

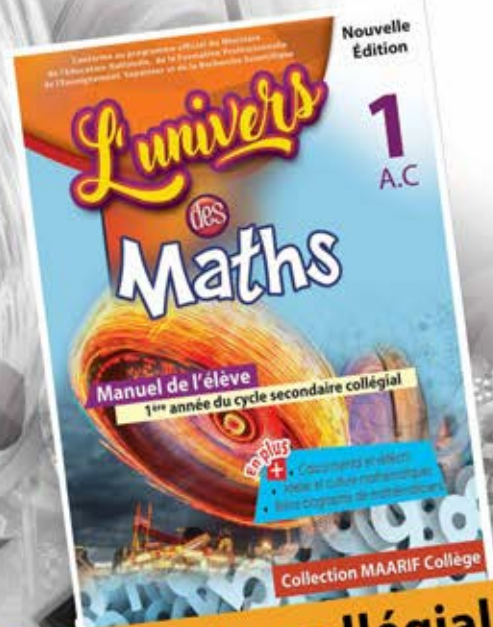
Conforme au programme marocain

1
A.C

L'univers des Maths

Mathématiques

Guide de L'Enseignant



1^{ère} année du cycle secondaire collégial

Collection MAARIF Collège

Conforme au programme marocain

1
A.C

L'univers

des

Maths

Mathématiques

Guide de l'Enseignant

1^{ère} année du cycle secondaire collégial

Equipe pédagogique coordonnée par :

Moulay Mohamed OUAHIDI

Hassane AGHZERE

Mounir ELAOUFI

Collection MAARIF Collège

Guide de l'enseignant

L'Univers des Maths - 1^{ère} année du cycle secondaire collégial

Edition : 2019

Dépôt légal : 2018 MO 0624

ISBN : 978-9954-688-66-3

Sommaire

Avant-propos	5
1. Conception de l'apprentissage	6
APPRENDRE	7
1. Le constructivisme piagétien.....	7
2. Le socioconstructivisme	7
3. La psychologie cognitive.....	8
4. Les travaux des didacticiens des mathématiques et notamment de G. Brousseau et de ses élèves.....	9
- La résolution de problèmes : un moyen et une fin de la connaissance.....	14
- Le processus d'apprentissage : un processus d'interaction ancien/ nouveau avec un rôle constructif de l'erreur.....	14
- Le processus d'enseignement-apprentissage est essentiellement un processus de traitement de l'information.	14
- Le sens et l'automatisme : nécessité de comprendre et de s'exercer.....	15
- Le langage et les interactions sociales : vecteurs de la connaissance.....	15
2. Modèle didactique adopté	16
1. Favoriser la construction des savoirs en proposant des situations d'investigation et de résolution de problèmes.....	18
2. Les approches privilégiées sont celles qui donnent un sens aux apprentissages via des situations d'apprentissage par adaptation.....	18
3. L'apprentissage de chaque notion est de nature « spiralaire » et non linéaire.....	18
ENSEIGNER	19
Le processus d'enseignement apprentissage	19
• La phase de recherche	19
• La phase de mise en commun ou la « correction »	19
• La phase de l'institutionnalisation	20
• L'évaluation des connaissances des élèves	20
Jalons de nos choix pédagogiques	20
Analyse didactique du programme des mathématiques en 1^{ère} année du collège	21
Primaire- Collège : Continuités et ruptures	22
NOMBRES ET CALCUL	22
DOMAINE DE LA GEOMETRIE	23
Leçon 1 : Nombres entiers et décimaux positifs, opérations.....	25
Leçon 2 : Fractions : opérations.....	26
Leçon 3 : Nombres relatifs, Nombres décimaux négatifs : opérations.....	27
Leçon 4 : Puissance d'un nombre relatif.....	28
Leçon 5 : Angles et triangles.....	28
Leçon 6 : Droites dans le plan : parallélisme et perpendicularité.....	29

Leçon 7 : Droites remarquables dans le triangle.....	30
Leçon 8 : Développement et factorisation.....	30
Leçon 9 : Equations.....	36
Leçon 10 : Symétrie centrale.....	36
Leçon 11 : parallélogrammes et quadrilatères particuliers.....	37
Leçon 12 : Sécantes à deux droites parallèles et angles.....	38
Leçon 13 : Cercle, disque.....	38
Leçon 14 : Prisme et cylindre.....	39
ORGANISATION ET GESTION DES DONNEES.....	40
Leçon 15 : Droite graduée, repère dans le plan.....	40
Leçon 16 : Proportionnalité.....	41
Leçon 17 : Statistiques.....	42
Mise en œuvre des leçons.....	44
Leçon 1 : Nombres entiers et décimaux positifs, opérations.....	45
Leçon 2 : Fractions : opérations.....	51
Leçon 3 : Nombres relatifs, Nombres décimaux négatifs : opérations.....	56
Leçon 4 : Puissance d'un nombre relatif.....	60
Leçon 5 : Angles et triangles.....	64
Leçon 6 : Droites dans le plan : parallélisme et perpendicularité.....	69
Leçon 7 : Droites remarquables dans le triangle.....	72
Leçon 8 : Développement et factorisation.....	77
Leçon 9 : Equations.....	81
Leçon 10 : Symétrie centrale.....	87
Leçon 11 : parallélogrammes et quadrilatères particuliers.....	91
Leçon 12 : Sécantes à deux droites parallèles et angles.....	96
Leçon 13 : Cercle, disque.....	99
Leçon 14 : Prisme et cylindre.....	102
Leçon 15 : Droite graduée, repère dans le plan.....	106
Leçon 16 : Proportionnalité.....	109
Leçon 17 : Statistiques.....	115
Bibliographie.....	119

Avant-propos

Ce guide pédagogique a été conçu pour aider les enseignants du collège dans leur tâche et pour leur permettre de mettre en œuvre les programmes marocains en langue française avec justesse et efficacité.

Le guide a été élaboré pour permettre à l'enseignant :

- D'organiser des situations d'apprentissage;
- D'utiliser le fichier de l'élève dans les meilleures conditions.

L'approche adoptée est l'enseignement par les situations problèmes et les activités favorisant ainsi l'action et la construction des savoirs par les apprenants eux-mêmes.

Le guide fournit des repères didactiques pour aider l'enseignant à conduire son action pédagogique avec le maximum d'efficacité. Il présente des outils permettant la mise en œuvre des situations d'apprentissage, que ce soient les situations de construction de nouvelles notions ou l'entraînement et le réinvestissement de ce qui est construit.

Ce guide pédagogique a été élaboré en s'appuyant sur les travaux des chercheurs en didactique des mathématiques et en psychologie cognitive, les orientations pédagogiques générales sur l'enseignement des mathématiques au cycle secondaire collégial au Maroc, les documents et les ressources d'accompagnement des programmes de mathématiques.

On trouve successivement dans ce guide :

- un exposé des conceptions de l'apprentissage et de l'enseignement fondant nos choix pédagogiques ;
- une analyse didactique fine des contenus du programme de première année du collège;
- les leçons du programme de la première année collège avec des commentaires sur les activités de découverte et de construction, sur les exercices résolus qui visent des capacités méthodologiques en mathématiques et sur le cours et les exercices et problèmes d'application, d'entraînement et de réinvestissement.

Vue l'importance de l'évaluation formative, le guide donne aussi des indications sur le QCM au début de chaque leçon visant à diagnostiquer les prérequis chez les apprenants ainsi que sur le QCM de fin de leçon qui permet à l'élève de s'autoévaluer et de se rendre compte de ce qu'il a appris et des aspects de la leçon qui restent à approfondir ou à consolider.

1. Conception de l'apprentissage

Pendant longtemps les mathématiques étaient enseignées comme un ensemble de faits disparates, des règles, des formules ou des procédures à apprendre et à appliquer par imitation et à maîtriser par entraînement intensif. C'est ainsi qu'on apprenait les nombres, les opérations arithmétiques, les techniques opératoires et les théorèmes de géométrie.

De ce fait, beaucoup d'élèves ne saisissaient pas le sens des notions qu'on leur inculquait. Quels liens entre addition et multiplication par exemple, pourquoi la technique de la division usuelle marchait...

On commençait alors à se poser la question sur les finalités et la méthodologie de l'enseignement des mathématiques. Quelle importance y a-t-il de faire apprendre aux élèves des savoirs figés. Ne saurait-il pas plus judicieux de développer chez la nouvelle génération de nos enfants des compétences et des démarches comme le raisonnement, la résolution de problèmes, la modélisation des situations concrètes, les attitudes critiques et la capacité d'évaluer, la communication, la créativité, les habiletés d'investigation et de questionnement...

De nouvelles perspectives pédagogiques et didactiques commençaient à se dessiner : ne pas se contenter de la mémorisation, de l'imprégnation et de l'entraînement répétitif ; mais mettre en avant d'autres démarches de pensée comme « chercher », « modéliser », « explorer », « communiquer », « évaluer », « raisonner »... Ce qui exige une autre façon d'enseigner.

De par le monde, depuis quelques années déjà, et sous l'impulsion des théories piagésiennes et des sciences cognitives, il y a consensus sur le fait que l'apprentissage (développement intellectuel et acquisition des savoirs) est de nature **constructiviste**. L'acquisition des concepts est mieux assurée par des situations d'apprentissage de type adaptatif que par simple transmission ou entraînement répétitif et intensif.

Cela consiste à affirmer que l'on apprend essentiellement, non pas par simple imprégnation, ni par imitation passive ; mais à travers des **actions finalisées menées dans le but d'apporter une réponse ou une solution à un problème à une tâche signifiante (c'est-à-dire que l'on s'est approprié) à laquelle le sujet fait face.**

C'est dans ce processus de résolution de problèmes que les **connaissances** sont construites, d'abord comme **outils** fonctionnels avant de devenir des **objets de savoirs** avec un statut reconnu (concepts, méthodes, techniques, formules...). A titre d'exemple, l'apprenant construit la notion de soustraction en traitant des situations où cette notion fonctionne, avant que la soustraction devienne une notion mathématique avec des techniques, un champ de validité...

APPRENDRE

Le processus d'apprentissage est actuellement éclairé par des apports divers.

1. Le constructivisme piagétien

Jean Piaget émet la théorie qu'un individu confronté à une situation donnée va mobiliser un certain nombre de structures cognitives, qu'il nomme schèmes. Celui qui apprend ne le fait pas seulement en relation avec les connaissances qu'il acquiert, mais il organise son monde au fur et à mesure qu'il apprend, en s'adaptant.

L'apprentissage consiste à entrer dans un processus actif de construction (plutôt que d'acquisition) de connaissances en interagissant avec son environnement, en donnant du sens à ses expériences et en développant ses représentations.

Le processus d'apprentissage constructiviste se déroule en trois étapes:

- **L'assimilation** : le processus d'assimilation se caractérise par l'intégration de nouvelles idées, analyses, notions à des cadres mentaux qui existent déjà. L'individu ajoute à sa structure cognitive des éléments provenant de son environnement, il les intègre en les reliant, en les coordonnant aux informations, aux connaissances dont il dispose déjà.
- **L'accommodation** : le processus d'accommodation est marqué par l'adaptation du sujet à des situations nouvelles, d'où modification de ses cadres mentaux et réorganisation de ses connaissances. C'est donc une action de l'environnement sur l'individu qui va avoir pour effet de provoquer des ajustements dans la manière de voir, de faire, de penser du sujet.

L'équilibration : On appelle équilibration (Piaget en parle en terme d'autorégulation) la recherche du meilleur équilibre entre les deux processus complémentaires, assimilation et accommodation, c'est-à-dire entre l'individu et son environnement.

2. Le socioconstructivisme

Faisant suite au courant constructiviste, le socioconstructivisme, développé par Lev Vygotski, intègre, comme son appellation l'indique, la dimension sociale. La perspective socioconstructiviste met l'accent sur le rôle des interactions sociales multiples dans la construction des savoirs et propose de considérer l'apprentissage comme une participation active à des activités en situation réelle et en interagissant avec d'autres.

L'approche socioconstructiviste repose sur les principes suivants :

- La tête de l'élève n'est jamais vide de connaissances.
- L'apprentissage ne se fait pas par empilement de connaissances, ni de manière linéaire.
- Les interactions sociales entre élèves peuvent aider à l'apprentissage.
- L'élève donne un sens à une connaissance si elle apparaît comme un outil indispensable pour résoudre un problème.

3. La psychologie cognitive

Le phénomène d'apprentissage est aussi éclairé par les apports de la psychologie cognitive. L'élève traite aussi les informations cognitives, il met les nouvelles informations en relation avec ses connaissances antérieures, choisit la stratégie la plus appropriée pour réussir la tâche... En effet, les cognitivistes considèrent que le sujet apprenant est un sujet actif et constructif qui acquiert, intègre et réutilise des connaissances. Ces connaissances se construisent graduellement.

Les principes fondamentaux de l'approche cognitive de l'apprentissage selon le professeur Jacques TARDIF (1992) sont les suivants :

- **l'apprentissage est un processus actif et constructif** : ici, l'élève est au cœur de l'apprentissage, il doit être actif et conscient de ce qui se passe à l'intérieur et à l'extérieur de lui. Il construit lui-même ses connaissances même si ces connaissances ne sont pas totalement correctes. Il les corrigera progressivement.

- **les connaissances antérieures exercent un rôle primordial dans l'apprentissage et les connaissances sont essentiellement cumulatives** : ce principe stipule que dans le processus d'acquisition et d'intégration de nouvelles connaissances, les connaissances antérieures stockées dans la mémoire à long terme déterminent non seulement ce que l'apprenant peut apprendre mais aussi ce qu'il apprendra effectivement et la façon dont les nouvelles connaissances seront apprises. C'est ainsi que le professeur Jacques Tardif (1992) affirme « L'apprentissage est l'établissement de liens entre les nouvelles informations et les connaissances antérieures. » De plus, l'apprentissage consiste en l'accumulation de connaissances. Les nouvelles informations s'associent aux anciennes soit pour les confirmer, soit pour s'y intégrer ou pour les nier.

- **l'apprentissage signifiant est étroitement lié à la représentation et à l'organisation des connaissances** : L'apprentissage requiert l'organisation constante des connaissances. Les connaissances doivent être bien organisées dans la structure cognitive de l'apprenant.

- **l'apprentissage est fondamentalement l'acquisition d'un répertoire de connaissances et de stratégies cognitives et métacognitives** : ici, les cognitivistes stipulent que le système cognitif de l'apprenant comporte des connaissances statiques, dynamiques et des stratégies cognitives et métacognitives qui lui permettent d'agir sur son environnement, d'utiliser les informations qu'il acquiert dans la résolution des problèmes. Il importe aussi de rendre l'élève conscient de ces stratégies, de leur économie et de leurs efficacités.

- **il existe des catégories de connaissances** : les connaissances déclaratives, les connaissances procédurales et les connaissances conditionnelles.

- Les connaissances déclaratives correspondent aux connaissances théoriques ou qui sont reconnues comme savoirs au cours de l'évolution d'une société. Ces connaissances sont constituées de faits, de règles, de lois et de principes.
- Les connaissances procédurales correspondent au comment faire, aux étapes d'une action, aux procédures, en fait ce sont les savoir-faire. Il faut savoir effectuer l'addition suivante $45+39$ par exemple.

- Les connaissances conditionnelles font allusion au quand et au pourquoi. Elles correspondent aux classifications et aux catégorisations. On doit par exemple distinguer un carré d'un rectangle.

- La **métacognition** joue un rôle très important dans l'acquisition des connaissances : ici, la métacognition réfère à la connaissance ainsi qu'au contrôle que le sujet a sur lui-même et sur ses stratégies cognitives. Il a une perception de l'importance de la tâche et des buts que l'enseignant poursuit et il est conscient du contrôle possible qu'il a sur sa réussite dans la réalisation de cette tâche. De plus il exige toujours de l'élève la gestion active de ses démarches cognitives et la gestion active de soi comme apprenant, c'est-à-dire de son investissement affectif dans la tâche.

4. Les travaux des didacticiens des mathématiques et notamment de G. Brousseau et de ses élèves.

Les apports de la didactique à la compréhension de l'acte d'apprendre et à l'organisation de l'enseignement des mathématiques sont importants. Sans aller en profondeur dans une présentation théorique, nous passons en revue les éléments suivants qui nous semblent fonctionnels et utiles pour les enseignants.

Apprentissage par adaptation

L'acquisition de connaissances passe par une interaction entre le sujet et l'objet d'études par le biais de résolutions de problèmes. La tête de l'élève n'est jamais vide de connaissances (conceptions) et l'apprentissage ne se fait pas par empilement de connaissances, ni de manière linéaire. L'élève ne donne un sens à une connaissance que si elle apparaît comme un outil indispensable pour résoudre un problème. Les interactions sociales entre élèves peuvent aider à l'apprentissage. Dans la conception de l'apprentissage adaptatif, l'erreur n'est pas à éviter. Elle est l'expression d'une forme de connaissance.

Transposition didactique des savoirs

Les savoirs à enseigner fixés par les programmes scolaires sont affiliés aux savoirs mathématiques élaborés par les mathématiciens et que l'on trouve dans les traités de mathématiques sous leur forme achevés (savoir savant).

Les savoirs savants désignés pour être enseignés (savoirs à enseigner) ne peuvent l'être tels quels, ils subissent des transformations pour être objet d'enseignement et d'apprentissage. L'une de ces transformations est la mise en situation qui s'apparente à une sorte de genèse artificielle. On parle ici de recontextualisation du savoir mathématique. Lorsqu'un élève résout de telles situations, il reconstruit des savoirs. Il y a repersonnalisation du savoir mathématique. Les connaissances ainsi produites en classe seront à nouveau décontextualisées et dépersonnalisées pour constituer les savoirs à retenir. Ces savoirs prendront leur place dans l'ensemble des savoirs antérieurs ou conduiront à les reconsidérer ou à les réaménager (décontextualisation et insitutionnalisation).

Ce travail de transformation des savoirs est appelé transposition didactique. L'un des rôles de l'enseignant est d'opérer une transposition didactique pertinente des notions mathématiques à enseigner.

La situation problème

La situation problème joue un rôle central dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Au niveau de la fonction, elle est un moyen même de l'apprentissage, puisque c'est autour d'elle que va se nouer le dispositif didactique puisqu'elle est la source, le lieu et le critère de l'élaboration du savoir. La situation-problème a pour objectif, à l'opposé de celui du problème d'application, puisqu'il ne s'agit plus d'exercer et de renforcer les connaissances existantes, mais bien de découvrir le savoir à partir du problème, de lui donner du sens. Elle va permettre l'engagement de l'élève dans une résolution et qui va catalyser la genèse des instruments intellectuels, dont la construction se révélera nécessaire, chemin faisant.

La psychologie cognitive qui étudie les stratégies mentales des individus dans l'interprétation d'une situation donnée et la résolution de problèmes rencontrés affirme que les connaissances sont acquises selon un processus de résolution de problèmes mettant en oeuvre une dynamique de questionnement. Confronté à un obstacle, l'individu convoque ses connaissances et capacités pour sortir de l'impasse. Par l'exercice de ses potentialités, mais aussi par l'échange avec d'autres sur la complexité de la situation, il se construit de nouvelles compétences.

Les situations-problèmes sont des situations qui dans un premier temps, permettent à l'élève d'investir son ancien savoir. Dans un deuxième temps, permettent à l'élève de prendre conscience de l'insuffisance de ce savoir. Mais attention ! lui seul peut prendre conscience de l'insuffisance de ce savoir (inutile de le lui dire... !). Il faut donc que la situation donne la possibilité à l'élève de vérifier l'insuffisance de ses connaissances. Dans un troisième temps permettent à l'élève de construire de nouvelles procédures.

Les didacticiens, se basant sur ces théories (par exemple Douady Régine. 1986. Jeux de cadres et dialectique outil-objet, Recherches en didactique des mathématiques, vol. 7, no. 2.) donnent les caractéristiques d'une situation problème pour en faire un moyen didactique de construction de savoir chez les apprenants (sources : <https://gpc-maths.org/data/images/situationpbdef.pdf>) :

caractéristique	Commentaires
1. L'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution du problème. L'élève peut envisager ce qu'est une réponse possible du problème.	1) Si non il ne mobilisera pas ses connaissances et ne pourra s'apercevoir qu'elles sont insuffisantes.
2. Les connaissances de l'élève sont en principe insuffisantes pour qu'il résolve immédiatement le problème.	2) Sinon il n'y a pas d'acquisition nouvelle. Il y a réinvestissement des connaissances.

