$,
Laquelle des égalités suivantes est vraie ? **(1 pt)**

a. $E = [-\frac{1}{3} ; +\infty[$ **b.** $E =]-\infty ; -\frac{1}{3}[$ **c.** $E =]-\frac{1}{3} ; +\infty[$ $E =]-\infty ; -\frac{1}{3} ;]$

2°) Soit f une application linéaire telle que $f(\sqrt{2}) = 2$
Quelle est l'expression $f(x)$ de f ? **(1 pt)**

a. **2x** **b.** $\sqrt{2}.x$ **c.** $2\sqrt{2}.x$ **d.** $\frac{\sqrt{2}}{2}.x$

3°) PQR est un triangle rectangle en Q tel que PQ = 4 cm et $\tan\widehat{PRQ} = \sqrt{3}$. Quelle est la mesure en *cm* du coté [QR] ? **(1 pt)**

a. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ **b.** $\frac{4}{3}$ **c.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **d.** $4\sqrt{3}.x$

4°) Soit le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$. Quelles sont les coordonnées du vecteur $2.\vec{u}$? **(1 pt)**

a. $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$. **b.** $\begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 6 \end{pmatrix}$ **c.** $\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$ **d.** $\begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$

5°) Quelle est la forme factorisée du polynôme $9x^2 + 6\sqrt{2}.x + 2$? **(1 pt)**

a. $(9x + \sqrt{2})^2$ **b.** $(3x + 2)^2$ **c.** $(3x^2 + \sqrt{2})^2$ **d.** $(3x + \sqrt{2})^2$

I. .

1°) Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R} X \mathbb{R}$ le système : $\begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ -2x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$ **(1 pt)**

2°) Soit f l'application affine définie par $f(x) = (2 - \pi)x + 1$

Quel est le sens de variation de f ? Justifier. **(1 pt)**

3°) Soit ABC un triangle tel que $AB = 2\sqrt{2})$; $AC = 5$ et $BC = \sqrt{17}$. Montrez que ABC est un triangle rectangle en B. **(1 pt)**

4°) Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ du plan , on donne : $B(3 ; \frac{1}{2})$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Quelles sont les coordonnées de A ? **(1 pt)**

5°) Raogo est un fonctionnaire âgé de 51 ans**.** Il partira à la retraite à 60 ans et à cet âge, son premier fils Rabila sera trois fois moins âgé que lui. Quel sera l'âge de Rabila ? **(1 pt)**

Deuxième partie : (10 points)

EXERCICE 1. (7 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), on considère les points A(1 ;1) ; B(5 ;0) ; C(7 ; -2) et D(2 ;5).

1°) a) Placer les points A, B , C et D dans le repère. **(1 pt)**

b) Calculer les distances AB, AC et AD. **(1,5 pt)**

c) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont orthogonaux. **(1 pt)**

d) Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier **(1 pt)**

2°) Déterminer une équation de la droite (Δ) passant par C et parallèle à (BD). (**1 pt)**

3°) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABD.

a) Calculer le rayon de (C) puis, déterminer les coordonnées de son centre I. (**1 pt)**

b) Construire (C) dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) **(0,5 pt)**

EXERCICE 2. (3 points)

Soit *f* la fonction rationnelle définie par $f(x) = \frac{3x^2 - 6x}{(x-2)(2x-3)}$

1°) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f . (**0,5 pt)**

2°) Montrer que pour tout $x \in D_f$; $f(x) = \frac{3x}{2x-3}$. **(1,5 pt)**

3°) Déterminer les images par *f* des réels suivants : 0 ; $\frac{1}{2}$; 2 (**0,5 pt)**

4°) Déterminer l'antécédent de -6 par *f*. (**0,5 pt)**

Calculer le rayon de (C) puis

EXAMEN DU B.E.P.C.

SESSION 2020

BURKINA FASO

Union - Progrès - Justice

CORRIGE DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES (1er tour)

Coefficient : 05

Première partie : (10 points)

Dans cette partie, toutes les questions sont indépendantes

I. **Pour les 5 questions du I), reproduire le tableau suivant et le compléter par la lettre correspondant à la bonne réponse.**

Numéro de la question	1	2	3	4	5
Lettre correspondant à la bonne réponse	c	b	a	c	d

