D

RÉPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
UNION - DISCIPLINE - TRAVAIL

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
DE LA RECHERCHE ET DE L'INNOVATION TECHNOLOGIQUE

UNIVERSITE DE COCODY

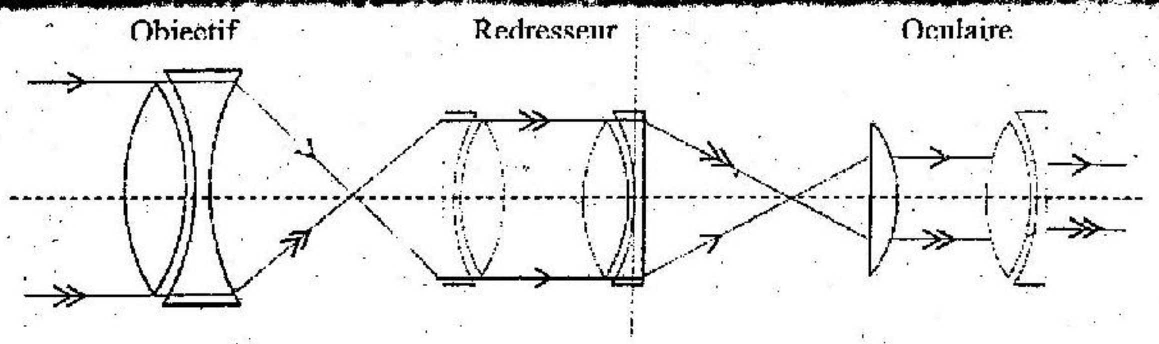
UNITE DE FORMATION ET DE RECHERCHE
SCIENCES DES STRUCTURES DE LA MATIERE
ET DE TECHNOLOGIE

DIPLÔME D'ETUDES UNIVERSITAIRES GENERALES (DEUG)

PREMIÈRE ANNÉE
PC – MPCT – MPT – MI

OPTIQUE

SUJETS D'EXAMENS ET EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES CORRIGÉS



DR DIAWARA ADAMA
MAÎTRE ASSISTANT
AU LABORATOIRE DE PHYSIQUE DE L'ATMOSPHÈRE
ET DE MÉCANIQUE DES FLUIDES (LAPA-MF)

Première session 1991-1992 PC1

Exercice 1 : Dioptre plan

Une piscine à fond plan horizontal, de profondeur d, est remplie d'eau. Un observateur regarde dans cette piscine selon une direction faisant un angle φ avec la normale au plan horizontal.

1/ n et n' étant les indices de réfraction respectifs de l'air et de l'eau, déterminer en fonction de d, n, n' et $\sin\varphi$, la profondeur d' que paraît avoir la piscine pour cet observateur.

2/ Calculer cette profondeur apparente, dans le cas où l'observateur regarde verticalement dans la piscine.

On donne : d = 3 m ; n' = 4/3.

Exercice 2 : Prisme de petit angle

Un rayon lumineux tombe normalement sur la face d'entrée d'un prisme de petit angle α. Sur la face de sortie, il est partiellement réfracté et partiellement réfléchi. Le rayon réfléchi frappe la face d'entrée à nouveau et en émerge selon une direction faisant un angle de 6°30' avec la direction du rayon incident. Le rayon réfracté subit une déviation de 1°15' par rapport au rayon incident.

1/ Calculer l'indice de réfraction et l'angle du prisme.

2/ Pour quelles valeurs de α le rayon réfléchi émerge-t-il effectivement de la face d'entrée du prisme ?

Première session 1993-1994 PC1-MPCT1-MPT1

Exercice 1 :

Les indices de réfraction de deux (2) verres sont donnés en fonction de la longueur d'onde λ par :

$$N(\lambda) = 1{,}50 + \frac{0{,}0044}{\lambda^2}$$

(λ en microns)

$$n(\lambda) = 1{,}46 + \frac{a}{\lambda^2}$$

1°/ a) Déterminer a pour que les deux (2) verres aient le même indice pour $\lambda = 0{,}5\mu m$.

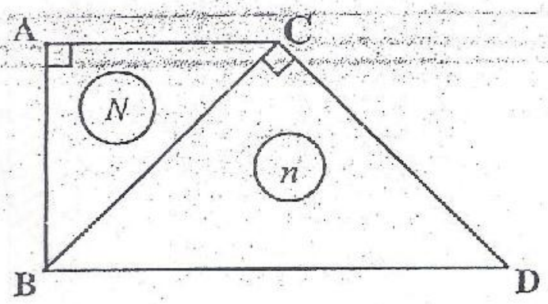
b) Quel est le plus réfringent des deux (2) verres ?

On commencera par représenter, sur le même graphique, les courbes $N(\lambda)$ et $n(\lambda)$.

2°/ On accole deux (2) prismes rectangles isocèles comme l'indique la figure. Un faisceau de rayons parallèles arrive normalement à la face AB et subit une réfraction sur la face BC. Etablir les relations liant les indices n et N pour que ce faisceau émerge par la face BD après avoir subi une réflexion totale sur la face CD.

3°/ a) Les relations ci-dessus sont-elles satisfaites pour les trois (3) longueurs d'onde suivantes : $0{,}4\mu m$ (violet), $0{,}5\mu m$ (jaune) et $0{,}7\mu m$ (rouge) ?

b) Représenter sur un schéma la marche de ces trois (3) radiations à travers le système optique proposé.



<u>Exercice 2 :</u>

Un système optique comprend deux (2) lentilles et un (1) prisme d'angle au sommet $\varphi = 0{,}1$ rad (voir figure).
On veut obtenir sur un écran l'image d'une fente donnée par ce système. Le faisceau lumineux doit être parallèle entre les lentilles. L'indice de réfraction du prisme est :

$$n(\lambda) = 1{,}50 + 0{,}02\frac{(\lambda - \lambda_0)}{\lambda_0}, \text{ où } \lambda_0 = 5000\,\text{Å}.$$

Le système est réglé avec une lumière de longueur d'onde 5000 Å.

1°/ a) Montrer que le faisceau peut être parallèle entre les deux lentilles, malgré la présence du prisme entre elles.

b) Quelles sont les distances focales des lentilles ?

2°/ a) En assimilant le système optique proposé à l'association des deux lentilles, déterminer les positions de ses foyers principaux et de ses points principaux.

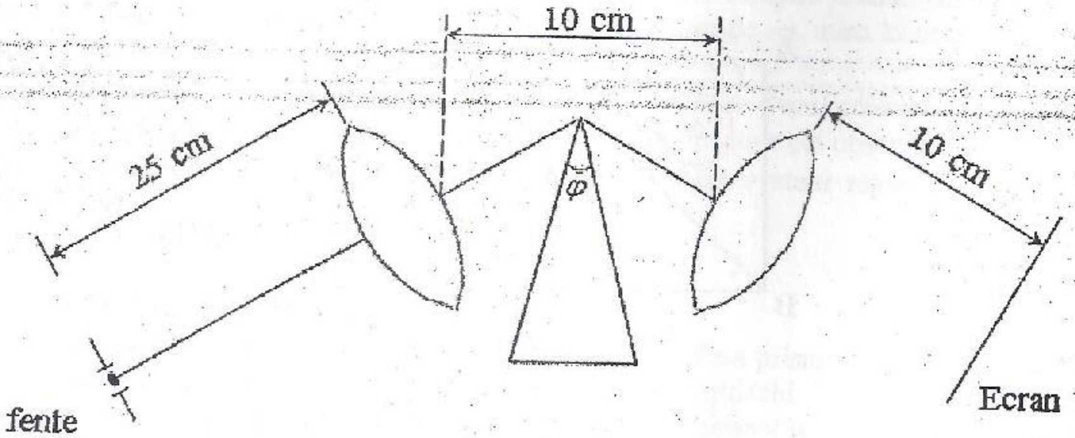
b) Faites un schéma indiquant la marche des rayons de la fente à l'écran, c'est-à-dire de l'objet à l'image. (Echelle : 1/3).

c) Calculer le grandissement linéaire de la fente sur l'écran.

L'image est-elle inversée ou droite, rétrécie ou agrandie ?

d) La fente étant petite et les rayons paraxiaux, montrer que les grandissements linéaire et angulaire sont inverses. En déduire le grandissement angulaire de la fente sur l'écran.

3°/ On choisit maintenant une lumière de longueur d'onde λ=5050 Å. Quelle déviation obtient-on alors par rapport à l'axe précédemment défini ?



Deuxième session 1993-1994 PC1-MPCT1-MPT1

Exercice 1

Un rayon lumineux entre par la face **BA** d'un prisme à angle droit **Â**, en incidence rasante. Il émerge de la face adjacente **AC** avec un angle θ par rapport à la normale.

1°) Calculer θ uniquement en fonction de i_c, l'angle critique du matériau réfringent dont est fait le prisme.

2°) Pour quelles valeurs de l'indice de réfraction du prisme le rayon lumineux émerge-t-il effectivement de la face AC ?

Exercice 2

A)

1°) Qu'est-ce qu'un dioptre plan ?

2°) Démontrer qu'il n'y a pas de stigmatisme rigoureux dans le cas d'un dioptre plan.

Pour cela on établira la relation liant la position d'un objet ponctuel **A** et celle de son image **A'** à travers le dioptre plan.

3°) Que devient la relation ci-dessus dans le cas du stigmatisme approché ?

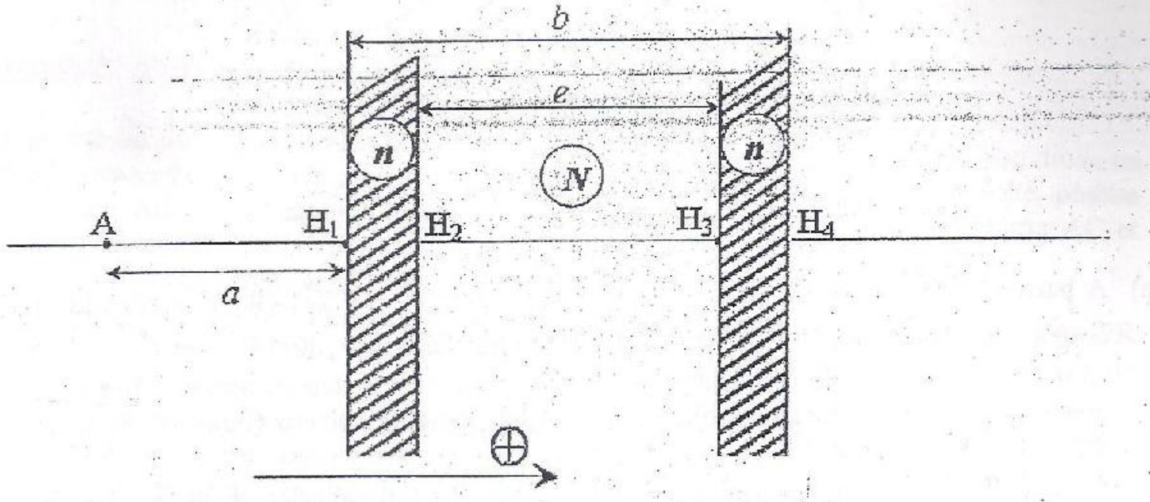
B)

Une source ponctuelle monochromatique **A** est placée à la distance a de la face d'entrée d'un système optique constitué de lames à faces parallèles et planes (voir figure).

1°) Construire la marche d'un rayon lumineux de l'objet **A** à son image **A'** à travers le système.

2°) Calculer le déplacement apparent de l'objet $\overline{AA'}$. (On se placera dans les conditions de stigmatisme approché).

Application numérique : $b=30\ cm$; $e=15\ cm$; $n=1,50$; $N=1,75$.



$(H_1H_2 = H_3H_4)$

Première session 1995-1996 PC1-MPCT1-MPT1

Recherche des positions des points principaux d'une lentille demi-boule

Une demi-sphère en verre d'indice $n=1,5$, de centre C, de sommet S et de rayon $R=4,5\ cm$ constitue une lentille demi-boule. La face sphérique, par laquelle la lumière pénètre dans la lentille, baigne dans l'air d'indice n_0 , tandis que la face plane baigne dans l'eau d'indice $n_1=1,33$.

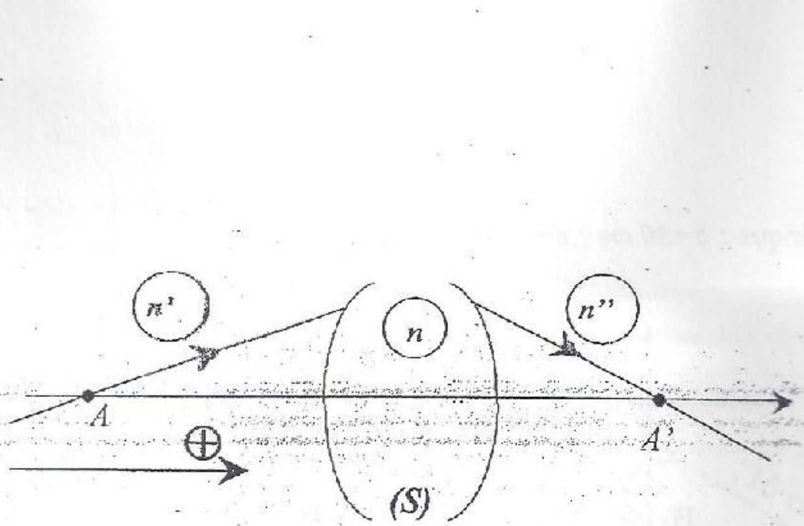
A- Méthode classique

1) Etablir, dans les conditions de stigmatisme approché, les relations de conjugaison (position et grandissement transversal) de cette lentille, l'origine étant prise au centre C.

2) Déterminer littéralement, puis numériquement, les positions (par rapport à C) des points principaux H et H' de cette lentille.

B- Méthode matricielle

1) On considère, dans les conditions de l'approximation de Gauss, le système centré dioptrique *(S)* suivant :



a) A partir de la formule de Newton : $\gamma = -f / \overline{FA} = -\overline{F'A'} / f'$, établir la relation de conjugaison liant n', n'', $\overline{HA}$, $\overline{H'A'}$ *et* f'. On rappelle que γ, F et F', f et f', H et H' sont respectivement le grandissement transversal, les foyers principaux (objet et image), les distances focales (objet et image), les points principaux (objet et image) de *(S)*, et que $f / f' = -n' / n''$.

b) En déduire la matrice de transfert M entre les plans principaux π et π' de *(S)*. On prendra comme deuxième élément de la matrice colonne (d'entrée ou de sortie) l'angle α entre l'axe optique et le rayon lumineux (incident ou émergent).

2) a) Déterminer littéralement la matrice de transfert M_L entre les plans principaux P et P' de la lentille demi-boule étudiée auparavant. On appellera h la distance entre P et la face d'entrée de la lentille, et h' la distance entre la face de sortie de la lentille et P'.

b) En déduire les distances $\overline{CH}$ et $\overline{CH'}$ séparant le centre C des points principaux H et H' de la lentille.

Deuxième session 1995-1996 PC1-MPCT1-MPT1

Exercice 1 : Matrice de transfert d'une lentille épaisse

Déterminer la matrice de transfert M d'une lentille épaisse biconvexe d'indice n, d'épaisseur e, de rayons r_1 et r_2, r_1 étant le rayon de la face d'entrée de la lentille.
On prendra comme deuxième élément de la matrice colonne (d'entrée ou de sortie) l'angle α entre l'axe optique et le rayon lumineux (incident ou émergent), et on écrira les éléments de M uniquement en fonction des données du problème.

Exercice 2 : Fibre optique à saut d'indice

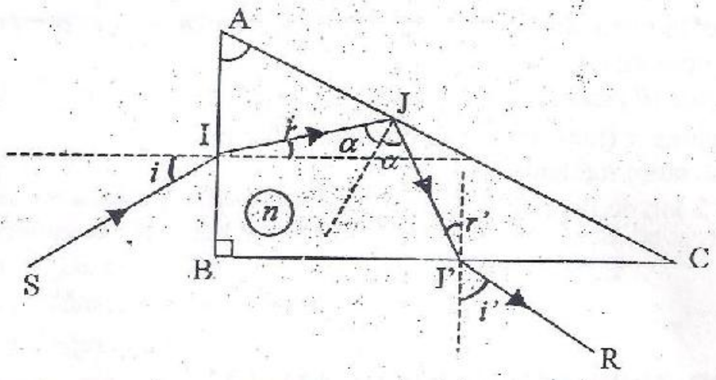
Une fibre optique cylindrique, placée dans l'air (d'indice n_0) est constituée d'un cœur cylindrique transparent d'axe Ox, d'indice constant n_1, entouré d'une gaine transparente d'indice constant n_2 (inférieur à n_1).
Un rayon lumineux *(R)* monochromatique dans l'air atteint la face d'entrée de la fibre optique en O, sous l'angle d'incidence θ. On donne : $n_0=1,000$; $n_1=1,515$; $n_2=1,490$.

Montrer que le rayon *(R)* ne peut se propager à l'intérieur de la fibre (guidage du rayon dans le cœur) que si l'angle d'incidence θ est inférieur à une valeur limite θ_0 qu'on exprimera en fonction de n_0, n_1 et n_2. Calculer l'angle d'acceptance θ_0.

Exercice 3 : Prisme à déviation $\pi/2$

Un prisme de verre, d'indice $n=1,60$ pour la radiation jaune utilisée, a pour section droite un triangle rectangle **ABC**. Un rayon lumineux **SI**, situé dans le plan de section droite, pénètre par la face **AB** sous l'angle d'incidence i, se réfléchit totalement sur l'hypoténuse **AC** et émerge à travers **BC** ; on notera i' l'angle d'émergence.

1) Calculer la déviation du rayon en fonction de i et i'.
2) On donne A=60°. Pour quelle valeur de l'angle d'incidence i le rayon émergent **I'R** est-il perpendiculaire au rayon incident **SI** ? En déduire les valeurs des angles de réfraction et de réflexion.
3) Le prisme et le rayon incident demeurent fixes ; on utilise une lumière bleue pour laquelle l'indice du prisme devient $n + dn$.
   a) Exprimer en fonction de l'angle A le pouvoir dispersif di'/dn.
   b) On donne $dn=1,5.10^{-3}$. Dans quel sens et de quel angle tourne le rayon émergent ?



Deuxième session 1998-1999 PC1-MPCT1-MPT1

Exercice 1 : Dioptre plan

A/ Questions de cours

1) Qu'est-ce que la réfraction ?
2) Rappeler, sans les démontrer, les deux lois de la réfraction.
3) On considère un dioptre plan (Σ) séparant deux milieux (1) et (2) transparents homogènes isotropes d'indices respectifs n_1 et n_2 ($n_2 < n_1$).

Tout rayon lumineux issu du milieu (1) se réfracte-t-il sur (Σ) ? (Justifiez votre réponse).

B/ Exercice d'application

Une source lumineuse S est placée au fond d'un bassin de profondeur 1m rempli d'eau. Elle émet dans toutes les directions.

1) Quelle figure observe-t-on à la surface de l'eau ?
2) Donner les caractéristiques de cette figure.
On rappelle que l'indice de réfraction de l'eau est 4/3.

Exercice 2 : Fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique cylindrique placée dans l'air (d'indice n_o) est constituée d'un cœur cylindrique transparent d'axe Ox, de rayon R_1 et d'indice constant n_1, entouré d'une gaine transparente d'indice constant n_2 (inférieur à n_1).

Un rayon lumineux (R) monochromatique dans l'air atteint la face d'entrée de la fibre optique en O, sous l'angle d'incidence θ . On donne n_o=1,000 ; n_1=1,515 ; n_2=1,490 ; R_1=40 µm et la célérité $c=3.10^8$ m/s de la lumière dans le vide.

1/ Montrer que le rayon (R) ne peut se propager à l'intérieur de la fibre (guidage du rayon dans le cœur) que si l'angle d'incidence θ est inférieur à une valeur limite θ_o qu'on exprimera en fonction de n_o, n_1 et n_2. Calculer l'angle d'acceptance θ_o.

2/ Exprimer les chemins optiques $[L_1]$ et $[L]$ suivis par (R) respectivement :

a) entre le point O et le premier point A_1 où (R) coupe l'axe Ox, en fonction de n_o, n_1, θ et R_1 ;

b) entre le point O et la sortie de la fibre de longueur $\ell >> OA_1$, en fonction de n_o, n_1, θ et ℓ.

3/ a) Un détecteur placé dans le cœur de la fibre, dans le plan d'équation x = cte, perçoit à l'instant τ le signal lumineux émis en O(x = 0) à l'instant t = 0.
Exprimer τ en fonction de n_o, n_1, θ, x et c.

b) Dans le cas où θ=0 exprimer τ (noté alors τ_o), en fonction de n_1, x et c.
Retrouver ce résultat par une autre méthode.

c) Le détecteur étant à x = 2 km de l'entrée O, calculer τ_o.

Première session 1999-2000 PC1-MPCT1-MPT1

Exercice 1 : Réfraction-Réflexion totale

Une couche de sol (C_1) plane et homogène, s'étend de la surface du sol à la profondeur H. Elle repose sur une autre couche de sol (C_2) homogène, de nature différente.

On provoque au point E de la surface du sol une explosion qui a pour effet de créer une onde sismique P qui se propage dans la couche (C_1) avec la vitesse V_1 et dans la couche (C_2) avec la vitesse V_2 supérieure à V_1.

La trajectoire suivie par l'onde dans la couche (C_1) fait un angle de 30° avec la verticale EZ du point d'explosion. (EZ est orientée vers le bas).

1/ Que représente la surface de séparation des couches de sol (C_1) et (C_2) ?

2/ Quelles valeurs le rapport V_1/V_2 doit-il prendre, pour que l'onde sismique se réfracte à la profondeur Z=H ?

3/ On donne au rapport V_1/V_2 la valeur 2/5.

a) Montrer que dans ce cas l'onde sismique subit une réflexion totale à la profondeur Z=H.

b) Pour capter l'onde ainsi réfléchie, on place à la surface du sol un géophone G.

A quelle distance x du point d'explosion E faut-il placer ce géophone ? On donne : H=10 m.

Exercice 2 : Prisme

On place dans l'air un prisme d'angle au sommet A et d'indice n. Un rayon lumineux monochromatique pénètre dans ce prisme avec l'angle d'incidence i_1 et en émerge avec l'angle de réfraction i_2.

1/ Calculer la déviation δ subie par le rayon lumineux pendant la traversée du prisme en fonction de i_1, i_2 et A.

2/ Calculer δ en fonction de i_1, A et n.

3/ Calculer $\left(\dfrac{\partial \delta}{\partial n}\right)_{i_1=cte, A=cte}$ en fonction de i_1, A et n.

Exercice 3 : Lame à faces parallèles

Une lame à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice n, est placée dans l'air. Un point objet A situé sur l'axe optique (orienté dans le sens de propagation de la lumière) envoie des rayons lumineux paraxiaux sur la lame.

A – Etude classique :

1/ Faire le schéma indiquant la marche d'un rayon lumineux à travers la lame et l'image **A'** de A.

2/ Calculer le déplacement apparent de l'objet $\overline{AA'}$ en fonction de e et n.

B – Etude matricielle :

1/ Déterminer la matrice de transfert de la lame :

a) en établissant des relations linéaires entre les éléments de la matrice colonne de sortie (l' et α') et ceux de la matrice colonne d'entrée (l et α).

b) en considérant la lame comme une suite d'éléments.

2/ En déduire l'expression de $\overline{AA'}$.

Première session 2000-2001 PC1-MPCT1-MPT1

Exercice 1 : Question de cours

Etablir l'invariant fondamental du dioptre sphérique.

Exercice 2 : Prisme

Un prisme d'angle Â et d'indice n est représenté dans un plan de section principale par un triangle ABC rectangle en A. Il reçoit dans ce plan un rayon qui arrive sur AB sous l'incidence i au-dessus de la normale.

1/ Trouver la condition liant les angles i, B et l'indice n pour qu'il y ait réflexion totale sur BC.

2/ Après réflexion totale sur BC, le rayon émerge par AC.

Calculer la déviation D en fonction des angles d'incidence i et d'émergence i' du prisme.

Pour quelles valeurs de l'indice n la déviation D prend-elle la valeur 90° ?

Exercice 3 : Lentilles minces (Doublet 2 , 3 , –3)
Soit un système centré formé de deux lentilles minces : une lentille convergente L_1 de sommet S_1, de distance focale image 2a et une lentille divergente L_2 de sommet S_2, de distance focale image –3a (a > 0). La distance entre les deux lentilles est égale à 3a. Le système ainsi constitué porte le nom de doublet de formule : 2, 3, -3.
Soit AB un objet virtuel situé perpendiculairement à l'axe entre les deux lentilles et tel que : $\overline{S_1A} = \overline{AS_2}$.
1/ Déterminer la position de l'image de cet objet virtuel AB et construire ladite image dans les deux cas suivants :

a) Si la lumière rencontre d'abord la lentille convergente.
b) Si les deux lentilles sont inversées de sorte que la lumière rencontre d'abord la lentille divergente.

On orientera l'axe optique dans le sens de propagation de la lumière ; on donnera la position de l'image par rapport au sommet de la dernière lentille rencontrée par la lumière.
2/ Calculer la taille de l'image dans les deux cas précédents sachant que celle de l'objet AB est $\frac{3a}{4}$.

Deuxième session 2000-2001 PC1-MPCT1-MPT1

Exercice 1 : Prisme (Conditions d'émergence)
On place dans l'air un prisme d'angle au sommet A et d'indice n. Un rayon lumineux monochromatique pénètre dans ce prisme avec l'angle d'incidence i.
1/ Donner, sans aucune démonstration, les conditions d'émergence du rayon incident.
2/ Si n = 1,5 , A = 60° et i = 25° , le rayon incident émerge-t-il du prisme ? (Expliquez votre réponse).

Exercice 2 : Téléobjectif
Un téléobjectif est constitué de deux lentilles minces coaxiales, l'une L_1 convergente de distance focale $f_1' = 10$ cm et l'autre L_2 divergente de distance focale $f_2' = -4$ cm. Lorsque le téléobjectif est mis au point sur l'infini, son encombrement (distance de la lentille L_1 à la plaque photographique) est D = 19 cm.

1/ Calculer la distance $e = O_1O_2$ entre les centres optiques de L_1 et L_2. En déduire le symbole du doublet équivalent au téléobjectif.
On supposera que e < D.
On rappelle également que le téléobjectif étant mis au point sur l'infini, on obtient à partir d'un objet situé à l'infini, une image nette sur la plaque disposée dans le plan focal image du téléobjectif.

2/ Déterminer les positions (par rapport à L_1) du foyer objet F et du foyer image F' de ce téléobjectif.
On utilisera la formule de Newton : $\overline{FA}.\overline{F'A'} = -f'^2$.

3/ a) Calculer la distance focale f ' de ce téléobjectif ; en déduire l'avantage du téléobjectif par rapport à un appareil photographique à objectif simple de même focale f '.
On utilisera la relation de Gullstrand : $V = V_1 + V_2 - e.V_1.V_2$, où V, V_1 et V_2 sont les vergences du téléobjectif, de L_1 et de L_2 respectivement.
b) Positionner les points principaux H et H' de ce doublet.

4/ a) Calculer la dimension de l'image d'une tour très éloignée de faible diamètre apparent α. (tour de 30 m de haut située à 1 km).
On commencera par calculer le diamètre apparent α , c'est-à-dire l'angle sous lequel cette tour de 30 m est vue par un observateur placé à 1 km d'elle.
b) Calculer la distance focale f '' de la lentille mince unique qui donnerait de cette tour une image de même dimension que celle du téléobjectif.

Première session 2001-2002 PC1-MPCT1-MPT1

Exercice 1 : Analogie onde lumineuse – onde électromagnétique
Une onde électromagnétique plane progressive sinusoïdale, de fréquence ν, et polarisée rectilignement dans la direction oy, se propage dans le vide, le long de l'axe x'x dans le sens négatif (x < 0).
En utilisant la fréquence ν et la célérité c de l'onde dans le vide :

1/ Calculer le champ électrique $\vec{E}$ de cette onde.

2/ a) Déterminer de deux façons différentes le champ magnétique $\vec{B}$ de cette onde.
b) En déduire pour $\vec{B}$:
- l'amplitude $\vec{B_o}$;
- la phase Φ à la date t ;
- la phase Φ_o à l'origine des dates.

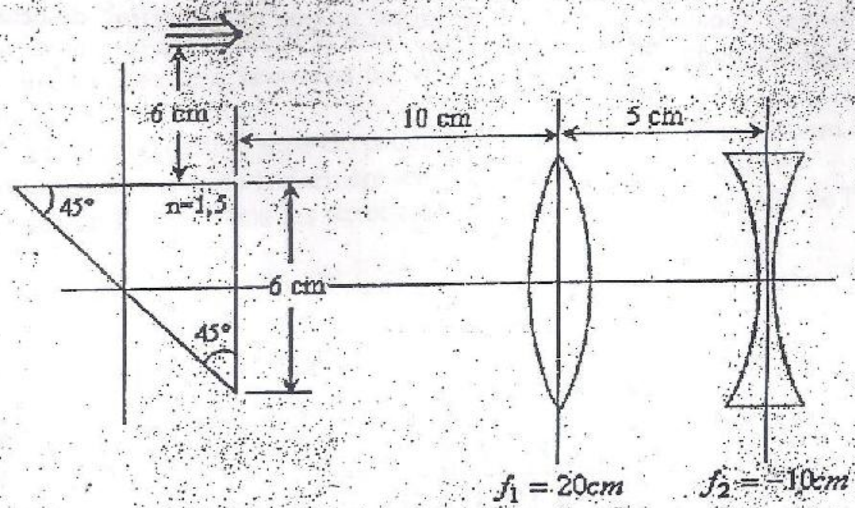
3/ Le milieu de propagation étant non absorbant :
a) Déterminer la surface équiphase Σ_t à une date t donnée.
b) Σ_t est-elle aussi une surface d'onde ? (expliquez votre réponse).

4/ a) Calculer le vecteur de Poynting $\vec{P}$.
b) En déduire la direction des rayons lumineux.
On assimilera l'onde électromagnétique considérée à une onde lumineuse.

5/ a) Représenter sur une même figure les rayons lumineux et les surfaces d'onde.
b) Le théorème de Malus est-il vérifié ici ?

Exercice 2 : Système prisme – lentilles

Un système optique est constitué d'un prisme et de deux lentilles minces (voir figure).
L'objet (la flèche) ayant 1 cm de long, déterminer la position et la taille de l'image finale.
Cette image est-elle réelle ou virtuelle ? Peut-on alors la recueillir sur un écran ?
Faire le schéma du système optique, et y représenter l'objet et son image finale.



Deuxième session 2001-2002 PC1-MPCT1-MPT1

Exercice 1/3 : Questions de cours (Loupe, Système afocal)

A/ 1/ L'image A'B' d'un objet AB à travers une loupe est-elle :

a) droite ou renversée ?
b) réelle ou virtuelle ?
c) agrandie ou rétrécie ?

2/ La loupe étant assimilée à une lentille mince convergente, construisez l'image A'B' d'un objet AB à travers la loupe, en utilisant 3 rayons lumineux distincts.

B/ 1/ Qu'est-ce qu'un système afocal ?

2/ A partir de deux lentilles minces convergentes, construisez un système afocal. (Faire simplement un schéma).

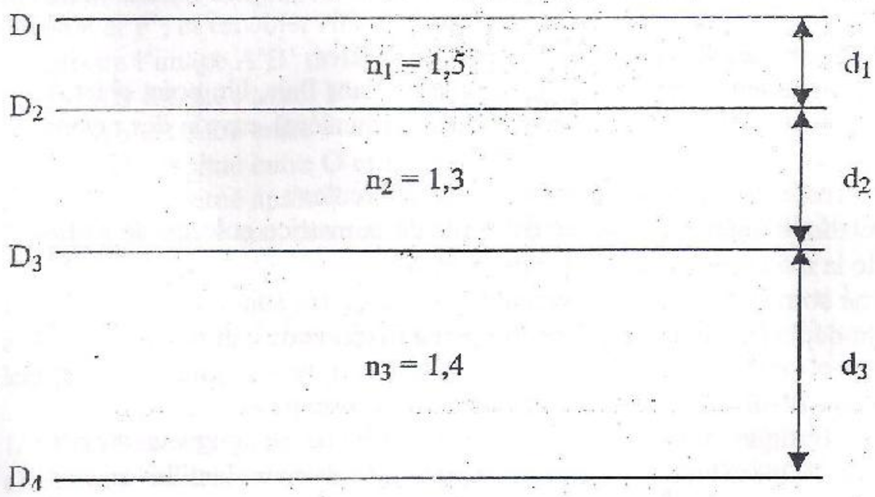
Exercice 2/3 : Association de 3 lames à faces parallèles

Un rayon lumineux qui se propage d'abord dans l'air, traverse l'une après l'autre trois plaques parallèles d'épaisseurs d_1, d_2 et d_3 et d'indices respectifs n_1, n_2 et n_3, puis émerge à nouveau dans l'air. (Voir figure).

Le rayon lumineux frappant la plaque supérieure sous un angle d'incidence $\beta_0 = 60°$:

1/ Calculer les angles d'émergence β_1, β_2, β_3 et β_4 aux niveaux des quatre dioptres plans D_1, D_2, D_3 et D_4 respectivement.