<p>3. La situation-problème doit permettre à l'élève de décider si une solution trouvée est convenable ou pas.</p>	<p>3) Cette caractéristique est essentielle. En effet l'élève doit prendre conscience seul de l'insuffisance de ses connaissances. Cette insuffisance ne peut se constater que s'il est capable de constater tout seul que sa solution est fausse ou que sa méthode est trop lourde.</p>
<p>4. La connaissance que l'on désire voir acquérir par l'élève doit être l'outil le plus adapté pour la résolution du problème au niveau de l'élève.</p>	<p>4) Cette condition n'est pas facile à remplir. Une analyse à priori du problème est donc indispensable. Les données du problème, le matériel mis à disposition des élèves... sont autant de variables qui influenceront les stratégies des élèves. Ces variables sont appelées variables didactiques.</p>
<p>5. Le problème peut se formuler dans plusieurs cadres entre lesquels on peut établir des correspondances (par exemple cadre physique, cadre géométrique, cadre graphique).</p>	<p>5) Cette construction n'est souvent pas simple. Enfin il arrive que les élèves arrivent à percevoir l'insuffisance de leurs connaissances mais soient incapables de résoudre le problème. Ce blocage n'est pas tenable pour l'enseignant. Il ne peut qu'aider les élèves à construire une solution. Ne retombe-t-on pas alors dans une pratique behavioriste ? Il semble ici qu'il y ait une différence fondamentale avec le modèle behavioriste : ici l'élève prend conscience de l'insuffisance ses conceptions. Ce qui n'est pas le cas dans la pratique behavioriste.</p>

Activité

Dans l'enseignement des mathématiques, on ne peut pas tout enseigner par des situations problèmes ayant les caractéristiques ci-dessus. On peut utiliser des activités.

Une activité est ce qui donne lieu à une activité mathématique de la part de l'élève, c'est la recherche d'un problème qui utilise et coordonne des notions apprises séparément ou encore un problème qui s'inscrit dans un processus d'apprentissage d'un «objet» mathématique. Une activité peut être définie par les caractéristiques suivantes :

- 1)** L'élève peut engager une stratégie de son choix qui le conduit à des réponses au moins partielles au problème posé.
- 2)** L'élève a besoin de convaincre ses interlocuteurs (autres élèves, professeur...) Il a les moyens de justifier ses réponses. Il est convaincu que cela fait partie de son contrat-élève.
- 3)** L'énoncé laisse à l'élève la responsabilité du choix des «outils» et de la stratégie pour résoudre le problème.
- 4)** Parmi les «outils» adaptés à la résolution du problème, «l'objet» mathématique visé est l'un des plus performants.

Le conflit cognitif

Dans une situation où les représentations d'un individu sont perçues par lui comme incompatibles avec une réalité objective, il y a confrontation entre ce qu'il croit connaître de la situation (sa représentation) et ce qu'il constate (la réalité). Ce constat oblige l'individu à déconstruire la représentation initiale pour en construire une nouvelle intégrant de nouvelles connaissances.

Le conflit sociocognitif

L'individu n'apprend pas seul mais en interaction avec d'autres : ses pairs, les enseignants, ses parents... Sur un même sujet, les représentations et les points de vue sont souvent très différents. Par cette confrontation à des points de vue qui dérangent les savoirs antérieurs, le conflit (qui n'est pas une querelle de personnes mais une confrontation des idées) oblige à se décentrer, écouter l'autre et complexifier sa vision du réel.

Enseignement par situation problèmes

Une situation problème est à construire avec soin et rigueur aussi bien dans les connaissances ou capacités visées que dans son déroulement. Son objectif est d'instaurer un déséquilibre, un conflit, une divergence entre ce que l'élève croit savoir du problème posé (ses représentations initiales) et ce qu'il constate dans la réalité. Ce déséquilibre (conflit cognitif) provoque un questionnement introspectif. L'énigme proposée par l'enseignant suppose une résolution qui transformera les représentations initiales par l'intégration de nouvelles compétences. Dans le cadre d'un travail collaboratif, la confrontation des idées et des différents points de vue fait évoluer les représentations de chaque élève du groupe de travail mais aussi les représentations majoritaires de la classe par l'acquisition de nouvelles connaissances et capacités. Mais la situation problème n'a de sens que si elle donne lieu à une production mutualisable (écrit, représentation graphique, rapide exposé...) et à un bilan réflexif sur ce qui a été abordé. Située en amont d'une démarche d'investigation ou de résolution de problème, elle permet de placer l'élève dans de bonnes conditions de réception en donnant du sens à l'activité d'apprentissage proposée.

Les types de situations de didactique et gestion d'une situation d'enseignement-apprentissage

Dans le cadre de la théorie des situations didactiques, le rôle de l'élève est de résoudre un problème. Le savoir est construit par l'élève. Le rôle de l'enseignant est d'organiser un milieu favorable pour l'apprentissage : choix de situations, organisation de travail en groupe, institutionnaliser. L'enseignant doit gérer la dévolution du problème à la classe (l'élève doit prendre la responsabilité du problème).

Le processus d'enseignement- apprentissage est fait de phases.

Phase d'action : appropriation du problème (connaissances anciennes)

Les élèves ne doivent pas seulement apprendre des définitions, des théorèmes et techniques, retenir les problèmes et les méthodes mises en oeuvre pour les résoudre. Ils doivent aussi devenir

capables de s'emparer d'un problème complexe nouveau, de poser des questions, de discuter de la qualité des questions, de produire des réponses (des démarches, des formalisations, des preuves), et de discuter de leur pertinence.

La situation d'action pose à l'élève un problème dont la solution « optimale » (en termes d'effort, de temps, de fiabilité) dans les conditions proposées est à la connaissance à enseigner. Elle permet à l'élève d'investir ses stratégies et modèles implicites pour agir sur elle et lui renvoie de l'information sur son action. Elle lui permet aussi de juger le résultat de son action ; ajuster l'action sans intervention de l'enseignant.

Phase de formulation : formulation d'hypothèses

L'élève formule la solution trouvée, explicite son modèle implicite (modèle explicite : formulé à l'aide de signes, de règles communes, connues ou nouvelles) de manière à ce que cette formulation ait un sens, ce qui lui permet d'échanger de l'information : messages oraux/écrits, langage naïfs ou mathématiques avec d'autres élèves : émetteurs- récepteurs.

Phase de validation

L'élève doit se convaincre et convaincre les autres de la validité de la solution proposée (confrontation avec les autres, l'expérience). Il doit montrer pourquoi le modèle créé est valable, convaincre : argumentation, démonstration, réfutation ; et ce en proposant un message mathématique, modèle de la situation comme assertion à un interlocuteur, opposant (validation sémantique et syntaxique).

Phase d'institutionnalisation

Cette phase vise l'intégration de la nouvelle connaissance au patrimoine mathématique de la classe. L'enseignant fixe conventionnellement et explicitement le statut cognitif du savoir. Les connaissances changent de statut : la nouvelle connaissance est étiquetée savoir officiel, les élèves peuvent la retenir et l'appliquer.

Dans cette phase la notion étudiée passe du statut d'outil qu'elle avait dans la phase d'action au statut d'objet.

Phase d'entraînement et de réinvestissement

Des exercices d'entraînement, d'application et de réinvestissement complètent le processus. Dans cette phase devient un outil explicite.

Dévolution

Dans les situations didactiques, l'apprenant est amené à confronté un problème pour le résoudre à travers son action mathématique. Mais cette action, pour avoir du sens pour cet apprenant doit être autonome, c'est-à-dire que celui-ci doit agir sous l'impulsion du feed-back donné par le milieu et non par les directives de l'enseignant. La situation doit être a didactique. Ce transfert de la tâche de résolution complètement à l'apprenant est défini par G. Brousseau comme la dévolution du problème et qui est un « acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage [...] et accepte lui-même les conséquences de ce transfert ».

En somme des apports du constructivisme, du socioconstructivisme, de la psychologie cognitive et de la didactique des mathématiques, nous retenons ce qui suit.

1. La résolution de problèmes : un moyen et une fin de la connaissance

La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages. La maîtrise des principaux éléments de mathématiques s'acquiert et s'exerce essentiellement par la résolution de problèmes, notamment à partir de situations proches de la réalité.

2. Le processus d'apprentissage : un processus d'interaction ancien/ nouveau avec un rôle constructif de l'erreur

Dans la perspective constructiviste, les acquis ne s'accumulent pas, mais le nouveau s'intègre à l'ancien et conduit à certaines adaptations de ce dernier.

A titre d'exemple, l'apprentissage des nombres décimaux comme savoir nouveau se réalise en interaction avec les acquis concernant les nombres entiers. L'introduction de ces nouveaux nombres remet en question certaines conceptions comme « entre deux nombres entiers il n'y a pas d'autres nombres », « le produit de deux nombres est supérieur aux deux nombres »,

Dans ce cadre, les apprenants commettent des erreurs car ils appliquent des savoirs hors de leur champ de validité. Les contradictions qui en résultent conduisent à des déséquilibres cognitifs que l'apprenant tentera de dépasser pour retrouver un nouvel équilibre.

Les erreurs jouent ainsi un rôle moteur dans la construction des savoirs. Elles sont positives et sources d'apprentissage. Elles sont normales dans le processus d'apprentissage car elles expriment à la fois la représentation mentale que l'élève se fait d'une notion ou d'une action et un obstacle à repérer avant de le dépasser. Gaston Bachelard (philosophe des sciences) disait: « On connaît contre une connaissance antérieure, en détruisant les connaissances mal faites, en surmontant ce qui, dans l'esprit même, fait obstacle ».

L'apprentissage se déclenche lorsqu'un signal d'erreur montre que la prédiction générée par notre cerveau n'est pas parfaite. Il ne peut pas exister d'apprentissage quand tout est parfaitement prévisible.

- L'erreur ou l'incertitude sont normales – elles sont même indispensables.
- Les punitions face aux erreurs ne font qu'augmenter la peur, le stress, et le sentiment d'impuissance inutilement. Les punitions sont néfastes aux apprentissages.
- La motivation positive et les encouragements stimulent l'apprentissage. Les meilleurs encouragements résident dans le regard des autres et la conscience de progresser, ils ne sont pas synonymes de récompenses.

3. Le processus d'enseignement-apprentissage est essentiellement un processus de traitement de l'information.

L'apprentissage est un processus actif et constructif, les connaissances antérieures exercent un rôle primordial dans l'apprentissage qui est fondamentalement l'acquisition d'un répertoire de connaissances et de stratégies cognitives et métacognitives.

La métacognition joue un rôle très important dans l'acquisition des connaissances. Elle réfère à la connaissance ainsi qu'au contrôle que le sujet a sur lui-même et sur ses stratégies cognitives, et aussi à la gestion active de ses démarches cognitives et la gestion active de soi comme apprenant, c'est-à-dire de son investissement affectif dans la tâche.

4. Le sens et l'automatisme : nécessité de comprendre et de s'exercer

L'apprentissage des mathématiques doit assurer un **équilibre entre la compréhension et les mécanismes**.

«Une appropriation mathématique pour un élève ne saurait se limiter à la connaissance formelle de définitions, de résultats, de techniques et de démonstrations, il est indispensable que les connaissances aient pris du sens pour lui à partir de questions qu'il s'est posées et qu'il sache les mobiliser pour résoudre des problèmes».

Il est nécessaire de créer aussi tôt que possible à l'école primaire des automatismes en calcul. Il faut aussi comprendre des concepts et des techniques (calcul, algorithmes) et les mémoriser afin d'être en mesure de les utiliser. Mais l'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification.

5. Le langage et les interactions sociales : vecteurs de la connaissance

Les interactions sociales entre élèves peuvent aider à l'apprentissage. Le sens des savoirs se construit à travers une « négociation sociale » des différents points de vue. A cet égard le langage est un vecteur primordial.

Les éléments exposés ci-avant fondent nos choix pédagogiques et son l'objet de la partie « ENSEIGNER » ci-après.

2. Modèle didactique adopté

La conception constructiviste de l'apprentissage, lorsqu'elle est adoptée comme arrière-plan du modèle pédagogique amène à des approches didactiques et des méthodes pédagogiques qui favorisent l'activité des élèves et prennent comme entrée à l'apprentissage les situations problèmes. Dès lors, l'approche transmissive ou behavioriste ne sauraient constituer le fond sur travail d'enseignement.

Les principes pédagogiques généraux du constructivisme :

- a. Les apprenants « construisent » leur propre connaissance à partir des notions qu'ils possèdent déjà et de leur expérience.
- b. On met l'accent sur la réalisation d'activités d'apprentissage authentiques ou en contexte, c'est-à-dire en prenant part à des situations susceptibles de se dérouler dans la vie de tous les jours.
- c. On met l'accent sur l'apprenant plutôt que sur l'enseignant. Elle encourage cet apprenant à construire ses propres conceptualisations et à apporter ses solutions aux problèmes qu'il rencontre, elle l'incite même à développer au maximum son autonomie et son initiative.
- d. l'apprentissage est basé sur la participation active des élèves à la résolution de problèmes et à la pensée critique en regard de la tâche qu'ils doivent réaliser. L'individu est donc le protagoniste actif du processus de connaissance, et les constructions mentales qui en résultent sont le produit de son activité. Dans cette optique, apprendre ne consiste pas à recevoir le savoir d'une manière passive, mais à agir sur les informations reçues de la situation en les transformant.
- e. L'enseignant devient un facilitateur, un « accompagnateur » qui guide l'élève et le pousse à utiliser son esprit critique, à résoudre des problèmes et à synthétiser ses connaissances. Dans cette perspective, l'enseignant ne doit pas entraver le processus de développement interne de l'élève (l'enseignement doit s'adapter aux besoins des élèves). Il lui revient de fournir à ses élèves un environnement d'apprentissage ouvert, riche de possibilités d'apprentissage, et surtout non-fondé sur des séquences d'instruction prédéterminées.

Les principes pédagogiques généraux du socioconstructivisme :

1. L'apprentissage est considéré comme le produit d'activités sociocognitives liées aux échanges didactiques enseignant-élèves et élèves – élèves. Ceci peut se réaliser par exemple dans des travaux de groupe, des stages de terrain, un enseignement réciproque (entre étudiants), des collaborations à distance en recourant à l'usage des technologies, des simulations (l'utilisation du courrier électronique dans le cadre d'une correspondance scolaire ou encore le travail au sein de classes virtuelles). L'enseignant et les élèves évaluent les constructions réalisées en termes de produits en faisant appel, par exemple, au portfolio.

2. La conception constructiviste de l'apprentissage se base sur la production d'un conflit sociocognitif par confrontation d'un apprenant à une situation problème, d'où un effet de

déstabilisation susceptible de provoquer une réorganisation de connaissances ou l'acquisition de nouveaux savoirs et savoir-faire.

3. L'enseignant doit favoriser une construction en commun de la connaissance, fondée sur la négociation et la coopération entre pairs. Le groupe d'élèves est même convié à évaluer les 8 prestations de chacun de ses membres. L'enseignant amène l'élève à réfléchir sur son processus d'apprentissage et à comparer ses constructions avec celles des pairs.

4. Cette approche encourage chez l'apprenant la curiosité, l'initiative et la recherche. L'élève est invité à résoudre un problème ou à réaliser une activité en faisant appel aux ressources humaines et matérielles auxquelles il a accès : collègues, expériences antérieures. La motivation à l'acquisition est démultipliée par le fait d'avoir à gérer des relations sociales: rapports conflictuels, par exemple, dont la résolution va de pair avec la résolution du problème cognitif. C'est alors que, par essai et erreur, l'élève en question sera en mesure de comparer les conceptions qu'il possède déjà avec ses nouvelles expériences en parvenant ainsi à un nouveau palier de connaissances. En clair, l'élève est responsable de ses apprentissages, il « apprend à apprendre ».

Les principes généraux retenus du cognitivisme sont reliés aux facteurs qui déterminent la vitesse et la facilité d'apprentissage, à savoir:

- L'attention
- L'engagement actif - importance de l'évaluation et de la métacognition
- Le retour d'information - signaux d'erreurs - motivation et récompense
- La consolidation - L'automatisation: transfert du conscient au non-conscient, et libération de ressources.

Les principes généraux de la didactique des mathématiques :

- L'enseignement par les situations problèmes et les activités où l'action des élèves et la résolution des problèmes jouent un rôle fondamental
- L'enseignant a pour rôle central non la transmission de savoirs achevés, mais d'organiser l'environnement d'apprentissage et de gérer les situations didactiques de façon à préserver le sens des savoirs mathématiques traités (dévolution)
- La dialectique outil/objet permet d'investir les conceptions et les stratégies initiales des apprenants (outils implicites) pour aboutir à des objets mathématiques institutionnalisés et de nouveaux outils explicites
- Les erreurs ne sont pas l'effet de l'étourderie ou de manque de connaissances mais l'indice d'un savoir appliqué hors de son champ de validité ou des conceptions erronées.

De ces principes constructivistes, socioconstructivistes, cognitivistes et didactiques découlent les orientations didactiques suivantes.

Favoriser la construction des savoirs en proposant des situations d'investigation et de résolution de problèmes

L'élève doit être acteur de ses apprentissages, il est important de le mettre en face de situations où il doit avoir une activité de recherche. L'accent doit être mis sur les différentes démarches possibles qu'utilisent les élèves pour résoudre une situation, ce qui nécessite des échanges sur les procédures mobilisées afin d'introduire une nouvelle notion, une procédure « experte », un calcul spécifique, un nouvel outil mathématique.

La résolution de problèmes est la base de tous les apprentissages en mathématiques. Elle fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations ». De ce fait elle est naturellement présente et intégrée à la plupart des activités.

Les approches privilégiées sont celles qui donnent un sens aux apprentissages via des situations d'apprentissage par adaptation

L'environnement d'apprentissage doit permettre aux élèves d'élaborer, par adaptations successives, des stratégies de résolution du problème qui conduisent à l'apprentissage visé. Les élèves apprennent à expliciter progressivement leurs procédures. Les échanges entre les élèves ainsi qu'un étayage approprié du professeur contribuent à l'apprentissage de chacun.

Les situations d'enseignement doivent permettre **l'interaction** et la **collaboration** entre les élèves, expérience décisive dans la construction des savoirs. Dans ce contexte l'élève travaille dans une atmosphère de socialisation où les talents de chacun sont reconnus. L'élève un acteur **responsable** dans la réalisation de ses apprentissages et l'apprentissage doit se faire en **profondeur**, en se basant sur la réflexion, plutôt que sur une étude superficielle des connaissances fondée sur la mémorisation. L'enseignement touche donc les savoirs, les savoir-faire, les savoir-être et les stratégies d'apprentissage et doit doter l'élève de **confiance** en ses habiletés afin qu'il s'investisse pleinement dans une démarche personnelle qui lui permettra d'atteindre un haut niveau de compétence.

L'élève doit développer le goût de **l'effort intellectuel** avec ce que cela exige d'imagination et de créativité d'une part, d'esprit critique et de rigueur d'autre part, ces exigences étant adaptées en fonction de son avancement.

L'enseignant prépare son enseignement/ses leçons en centrant son attention et ses efforts sur deux aspects :

- Quelles situations-problèmes et activités proposer pour construire les notions à enseigner ;
- Quelle gestion des situations didactiques en classe qui favorise l'action des élèves (manipulation, résolution de problèmes, interaction entre les élèves);
- Quelle régulation des apprentissages (diagnostic, évaluation formative, feed-back...).

L'apprentissage de chaque notion est de nature « spiralaire » et non linéaire

Il se déroule par approfondissements et élargissements successifs, souvent sur plusieurs périodes pendant lesquelles alternent phases de construction ou d'appropriation, moments de structuration, phases d'entraînement et de consolidation. La progression sur une année prend en compte cet aspect.

ENSEIGNER

Le processus d'enseignement apprentissage

Adossé aux conceptions constructiviste, socioconstructiviste et cognitiviste de l'apprentissage et à un modèle pédagogique de l'enseignement des mathématiques cohérents avec ces conceptions, nous présentons le processus d'enseignement- apprentissage des mathématiques au collège centré sur les situations didactiques, la résolution des problèmes, les activités.

Ce processus se démarque nettement de l'approche transmissive qui consiste à procéder par le schéma classique ; « j'apprends- j'applique- je comprends » où les élèves reçoivent les savoirs sous leur forme achevés (définitions, théorèmes et leurs démonstrations et exemples) puis exercices pour appliquer ce qu'ils ont reçu, s'entraîner pour comprendre le sens des notions étudiées.

Il consiste au contraire à susciter l'action des apprenants via des problèmes ou des activités construites ou créés par l'enseignants pour amener ces apprenants à construire le savoir visé par la leçon.

Les notions se construisent le plus souvent possible, comme des réponses à des questions qui présentent un certain enjeu pour les élèves. Dans ces « situations d'apprentissage », les élèves développent, pour les résoudre, une réelle activité cognitive de nature mathématique qui contribue à donner du sens à la notion.

En se référant à la **théorie des situations didactiques** de Guy Brousseau, on conçoit le processus d'enseignement-apprentissage selon les phases suivantes.

