

**Exercice 1** – Voulant évaluer rapidement les résultats obtenus par ses 200 élèves-ingénieurs lors d'un partiel, un professeur décide de corriger quelques copies tirées au hasard. Il admet par ailleurs que les notes de ses élèves suivent une loi normale variance 4.

- a) Le professeur corrige un échantillon de 7 copies et trouve une moyenne de 11. Quelle est l'intervalle de confiance à 95 % de la moyenne des 200 copies ?
- b) Combien de copies le professeur doit-il corriger s'il veut situer la moyenne générale de ses élèves dans un intervalle d'amplitude 2, avec un risque de 5% ?
- c) En trouvant une moyenne égale à 11, combien de copies le professeur devrait il corriger pour pouvoir dire, avec un risque de 1%, que la moyenne de tous les élèves est supérieure à 10 ?

**Exercice 2** - Dans cette partie, on suppose que  $m$  et  $\sigma$  sont inconnus.

On relevé dans le tableau suivant les résultats de 10 pesées d'un même objet :

Masse (en g)	72,20	72,24	72,26	72,30	72,36	72,39	72,42	72,48	72,50	72,54
-----------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Les résultats seront arrondis au centième le plus proche.

- 1°) Calculer la moyenne et l'écart –type de cet échantillon
- 2°) En déduire les estimations ponctuelles de la moyenne  $m$  et de l'écart-typa  $\sigma$  de  $X$
- 3°) Dans la suite, on admet que la variable aléatoire qui à tout échantillon de 10 pesées associe la moyenne  $\bar{X}$  de ces pesées suit une loi normale. En prenant pour écart-type la valeur estimée en 2°) donner un intervalle de confiance au seuil de 5% de la moyenne  $m$ .
- 4°) L'écart-type de l'appareil de pesée, mesuré à partir de nombreuses études antérieures, est en réalité, pour un objet ayant environ cette masse, de 0,08. Dans cette question on prend donc  $\sigma = 0,08$ . Donner un intervalle de confiance au seuil de 5% de la moyenne  $m$ .

**Exercice 3** – Lors d'un sondage précédant des élections, 500 personnes ont été interrogées. Bien que ce ne soit pas en pratique, on suppose pour simplifier les calculs que les 500 personnes représentent un échantillon indépendant et identiquement distribué de la population.

Sur les 500 personnes, 150 ont répondu vouloir voter pour le candidat  $C_1$  et 140 pour le candidat  $C_2$ .

1. Donner une estimation ponctuelle des intentions de votes, sous forme de pourcentage.
2. Donner un intervalle de confiance à 95% pour les intentions des votes de chacun des deux.

**Exercice 4** - le gouvernement d'un pays démocratique souhaite connaître la proportion  $p$  d'électeurs en accord avec un nouveau texte de loi (« le mariage pour tous » par exemple). Pour cela il organise un sondage sur un échantillon aléatoire  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , et sur 100 personnes interrogées, 80 pensent voter oui.

1. Proposer un estimateur sans biais de  $p$ .
2. Déterminer un intervalle de confiance pour  $p$  au niveau de confiance 95%.

Exercice 5 - En admettant que l'ensemble des notes à une épreuve d'examen est normalement distribué, déterminer :

- a) au niveau de confiance de 95%, l'intervalle de confiance de la note moyenne des candidats, sachant que sur un échantillon aléatoire de 45 candidats on a obtenu une note moyenne de 7,5 avec une variance de 0,64.
- b) L'intervalle de confiance, au niveau de confiance de 99%, de la note moyenne des candidats, sachant que sur un échantillon aléatoire de 25 candidats on a obtenu une note moyenne de 7,5 avec une variance de 0,66.

Exercice 6 - Une entreprise produit des ampoules électriques. Le responsable de la fabrication souhaite contrôler périodiquement la qualité des ampoules d'un certain type. Pour cela il prélève chaque mois un lot de 150 ampoules parmi les 3000 qui sont produites et les fait fonctionner de façon continue. Les durées de vie des 150 ampoules ont été mesurées en heures; et le tableau suivant présente les résultats observés.

Classes	Effectifs
[ 500 , 550[	10
[ 550 , 600[	30
[ 600 , 650[	35
[ 650 , 700[	45
[ 700 , 750[	25
[ 750 , 800[	5

1°) Dans cette question, on veut estimer la durée moyenne de vie des 3000 ampoules. Proposer un estimateur pour ce paramètre et indiquer ses propriétés. En déduire une estimation de la moyenne  $m$ .

2°) À partir des résultats observés et en utilisant l'estimateur précédent, construire un intervalle de confiance de 98% pour la moyenne  $m$  des durées de vie des 3000 ampoules.