2/ Déterminer la déviation totale δ de deux façons différentes.



Exercice 3/3 : Mirages
Dans le désert où le sol est très chaud, l'indice de l'atmosphère croît avec l'altitude z suivant la loi :

$$n^2 = a.z + b$$

où a et b sont deux constantes positives.

1/ Trouver l'équation cartésienne $z = z(x)$ du rayon lumineux issu d'une source ponctuelle S_0 de cote z_0 (où l'indice est n_0) et qui fait dans le plan vertical xOz l'angle i_0 avec la verticale Oz.
On admettra l'équation des rayons lumineux en milieu d'indice n variable :

$$\frac{d}{ds}(n.\overline{T}) = \overline{grad}\ n\ ,$$

où s est l'abscisse curviligne d'un point M de la trajectoire d'un rayon lumineux et $\overline{T} = \dfrac{d\overline{OM}}{ds}$ est le vecteur unitaire tangent en M au rayon (orienté dans le sens de la lumière).
Puis on posera :

$$n_0 \,.\, \sin i_0 = 1 \,/\, \sqrt{K}\ .$$

2/ Justifier l'observation de mirages.

Première session 2003-2004 PC1-MPCT1-MPT1

Exercice 1 (4 points) : La déviation du prisme

Un prisme d'angle A et d'indice n, est placé dans l'air. Un rayon lumineux monochromatique pénètre dans ce prisme avec l'angle d'incidence i, et le traverse.

1/ Calculer la déviation D subie par ce rayon, en fonction de i, A et n.

2/ Etudier la variation de la déviation D avec l'angle d'incidence i.

Exercice 2 (4 points) : Etude matricielle de la lame à faces parallèles

Une lame à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice n, est placée dans l'air. Un point objet A situé sur l'axe optique (orienté dans le sens de propagation de la lumière) envoie des rayons paraxiaux sur la lame.

1/ Déterminer la matrice de transfert de la lame de deux façons différentes :

a) En établissant des relations linéaires entre les éléments de la matrice colonne de sortie (ℓ' et α') et ceux de la matrice colonne d'entrée (ℓ et α).

b) En considérant la lame comme une suite d'éléments.

2/ En déduire l'expression du déplacement apparent de l'objet en fonction de e et n.

Exercice 3 (12 points) : Vision d'un petit objet à l'aide d'un microscope

On considère un microscope optique, fonctionnant en lumière blanche de longueur d'onde moyenne $\lambda = 0{,}5\ \mu m$, dont l'objectif et l'oculaire sont assimilés à deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2, de focales images f_1' et f_2'. L'ensemble est dans l'air. L'œil est placé en Ω au voisinage du foyer image de l'oculaire, F_2'. Il observe l'image définitive située à la distance minimale de vision distincte d_m de Ω.

On notera Δ l'intervalle optique séparant le foyer image de L_1 du foyer objet de L_2. Pour les applications numériques, on prendra : $f_1' = 2$ mm ; $f_2' = 30$ mm ; $\Delta = 180$ mm ; $d_m = 25$ cm.

1/ L'œil se trouve au centre du cercle oculaire, image de la monture de L_1 donnée par L_2.

a) Trouver $\overline{F_2'\Omega}$ en fonction de f_1', f_2' et Δ, et calculer sa valeur.

b) En déduire le diamètre a du cercle oculaire sachant que L_1 a un diamètre D = 11 mm.

2/ Trouver le grandissement linéaire du microscope, γ, en fonction de f_1', f_2', Δ et d_m, et calculer sa valeur.

3/ Du fait de la structure granulaire de la rétine, l'œil ne peut distinguer deux points que si l'angle sous lequel il les voit est au moins égal à $\varepsilon = 1{,}5'$.

a) Trouver en fonction de ε, d_m et γ, la taille ℓ du plus petit objet AB dont les extrémités A et B sont vues distinctement à travers le microscope.

b) Calculer ℓ et comparer cette valeur à la longueur d'onde moyenne du rayonnement utilisé. En déduire le phénomène optique qui limite la taille du plus petit détail véhiculé par le microscope optique.

Deuxième session 2003-2004 PC1-MPCT1-MPT1

Exercice 1 : Questions de cours (8 points)

1/ Enoncer clairement le principe de Fermat.

2/ Démontrer que le miroir sphérique n'est pas rigoureusement stigmatique pour un point quelconque.

3/ Etablir les formules de Newton dans le cas du dioptre sphérique.

4/ Démontrer que dans le cas du dioptre sphérique, image et objet se déplacent dans le même sens.
5/ Calculer la matrice de transfert M d'une lentille épaisse biconcave d'indice n, d'épaisseur e et dont les rayons des faces d'entrée et de sortie sont respectivement r_1 et r_2 .

Exercice 2 : Téléobjectif (12 points)
A/ On considère une lentille mince divergente L, de centre O et de foyers principaux objet et image F et F', et un objet AB obéissant aux conditions de Gauss.
Construire l'image A'B' de AB à travers L, dans les 4 cas suivants :
1) AB est situé avant F' ;
2) AB est situé entre F' et O ;
3) AB est situé entre O et F ;
4) AB est situé après F.
Dans chacun des 4 cas, donner la nature (réelle ou virtuelle) de l'objet et de l'image.

B/ Un système optique est constitué de deux lentilles minces L_1 et L_2 séparées par la distance e. La lentille L_1 de centre O_1 est une lentille convergente de distance focale image f_1' et la lentille L_2 de centre O_2 est une lentille divergente de distance focale image f_2'.

1/ Le système est éclairé, dans la direction de l'axe optique, par une source située à l'infini.
a) Pour qu'un tel système donne de ce point source A une image réelle A', comment doivent être placés, par rapport aux deux lentilles, le foyer principal image de L_1, F_1', et le foyer principal objet de L_2, F_2 ? (Faire un schéma).

b) Calculer $\overline{O_2 A'}$ en fonction de f_1', f_2' et e, puis montrer que l'image A' est bien réelle.

2/ a) Le système des deux lentilles étant équivalent à une lentille mince convergente, calculer la distance focale image f ' de cette dernière en fonction de f_1', f_2' et e.
On utilisera la formule de Gullstrand.

b) Quel est l'intérêt d'un tel système (appelé téléobjectif) par rapport à une lentille convergente équivalente ?
On donne : $f_1' = 50$ cm ; $f_2' = -40$ cm ; e = 20 cm.

Première session 2004-2005 PC1-MPCT1-MPT1

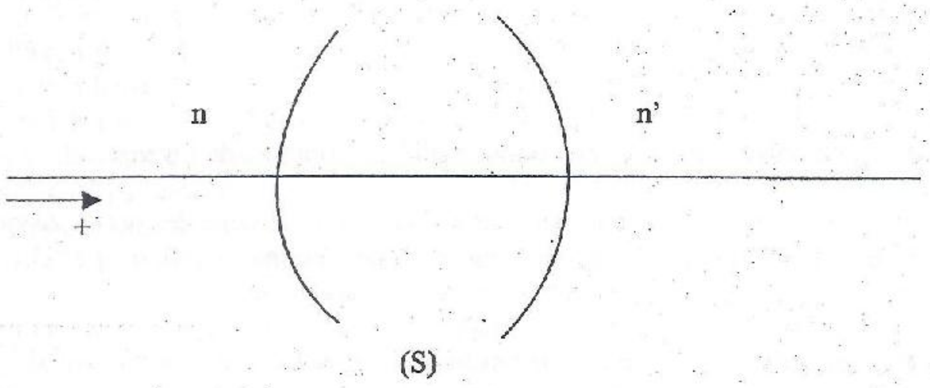
Exercice 1 : Questions de cours (10 points)
1/ Répondre par faux ou vrai :
a) La lumière est émise par la matière.
b) La superposition de lumières peut produire l'obscurité.
c) La lumière ne se propage pas dans le vide.
d) Le prisme dévie la radiation orange plus que la radiation bleue.

2/ Enoncer les conditions de l'approximation de Gauss.

3/ Qu'appelle-t-on points de Weierstrass ?

4/ Déterminer la matrice de transfert d'une lame à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice n placée dans l'air.
On considèrera la lame comme une suite d'éléments.

5/ On considère le système centré dioptrique (S) :



a) Rappeler (sans démonstration) les relations de conjugaison de (S) avec origines aux foyers.
b) A partir de ces relations, établir l'expression du grandissement axial g en fonction du grandissement transversal γ et des indices n et n'.
c) Que devient g lorsque (S) est un dioptre plan ?
d) En déduire la valeur de g dans le cas d'un miroir plan. Que peut-on en conclure ?

<u>Exercice 2 :</u> Microscope (10 points)
Un microscope est un instrument qui comprend deux systèmes convergents, qu'on supposera réduits chacun à une lentille mince : l'objectif L_1, de centre optique O_1, devant lequel est situé l'objet, et l'oculaire L_2, de centre optique O_2, placé devant l'œil de l'observateur. Les distances focales sont très différentes, de l'ordre du millimètre pour l'objectif, du centimètre pour l'oculaire. Les deux systèmes ont le même axe optique.

1/ Pour comprendre le principe de l'appareil, faire un schéma en prenant :
$\overline{O_1 O_2} = 9$ cm ; $f_1' = 1,5$ cm ; $f_2' = 4$ cm ; $\overline{AO_1} = 2$ cm ; AB = 0,5 cm.
Construire l'image de AB donnée par le microscope (échelle unité).
Quel est l'intérêt de l'appareil ?

2/ En réalité un microscope est tel que, par exemple : $\overline{O_1 O_2} = 12$ cm ; $f_1' = 2$ mm ; $f_2' = 2$ cm.
Un objet AB de longueur 1 μm est placé perpendiculairement à l'axe principal, à 2,04 mm devant L_1. Calculer la position $\overline{O_2 A'}$ et la taille $\overline{A'B'}$ de l'image.

3/ L'observateur met son œil au foyer image de l'oculaire. Déterminer le diamètre apparent de l'image, c'est-à-dire l'angle θ' sous lequel elle est observée.

4/ Calculer le diamètre apparent θ de l'objet AB lorsqu'on l'observe à l'œil nu à la distance de 25 cm.
Calculer le grossissement $G = \theta'/\theta$ du microscope (rapport du diamètre apparent de l'image au diamètre apparent de l'objet).

Deuxième session 2004-2005 PC1-MPCT1-MPT1

Exercice 1 : Questions de cours (8 points)
1/ Enoncer clairement le principe de Fermat.

2/ Démontrer que le miroir sphérique n'est pas rigoureusement stigmatique pour un point quelconque.

3/ Etablir les formules de Newton dans le cas du dioptre sphérique.

4/ Démontrer que dans le cas du dioptre sphérique, image et objet se déplacent dans le même sens.

5/ Calculer la matrice de transfert M d'une lentille épaisse biconcave d'indice n, d'épaisseur e et dont les rayons des faces d'entrée et de sortie sont respectivement r_1 et r_2.

Exercice 2 : Microscope optique (12 points)
On considère un microscope optique, fonctionnant en lumière blanche de longueur d'onde moyenne $\lambda = 0,5\ \mu$m, dont l'objectif et l'oculaire sont assimilés à deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2, de focales images f_1' et f_2'. L'ensemble est dans l'air. L'œil est placé en Ω au voisinage du foyer image de l'oculaire F_2'. Il observe l'image définitive située à la distance minimale de vision distincte d_m de Ω.
On notera Δ l'intervalle optique séparant le foyer image de L_1 du foyer objet de L_2. Pour les applications numériques, on prendra : $f_1' = 2$ mm ; $f_2' = 30$ mm ; $\Delta = 180$ mm ; $d_m = 25$ cm.

1/ L'œil se trouve au centre du cercle oculaire, image de la monture de L_1 donnée par L_2.
   a) Trouver $\overline{F_2'\Omega}$ en fonction de f_1', f_2' et Δ, et calculer sa valeur.
   b) En déduire le diamètre a du cercle oculaire sachant que L_1 a un diamètre D = 11 mm.

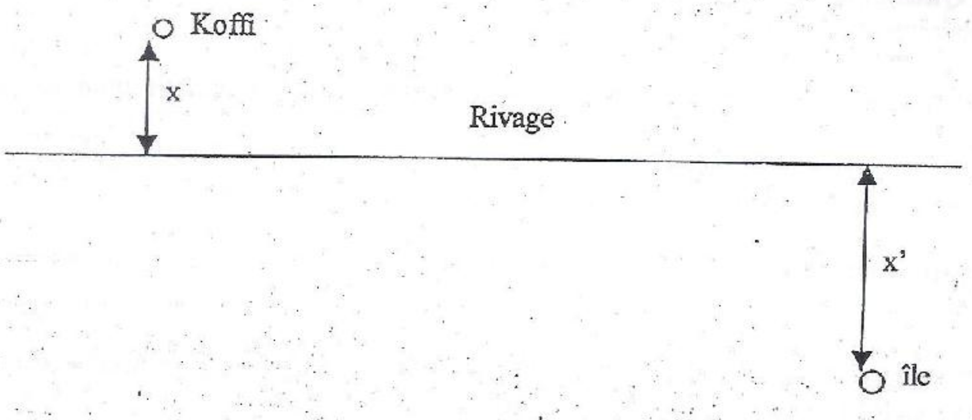
2/ Trouver le grandissement linéaire du microscope, γ, en fonction de f_1', f_2', Δ et d_m, et calculer sa valeur.

3/ Du fait de la structure granulaire de la rétine, l'œil ne peut distinguer deux points que si l'angle sous lequel il les voit est au moins égal à $\varepsilon = 1,5'$.
   a) Trouver en fonction de ε, d_m et γ, la taille ℓ du plus petit objet AB dont les extrémités A et B sont vues distinctement à travers le microscope.
   b) Calculer ℓ et comparer cette valeur à la longueur d'onde moyenne du rayonnement utilisé. En déduire le phénomène optique qui limite la taille du plus petit détail véhiculé par le microscope optique.

EXERCICES SUPPLEMENTAIRES

Exercice 1 : Trajectoire correspondant au temps minimum de déplacement (Principe de Fermat)

Koffi se trouve sur une plage à la distance x du rivage que l'on suppose rectiligne. Il décide de rejoindre en un temps minimum, son village situé sur une île distante de x' du rivage.
Quel chemin doit-il suivre, si l'on suppose qu'il va à la vitesse v sur la plage et v' dans l'eau ?



Exercice 2 : Chemin optique – Principe de Fermat – Relation de conjugaison d'un dioptre plan

Un dioptre plan yoz sépare deux milieux homogènes d'indice n_1 (dans la région x>0) et d'indice n_2 (dans la région x<0).
Soient deux points donnés du plan xoy : $A_1(x_1,0,0)$ dans le milieu n_1 et $B_2(-x_2,y_2,0)$ dans le milieu n_2 atteints par la lumière. Considérons la trajectoire formée de deux segments A_1I et IB_2 qui, a priori, n'est pas le trajet effectivement suivi par la lumière, où I(0,y,z) est un point quelconque du dioptre plan. On désignera $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ les vecteurs unitaires dans les directions A_1I et IB_2.

1/ a) Exprimer le chemin optique $L_{A1B2} = [A_1IB_2]$ en fonction des coordonnées y, z du point I et des données.

b) En déduire les lois de Descartes de réfraction pour le rayon $A_1I_oB_2$ effectivement suivi par un rayon lumineux issu de A_1 et atteignant B_2 ($I_o \in$ dioptre plan).

2/ Le rayon réfracté I_oB_2 semble provenir du point $A_2(x_2,0,0)$ de l'axe ox.

a) Exprimer le chemin optique $L_{A1A2} = [A_1I_oA_2]$ en fonction de n_1, n_2, x_1, x_2 et de la cote y du point d'incidence I_o.

b) En déduire la relation de conjugaison qui lie x_1, x_2, n_1, n_2 et les angles d'incidence i_1 et de réfraction i_2 ; étudier le cas particulier des rayons peu inclinés sur la normale ox.

c) Retrouver la relation de conjugaison précédente à partir des lois de Descartes.

Exercice 3 : Lame à faces parallèles

Une lame à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice de réfraction n baigne dans l'air d'indice de réfraction 1.

Un point lumineux A placé dans l'air émet des rayons dans toutes les directions. On considère deux d'entre eux : le rayon R_1 normal à la lame et le rayon R_2 incliné de l'angle i sur la normale à la lame.

1/ Etudier la marche du rayon lumineux R_1 à travers la lame à faces parallèles.

Déterminer la position A' du point d'intersection entre les deux rayons émergents, en fonction des lignes trigonométriques de l'angle i.

2/ Faire un développement limité d'ordre 2 de $\overline{AA'}$ en fonction de l'angle i.

En déduire la position de l'image de A dans les conditions de l'approximation de Gauss. On notera cette image A_0'.

3/ On suppose que le point A émet un faisceau conique d'angle i_M tel que $(i_M)^4$ soit négligeable devant $(i_M)^2$ mais tel que $(i_M)^2$ ne soit pas négligeable devant 1.

Déterminer la structure de la tache lumineuse dans le plan passant par A_0' et perpendiculaire à la direction du rayon R_1.

Exercice 4 : Prisme

Un prisme d'arête horizontale est éclairé par un faisceau parallèle issu d'une lentille L convergente, au foyer objet de laquelle est placée une fente fine horizontale parallèle à l'arête du prisme. L'angle du prisme est de 60°. Le faisceau parallèle émergeant du prisme tombe sur une lentille L' convergente, dans le plan focal image de laquelle on observe une image F' de la fente F.

1/ Le faisceau parallèle incident est un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0{,}587\ \mu$m. Pour cette longueur d'onde, l'indice du prisme est n = 1,414.

a) Déterminer les valeurs de l'angle d'incidence pour qu'un faisceau puisse émerger du prisme et tomber sur la lentille L'.

b) Quelles sont les valeurs de la déviation D subie par le faisceau incident pour les deux angles d'incidence définis plus haut ?

c) Représenter les variations de D en fonction de i.

d) Pour quelle valeur i_m de l'angle d'incidence la déviation est-elle minimale ?

e) Quelle rotation subit le rayon émergent lorsque l'on fait tourner le rayon incident à partir de l'incidence rasante d'un très petit angle di ?

Application numérique : di = –1° .

f) Le rayon émergent tourne de di' à partir de l'émergence rasante. Quelle est la rotation correspondante du rayon incident ?

2/ Le faisceau incident est la superposition de deux faisceaux de lumière monochromatiques, l'un de longueur d'onde λ_1 = 5770 Å et l'autre de longueur d'onde λ_2 = 5790 Å. Dans ce domaine spectral, l'indice de réfraction varie linéairement avec la longueur d'onde :

$$\frac{dn}{d\lambda} = 0{,}4 \,.\, 10^{-5}\ \text{Å}^{-1}$$

Calculer la distance des deux images de la fente que donne la lentille L' dont la distance focale est de 30 cm, en admettant que le prisme est réglé au minimum de déviation.

DEUXIEME PARTIE

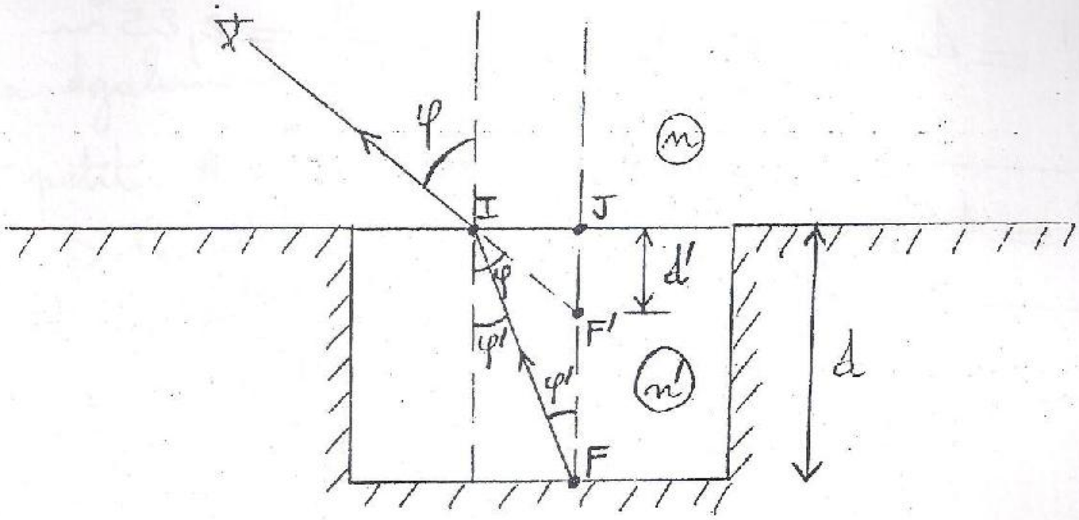
CORRIGÉS

SUJETS D'EXAMENS
ET EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

Corrigé de l'Examen d'Optique PC1 1ère session 1992 (1

25

I –



1) $\left.\begin{array}{l} tg\varphi = \dfrac{IJ}{d'} \\ tg\varphi' = \dfrac{IJ}{d} \end{array}\right\} \Rightarrow IJ = d'\,tg\varphi = d\,tg\varphi'$

$$\Downarrow$$

$$d' = d\,\frac{tg\varphi'}{tg\varphi}$$

$$d' = d\,\frac{\sin\varphi'}{\cos\varphi'}\cdot\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} = d\cdot\frac{\sin\varphi'}{\sqrt{1-\sin^2\varphi'}}\cdot\frac{\sqrt{1-\sin^2\varphi}}{\sin\varphi}$$

$$n\sin\varphi = n'\sin\varphi' \Rightarrow \sin\varphi' = \frac{n}{n'}\sin\varphi$$

$$\Rightarrow d' = d\cdot\frac{\left(\frac{n}{n'}\right)\sin\varphi}{\sqrt{1-\left(\frac{n}{n'}\right)^2\sin^2\varphi}}\cdot\frac{\sqrt{1-\sin^2\varphi}}{\sin\varphi}$$

$$\boxed{d' = d\left(\frac{n}{n'}\right)\sqrt{\frac{1-\sin^2\varphi}{1-\left(\frac{n}{n'}\right)^2\sin^2\varphi}}}$$

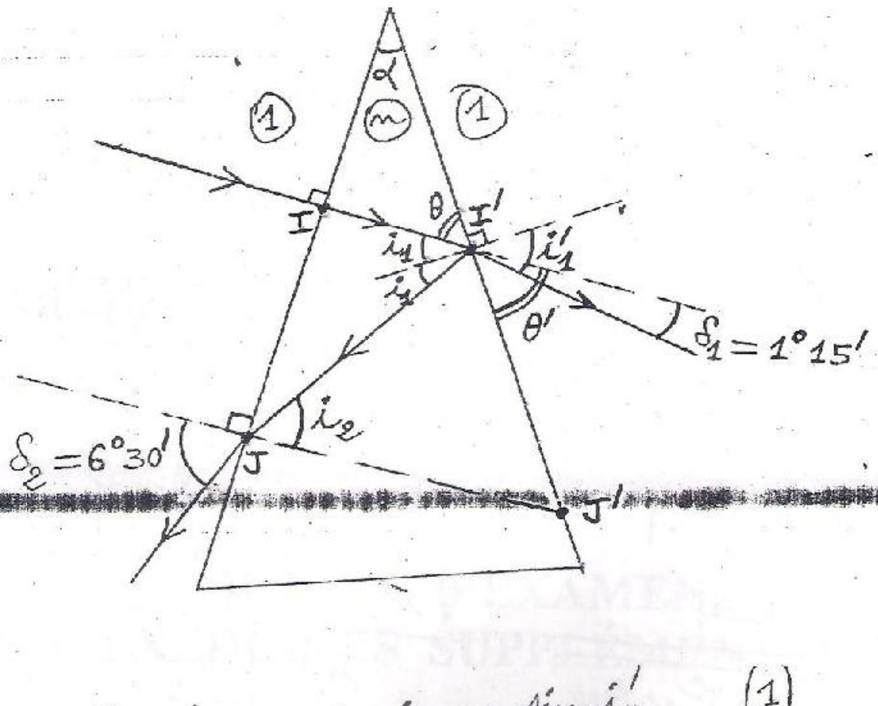
2°/ L'observateur regarde verticalement dans la piscine.

Donc : $\varphi =$

$$\Rightarrow d' = d \quad = 3\left(\frac{1}{4/3}\right) = \frac{9}{4} = 2{,}25\ m$$

$$\boxed{d' = 1\left(\frac{n}{n'}\right) = 2{,}25\ m}$$

II —



1°/ Au point I' : $n \sin i_1 = \sin i'_1$ (1)

Au point J : $n \sin i_2 = \sin \delta_2$ (2)

On a : $\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$

$\theta' = \frac{\pi}{2} - i_1$

$\theta' = \theta \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} - i_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha \Leftrightarrow i_1 = \alpha$ (3)

(II') et (JJ') sont parallèles. Donc :

$$i_2 = 2 i_1 \quad (4)$$

On a également : $\delta_1 = i'_1 - i_1 \quad (5)$

α est petit. Alors :

(3) $\Longrightarrow$ i_1 petit

(4) $\Longrightarrow$ i_2 petit

$$\left.\begin{array}{l} i'_1 = i_1 + \delta_1 \quad (5') \\ i_1 \text{ petit} \\ \delta_1 = 1°15' \text{ petit} \end{array}\right\} \Longrightarrow i'_1 \text{ petit}$$

$\delta_2 = 6° 30'$ est aussi petit.

Donc i_1, i'_1, i_2, δ_2 sont tous petits. On peut les confondre avec leurs sinus. Les relations (1) et (2) deviennent alors :

$$n\, i_1 \simeq i'_1 \quad (1')$$

$$n\, i_2 \simeq \delta_2 \quad (2')$$

$$\frac{(1')}{(2')} \Longrightarrow \frac{i_1}{i_2} \simeq \frac{i'_1}{\delta_2}$$

$$\underset{(4)}{i_2 = 2 i_1} \Longrightarrow \frac{i_1}{2 i_1} = \frac{i'_1}{\delta_2} \Longrightarrow i'_1 = \frac{\delta_2}{2}$$

$$(5) \Longrightarrow i_1 = i'_1 - \delta_1 = \frac{\delta_2}{2} - \delta_1$$

$$(1') \Longrightarrow n \simeq \frac{i'_1}{i_1} = \frac{\delta_2/2}{\frac{\delta_2}{2} - \delta_1} = \frac{1}{1 - \frac{2\delta_1}{\delta_2}}$$

$$n = \frac{1}{1 - 2\left(\frac{1,25}{6,50}\right)} = 1,625$$

$$\boxed{n = \frac{1}{1 - \frac{2\delta_1}{\delta_2}} = 1,625}$$

$$(3) \Rightarrow \alpha = i_1 = \frac{\delta_2}{2} - \delta_1 = \frac{6^\circ 30'}{2} - 1^\circ 15' = 2^\circ$$

$$\boxed{\alpha = \frac{\delta_2}{2} - \delta_1 = 2^\circ}$$

2°/ Le rayon réfléchi émerge effectivement de la face d'entrée du prisme, à condition que :

$i_2 \leq i_c$, i_c étant l'angle critique du matériau réfringent dont est fait le prisme.

$$i_2 \underset{(4)}{=} 2 i_1 \underset{(3)}{=} 2\alpha$$

$$i_c = \mathrm{Arcsin}\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$i_2 \leq i_c \Longleftrightarrow 2\alpha \leq \mathrm{Arcsin}\left(\frac{1}{n}\right) \Longleftrightarrow \alpha \leq \frac{1}{2}\mathrm{Arcsin}\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$\alpha \leq \frac{1}{2}\mathrm{Arcsin}\left(\frac{1}{1,625}\right)$$

$\alpha \leq 18,99^\circ$ soit $\alpha \leq 18^\circ 59'$

$$\boxed{\alpha \leq \frac{1}{2}\mathrm{Arcsin}\left(\frac{1}{n}\right) = 18,99^\circ = 18^\circ 59' \simeq 19^\circ}$$

28/

Corrigé du sujet d'optique (2ᵉ partiel 93-94)

Exercice 1 :

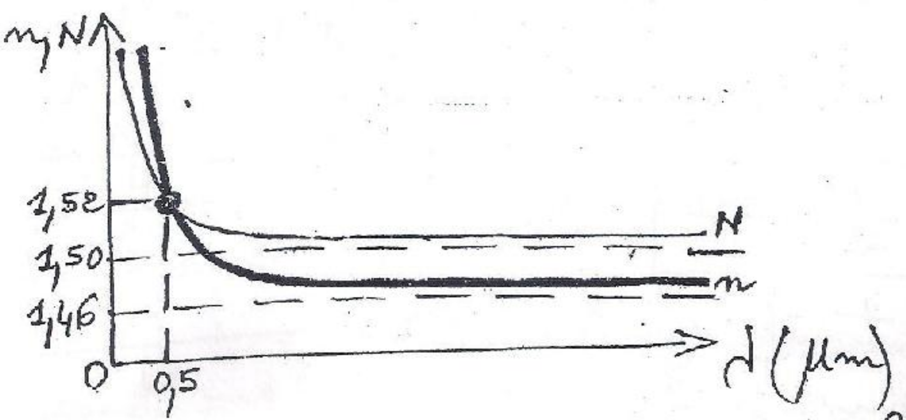
1°/ a) $n(0{,}5\,\mu m) = N(0{,}5\,\mu m)$

$$1{,}46 + \frac{a}{(0{,}5)^2} = 1{,}50 + \frac{0{,}0044}{(0{,}5)^2}$$

$$a = \left(1{,}50 + \frac{0{,}0044}{(0{,}5)^2} - 1{,}46\right)\cdot(0{,}5)^2$$

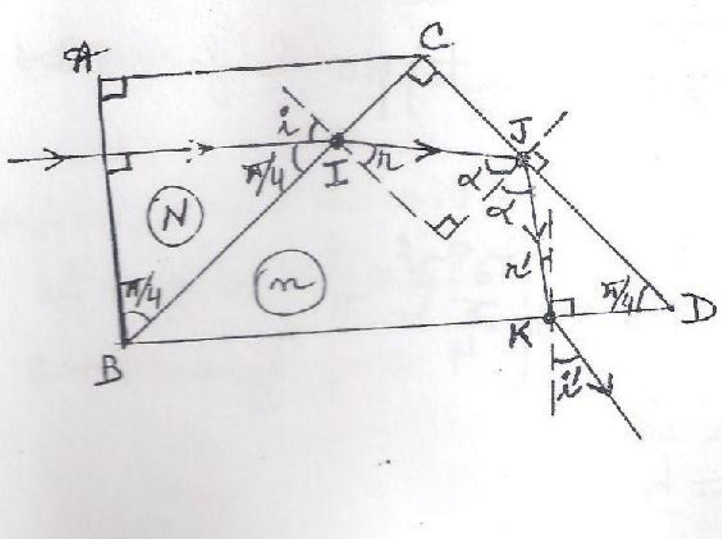
$$\boxed{a = 0{,}0144\,(\mu m)^2}$$

b)



* $\lambda < 0{,}5\,\mu m \Rightarrow n > N \Rightarrow$ le verre d'indice n est le plus réfringent
* $\lambda = 0{,}5\,\mu m \Rightarrow n = N \Rightarrow$ les deux verres sont aussi réfringents l'un que l'autre.
* $\lambda > 0{,}5\,\mu m \Rightarrow N > n \Rightarrow$ le verre d'indice N est le plus réfringe

2°/



* Réfraction en I : $N \sin i = n \sin r$

$$N \sin\frac{\pi}{4} = n \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$N\frac{\sqrt{2}}{2} = n \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{N\sqrt{2}}{2n} = \frac{N}{n\sqrt{2}}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{N^2}{2n^2}} = \sqrt{\frac{2n^2-N^2}{2n^2}}$$

* Emergence (non rasante) par la face BC :

$$\sin r < 1$$

$$\frac{N \sin i}{n} < 1$$

$$\frac{N}{n\sqrt{2}} < 1$$

$$\frac{N^2}{2} < n^2$$

$$\boxed{n^2 - \frac{N^2}{2} > 0} \quad (C)$$

* Réflexion totale sur la face CD :

$$\sin\alpha > \frac{1}{n}$$

$$\frac{1}{n}\sqrt{\frac{2n^2-N^2}{2}} > \frac{1}{n}$$

$$\frac{2n^2-N^2}{2} > 1$$

$$\boxed{n^2 - \frac{N^2}{2} > 1} \quad (C')$$

* Emergence (pouvant être rasante) par la face BD :

$$\sin r' \leq \frac{1}{n}$$

Or dans le triangle DJK on a :

$$\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{2} + r'\right) + \frac{\pi}{4} = \pi$$

soit $r' = \alpha - \frac{\pi}{4}$

$$\Longrightarrow \sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right) \leq \frac{1}{n}$$

$$\sin\alpha\cos\frac{\pi}{4} - \cos\alpha\sin\frac{\pi}{4} \leq \frac{1}{n}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{2n^2-N^2}{2n^2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{N}{n\sqrt{2}} \leq \frac{1}{n}$$

$$\sqrt{\frac{2n^2-N^2}{4n^2}} - \frac{N}{2n} \leq \frac{1}{n}$$

$$\frac{1}{n}\sqrt{\frac{2n^2-N^2}{4}} - \frac{N}{2n} \leq \frac{1}{n}$$

$$\sqrt{\frac{2n^2-N^2}{4}} \leq 1+\frac{N}{2}$$

$$\frac{2n^2-N^2}{4} \leq 1+\frac{N^2}{4}+N$$

$$\frac{n^2}{2}-\frac{N^2}{4} \leq 1+\frac{N^2}{4}+N$$

$$\boxed{n^2-\frac{N^2}{2} \leq 2+2N+\frac{N^2}{2}} \quad (C'')$$

Les trois conditions (C), (C') et (C'') se résument à la suivant

$$\boxed{1 < n^2-\frac{N^2}{2} \leq 2+2N+\frac{N^2}{2}}$$

3°/ a) * $\lambda = 0{,}4\,\mu m$: $n = 1{,}55$ et $N = 1{,}53$

$$\left.\begin{array}{l} n^2-\frac{N^2}{2} = 1{,}23 \\ 2+2N+\frac{N^2}{2} > 2 \end{array}\right\} \Longrightarrow 1 < n^2-\frac{N^2}{2} < 2+2N+\frac{N^2}{2}$$

$\Downarrow$

La condition est satisfaite pour $\lambda = 0{,}4\,\mu m$

* $\lambda = 0{,}5\,\mu m$: $n = N = 1{,}52$

$$\left.\begin{array}{l} n^2-\frac{N^2}{2} = \frac{n^2}{2} = 1{,}16 \\ 2+2N+\frac{N^2}{2} > 2 \end{array}\right\} \Longrightarrow 1 < n^2-\frac{N^2}{2} < 2+2N+\frac{N^2}{2}$$

$\Downarrow$

La condition est satisfaite pour $\lambda = 0{,}5\,\mu m$

* $\lambda = 0{,}7\,\mu m$: $n = 1{,}49$ et $N = 1{,}51$

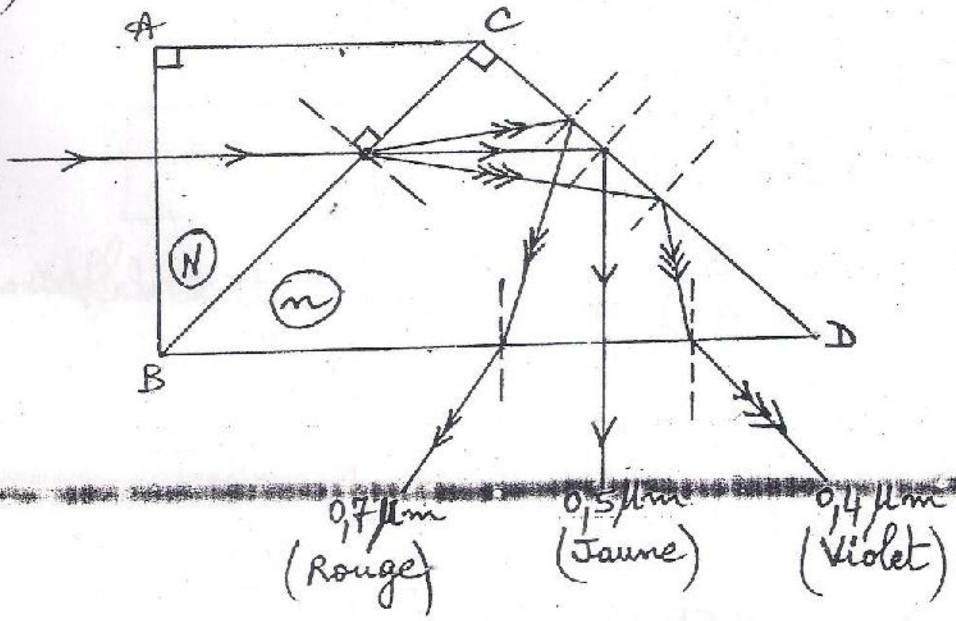
$$\left.\begin{array}{l} n^2 - \frac{N^2}{2} = 1{,}08 \\ 2 + 2N + \frac{N^2}{2} > 2 \end{array}\right\} \Rightarrow 1 < n^2 - \frac{N^2}{2} < 2 + 2N + \frac{N^2}{2}$$

$\Downarrow$

La condition est satisfaite pour $\lambda = 0{,}7\,\mu m$

Conclusion : La condition est satisfaite pour les trois longueurs d'onde.

b)



Exercice 2 :

1°/ Le faisceau issu de la 1ère lentille (L_1) est parallèle. La fente doit être dans le plan focal objet de L_1, c'est-à-dire :

$$\boxed{f'_1 = 25\ \text{cm}}$$

L_1 est une lentille convergente ($f'_1 > 0$) car son plan focal objet est situé avant elle (par rapport au sens de propagation de la lumière).