□ **La phase de recherche**

Au cours de cette phase, l'enseignant laisse les élèves chercher en s'assurant qu'ils ont bien compris ce qui leur est demandé. Son rôle est alors très important. Il consiste à solliciter les élèves, à veiller à ce qu'ils se sentent concernés, à relancer la recherche. Il consiste aussi à recueillir des informations sur les procédures des élèves qu'il est en train d'observer et éventuellement à les prendre en note. Ces informations lui permettent d'avoir une meilleure connaissance des compétences de ses élèves et d'organiser ainsi plus facilement la phase de mise en commun.

□ **La phase de mise en commun ou la « correction »**

Après un certain temps de recherche, les élèves doivent être informés sur la validité du travail qu'ils ont effectué. Une mise en commun des productions des élèves est nécessaire.

Pour que ces moments puissent fonctionner, l'enseignant doit veiller, dès le début de l'année, à mettre en place la communication entre l'élève qui fait sa proposition et le groupe classe. Cela nécessite beaucoup d'attention, d'implication et d'écoute de la part de tous. Les élèves doivent apprendre à argumenter lorsqu'on leur pose la question « Pourquoi... ? » sans craindre d'avoir fait une erreur, à considérer les erreurs non comme des « fautes » mais comme des propositions qui ne sont pas valides, à respecter les arguments de leurs camarades.

□ La phase de l'institutionnalisation

Pour que les connaissances construites par ce travail de confrontation à des situations d'apprentissage puissent devenir des savoirs partagés, les moments où le professeur officialise certains éléments sont fondamentaux. Ces moments sont collectifs : le professeur formule ce qui a été découvert, ce que l'on a appris. Avant de pouvoir être évaluées, les connaissances doivent faire l'objet d'une longue phase d'entraînement, pour que les élèves puissent se les approprier et les mobiliser spontanément dans de nouveaux contextes. Chaque étape comporte des exercices ayant cette fonction d'entraînement.

□ L'évaluation des connaissances des élèves

L'évaluation est avant tout un outil permettant au professeur de réguler son enseignement au jour le jour et tout au long de l'année. Cette évaluation des compétences se fait, en cours d'apprentissage, lorsque le professeur observe chaque élève devant une tâche. L'évaluation se fait également au travers d'activités spécifiques permettant à l'enseignant d'évaluer les performances des élèves à un moment donné sur un sujet précis.

Jalons de nos choix pédagogiques

La Collection «l'Univers des Maths » a été conçue dans une **optique socioconstructiviste et cognitiviste de l'apprentissage et de l'enseignement** : L'enfant développe ses connaissances à travers son activité sur son environnement. C'est une activité sociale dont le langage est le médiateur principal. L'échange avec les pairs d'une part, le rôle de l'adulte d'autre part, prennent une part déterminante dans le processus d'apprentissage. Les méthodes pédagogiques que nous proposons reposent sur les principes constructivistes, socioconstructivistes et cognitivistes présentés ci-avant.

Faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes : l'enfant construit ses connaissances face à des situations qui lui imposent d'élaborer et de verbaliser les images mentales, les outils et les concepts logiques et mathématiques.

Enseigner des mathématiques c'est aménager d'un **environnement d'apprentissage autour de situations problèmes et d'activités** et gérer cet environnement de manière à ce que les **élèves cherchent, collaborent, échangent de façon autonome.**

Analyse didactique du programme des mathématiques en 1^{ère} année du collège

Cette partie fournit à l'enseignant des repères didactiques quant aux contenus mathématiques traités en première année du collège, les principaux objectifs poursuivis et des indications sur le traitement de ces contenus pour atteindre ces objectifs. Cette analyse est structurée par domaine et par leçons.

Mais de prime abord, précisons que, l'enseignant doit prendre conscience du fait que, de façon transversale, les mathématiques sont un puissant outil et un langage universel permettant de décrire et de modéliser les phénomènes de la nature mais elles s'en distinguent aussi car elles forment une discipline intellectuelle autonome, possédant son identité.

Le rôle de la preuve, établie par le raisonnement, est essentiel et l'on ne saurait se limiter à vérifier sur des exemples la vérité des faits mathématiques. L'enseignement des mathématiques conduit à goûter le plaisir de découvrir par soi-même cette vérité, établie rationnellement et non sur un argument d'autorité, et à la respecter.

Faire des mathématiques, c'est se les approprier par l'imagination, la recherche, le tâtonnement et la résolution de problèmes, dans la rigueur de la logique et le plaisir de la découverte.

Les programmes officiels précisent que l'enseignement des mathématiques au collège vise à développer chez les élèves des compétences transversales et des attitudes, en plus des compétences disciplinaires.

- La résolution de problèmes : résoudre des problèmes lui permettant d'appliquer les nouvelles notions mathématiques et d'établir des liens entre elles;
- La communication : communiquer mathématiquement de façon appropriée; – Le raisonnement: raisonner et justifier son raisonnement;
- Les liens : créer des liens entre les idées et les concepts mathématiques, la vie quotidienne et d'autres disciplines;
- L'estimation et le calcul mental : utiliser au besoin l'estimation et le calcul mental;
- La technologie : choisir et utiliser l'outil technologique approprié à la résolution de problèmes.
- Attitudes positives vis-à-vis des mathématiques qui génèrent en l'apprenant la capacité de faire des mathématiques et lui prennent conscience de l'importance des mathématiques dans le développement personnel et social, et ce à travers ;
- le développement de la confiance en soi dans le domaine des mathématiques et le développement d'attitudes positives envers cette discipline ;
- l'appréciation des aspects artistiques dans les mathématiques (les patterns, la symétrie, le pavage) ;
- l'appréciation du rôle des mathématiques dans le progrès scientifique et social.

L'apprentissage des mathématiques développe l'imagination, la rigueur et la précision ainsi que le goût du raisonnement. La résolution de problèmes fait l'objet d'un apprentissage progressif

et contribue à construire le sens des notions étudiées. Les attitudes visées à travers l'apprentissage des mathématiques sont essentiellement :

- la rigueur et la précision dans les tracés, dans les mesures, dans les calculs ;
- le goût du raisonnement ;
- le réflexe de contrôler la vraisemblance des résultats ;
- la volonté de justesse dans l'expression écrite et orale ;
- l'ouverture à la communication, au dialogue, au débat ;
- l'envie de prendre des initiatives, d'anticiper ;
- la curiosité et la créativité ;
- la motivation et la détermination dans la réalisation d'objectifs.

Primaire-Collège : Continuités et ruptures

L'entrée au secondaire collégial constitue une étape décisive dans le parcours scolaire des élèves, tant du point de vue de l'environnement d'apprentissage (pluralité des disciplines et des enseignants...) que du niveau des savoirs étudiés. C'est au collège qu'en mathématiques par exemple qu'on progresse vers la démarche algébrique, le raisonnement déductif, la géométrie théorique (vs expérimentale).

Dès lors, les élèves doivent prendre conscience du fait que résoudre un problème ne revient pas à trouver, tout de suite, les calculs à effectuer pour répondre à la question posée. Une élaboration est, en général, nécessaire, faite d'étapes ou d'essais plus ou moins organisés. Un même problème, suivant le moment où on le propose, suivant les connaissances des élèves à qui on le destine et suivant la gestion qui en est faite, peut être résolu par élaboration de procédures personnelles ou par reconnaissance et utilisation d'une procédure experte appropriée. Dans certains cas, la résolution des problèmes est organisée par l'enseignant pour, à partir des solutions personnelles élaborées par les élèves, déboucher sur une nouvelle connaissance (notion, procédure).

De façon synthétique, on peut affirmer que dans le domaine des nombres et des opérations et du calcul, les notions étudiées en première année du collège ont été vues à l'école primaire (nombres entiers, décimaux, fractions...). Les notions nouvelles sont les nombres relatifs, le calcul littéral (développement et la factorisation) et les équations. En géométrie, un réel progrès dans la nature des apprentissages des concepts géométriques puisqu'on commence à aborder la géométrie en passant de l'approche expérimentale à une approche synthétique et descriptive où les notions théoriques (figures, propriétés des figures, transformations) prennent place et sont fonctionnelles dans les constructions géométriques et les raisonnements déductifs. Dans le domaine de l'organisation des données et activités graphiques, les notions traitées ont déjà été abordées à l'école primaire, il s'agit de les consolider et d'approfondir leur sens chez les élèves.

Dans ce qui suit nous présentons une analyse fine des contenus traités en 1^{ère} année du collège.

NOMBRES ET CALCUL

Les nombres sont au début et au cœur de l'activité mathématique. L'acquisition des principes de base de la numération, l'apprentissage des opérations et de leur sens, leur mobilisation pour

des mesures et pour la résolution de problèmes s'est opérée à l'école primaire. Elle est poursuivie au collège avec des degrés croissants de complexité – nombre entiers naturels, nombres décimaux, fractions, nombres relatifs. L'apprentissage des techniques opératoires s'enrichit par des apprentissages de nature algébrique (calcul littéral, développement et factorisation, équations...).

Les notions relatives aux nombres et aux opérations doivent être introduites et mises en fonctionnement à travers des problèmes associant à une situation donnée une activité numérique. Ce qui permet de renforcer le sens des opérations et des diverses écritures numériques et littérales. Ils sont principalement issus de la vie courante, des autres disciplines ou des mathématiques. Il convient de ne pas multiplier les activités purement techniques. Toutes les travaux numériques fournissent des occasions de pratiquer le calcul exact ou approché sous toutes ses formes, utilisées en interaction : calcul mental, à la main ou instrumenté.

La résolution de problèmes a pour objectifs :

- d'entretenir et développer la pratique du calcul mental, du calcul à la main et l'utilisation raisonnée des calculatrices;
- d'assurer la maîtrise des calculs d'expressions numériques sur les nombres décimaux positifs et prévoir l'ordre de grandeur d'un résultat;
- d'initier aux nombres relatifs et aux calculs sur les nombres en écriture fractionnaire; de familiariser les élèves aux raisonnements conduisant à des expressions littérales;
- d'apprendre à choisir et interpréter l'écriture appropriée d'un nombre ou d'une expression littérale suivant la situation,
- d'apprendre à effectuer des transformations simples d'écriture;
- d'initier à la notion d'équation.

Dans la Collection «Univers des Maths», les leçons concernant le domaine «Nombres et calcul», programmés en première année du collège sont les suivantes.

DOMAINE DE LA GEOMETRIE

Au début du primaire, l'élève a travaillé sur une géométrie de la perception, partant de l'espace ambiant pour décrire et reproduire des figures planes usuelles, et contrôler leurs propriétés par les sens. Dans les dernières années de ce cycle, l'élève s'est progressivement orienté vers une géométrie où les propriétés des objets sont contrôlées par le recours à des instruments, puis par l'explicitation de ces propriétés. Il a appris à nommer, comparer, reconnaître, décrire, des figures simples ou d'autres plus complexes, telles que : triangles et triangles particuliers (rectangle, isocèle, équilatéral), quadrilatères et quadrilatères particuliers (carré, rectangle, losange), cercle. Il s'est entraîné à reproduire, représenter, construire des figures simples et des configurations planes plus élaborées, à réaliser ou à rédiger un programme de construction. Il a identifié des relations entre objets géométriques et des propriétés de ces objets en mettant en place un vocabulaire adéquat (polygone, côté, sommet, angle, segment, cercle, rayon, diamètre, milieu, médiatrice, hauteur, etc.). L'élève a appris à effectuer des tracés et des constructions correspondant à certaines relations (perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs ou de mesures d'angles, figures symétriques

par rapport à un axe de symétrie, symétriques d'une droite, d'un segment, d'un point, médiatrice d'un segment, agrandissement ou réduction). Pour ces constructions, il a utilisé des instruments usuels de tracé (règle graduée, équerre, compas), des supports variés (papier uni, quadrillé ou pointé, calque, gabarits d'angles, bandes de papier), et s'est initié à l'usage de logiciels (géométrie dynamique, initiation à la programmation, visualisation de cartes, de plans).

Au collège, l'élève s'appuie toujours sur une géométrie perçue par les sens et contrôlée par les instruments, mais s'oriente progressivement vers une géométrie où les propriétés des objets sont validées par le raisonnement. Il poursuit et enrichit sa connaissance des figures et configurations clés (triangles, quadrilatères, cercles), et de leurs propriétés géométriques et métriques.

L'élève entretient sa pratique des problèmes de construction à l'aide des instruments de tracé. Les frises, rosaces et pavages sont un terrain fertile pour utiliser ces outils, en liaison avec les transformations de figures. Le repérage sur la droite est introduit en liaison avec les nombres relatifs. Les tracés à la main levée ont toute leur importance, que ce soit pour chercher des conditions nécessaires dans les problèmes de construction, ou pour conduire des raisonnements. Le repérage dans le plan à l'aide des coordonnées cartésiennes est relié aux représentations graphiques (organisation de données, proportionnalité).

Le vocabulaire lié aux objets et notions géométriques (médiatrice, hauteur, inégalité triangulaire relève de l'utilisation d'un langage mathématique adapté. Le codage des figures est lui-même une autre forme de langage mathématique.

L'écriture d'un protocole est une méthode efficace pour comprendre ou réaliser une construction. La démonstration est perçue et utilisée comme une démarche mathématique permettant de prouver un énoncé ou un résultat général. La modélisation en géométrie plane est une façon de représenter le monde.

La pratique des figures usuelles et de leurs propriétés, entamée au primaire est poursuivie et enrichie.

Du primaire au collège, le contrôle des propriétés géométriques passe de la perception au dessin, puis à une géométrie plus abstraite, contrôlée par le raisonnement, qu'il soit formalisé ou non par une démonstration écrite.

Pour passer de la géométrie perçue à la géométrie abstraite, le changement de paradigme doit être motivé par des activités qui en montrent la nécessité. Par exemple, le recours à une propriété caractéristique peut être motivé par une figure codée, un programme de construction téléphoné, le jeu du portrait, ...; l'emploi d'une argumentation raisonnée peut l'être en réponse à une question du type « *le triangle est-il à peu près rectangle, ou exactement ?* », par un raisonnement à partir d'une figure à main levée; etc.

Problèmes de construction

Les **problèmes de construction** constituent un champ privilégié de l'activité géométrique. Ces problèmes doivent être diversifiés : reproduction d'une figure, figures sous contrainte, protocoles

ou algorithmes de construction, analyse et modélisation de situations complexes issues du monde réel, des arts visuels, de l'architecture, du design, etc. Ces problèmes développent l'aptitude à observer une figure et à la représenter dans le modèle géométrique abstrait pour y raisonner.

L'élève doit entretenir et consolider sa compétence dans la manipulation des **instruments de tracé et de mesure**, et se familiariser progressivement avec les fonctionnalités d'un **logiciel de géométrie dynamique** permettant des constructions. Pour certaines figures relevant d'une procédure **algorithmique**, un logiciel adapté peut être utilisé.

La géométrie doit rester en prise avec le monde sensible qu'elle permet de décrire. Les constructions géométriques, avec leurs instruments traditionnels règle, équerre, compas, rapporteur, aussi bien qu'avec un logiciel de géométrie, constituent une étape essentielle à la compréhension des situations géométriques. Mais la géométrie est aussi le domaine de l'argumentation et du raisonnement, elle permet le développement des qualités de logique et de rigueur.

L'étude de la symétrie centrale permet de réorganiser et de compléter les connaissances sur les figures. Les travaux de géométrie plane prennent toujours appui sur des figures dessinées, suivant les cas, à main levée, à l'aide des instruments de dessin et de mesure, ou dans un environnement informatique. Ils sont conduits en liaison étroite avec l'étude des autres rubriques. Les diverses activités de géométrie habituent les élèves à expérimenter et à conjecturer, et permettent progressivement de s'entraîner à des justifications mettant en œuvre les outils du programme et ceux déjà acquis en classe de sixième.

La résolution de problèmes a pour objectifs de connaître et utiliser les propriétés conservées par symétrie (axiale ou centrale), les propriétés relatives aux figures usuelles (triangles, parallélogrammes, cercles), d'entretenir la pratique des constructions géométriques (aux instruments et à l'aide d'un logiciel de géométrie) et des raisonnements sous-jacents qu'elles mobilisent, de conduire sans formalisme des raisonnements géométriques simples, de familiariser les élèves avec les représentations de figures de l'espace.

Dans la Collection « Univers des Maths », les leçons concernant le domaine « Géométrie », programmés en première année du collège sont les suivantes.

Leçon 1 : Nombres entiers et décimaux positifs, opérations

Les nombres entiers et décimaux positifs ont été abordés au primaire. Les opérations sur ces nombres sont en principes maîtrisées par les élèves arrivant au collège. Les objectifs de cette leçon sont la consolidation des techniques de calcul sur les décimaux. Il s'agit principalement du calcul d'expressions numériques mixtes où l'élève doit apprendre à utiliser la distributivité de la multiplication sur l'addition, l'usage des parenthèses, le respect de la priorité des opérations les unes par rapport aux autres.

Cette priorité est particulièrement difficile à observer dans l'usage des calculatrices, surtout les calculatrices « ordinaires ».

Objectifs d'apprentissage

- Effectuer une suite d'opérations avec ou sans parenthèses
- Utiliser les propriétés $kx(a+b) = kxa + kxb$ et $k(a-b) = kxa - kxb$
- Développer une expression littérale
- Factoriser une expression littérale
- Utiliser la calculatrice pour effectuer une suite d'opérations avec parenthèses.

La maîtrise de l'enchaînement d'opérations et la capacité d'effectuer une succession d'opérations donnée sous diverses formes (par calcul mental, à la main ou instrumenté), sur des exemples numériques ou écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations sont les objectifs d'apprentissage prioritaires.

L'acquisition des priorités opératoires est un préalable au calcul algébrique. Les questions posées à propos de résultats obtenus à l'aide de calculatrices peuvent offrir une occasion de dégager les priorités opératoires usuelles. La capacité visée concerne uniquement un calcul isolé. Pour construire la capacité : « savoir quand et comment utiliser les opérations élémentaires pour résoudre un problème », la succession d'opérations, si elle est nécessaire, se fait étape par étape.

La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition doit être apprise à travers des exemples numériques. Il convient donc de privilégier l'exploitation de cette propriété sur des exemples numériques. Parfois sur des exemples littéraux, utiliser les égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens. L'intégration des lettres dans ce type d'égalités est une difficulté qu'il faut prendre en compte. Elle s'appuie sur des situations empruntées aux cadres numérique ou géométrique. Utiliser les égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens. Ce travail est à conduire en relation avec les égalités d'écritures fractionnaires. Il se conçoit essentiellement dans le cadre de la résolution de problèmes.

Leçon 2 : Fractions : opérations

Les fractions sont des acquis de l'école primaire. Mais certaines difficultés peuvent subsister et réapparaître au collège. Au collège, il s'agit de consolider ces acquis, d'ancrer le sens des fractions et de l'écriture fractionnaire des nombres. Il s'agit aussi d'introduire une nouvelle conception des fractions et de renforcer le sens et les calculs sur les fractions. L'écriture fractionnaire a en effet deux significations : a/b , c'est le quotient de a par b ; mais a / b c'est aussi $a \times \frac{1}{b}$. Dans le premier cas a/b est conçu comme une proportion, dans le second cas a/b est un nombre à part entière. L'utilisation d'une écriture fractionnaire pour exprimer une proportion, une fréquence est à relier à la notion de quotient. Dans le traitement mathématique des problèmes de la vie courante, les fractions interviennent rarement en tant que nombre. L'utilisation des nombres décimaux est souvent suffisante et doit être privilégiée.

Toutefois la deuxième conception de la fraction $\frac{a}{b}$ comme $a \times \frac{1}{b}$ est plus fonctionnelle car elle permet par exemple de :

- Ecrire un nombre décimale comme une fraction (par exemple $10,5 = 105 \times \frac{1}{10}$);

- Donner du sens au produit de deux fractions : $\frac{1}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{1}{ab}$ en passant de l'unité de subdivision $\frac{1}{a}$ à une subdivision b fois plus petite $1/ab$.

Les objectifs d'apprentissage sont :

- L'écriture d'un nombre fractionnaire
- Réduction d'une fraction
- Comparer les nombres fractionnaires et décimaux
- Les quatre opérations sur les nombres fractionnaires
- Les opérations sur les nombres décimaux, manipulation de la virgule

Les habiletés à maîtriser à travers cette leçon sont : écrire un nombre décimal sous sa forme fractionnaire ; effectuer le produit de deux nombres écrits sous forme fractionnaire ; ramener le dénominateur décimal à un dénominateur entier ; comparer, additionner et soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes ou l'un des deux dénominateurs et un multiple de l'autre.

- Utiliser sur des exemples numériques des égalités du type $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$.
L'égalité $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ fait l'objet d'une justification à l'aide d'un exemple générique.

Leçon 3 : Nombres relatifs, Nombres décimaux négatifs : opérations

Les nombres relatifs sont utilisés pour décrire des situations dans lesquelles il y a besoin de définir un référentiel ou un point-repère par rapport auquel se situent les autres points. C'est de là que vient le terme « relatif ». On définit le « négatif » parce que vient avant le point-référent et le « positif » ce qui vient après. Pour la température par exemple il y a le 0, la température au-dessous de 0 est négative, ce qui est dessus de 0 est positif.