I. .

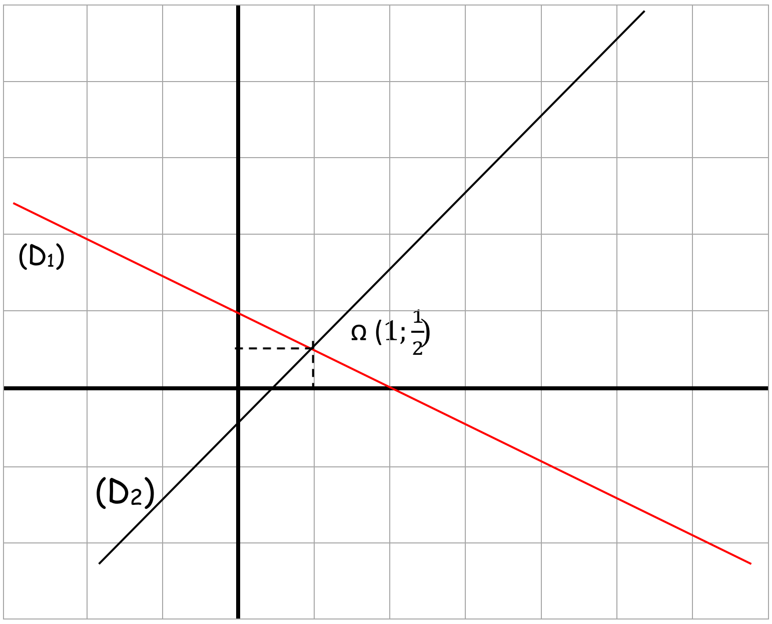
1°) **Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ $X$$\mathbb{R}$ le système :** $\begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ -2x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$

Soit (D_1) : $x + 2y - 2 = 0$

x	0	6
y	1	-2

Soit (D_2) : $-2x + 2y + 1 = 0$

X	0,5	3,5
y	0	3



$S = \left\{(1; \frac{1}{2})\right\}$

2°) **Soit f l'application affine définie par $f(x) = (2 - \pi)x + 1$**

La fonction f est décroissante car $(2 - \pi) < 0$

3°) **Soit ABC un triangle tel que $AB = 2\sqrt{2}$; $AC = 5$ et $BC = \sqrt{17}$. Montrez que ABC est un triangle rectangle en B. (1 pt)**

$AC^2 = 5^2 = 25$

$AB^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$ On remarque que 25 = 8 + 17 , c'est-à -dire $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$BC^2 = (\sqrt{17})^2 = 17$

Donc, ABC est rectangle en B

4°) **Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ du plan , on donne : $B(3 ; \frac{1}{2})$ et $\overrightarrow{AB}\binom{2}{-1}$. Quelles sont les coordonnées de A ? (1 pt)**

Soit A(x ;y)

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3-x \\ \frac{1}{2}-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{cases} 3 - x = 2 \\ \frac{1}{2} - y = -1 \end{cases}$ c'est-à-dire $\begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$ donc, $A(1 ; \frac{3}{2})$

5°) **Raogo est un fonctionnaire âgé de 51 ans. Il partira à la retraite à 60 ans et à cet âge, son premier fils Rabila sera trois fois moins âgé que lui. Quel sera l'âge de Rabila ? (1 pt)**

Soit x, l'age actuel de Rabila

	Age actuel	Age de la retraite (dans 9 ans)
Père	51	60
Fils	x	3(x + 9)

Soit l'équation 3(x + 9) = 60

3x + 27 = 60

3x = 33

X = 11

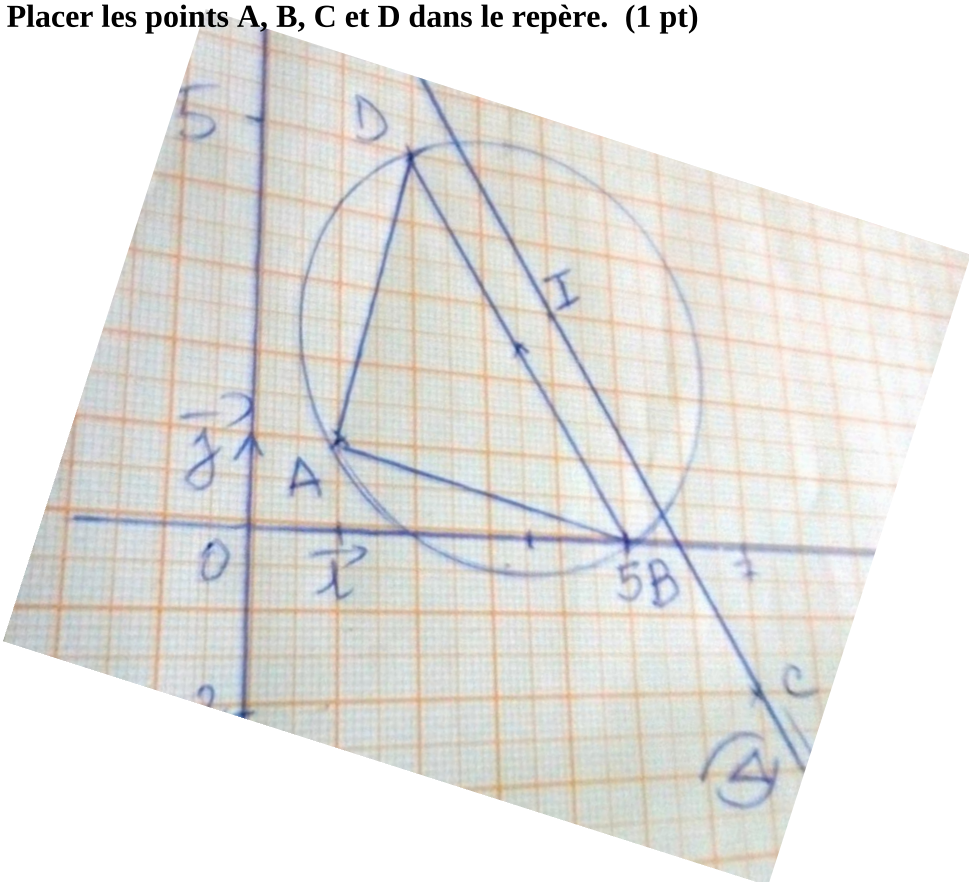
Rabila aura (11 + 9) ans = 20 ans

Deuxième partie : (10 points)

EXERCICE 1. (7 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), on considère les points A(1 ;1) ; B(5 ;0) ; C(7 ; -2) et D(2 ;5).