La seconde lentille (L_2) permet d'obtenir l'image de la fente sur l'écran, à partir d'un faisceau incident parallèle. L'écran doit donc être dans le plan focal image de L_2, c'est-à-dire :

$$\boxed{f'_2 = 10\ \text{cm}}$$

L_2 est une lentille convergente ($f'_2 > 0$) car son plan focal image est situé après elle.

2°/ a) L'angle au sommet du prisme étant faible ($\varphi = 0,1$ rad $= 5,7°$), la déviation angulaire provoquée par le prisme est très faible : $\delta = \varphi(n-1) = 0,05$ rad $\simeq 2,9°$. Donc on peut effectivement considérer que le faisceau est parallèle entre les deux lentilles.

Le système optique proposé ici peut être considéré comme l'association des deux systèmes centrés dioptriques que sont les lentilles L_1 et L_2. Les positions des éléments cardinaux de cette combinaison L_1/L_2 sont données par les relations suivantes :

$$\Delta = \overline{F'_1 F_2} = \overline{F'_1 S_1} + \overline{S_1 S_2} + \overline{S_2 F_2} = -f'_1 + d - f'_2 = -25 + 10 - 10$$

(distance $L_1 L_2 = d \simeq 10$ cm)

$$\Delta = -25\ \text{cm}$$

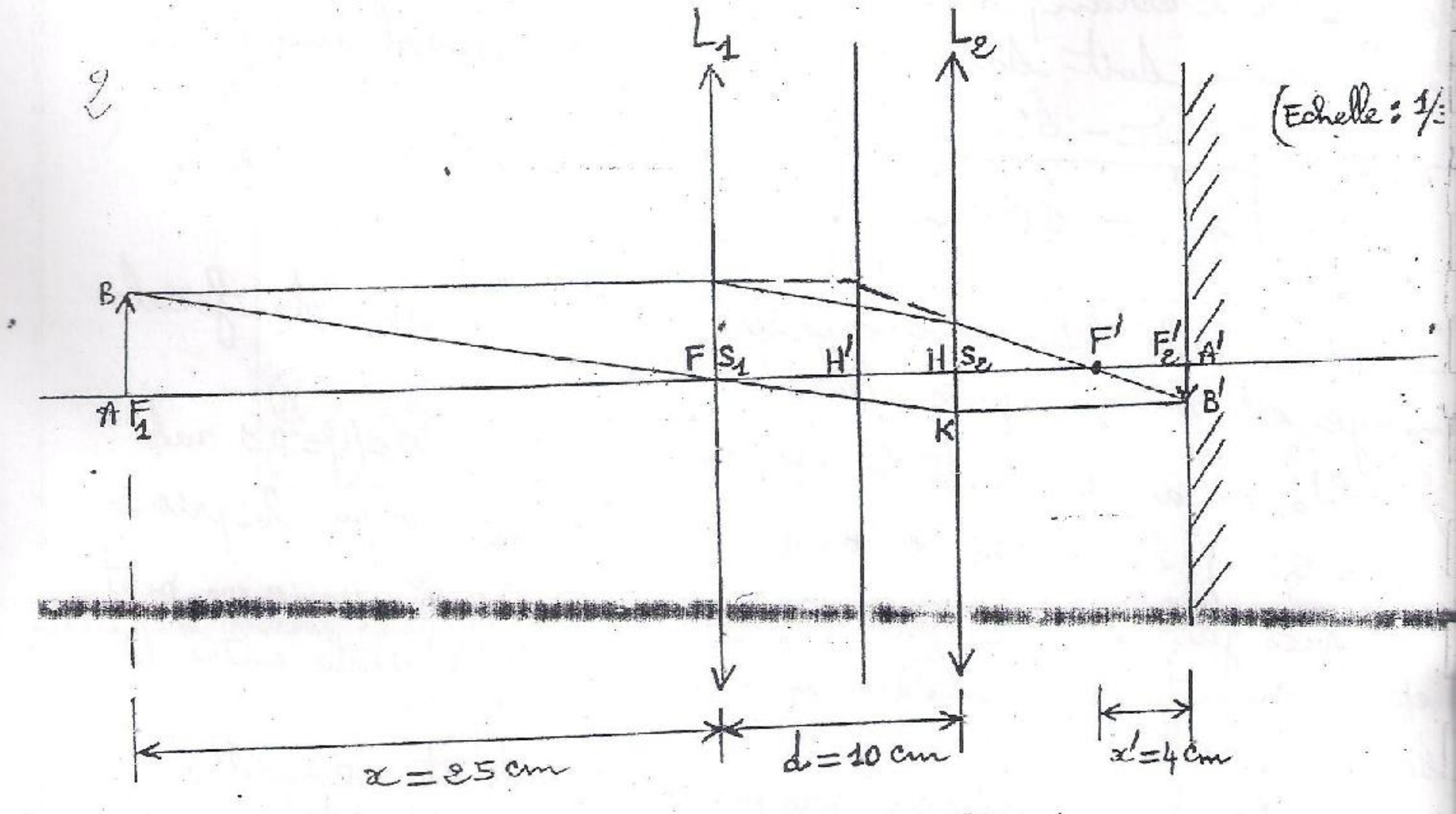
$$\overline{F_1F} = \frac{f_1 f_1'}{\Delta} = -\frac{f_1'^2}{\Delta} = -\frac{25^2}{-25} = 25 \text{ cm}$$

$$\overline{F_2'F'} = -\frac{f_2 f_2'}{\Delta} = \frac{f_2'^2}{\Delta} = \frac{100}{-25} = -4 \text{ cm}$$

$$\overline{HF} = f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} = \frac{f_1' f_2'}{\Delta} = \frac{25 \times 10}{-25} = -10 \text{ cm}$$

$$\overline{H'F'} = f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} = -\frac{25 \times 10}{-25} = 10 \text{ cm}$$

On a donc le schéma de marche des rayons suivant :



b) Le grandissement linéaire (ou transversal) est :

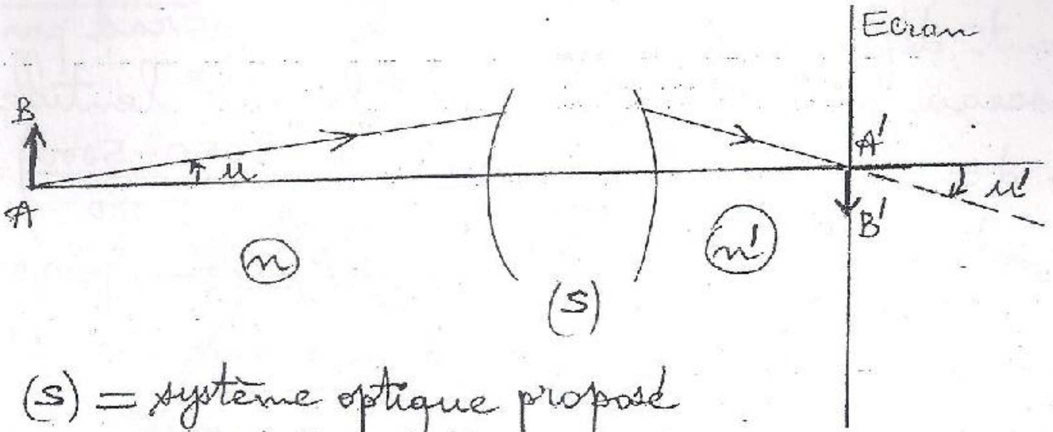
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{HK}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FH}}{\overline{FA}} = \frac{10}{-25} = -0{,}4$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \gamma = -0{,}4 \\ \gamma < 0 \Longrightarrow \text{image inversée} \\ |\gamma| < 1 \Longrightarrow \text{image rétrécie} \end{array}}$$

c) L'objet, c'est-à-dire la fente, est petit. Donc l'image, qui est rétrécie, est petite. Ainsi, la condition d'aplanétisme est satisfaite : (7)

35

1 $$n . \overline{AB} . \sin u = n' . \overline{A'B'} . \sin u' \quad (E)$$



(S) = système optique proposé
AB = objet (fente)

Les rayons étaint paraxiaux (u et u' petits) on a :

1 $$\sin u \simeq u \text{ et } \sin u' \simeq u'$$

$$(E) \Longrightarrow n . \overline{AB} . u = n' . \overline{A'B'} . u'$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} . \frac{u'}{u} = \frac{n}{n'}$$

$$\gamma . G = \frac{n}{n'}$$

Ici $n = n' \simeq 1$

$$\Longrightarrow \boxed{\gamma . G = 1 \quad (\gamma \text{ et } G \text{ sont inverses})}$$

$$G = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{-0,4}$$

$$\boxed{G = -2,5}$$

3°/ Le système a été réglé avec $\lambda = 5000\,\mathring{A} = \lambda_0$, c'est-à-dire avec l'indice de réfraction du prisme $n = 1,50$, ce qui provoquait une déviation angulaire $\delta_1 = 0,05\,rad$ du faisceau à sa sortie du prisme. Donc l'axe précédemment défini était dévié de $\delta_1 = 0,05\,rad$ par rapport au faisceau parallèle sortant de la 1ère lentille.

Pour $\lambda = 5050\,\mathring{A}$: $n = 1,50 + 0,02\left(\dfrac{5050-5000}{5000}\right) = 1,5002$

$$\delta_2 = \varphi(n-1) = 0,1(1,5002-1) = 0,05002\,rad$$

Par rapport à l'axe précédent on a donc une déviation

$$\boxed{\Delta\delta = \delta_2 - \delta_1 = 0,05002 - 0,05000 = 2.10^{-5}\,rad \simeq 4''}$$

$\Delta\delta$ est très faible.

<u>Autre méthode de calcul de $\Delta\delta$:</u>

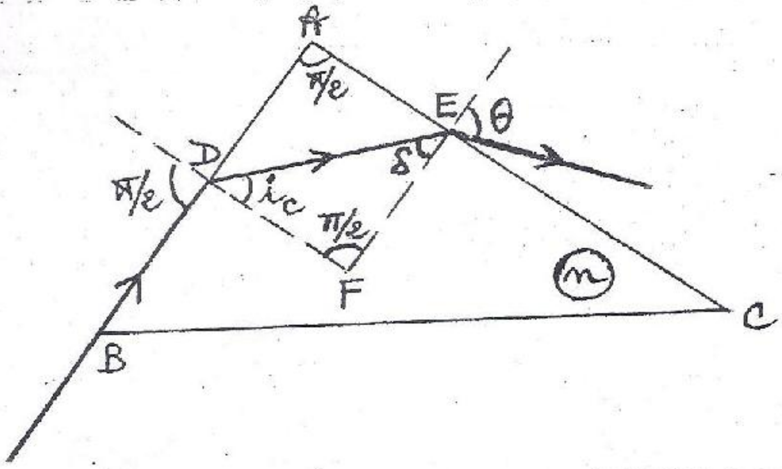
$$\delta = [n(\lambda) - 1]\varphi$$

$$\Delta\delta = \varphi\frac{dn}{d\lambda}\Delta\lambda = 0,1 \times \frac{0,02}{5000}(5050-5000)$$

$$\Delta\delta = 2.10^{-5}\,rad$$

Corrigé du sujet d'Optique MPCT1 – MPT1 – PC1
(Deuxième Session 93 – 94)

Exercice 1 :



air ($n_{air} \simeq 1$)

1°/ Réfraction en E : $n \sin \delta = \sin\theta$, où $\delta = \frac{\pi}{2} - i_c$

$$\Longrightarrow n \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_c\right) = \sin\theta$$

$$\Longrightarrow \boxed{\sin\theta = n \cos i_c}$$

Calculons n en fonction de i_c :

$$\sin\frac{\pi}{2} = n \sin i_c \quad \text{(Réfraction en D)}$$

$$\Longrightarrow \boxed{n = \frac{1}{\sin i_c}}$$

Donc : $\sin\theta = \frac{1}{\sin i_c}(\cos i_c)$

$$\sin\theta = \text{cotg}\, i_c$$

$$\boxed{\theta = \text{Arcsin}(\text{cotg}\, i_c)}$$

2 38//

2/ Le rayon lumineux émerge effectivement de la face AC lorsque :

$$\delta \leq i_c$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2} - i_c \leq i_c$$

$$\Rightarrow i_c \geq \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \sin i_c \geq \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{n \leq \sqrt{2}}$$

Remarque :

$$n = \frac{c}{v} > 1$$

Donc on a :

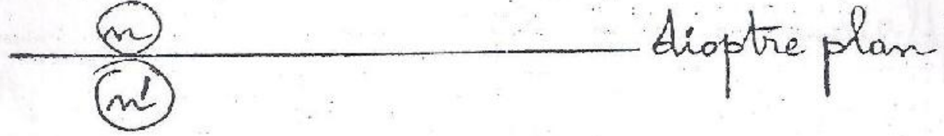
$$1 < n \leq \sqrt{2}$$

$$\boxed{1 < n \leq 1{,}414}$$

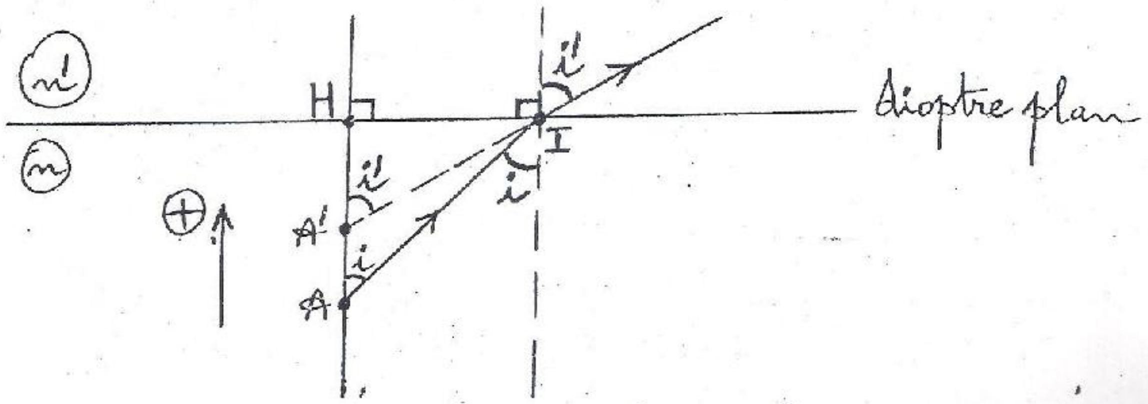
Exercice 2 :

A)

1°/ Un dioptre plan est une surface plane séparant deux milieux homogènes et isotropes d'indices n et n'.



2°/



Réfraction en I : $n \sin i = n' \sin i'$

$$\Rightarrow n \frac{HI}{AI} = n' \frac{HI}{A'I}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{n}{AI} = \frac{n'}{A'I}}$$

$\Rightarrow$ l'emplacement de l'image A' n'est pas fixe, il dépend du point d'incidence I.

$\Rightarrow$ pas de stigmatisme rigoureux.

3°/ stigmatisme approché $\Rightarrow$ rayons paraxiaux $\Rightarrow$ I voisin de H

$$\Rightarrow \begin{cases} AI \simeq AH \\ A'I \simeq A'H \end{cases}$$

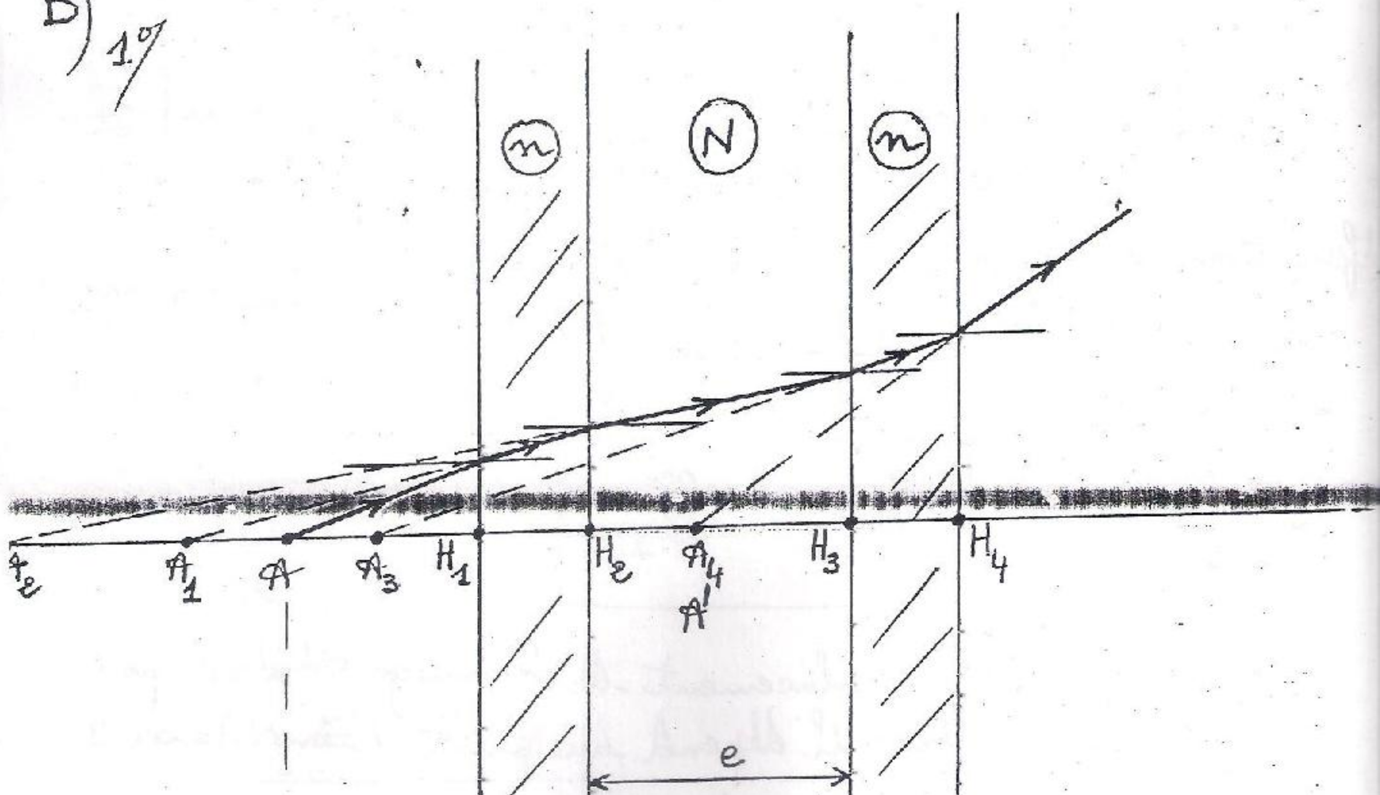
$$\Rightarrow \frac{n}{AH} = \frac{n'}{A'H}$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{n} = \frac{A'H}{n'}$$

En algébrisant on a :

$$\boxed{\frac{\overline{HA}}{n} = \frac{\overline{HA'}}{n'}}$$

B) 1°/



2°/ On a là une ju... ...n de quatre dioptres plans. On applique donc ... la relation établie en A-3°/ :

$$\frac{\overline{H_1A}}{1} = \text{— — —} \quad (1)$$

$$\frac{\overline{H_2A_1}}{n} = \frac{\overline{A_2}}{N} \quad (2)$$

$$\frac{\overline{H_3A_2}}{N} = \frac{\overline{H_3A_3}}{n} \quad (3)$$

$$\frac{\overline{H_4A_3}}{n} = \frac{\overline{H_4A'}}{1} \quad (4)$$

$$\overline{AA'} = \overline{AH_4} + \overline{H_4A'}$$

$$= (a+b) + \frac{\overline{H_4A_3}}{n}$$

$$= a+b + \frac{\overline{H_4H_3}}{n} + \frac{\overline{H_3A_3}}{n}$$

$$= a+b + \frac{-\left(\frac{b-e}{2}\right)}{n} + \frac{\overline{H_3A_2}}{N}$$

$$= a+b - \frac{b-e}{2n} + \frac{\overline{H_3H_2}}{N} + \frac{\overline{H_2A_2}}{N}$$

$$= a+b - \frac{b-e}{2n} - \frac{e}{N} + \frac{\overline{H_2A_1}}{n}$$

$$\overline{AA'} = a+b-\frac{b-e}{2n}-\frac{e}{N}+\frac{\overline{H_2H_1}}{n}+\frac{\overline{H_1A_1}}{n}$$

$$= a+b-\frac{b-e}{2n}-\frac{e}{N}-\frac{b-e}{2n}+\overline{H_1A}$$

$$= a+b-\frac{b-e}{n}-\frac{e}{N}-a$$

$$= b-\frac{b}{n}+\frac{e}{n}-\frac{e}{N}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\overline{AA'} = b\left(1-\frac{1}{n}\right)+e\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{N}\right)}$$

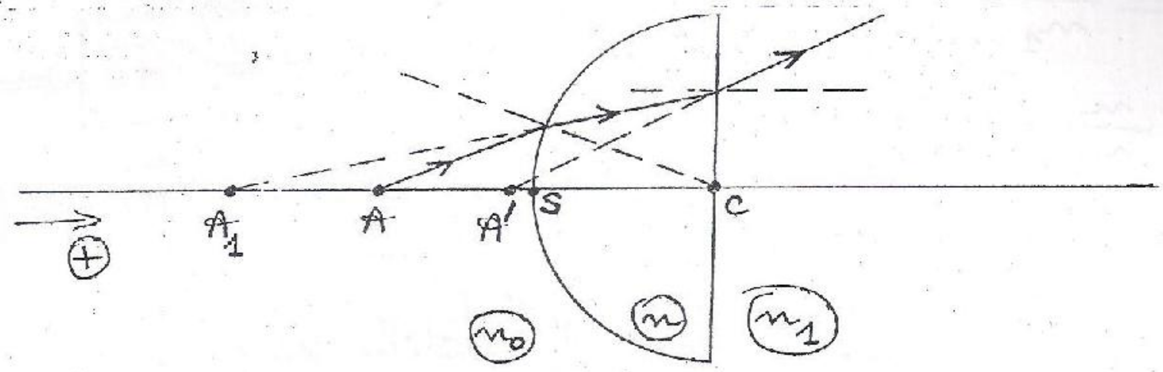
<u>A.N.</u> : $\overline{AA'} = 30\left(1-\frac{1}{1{,}50}\right)+15\left(\frac{1}{1{,}50}-\frac{1}{1{,}75}\right)$

$$\boxed{\overline{AA'} = 11{,}43 \text{ cm}}$$

Corrigé de l'examen d'Optique PC1 ($1^{ère}$ session 95-96)

A_ Méthode classique

1°/



A a pour image A_1 à travers le dioptre sphérique (n_0, n) :

$$\frac{n_0}{\overline{CA_1}} - \frac{n}{\overline{CA}} = \frac{n_0 - n}{\overline{CS}} \qquad (1)$$

A_1 a pour image A' à travers le dioptre plan (n, n_1) :

$$\frac{n}{\overline{CA_1}} = \frac{n_1}{\overline{CA'}} \qquad (2)$$

A' est l'image (finale) de A à travers la lentille :

$$(2) \Rightarrow \overline{CA_1} = \frac{n}{n_1}\overline{CA'}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{n_0 \cdot n_1}{n\,\overline{CA'}} - \frac{n}{\overline{CA}} = \frac{n_0 - n}{\overline{CS}}$$

$$\overline{CS} = -R$$

$$\Rightarrow \frac{n_0 n_1}{\overline{CA'}} - \frac{n^2}{\overline{CA}} = \frac{n(n_0 - n)}{-R}$$

2,5

$$\boxed{\frac{n_0 \cdot n_1}{\overline{CA'}} - \frac{n^2}{\overline{CA}} = \frac{n(n - n_0)}{R}}$$

Soit γ_1 le grandissement transversal du dioptre sphérique et γ_2 celui du dioptre plan. (2)

$$\gamma_1 = \frac{\overline{CA_1}}{\overline{CA}}$$

$$(2) \Longrightarrow \gamma_1 = \frac{n}{n_1}\,\frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

$$\gamma_2 = \frac{n}{n_1}\,\frac{\overline{CA'}}{\overline{CA_1}}$$

$$(2) \Longrightarrow \gamma_2 = \frac{n}{n_1}\,\frac{n_1}{n} = 1$$

Le grandissement transversal de la lentille sera :

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 = \frac{n}{n_1}\,\frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \cdot 1$$

$$\boxed{\gamma = \frac{n}{n_1}\,\frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}} \quad 2{,}5$$

2°/ H et H' sont les points d'intersection entre l'axe optique et les plans principaux P et P', qui sont des plans de front conjugués pour lesquels $\gamma = +1$.