La notion de nombre relatif est introduite à partir d'un problème qui en montre la nécessité (par exemple pour rendre la soustraction toujours possible). Une relation est faite avec la possibilité de graduer entièrement la droite, puis de repérer le plan. Les nombres utilisés sont aussi bien entiers que décimaux.

Les objectifs poursuivis dans cette leçon sont afférents à l'ordre, à l'addition et la soustraction de nombres relatifs. A l'utilisation de la notion d'opposé. Les élèves doivent savoir ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale, calculer la somme ou la différence de deux nombres relatifs, calculer, sur des exemples numériques, une expression dans laquelle interviennent uniquement les signes +, - et éventuellement des parenthèses, sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs.

Il s'agit donc pour les élèves de :

- Connaître et utiliser les nombres relatifs ;
- Calculer la distance entre deux points sur une droite graduée ;
- Utiliser la notion d'opposé ;

- Comparer deux nombres relatifs ;
- Multiplier et diviser deux nombres relatifs.

Leçon 4 : Puissance d'un nombre relatif

Cette leçon vise à ce que les élèves acquièrent la notion de puissance d'un nombre relatif, et ses propriétés ainsi que la puissance à base 10. L'utilisation des propriétés est prioritaire. Les élèves doivent aussi connaître l'écriture scientifique des nombres.

Les objectifs d'apprentissage sont :

- reconnaître une puissance d'un nombre relatif ;
 - utiliser les propriétés des puissances ;
- Reconnaître les puissances de 10 et ses propriétés.

Leçon 5 : Angles et triangles

La notion d'**angle** est centrale en géométrie vu qu'elle entre dans les caractéristiques des figures géométriques (triangle, parallélogramme, carré, ...).

La leçon traite des angles et leurs types, de leur mesure, de la bissectrice d'un angle et sa construction, Pour la reproduction d'un angle on fait usage d'un gabarit ou du rapporteur. L'usage du rapporteur doit faire l'objet d'un approfondissement.

La notion de **triangle** est aussi importante ; maîtriser la notion de triangle et ses propriétés caractéristiques en rapport avec les côtés et les angles assure la réussite des élèves dans la résolution de problèmes en rapport avec un parallélogramme, des quadrilatères, un prisme droit...

La connaissance de la somme des angles d'un triangle est une propriété qui doit être acquise par les élèves et réinvestie. Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat sur la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle.

Ce qui permet particulièrement de connaître la nature d'un triangle. La connaissance de l'inégalité triangulaire permet de savoir s'il est possible ou non de construire un triangle dont les longueurs des côtés sont données.

Les propriétés des triangles usuels à étudier sont :

- les propriétés relatives aux angles des triangles suivants : triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle. Reproduire un angle
- les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques.
- le vocabulaire afférent aux angles et aux triangles : angles opposés par le sommet, angles alternes-internes, angles correspondants, angles adjacents, angles complémentaires, angles supplémentaires doit devenir familier aux élèves.
- Construction de triangles.
- inégalité triangulaire.

- Construire un triangle connaissant :
 - la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents,
 - les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés,
 - les longueurs des trois côtés.
- Sur papier uni, reproduire un angle au compas.

La médiatrice d'un segment est à maîtriser :

- Connaître et utiliser la définition de la médiatrice ainsi que la caractérisation de ses points par la propriété d'équidistance.
- Utiliser différentes méthodes pour tracer la médiatrice d'un segment.
- Construire le cercle circonscrit à un triangle.
- Connaître et utiliser la définition d'une médiane et d'une hauteur d'un triangle.

Dans chaque cas où la construction est possible, les élèves sont invités à remarquer que lorsqu'un côté est tracé, on peut construire plusieurs triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice et à son milieu.

L'inégalité triangulaire est admise : $AB + BC = AC$. Le cas de l'égalité $AB + BC = AC$ est reconnu comme caractéristique de l'appartenance du point B au segment [AC].

Les objectifs d'apprentissage relatifs aux angles et aux triangles sont :

- mesurer et construire un angle;
- reconnaître les angles adjacents, les angles complémentaires, les angles supplémentaires et les angles opposés par le sommet.
- Construire un triangle à partir de la longueur d'un côté et des angles qui lui sont adjacents, des longueurs de deux côtés et de l'angle compris entre les deux côtés, des longueurs des trois côtés
- Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire ainsi que la propriété sur la somme des mesures des angles d'un triangle
- Connaître et construire les triangles particuliers : isocèle, équilatéral, rectangle

Leçon 6 : Droites dans le plan : parallélisme et perpendicularité

Le parallélisme et la perpendicularité constituent deux concepts clés de la géométrie. Ils interviennent pour caractériser les figures géométriques, et aussi pour faire diverses constructions et démonstrations. Ces notions sont étudiées dès l'école primaire. Leur maîtrise est primordiale au collège.

Les objectifs de cette leçon sont :

- Utiliser le vocabulaire géométrique : segment, demi droite, droites, points alignés, droites parallèles, droites perpendiculaires
- Identifier des droites parallèles ou perpendiculaires

- Construire deux droites parallèles ou perpendiculaires
- Tracer par un point donné, la parallèle ou la perpendiculaire à une droite donnée

Leçon 7 : Droites remarquables dans le triangle

Les droites remarquables dans un triangle sont des notions qui donnent naissance à plusieurs propriétés géométriques et interviennent dans plusieurs problèmes.

Cette leçon aborde les notions de médiatrices dans un triangle, cercle circonscrit à un triangle, hauteurs et orthocentre d'un triangle, aire d'un triangle, bissectrice d'un angle et cercle inscrit à un triangle.

Les objectifs d'apprentissage sont les suivants :

- Connaître et utiliser la définition de la médiatrice et caractériser ses points par la propriété de l'équidistance
- Construire le cercle circonscrit à un triangle
- Construire l'orthocentre d'un triangle
- Maîtriser le calcul de l'aire d'un triangle
- Connaître et utiliser la définition de la bissectrice d'un angle et la caractériser comme ensemble de points équidistants aux côtés de cet angle
- Construire le cercle inscrit à un triangle

Leçon 8 : Développement et factorisation

Le langage algébrique permet de formuler des propriétés mathématiques et de résoudre des problèmes. Le calcul littéral contribue donc de façon essentielle à l'objectif « comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques.

Au primaire, l'élève a fait fonctionner de manière implicite les propriétés des opérations dans le champ des nombres, mais sans les avoir formalisées en tant que propriétés générales. Il a rencontré des formules littérales dans le cadre des apprentissages liés aux mesures de grandeurs; la lettre y avait essentiellement valeur d'abréviation; ainsi, la formule $P = L \times l$ est une abréviation de l'expression «aire du rectangle = longueur fois largeur» utilisée par l'élève pour effectuer directement le produit des nombres donnés pour la longueur et la largeur, sans identification explicite du processus de substitution des lettres par des valeurs numériques. L'élève a aussi appris à compléter des égalités à trou, notamment à l'occasion du travail sur les notions de différence et de quotient. Il a résolu des problèmes du premier degré sans avoir recours à la résolution d'équations, mais en agissant par tâtonnements, en ayant recours à des étapes intermédiaires avec ou sans l'aide d'outils numériques (tableur, calculatrice).

Au titre de l'entrée dans l'algèbre, l'enseignement du calcul littéral au collège vise les objectifs suivants:

- traduire le résultat de la suite des opérations d'un programme de calcul sous la forme d'une expression littérale et établir le lien entre l'aspect « procédural » et l'aspect « structural » de

cette expression : ainsi, le résultat du programme de calcul « multiplier un nombre par 2 et ajouter 3 au résultat » se traduit par l'expression $2x+3$ dont la structure est celle de la somme de 3 et du double de x ;

- décrire une propriété générale de nombres (par exemple « être la somme de deux entiers consécutifs » ou « être un multiple de 3 »);
- démontrer qu'une propriété est vraie dans un cadre général (par exemple les règles du calcul fractionnaire);
- modéliser et résoudre des problèmes à l'aide d'équations ou d'inéquations du premier degré;
- introduire les concepts de variable et de fonction.

Formules et expressions littérales pour généraliser, modéliser ou démontrer

Le travail initié au primaire sur la production et l'utilisation de formules devient, au collège, un objectif de formation. Une formule (expression d'une relation entre des variables) ou une expression littérale (résultat d'un programme de calcul) permettent de décrire une situation générale, le recours à la lettre étant un moyen de s'abstraire de valeurs numériques particulières.

La résolution de problèmes issus de contextes variés permet de motiver la production de formules.

Transformation d'expressions littérales

Dès le début du collège, la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition est implicitement mobilisée lors de calculs sur des nombres, en particulier en calcul mental, par exemple pour calculer 29×21 .

L'intérêt, apparu à travers la résolution de problèmes, de transformer une expression numérique pour la simplifier ou l'écrire sous une forme adaptée motive d'institutionnaliser la distributivité simple sous forme littérale. Celle-ci peut s'appuyer sur l'image mentale de l'aire d'un rectangle de longueur $a+b$ et de largeur k décomposé en deux rectangles de largeur k et de longueurs respectives a et b .

Le recours à la distributivité permet ensuite de valider la réduction d'une expression littérale.

Avant d'être automatisées, les stratégies de transformation sont explicitées (par exemple $x=1 \times x$; $-x = (-1) \times x$), pour aboutir progressivement à des calculs du type :

$$x-2,7 \quad x=1 \times x + (-2,7) \times x = (1 + (-2,7)) \times x = (-1,7) \times x = -1,7x.$$

La transformation d'expressions littérales (d'une somme en produit ou vice versa) s'effectue dans le même esprit, à partir de la distributivité simple de la multiplication par rapport à l'addition.

Le travail technique de développement ou de factorisation est accompagné d'une réflexion sur le choix de la forme de l'expression (somme ou produit) la mieux appropriée au problème à résoudre.

De manière générale, les tâches d'exécution (développement, factorisation, réduction) sont articulées avec des activités qui développent l'intelligence des stratégies de calcul comme l'anticipation, l'organisation, le contrôle. Les stratégies de contrôle peuvent s'appuyer sur des arguments de signe, d'homogénéité, des tests sur des valeurs numériques adéquates, etc.

Calcul littéral pour démontrer

Dès le début du cycle, le travail mené sur les nombres conduit à émettre des conjectures, notamment sur les propriétés des opérations entre nombres rationnels. Celles-ci peuvent être démontrées à partir d'exemples génériques, dans des situations simples. On rappelle qu'un exemple est dit « générique » lorsqu'une propriété qu'il permet de mettre en évidence peut être étendue au cas général; ainsi, on passe de l'exemple générique $23+53=73$ à sa généralisation littérale $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{(a+c)}{b}$ qui consiste à substituer une lettre à une valeur numérique.

Dans le cadre de la différenciation, la démonstration de l'identité $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{(a+c)}{b}$, qui mobilise la notion de quotient, pourra être présentée aux élèves les plus à l'aise (ou en demande de justification).

Progressivement, l'élève perçoit les limites du calcul numérique et la nécessité de passer au calcul littéral pour prouver qu'une propriété est vraie pour toutes les valeurs de la variable (par exemple, que la somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de 3). Le développement et la factorisation sont des outils pour la résolution des équations.

Rupture arithmétique- algèbre

Le passage du numérique au littéral constitue pour l'élève une rupture importante : d'une part les symboles du calcul littéral (lettres, signe égal et ses différents statuts, signes opératoires, etc.) diffèrent de ceux du langage des nombres; d'autre part, les types de problèmes que l'algèbre permet de résoudre sont différents de ceux résolus jusque-là. Pour résoudre un problème de ce type, l'élève avait l'habitude de progresser pas à pas depuis les données connues jusqu'à la quantité à trouver. En algèbre, il s'agit au contraire d'établir des relations entre des données connues et un résultat à trouver (l'inconnue), puis de traiter ces relations jusqu'à obtenir le résultat cherché. Il y a là un véritable renversement de pensée qui, pour être compris et assimilé par l'élève, suppose de la part de l'enseignant une vigilance particulière. Celle-ci peut notamment s'exercer à travers la vérification que la solution trouvée convient bien.

Pour motiver le recours au calcul littéral et aider les élèves à accepter une approche autre que numérique, il est essentiel qu'ils soient confrontés à des situations révélant les limites des procédures dont ils disposent déjà, basées sur des tâtonnements, des essais-erreurs. Ils doivent aussi prendre conscience de l'intérêt de désigner des quantités ou des grandeurs par les lettres qui leur sont traditionnellement attribuées (n pour une quantité discrète, x pour une longueur, V pour un volume) plutôt que par leur nom complet.

Les programmes de calcul constituent à la fois un moyen pertinent pour introduire la notion d'expression littérale puis d'équation, et un intermédiaire entre le volet procédural et le volet structural du calcul littéral.

La seule application de « règles » techniques ne permet pas de comprendre l'origine des propriétés qui les sous-tendent. La compréhension d'une formule littérale s'acquiert d'autant plus facilement qu'elle aura été anticipée sur des exemples numériques ou prendra appui sur des images mentales, par exemple celle de l'aire de deux rectangles accolés ayant une dimension en commun pour illustrer la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Le nombre de « règles » calculatoires formalisées exigibles des élèves doit rester limité. Parmi elles, la distributivité simple de la multiplication par rapport à l'addition est utilisée dans les deux sens de lecture et invoquée aussi bien pour le développement que la factorisation d'expressions algébriques. La double distributivité, qui permet par exemple de développer une expression du type $(2x+3)\times(4x-7)$, est abordée dans des situations simples en mobilisant deux fois la distributivité, et les résultats sur les puissances; cette initiation ne vise pas le développement d'automatismes.

Si certaines stratégies peuvent se révéler opérantes, il convient d'être conscient des obstacles qu'elles peuvent provoquer. Il en est ainsi de la règle des signes « moins par moins donne plus » qui confond le sens opérationnel de la soustraction et la notion d'opposé. Elle peut aussi engendrer des conceptions erronées (par exemple que $-(-x)$ est toujours un nombre positif). A contrario, la formulation explicite des propriétés utilisées (par exemple « soustraire un nombre revient à ajouter son opposé ») permet aux élèves de comprendre les manipulations qu'ils effectuent sur des expressions littérales.

Il ne suffit pas qu'une stratégie calculatoire ait été comprise pour qu'elle soit installée et mobilisable. Pour passer de la compréhension d'une propriété à la construction d'un automatisme, il est indispensable que la stratégie ait été régulièrement entretenue, par petites touches, à travers un rite d'activités rapides (questions flash, activités mentales) menées en classe dans la durée, en respectant une gradation progressive de la difficulté (qui pourra être arrêtée collectivement au sein d'un collège), et en développant des démarches de contrôle (arguments de signe, d'homogénéité, recherche de contre-exemples, etc.).

Les exercices et banques d'exercices en ligne peuvent être utilisés par les élèves en classe ou hors de la classe, de manière différenciée. Favorisant le réinvestissement et l'automatisation, ces outils peuvent aider les élèves à élaborer des stratégies mentales efficaces, à condition qu'ils permettent un traitement intelligent des erreurs, et que leur utilisation entre dans le cadre d'une planification et d'un suivi régulier par le professeur. Si des activités à prise d'initiative sont essentielles pour aider l'élève à comprendre la puissance du langage algébrique et les opportunités qu'il offre pour résoudre des problèmes d'un type nouveau, elles ne permettent pas à elles seules de construire l'habileté calculatoire attendue en fin de cycle 4. On veillera donc à maintenir un équilibre entre la construction d'automatismes (à travers un entraînement fréquent et régulier en classe ou hors de la classe) et la résolution de problèmes conduisant à mobiliser des stratégies et des techniques de calcul littéral.

Quelques obstacles

Le passage à l'algèbre correspond à un accès à l'abstraction dont on ne doit pas minimiser la difficulté. L'apprentissage du calcul littéral se heurte de façon naturelle à un certain nombre

d'obstacles. Les professeurs aideront d'autant mieux leurs élèves à les surmonter qu'ils en auront une connaissance fine.

Les différentes significations du signe « égal »

Les élèves rencontrent le signe « = » très tôt dans leur scolarité, mais à l'école élémentaire le signe « = » est l'annonce d'un résultat. Ainsi, dans l'égalité $8+5=13$, le signe « = » est lu comme « cela donne » ou « cela fait ». Il est alors orienté de la gauche vers la droite et n'est pas perçu comme le symbole d'une relation symétrique et transitive. Cette signification correspond à celle de la touche « ENTER » des calculatrices. Dès le cycle 2, à travers des activités de calcul mental ou en ligne, les élèves sont amenés à utiliser le signe « = » dans l'autre sens, par exemple $5 \times 36 = 5 \times 2 \times 18$ ou $21 = 4 \times 5 + 1$. Les décompositions additives ou multiplicatives sont choisies en fonction de leur intérêt pour résoudre une classe spécifique de problèmes. Ainsi, la décomposition additive du nombre 42 sous la forme $42 = 30 + 12$ facilite le calcul de $42 - 12 + 3$, alors que sa décomposition multiplicative $42 = 3 \times 2 \times 7$ permet de factoriser l'expression littérale $3a + 42$. L'incapacité de certains élèves à factoriser cette dernière expression peut provenir, non pas d'une méconnaissance du processus de la factorisation, mais d'un manque d'habitude à écrire des décompositions numériques.

À travers la pratique du calcul littéral, le signe « = » acquiert trois autres significations :

- Il est utilisé pour rendre compte de l'universalité d'une égalité, traduisant que, quelles que soient les valeurs attribuées aux lettres, les valeurs retournées par les expressions figurant de part et d'autre du signe « = » sont égales. On parle alors d'identité;
- il est utilisé comme symbole d'affectation, comme en informatique, lorsqu'on se propose de calculer l'expression $(a+2b)^2$ pour $a=1$ et $b=-0,5$;
- en rupture avec chacune de ces significations qui sous-entendent qu'une certaine propriété est vraie (même si c'est dans des conditions différentes), le signe « = » acquiert un statut tout autre dans l'écriture d'une équation. Au lieu d'être utilisé pour écrire des égalités vraies, le signe « = » apparaît alors dans des énoncés dans lesquels, en remplaçant la lettre par un nombre, on obtient une égalité qui, selon la valeur de ce nombre, est soit vraie, soit fausse. Le but de la résolution est de trouver toutes les valeurs (et rien qu'elles) qui, substituées à l'inconnue, rendent l'égalité vraie.

Les différents statuts de la lettre

Au primaire, la lettre est utilisée pour différentes finalités :

- symboliser une unité (m, g, h, s, etc.);
- désigner un objet mathématique (le point A, le nombre π);
- désigner dans une formule la mesure d'une grandeur ($A=L \times l; = 2\pi R$).

Au collège, la lettre acquiert de nouveaux statuts qu'il convient de bien différencier :

- le statut de variable, qui apparaît à la fois dans les formules (ainsi, dans l'égalité $P=2\pi R$, la valeur du périmètre P dépend des valeurs attribuées à la variable R). De la valeur de R modifie la valeur de P .
- le statut d'indéterminée, qui apparaît dans des identités où la lettre représente des nombres quelconques. Il importe que la valeur d'universalité de ces identités apparaisse dans l'environnement de l'égalité, sous une forme accessible aux élèves, par exemple, en écrivant: «Pour toutes valeurs des nombres k , l'égalité $k(a+b)=ka+kb$ est vraie»;
- le statut d'inconnue, qui heurte l'habitude de penser qu'une égalité est « toujours » vraie. La compréhension de ce qu'est une solution d'une équation nécessite de recourir à des tests de la valeur de vérité de l'égalité en affectant à l'inconnue différentes valeurs numériques. Dès le début du cycle, le recours à une démarche par essais et ajustements et l'utilisation d'un tableur pour tester des valeurs permettent d'introduire progressivement la notion de solution d'une équation. Les limites des méthodes par tâtonnement ou par « remontée » des programmes de calcul permettent de justifier l'étude des techniques de résolution des équations du premier degré.

Il convient donc d'attirer régulièrement l'attention des élèves sur le statut du signe « = » ou des lettres utilisées, selon la situation considérée.

Les parenthèses

Les parenthèses sont des séparateurs de blocs de calcul qui jouent un rôle essentiel dans la construction d'expressions numériques ou littérales. Des parenthèses redondantes, par exemple dans une expression du type $(2x+1)+(3\times(-x))$, peuvent aider l'élève à comprendre la structure de l'expression et l'ordre dans lequel les opérations sont à effectuer. La maîtrise des règles de priorité des opérations lui permettra progressivement de s'en affranchir.

Cette leçon a pour objet le calcul littéral : développement, simplification et factorisation des expressions algébriques.