1°) a) Placer les points A, B, C et D dans le repère. (1 pt)



b) **Calculer les distances AB, AC et AD. (1,5 pt)**

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

AB = $\sqrt{4^2 + (-1)^2}$

AB = $\sqrt{16+1}$

AB = $\sqrt{17}$

$\boxed{AB = \sqrt{17}}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$

AC = $\sqrt{6^2 + (-3)^2}$

AC = $\sqrt{36+9}$

AC = $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$\boxed{AC = 3\sqrt{5}}$

$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

AD = $\sqrt{1^2 + 4^2}$

AD = $\sqrt{1+16}$

AD = $\sqrt{17}$

$\boxed{AD = \sqrt{17}}$

c) **Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont orthogonaux. (1 pt)**

$\overrightarrow{AB}\binom{4}{-1}$ et $\overrightarrow{AD}\binom{1}{4}$ On a (4x1) + (-1x4) = 4 – 4 = 0. Donc, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont orthogonaux.

d) **Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier (1 pt)**

Le triangle ABD est un triangle isocèle car AB = AD = $\sqrt{17}$

e) **Déterminer une équation de la droite (Δ) passant par C et parallèle à (BD). (1 pt)**

Soit M(x ;y) ∈ (Δ).
Donc, $\overrightarrow{CM}\binom{x-7}{y+2}$ et $\overrightarrow{BD}\binom{-3}{5}$ sont parallèles et colinéaires

$Donc, \det(\overrightarrow{CM};\overrightarrow{BD}) = \begin{vmatrix} x-7 & -3 \\ y+2 & 5 \end{vmatrix} = 0$

Donc, 5(x – 7) – (-3)(y + 2) = 0
5x – 35 + 3y + 6 = 0

(Δ) : 5x + 3y – 29 = 0 est une équation de la droite (Δ) passant par C et parallèle à (BD).

Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABD.

a) **Calculer le rayon de (C) puis, déterminer les coordonnées de son centre I.** (**1 pt)**

Comme le triangle ABD est un triangle isocèle, alors le centre du cercle qui lui est circonscrit est le milieu I de [DB]

$X_I = \frac{5+2}{2}$ et $Y_I = \frac{0+5}{2}$, c'est-à-dire $I(\frac{7}{2};\frac{5}{2})$

b) **Construire (C) dans le repère (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) (0,5 pt)**

(voir construction)

EXERCICE 2. (3 points)

Soit f la fonction rationnelle définie par $f(x) = \frac{3x^2 - 6x}{(x-2)(2x-3)}$

1°) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f . (0,5 pt)

f est définie si et seulement si (x – 2) ≠ 0 ou 2x – 3 ≠ 0
c'est-à-dire x ≠ 2 ou x ≠ $\frac{3}{2}$
$D_f = \mathbb{R} - \{2 ; \frac{3}{2}\}$

2°) Montrer que pour tout $x \in D_f$; $f(x) = \frac{3x}{2x-3}$. (1,5 pt)

Pour tout $x \in D_f$; $f(x) = \frac{3x^2 - 6x}{(x-2)(2x-3)} = \frac{3x(x-2)}{(x-2)(2x-3)}$

après simplification par (x – 2), on remarque que pour tout $x \in D_f$; $f(x) = \frac{3x}{2x-3}$.

3°) Déterminer les images par *f* des réels suivants : 0 ; $\frac{1}{2}$; 2 (0,5 pt)

L'image par f de 0 est $f(0) = \frac{3.0}{2.0-3}$ = 0 donc, $f(0)$ = 0

L'image par f de $\frac{1}{2}$ est $f(\frac{1}{2}) = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{2}-3} = \frac{\frac{3}{2}}{1-3} = \frac{\frac{3}{2}}{-2} = \frac{3}{4}$. Donc, $f(\frac{1}{2}) = \frac{3}{4}$

L'image par f de 2 est $f(2) = \frac{3x}{2x-3} = \frac{3.2}{2.2-3} = \frac{6}{1}$ = 6. Donc, $f(2)$ = 6

4°) Déterminer l'antécédent de -6 par *f*. (0,5 pt)

$\frac{3x}{2x-3}$ = -6

-6(2x – 3) = 3x

-12x + 18 = 3x

-15x = -18, soit $x = \frac{-18}{-15} = \frac{6}{5}$

l'antécédent de -6 par f est $\frac{6}{5}$