H et H' étant conjugués par rapport à la lentille, on a :

- $$\gamma = \frac{n}{n_1}\,\frac{\overline{CH'}}{\overline{CH}} = +1$$

$$\Longrightarrow \overline{CH'} = \frac{n_1}{n}\,\overline{CH} \qquad (3)$$

- $$\frac{n_0 n_1}{\overline{CH'}} - \frac{n^2}{\overline{CH}} = \frac{n(n-n_0)}{R}$$

$$(3) \Longrightarrow \frac{n_0 n_1}{\overline{CH'}} = n_0 n_1 \cdot \frac{n}{n_1 \overline{CH}} = \frac{n_0 n}{\overline{CH}}$$

$$\Rightarrow \frac{n_0 n}{\overline{CH}} - \frac{n^2}{\overline{CH}} = \frac{n(n-n_0)}{R}$$

$$\Rightarrow -\frac{n(n-n_0)}{\overline{CH}} = \frac{n(n-n_0)}{R}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{CH} = -R} \quad (2)$$

$$(3) \Rightarrow \overline{CH'} = \frac{n_1}{n}(-R)$$

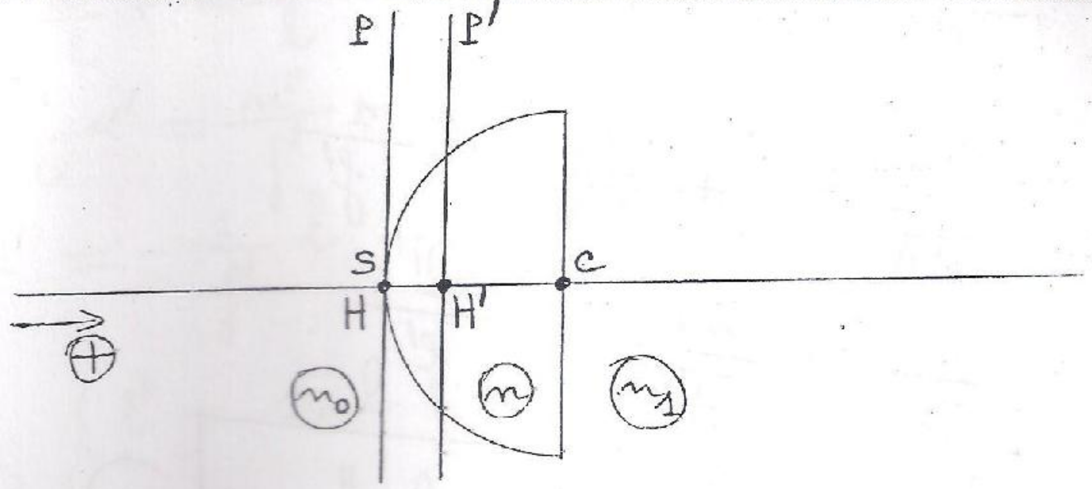
$$\boxed{\overline{CH'} = -\frac{n_1}{n} R} \quad (2)$$

A.N. :

$$\boxed{\overline{CH} = -4{,}5\ \text{cm}} \quad (0{,}5)$$

$$\overline{CH'} = -\frac{1{,}33}{1{,}5} \times 4{,}5$$

$$\boxed{\overline{CH'} = -3{,}99\ \text{cm}} \quad (0{,}5)$$



B – Méthode matricielle

1°/a) $$\gamma = -\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

$$\Longrightarrow \overline{FA}\cdot\overline{F'A'} = ff'$$

$$\left(\overline{FH}+\overline{HA}\right)\cdot\left(\overline{F'H'}+\overline{H'A'}\right) = ff'$$

$$\left(-f +_1 \overline{HA}\right)\cdot\left(-f'+\overline{H'A'}\right) = ff'$$

$$ff' - f\cdot\overline{H'A'} - f'\cdot\overline{HA} + \overline{HA}\cdot\overline{H'A'} = ff'$$

$$f\cdot\overline{H'A'} + f'\cdot\overline{HA} = \overline{HA}\cdot\overline{H'A'}$$

$$\frac{f\cdot\overline{H'A'} + f'\cdot\overline{HA}}{\overline{HA}\cdot\overline{H'A'}} = \frac{\overline{HA}\cdot\overline{H'A'}}{\overline{HA}\cdot\overline{H'A'}}$$

$$\frac{f}{\overline{HA}} + \frac{f'}{\overline{H'A'}} =' 1$$

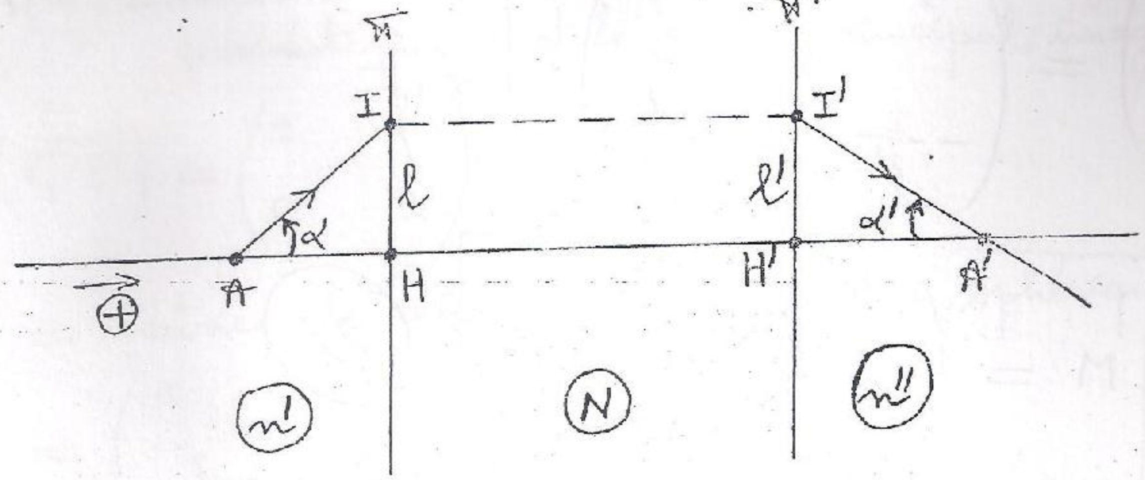
$$\frac{\left(\frac{f}{f'}\right)}{\overline{HA}} + \frac{1}{\overline{H'A'}} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{-\frac{n'}{n''}}{\overline{HA}} + \frac{1}{\overline{H'A'}} = \frac{1}{f'}$$

$$-\frac{n'}{\overline{HA}} + \frac{n''}{\overline{H'A'}} = \frac{n''}{f'}$$

$$\boxed{\frac{n''}{\overline{H'A'}} - \frac{n'}{\overline{HA}} = \frac{n''}{f'}} \qquad 2$$

b)



On se place dans les conditions de l'approximation de Gauss : α et α' faibles ($\alpha \simeq tg\alpha$, $\alpha' \simeq tg\alpha'$).

$$l' = l$$

$$\alpha > 0 \quad \alpha \simeq tg\alpha = \frac{l}{HA} = \frac{l}{-\overline{HA}} \Rightarrow \frac{1}{\overline{HA}} = -\frac{\alpha}{l}$$

$$\alpha' < 0 \quad \alpha' \simeq tg\alpha' = -\frac{l'}{H'A'} = -\frac{l}{\overline{H'A'}} \Rightarrow \frac{1}{\overline{H'A'}} = -\frac{\alpha'}{l}$$

$$\frac{n''}{\overline{H'A'}} - \frac{n'}{\overline{HA}} = \frac{n''}{f'}$$

$$-n''\frac{\alpha'}{l} + n'\frac{\alpha}{l} = \frac{n''}{f'}$$

$$-\frac{n''}{l}\alpha' = \frac{n''}{f'} - \frac{n'}{l}\alpha$$

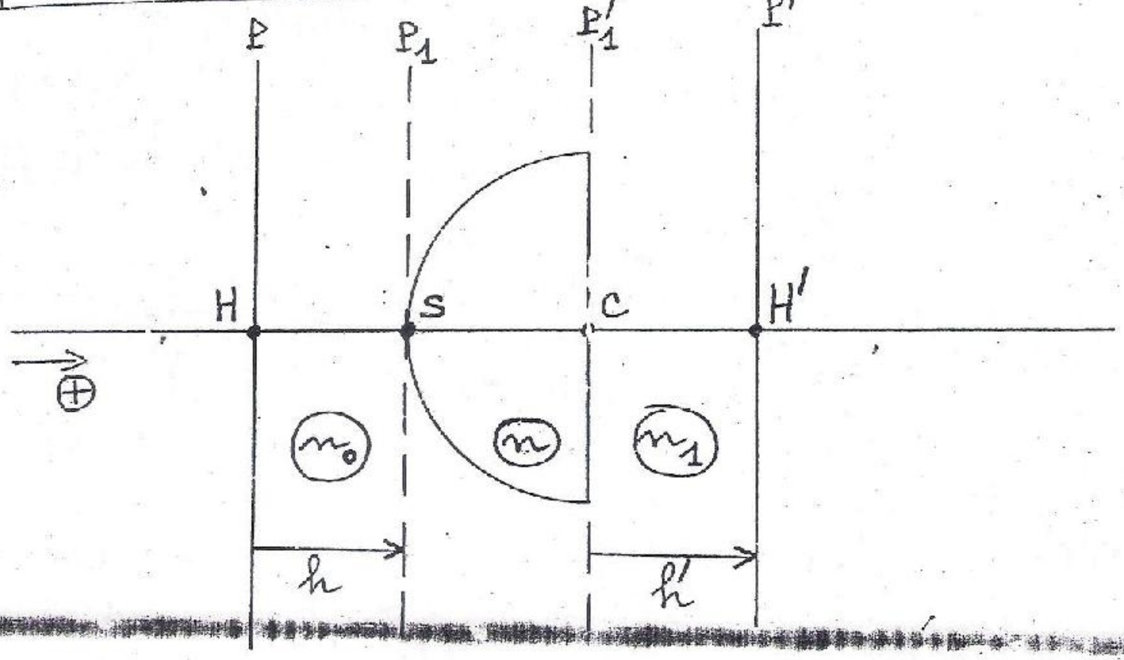
$$\alpha' = -\frac{1}{f'}l + \frac{n'}{n''}\alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases} l' = 1 .\, l + 0 .\, \alpha \\ \alpha' = -\frac{1}{f'} l + \frac{n'}{n''}\alpha \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} l' \\ \alpha' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'} & \frac{n'}{n''} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} l \\ \alpha \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'} & \frac{n'}{n''} \end{pmatrix}} \quad 2$$

2°/a)



Posons :

- $T(PP_1)$ = matrice de translation entre le plan principal objet P et le plan de front P_1 passant par S

$$T(PP_1) = \begin{pmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- $T(P_1P'_1)$ = matrice de translation entre le plan de front P_1 passant par S et le plan de front P'_1 passant p

$$T(P_1P'_1) = \begin{pmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

• $T(P_1' P') =$ matrice de translation entre le plan de front P_1' passant par C et le plan principal image P'.

$$T(P_1' P') = \begin{pmatrix} 1 & h' \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

• $R_S =$ matrice de réfraction du dioptre sphérique.

$$R_S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{f_S'} & \dfrac{n_0}{n} \end{pmatrix}$$

où : $f_S' =$ distance focale image du dioptre sphérique

$$f_S' = \frac{n}{n-n_0}\,\overline{SC} = \frac{n}{n-n_0} R$$

• $R_P =$ matrice de réfraction du dioptre plan.

$$R_P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \dfrac{n}{n_1} \end{pmatrix}$$

On a alors :

$$M_L = T(P_1' P') \cdot R_P \cdot T(P_1 P_1') \cdot R_S \cdot T(P P_1)$$

$$M_L = \begin{pmatrix} 1 & h' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \dfrac{n}{n_1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{f_S'} & \dfrac{n_0}{n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_L = \begin{pmatrix} 1 - \dfrac{1}{f_S'}\left(R + h'\dfrac{n}{n_1}\right) & h\left[1 - \dfrac{1}{f_S'}\left(R + h'\dfrac{n}{n_1}\right)\right] + \dfrac{n_0}{n}\left(R + h'\dfrac{n}{n_1}\right) \\ -\dfrac{n}{n_1} \cdot \dfrac{1}{f_S'} & -\dfrac{n}{n_1}\dfrac{h}{f_S'} + \dfrac{n_0}{n_1} \end{pmatrix}$$

3)

$$M_L = \begin{pmatrix} 1-\left(\frac{n-n_0}{n}\right)\left(1+\frac{n}{n_1}\frac{h'}{R}\right) & h\left[1-\left(\frac{n-n_0}{n}\right)\left(1+\frac{n}{n_1}\frac{h'}{R}\right)\right] + \frac{n_0}{n}\left(R+h'\frac{n}{n_1}\right) \\ -\left(\frac{n-n_0}{n_1 R}\right) & -\left(\frac{n-n_0}{n_1}\right)\left(\frac{h}{R}\right)+\frac{n_0}{n_1} \end{pmatrix}$$

b) D'après B – 1°/ b) : $M_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'} & \frac{n_0}{n_1} \end{pmatrix}$, où f' est la distance focale image de la lentille demi-boule.

Donc on a :

- $-\left(\frac{n-n_0}{n_1}\right)\left(\frac{h}{R}\right)+\frac{n_0}{n_1} = \frac{n_0}{n_1}$

$$\left(\frac{n-n_0}{n_1 R}\right)h = 0$$

$$\left(\frac{n-n_0}{n_1 R}\right) \neq 0$$

$$\Rightarrow h = 0$$

$$\overline{CH} = \overline{CS} + \overline{SH} = -R - h = -4,5 - 0$$

$$\boxed{\overline{CH} = -4,5 \text{ cm}}$$ 1,5

- $1-\left(\frac{n-n_0}{n}\right)\left(1+\frac{n}{n_1}\frac{h'}{R}\right) = 1$

$$\left(\frac{n-n_0}{n}\right)\left(1+\frac{n}{n_1}\frac{h'}{R}\right) = 0$$

$$\left(\frac{n-n_0}{n}\right) \neq 0$$

$$\Rightarrow 1+\frac{n}{n_1}\frac{h'}{R} = 0$$

$$\left(\frac{n}{n_1 R}\right) h' = -1$$

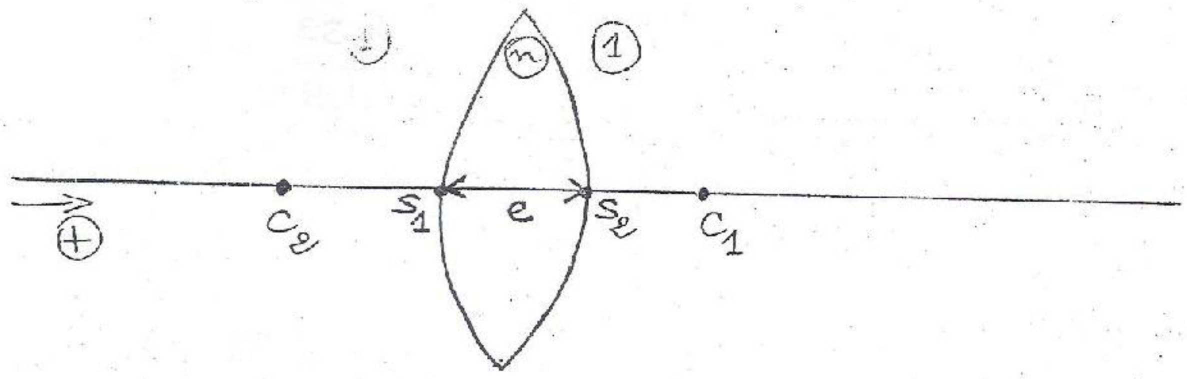
$$h' = -\frac{n_1 R}{n}$$

$$\overline{CH'} = h' = -\frac{n_1 R}{n} = -\frac{1,33}{1,5} \times 4,5$$

$$\boxed{\overline{CH'} = -3,99 \text{ cm}} \quad 1,5$$

Corrigé de examen d'optique PC.1 (2e session 95-9

Exercice 1 :



$M = R_2 \cdot T \cdot R_1$, où :

R_1 = matrice de réfraction de la face d'entrée $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'_1} & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$

R_2 = matrice de réfraction de la face de sortie $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'_2} & n \end{pmatrix}$

T = matrice de translation entre le plan de front passant par S_1 et celui passant par S_2

$$= \begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'_2} & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'_1} & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$ 2 pts

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \frac{e}{f'_1} & \frac{e}{n} \\ -\frac{1}{f'_2} + \frac{e}{f'_1 f'_2} - \frac{n}{f'_1} & 1 - \frac{e}{n f'_2} \end{pmatrix}$$

$$f' = \frac{n' \cdot \overline{SC}}{n' - n}$$

$$f'_1 = \frac{n(r_1)}{n-1} = \frac{n r_1}{n-1}$$

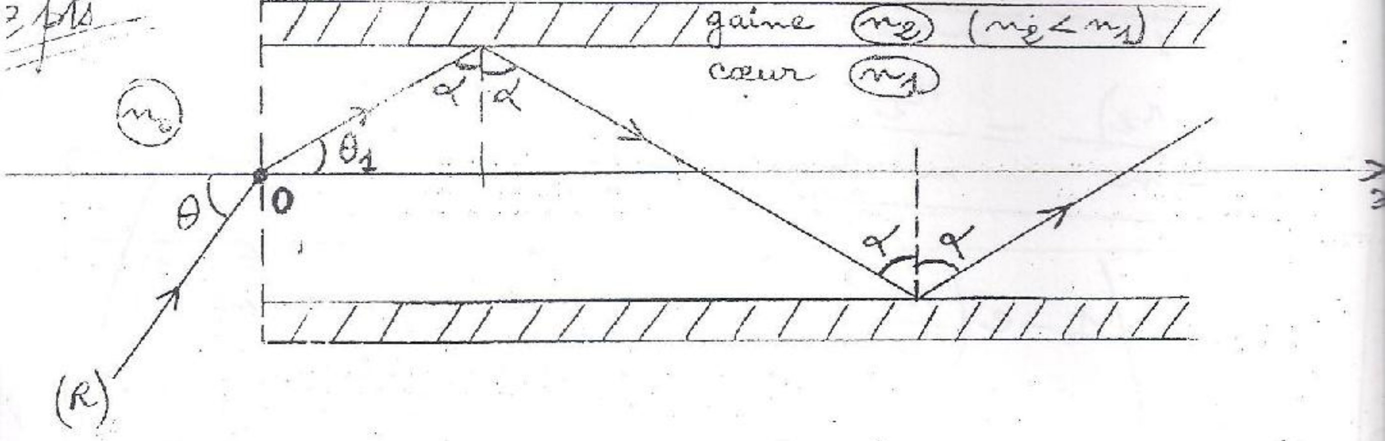
$$f'_e = \frac{1.(-r_e)}{1-n} = \frac{r_e}{n-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{M = \begin{pmatrix} 1 - e\left(\frac{n-1}{n r_1}\right) & \frac{e}{n} \\ (n-1)\left[e\left(\frac{n-1}{n r_1 r_e}\right) - \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_e}\right] & 1 - \frac{e}{n}\left(\frac{n-1}{r_e}\right) \end{pmatrix}}$$

3pts

Exercice 2 :

2 pts



Soit ℓ l'angle de réfraction limite au niveau des dioptres cœur-gaine : $n_1 \sin \ell = n_2 \sin \frac{\pi}{2} = n_2$

$$\sin \ell = \frac{n_2}{n_1}$$

Le guidage du rayon (R) dans la fibre exige une réflexion totale de (R) sur les dioptres cœur-gaine ; la condition de propagation de (R), en ligne brisée dans le cœur, s'écrit donc :

$$\alpha \geq \ell,$$

soit :

$$\cos \alpha < \cos \ell$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right) < \sqrt{1 - \sin^2 \ell}$$

$$\sin \theta_1 < \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

Or $n_0 \sin \theta = n_1 \sin \theta_1$

$$\Longrightarrow \frac{n_0}{n_1} \sin \theta < \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

$$\sin\theta < \frac{n_1}{n_0}\sqrt{1-\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

$$\sin\theta < \underbrace{\frac{\sqrt{n_1^2-n_2^2}}{n_0}}_{\sin\theta_0}$$

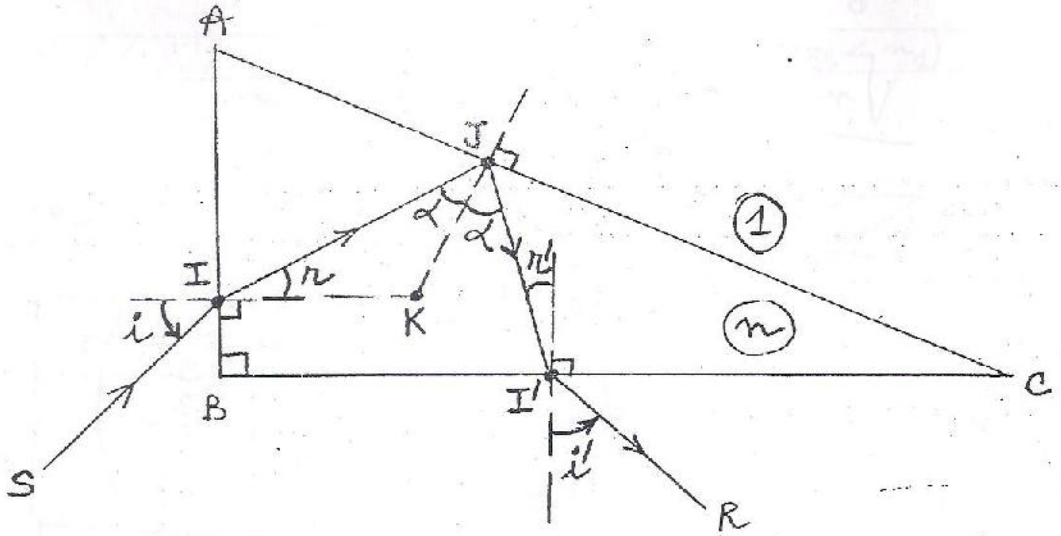
$$\Rightarrow \boxed{\theta < \theta_0 \text{, où } \theta_0 = \operatorname{Arcsin}\left(\frac{\sqrt{n_1^2-n_2^2}}{n_0}\right)}$$ 2 pts

A.N. :

$$\theta_0 = \operatorname{Arcsin}\left(\frac{\sqrt{(1,515)^2-(1,49)^2}}{1}\right)$$

$$\boxed{\theta_0 = 15,9^\circ = 15^\circ\,54'}$$ 1 pt

Exercice 3 :



1°/ $D = D_I + D_J + D_{I'}$

$D = (i-r)+(\pi-2\alpha)-(i'-r')$

Dans le quadrilatère AIKJ : $\underbrace{A}_{mes\,\hat{A}} + \frac{\pi}{2} + \underbrace{\left[\pi-(r+\alpha)\right]}_{mes\,\hat{K}\text{ (calculé dans IJK)}} + \frac{\pi}{2} =$

$\Longrightarrow r = A - \alpha$ ⓐ

Dans le triangle CJI' : $\underbrace{\left(\frac{\pi}{2}-A\right)}_{mes\,\hat{C}} + \left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\left(\frac{\pi}{2}+r'\right) = \pi$

$\Longrightarrow r' = A+\alpha-\frac{\pi}{2}$ ⓑ

ⓐ et ⓑ $\Longrightarrow D = i - A + \alpha + \pi - 2\alpha - i' + A + \alpha - \frac{\pi}{2}$

$$\boxed{D = i - i' + \frac{\pi}{2}}$$ 2 pts

2°/ $(I'R) \perp (SI)$ lorsque : $D = \frac{\pi}{2}$:

$\Rightarrow i - i' + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow i = i' \Rightarrow \sin i = \sin i' \Rightarrow n \sin r = n \sin r'$

$\Rightarrow \sin r = \sin r' \Rightarrow r = r' \Rightarrow A - \alpha = A + \alpha - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$

Donc on a : $\sin i = n \sin r = n \sin(A - \alpha) = n \sin\left(A - \frac{\pi}{4}\right)$

$$\boxed{i = \text{Arc}\sin\left[n \sin\left(A - \frac{\pi}{4}\right)\right]}$$ 1 pt

A.N. : $i = \text{Arc}\sin\left[1{,}60 \sin(60° - 45°)\right]$

$$\boxed{i = 24{,}46° = 24°28'}$$ 1 pt

Les angles de réfraction valent :

$$\boxed{\begin{aligned} r = r' &= A - \alpha = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}\ rad = 15° \\ i' = i &= 24{,}46° = 24°28' \end{aligned}}$$ 1 pt

L'angle de réflexion vaut :

$$\boxed{\alpha = \frac{\pi}{4}\ rad = 45°}$$ 1 pt.

3°/ a) le prisme et le rayon incident étant fixes :

$A = cte$ et $i = cte$

n varie de $dn \Rightarrow r$ varie de dr (car $\sin i = n \sin r$)

$\Rightarrow \alpha$ varie de $d\alpha$ (car $r = A - \alpha$)

$\Rightarrow r'$ varie de dr' (car $r' = A + \alpha - \frac{\pi}{2}$)

$\Rightarrow i'$ varie de di' (car $\sin i' = n \sin r'$

Différentions dans ces conditions :

$$\left.\begin{array}{l} r = A - \alpha \Rightarrow dr = -d\alpha \\ r' = A + \alpha - \frac{\pi}{2} \Rightarrow dr' = d\alpha \end{array}\right\} \Rightarrow dr' = -dr \qquad (1)$$

$$\sin i = n \sin r \Rightarrow 0 = dn . \sin r + n \cos r . dr \qquad (2)$$

$$\sin i' = n \sin r' \Rightarrow \cos i' . di' = dn . \sin r' + n \cos r' . dr' \qquad (3)$$

$$3) \Rightarrow di' = dn . \frac{\sin r'}{\cos i'} + n \frac{\cos r'}{\cos i'} dr'$$

$$1) \Rightarrow di' = dn . \frac{\sin r'}{\cos i'} - n \frac{\cos r'}{\cos i'} dr$$

$$(2) \Rightarrow di' = dn . \frac{\sin r'}{\cos i'} + n \frac{\cos r'}{\cos i'} \left(dn . \frac{\sin r}{n \cos r} \right)$$

$$\frac{di'}{dn} = \frac{\sin r'}{\cos i'} + \frac{\cos r' . \sin r}{\cos i' . \cos r}$$

D'après les résultats obtenus au 2% on a, à un infiniment petit près : $i = i'$ et $r = r' = A - \frac{\pi}{4}$

$$\Rightarrow \frac{di'}{dn} = \frac{\sin r}{\cos i} + \frac{\cos r . \sin r}{\cos i . \cos r}$$

$$\frac{di'}{dn} = 2 \frac{\sin r}{\cos i} = \frac{2 \sin r}{\sqrt{1 - \sin^2 i}} = \frac{2 \sin r}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 r}}$$

$$\boxed{\frac{di'}{dn} = \frac{2 \sin\left(A - \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2\left(A - \frac{\pi}{4}\right)}}}$$

2 pts

b) $$\frac{di'}{dn} = \frac{2\sin(60^\circ - 45^\circ)}{\sqrt{1-(1{,}60)^2 \cdot \sin^2(60^\circ-45^\circ)}} = 0{,}5687 \text{ rad}$$

$$di' = 0{,}5687 \times dn = 0{,}5687 \times 1{,}5 \cdot 10^{-3}$$

$$di' = 0{,}853 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = 2' 56'' > 0$$

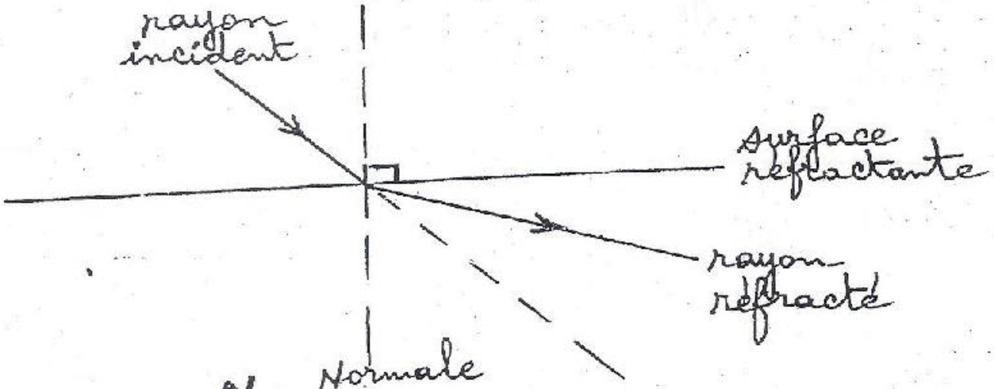
pts Le rayon émergent tourne dans le sens d'orientation de i', d'un angle de $2'56''$.

Tronc Commun 1ère année 2e session 98-99

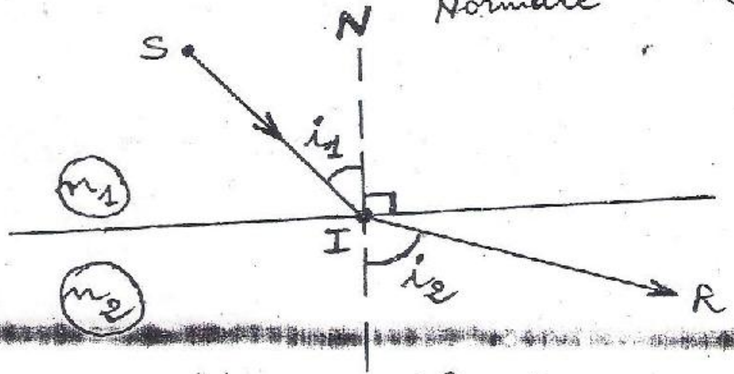
Corrigé de l'épreuve d'Optique

Exercice 1 : Dioptre plan

1°/ La réfraction consiste en un brusque changement de direction de la lumière qui, après avoir rencontré une surface réfractante, se propage dans un milieu différent de son milieu de propagation initial.



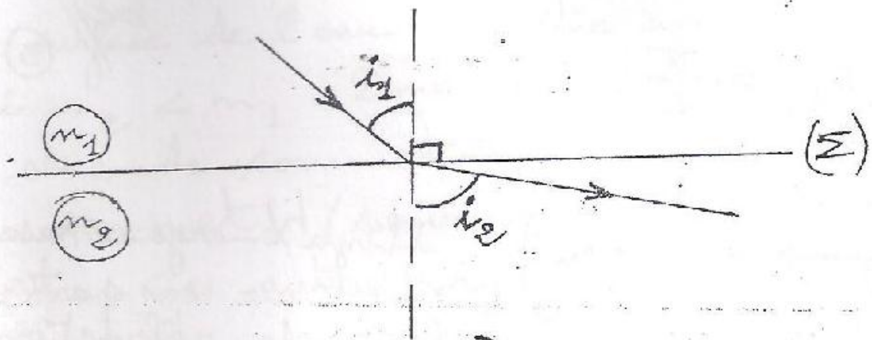
2°/



Première loi de la réfraction : Le rayon incident SI et le rayon réfracté IR sont contenus dans le plan d'incidence (plan contenant le rayon incident SI et la normale IN à la surface réfractante au point d'incidence I).

Il revient au même de dire que le rayon incident SI, le rayon réfracté IR et la normale IN sont coplanaires.

Deuxième loi de la réfraction : les angles d'incidence i_1 et de réfraction i_2 sont tels que : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$, où n_1 et n_2 sont les indices de réfraction des milieux de propagation



$$\left.\begin{array}{l} n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \\ n_2 < n_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \sin i_2 > \sin i_1 \Rightarrow i_2 > i_1$$
$\left(\text{car } i_1, i_2 \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]\right)$

Lorsque i_1 croît à partir de 0, i_2 croît également à partir de 0, mais plus vite que i_1. Et lorsque i_2 atteint la valeur extrême de $\frac{\pi}{2}$ rad, i_1 a alors la valeur λ telle que :

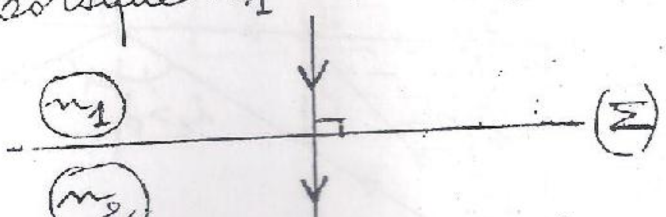
$$n_1 \sin \lambda = n_2 \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \lambda = \frac{n_2}{n_1} < 1$$

$$\lambda = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

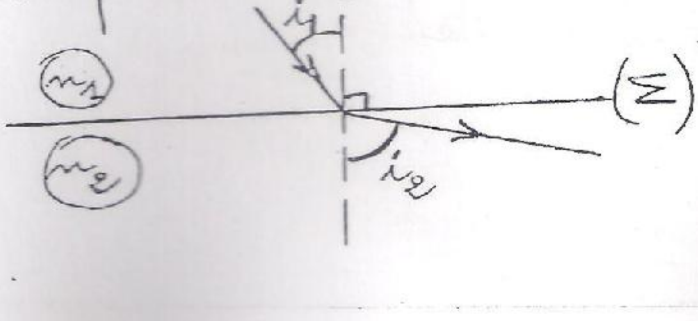
λ est appelé angle de réfraction limite (ou angle limite, ou angle critique).

* Lorsque $i_1 = 0$: $i_2 = 0$



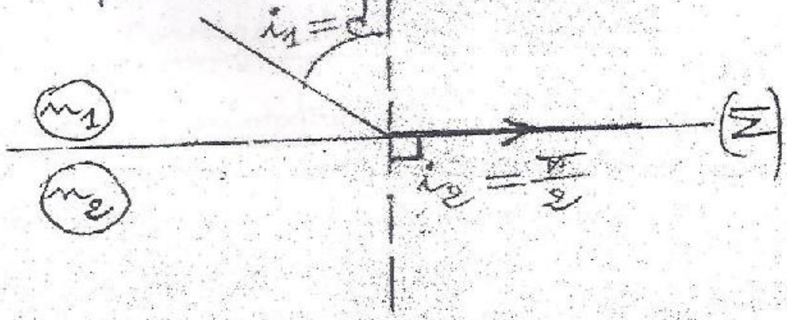
Le rayon incident n'est pas dévié. C'est un cas particulier de réfraction

* Lorsque $0 < i_1 < \lambda$: $i_1 < i_2 < \frac{\pi}{2}$



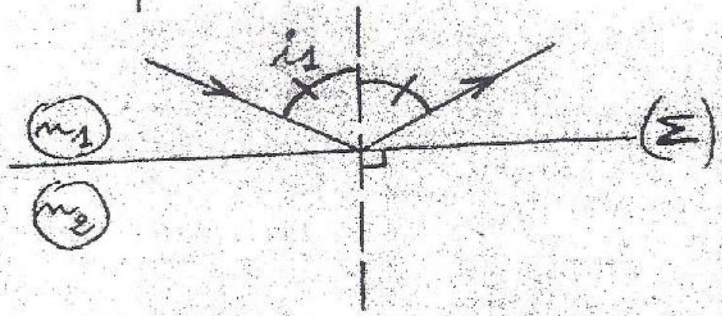
Il y a réfraction

- Lorsque $i_1 = \lambda : i_2 = \frac{\pi}{2}$



Il y a émergence ras
c'est un cas partic
lier de réfraction

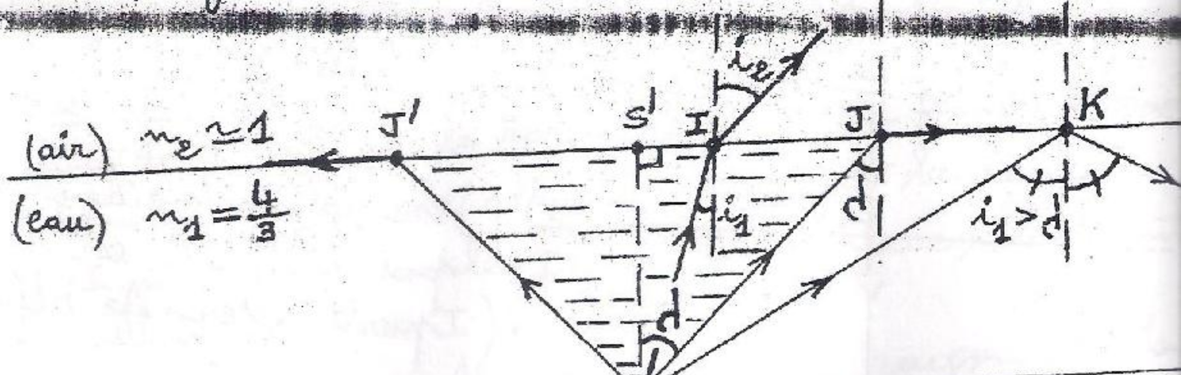
- Lorsque $i_1 > \lambda$:



Il n'y a plus de rayon
réfracté. Toute la lumi
incidente est réfléchie
c'est le phénomène
réflexion totale.

<u>Conclusion :</u> Le rayon lumineux issu du milieu (1) s
réfracte sur la surface dioptrique (Σ), uniquemen
lorsque : $i_1 \leq \lambda$.
Lorsque $i_1 > \lambda$, il n'y a pas de réfraction ; il
a plutôt réflexion totale.

B/ 1°/



i_1 = angle d'incidence, i_2 = angle de réfraction,
λ = angle de réfraction limite

La surface de l'eau constitue un dioptre plan.