Les objectifs d'apprentissage sont :

- Développer le produit d'un nombre et une somme ;
- Développer le produit d'un nombre et une différence ;
- Développer le produit de deux sommes ;
- Développer le produit de deux différences;
- Factoriser une expression ;
- Connaître les identités remarquables.

Ces objectifs renvoient aux habiletés suivantes : utiliser la distributivité de l'addition par rapport à la multiplication pour développer des expressions algébriques; simplifier des expressions algébriques; factoriser des expressions algébriques; utiliser convenablement les identités remarquables pour le développement et la factorisation des expressions algébriques.

Le développement et la factorisation est une première entrée des élèves dans l'univers de l'algèbre. Ils commencent à avoir affaire au calcul littéral. La maîtrise de ces habiletés nécessite un exercice soutenu des techniques de calcul. Plusieurs erreurs apparaissent dans ce genre de calcul littéral. Ces erreurs émergent de l'interaction entre des difficultés en rapport avec le calcul numérique et la nouveauté du calcul littéral.

La maîtrise du développement et de la factorisation, particulièrement des identités remarquables constitue un gage de la maîtrise des équations.

Leçon 9 : Equations

Cette leçon aborde une notion nouvelle pour les élèves et qui fait partie de la pensée algébrique. Il s'agit d'introduire progressivement les élèves au champ algébrique des équations qui est en rupture avec les procédés arithmétiques.

L'initiation à la notion d'équation repose sur deux notions essentielles ; l'inconnue, et l'équivalence logique des expressions algébriques. Les élèves doivent saisir le sens de l'expression « résoudre une équation » et les procédés de résolution ainsi que la vérification de la validité des solutions trouvées. Ils doivent aussi comprendre que tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.

Une attention particulière est apportée à l'introduction d'une lettre pour désigner un nombre inconnu dans des situations où le problème ne peut pas être facilement résolu par un raisonnement arithmétique. Les programmes du collège prévoient une initiation progressive à la résolution d'équations, de manière à éviter la mise en œuvre d'algorithmes dépourvus de véritable sens.

Notons enfin que les équations sont un outil puissant pour mathématiser /modéliser et résoudre beaucoup de situations de la vie courantes ou issues d'autres disciplines.

Cette leçon est ainsi une occasion de travailler sur la modélisation par les mathématiques.

Les objectifs d'apprentissage sont :

- Reconnaître une inconnue dans une situation ;
- Reconnaître les techniques simples de résolution d'une équation ;
- Résoudre une équation de la forme $ax + b = cx + d$;
- Mettre un problème en équation.

Leçon 10 : Symétrie centrale

Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle. - Construire le symétrique, d'une demi-droite. - Construire ou compléter à l'aide des instruments usuels la figure symétrique d'une figure donnée.

Un travail expérimental permet d'obtenir un inventaire abondant de figures simples. Les propriétés invariantes dans une symétrie centrale sont ainsi progressivement dégagées et comparées avec les propriétés invariantes dans une symétrie axiale. Ces travaux conduisent à :

- l'énoncé et l'utilisation de propriétés caractéristiques du parallélogramme,
- la caractérisation angulaire du parallélisme et son utilisation.

Les objectifs d'apprentissage sont :

- Reconnaître intuitivement la symétrie centrale
- Découvrir les propriétés conservées par la symétrie centrale : alignement de points, longueur d'un segment, rayon d'un cercle, etc.
- Construire le symétrique, par une symétrie centrale, d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle, etc.
- Construire ou compléter le symétrique d'une figure par une symétrie centrale.

Leçon 11 : parallélogrammes et quadrilatères particuliers

- Construire, sur papier uni, un parallélogramme donné (et notamment dans les cas particuliers du carré, du rectangle, du losange) en utilisant ses propriétés. Les connaissances relatives aux quadrilatères usuels sont sollicitées dans des problèmes de construction et permettent de justifier les procédures utilisées pour construire ces quadrilatères.

Figures simples ayant un centre de symétrie ou des axes de symétrie.

Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles) du parallélogramme.

- Construire, sur papier uni, un parallélogramme donné (et notamment dans les cas particuliers du carré, du rectangle, du losange) en utilisant ses propriétés.

Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales, aux éléments de symétrie) du carré, du rectangle, du losange.

Le travail entrepris sur la symétrie centrale permet de justifier des propriétés caractéristiques du parallélogramme que les élèves doivent connaître. Mais il est seulement attendu des élèves qu'ils sachent utiliser en situation ces propriétés, notamment pour la reconnaissance d'un parallélogramme, d'un rectangle, d'un losange ou pour leur tracé.

Un travail de synthèse est réalisé, faisant apparaître chacune de ces figures (rectangle, losange, carré) comme un parallélogramme doté de propriétés particulières, notamment en ce qui concerne les diagonales.

- Connaître et utiliser la définition et les propriétés du parallélogramme,
- Connaître et utiliser la définition et les propriétés du carré, du losange et du rectangle
- Construire un parallélogramme, un carré, un losange et un rectangle
- Résoudre des problèmes simples faisant intervenir ces quadrilatères

Leçon 12 : Sécantes à deux droites parallèles et angles

Dans cette leçon les élèves vont connaître le vocabulaire associé aux angles : angles complémentaires, supplémentaires, adjacents, apposés par le sommet et différencier les angles les uns des autres. Ils vont apprendre à utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques dans des situations différentes. Ils vont aussi utiliser les propriétés relatives aux droites parallèles et aux droites perpendiculaires.

Les objectifs de cette leçon sont :

- Connaître et utiliser le vocabulaire ainsi que les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques
- Connaître et utiliser les propriétés relatives aux droites parallèles et aux droites perpendiculaires

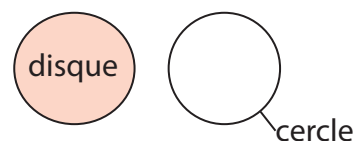
Leçon 13 : Cercle, disque

L'étude du disque se limite souvent à des définitions formelles des notions de centre, de rayon et de diamètre qui paraissent évidentes. Bien sûr, il est possible de faire vivre et de faire manipuler ces notions par les enfants (rondes, pliages, superpositions, ...)

Mais pourquoi ne pas aller plus loin en comparant le disque au polygone ou à l'ovale sur le plan de la reconnaissance de ces formes? Et rechercher si les notions de centre, de rayon et de diamètre peuvent aussi s'appliquer à ces figures? Et si les enfants «mordent», aller jusqu'à la découverte intuitive des notions d'axes et de centre de symétrie?

Les élèves confondent souvent disque et cercle.

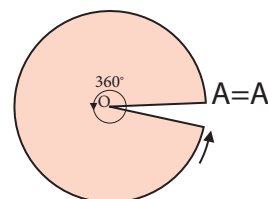
- **Un disque D** de rayon **R** et de centre **O** la surface qui comprend tous les points du plan dont la distance à **O** est inférieure ou égale à **R**.



- Le disque inclut donc sa frontière qui est la ligne formée des points situés exactement à la distance **R** du centre **O**. Cette frontière s'appelle **cercle (C)**.

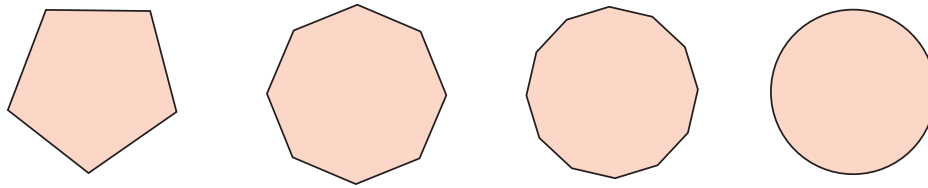
On peut donner du disque d'autres définitions équivalentes. Citons-en à titre d'exemple :

- La portion de plan balayée par la rotation de 360° d'un segment autour d'une de ses extrémités;
- La limite d'un polygone régulier lorsque, tout en restant inscrit dans un cercle fixe, le nombre de côtés de celui-ci tend vers l'infini.



En effet, lorsque le nombre de côtés du polygone régulier augmente, la longueur de ces côtés devient tellement petite que la frontière du polygone tend de plus en plus à devenir la ligne formée des points situés à égale distance d'un point donné, c'est-à-dire un cercle.

L'apothème du polygone devient alors le rayon du cercle ou du disque.



Dans cette transformation, on passe du domaine des polygones au domaine des non-polygones de façon continue : en mathématique, les choses se font en douceur. C'est bien là que réside l'idée de **limite**.

Les objectifs de cette leçon sont :

- Construire un cercle connaissant le centre et le rayon
- Construire un cercle connaissant le diamètre
- Construire la tangente à un cercle
- Connaître et utiliser les formules de calcul du périmètre et de l'aire d'un cercle

Leçon 14 : Prismes droits et cylindres de révolution

Fabriquer un prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme et dont les dimensions sont données, en particulier à partir d'un patron. - Fabriquer un cylindre de révolution dont le rayon du cercle de base est donné. - Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière de ces deux solides. - Reconnaître dans une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires.

La construction doit être justifiée.

Ces notions sont à relier au travail sur l'aire d'un triangle. La démonstration des propriétés de concours n'est pas envisageable.

L'objectif est d'entretenir et d'approfondir les acquis : représenter, décrire et construire des solides de l'espace, en particulier à l'aide de patrons. Passer de l'objet à ses représentations (et inversement) constitue encore l'essentiel du travail. L'observation et la manipulation d'objets usuels sont des points d'appui indispensables. L'usage d'outils informatiques (logiciels de géométrie dans l'espace) peut se révéler utile pour une meilleure découverte de ces solides.

Les objectifs de cette leçon sont :

- Reconnaître et fabriquer un prisme droit et un cylindre de révolution ;
- Dessiner, ces deux solides, en perspective cavalière ;
- Reconnaître et dessiner des patrons de ces deux solides ;

- Calculer l'aire latérale et l'aire totale d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution ;
- Calculer le volume d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution.

ORGANISATION ET GESTION DES DONNEES

L'organisation et la gestion des données sont indispensables pour comprendre un monde contemporain dans lequel l'information chiffrée est omniprésente, et pour y vivre il faut d'abord apprendre à lire et interpréter des tableaux, schémas, diagrammes, à réaliser ce qu'est un événement aléatoire. Puis apprendre à passer d'un mode de représentation à l'autre, à choisir le mode le plus adéquat pour organiser et gérer des données. Émerge ainsi la proportionnalité et les propriétés de linéarité qui lui sont associées. En demandant de s'interroger sur la signification des nombres utilisés, sur l'information apportée par un résumé statistique, sur les risques d'erreur d'interprétation et sur leurs conséquences possibles, y compris dans la vie courante, cette partie des mathématiques contribue à former de jeunes adultes capables de comprendre les enjeux et débats de la société où ils vivent. Enfin, en tant que discipline d'expression, les mathématiques participent à la maîtrise de la langue, tant à l'écrit – rédaction, emploi et construction de figures, de schémas, de graphiques – qu'à l'oral, en particulier par le débat mathématique et la pratique de l'argumentation.

Leçon 15 : Droite graduée, repère dans le plan

Cette leçon concerne les activités graphiques. Deux notions fondamentales sont ici traitées ; le repérage sur une droite graduée et le repérage dans le plan. Sur une droite graduée : - lire l'abscisse d'un point donné, - placer un point d'abscisse donnée (exactement ou approximativement, en fonction du contexte), - déterminer la distance de deux points d'abscisses données. Et dans le plan muni d'un repère orthogonal : lire les coordonnées d'un point donné, placer un point de coordonnées données, connaître et utiliser le vocabulaire : origine, coordonnées, abscisse, ordonnée.

Les nombres utilisés dans ces activités peuvent être des entiers, des décimaux ou des quotients simples.

Les activités graphiques conduisent :

- à établir la correspondance entre nombres et points d'une droite graduée (une même droite peut être graduée de plusieurs façons), - à interpréter l'abscisse d'un point d'une droite graduée en termes de distance et de position par rapport à l'origine,
- à choisir l'échelle permettant de placer une série de nombres sur une portion de droite graduée.

Le repérage est à relier avec des situations de la vie quotidienne, le vocabulaire n'est pas un objet d'apprentissage pour lui-même. Des activités dans lesquelles les élèves ont eux-mêmes à graduer une droite ou à produire un graphique sont proposées.

Leçon 16 : Proportionnalité

En classe de première année collège, la proportionnalité occupe une place centrale. Les méthodes de résolution des problèmes de proportionnalité évoluent avec les connaissances des élèves, notamment avec une meilleure maîtrise de la notion de quotient. La partie relative au traitement et à la représentation de données a pour objectif d'initier à la lecture, à l'interprétation, à la réalisation et à l'utilisation de diagrammes, tableaux et graphiques et de mettre en évidence la relativité de l'information représentée. Les travaux correspondants sont conduits à partir d'exemples et en liaison, chaque fois qu'il est possible, avec l'enseignement des autres disciplines et l'étude des thèmes de convergence.

La résolution de problèmes a pour objectifs:

- d'affermir la maîtrise des principaux raisonnements qui permettent de traiter les situations de proportionnalité,
- d'initier les élèves au repérage sur une droite graduée ou dans le plan muni d'un repère,
- d'acquérir et interpréter les premiers outils statistiques (organisation et représentation de données, fréquences) utiles dans d'autres disciplines et dans la vie de citoyen, de se familiariser avec des écritures littérales

Dans la Collection « Univers des Maths », les leçons concernant le domaine « Organisation et gestion des données », programmés en première année du collège sont les suivantes.

La proportionnalité, notion fondamentale dans tous les cycles d'enseignement est traitée cette année sur les aspects suivants : propriété de linéarité, tableau de proportionnalité, passage à l'unité ou « règle de trois », pourcentage et échelle

Les élèves doivent être capables de ;

- Compléter un tableau de nombres représentant une relation de proportionnalité, en particulier déterminer une quatrième proportionnelle.
- Reconnaître si un tableau complet de nombres est ou non un tableau de proportionnalité.
- Mettre en œuvre la proportionnalité dans les cas suivants :
 - comparer des proportions,
 - utiliser un pourcentage,
 - calculer un pourcentage,
 - utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin
 - calculer l'échelle d'une carte ou d'un dessin.

Le travail sur des tableaux de nombres sans lien avec un contexte doit occuper une place limitée. Les activités numériques et graphiques font le plus souvent appel à des situations mettant en relation deux grandeurs. Il est possible d'envisager, dans une formule, des variations d'une grandeur en fonction d'une autre grandeur mais toute définition de la notion de fonction est exclue. Les procédures utilisées pour traiter une situation de proportionnalité sont de même

nature qu'en classe de sixième. Pour les coefficients de proportionnalité ou les rapports de linéarité exprimés sous forme de quotient, on choisira des nombres qui évitent des difficultés techniques inutiles. En particulier les quotients de nombres décimaux ne sont pas exigibles.

Un travail doit être conduit sur la comparaison relative d'effectifs dans des populations différentes ou de proportions dans un mélange. Il s'articule avec l'utilisation de l'écriture fractionnaire pour exprimer une proportion.

Les objectifs de cette leçon sont :

- Reconnaître un tableau de proportionnalité.
- Caractériser graphiquement la proportionnalité.
- Déterminer la quatrième proportionnelle.
- Calculer un pourcentage, un coefficient de proportionnalité.
- Calculer et utiliser une échelle d'une carte ou d'un dessin.
- Utiliser la proportionnalité entre temps et distance parcourue.

Leçon 17 : Statistiques

Représentation et traitement des données

Les principales capacités visées sont de calculer des effectifs, calculer des fréquences et regrouper des données en classes d'égale amplitude.

Les élèves sont entraînés à lire, interpréter et représenter des données en utilisant un vocabulaire adéquat dans des contextes qui leur sont familiers. Les écritures $\frac{4}{10}$, $\frac{2}{5}$, 0,4 40 % sont utilisées pour désigner une fréquence : elles permettent d'insister sur les diverses représentations d'un même nombre.

Tableau de données, représentations graphiques de données.

Il s'agit à cet égard de maîtriser les habiletés suivantes : Lire et interpréter des informations à partir d'un tableau ou d'une représentation graphique (diagrammes divers, histogramme). Présenter des données sous la forme d'un tableau, les représenter sous la forme d'un diagramme ou d'un histogramme (dans ce cas les classes sont toujours de même amplitude).

Le choix de la représentation est lié à la nature de la situation étudiée. L'utilisation d'un tableur permet d'enrichir ce travail en le prolongeant à des situations plus complexes que celles qui peuvent être traitées « à la main ».

Le traitement des données numériques consiste en la lecture, l'interprétation, l'organisation, la synthétisation et la représentation de données chiffrées. Les activités relatives au traitement de données permettent de développer les compétences mathématiques, et plus particulièrement la capacité à communiquer, à représenter et à exercer son esprit critique, participant ainsi à la formation de citoyens éclairés et responsables.

L'objectif est de fournir aux élèves des méthodes, d'une part pour comprendre les informations qu'ils rencontrent dans différents contextes sous la forme de tableaux, de graphiques ou de diagrammes, et d'autre part pour synthétiser et représenter sous une forme adaptée des données

chiffrées qu'ils sont amenés à recueillir ou consulter, et en donner des résumés en utilisant quelques caractéristiques simples de statistique descriptive.

Dans un monde où les élèves sont confrontés en permanence à des images, il est primordial de les amener à réfléchir sur celles d'entre elles qui représentent des données.

Pour traiter des données, l'élève lit, interprète, commente et produit des tableaux et des graphiques; il étudie des relations entre des données statistiques et il les représente graphiquement. La lecture critique de diagrammes ou de représentations de données issus de différents supports amène l'élève à s'interroger sur la crédibilité des sources d'information; elle contribue à l'éducation aux médias et à la maîtrise des techniques usuelles de l'information et à la formation du citoyen.

Les élèves sont entraînés à lire, interpréter et représenter des données en utilisant un vocabulaire adéquat dans des contextes qui leur sont familiers.

Les objectifs d'apprentissage sont les suivants :

- Calculer et utiliser un pourcentage ;
- Lire et interpréter des informations à partir d'un tableau ou d'une représentation graphique ;
- Présenter des données sous la forme d'un tableau ;
- Représenter des données sous la forme d'un diagramme ou d'un histogramme ;
- Calculer des effectifs et des fréquences ;
- Regrouper des données en classes d'égale amplitude.

Mise en œuvre des leçons

Repères didactiques

Les nombres décimaux sont introduits au primaire à partir des fractions décimales. La poursuite, au collège, du travail sur les nombres décimaux vise plusieurs objectifs : - Amener tous les élèves à différencier la nature d'un nombre (notamment décimal) de son écriture et à passer de l'une de ses désignations à une autre. Concevoir, par exemple, 3,5; 3,50; 3510; $\frac{7}{2}$; $3 + \frac{1}{2}$ comme des désignations différentes d'un même nombre; - Poursuivre le travail sur la comparaison des nombres décimaux. Il permet notamment de faire prendre conscience aux élèves de la possibilité d'insérer un nombre décimal entre deux nombres qui pourraient être perçus à tort comme des nombres consécutifs (par exemple 7,24 et 7,25) ; - Consolider les techniques opératoires étudiées au cycle 3 sur les nombres décimaux, notamment la priorité de la multiplication sur l'addition et la soustraction; - Utiliser les nombres décimaux pour exprimer des mesures de grandeurs et repérer des points autres qu'entiers sur la droite graduée.

Au primaire l'écriture à virgule des décimaux est dominante et permet la mise en place des règles de comparaison et de calcul. Beaucoup d'élèves, à l'entrée du collège, associent encore la nature d'un nombre à son écriture. Pour eux, un nombre s'exprime toujours par une suite de chiffres et les nombres décimaux se différencient des nombres entiers par la présence de la virgule. Ils ne perçoivent pas, par exemple, 14 ou $\frac{3}{2}$ comme des nombres décimaux.

La compréhension et l'utilisation de différentes écritures d'un nombre décimal, sa représentation sur la droite graduée, les passages entre ses différents modes de représentation contribuent à l'acquisition du langage mathématique pour penser et communiquer.

Des difficultés persistent puisque pour beaucoup d'élèves, la conception d'un nombre décimal comme un objet mathématique et non comme une écriture est encore en cours de construction, le sens des opérations et les techniques opératoires sur les nombres décimaux sont encore en cours d'acquisition. De plus, certains élèves se sont forgés des représentations fausses qui, si elles peuvent s'avérer performantes dans des situations particulières, constituent des obstacles pour la suite des apprentissages. Il est donc indispensable que le professeur identifie les conceptions erronées afin de développer les stratégies d'enseignement qui permettront de les déstabiliser.

Quelques conceptions erronées

- Assimilation de la virgule à un trait de fraction; c'est ainsi que, pour certains élèves $\frac{14}{10} = 14,10$.
- Difficulté à concevoir qu'un même nombre puisse avoir plusieurs désignations; ainsi, $1 + \frac{4}{10}$; 1,4; 1,40 ne sont pas perçus comme différentes écritures d'un même nombre.
- Le « nombre à virgule » vu comme un « entier déguisé », comme si la virgule n'existait pas. Ce rôle « fantôme » de la virgule conduit certains élèves à écrire $4,3 < 4,06 < 4,249$ en

le justifiant par le fait que $43 < 406 < 4249$, ou à percevoir 2,47 comme «le» successeur de 2,46, au même titre que 247 est celui de 246.

- **Le « nombre à virgule » vu comme l'accolement de deux entiers, la virgule jouant le rôle de «frontière » entre les deux.** Cela conduit par exemple à écrire : $4,3 < 4,06 < 4,249$ (avec comme justification : « 3 est plus petit que 6, lui-même plus petit que 249»); ou encore: $2,6 \times 3,4 = 6,24$; $15,7 + 12,6 = 27,13$ ou encore à percevoir 5,100 comme «le» successeur de 5,99.
- **Une connaissance mal installée du système décimal** peut conduire un élève, dans le nombre 234,678, à percevoir le chiffre 7 comme le chiffre des dixièmes en raison de la position supposée des dixièmes comme symétrique de celle des dizaines, ou encore à écrire $4,249 < 4,16 < 4,1$ en justifiant que les millièmes sont « forcément » plus petits que les centièmes, eux-mêmes plus petits que les dixièmes.
- **Des techniques mal automatisées et non contrôlées** peuvent aboutir à une confusion sur la position de la virgule dans le résultat d'une addition posée ou d'une multiplication posée.

Il faut signaler que la dénomination orale des nombres décimaux contribue à leur bonne compréhension. Le professeur doit avoir conscience du fait que la lecture « 3 virgule 08 ». Il faudrait faire usage de la dénomination « 3 unités plus 8 centièmes ».

Les objectifs de cette leçon est l'acquisition de techniques de calcul sur les décimaux qui sont étudiés à l'école primaire. Il s'agit principalement du calcul d'expressions numériques mixtes où l'élève doit apprendre à utiliser la distributivité de la multiplication sur l'addition, l'usage des parenthèses, le respect de la priorité des opérations les unes par rapport aux autres.

Cette priorité est particulièrement difficile à observer dans l'usage des calculatrices, surtout les calculatrices « ordinaires ».

La maîtrise, par tous les élèves, des techniques opératoires sur les nombres décimaux est un objectif primordial. Le calcul mental ou réfléchi doit permettre de l'atteindre. Mais la technique s'acquiert aussi à travers la résolution de problèmes et nombreux sont ceux qui sollicitent les nombres décimaux; leur résolution contribue à consolider la compréhension de ces nombres. Ces problèmes peuvent relever de la vie courante, d'autres disciplines ou d'autres champs des mathématiques : calculs de coûts, coefficients de proportionnalité ou de linéarité, d'échelles ou de moyennes, mesures de grandeurs, conversions d'unités, etc.

Objectifs d'apprentissage

- Effectuer une suite d'opérations avec ou sans parenthèses
- Utiliser les propriétés $kx(a+b) = kxa + kxb$ et $k(a-b) = kxa - kxb$
- Développer une expression littérale
- Factoriser une expression littérale
- Utiliser la calculatrice pour effectuer une suite d'opérations avec parenthèses.

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie la maîtrise des élèves de notions préalables à la présente leçon et qui étaient acquises à l'école primaire, comme :

- Les nombres décimaux
- Les opérations dans le champ de ces nombres

Activités de découverte

Activité 1

1) Calculer $20 : 4$

Calculer $70 + 20 : 4$

L'élève doit respecter la priorité de l'opération : sur l'opération $+$.

2) Calculer 2×6

Calculer $22 - 2 \times 6$

Calculer $22 - 2 \times 6 + 5$

L'élève doit respecter la priorité de l'opération \times sur l'opération $-$ et \times sur $+$.

Activité 2

Deux méthodes peuvent être utilisées par l'élève:

- Utiliser directement la somme des longueurs :
 $15,5 + 37,5 + 15,5 + 37,5 + 15,5 + 37,5 + 15,5 + 37,5 + 15,5 + 37,5$
- Remarquer que $15,5 + 37,5$ se répète 6 fois et il écrit : $6 \times (15,5 + 37,5)$

Les méthodes sont équivalentes et conduisent à trouver la longueur du tapis.

Activité 3

- 1) L'élève applique la formule de l'aire d'un rectangle pour calculer l'aire du rectangle blanc et du rectangle rose. Il applique « l'aire du grand rectangle est la somme des deux rectangles le constituant ».
- 2) L'élève calcule directement l'aire du grand rectangle
- 3) Des questions 1) et 2) l'élève déduit dans ce cas particulier la distributivité de l'addition par rapport à la multiplication.

Activité 4

Cette activité porte sur la priorité des opérations arithmétiques. Elle permet de prendre conscience aux élèves sur les erreurs liées au non respect des priorités.

- 1) La réponse est $23 - (11 + 10) = 2$
- 2) Le résultat 63 est dû au calcul faux $(3 + 6) \times 7$ donc non respect de la priorité \times sur $+$
- 3) L'élève doit citer la priorité de chaque opération arithmétique sur les autres.

Activité 5

L'utilisation de la calculatrice pour calculer des expressions mixtes conduit à des erreurs si on n'en prend pas garde.

- 1) La calculatrice performante (celle de Hamid) prend en compte la priorité des opérations. Son calcul est exact. ;
- 2) La calculatrice de Hind est ordinaire. Elle doit être utilisée en veillant à respecter la priorité. Hind y a manqué et son calcul est erroné.
- 3) Hind doit ou bien utiliser les parenthèses $4 + (3 \times 8)$ ou bien calculer 3×8 le mettre en mémoire et ajouter 4 à la mémoire.

Activité 6 :

Cette activité est un exercice sur la distributivité de x par rapport à $+$. L'élève peut calculer la somme reçue par Salma, de deux façons :

- $37 \times 20 + 25 \times 20$

Ou

- $(37 + 25) \times 20$

Cours

Des activités traitées, l'élève doit retenir :

1. La priorité des opérations arithmétiques les unes par rapport aux autres
2. Commencer par effectuer les calculs entre parenthèses
 $3 \times (70 - 6) = 3 \times 64$
3. La multiplication est distributive par rapport à l'addition et aussi par rapport à la soustraction
Double distribution $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$
4. La lecture des formules $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$ permet la factorisation
 $3a + 3b = 3(a+b)$ $5x - 5y = 5(x-y)$
5. Les touches « parenthèses » et « mémoire » aident à calculer des expressions mixtes.

Exercices résolus

1. Les expressions $A = 34 - 24 - 4$ et $B = 34 - (24 - 4)$ ne sont pas égales.

Remarquer que $A = 34 - (24 + 4)$ et $B = 34 - 24 + 4$

Quand on a un signe - devant les parenthèses, si on enlève les parenthèses, il faut changer les signes à l'intérieur des parenthèses :

$$a - (b + c - d) = a - b - c + d.$$

Par contre avec le signe + on ne change pas les signes :

$$a + (b + c - d) = a + b + c - d$$

2. Et 5. La factorisation peut rendre parfois les calculs plus aisés.

Par exemples :

$$15 \times 992 + 15 \times 8 = 15 (992 + 8) = 15 \times 1000 = 15000.$$

$$5,4 \times 98 = 5,4 (100 - 2) = 540 - 5,4 \times 2 = 540 - 10,8 = 529,2$$

Exercices et problèmes

Exercice 11

a) Pour $x=5$

$$\text{La forme initiale : } B = (5-5)^2 + 8 \times 5 - 40 = 0$$

$$\text{La forme réduite : } B = 5^2 - 2 \times 5 - 15 = 0$$

$$\text{La forme factorisée : } B = (5-5)(5+3) = 0$$

Pour $x=0$

$$\text{La forme initiale : } B = (0-5)^2 + 8 \times 0 - 40 = -15$$

$$\text{La forme réduite : } B = 0^2 - 2 \times 0 - 15 = -15$$

$$\text{La forme factorisée : } B = (0-5)(0+3) = -15$$

Pour $x=-3$

$$\text{La forme initiale : } B = (-3-5)^2 + 8 \times (-3) - 40 = 0$$

$$\text{La forme réduite : } B = (-3)^2 - 2 \times (-3) - 15 = 0$$

$$\text{La forme factorisée : } B = (-3-5)(-3+3) = 0$$

b) Pour $x = 5$ c'est la forme factorisée

Pour $x = 0$ c'est la forme initiale

Pour $x = -3$ c'est la forme factorisée.

Exercice 21

1) L'écriture décimale de $\frac{(5,4 + 7,5)}{3}$ est 4,3

2) C'est Meriem et Adam qui ont fait les bons calculs. Fadwa a en fait calculé $5,4 + (\frac{7,5}{3})$.

Exercice 23

1) Le volume vidé par les trois robinets en 1 minute est :

$$2,5 + 2,25 + 2,75 = 7,5 \text{ litres}$$

2) Le volume du contenu de la cuve est : $38 \times 7,5 = 285$ litres.

3) $3,8 (2,5 + 2,25 + 2,75)$

Exercice 24

a) $2x + 3x = 19,5$

$$5x = 19,5$$

$$x = \frac{19,5}{5}$$

$$x = 3,9$$

Exercice 25

On peut calculer ce périmètre de différentes façons. Voici l'une d'entre elles :

On peut procéder comme suit : Considérer le périmètre du rectangle duquel on soustrait le double du rayon du cercle et lui ajouter les trois quarts du périmètre du cercle :

$$\text{soit : } 2(7+3) - 2 \times 3 + 0,75 \times 2 \times 3,14 \times 3 = 28,13 \text{ cm.}$$

$$\text{On peut aussi le calculer comme suit : } 7 + 3 + (7-3) + 2 \times 3,14 \times 3 - 0,25 \times 2 \times 3,14 \times 3 = 28,13 \text{ cm}$$

QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...) : effectuer une suite d'opérations avec ou sans parenthèses, respecter les règles de priorité des opérations ; développer ou factoriser une expression littérale

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés dans les réponses à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

Repères didactiques

Au primaire, l'élève a découvert la notion de fraction en explorant progressivement différentes conceptions possibles et différents contextes : partage de l'unité, partage de grandeurs, repérage sur une demi-droite graduée, encadrement entre deux entiers consécutifs, expression d'une part d'une quantité, mesures (longueurs, aires). Il a été amené à donner du sens aux nombres décimaux à partir de leur désignation sous forme de fractions décimales ou de somme de fractions décimales. Il a perçu la fraction comme le quotient de deux nombres entiers. Il a utilisé la fraction pour résoudre des problèmes.

Au collège, on s'intéresse au quotient $\frac{a}{b}$ de deux nombres a et b , $b \neq 0$, quelconques, défini comme le nombre dont le produit par b vaut a . Le professeur prendra conscience que cette définition n'est pas d'accès facile, et pourra proposer aux élèves de chercher comment la reformuler.

La « vision-partage » de la fraction continue à être mobilisée. Le terme « vision-partage » est à comprendre au sens où, par exemple, la fraction $\frac{7}{4}$ évoque ce qui est obtenu en partageant l'unité en 4 parts égales et en reportant 7 de ces parts, ce qui correspond d'ailleurs à la lecture sept quarts ($\frac{7}{4}$ c'est 7 fois le quart de l'unité).

L'articulation entre nombres décimaux et fractions est renforcée afin d'assurer la maîtrise de l'écriture de position et des différentes désignations d'un nombre. Progressivement, l'élève est amené à mobiliser la « vision-nombre » de la fraction pour résoudre des problèmes, en lien notamment avec la proportionnalité, pour effectuer des calculs et des comparaisons sur les fractions et les quotients, pour exprimer une fréquence ou une probabilité, pour donner un ordre de grandeur d'un résultat.

Le terme « vision-nombre » est donc à comprendre au sens où, par exemple, le quotient $\frac{7}{4}$ est le nombre dont le produit par 4 vaut 7 et peut être mobilisé, par exemple, pour prouver que $\frac{7}{4} = 7 \times \frac{1}{4}$.

La propriété relative à la somme de deux quotients de même dénominateur, à savoir $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$, pour tous nombres a , b et c , $c \neq 0$. Une telle démonstration ne peut être travaillée dans sa forme générale mais l'élaboration d'un raisonnement utilisant des exemples génériques peut venir en appui d'une remédiation.

La mise en place de techniques de calcul s'appuie en permanence sur le sens et la résolution de problèmes, notamment en liaison avec les autres disciplines scientifiques.

Il faut donc entretenir la « vision-partage » de la fraction. La « vision-nombre » de la fraction est progressivement construite et mobilisée : l'élève calcule et compare des proportions, des fréquences; il est entraîné à reconnaître des fractions égales, à raisonner pour justifier que des quotients sont égaux, qu'un quotient est un nombre rationnel ou non, qu'une fraction est décimale ou non; il est conduit à additionner, soustraire et multiplier par un entier des fractions de signe

quelconque; il est progressivement conduit à additionner, soustraire, multiplier et diviser des quotients; à identifier, exprimer sous différentes formes et/ou justifier qu'un nombre est l'inverse d'un autre; la progressivité repose principalement sur la nature des nombres mis en jeu.

Des techniques efficaces sont à développer, nous en citons :

- comparaison des nombres par positionnement des fractions par rapport à des entiers, ordre de grandeur, simplification des fractions pour les rendre facilement comparables;
- comparaison liée à la réduction au même dénominateur.

L'objet de la leçon est de consolider les acquis sur les fractions et enrichir les conceptions y afférentes. La conception de la fraction $\frac{a}{b}$ comme $a \times \frac{1}{b}$ est plus fonctionnelle car elle permet par exemple d'écrire un nombre décimale comme une fraction (par exemple $10,5 = 105 \times \frac{1}{10}$) et aussi de donner du sens au produit de deux fractions : $\frac{1}{a} \times \frac{1}{b} = 1/ab$ en passant de l'unité de subdivision $\frac{1}{a}$ à une subdivision b fois plus petite $1/ab$.

Il faut bien veiller à une bonne maîtrise de l'écriture d'un nombre décimal sous sa forme fractionnaire et à effectuer correctement le produit de deux nombres écrits sous forme fractionnaire. Le calcul sur les fractions avec des dénominateurs égaux ou l'un est multiple de l'autre est une habileté fondamentale.

Objectifs d'apprentissage

- L'écriture d'un nombre fractionnaire
- Réduction d'une fraction
- Comparer les nombres fractionnaires et décimaux
- Les quatre opérations sur les nombres fractionnaires
- Les opérations sur les nombres décimaux, manipulation de la virgule

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie la maîtrise des élèves des fractions : reconnaissance du numérateur et du dénominateur ; le quotient de deux nombres, la simplification d'une fraction ; l'encadrement d'une fraction...

Activités de découverte

Activité 1

- 1) Calcul de quotients.
- 2) Vérification de notions de base en rapport avec les fractions

Activité 2

- 1) Exercice sur le quotient de deux nombres entiers ou décimaux.
- 2) écriture d'expressions numériques avec des entiers en utilisant des quotients :

$$12 + 3 : 4 = 12 + \frac{3}{4}$$

$$(12 + 3) : 4 = \frac{15}{7}$$

$$12 : (3 + 4) = \frac{12}{7}$$

Activité 3

- 1) comparaison d'une fraction et de l'unité (1) en comparant le numérateur et le dénominateur de cette fraction.
- 2) comparaison des deux fractions A et B en comparant chacune à 1 : A est plus petite que 1 et B est plus grande que 1 \Rightarrow donc $A < B$.

Activité 4

- 1) confiture de fraises : proportion du sucre : $\frac{450}{750}$
Confiture d'abricots : proportion du sucre : $\frac{500}{1000}$
Confiture de cerises : proportion du sucre : $\frac{800}{2400}$

2) $450/750 = \frac{3}{5}$

$$500/1000 = \frac{1}{2}$$

$$800/2400 = \frac{1}{3}$$

- 3) la quantité de sucre est supérieure à la quantité du fruit.

Activité 5

- 1) L'aire coloriée représente :

Dans la figure 1 : $\frac{9}{20}$

Dans la figure 2 : $\frac{6}{10}$

Dans la figure 3 : $\frac{2}{5}$

- 2) en observant les trois figures, on constate que la figure 2 comprend l'aire coloriée la plus grande suivie de la figure 1 et enfin la figure 3. Donc $\frac{2}{5} < \frac{9}{20} < \frac{6}{10}$.
- 3) En quadrillant comme indiqué, on trouve que l'aire coloriée dans la figure 2 est : $\frac{12}{20}$ et l'aire coloriée dans la figure 3 est $\frac{8}{20}$.
- 4) A partir de la question 3) on a : $\frac{6}{10} = \frac{12}{20}$ et $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$.
- 5) $\frac{2}{5} < \frac{9}{20} < \frac{6}{10}$

Activité 6 :

Cette activité vise à établir la règle de multiplication de deux fractions.

- 1) l'aire du rectangle vert est égale à $0,3 \times 0,5 = 0,15$

$$0,3 = \frac{3}{10} \text{ et } 0,5 = \frac{5}{10}$$

Donc l'aire du rectangle vert est égale à $\frac{3}{10} \times \frac{5}{10}$
 Puisque l'aire de ce rectangle est aussi 0,15 soit $\frac{15}{100}$
 On a donc : $\frac{3}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{15}{100}$

2) l'aire du rectangle bleu représente $\frac{8}{15}$ du rectangle.

Donc $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$.

Cours

Des activités traitées, l'élève doit retenir :

1. a/b est l'écriture fractionnaire du quotient $a:b$. par exemple $1,5 = \frac{3}{2}$; $\frac{3,5}{5} = 0,7$
2. les règles de comparaison de deux fractions (qui ont même dénominateur ou dont l'une a un dénominateur multiple de celui d'autre)
3. la comparaison d'une fraction à 1
4. les règles d'addition, soustraction, multiplication de deux fractions
5. comment rendre le dénominateur d'une fraction entier : $\frac{24}{3,8} = \frac{240}{38}$

Exercices résolus

1. L'exercice traite de la règle de calcul de la fraction d'une quantité. Dans la salle de cinéma de 120 places, 78 sont occupées. Ce nombre représente la fraction $\frac{78}{120}$ du nombre de places. Ce calcul permet de définir ultérieurement la notion de pourcentage. Par exemple si 50 places d'un parking de 100 places sont vides. C'est dire que 50% des places.

2. L'exercice deux traite de la comparaison de deux fractions en réduisant au même dénominateur et en comparant les numérateurs. Comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{12}$ revient à comparer $\frac{9}{12}$ et $\frac{7}{12} < 9$ donc $\frac{7}{12} < \frac{3}{4}$.

3. L'exercice 3 traite de la technique de calculer la fraction d'une fraction d'une quantité. Il s'agit de faire la multiplication des 3 nombres.

Le nombre de filles qui font l'allemand est $\frac{3}{5} \times \frac{1}{3} \times 30 = \frac{3}{15} \times 30 = 6$.

4. Les exercices 5 et 6 portent sur le calcul de la somme et la différence de fractions avec des dénominateurs multiples l'un de l'autre.

$$\frac{2}{3} + \frac{8}{15} = \frac{10}{15} + \frac{8}{15} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$$

$$A = \frac{5}{6} - \frac{1}{2} + \frac{11}{6} = \frac{5}{6} - \frac{3}{6} + \frac{11}{6} = \frac{13}{6}$$

$$B = \frac{9}{14} - \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{14}\right) = \frac{9}{14} - \left(\frac{2}{14} - \frac{1}{14}\right) = \frac{9}{14} - \frac{1}{14} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

Exercices et problèmes

Exercice 11

Cet exercice traite d'une erreur courante ; pour comparer deux fractions, certains élèves comparent les numérateurs d'une part et les dénominateurs d'autre part, et affirment que par exemple : $\frac{7}{8} < \frac{13}{16}$ car $\frac{7}{13}$ et $\frac{8}{16}$.

Exercice 14

Il s'agit de calculer les fractions d'une quantité

Le nombre d'élèves qui font l'anglais est : $\frac{2}{3} \times 30 = 20$

Pour calculer le nombre d'élèves qui font l'allemand on peut utiliser deux méthodes :

Calculer $\frac{1}{3} \times 30 = 10$ ou faire un calcul simple : $30 - 20 = 10$

Exercice 15

Pour répondre aux questions, il faut rendre les deux fractions au même dénominateur.

$\frac{3}{4} h = \frac{45}{60} h$ est donc supérieur à $\frac{43}{60} h$.

Exercice 22

Certains élèves font l'erreur de rendre au même dénominateur les fractions à multiplier. Faisant ainsi la confusion avec l'addition et la soustraction des fractions.

$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{4}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$.

Exercice 27

Pour résoudre cet exercice l'élève doit rendre au même dénominateur les deux fractions

$\frac{19,5}{25} = \frac{39}{50}$

Puis faire la somme ; $\frac{10,5}{50} + \frac{39}{50} = \frac{49,5}{50}$.

Les autres gaz représentent donc $\frac{50}{50} - \frac{49,5}{50}$ soit $\frac{0,5}{50}$.