Ici $n_2 < n_1$. Donc seuls les rayons lumineux situés dans le cône de sommet S, d'axe SS' et de demi-angle au sommet λ (pour lesquels $i_1 \leq \lambda$), pourront quitter l'eau. Les autres rayons subissent la réflexion totale à la surface de l'eau ; ils ne peuvent donc pas quitter l'eau.

C'est ainsi que l'on observe à la surface de l'eau un disque lumineux.

2°/ Le disque lumineux observé a pour centre S', le projeté orthogonal de S sur la surface de l'eau.

Son rayon $R = S'J = SS' \cdot tg\,\lambda$

$$SS' = 1\,m$$

$$n_1 \sin\lambda = n_2 \sin\frac{\pi}{2}$$

$$\sin\lambda = \frac{n_2}{n_1}$$

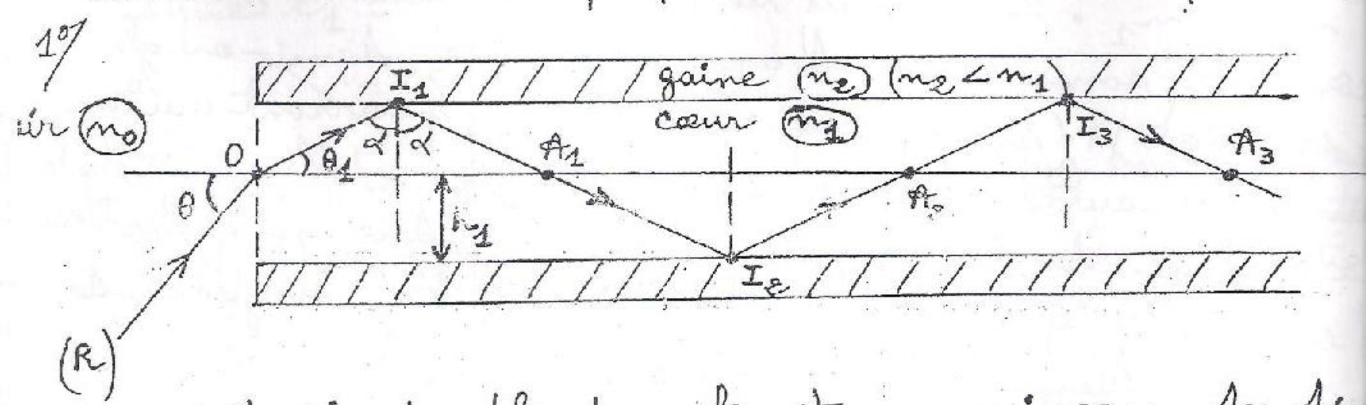
$$\lambda = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{4/3}\right) = 48{,}59^\circ$$

$$R = 1 \times tg\,48{,}59^\circ$$

$$\boxed{R = 1{,}13\,m}$$

Exercice 2 : Fibre optique à saut d'indice

1°/



Soit d l'angle de réfraction limite au niveau des dio[ptres]
cœur-gaine : $n_1 \sin d = n_2 \sin \frac{\pi}{2}$

$$\sin d = \frac{n_2}{n_1}$$

Le guidage du rayon (R) dans la fibre exige une [ré]flexion totale de (R) sur les dioptres cœur-gaine ; la [con]dition de propagation de (R), en ligne brisée dans le cœur, s'écrit donc :

$$\alpha > d, \text{ soit : } \cos\alpha < \cos d$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right) < \sqrt{1 - \sin^2 d}$$

$$\sin\theta_1 < \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

Or $n_0 \sin\theta = n_1 \sin\theta_1$

$$\Longrightarrow \frac{n_0}{n_1}\sin\theta < \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

$$\sin\theta < \frac{n_1}{n_0}\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

$$\sin\theta < \underbrace{\frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}}_{\sin\theta_0}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\theta < \theta_0, \text{ où } \theta_0 = \arcsin\left(\frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}\right)}$$

65 // (6)

A. N. :

$$\theta_0 = \arcsin\left(\frac{\sqrt{(1{,}515)^2-(1{,}490)^2}}{1{,}000}\right)$$

$$\boxed{\theta_0 = 15{,}91^\circ = 15^\circ 54'}$$

2/a) $[L_1] = [OI_1A_1] = 2n_1 \cdot OI_1 = 2n_1 \cdot \dfrac{R_1}{\cos\alpha}$

$$\cos\alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta_1\right) = \sin\theta_1 = \frac{n_0}{n_1}\sin\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{[L_1] = \frac{2n_1^2 R_1}{n_0 \sin\theta}}$$

b) $[L] = N.[L_1]$

où N désigne le nombre de trajets correspondant à $[L_1]$

$$N = \frac{l}{OA_1} = \frac{l}{2R_1 \operatorname{tg}\alpha}$$

Or $1+\operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} = \left(\dfrac{n_1}{n_0\sin\theta}\right)^2$

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{n_1^2}{n_0^2\sin^2\theta} - 1 = \frac{n_1^2 - n_0^2\sin^2\theta}{n_0^2\sin^2\theta}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_0^2\sin^2\theta}}{n_0\sin\theta}$$

$$\Rightarrow [L] = \frac{l}{2R_1} \cdot \frac{n_0\sin\theta}{\sqrt{n_1^2 - n_0^2\sin^2\theta}} \cdot \frac{2n_1^2 R_1}{n_0\sin\theta}$$

$$\boxed{[L] = \frac{n_1^2\, l}{\sqrt{n_1^2 - n_0^2\sin^2\theta}}}$$

7) a) D'après le résultat précédent, le chemin optique suivi par (R) entre O et le détecteur est :

$$[L] = \frac{n_1^2 x}{\sqrt{n_1^2 - n_0^2 \sin^2\theta}}$$

Or, d'après l'énoncé : $[L] = c.\tau$

Donc la durée de propagation du signal lumineux dans le cœur de la fibre est :

$$\boxed{\tau = \frac{n_1^2 x}{c.\sqrt{n_1^2 - n_0^2 \sin^2\theta}}}$$

b) $\theta = 0 \implies \tau = \tau_0 = \frac{n_1 x}{c}$

$$\boxed{\tau_0 = \frac{n_1 x}{c}}$$

<u>Autre méthode de calcul de τ_0 :</u>

Lorsque $\theta = 0$ le rayon lumineux (R) se propage selon l'axe ox du cœur de la fibre optique. On a alors :

$x = v.\tau_0$,

où v est la vitesse de propagation de l'onde lumineuse dans le cœur de la fibre $\left(v = \frac{c}{n_1}\right)$.

$$\implies x = \frac{c}{n_1} . \tau_0$$

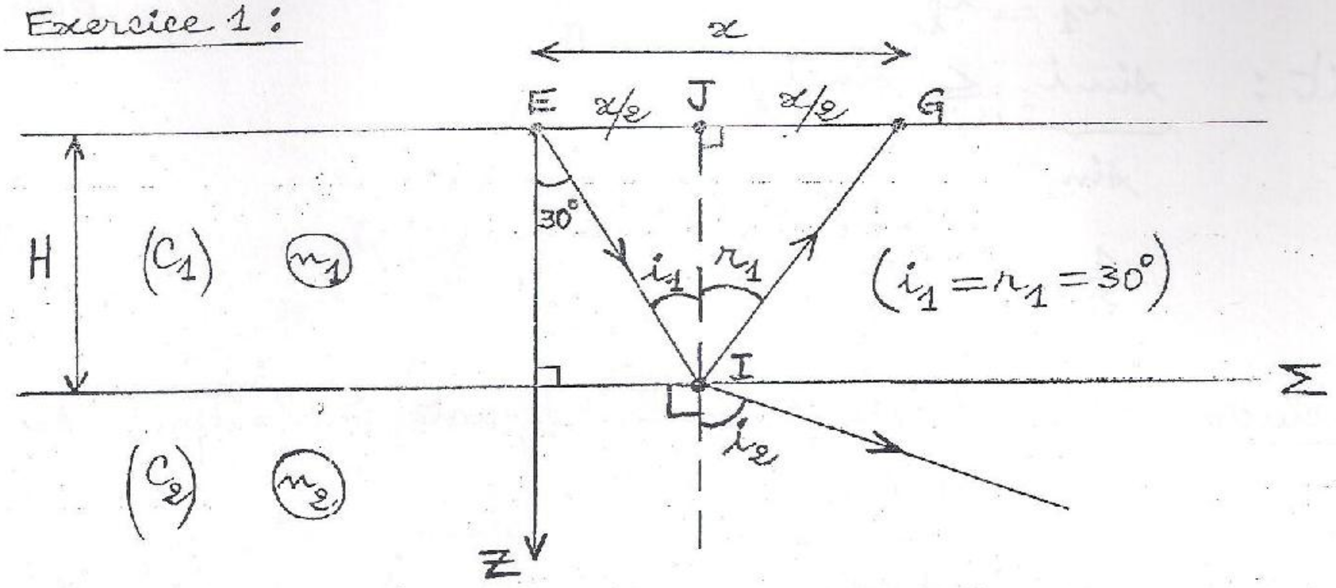
$$\implies \boxed{\tau_0 = \frac{n_1 x}{c}}$$

c) $\tau_0 = \frac{1,515 \times 2000}{3 . 10^8}$

$$\boxed{\tau_0 = 10,1 . 10^{-6}\,s = 10,1\,\mu s}$$

Optique PC1 $1^{ère}$ session 1999-2000

Exercice 1 :



n_1 (respectivement n_2) est l'indice de réfraction de la couche de sol C_1 (respectivement C_2) par rapport au vide :

$$n_1 = \frac{c}{V_1} \quad \text{et} \quad n_2 = \frac{c}{V_2}$$

$$V_2 > V_1 \Longrightarrow n_2 < n_1$$

1°/ La surface Σ séparant les couches de sol (C_1) et (C_2) est un dioptre plan.

2°/ Si l'onde sismique se réfracte à la profondeur Z= c'est-à-dire au point I, on a :

$$\left.\begin{array}{l} n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \\ n_2 < n_1 \end{array}\right\} \Longrightarrow \sin i_2 > \sin i_1 \Longrightarrow i_2 > i_1$$

Lorsque $i_2 = i_{2max} = 90°$: $i_1 = i_{1max} = i_l$ (angle limite

Donc on a : $n_1 \sin i_l = n_2 \sin 90°$

$$\sin i_l = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c}{V_2} \cdot \frac{V_1}{c} = \frac{V_1}{V_2} < 1$$

Ainsi il y aura réfraction en I uniquement lorsque

$$i_1 \leq i_l$$

Soit : $\underbrace{\sin i_1}_{\sin 30°} \leq \sin i_l$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{V_1}{V_2}$$

<u>Conclusion :</u> L'onde sismique se réfracte à la profon[deur]
$Z = H$ lorsque :

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} \geqslant \frac{1}{2}}$$

3°/ a) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} < \frac{1}{2}$$

Donc l'onde sismique ne se réfracte pas à la pro[fon]deur $Z = H$; elle y subit plutot une réflexion total[e]

<u>Autre méthode :</u>

$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

$\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 = \frac{V_2}{V_1} \sin i_1 = \frac{5}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{4} > 1$

$\Rightarrow i_2$ n'existe pas

$\Rightarrow$ il n'y a pas de réfraction, mais plutot réflex[ion] t[otale]

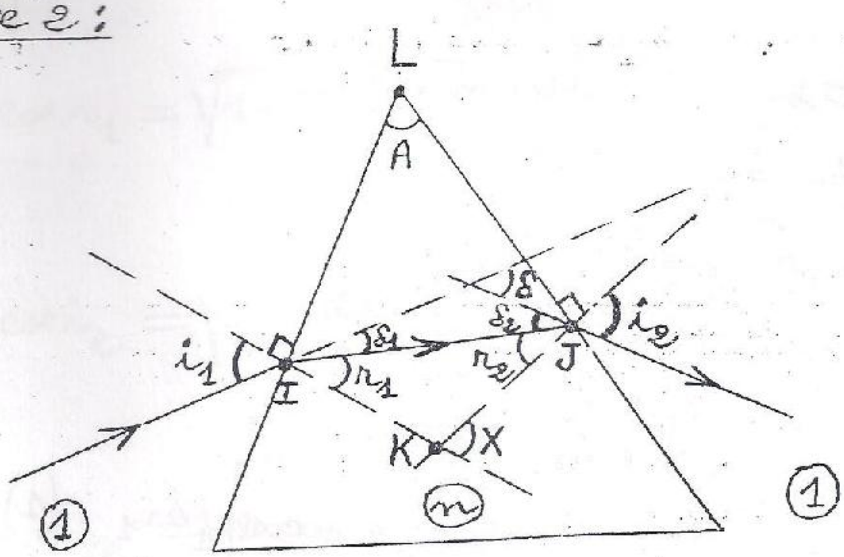
b) $\tan i_1 = \frac{x/2}{H} = \frac{x}{2H} \Rightarrow \boxed{x = 2H \cdot \tan i_1}$

<u>A.N. :</u> $x = 2 \times 10 \times \tan 30°$

$$\boxed{x = 11{,}547\ m}$$

Exercice 2 :

1°/



δ = déviation totale

$\delta = \delta_1 + \delta_2 = (i_1 - r_1) + (i_2 - r_2) = i_1 + i_2 - (r_1 + r_2)$

Dans le triangle IJK : $r_1 + r_2 + (\pi - X) = \pi \Rightarrow X = r_1 + r_2$

Dans le quadrilatère LIKJ : $A + \frac{\pi}{2} + (\pi - X) + \frac{\pi}{2} = 2\pi \Rightarrow X = A$

$\Rightarrow X = r_1 + r_2 = A.$

$\Rightarrow \boxed{\delta = i_1 + i_2 - A}$

2°/ $\sin i_2 = n \sin r_2 \Rightarrow i_2 = \sin^{-1}(n \sin r_2) = \sin^{-1}\left[n \sin(A - r_1)\right]$

Or $\sin i_1 = n \sin r_1$, c'est-à-dire : $r_1 = \sin^{-1}\left(\frac{\sin i_1}{n}\right)$

Donc : $i_2 = \sin^{-1}\left\{n \sin\left[A - \sin^{-1}\left(\frac{\sin i_1}{n}\right)\right]\right\}$

$$\boxed{\delta = i_1 + \sin^{-1}\left\{n \sin\left[A - \sin^{-1}\left(\frac{\sin i_1}{n}\right)\right]\right\} - A}$$

3°/ On fixe i_1 et A, et on fait varier n.

$$\sin r_1 = \frac{\sin i_1}{n} \Rightarrow r_1 \text{ varie}$$

$$r_2 = A - r_1 \Rightarrow r_2 \text{ varie}$$

$$\sin i_2 = n \sin r_2 \Rightarrow i_2 \text{ varie}$$

$$D = i_1 + i_2 - A \Rightarrow \frac{dD}{dn} = \frac{di_2}{dn}$$

$$\sin i_1 = n \sin r_1 \Rightarrow 0 = dn \sin r_1 + n \cos r_1 \, dr_1 \quad (1)$$

$$\sin i_2 = n \sin r_2 \Rightarrow \cos i_2 \, di_2 = dn \sin r_2 + n \cos r_2 \, dr_2$$

$$r_1 + r_2 = A \Rightarrow dr_1 + dr_2 = 0 \Rightarrow dr_2 = -dr_1 \quad (3)$$

$$(2) \Rightarrow \cos i_2 \frac{di_2}{dn} = \sin r_2 + n \cos r_2 \frac{dr_2}{dn} \quad (2')$$

$$(1) \Rightarrow dn \sin r_1 = -n \cos r_1 \, dr_1$$

$$\Rightarrow -\frac{dr_1}{dn} = \frac{\sin r_1}{n \cos r_1}$$

$$\Rightarrow \frac{dr_2}{dn} = \frac{\sin r_1}{n \cos r_1} \quad \left(\text{d'après } (3)\right)$$

$$(2') \Rightarrow \cos i_2 \frac{di_2}{dn} = \sin r_2 + n \cos r_2 \frac{\sin r_1}{n \cos r_1}$$

$$\Rightarrow \frac{di_2}{dn} = \frac{\sin r_2 + \cos r_2 \frac{\sin r_1}{\cos r_1}}{\cos i_2}$$

$$\Rightarrow \frac{di_2}{dn} = \frac{\sin r_2 \cos r_1 + \cos r_2 \sin r_1}{\cos r_1 \cos i_2} = \frac{\sin(r_1 +}{\cos r_1 \cos}$$

$$\boxed{\left(\frac{\partial \delta}{\partial n}\right)_{i_1 = cte,\, A = cte} = \frac{dD}{dn} = \frac{di_2}{dn} = \frac{\sin A}{\cos r_1 \cos i_2}}$$

Or : $\cos r_1 = \sqrt{1-\sin^2 r_1} = \sqrt{1-\dfrac{\sin^2 i_1}{n^2}}$

$$\cos i_2 = \sqrt{1-\sin^2 i_2} = \sqrt{1-n^2\sin^2 r_2} = \sqrt{1-n^2\sin^2(A-r_1)}$$

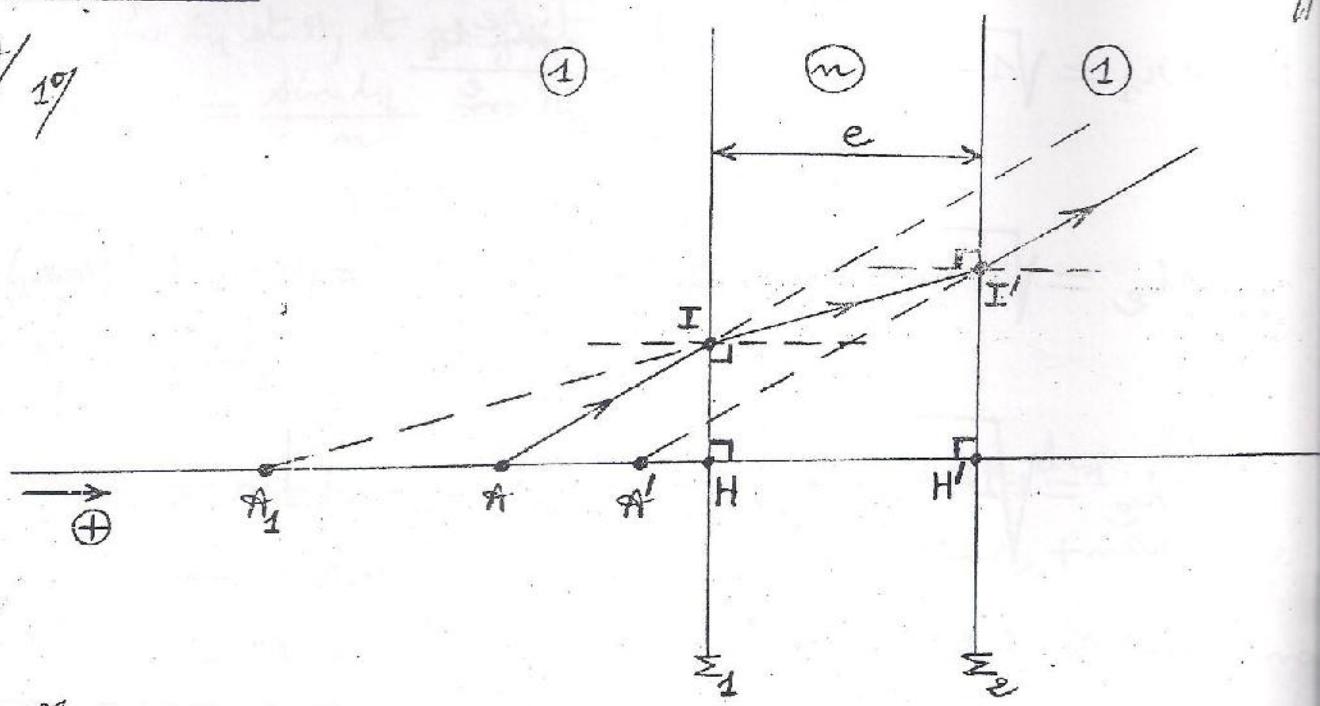
$$\cos i_2 = \sqrt{1-n^2\sin^2\left[A-\sin^{-1}\left(\frac{\sin i_1}{n}\right)\right]}$$

Donc on a :

$$\boxed{\left(\frac{\partial \delta}{\partial n}\right)_{i_1=cte,\,A=cte} = \frac{\sin A}{\sqrt{1-\dfrac{\sin^2 i_1}{n^2}}\cdot\sqrt{1-n^2\sin^2\left[A-\sin^{-1}\left(\dfrac{\sin i_1}{n}\right)\right]}}}$$

Exercice 3 :

A/ 1°/



2°/ Les relations de conjugaison des deux dioptres plans Σ_1 et Σ_2 (dans les conditions de stigmatisme approché) donnent :

$$\frac{\overline{HA'}}{1} = \frac{\overline{HA_1}}{n}$$

$$\frac{\overline{H'A_1}}{n} = \frac{\overline{H'A'}}{1}$$

Donc on a : $\overline{AA'} = \overline{AH} + \overline{HH'} + \overline{H'A'}$

$$= \frac{\overline{A_1H}}{n} + e + \frac{\overline{H'A_1}}{n}$$

$$= e + \frac{1}{n}\left(\overline{H'A_1} + \overline{A_1H}\right)$$

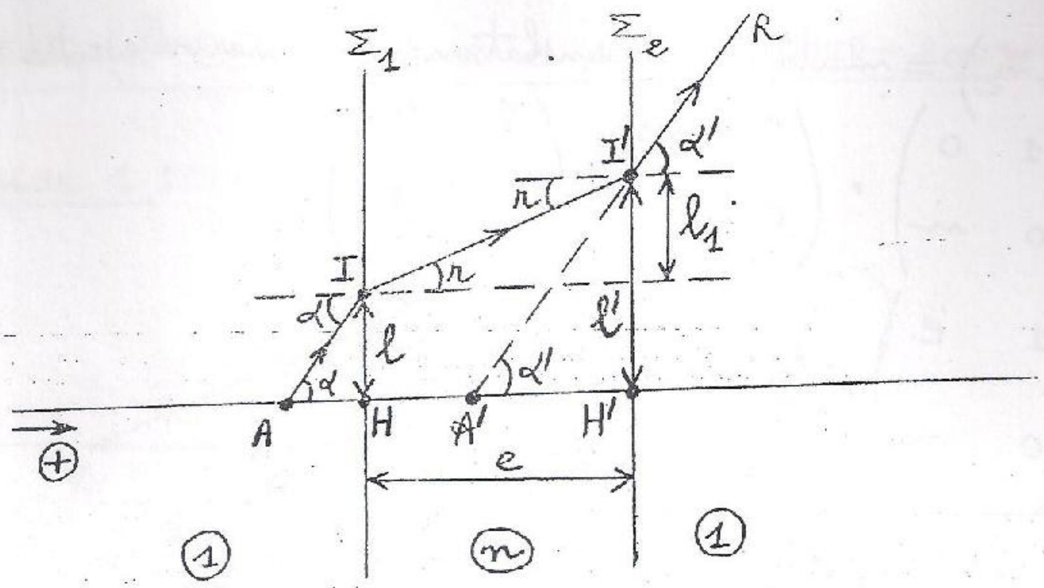
$$= e + \frac{1}{n}\overline{H'H}$$

$$= e - \frac{1}{n}e$$

$$= e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$\boxed{\overline{AA'} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$

B/ 1°/ a)



Les rayons lumineux considérés étant paraxiaux :

- I proche de H, I' proche de H'
- r faible, $\operatorname{tg} r \simeq r$
- $l_1 \simeq e.r$
- $\sin\alpha = n \sin r \Longleftrightarrow \alpha \simeq n r$ (loi de Képler)

Donc on a :

$$l' = l + l_1 \simeq l + e.r \simeq l + e.\frac{\alpha}{n} = 1.l + \frac{e}{n}.\alpha$$

Le rayon incident AI et le rayon émergent I'R étant parallèles : $\alpha' = \alpha = 0.l + 1.\alpha$

Conclusion :

$$\begin{pmatrix} l' \\ \alpha' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{e}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} l \\ \alpha \end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow \boxed{T = \begin{pmatrix} 1 & \frac{e}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

b) $T = R(\Sigma_2) . T(\Sigma_1 \Sigma_2) . R(\Sigma_1)$

où : $R(\Sigma_1)$ = matrice de transfert (ou de réfraction) du dioptre plan

$R(\Sigma_2)$ = matrice de transfert (ou de réfraction) du dioptre plan

$T(\Sigma_1 \Sigma_2)$ = matri... translation (ou d'intervalle) entre Σ_1 et Σ_2 74

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \\ 0 & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} & \\ 0 & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{T = \begin{pmatrix} 1 & \frac{e}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

2°/ $\overline{AA'} = AA' = AH + HH' - A'H'$

Les rayons étant paraxiaux :

$$tg\,\alpha = \frac{l}{AH} \simeq \alpha \;,\; tg\,\alpha' = \frac{l'}{A'H'} \simeq \alpha'$$

Donc : $\overline{AA'} \simeq \dfrac{l}{\alpha} + e - \dfrac{l'}{\alpha'}$

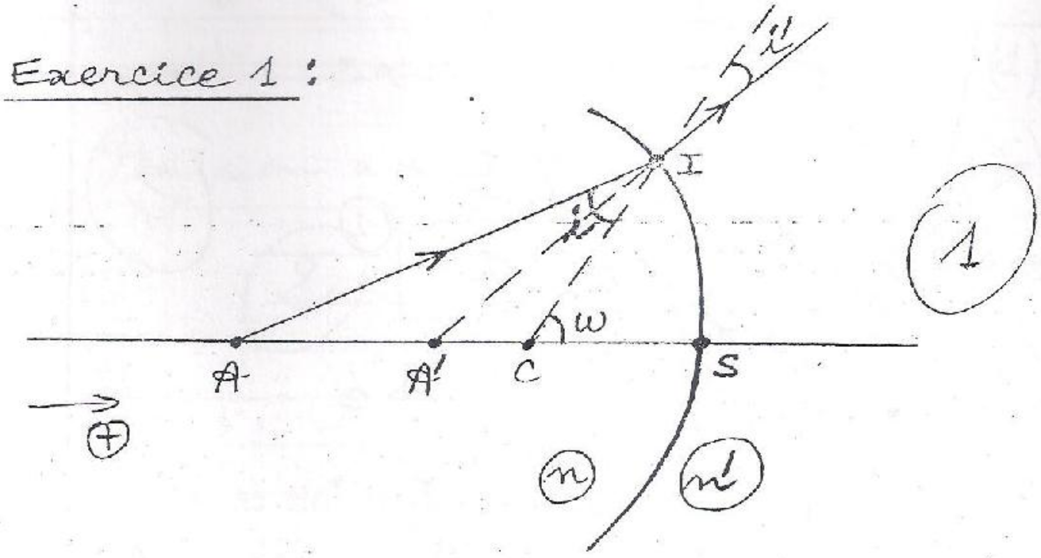
Or, d'après le 1°/ : $l' = l + \frac{e}{n}\alpha$ et $\alpha' = \alpha$

Alors : $\overline{AA'} = e - \dfrac{l'-l}{\alpha} = e - \dfrac{\frac{e}{n}\alpha}{\alpha} = e - \dfrac{e}{n}$

$$\boxed{\overline{AA'} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$

Optique Pc1 Première session 2000 - 2001

Exercice 1 :



Dans le triangle CIA :

$$\frac{CA}{\sin i} = \frac{IA}{\sin(\pi-\omega)} = \frac{IA}{\sin\omega} \Longrightarrow CA = IA \cdot \frac{\sin i}{\sin\omega} \quad 1$$

Dans le triangle CIA' :

$$\frac{CA'}{\sin i'} = \frac{IA'}{\sin(\pi-\omega)} = \frac{IA'}{\sin\omega} \Longrightarrow CA' = IA' \cdot \frac{\sin i'}{\sin\omega} \quad 1$$

$$\frac{CA}{CA'} = \frac{IA}{IA'} \cdot \frac{\sin i}{\sin i'}$$

$$\frac{CA}{CA'} = \frac{-\overline{CA}}{-\overline{CA'}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{CA'}}$$

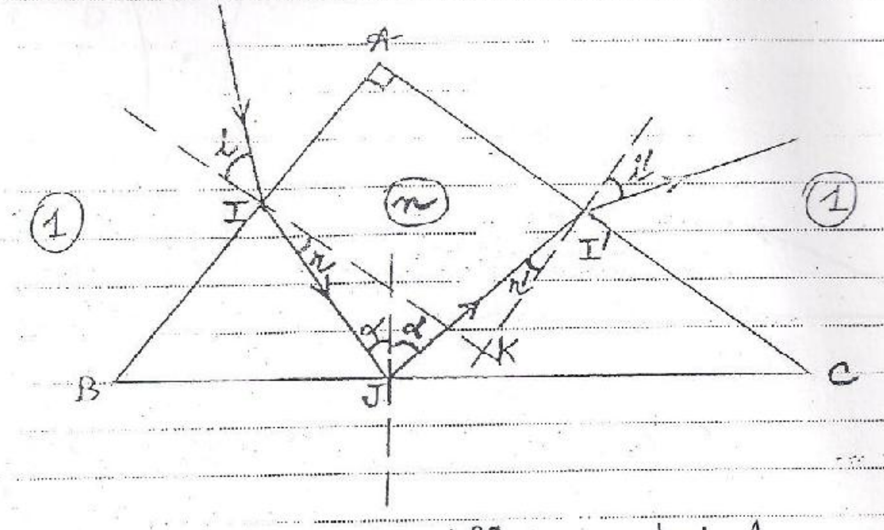
$$n \sin i = n' \sin i'$$

$$\Longrightarrow \frac{\overline{CA}}{\overline{CA'}} = \frac{IA}{IA'} \cdot \frac{n'}{n}$$

$$\boxed{\frac{n \cdot \overline{CA}}{IA} = \frac{n' \cdot \overline{CA'}}{IA'}} \quad 2$$

(Invariant fondamental du dioptre sphérique)

Exercice 2 :



1°/ Pour qu'il y ait réflexion totale sur BC il faut que :

$$\alpha > l \text{, où } l = \text{angle limite}$$

Or, dans le triangle IBJ :

$$B + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \pi \text{, soit : } \alpha = B - r$$

Donc on a : $B - r > l$

$$\sin(B-r) > \sin l$$

$$\sin B \cos r - \cos B \sin r > \frac{1}{n}$$

Or : $\sin i = n \sin r$, soit : $\sin r = \frac{\sin i}{n}$ et

$$\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n}$$

Ainsi on a :

$$\sin B . \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n} - \cos B . \frac{\sin i}{n} > \frac{1}{n}$$

2

$$\boxed{\sin B . \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos B . \sin i > 1}$$

2°/ D est la somme des déviations en I, J et I', déviations que nous comptons avec leurs signes :

$$D = (i - r) + (\pi - 2\alpha) - (i' - r')$$

Or, dans le quadrilatère AIJI' on a :

$$\frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi}{2} + r\right) + 2\alpha + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) = 2\pi,$$

soit : $2\alpha = -r + r' + \frac{\pi}{2}$ (1)

Donc on a : $D = (i - r) + \left(\pi + r - r' - \frac{\pi}{2}\right) + (-i' + r')$

2 $\boxed{D = i - i' + \frac{\pi}{2}}$ (2)

Si $D = 90° = \frac{\pi}{2}$ rad :

(2) $\Longrightarrow i = i'$, soit $r = r'$

(1) $\Longrightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$

La condition de réflexion totale sur BC s'écrit alors :

$$\frac{\pi}{4} > l$$

$$\sin\frac{\pi}{4} > \sin l$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{n}$$

2 $\boxed{n > \sqrt{2} = 1,41}$

Exercice 3 :

1°/ a) • A a pour image A' à travers L_1 :

$$\frac{1}{\overline{S_1A'}} - \frac{1}{\overline{S_1A}} = \frac{1}{\overline{S_1F'_1}}$$

$$\frac{1}{\overline{S_1A'}} = \frac{1}{\overline{S_1A}} + \frac{1}{\overline{S_1F'_1}} = \frac{1}{3a/2} + \frac{1}{2a} = \frac{2}{3a} + \frac{1}{2a}$$

$$\frac{1}{\overline{S_1A'}} = \frac{4+3}{6a} = \frac{7}{6a}$$

$$\boxed{\overline{S_1A'} = \frac{6a}{7}}$$

• A' a pour image A'' à travers L_2 :

$$\frac{1}{\overline{S_2A''}} - \frac{1}{\overline{S_2A'}} = \frac{1}{\overline{S_2F'_2}}$$

$$\frac{1}{\overline{S_2A''}} = \frac{1}{\overline{S_2A'}} + \frac{1}{\overline{S_2F'_2}} = \frac{1}{\overline{S_2S_1} + \overline{S_1A'}} + \frac{1}{\overline{S_2F'_2}}$$

$$\frac{1}{\overline{S_2A''}} = \frac{1}{-3a + \frac{6a}{7}} + \frac{1}{-3a} = -\frac{7}{15a} - \frac{1}{3a}$$

$$\frac{1}{\overline{S_2A''}} = \frac{-7-5}{15a} = -\frac{12}{15a} = -\frac{4}{5a}$$

$$\boxed{\overline{S_2A''} = -\frac{5a}{4}}$$

A''B'' est l'image finale de AB à travers le doublet
Voir la construction de A''B'' sur papier millimétré

b) • A a pour image A' à travers L_2 :

$$\frac{1}{\overline{S_2A'}} - \frac{1}{\overline{S_2A}} = \frac{1}{\overline{S_2F'_2}}$$

$$\frac{1}{\overline{S_2A'}} = \frac{1}{\overline{S_2A}} + \frac{1}{\overline{S_2F'_2}} = \frac{1}{3a/2} + \frac{1}{-3a} = \frac{2}{3a} - \frac{1}{3a} = \frac{1}{3a}$$

$$\boxed{\overline{S_2A'} = 3a}$$

• A' a pour image A'' à travers L_1 :

$$\frac{1}{\overline{S_1A''}} - \frac{1}{\overline{S_1A'}} = \frac{1}{\overline{S_1F'_1}}$$

$$\frac{1}{\overline{S_1A''}} = \frac{1}{\overline{S_1A'}} + \frac{1}{\overline{S_1F'_1}} = \frac{1}{\overline{S_1A'}} + \frac{1}{2a}$$

$$\overline{S_1A'} = \overline{S_1S_2} + \overline{S_2A'} = -3a + 3a = 0$$

$$\frac{1}{\overline{S_1A'}} \longrightarrow \infty$$

Donc : $\frac{1}{\overline{S_1A''}} \longrightarrow \infty$, soit : $\boxed{\overline{S_1A''} = 0}$

2°/ • Cas a :

$$\gamma = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} \cdot \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{S_2A''}}{\overline{S_2A'}} \cdot \frac{\overline{S_1A'}}{\overline{S_1A}}$$

$$\gamma = \frac{-5a/4}{-15a/7} \cdot \frac{6a/7}{3a/2} = \left(\frac{5a}{4}\right)\left(\frac{7}{15a}\right) \cdot \left(\frac{6a}{7}\right)\left(\frac{2}{3a}\right)$$

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{3}}$$

$$\overline{A''B''} = \gamma . \overline{AB} = \frac{1}{3} . \frac{3a}{4}$$

$$\boxed{\overline{A''B''} = \frac{a}{4}}$$

- Cas b :

$$\gamma = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} . \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

$$\frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} = \gamma_1 = 1 \quad (\text{Voir construction})$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \gamma_2 = \frac{\overline{S_2 A'}}{\overline{S_2 A}} = \frac{3a}{3a/2} = 2$$

$$\Rightarrow \gamma = 1 \times 2$$

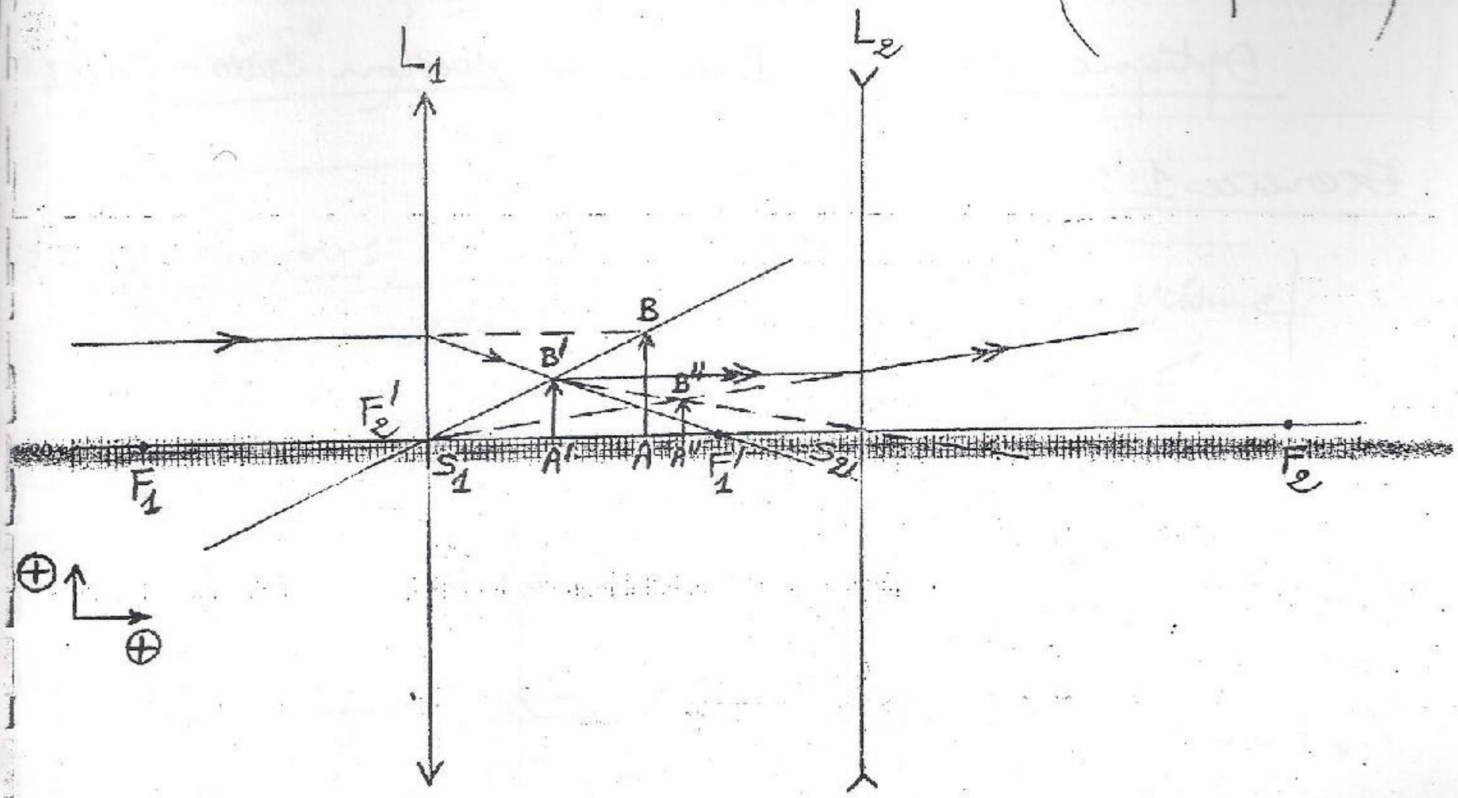
$$\boxed{\gamma = 2}$$

$$\overline{A''B''} = \gamma . \overline{AB} = 2 . \frac{3a}{4}$$

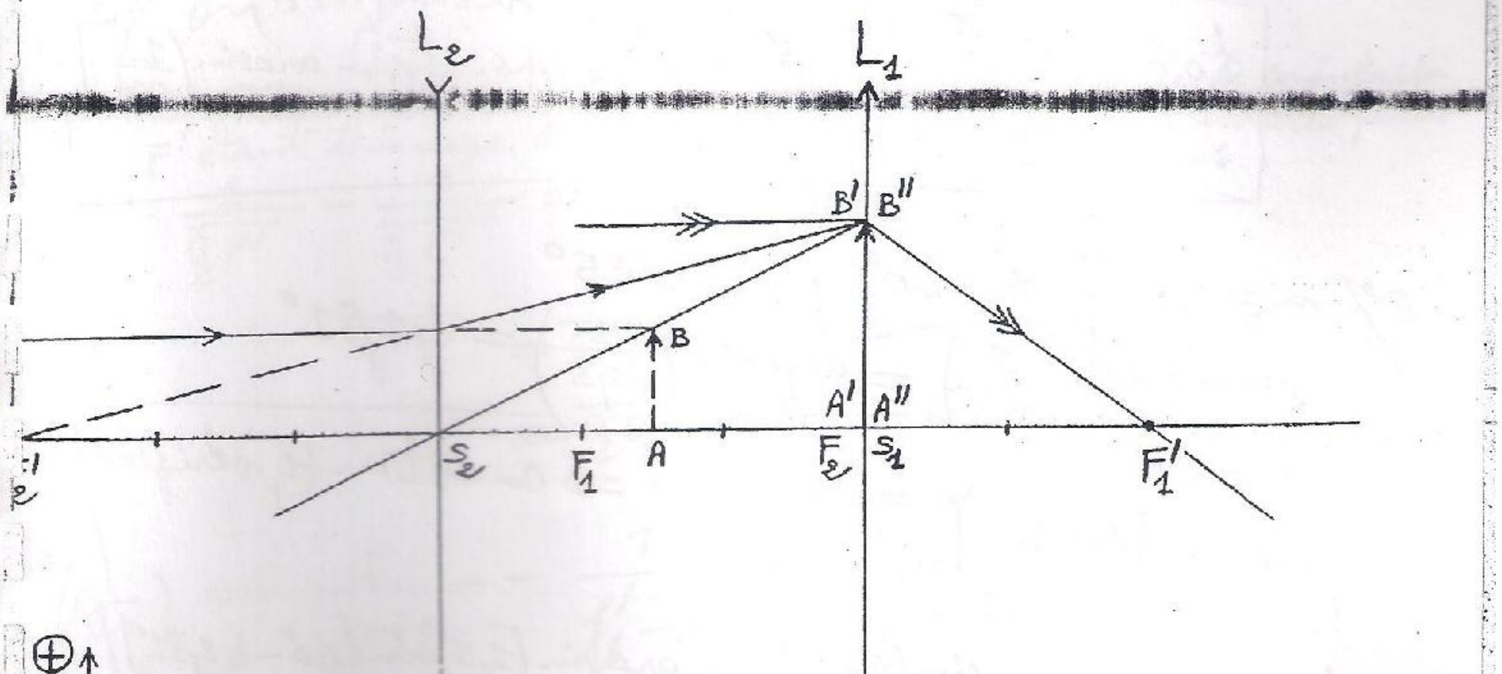
$$\boxed{\overline{A''B''} = \frac{3a}{2}}$$

(Echelle : 2 cm pour a)

Cas a :

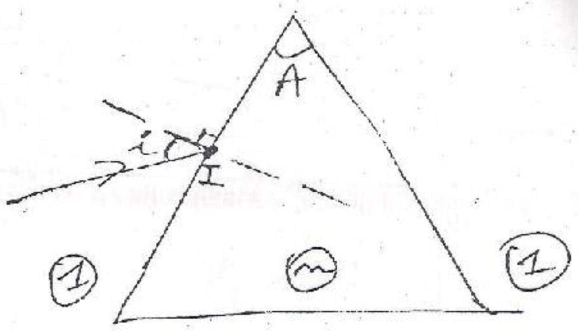


Cas b :



Optique CB 1 Première session 2000 – 2001

Exercice 1 :



1°/ • Première condition d'émergence :

$$\boxed{A \leq 2\lambda, \text{ où } \lambda = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)} \quad (1)$$

• Deuxième condition d'émergence :

$$\boxed{i_0 \leq i \leq \frac{\pi}{2}, \text{ où } \sin i_0 = n\sin(A-\lambda) = n\sin\left[A - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)\right]}$$

2°/ $n = 1{,}5$; $A = 60°$; $i = 25°$

$\lambda = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{1{,}5}\right) = 41{,}81°$;

$\left.\begin{array}{l} A = 60° \\ 2\lambda = 83{,}62° \end{array}\right\} \Rightarrow A < 2\lambda \Rightarrow$ condition (1) vérifiée

$i_0 = \arcsin\left[n\sin(A-\lambda)\right] = \arcsin\left[1{,}5\sin(60° - 41{,}81°)\right]$

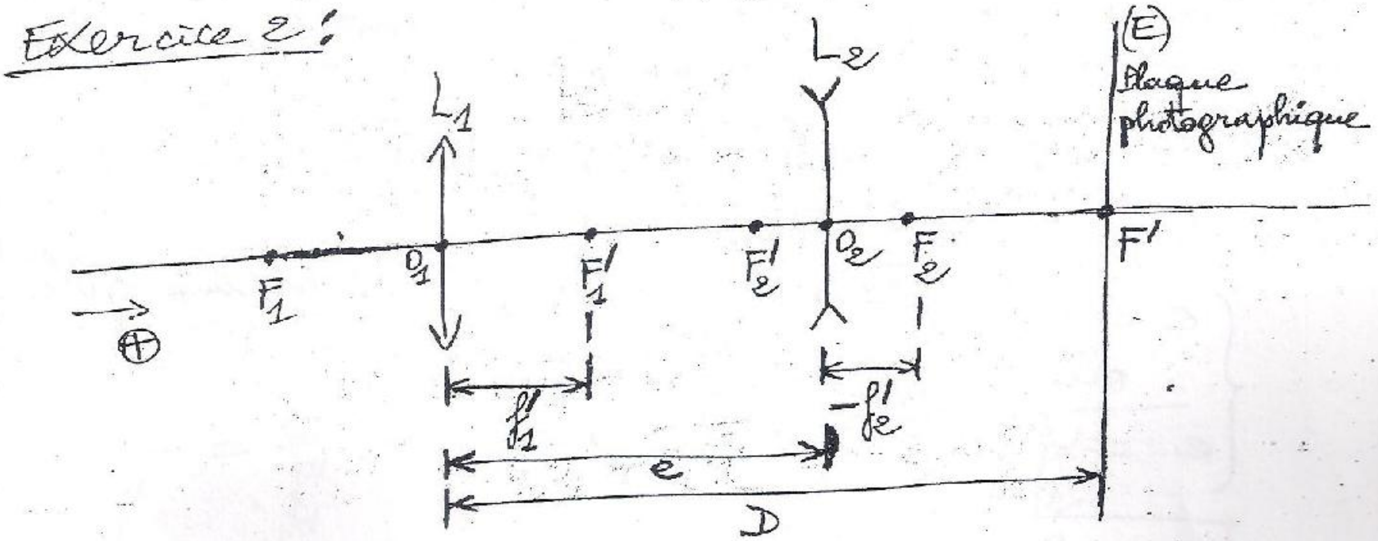
$= 27{,}92°$

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} i_0 = 27{,}92^\circ \\ i = 25^\circ \end{array}\right\} \Longrightarrow i_0 > i \Longrightarrow \text{condition (2) non vérifiée}}$$

Conclusion :

Le rayon incident n'émergera pas du prisme

Exercice 2 :



1°/ on a :

$$\infty \xrightarrow{(L_1)} F'_1 \xrightarrow{(L_2)} F'$$

F' étant l'image de F'_1 à travers (L_2), la formule de conjugaison de Descartes permet d'écrire :

$$\frac{1}{\overline{O_2F'}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f'_2} \quad (E_1)$$

$$\overline{O_2F'} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'} = -e + D = D - e$$

$$\overline{O_2F'_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'_1} = -e + f'_1 = f'_1 - e$$

$$(E_1) \Longrightarrow \frac{1}{D-e} - \frac{1}{f'_1 - e} = \frac{1}{f'_2}$$

$$\frac{f'_1 - e - D + e}{(D-e)(f'_1 - e)} = \frac{1}{f'_2}$$

$$(D-e)(f_1'-e) = f_2'(f_1'-D)$$

$$Df_1' - De - ef_1' + e^2 = f_1'f_2' - Df_2'$$

$$\boxed{e^2 - (D+f_1')e + \left[(f_1'+f_2')D - f_1'f_2'\right] = 0}$$

Soit numériquement :

$$\boxed{e^2 - 29e + 154 = 0}$$

$$\Delta = (-29)^2 - 4(154) = 225$$

$$\begin{cases} e = \dfrac{29+\sqrt{225}}{2} = 22\,cm > D = 19\,cm \text{, ce qui est impossible} \\ \text{ou} \\ e = \dfrac{29-\sqrt{225}}{2} = 7\,cm < D \end{cases}$$

$$\boxed{e = 7\,cm}$$ (1)

Le téléobjectif étudié est donc équivalent au doublet de symbole :

$$\boxed{(10, 7, -4)}$$ (1)

2°/ On a :

$$F \xrightarrow{(L_1)} F_2 \xrightarrow{(L_2)} \infty$$

F_2 étant l'image de F à travers (L_1), la formule de Newton permet d'écrire :

$$\overline{F_1F} \cdot \overline{F_1'F_2} = -(f_1')^2 \qquad (E_2)$$

$$\overline{F'_1F_2} = \overline{F'_1O_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2} = -f'_1 + e - f'_2 = e - f'_1 - f'_2$$ (3)

85

$$(E_2) \Rightarrow \overline{F_1F} = \frac{(f'_1)^2}{-\overline{F'_1F_2}} = \frac{(f'_1)^2}{f'_1 + f'_2 - e} = \frac{10^2}{10-4-7} = -100$$

$$\boxed{\overline{F_1F} = \frac{(f'_1)^2}{f'_1 + f'_2 - e} = -100\,\text{cm}}$$

$$\overline{O_1F} = \overline{O_1F_1} + \overline{F_1F} = -f'_1 + \overline{F_1F} = -10 - 100$$

$$\boxed{\overline{O_1F} = -110\,\text{cm}}$$ (1)

$$\boxed{\overline{O_1F'} = D = 19\,\text{cm}}$$ (1)

3°/a) $V = V_1 + V_2 - eV_1V_2$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1f'_2} = \frac{f'_2 + f'_1 - e}{f'_1f'_2}$$

$$\boxed{f' = \frac{f'_1f'_2}{f'_1 + f'_2 - e}}$$ (1)

A.N. : $f' = \dfrac{10\times(-4)}{10-4-7}$

$$\boxed{f' = 40\,\text{cm}}$$ (1)

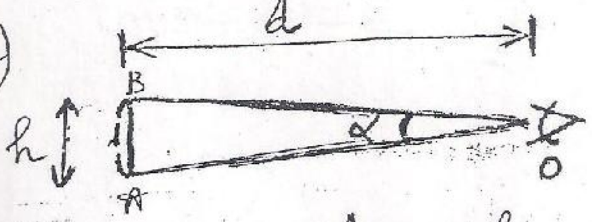
(1)

Ce téléobjectif est donc environ deux fois moins encombrant (19cm au lieu de 40 cm) qu'un appareil photographique à objectif simple de même focale f'.

b) $\boxed{\overline{H'F'} = f' = 40\text{ cm}}$ (1)

$\boxed{\overline{HF} = f = -f' = -40\text{ cm}}$ (1)

4°/ a)



$h = 30\text{ m}$, $d = 1\text{ km} = 1000\text{ m}$, $h \ll d$

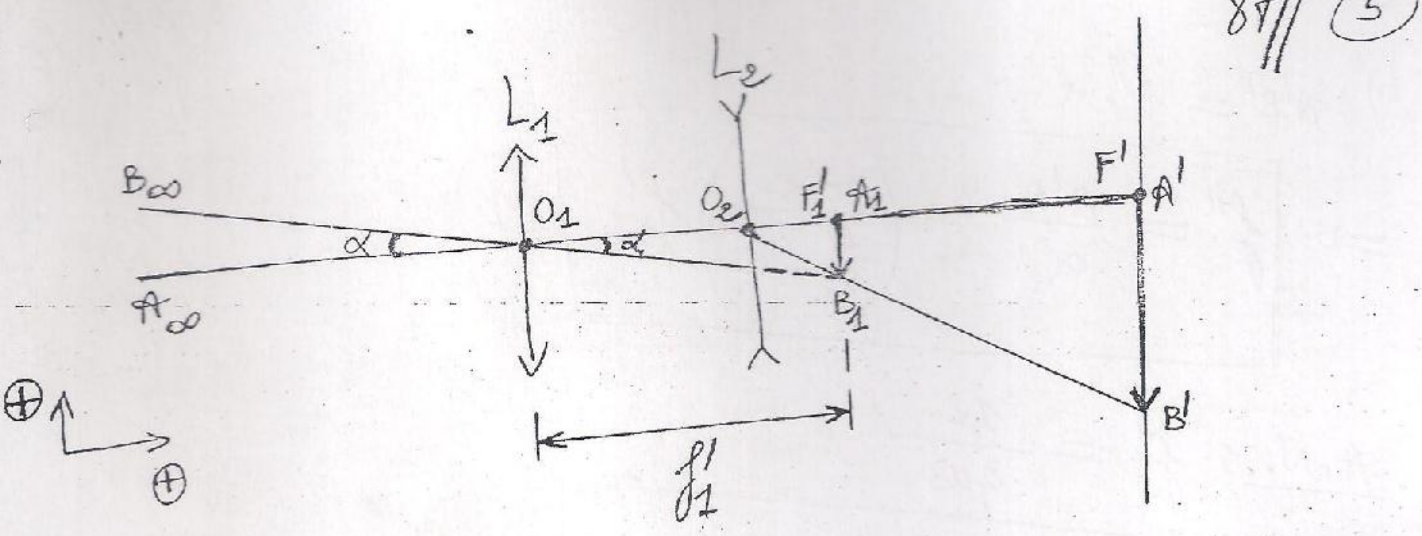
La base A et le sommet B de la tour étant situés sur le cercle de centre O et de rayon $R = OA = OB$, on a :

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{AB}}{R} \simeq \frac{h}{d} \quad \text{car } h \ll d$$

$$\alpha = \frac{30}{1000}$$

$\boxed{\alpha = 0{,}03\text{ rad}}$ (1)

L'image A_1B_1 de la tour AB éloignée fournie par L_1 est dans le plan focal image de L_1.
Cette image A_1B_1 est agrandie par L_e qui en donne une image définitive $A'B'$.



$$tg\,\alpha = \frac{A_1B_1}{f'_1} \Rightarrow A_1B_1 = f'_1 \cdot tg\,\alpha \simeq f'_1 \cdot \alpha$$

Le grandissement transversal de L_2 est :

$$\gamma_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{\overline{O_2F'}}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{D-e}{f'_1-e}$$

Donc : $\overline{A'B'} = \left(\frac{D-e}{f'_1-e}\right)\overline{A_1B_1}$

$$A'B' = \left|\overline{A'B'}\right| = \left|\frac{D-e}{f'_1-e}\right| \cdot \left|\overline{A_1B_1}\right| = \left(\frac{D-e}{f'_1-e}\right) \cdot A_1B_1$$

$$\boxed{A'B' = \left(\frac{D-e}{f'_1-e}\right) f'_1\alpha} \quad (1)$$

A.N. : $A'B' = \left(\frac{19-7}{10-7}\right) \times 10 \times 0{,}03$

$$\boxed{A'B' = 1{,}2\,cm = 12\,mm} \quad (0{,}5)$$

b) $A'B' = f''.\alpha$

$$\Rightarrow \boxed{f'' = \frac{A'B'}{\alpha} = \left(\frac{D-e}{f'_1-e}\right) f'_1}$$ 1

A.N. : $f'' = \frac{12}{0{,}03}$

$$\boxed{f'' = 40\ cm = 400\ mm}$$ 0,5

Ce résultat est en accord avec celui obtenu en 3%

Optique — 1e session 2001-2002

Exercice 1

1°/ L'onde étant polarisée selon oy, on a :

$$\vec{E} = E_y \vec{u}_y$$

L'onde étant électromagnétique plane progressive sinusoïdale, on a :

$$E_y = E_0 \cos\omega\left(t - \frac{\vec{u}.\vec{r}}{v}\right)$$

$$\omega = 2\pi\nu \quad , \quad \frac{\vec{u}.\vec{r}}{v} = \frac{-\vec{u}_x.\vec{r}}{c} = -\frac{x}{c}$$

$$\Rightarrow E_y = E_0 \cos 2\pi\nu\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

$$\boxed{\vec{E} = \left[E_0 \cos 2\pi\nu\left(t + \frac{x}{c}\right)\right].\vec{u}_y}$$

2°/ a) Première méthode de calcul de $\vec{B}$:

$$\vec{B} = \frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \vec{E} = \frac{k}{\omega} \vec{u} \wedge \vec{E}$$

$$\frac{k}{\omega} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{1}{\omega} = \frac{2\pi}{cT} \cdot \frac{T}{2\pi} = \frac{1}{c}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{1}{c}(-\vec{u}_x) \wedge E_y \vec{u}_y = -\frac{E_y}{c} \vec{u}_z$$

$$\boxed{\vec{B} = \left[-\frac{E_0}{c} \cos 2\pi\nu\left(t + \frac{x}{c}\right)\right].\vec{u}_z}$$

Deuxième méthode de calcul de $\vec{B}$:

$$\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3^e \text{ équation de Maxwell})$$

$$\vec{rot}\,\vec{E} = \vec{\nabla}\wedge\vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_y & 0 \end{vmatrix} = \underbrace{\left(-\frac{\partial E_y}{\partial z}\right)}_{0}\vec{u}_x + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x}\right)\vec{u}_z$$

$$\vec{rot}\,\vec{E} = \left[-E_0 \cdot \frac{2\pi\nu}{c} \sin 2\pi\nu\left(t + \frac{x}{c}\right)\right] \cdot \vec{u}_z$$

$$\vec{rot}\,\vec{E} = \left[-\frac{2\pi\nu E_0}{c} \sin 2\pi\nu\left(t + \frac{x}{c}\right)\right] \cdot \vec{u}_z = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\Longrightarrow \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \left[\frac{2\pi\nu E_0}{c} \sin 2\pi\nu\left(t + \frac{x}{c}\right)\right] \cdot \vec{u}_z$$

$$\vec{B} = \left[-\frac{2\pi\nu E_0}{c} \cdot \frac{1}{2\pi\nu} \cdot \cos 2\pi\nu\left(t + \frac{x}{c}\right)\right] \cdot \vec{u}_z$$

$$\boxed{\vec{B} = \left[-\frac{E_0}{c} \cos 2\pi\nu\left(t + \frac{x}{c}\right)\right] \cdot \vec{u}_z}$$

b) $$\vec{B} = \left[-\frac{E_0}{c} \cos\left(2\pi\nu t + \frac{2\pi\nu}{c} x\right)\right] \cdot \vec{u}_z$$

$$\vec{B} = \left[\frac{E_0}{c} \cos\left(2\pi\nu t + \frac{2\pi\nu}{c} x + \pi\right)\right] \cdot \vec{u}_z$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \cdot \cos\Phi$$

$$* \boxed{\vec{B}_0 = B_0 \cdot \vec{u}_z = \frac{E_0}{c}\vec{u}_z}$$

* $\boxed{\Phi = 2\pi\nu t + \frac{2\pi\nu}{c} x + \pi}$

* $\boxed{\Phi_0 = \Phi(t=0) = \frac{2\pi\nu}{c} x + \pi}$

3% a) $\Sigma_t = \left\{ M\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{E}_3 \,/\, \Phi = \text{cte pour } t \text{ fixé} \right\}$

$\Phi = 2\pi\nu t + \frac{2\pi\nu}{c} x + \pi = \text{cte pour } t \text{ fixé.}$

Donc Σ_t est le plan d'équation : $x = \text{cte}$.
Les surfaces équiphases sont des plans parallèles au plan yOz.

b) $B_z = \frac{E_0}{c} \cos\left(2\pi\nu t + \frac{2\pi\nu}{c} x + \pi\right) = B_0 \cos \Phi$

$E_y = E_0 \cos\left(2\pi\nu t + \frac{2\pi\nu}{c} x\right) = E_0 \cos(\Phi - \pi)$

Les amplitudes E_0 et B_0 étant constantes (car le milieu est non absorbant), si la phase Φ est constante, les fonctions d'onde E_y et B_z sont constantes.

Donc une surface équiphase est aussi une surface d'onde

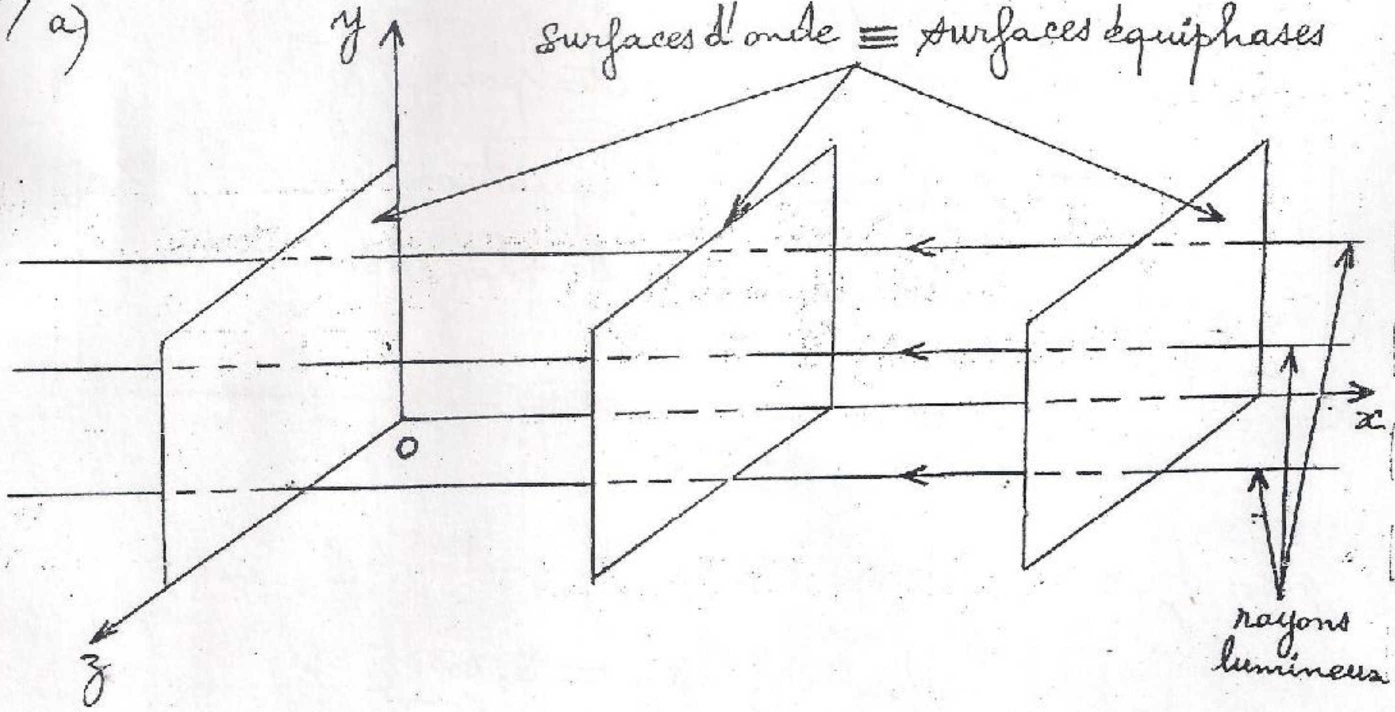
4% a) $\vec{P} = \vec{E} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu_0} = E_y \vec{u}_y \wedge \frac{B_z \vec{u}_z}{\mu_0} = \frac{E_y B_z}{\mu_0} \vec{u}_x$

$$\boxed{\vec{P} = \left[-\frac{E_0^2}{c\mu_0} \cos^2 2\pi\nu \left(t + \frac{x}{c}\right) \right] \cdot \vec{u}_x}$$

b)

La direction du vecteur de Poynting $\vec{P}$ étant celle de la propagation de l'énergie, les rayons lumineux sont des droites parallèles à $\vec{P}$ (donc à l'axe Ox).

5°/ a)



b)

Les rayons lumineux sont perpendiculaires aux surfaces d'onde donc le théorème de Malus est vérifié.

Exercice 2 : Système prisme–lentilles

* Soit A_1B_1 l'image de l'objet AB à travers le dioptre plan (Σ

$$\gamma_{(\Sigma_1)} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = 1 \Longrightarrow \overline{A_1B_1} = \overline{AB}$$

Le déplacement apparent de l'objet :

$$\overline{BB_1} = \overline{AA_1} = \overline{AH_1}\left(1 - \frac{n}{1}\right) = AH_1(1-n) = 6(1-1,5) = -3c$$

* Les rayons lumineux allant de A_1B_1 vers le dioptre plan (Σ_2) ont chacun un angle d'incidence $i \geq 45$

$$i > i_c = \text{Arc}\sin\left(\frac{1}{n}\right) = \text{Arc}\sin\left(\frac{1}{1,5}\right) = 41,81°$$

Donc tous ces rayons incidents subiront une réflexio totale au niveau de (Σ_2).
(Σ_2) se comportera donc comme un miroir plan

L'image A_2B_2 de A_1B_1 à travers (Σ_2) est le symétrique de A_1B_1 par rapport à (Σ_2).

$$\gamma_{(\Sigma_2)} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = 1 \Longrightarrow \overline{A_2B_2} = \overline{A_1B_1}$$

* Soit A_3B_3 l'image de A_2B_2 à travers le dioptre plan (Σ_3).

$$\gamma_{(\Sigma_3)} = \frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{A_2B_2}} = 1 \Longrightarrow \overline{A_3B_3} = \overline{A_2B_2}$$

$$\overline{B_2B_3} = \overline{A_2A_3} = \overline{A_2H_3}\left(1 - \frac{1}{n}\right) = A_2H_3\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$\overline{B_2B_3} = \overline{A_2A_3} = 15\left(1 - \frac{1}{1,5}\right) = 5 \text{ cm}$$

* Soit A_4B_4 l'image de A_3B_3 à travers la lentille mince convergente L_1.

$\overline{A_3O_1} = 20\ cm = f_1$

Donc l'objet A_3B_3 est dans le plan focal objet de L_1 $(A_3 \equiv F_1)$. Alors l'image A_4B_4 est rejetée à l'infini.
D'où l'image A_5B_5 de A_4B_4 à travers la lentille mince divergente L_2 se situe dans le plan focal image de L_2 $(A_5 \equiv F_2')$.