$\frac{0,5}{50} = 0,5 \times \frac{2}{50} \times 2 = \frac{1}{100}$ donc c'est 1%.

Exercice 30

Cet exercice concerne l'écriture de fraction a/b sous la forme ; $n + c/d$ où n est un entier et $c < d$.

Ainsi $\frac{13}{4} = (12 + 1)/4 = \frac{12}{4} + \frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4}$.

$\frac{31}{8} = (24 + 7)/8 = \frac{24}{8} + \frac{7}{8} = 3 + \frac{7}{8}$

De la même façon $\frac{41}{9} = 4 + \frac{5}{9}$

$\frac{37}{13} = 2 + \frac{11}{13}$

QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...) : écriture d'un nombre fractionnaire ; réduction d'une fraction ; comparaison des nombres fractionnaires et décimaux...

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés de réponses à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

Repères didactiques

L'histoire nous apprend qu'il a fallu du temps pour que les nombres négatifs s'imposent véritablement en tant que nombres. Utilisés pour des besoins comptables (créances, dettes), ils ont longtemps servi en mathématiques comme outils de calcul, voire comme intermédiaires de calcul dans la résolution d'équations. Il a fallu attendre les mathématiques modernes et la théorie des structures pour les définir comme des classes d'équivalence de couples d'entiers naturels.

Les nombres relatifs sont utilisés pour décrire des situations dans lesquelles il y a besoin de définir un référentiel où un point-repère par rapport auquel se situent les autres points. C'est de là que vient le terme « relatif ». On définit le « négatif » par ce qui vient avant le point-référent et le « positif » ce qui vient après. Pour la température par exemple il y a le 0, la température au-dessous de 0 est négative, ce qui est dessus de 0 est positif.

L'introduction au collège des nombres décimaux négatif permet d'étendre l'ensemble des décimaux positifs à un ensemble plus vaste (celui des décimaux positifs et négatifs), dans lequel toutes les soustractions sont possibles. Cette extension est réalisée de manière à maintenir les propriétés des opérations valables entre nombres décimaux positifs (principe de permanence); accorder le statut de nombres (en tant qu'objets mathématiques sur lesquels on peut effectuer des opérations et des comparaisons) à des réalités de la vie quotidienne situées « au-dessous de zéro » (températures, profondeurs, dettes, etc.); disposer de ces nouveaux outils pour modéliser et résoudre des problèmes de la vie courante; étendre à la droite entière la graduation déjà connue de la demi-droite, repérer et se repérer sur une droite.

Les objectifs poursuivis dans cette leçon sont afférents à l'ordre, à l'addition et la soustraction de nombres relatifs. A l'utilisation de la notion d'opposé. Les élèves doivent savoir ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale, calculer la somme ou la différence de deux nombres relatifs, calculer, sur des exemples numériques, une expression dans laquelle interviennent uniquement les signes +, - et éventuellement des parenthèses, sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs.

Objectifs d'apprentissage

- Connaître et utiliser les nombres relatifs ;
- Calculer la distance entre deux points sur une droite graduée ;
- Utiliser la notion d'opposé ;
- Comparer deux nombres relatifs ;
- Multiplier et diviser deux nombres relatifs.

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie la maîtrise des élèves de notions préalables aux nombres négatifs ; l'expression symbolique des nombres positifs, négatifs ; comparaison de fractions ; somme de deux nombres relatifs ...

Activités de découverte

Activité 1 et Activité 2

Elles approchent dans des contextes concrets la notion de nombre relatif : la température ambiante.

L'activité 1 exploite les connaissances familières des élèves. On entend souvent parler de la température qui atteint -4°C à Ifrane ou 42°C à Marrakech.

L'activité 2 introduit le thermomètre qui permet de situer une température sur une droite graduée où il y a un zéro repère.

Activité 3

Cette activité est une première abstraction vers les nombres négatifs qui fait usage d'une droite graduée avec un 0 origine et sur laquelle on place des nombres positifs à droite et des nombres négatifs à gauche de 0.

Activité 4

Cette activité introduit la comparaison des nombres négatifs avec un contexte concret qui donne du sens à cette opération. Il s'agit de comparer la hauteur et la profondeur des parties d'un relief par rapport au niveau de la mer (niveau 0).

La comparaison des nombres positifs ne pose pas de problème un point de relief de 650 m de hauteur par rapport au niveau de la mer est plus haut qu'un autre point de 500 m.

Pour les points de reliefs au-dessous du niveau de la mer (nombres négatifs), les profondeurs plus proches du niveau de la mer sont supérieures à celle plus loin de ce niveau. Ainsi $-300 < -150$.

Activité 5

Cette activité aborde les opérations arithmétiques sur les nombres relatifs via la variation des températures ambiantes. Si à un instant la température est de -8°C et après un certain moment elle baisse de 5°C , la température tombe à -13°C c'est-à-dire $(-8) + (-5)$.

Activité 6

Cette activité traite aussi de la somme et de la différence de deux nombres négatifs. Elle exploite la notion de goal-average en football (scores faits de la différence entre les buts marqués et les buts encaissés par une équipe dans des matchs). Dans le cas où le nombre de buts encaissés (par exemple 20) est supérieur au nombre de buts marqués (par exemple 12) le score est $12 + (-20) = -8$.

Cours

Des activités traitées, l'élève doit retenir :

1. La définition d'un nombre relatif
2. L'abscisse d'un point d'une droite graduée
3. La distance à 0 (a et -a sont à la même distance de 0)
4. Nombres relatifs opposés : l'opposé de a est -a. ils sont de signes opposés, de part et d'autre de 0 et à une même distance de 0
5. Comparaison de deux nombres négatifs : un nombre négatif est inférieur à tout nombre positif ; de deux nombres positif, le plus grand est celui qui a la plus grande distance à 0 ; et de deux nombres négatifs, le plus grand est celui qui a la plus petite distance à 0 : $18 < 23$ et $-23 < -18$
6. les règles d'addition et de soustraction des nombres négatifs : $(-8) + (-6) = -14$;
 $4 + (-17) = -13$; $7 - (-14) = 7 + 14 = 21$

Exercices résolus

1. L'exercice traite de la méthode de repérer et situer un point sur une droite graduée. On se base sur deux données ; le signe de l'abscisse (si négatif c'est à gauche de 0 et si positif c'est à droite de 0), et la distance de l'abscisse à 0.
2. L'exercice 2 porte sur la comparaison de nombres relatifs. Un nombre négatif est inférieur à tout nombre positif ; $-1 < 5,3$; et un nombre négatif dont la distance à 0 est supérieure à la distance à 0 d'un autre nombre négatif est plus petit que ce nombre : $-16,3 < -12,5$.
3. Dans l'exercice 3 , pour organiser la comparaison on trie les nombres négatifs et les nombres positifs, on compare chaque catégorie à part, en appliquant les règles de comparaison, on obtient ainsi : $-8,5 < -5,8 < 1,53 < 4,2$.
4. L'exercice 4 porte sur les règles d'addition des nombres négatifs selon qu'ils ont le même signe ou des signes opposés :
s'ils ont même signe la somme a ce même signe. Ainsi $(-4,5) + (-8) = -12,5$; $(+5) + (+9) = +14$
et s'ils sont de signes opposés la somme à le signe du nombre qui est à la plus grande distance de 0. Ainsi $(-4,5) + (+8) = +(8-4,5) = 3,5$; et $+4,5 + (-8) = -(8-4,5) = -3,5$

Exercices et problèmes

Exercice 12

Il s'agit dans cet exercice de définir les abscisses des points A, B, C, D et de placer les points A', B', C', D' dont les abscisses sont respectivement les opposées des abscisses de A, B, C, D sur une droite graduée.

A(-2), donc A'(2) ; B($\frac{5}{3}$) donc B'(- $\frac{5}{3}$) ; C(3) donc C'(-3) et D(-2) donc D'(2)

Exercice 19

Dans cet exercice, on compare la différence de deux nombres relatifs à un troisième pour savoir lequel des deux points A et B ayant respectivement comme abscisses ces deux nombres et le plus proche à un point donné C d'abscisse donné. On a A(2018) ; B(-1802) et C(105).

On a la distance entre A et C : $2018 - 105 = 1913$

et la distance entre C et B = $105 - (-1802) = 1907$

donc B est plus proche de C que A.

Exercice 22

2) l'égalité $BA_1 = \frac{3}{4} AB$ est vérifiée par deux points dont un seul se trouve sur le segment AB.

$$BA_1 = \frac{3}{4} (8 - (-8)) = \frac{3}{4} \times 16 = 12.$$

Donc l'abscisse de A_1 est $8 - 12 = -4$.

Exercice 34

Le décalage horaire permet de connaître l'heure dans chacune des villes. Il suffit d'ajouter la valeur de ce décalage à l'heure de référence.

Par exemple si c'est 12 h à Londres, il faut ajouter 1h à Paris, 3h à Moscou et retrancher 6h à Mexico.

Ainsi on a :

Londres	Paris	Moscou	Mexico
0	+1	+3	-6
12h	13h	15h	6h
18h	19h	21h	12h

QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...) : nombres relatifs; distance entre deux points sur une droite graduée ;opposé d'un nombre relatif...

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés de réponses à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

Repères didactiques

La notion de puissance fonctionne dans des situations numériques où la notation exponentielle comme un raccourci d'écriture est commode. La notation d'une multiplication itérée sous forme de puissance permet d'effectuer de manière efficace certains calculs en utilisant un langage mathématique adapté. Les puissances de dix fournissent une interprétation commode des ordres de grandeur.

Il s'agit donc de familiariser l'élève à sa compréhension et à son usage. L'élève peut découvrir les opérations sur les puissances au gré des calculs, à partir des écritures développées qui en donnent une image mentale. Ces propriétés peuvent être mises en évidence par le professeur, sur des exemples génériques.

A cet effet, l'enseignant peut opérer par un travail spécifique sur les puissances de dix, et de le prolonger aux puissances de base quelconque, soit d'adopter la démarche inverse, qui consiste à passer du cas général au cas particulier.

L'apprentissage sur les puissances doit profitablement se fonder sur des situations qui la motivent. Celui des puissances de dix peut prendre appui sur des grands nombres issus de domaines scientifiques ou technologiques telles que l'astronomie, les sciences physiques... L'écriture scientifique d'un nombre décimal consiste à écrire ce nombre non nul peut se noter sous la forme $A \times 10^n$, où A est un nombre décimal vérifiant $1 \leq A < 10$ et n est un entier relatif.

Cette leçon vise à ce que les élèves acquièrent la notion de puissance d'un nombre relatif, et ses propriétés ainsi que la puissance à base 10. L'utilisation des propriétés est prioritaire. Les élèves doivent aussi connaître l'écriture scientifique des nombres.

Objectifs d'apprentissage

- reconnaître une puissance d'un nombre relatif ;
- utiliser les propriétés des puissances ;
- Reconnaître les puissances de 10 et ses propriétés.

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie les acquis des élèves en rapport avec les puissances de nombres : le carré, le cube, ainsi que l'écriture sous forme de puissance de 10 d'un million, du kilomètre en mètres.

Activités de découverte

Activité 1

1) Dans la figure 1 nous avons 1 triangle soit 3^{1-1}

Dans le figure 2 nous avons 4 triangles verts, soit 3^{2-1}

Le nombre de triangles à traiter se multiplie de manière exponentielle ($\times 3$ à chaque étape : 1, puis 3, puis 9, puis 27, etc. : 3^{n-1} après la $n^{\text{ième}}$ étape).

Dans le figure 7 nous avons 3^{7-1} soit 729 triangles.

Activité 2

1) les expressions justes sont 3^9 ; $3^6 \times 3^3$; $3^7 \times 3^2$

2) $a^2 \times a^3 = a^5$; $a^4 \times a = a^5$

Activité 3

a) en revenant à la définition de a^n comme étant $axax\dots xa$ n fois et en utilisant la commutativité de la multiplication on trouve que c'est Ahmed qui a raison.

$$A = 4^3 \times 5^3 = (4 \times 4 \times 4) \times (5 \times 5 \times 5) = (4 \times 5) \times (4 \times 5) \times (4 \times 5) = 20 \times 20 \times 20 = 20^3$$

Et on transforme B de la même façon.

Activité 4

Cette activité établit sur des exemples génériques les formules des puissances :

$$a^n \times b^m = a^{n+m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

Dans la question 3), il s'agit d'attirer l'attention sur la fausseté de $a^n + a^m = a^{n+m}$

Par exemple : $10^4 + 10^2 = 10^2 (10^2 + 1) = 10100$ et non $10^6 = 1000000$

Activité 5 et Activité 6

Il s'agit d'utiliser des puissances de 10 pour écrire de façon commode et plus lisible les grands nombres. Par exemple : le nombre d'habitants de la chine

$1\ 300\ 000\ 000 = 1,3 \times 10^9$ soit 1,3 milliards d'habitants ou aussi 1300×10^6 c'est-à-dire 1300 millions d'habitants et encore $1\ 300\ 000 \times 10^3$ soit 1 300 000 de milliers d'habitants.

De la même manière on exprime des distances astronomiques à l'aide de puissances de 10.

$$\text{L'unité 1 parsec} = 3,086 \times 10^{16} \text{ m} = 3,086 \times 10^{17} \text{ cm} = 3,086 \times 10^{18} \text{ mm.}$$

Activité 7

Cette activité porte sur l'encadrement de nombres par des puissances de 10. Ce qui fournit l'ordre de grandeur de ces nombres.

a) $A = 2,5 \times 10^5$ $10^5 < A < 10^6$ ($n = 5$)

b) $B = 5 \times (10^3)^5 \times 12 \times 10^{-7} = 5 \times 12 \times 10^{15} \times 10^{-7} = 6 \times 10 \times 10^{15-7} = 6 \times 10^9$ donc $10^9 < B < 10^{10}$

Cours

Des activités traitées, l'élève doit retenir :

1. La définition d'une puissance d'un nombre relatif : $a^n = axax\dots xa$ n fois.

En particulier $a^0 = 1$ et $a^1 = a$

2. Connaître le signe d'une puissance d'un nombre négatif selon la parité de n : si n est impaire a^n est négatif ; si n est pair a^n est positif.
3. Connaître les formules des puissances : $a^n \times b^m = a^{n+m}$ et $(a^n)^m = a^{nm}$ et $(a/b)^n = a^n/b^n$

Exercices résolus

1) a) lorsqu'une expression comprend des parenthèses on commence par calculer ce qui est entre parenthèses : $A = (5 \times 4)^3 - 1 = 20^3 - 1 = 8000 - 1 = 7999$

b) Puisque les puissances sont des produits, elles ont la priorité par rapports aux autres opérations : $B = 5 \times 4^3 - 1 = 5 \times 64 - 1 = 319$

2) on manipule les formules des puissances :

$$10^7 \times 10^5 = 10^{7+5} = 10^{12}$$

$$10^7 / 10^5 = 10^2$$

$$(10^7)^5 = 10^{7 \times 5} = 10^{35}$$

3) l'exercice porte sur l'écriture scientifique des nombres relatifs : $A = a \times 10^n$ ou $0 < a < 9$

$$A = 12 \times 10^2 \times 5 \times (10^3)^2 = 12 \times 5 \times 10^2 \times 10^6 = 60 \times 10^8 = 6 \times 10^9$$

4) on compare ici A et B en les écrivant sous forme scientifique et on regarde leur ordre de grandeurs.

$$A = 8,21 \times 10^5 \text{ et } B = 2,93 \times 10^6$$

Un ordre de grandeur de A est 10^5 et de B est 10^6

Donc $A < B$.

5) ici il s'agit d'écrire un nombre sans utiliser la virgule : $A = 2,5 \times 10^{14} = 2500 \times 10^{11}$ (on multiplie 2,5 par 10^3 et on divise par 10^3 ou, ce qui revient au même on écrit $10^{14} = 10^3 \times 10^{11}$).

Exercices et problèmes

Exercice 2

a) $(4x)^2 = 4^2 \times x^2 = 16x^2$

b) $(-2x)^2 = (-2)^2 \times x^2 = 4x^2$

c) $(-3x)^3 = (-3)^3 \times x^3 = -27x^3$

Exercice 9

$$F = 2^4 \times 0,07 \times 5^4 = 2^4 \times 5^4 \times 0,07 = (2 \times 5)^4 \times 0,07 = 10^4 \times 0,07 = 700$$

On calcule de la même façon G, H et I.

Exercice 17

$$A = 2,6 \times 10^5$$

$$B = 163 \times 10^3 = 1,63 \times 10^5$$

$$C = 39 \times 10^4 = 3,9 \times 10^5$$

Donc $B < A < C$

Exercice 24

a) l'écriture scientifique du nombre $19\,683 \times 10^{12} = 1,9683 \times 10^{16}$

b) $1,9863 \times 10^{16} \text{ mm}^3 = 1,9683 \times 10^{16} \times 10^{-9} \text{ m}^3 = 1,9683 \times 10^7 \text{ m}^3$

c) $1,9683 \times 10^7 = 19683 \times 10^3 = 9^3 \times 10^3 = (9 \times 10)^3 = 90^3$

Donc l'arête du cube est de 90 m.

QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...) : puissance d'un nombre relatif ; propriétés des puissances, puissances de 10 et ses propriétés.

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés dans les réponses à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

Repères didactiques

La leçon traite des **angles** et leurs types, de leur mesure, de la **bissectrice** d'un angle et sa construction. Maîtriser la notion de **triangle** et ses propriétés caractéristiques en rapport avec les côtés et les angles assure la réussite des élèves dans la résolution de problèmes en rapport avec un parallélogramme, des quadrilatères, un prisme droit...

La connaissance de la somme des angles d'un triangle est une propriété qui doit être acquise par les élèves et réinvestie. Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat sur la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle.

Ce qui permet particulièrement de connaître la nature d'un triangle. La connaissance de l'inégalité triangulaire permet de savoir s'il est possible ou non de construire un triangle dont les longueurs des côtés sont données.

La **médiatrice** d'un segment est à maîtriser :

- Connaître et utiliser la définition de la médiatrice ainsi que la caractérisation de ses points par la propriété d'équidistance.
- Utiliser différentes méthodes pour tracer la médiatrice d'un segment.
- Construire le cercle circonscrit à un triangle.
- Connaître et utiliser la définition d'une médiane et d'une hauteur d'un triangle.

Dans chaque cas où la construction est possible, les élèves sont invités à remarquer que lorsqu'un côté est tracé, on peut construire plusieurs triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice et à son milieu. L'inégalité triangulaire est mise en évidence à cette occasion et son énoncé est admis : $AB + BC = AC$. Le cas de l'égalité $AB + BC = AC$ est reconnu comme caractéristique de l'appartenance du point B au segment [AC].

Il suffit de connaître une méthode de construction.

Les **hauteurs** d'un triangle, déjà introduites au primaire, sont réinvesties en liaison avec le calcul d'aire. D'autres **droites remarquables** du triangle peuvent être envisagées en situation.

La connaissance de la **somme des angles d'un triangle** est une propriété qui doit être acquise par les élèves et réinvestie. Elle peut être exploitée notamment pour des problèmes de construction ou pour établir une propriété géométrique d'une figure.

Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat sur la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle. Ce qui permet particulièrement de connaître la nature d'un triangle. La

connaissance de l'inégalité triangulaire permet de savoir s'il est possible ou non de construire un triangle dont les longueurs des côtés sont données.

Propriétés des triangles usuels.

- Connaître les propriétés relatives aux angles des triangles suivants : triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle.
- Reproduire un angle
- le vocabulaire suivant est également utilisé : angles opposés par le sommet, angles alternes-internes, angles correspondants, angles adjacents, angles complémentaires, angles supplémentaires. Les propriétés sont formulées et utilisées dans les deux sens (direct et réciproque).
- Construction de triangles.
- Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire. Son énoncé est admis : $AB + BC > AC$. Le cas de l'égalité $AB + BC = AC$ est reconnu comme caractéristique de l'appartenance du point B au segment [AC].
- Construire un triangle connaissant :
 - la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents,
 - les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés,
 - les longueurs des trois côtés.
- Sur papier uni, reproduire un angle au compas.

Objectifs d'apprentissage

- mesurer et construire un angle;
- reconnaître les angles adjacents, les angles complémentaires, les angles supplémentaires et les angles opposés par le sommet;
- Construire un triangle à partir de la longueur d'un côté et des angles qui lui sont adjacents, des longueurs de deux côtés et de l'angle compris entre les deux côtés, des longueurs des trois côtés;
- Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire ainsi que la propriété sur la somme des mesures des angles d'un triangle;
- Connaître et construire les triangles particuliers : isocèle, équilatéral, rectangle.

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie la maîtrise des élèves de quelques notions pré acquises comme la notion d'angle, de mesure d'un angle, de triangle.