$A_5B_5 = A'B' =$ image finale (de l'objet AB à travers l'ensemble du système optique).

$\overline{O_2A'} = \overline{O_2A_5} = \overline{O_2F_2'} = f_2 = -10\ cm$

L'image finale $A'B'$ est située à 10 cm à gauche de L_2, soit à 5 cm à gauche de L_1.

$A'B'$ n'étant pas située dans l'espace image réelle (c'est-à-dire à droite de L_2), elle constitue une image virtuelle.

On ne peut donc pas recueillir l'image $A'B'$ sur un écran.

<u>Taille de l'image finale $A'B'$:</u>

$\overline{A_3B_3} = \overline{A_2B_2} = \overline{A_1B_1} = \overline{AB} = 1\ cm$

$$\gamma_{L_1} = \frac{\overline{A_4B_4}}{\overline{A_3B_3}} = \frac{\overline{O_1A_4}}{\overline{O_1A_3}}$$

$$\gamma_{L_2} = \frac{\overline{A_5B_5}}{\overline{A_4B_4}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_4B_4}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_4}}$$

Le grandissement transversal de l'ensemble du système optique :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \underbrace{\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_4B_4}}}_{\gamma_{L_2}} \times \underbrace{\frac{\overline{A_4B_4}}{\overline{A_3B_3}}}_{\gamma_{L_1}} \times \underbrace{\frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{A_2B_2}}}_{\gamma_{(\Sigma_3)} \to 1} \times \underbrace{\frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}}}_{\gamma_{(\Sigma_2)} \to 1} \times \underbrace{\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}}_{\gamma_{(\Sigma_1)} \to 1}$$

$$\gamma = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_4}} \times \frac{\overline{O_1A_4}}{\overline{O_1A_3}}$$

$$\overline{O_2A_4} = \overline{O_1A_4} = \infty$$

$$\Longrightarrow \gamma = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_1A_3}} = \frac{-10}{-20} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{1}{2}$$

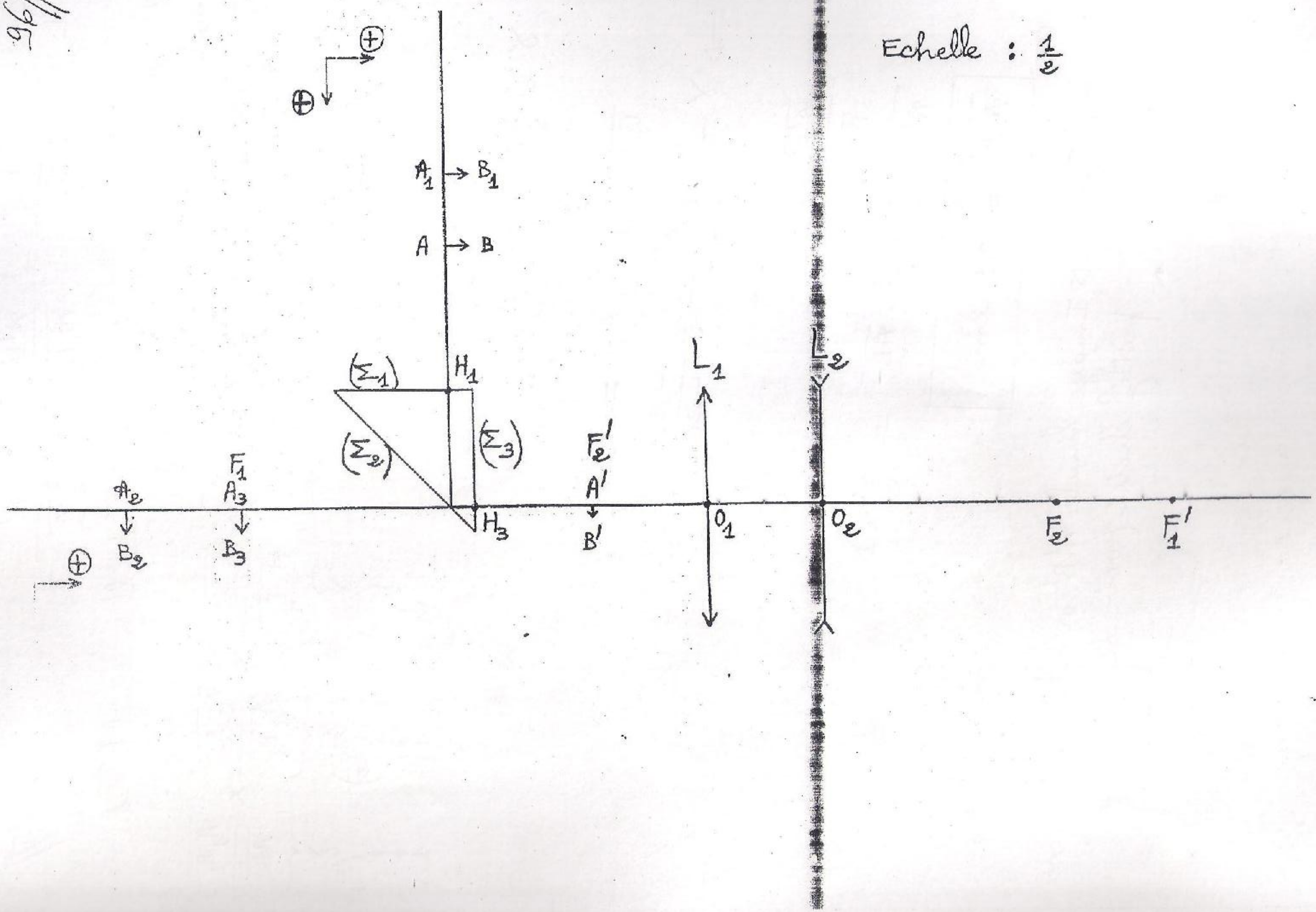
$$\overline{A'B'} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 1$$

$$\boxed{\overline{A'B'} = 0{,}5 \text{ cm}}$$

$\overline{A'B'} > 0 \Longrightarrow$ Image finale $A'B'$ orientée dans le sens positif choisi (voir figure).

96

Echelle : $\frac{1}{2}$



Optique PC1 Deuxième session 2001-2002

Exercice 1 :

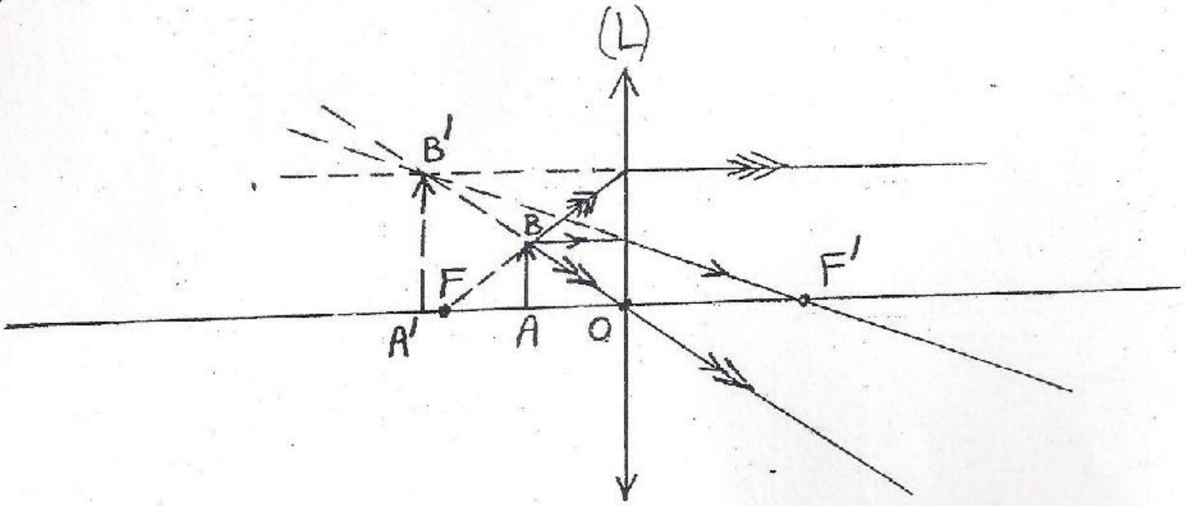
A/ 1°/ L'image A'B' d'un objet AB à travers une loupe est :

a) droite (dans le même sens que l'objet)

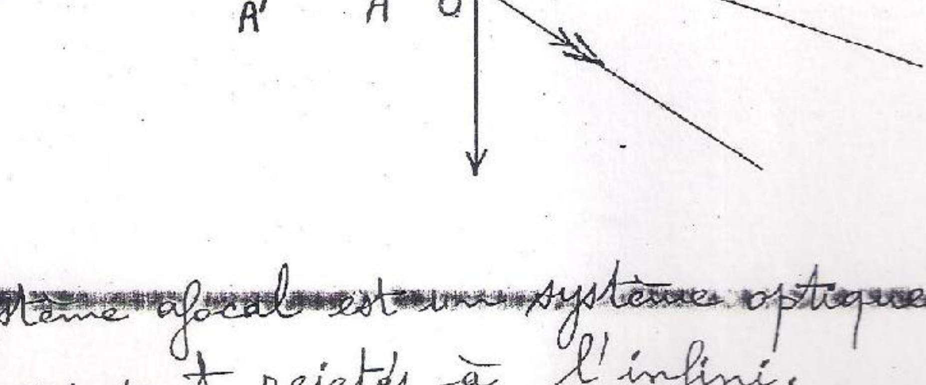
b) virtuelle (non recueillie sur un écran)

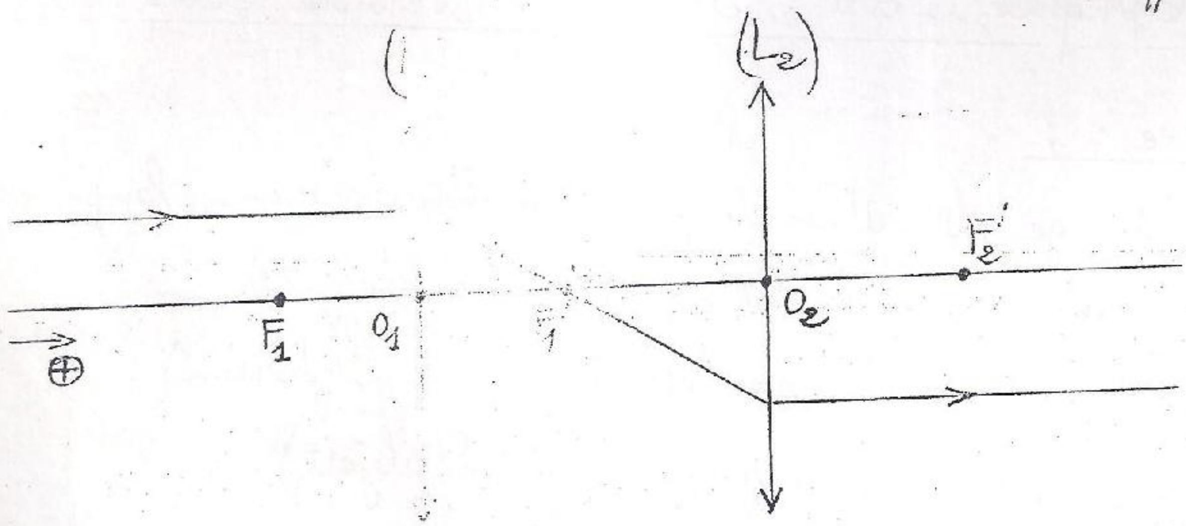
c) agrandie (par rapport à l'objet)

2°/



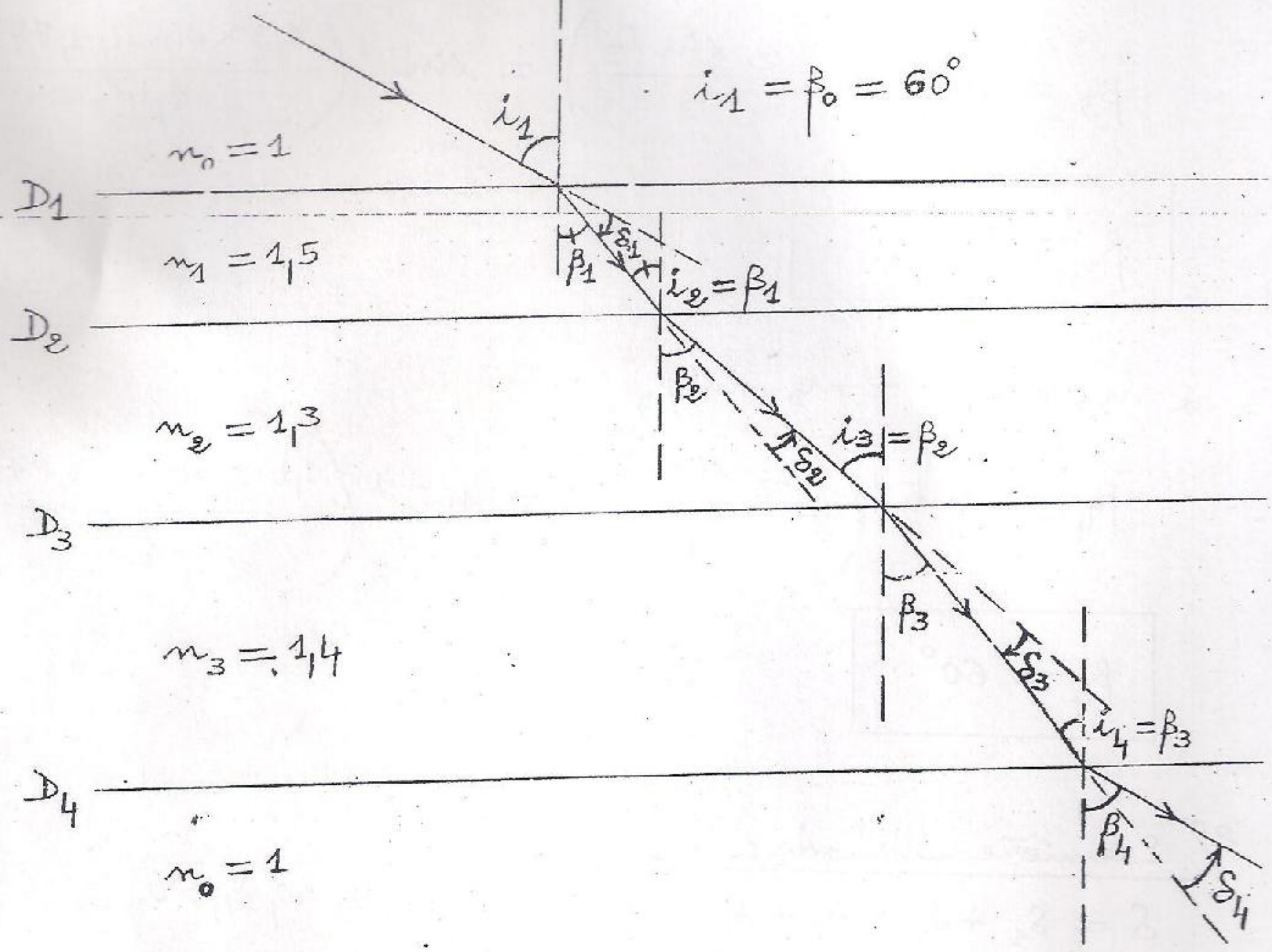
B/ 1°/ Un système afocal est un système optique dont les foyers sont rejetés à l'infini.
De ce fait, à un rayon incident parallèle à l'axe, correspondra un rayon émergent également parallèle à l'axe.




(L_2)
F'_2
O_2
F_1
O_1
⊕

Exercice 2 :

1°/



$*\ n_0 \sin i_1 = n_1 \sin \beta_1$

$$\beta_1 = \sin^{-1}\left(\frac{n_0 \sin i_1}{n_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1 \times \sin 60°}{1,5}\right)$$

$$\boxed{\beta_1 = 35,26°}$$

$*\ n_1 \sin i_2 = n_2 \sin \beta_2$

$$\beta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{n_1 \sin i_2}{n_2}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1,5 \sin 35,26°}{1,3}\right)$$

$$\boxed{\beta_2 = 41,77°}$$

* $n_2 \sin i_3 = n_3 \sin \beta_3$

$$\beta_3 = \sin^{-1}\left(\frac{n_2 \sin i_3}{n_3}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}3 \times \sin 41{,}77°}{1{,}4}\right)$$

$$\boxed{\beta_3 = 38{,}21}$$

* $n_3 \sin i_4 = n_0 \sin \beta_4$

$$\beta_4 = \sin^{-1}\left(\frac{n_3 \sin i_4}{n_0}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}4 \times \sin 38{,}21°}{1}\right)$$

$$\boxed{\beta_4 = 60°}$$

2/ Première méthode :

$\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 \quad (\delta_1 < 0,\ \delta_2 > 0,\ \delta_3 < 0,\ \delta_4 > 0)$

$\delta = -(i_1 - \beta_1) + (\beta_2 - i_2) - (i_3 - \beta_3) + (\beta_4 - i_4)$

$\delta = -\beta_0 + \beta_1 + \beta_2 - \beta_1 - \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 - \beta_3$

$\delta = -\beta_0 + \beta_4$

$\delta = -60° + 60°$

$$\boxed{\delta = 0}$$

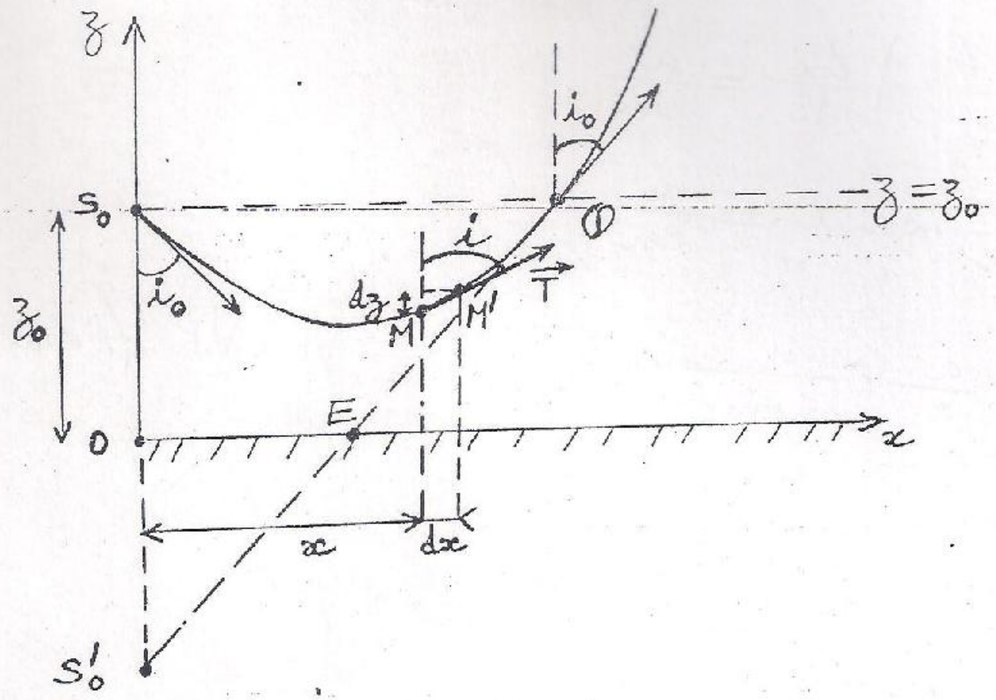
Deuxième méthode :

$\left.\begin{array}{l}\beta_0 = 60° \\ \beta_4 = 60°\end{array}\right\} \Rightarrow$ rayon entrant dans le système et rayon émergent du système sont paral.

$\Downarrow$

$$\boxed{\delta = 0}$$

Exercice 3 :



1°/

$$\vec{T} = \frac{d\vec{OM}}{ds} = \frac{d\vec{r}}{ds}$$

$$\vec{T} \left| \begin{array}{l} T_x = \dfrac{dx}{ds} = \sin i \\ T_y = \dfrac{dy}{ds} = 0 \\ T_z = \dfrac{dz}{ds} = \cos i \end{array} \right.$$

La relation vectorielle $\frac{d}{ds}(n\vec{T}) = \vec{grad}\, n$ s'écrit donc respectivement :
en projection sur les axes Ox et Oz

$$\begin{cases} \dfrac{d}{ds}(n \sin i) = \dfrac{\partial n}{\partial x} = 0 & (1) \\ \dfrac{d}{ds}(n \cos i) = \dfrac{\partial n}{\partial z} = \dfrac{a}{2n} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow n \sin i = cte = n_0 \sin i_0 = \frac{1}{\sqrt{K}} \qquad (3)$$

Donc : $n \cos i = n \sin i \cdot \cot g\, i = \frac{1}{\sqrt{K}} \frac{dz}{dx}$

$$(2) \Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\sqrt{K}}\frac{dz}{dx}\right)\frac{dx}{ds} = \frac{a}{2n}$$

$$\frac{1}{\sqrt{K}} \cdot \frac{d^2z}{dx^2} \cdot \sin i = \frac{a}{2n}$$

$$\frac{d^2z}{dx^2} = \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{n \sin i} \cdot \sqrt{K} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{K} \cdot \sqrt{K} \quad \text{(d'après (3))}$$

$$\frac{d^2z}{dx^2} = \frac{aK}{2}$$

Donc on a :

$$\frac{dz}{dx} = \frac{aK}{2} x + cte$$

$$cte = \left(\frac{dz}{dx}\right)_{x=0} = \left(\cot g\, i\right)_{x=0} = \cot g\, i_0$$

$$\Rightarrow \frac{dz}{dx} = \frac{aK}{2} x + \cot g\, i_0$$

$$\boxed{z = \left(\frac{aK}{4}\right) x^2 + \left(\cot g\, i_0\right) x + z_0}$$

2°/ Un observateur placé en O aura la sensation de voir la lumière provenir du sol comme si le rayon issu de S_0 se réfléchissait sur une pièce d'eau E du sol, ce qui explique le phénomène de mirage.

Exercice 1 :

1°/ Voir exerc... 2 de la 1ère session 1999-2000

2°/ $D = i_1 + i_2 - A$

$$\frac{dD}{di_1} = 1 + \frac{di_2}{di_1}$$

$\sin i_1 = n \sin r_1 \Rightarrow \cos i_1 \, di_1 = n \cos r_1 \, dr_1$

$\sin i_2 = n \sin r_2 \Rightarrow \cos i_2 \, di_2 = n \cos r_2 \, dr_2$

$$\Rightarrow \frac{di_2}{di_1} = \frac{\cos i_1}{\cos i_2} \cdot \frac{\cos r_2}{\cos r_1} \cdot \frac{dr_2}{dr_1}$$

$$r_1 + r_2 = A \Rightarrow dr_1 + dr_2 = 0 \Rightarrow \frac{dr_2}{dr_1} = -1$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dD}{di_1} = 1 - \frac{\cos i_1 \cdot \cos r_2}{\cos i_2 \cdot \cos r_1} = \frac{\cos i_2 \cos r_1 - \cos i_1 \cos r_2}{\cos i_2 \cdot \cos r_1}}$$

* D passe par un extremum si :

$$\frac{dD}{di_1} = 0$$

$$\cos^2 i_2 \cdot \cos^2 r_1 = \cos^2 i_1 \cos^2 r_2$$

$$\left(1 - \sin^2 i_2\right)\left(1 - \frac{\sin^2 i_1}{n^2}\right) = \left(1 - \sin^2 i_1\right)\left(1 - \frac{\sin^2 i_2}{n^2}\right)$$

$$\frac{\sin^2 i_1}{n^2} + \sin^2 i_2 = \frac{\sin^2 i_2}{n^2} + \sin^2 i_1$$

$$\sin^2 i_1 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \sin^2 i_2 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$\sin^2 i_1 = \sin^2 i_2$$

$$\Longrightarrow \left| \begin{array}{l} i_1 = i_2 = i_m \\ r_1 = r_2 = r_m \end{array} \right.$$

$$r_1 + r_2 = A \Longrightarrow 2r_m = A \Longrightarrow r_m = \frac{A}{2}$$

$$\sin i_m = n \sin \frac{A}{2} \Longrightarrow i_m = \operatorname{Arcsin}\left(n \sin \frac{A}{2}\right)$$

* Conditions d'émergence du prisme :

$$\left| \begin{array}{l} A \leq 2\ell \\ i_0 \leq i_1 \leq \frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad \text{où : } \sin \ell = \frac{1}{n} \text{ et } \sin i_0 = n \sin(A - \ell)$$

- Si $i_1 = i_0$: $\sin i_1 = \sin i_0 = n \sin(A - \ell) = n \sin r_1$

$$\Longrightarrow r_1 = A - \ell \Longrightarrow r_2 = A - r_1 = \ell \Longrightarrow i_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{dD}{di_1} \longrightarrow -\infty$$

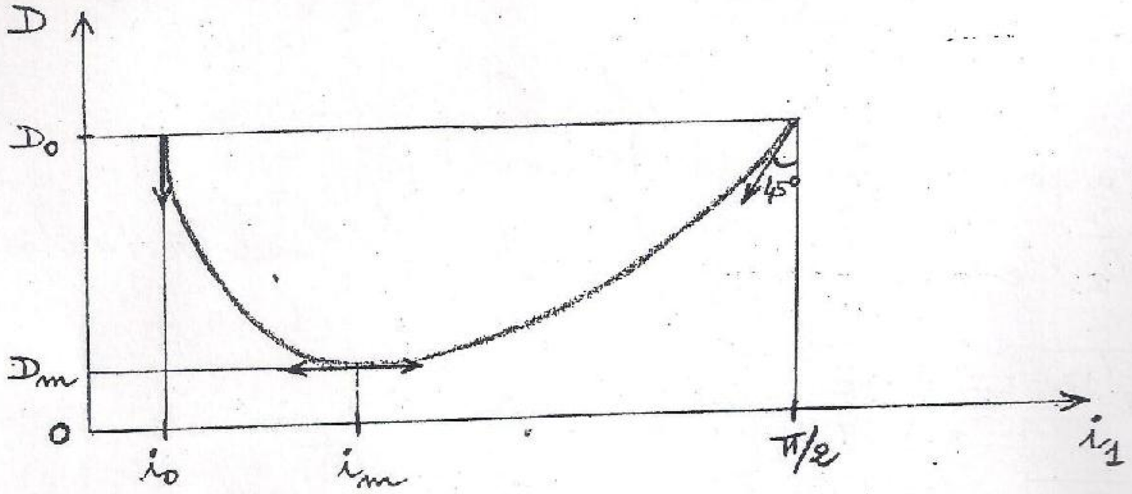
$$D = i_1 + i_2 - A = i_0 + \frac{\pi}{2} - A = D_0$$

- Si $i_1 = i_m$: $\dfrac{dD}{di_1} = 0$ et $D = i_1 + i_2 - A = 2 i_m - A = D_m$

- Si $i_1 = \frac{\pi}{2}$: $r_1 = \ell \Longrightarrow r_2 = A - r_1 = A - \ell \Longrightarrow i_2 = i_0$

$$\frac{dD}{di_1} = 1 \quad \text{et } D = i_1 + i_2 - A = \frac{\pi}{2} + i_0 - A = D_0$$

i_1	i_0		i_m		$\pi/2$
$\frac{dD}{di_1}$	$-\infty$	$-$	0	$+$	1
D	D_0	$\searrow$	D_m	$\nearrow$	D_0

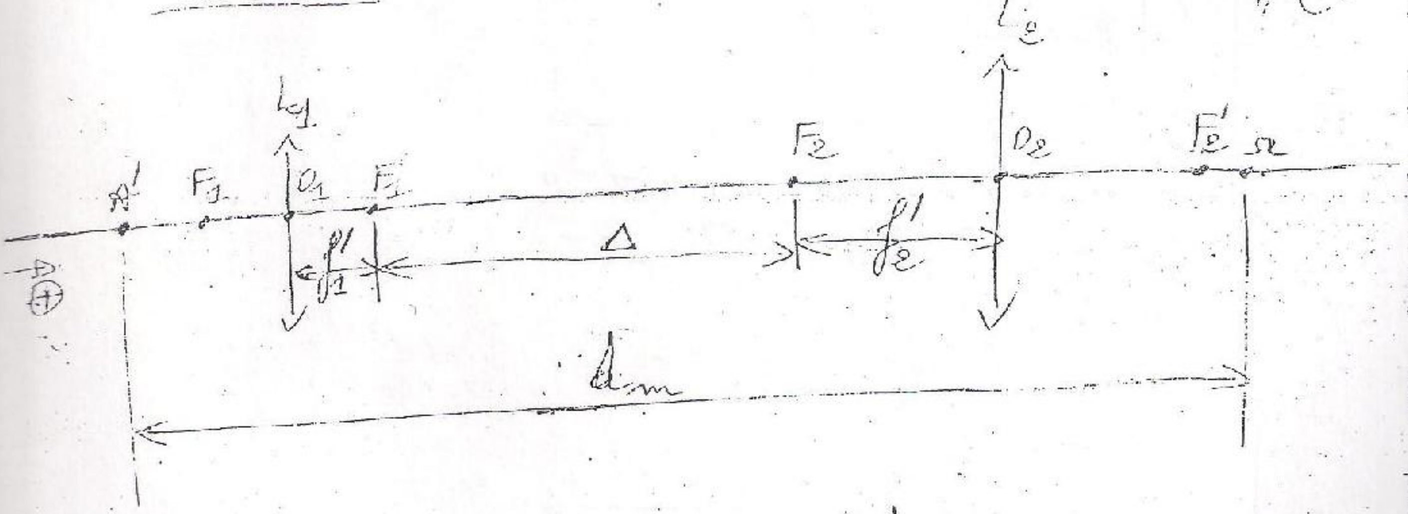


Exercice 2 :

Voir exercice 3 de la 1ère session 1999–2000

Exercice 3

106 (1)



1°/ O_1 a pour image Ω à travers L_2 :

$\overline{F_2O_1} \cdot \overline{F'_2\Omega} = f_2 f'_2 = -f'^2_2$ (formule de Newton)

$\Rightarrow \overline{F'_2\Omega} = -\dfrac{f'^2_2}{\overline{F_2O_1}}$

Or $\overline{F_2O_1} = \overline{F_2F'_1} + \overline{F'_1O_1} = -\Delta - f'_1$.

$\Rightarrow \overline{F'_2\Omega} = -\dfrac{f'^2_2}{-\Delta - f'_1}$

$$\boxed{\overline{F'_2\Omega} = \dfrac{f'^2_2}{\Delta + f'_1}}$$

A.N. : $\overline{F'_2\Omega} = \dfrac{30^2}{180+2}$

$$\boxed{\overline{F'_2\Omega} = 4{,}945\,mm}$$

$\gamma_2 = \gamma_{L_2} = -\dfrac{\overline{F'_2\Omega}}{f'_2} = -\dfrac{f'_2}{\Delta + f'_1}$ (formule de Newton)

$a = |\gamma_2| \cdot D$

$$\boxed{a = \dfrac{f'_2}{\Delta + f'_1} \cdot D}$$

A.N. : $a = \dfrac{30}{180+2} \times 11$

$$\boxed{a = 1{,}813\,mm}$$

2°/ $A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$

Microscope ≡ doublet non accolé L_1/L_2

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 = \left(-\frac{\overline{F_1'A_1}}{f_1'}\right) \cdot \left(-\frac{\overline{F_2'A'}}{f_2'}\right)$$

$$\overline{F_2'A'} = \overline{F_2'\Omega} + \overline{\Omega A'} = \frac{f_2'^2}{\Delta + f_1'} - d_m$$

$$\overline{F_1'A_1} = \overline{F_1'F_2} + \overline{F_2A_1} = \Delta + \overline{F_2A_1}$$

Or $\overline{F_2A_1} \cdot \overline{F_2'A'} = -f_2'^2$

$$\overline{F_2A_1} = -\frac{f_2'^2}{\overline{F_2'A'}}$$

$$\Rightarrow \overline{F_1'A_1} = \Delta - \frac{f_2'^2}{\overline{F_2'A'}}$$

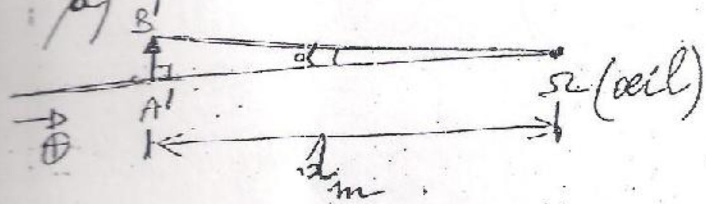
$$\gamma = \left(-\frac{\Delta - \frac{f_2'^2}{\overline{F_2'A'}}}{f_1'}\right)\left(-\frac{\overline{F_2'A'}}{f_2'}\right) = \frac{\Delta \cdot \overline{F_2'A'} - f_2'^2}{f_1' f_2'}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{\Delta\left(\frac{f_2'^2}{\Delta + f_1'} - d_m\right) - f_2'^2}{f_1' f_2'}}$$

A.N. : $$\gamma = \frac{180\left(\frac{30^2}{180+2} - 250\right) - 30^2}{2 \times 30}$$

$$\boxed{\gamma = -750,16}$$

3°/ a)



A'B', l'image de l'objet AB à travers le microscope, est vue par l'observateur sous l'angle α.
L'image A'B' étant de petite taille, on a :

$$\alpha \simeq \frac{A'B'}{d_m}$$

Or $\alpha \geqslant \varepsilon$, soit : $\frac{A'B'}{d_m} \geqslant \varepsilon$

$$\frac{|\gamma| \cdot AB}{d_m} \geqslant \varepsilon$$

$$AB \geqslant \frac{\varepsilon\, d_m}{|\gamma|}$$

$$\Rightarrow l = \frac{\varepsilon d_m}{|\gamma|}$$

$$\boxed{l = -\frac{\varepsilon d_m}{\gamma}}$$

b)

$$\varepsilon = 1{,}5' = \frac{1{,}5\times\pi}{180\times 60} = 4{,}36.10^{-4}\ rad$$

$$l = -\frac{4{,}36.10^{-4}\times 250}{-750{,}16}$$

$$\boxed{l = 0{,}145.10^{-3}\ mm = 0{,}145\ \mu m}$$

$$\left.\begin{array}{l} l = 0{,}145\ \mu m \\ \lambda = 0{,}5\ \mu m \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{l < \lambda}$$

C'est donc la diffraction qui limite la taille du plus petit détail véhiculé par le microscope optique. En effet, lorsque la lumière passe par une ouverture de dimension inférieure à sa longueur d'onde λ, il se produit le phénomène de diffraction, qui ne peut pas s'expliquer par le principe de propagation rectiligne de la lumière.

Optique

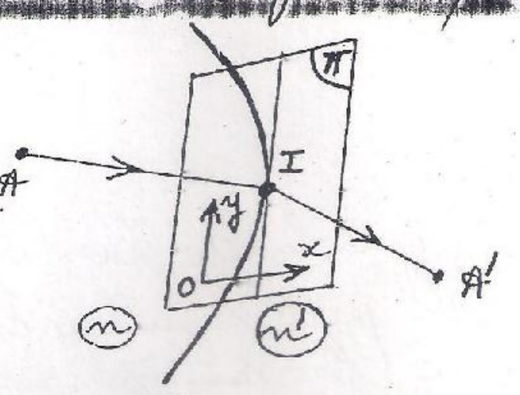
2ᵉ session 2003 – 2004

Exercice 1 :

1/ Principe de Fermat :

Ce principe constitue le principe fondamental de l'optique géométrique. Il s'énonce ainsi :

Le chemin optique entre deux points quelconques A et A' situés sur un même rayon lumineux qui se réfléchit ou se réfracte sur un nombre quelconque de surface, est stationnaire (ou extrémal), c'est-à-dire de dérivées partielles nulles par rapport aux paramètres qui définissent les points de rencontre avec les dioptres ou miroirs successifs. 1//



(surface dioptrique)

$\pi = xoy$ = plan tangent à Σ en I.

$L_{AA'} = [AIA'] = f(x, y)$

Dire que $L_{AA'}$ est stationnaire revient à écrire : (2) 111

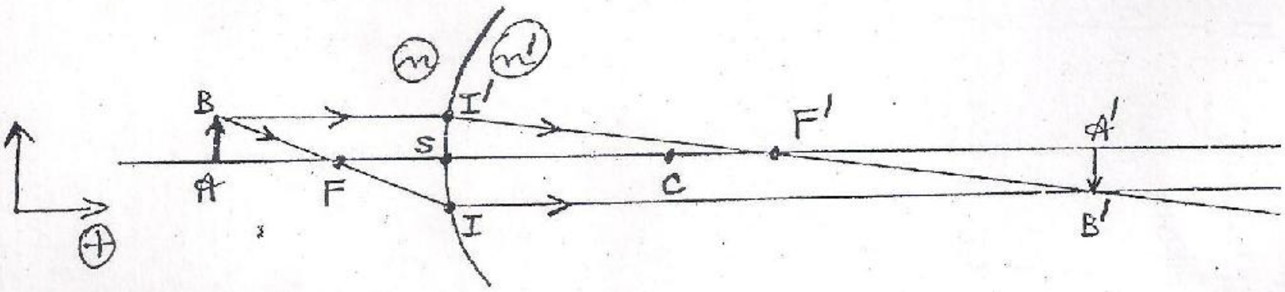
$$\left(\frac{\partial L_{AA'}}{\partial x}\right)_y = 0 \text{ et } \left(\frac{\partial L_{AA'}}{\partial y}\right)_x = 0 \quad 0{,}5$$

D'où : $dL_{AA'} = \left(\frac{\partial L_{AA'}}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial L_{AA'}}{\partial y}\right)_x dy = 0$

$$\boxed{dL_{AA'} = 0}$$

[l]a position de l'image A' n'est pas fixe : elle dépend [d]e ω. Le miroir sphérique n'est donc pas rigoureuse-[m]ent stigmatique pour un point quelconque. 0,5

3°/ Origines aux foyers – Formules de Newton :



$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SI}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SI'}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\gamma = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}}}$$

$$\gamma = -\frac{\overline{SF}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{SF'}}$$

$$\boxed{\gamma = -\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}}$$

0,5 0,5

$$\Longrightarrow \boxed{\overline{FA}\cdot\overline{F'A'} = f\cdot f'}$$ 0,5

(formules de Newton)

4°/

Posons : $x = \overline{FA}$ et $x' =$

$xx' = ff'$ (formule [illegible] [illegible]ton)

$\Rightarrow x'dx + x\,dx' = 0$

$x\,dx' = -x'dx$

$\frac{dx'}{dx} = -\frac{x'}{x} = -\frac{ff'}{x^2}$

$$g = \frac{dx'}{dx} = -\frac{ff'}{x^2}$$

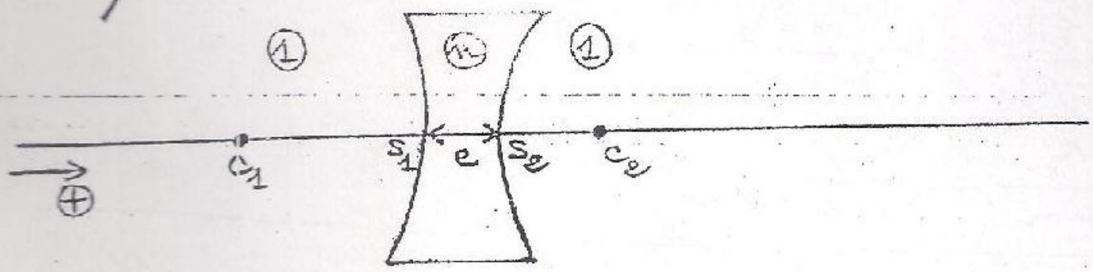
Or $\gamma = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$

$$\Rightarrow g = -\frac{f^2}{x^2}\frac{f'}{f} = -\gamma^2 \cdot \left(-\frac{n'}{n}\right) = \frac{n'}{n}\gamma^2$$

$$\Rightarrow \boxed{g = \frac{dx'}{dx} = -\frac{ff'}{x^2} = \frac{n'}{n}\gamma^2}$$ 1//

$g > 0 \Rightarrow$ Image et objet se déplacent dans le même sens. 1,5//

5)



$M_1 = R_2 \cdot T \cdot R_1$, où :

R_1 = matrice de réfraction de la face d'entrée $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'_1} & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$

R_2 = matrice de réfraction de la face de sortie $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'_2} & n \end{pmatrix}$

T = matrice de translation entre le plan de front passant par S_1 et celui passant par S_2

$$= \begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'_2} & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'_1} & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & e \\ -\frac{1}{f'_2} & -\frac{e}{f'_2} + n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'_1} & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{M_1 = \begin{pmatrix} 1 - \frac{e}{f'_1} & \frac{e}{n} \\ -\frac{1}{f'_2} + \frac{e}{f'_1 f'_2} - \frac{n}{f'_1} & 1 - \frac{e}{n f'_2} \end{pmatrix}}$$

1

(7)

$$V = \frac{n'-n}{\overline{SC}} = \frac{n'}{f'} \Rightarrow f' = \frac{n' \cdot \overline{SC}}{n'-n}$$

$$f'_1 = \frac{n(-r_1)}{n-1} = -\frac{n r_1}{n-1}$$

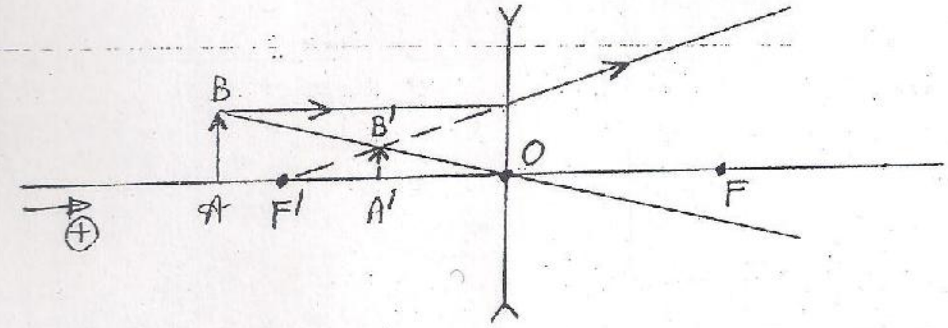
$$f'_2 = \frac{1 \cdot r_2}{1-n} = -\frac{r_2}{n-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{M_1 = \begin{pmatrix} 1+e\left(\frac{n-1}{n r_1}\right) & \frac{e}{n} \\ (n-1)\left[\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{e(n-1)}{n r_1 r_2}\right] & 1+\frac{e}{n}\left(\frac{n-1}{r_2}\right) \end{pmatrix}}$$

1//

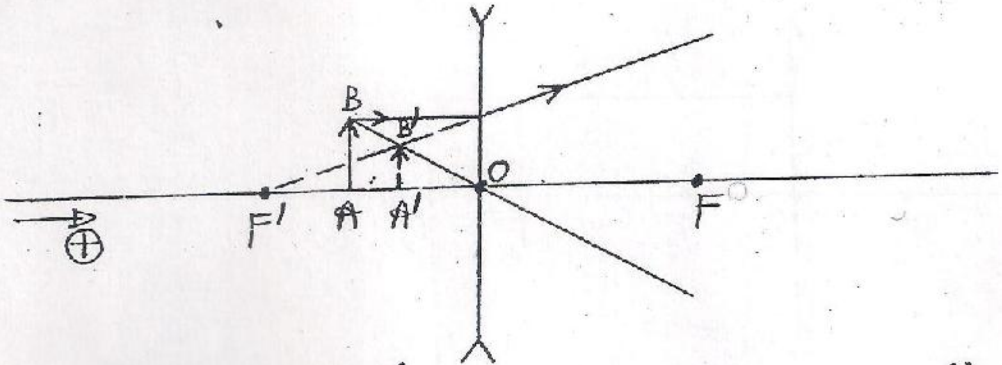
Exercice 2

A/ 1)



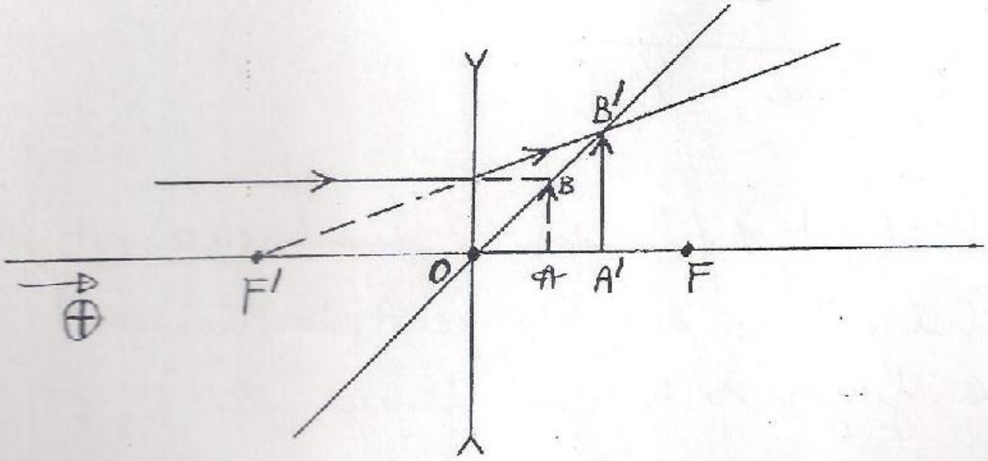
Objet AB réel — Image A'B' virtuelle

2)



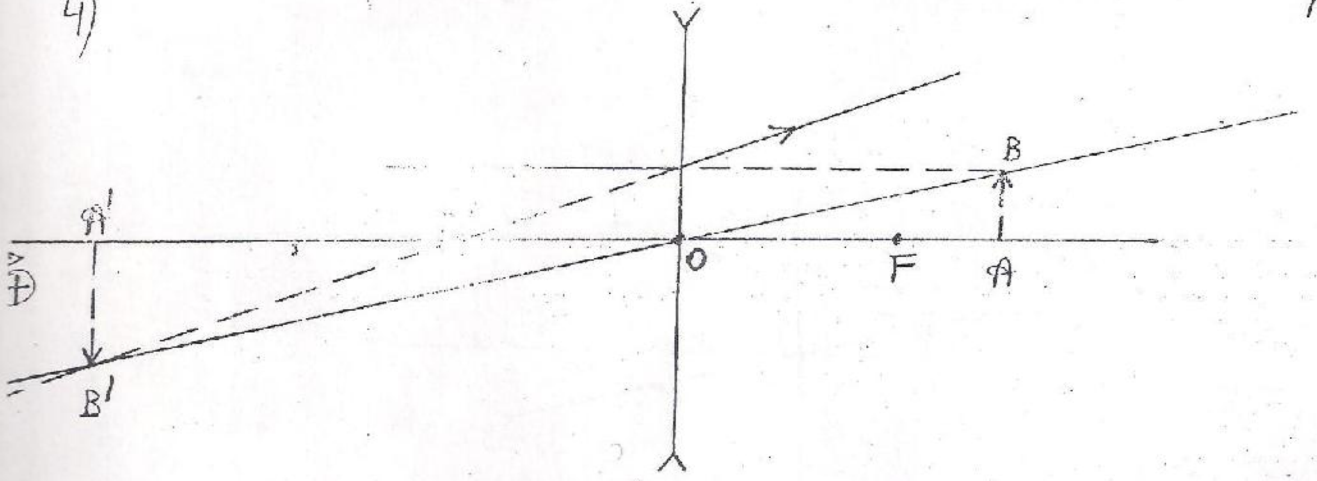
Objet AB réel — Image A'B' virtuelle

3)



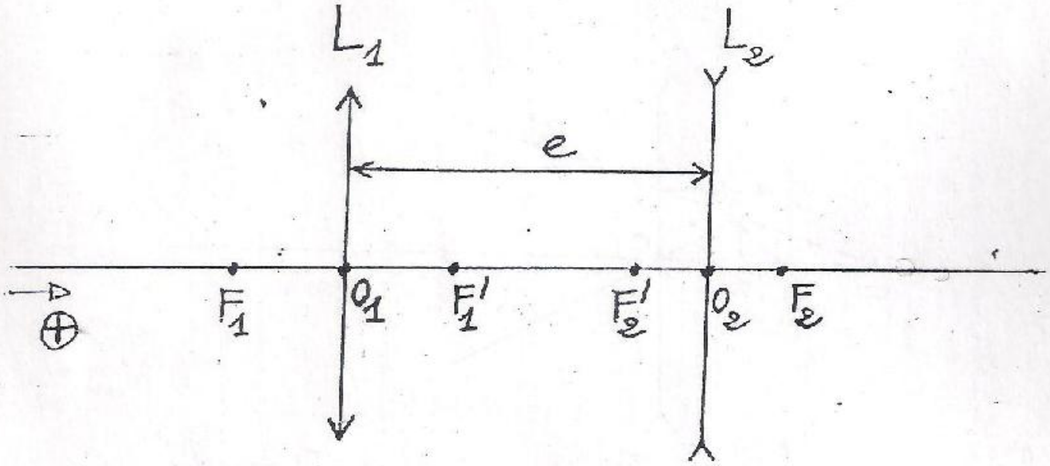
Objet AB virtuel — Image A'B' réelle

4)



Objet AB virtuel – Image A'B' virtuelle

B/



1°/a) $\underbrace{A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'}_{\text{Système } L_1/L_2}$

Le point objet A (la source lumineuse) est situé à l'infini. Donc son image A_1 à travers L_1 est située au foyer principal image de L_1 :

$A \longrightarrow \infty$

$A_1 \equiv F'_1$

Or une lentille divergente donne une image réelle uniquement lorsque l'objet est virtuel et situé entre la lentille et son foyer principal objet (voir A/).

Ainsi, dans le cas présent, F_1' (l'objet, pour la lentille divergente L_2) doit être situé entre O_2 et F_2.

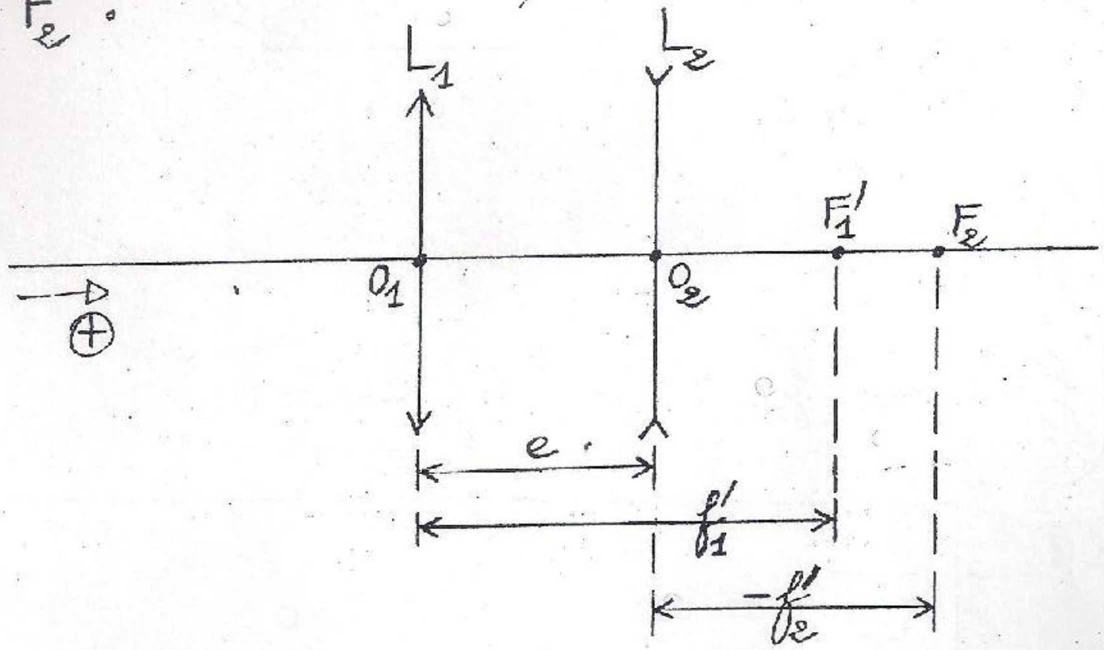


Figure F

b) A' est l'image de A_1 (c'est-à-dire F_1') à travers L_2 :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2F_1'}} = \frac{1}{\overline{O_2F_2'}}$$

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{\overline{O_2F_1'}} + \frac{1}{\overline{O_2F_2'}}$$

$$\overline{O_2F_1'} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F_1'} = -e + f_1'$$

$$\overline{O_2F_2'} = f_2'$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{-e+f'_1} + \frac{1}{f'_2} = \frac{f'_2 - e + f'_1}{(-e+f'_1)\,f'_2}$$

$$\boxed{\overline{O_2A'} = \frac{f'_2\,(f'_1 - e)}{f'_2 + f'_1 - e}}$$

D'après la figure F :

$$\begin{cases} f'_2 < 0 \\ f'_1 - e > 0 \\ f'_1 - e < -f'_2 \text{ ; soit } f'_2 + f'_1 - e < 0 \end{cases}$$

Donc :

$$\overline{O_2A'} = \frac{f'_2\,(f'_1 - e)}{f'_2 + f'_1 - e} > 0$$

L'image A' est située derrière le système L_1/L_2

L'image A' est bien réelle

2°/a) $L_1 \longrightarrow V_1 = \frac{1}{f'_1}$

$L_2 \longrightarrow V_2 = \frac{1}{f'_2}$

$L_1/L_2 \longrightarrow V = V_1 + V_2 - \frac{e}{n} V_1 \cdot V_2$, où $n = n_{air} = 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2} = \frac{f'_2 + f'_1 - e}{f'_1 f'_2}.$$

$$\boxed{f' = \frac{f'_1 \cdot f'_2}{f'_1 + f'_2 - e}}$$

b) $f' = \dfrac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 - e} = \dfrac{50 \times (-40)}{50 + (-40) - 20}$

$$\boxed{f' = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}}$$

$\overline{O_1A'} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A'} = e + \dfrac{f'_2(f'_1 - e)}{f'_2 + f'_1 - e} = 20 + \dfrac{-40(50-2\ldots}{-40+50-\ldots}$

$$\boxed{\overline{O_1A'} = 140 \text{ cm} = 1{,}40 \text{ m}}$$

Donc :

- La lentille convergente équivalente formerait d'un objet à l'infini une image à 2 m de son centre optique
- Dans le cas du téléobjectif, l'image se forme à 1,40 m du centre optique de la lentille convergente L_1.

> L'interêt du téléobjectif, c'est que, dans son cas, l'image se forme plus près.

Optique 1ère session 2004 – 2005

Exercice 1

1°/ a) Vrai

b) Vrai

c) Faux

d) Faux

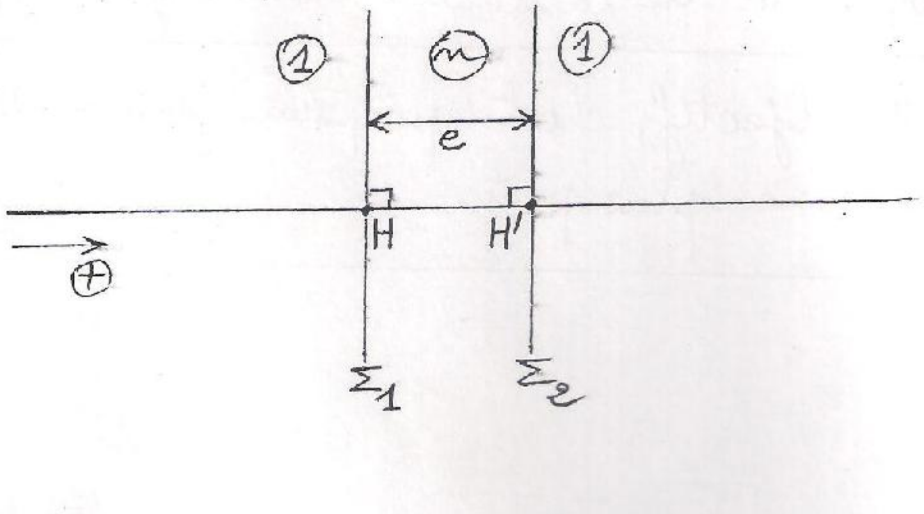
2°/ Les conditions de l'approximation de Gauss sont les suivantes :

– L'objet doit être plan, perpendiculaire à l'axe, de petites dimensions ;

– Il ne doit envoyer sur le système optique étudié que des rayons paraxiaux.

3°/ Il existe sur chaque diamètre d'un dioptre sphérique un couple de points (A, A') pour lequel le stigmatisme rigoureux du dioptre est réalisé. Ces deux points A et A' sont appelés points de Weierstrass (ou points de Young).

4°/



$$T = R(\Sigma_2) \cdot T(\Sigma_1 \Sigma_2) \cdot R(\Sigma_1)$$

où : $R(\Sigma_1)$ = matrice de transfert (ou de réfraction) du dioptre plan Σ_1

$R(\Sigma_2)$ = matrice de transfert (ou de réfraction) du dioptre plan Σ_2

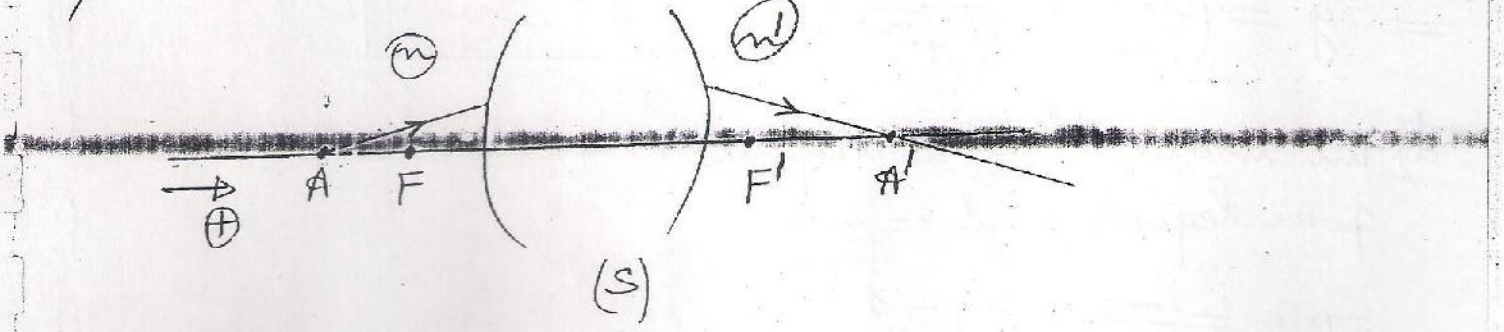
$T(\Sigma_1 \Sigma_2)$ = matrice de translation (ou d'intervalle) entre Σ_1 et Σ_2

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{T = \begin{pmatrix} 1 & \frac{e}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

5°/



a) $\gamma = -\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$ (1) (Formules de Newton)

$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f \cdot f'$ (2)

b) Posons : $\overline{FA} = x$ et $\overline{F'A'} = x'$

(2) $\Rightarrow x \cdot x' = \underbrace{f \cdot f'}_{cte}$

$\Rightarrow d(x.x') = d(f.f')$

$x\,dx' + x'\,dx = 0$

$x\,dx' = -x'\,dx$

$\Rightarrow g = \frac{dx'}{dx} = -\frac{x'}{x} = -\frac{xx'}{x^2} = -\frac{ff'}{x^2} = -\frac{f^2}{x^2}\cdot\frac{f'}{f}$

or $\gamma = -\frac{f}{x}$ d'après (1)

$\Rightarrow g = -\gamma^2 \cdot \frac{f'}{f} = -\gamma^2 \cdot \left(-\frac{n'}{n}\right)$

$$\boxed{g = \left(\frac{n'}{n}\right)\gamma^2}$$

c) si (S) est un dioptre plan :

$\gamma = 1$

$\Rightarrow g = \left(\frac{n'}{n}\right) \cdot 1^2 = \frac{n'}{n}$

$$\boxed{g = \frac{n'}{n}}$$

d) Un miroir plan correspond à un dioptre plan pour lequel : $n' = -n$.

$\Rightarrow g = \frac{-n}{n} = -1$

$$\boxed{g = -1}$$

$g < 0 \Rightarrow$ objet et image se déplacent en sens invers

Exercice 2 :

1°/ * Construction de l'image A'B' de l'objet AB : voir papier millimétré.

* Intérêt de l'appareil :

$$\left.\begin{array}{l} AB = 0,5\,cm \\ A'B' = 6\,cm \end{array}\right\} \Longrightarrow A'B' = 12 \times AB$$

$$\left(\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{-6}{0,5} = -12\right) \quad 1$$

$\Longrightarrow$ l'appareil permet d'agrandir l'imag 1

2°/ $\overline{O_1O_2} = 12\,cm \qquad f'_1 = 2\,mm = 0,2\,cm \qquad f'_2 = 2\,cm$

$\overline{AB} = 1\,\mu m = 10^{-6}\,m = 10^{-4}\,cm$

$\overline{O_1A} = -2,04\,mm = -0,204\,cm$

A a pour image A_1 à travers L_1 :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1F'_1}} = \frac{1}{f'_1}$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1A}} + \frac{1}{f'_1} = \frac{1}{-0,204} + \frac{1}{0,2} = 0,098\,cm^{-1}$$

$\overline{O_1A_1} = 10,2\,cm$

A_1 a pour image A' à travers L_2 :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}} = \frac{1}{f'_2}$$

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{\overline{O_2A_1}} + \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{\overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}} + \frac{1}{f'_2}$$

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{-12+10,2} + \frac{1}{2} = -0,0555\ cm^{-1}$$

$$\boxed{\overline{O_2A'} = -18\ cm}$$ 2

$$\overline{A'B'} = \gamma.\overline{AB} = \gamma_1\gamma_2.\overline{AB} = \left(\frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \times \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}\right).\overline{AB}$$

$$\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = -12 + 10,2 = -1,8\ cm$$

$$\overline{A'B'} = \left(\frac{10,2}{-0,204} \times \frac{-18}{-1,8}\right) \times 10^{-4}$$

$$\boxed{\overline{A'B'} = -0,05\ cm = -0,5\ mm}$$ 1

3/ $$\theta' = \frac{A'B'}{A'F_2'} = \frac{A'B'}{A'O_2 + O_2F_2'} = \frac{0,05}{18+2}$$

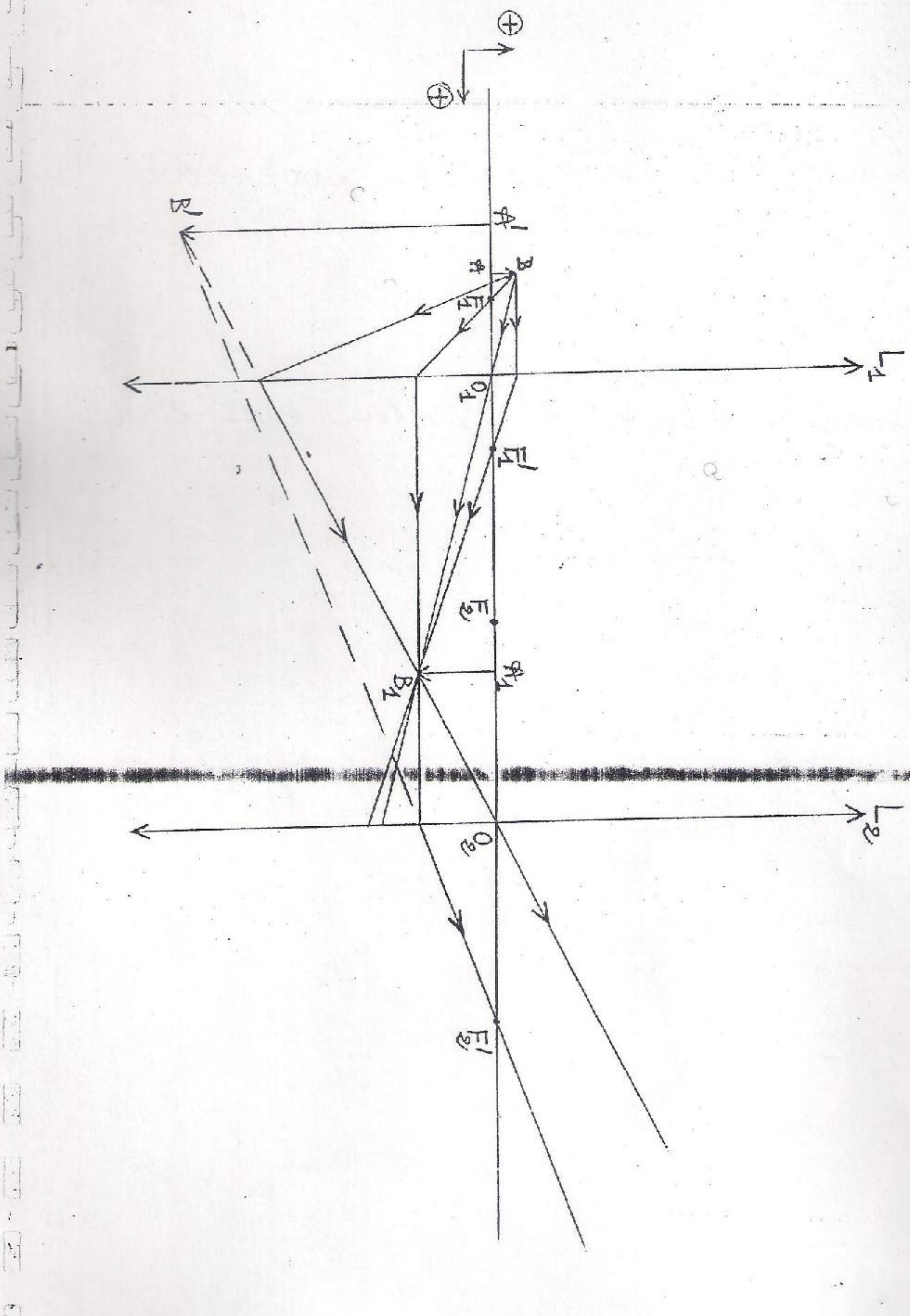
$$\boxed{\theta' = 2,5.10^{-3}\ rad}$$ 1

4/ $$\theta = \frac{AB}{d} = \frac{10^{-4}}{25}$$

$$\boxed{\theta = 4.10^{-6}\ rad}$$ 1

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{2,5.10^{-3}}{4.10^{-6}}$$

$$\boxed{G = 625}$$ 1


A'
B'
B
A
F_2
O_1
F_1'
F_2
A_1
B_1
O_2
F_2'
L_1
L_2