Activités de découverte

Activité 1

- 1) Cette activité porte sur la mesure au rapporteur d'angles et sur la construction d'angles dont un côté et les mesures sont fixés.
- 2) L'enseignant doit consolider la technique d'utilisation du rapporteur pour la mesure et la construction des angles. La difficulté réside dans la façon de placer le rapporteur sur un côté de l'angle et bien lire la mesure.

Activité 2

- 1) et 2) Cette activité aborde la notion d'angles complémentaires dans un triangle rectangle. Il est demandé de construire un triangle rectangle et de mesurer ses angles aigus. Une infinité de figures peuvent être dessinées mais la somme des deux angles est égale à un angle droit, du fait que la somme des 3 angles d'un triangle vaut deux angles droits (180°).
- 3) les deux angles sont complémentaires
- 4) l'un des deux angles mesure 51° l'autre mesure 39° .

Activité 3

Cette activité traite des angles supplémentaires ; la somme de leurs mesures vaut 180° .

Activité 4

Dans cette activité on reconnaît un cas de deux angles adjacents et trois autres cas où les angles ne sont pas adjacents (soit qu'ils n'ont pas de côté commun, soit qu'ils n'ont pas le même sommet, soit que l'un renferme l'autre).

Activité 5

Ici on aborde les angles opposés par le sommet et on montre qu'ils ont même mesure en utilisant une propriété de la symétrie centrale (conservation de la mesure des angles)

Activité 6

- 2) a) le rayon du deuxième cercle doit être supérieur ou égal à 3 cm.
b) lorsque ce rayon est égal à 3 cm ou 13 cm, les deux cercles sont tangents.

Activité 7

Dans cette activité on vérifie de façon expérimentale (à l'aide du papier calque ou du rapporteur) que la somme des angles d'un triangle égale 180° .

Activité 8

Dans cette activité on cherche à dégager l'inégalité triangulaire par des études d'exemples où il semble que si on a trois nombres dont un est supérieur à la somme des deux autres, on ne peut pas tracer un triangle dont les côtés mesurent ces nombres.

Cours

Des activités traitées, l'élève doit retenir :

1. le vocabulaire ; angle nul, aigu, droit, obtus, plat.
2. Connaître et savoir dessiner deux angles complémentaires ou supplémentaires
3. Connaître les angles adjacents et les angles opposés par le sommet.
4. La somme des angles d'un triangle est égale à deux angles droits (180°) et en déduire les propriétés des angles droits et équilatéraux
5. Connaître l'inégalité triangulaire et sa réciproque et la propriété caractéristique de l'appartenance d'un point à un segment.
6. Connaître les propriétés en rapport avec les côtés et les angles des triangles particuliers (rectangle, isocèle, équilatéral)
7. Connaître qu'un triangle inscrit dans un cercle et dont un côté est un diamètre du cercle est un triangle rectangle.

Exercices résolus

- 1) L'exercice traite de la procédure de construction au rapporteur d'un angle de mesure donnée.
- 2) L'exercice 2 traite de la construction d'un triangle connaissant un côté et deux angles adjacents. 4 solutions sont possibles
- 3) Dans cet exercice on développe la méthode de construction d'un triangle dont on connaît la mesure de deux côtés et la mesure d'un angle.
- 4) L'exercice 4 traite de la construction d'un triangle connaissant la mesure de ses trois côtés. La possibilité de construction de ce triangle est définie par l'inégalité triangulaire (la mesure de chaque côté est inférieure à la somme des mesures des deux autres côtés). Cette construction se fait à l'aide d'un compas.

Exercices et problèmes

Exercice 6

On trace le segment AB, on trace en utilisant le rapporteur l'angle BAX de mesure 35° et un angle BAY de mesure 62° . L'intersection de (AX) et (BY) est le point C.

Exercice 12

- 1) a) L'angle adjacent
b) non adjacent
- 2) a) non adjacent
b) adjacent

Exercice 21

Un angle droit, donc un angle mesure 90° et la somme des deux autres vaut 90°

Donc la mesure de chacun des deux ne peut dépasser 90° . Il est donc aigu et non obtus.

Exercice 22

KLM est un triangle équilatéral ses angles sont donc égaux et leur somme vaut 180° . $180 = 3 \times 60$. Donc chaque angle mesure 60° .

Exercice 30

- 1) Nadia applique que les angles d'un triangle équilatéral mesurent chacun 60°
- 2) La somme des angles d'un triangle vaut 180°
- 3) Les deux angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux
- 4) La somme des angles du triangle ACD vaut 180°

Exercice 31

Le triangle ABD est isocèle de sommet B donc les deux angles de base mesurent chacun $\frac{180^\circ - 115^\circ}{2} = 32,5^\circ$. Donc l'angle de ABD vaut $32,5^\circ$.

Les angles \widehat{DBA} et \widehat{ABC} sont complémentaires donc la mesure de l'angle $\widehat{ABC} = 180 - 115 = 65^\circ$

Le triangle ACE est isocèle donc les deux angles de base mesurent chacun 27° donc l'angle \widehat{ACE} mesure $180 - 2 \times 27 = 126^\circ$

Les deux angles \widehat{BCA} et \widehat{ACE} sont complémentaires donc l'angle \widehat{BCA} mesure $180 - 126 = 54^\circ$

Finalement dans le triangle ABC nous avons l'angle \widehat{B} mesure 65° et l'angle \widehat{C} mesure 54° .

Et donc l'angle \widehat{A} mesure $180 - (65 + 54) = 61^\circ$

QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...): mesure d'un angle, types d'angles, angles adjacents, complémentaires, supplémentaires, opposés par le sommet, types de triangles, inégalité triangulaire, somme des mesures des angles d'un triangulaire.

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés dans les réponses à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

Repères didactiques

Le parallélisme et la perpendicularité constituent deux concepts clés de la géométrie. Ils interviennent pour caractériser les figures géométriques, et aussi pour faire diverses constructions et démonstrations. Ces notions sont étudiées dès l'école primaire. Leur maîtrise est primordiale au collège.

Objectifs d'apprentissage

- Utiliser le vocabulaire géométrique : segment, demi-droite, droites, points alignés, droites parallèles, droites perpendiculaires
- Identifier des droites parallèles ou perpendiculaires
- Construire deux droites parallèles ou perpendiculaires
- Tracer par un point donné, la parallèle ou la perpendiculaire à une droite donnée
- Résoudre des problèmes de reproduction et de construction.

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie la maîtrise des élèves quelques notions pré acquises comme la notion d'appartenance d'un point à une droite, l'angle droit, le concours de deux droites...

Activités de découverte

Activité 1

- 1) Cette activité porte sur le tracé de figures simples : segment, droites, demi-droites, milieu d'un segment, ainsi que sur les symboles pour désigner un segment, une demi-droite ou une droite.

Activité 2 et Activité 3

Cette activité aborde la notion de parallélisme et de perpendicularité d'un point de vue perceptif. Les élèves doivent reconnaître à vue des droites parallèles, perpendiculaires ou des droites sécantes ni parallèles ni perpendiculaires.

Activité 4

Dans cette activité on étudie des procédures de construction de droites perpendiculaires ou parallèles. La première procédure s'opère de façon concrète à l'aide de pliage avec une feuille de papier. La deuxième procédure fait usage de l'équerre.

Cours

Des activités traitées, l'élève doit retenir :

1. le vocabulaire et les symboles relatifs aux notions de segment, droite, demi-droite, milieu d'un segment
2. l'appartenance et l'alignement des points
3. la notion de droites sécantes, perpendiculaires ou parallèles (dont le cas de droites confondues)
4. des propriétés liées au parallélisme/perpendicularité comme « d'un point donné passe une seule droite parallèle/perpendiculaire à une droite donnée », la transitivité du parallélisme
5. les propriétés liant perpendicularité et parallélisme : « si deux droites sont perpendiculaires à une même droite elles sont parallèles » ou « si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre ».
6. le projeté d'un point sur une droite et la distance d'un point à une droite.

Exercices résolus

- 1) une première procédure à trois étapes de construction d'une droite perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné est traitée. Elle fait usage de la règle et de l'équerre.
- 2) une deuxième procédure à trois étapes aussi de construction d'une droite parallèle à une droite donnée et passant par un point donné est traitée. Cette procédure se base sur une utilisation à deux reprises successives de la procédure précédente (tracer deux perpendiculaires : une perpendiculaire (d1) à la droite initiale et une deuxième perpendiculaire à (d1).

Dans cette procédure la droite (d1) joue un rôle d'auxiliaire de construction.

Exercice 1

Cet exercice est une occasion de bien faire la distinction entre droite et segment quant au parallélisme. Deux segments peuvent avoir comme support deux droites sécantes, mais ces segments ne sont pas sécants.

Par ailleurs, sur une figure, on peut tracer deux droites sécantes mais pas assez prolongées pour obtenir leur point d'intersection. Il faut donc attirer l'attention des élèves pour ne pas se fier complètement aux dessins pour conclure quant au parallélisme de deux droites.

Exercice 2

Cet exercice est un réinvestissement des propriétés sur le lien perpendicularité et parallélisme de droites

Exercices et problèmes

Exercice 7

b) $AM = \frac{AB}{2} = 2,5 \text{ cm}$

c) $AN = AB = 5 \text{ cm}$

Exercice 20

- 1) a) (AB) est nommée (d)
b) (f) est la droite (EC) et (g) est la droite (AE) ou aussi (EF) ou encore (AF)
- 2) a), (d) et (e) se coupent en A; (d) et (g) se coupent en A ; (h) et (d) se coupent en B ; (f) et (h) se coupent en C ; (f) et (g) se coupent en E

Exercice 29

- 1) on a (BC) est perpendiculaire aux deux droites (AB) et (CD) donc ces deux droites sont parallèles.
- 2) La propriété utilisée est : « si deux droites sont perpendiculaires à une même droite elles sont parallèles »

Exercice 30

- 1) (AB) et (AD) sont perpendiculaires car (AB) et (CD) sont parallèles et (AD) est perpendiculaire à (CD).
- 2) La propriété utilisée est : « si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre ».

QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...) : segment, demi droite, droites, points alignés, droites parallèles, droites perpendiculaires...

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés dans les réponses à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

Repères didactiques

Les droites remarquables dans un triangle sont des notions qui donnent naissance à plusieurs propriétés géométriques et interviennent dans plusieurs problèmes.

Cette leçon aborde les notions de médiatrices dans un triangle, cercle circonscrit à un triangle, hauteurs et orthocentre d'un triangle, aire d'un triangle, bissectrice d'un angle et cercle inscrit à un triangle.

Objectifs d'apprentissage

- Connaître et utiliser la définition de la médiatrice et caractériser ses points par la propriété de l'équidistance
- Construire le cercle circonscrit à un triangle
- Construire l'orthocentre d'un triangle
- Maîtriser le calcul de l'aire d'un triangle
- Connaître et utiliser la définition de la bissectrice d'un angle et la caractériser comme ensemble de points équidistants aux côtés de cet angle
- Construire le cercle inscrit à un triangle

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie la maîtrise des élèves de quelques notions pré acquises comme le milieu d'un segment, la hauteur d'un triangle, la bissectrice d'un angle, le diamètre d'un cercle.

Activités de découverte

Activité 1

Cette activité porte sur la construction de la médiatrice d'un segment et sa caractérisation.

- 1) a) (IJ) et (AB) sont perpendiculaires
 b) le point d'intersection de (AB) et (IJ) est le milieu du segment AB
 c) $MA = MB$
- 2) b) $OA = OB = OC$
 c) le cercle passe par A, B et C d'après 2)b).

Activité 2

Cette activité aborde la notion d'orthocentre

- 1) (d1) représente la médiatrice du segment AB

- 2)** a) $OA = OB$ car O appartient à la médiatrice (d_1) du segment AB
b) $OB = OC$ car O appartient à (d_2) la médiatrice du segment BC
c) on a d'après les questions 4)a) et 4)b) $OA=OB= OC$ donc $OA = OC$

Donc O appartient à la médiatrice du segment AC .

- 3)** O est à la même distance de A , B et C et c'est donc le centre du cercle qui passe à la fois par les points A , B et C . De plus comme $OA = OC$, O est un point de la médiatrice du segment AC .

Le centre du cercle circonscrit d'un triangle est le point d'intersection des médiatrices des côtés de triangle.

Activité 3

Cette activité traite de la notion des hauteurs dans un triangle.

- 1)** a) Les dessins 2, 3 et 4 sont faux car en 2 la droite, ne passe pas par le sommet A , en 3 et en 4 la droite n'est pas perpendiculaire à (BC) .
b) Les deux autres hauteurs sont à l'intérieur du triangle.
- 2)** b) la médiatrice et la hauteur sont toutes deux perpendiculaires à (BC) elles sont donc parallèles.
c) le triangle ABC est isocèle de sommet le point appartenant à (d') .

Activité 4

Cette activité traite de la notion de cercle inscrit.

Cours

Des activités traitées, l'élève doit retenir :

- 1.** La définition de la médiatrice d'un segment et sa caractérisation en terme d'équidistance par rapport aux extrémités du segment
- 2.** La notion de cercle circonscrit à un triangle et son centre (intersection des médiatrices du triangle). Ce centre peut être à l'extérieur du triangle.
- 3.** La notion de hauteur d'un triangle et la notion d'orthocentre
- 4.** Les formules d'aire d'un triangle en fonction des côtés et des hauteurs
- 5.** La notion de bissectrice et sa caractérisation en termes d'équidistance par rapport aux côtés de l'angle
- 6.** La notion de cercle inscrit et son centre
- 7.** Connaître la relation des médiatrices, hauteurs et bissectrice dans le cas des triangles particuliers.

Exercices résolus

- 1) L'exercice 1 expose une procédure de construction de la médiatrice d'un segment à l'aide du compas.
- 2) L'exercice 2 porte sur le tracé du cercle circonscrit à travers le tracé de deux médiatrices du triangle qui se coupent en O qui est le centre du cercle et dont le rayon est OA (ou OB ou OC).
- 3) L'exercice 3 traite de la construction de la hauteur d'un triangle à l'aide de l'équerre. Il suffit d'appliquer un côté de l'angle droit de l'équerre sur le côté opposé et veiller à ce que l'autre côté de cet angle passe par le sommet dont est issue la hauteur et de tracer la droite passant par ce sommet et la pointe de l'angle droit de l'équerre.
- 4) L'exercice 4 porte sur la construction d'une bissectrice à partir des droites remarquables.
- 5) L'exercice 5 est une application des propriétés des bissectrices (équidistance des points de la bissectrice aux côtés de l'angle) : on a M est équidistante à (BC) et (BA) donc BM est la bissectrice de l'angle ABC et donc l'angle MBC mesure 40° .

M est le point d'intersection des bissectrices des angles B et C. M appartient donc à la bissectrice de l'angle A. donc la mesure de l'angle $\widehat{CAM} = \frac{1}{2} \widehat{BAC}$.

Et puisque la mesure de l'angle A = $180 - (2 \times 40 + 2 \times 25) = 70$

Donc l'angle $\widehat{CAM} = 70/2 = 35^\circ$.

Exercices et problèmes

Exercice 1

- 1) la droite (d2) est la médiatrice du côté AC
- 2) la droite (d1) est la bissectrice de l'angle ABC
- 3) la droite (d3) est la hauteur du triangle ABC issue du sommet C.

Exercice 7

Puisque (MF) et (NE) sont les deux hauteurs du triangle MPN issues respectivement de M et de N et se coupent en A, alors la troisième hauteur qui est issue de P passe aussi par A. Et c'est la droite perpendiculaire à (MN) passant par P.

Exercice 8

On a (GE) médiatrice du segment BC et (HF) médiatrice du segment AB. Ces deux médiatrices se coupent en K. Donc la troisième médiatrice (du segment AC)) passe par K aussi. Il suffit donc de tracer la droite perpendiculaire à (AC) et passant par K.

Exercice 9

La somme des angles du triangle ADC est $D+A+C = D+43+46 = D+ 89$.

Et puisque cette somme c'est 180° . Donc $D= 180^\circ-89^\circ = 91^\circ$.

Donc l'angle D n'est pas droit. Et alors AD n'est pas une hauteur du triangle ABC.

Exercice 10

- 1) la droite (HC) est la hauteur du triangle ABH issue de H et la droite (BC) est la hauteur de du triangle ABH issue de B. ces deux hauteur se coupent en C. donc le point C est l'orthocentre du triangle ABH.
- 2) de la même façon on montre que A est l'orthocentre du triangle BCH
- 3) de même on montre que le point B est l'orthocentre du triangle ACH.

Exercice 16

Puisque A et B appartiennent au cercle alors $OA = OB$ donc O est équidistant à ces deux points donc il appartient à la médiatrice du segment AB.

Exercice 17

Puisque les deux cercles ont même rayon on en déduit que ;

$EA = EB$ donc E appartient à la médiatrice du segment AB

De même $FA = FB$ donc F appartient à la médiatrice du segment AB

Et puisque E et F sont distincts donc (EF) est la médiatrice du segment AB.

I appartient à (EF) donc il est équidistant à A et B alors I est le milieu du segment AB.

Exercice 19

O est équidistant aux points A et B donc il appartient à la médiatrice du segment AB

De même O est équidistant aux points A et C, il appartient à la médiatrice du segment AC.

Pour construire O, il suffit de tracer ces deux médiatrices et de prendre leur intersection. On obtient ainsi le point O qui est aussi à la même distance de C puisque la troisième médiatrice (celle du segment BC) passe par O.

Exercice 21

M et N sont équidistants à A et B donc ils appartiennent à la médiatrice du segment AB. Qui n'est autre que la droite (MN). Donc (MN) est perpendiculaire à (AB).

Exercice 23

1) (BE) est la bissectrice de l'angle B donc cet angle mesure $2 \times 31 = 62^\circ$

(CD) est la bissectrice de l'angle C donc cet angle mesure $2 \times 24 = 48^\circ$

Donc l'angle A mesure $180 - (62 + 48) = 70^\circ$.

2) puisque le point I est l'intersection des deux bissectrices des angles B et C alors I appartient à la bissectrice de l'angle A. Et donc AI est la bissectrice de l'angle A.

Par conséquent l'angle BAI mesure la moitié de l'angle A soit $\frac{70}{2} = 35^\circ$.

Exercice 26

Puisque O est le centre du cercle circonscrit, il appartient à la médiatrice du segment MN et donc $OM = ON$. Le triangle OMN est donc isocèle de sommet O. donc les angles à la base ont même mesure soit $\frac{180^\circ - 138^\circ}{2} = 21^\circ$

De même O est équidistant à M et P et donc le triangle OMP est isocèle de sommet O. les angles à la base ont donc même mesure, soit $\frac{180^\circ - 86^\circ}{2} = 47^\circ$

Par conséquent l'angle M mesure $21 + 47 = 68^\circ$.

QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...) : médiatrice, bissectrice, hauteur, cercle circonscrit à un triangle, cercle inscrit à un triangle, orthocentre d'un triangle, aire d'un triangle...

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés dans les réponses à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

Repères didactiques

Cette leçon a pour objet le calcul littéral : développement, simplification et factorisation des expressions algébriques.

Le développement et la factorisation est une première entrée des élèves dans l'univers de l'algèbre. Ils commencent à avoir affaire au calcul littéral. La maîtrise de ces habiletés nécessite un exercice soutenu des techniques de calcul. Plusieurs erreurs apparaissent dans ce genre de calcul littéral. Ces erreurs émergent de l'interaction entre des difficultés en rapport avec le calcul numérique et la nouveauté du calcul littéral.

La maîtrise du développement et de la factorisation, particulièrement des identités remarquables constitue un gage de la maîtrise des équations.

Le passage à l'algèbre correspond à un accès à l'abstraction dont on ne doit pas minimiser la difficulté. L'apprentissage du calcul littéral se heurte de façon naturelle à un certain nombre d'**obstacles**.

- Les différentes significations du signe « égal »
- Les différents statuts de la lettre
- Les parenthèses

Les professeurs aideront d'autant mieux leurs élèves à les surmonter qu'ils en auront une connaissance fine (voir analyse du programme ci-avant).

Objectifs d'apprentissage

- Développer le produit d'un nombre et une somme ;
- Développer le produit d'un nombre et une différence ;
- Développer le produit de deux sommes ;
- Développer le produit de deux différences
- Factoriser une expression ;
- Connaître les identités remarquables.

Ces objectifs renvoient aux habiletés suivantes : utiliser la distributivité de l'addition par rapport à la multiplication pour développer des expressions algébriques ; simplifier des expressions algébriques ; factoriser des expressions algébriques ; utiliser convenablement les identités remarquables pour le développement et la factorisation des expressions algébriques.

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie les connaissances des élèves par rapport à l'écriture d'expressions littérales. Par exemple l'aire d'un rectangle de longueur $(3+x)$ cm et de largeur 3 cm. Ou transformer des nombres comme écrire $18 \times 9 = 18(10-1)$ ou encore $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}(3-2)$.

Activités de découverte

Activité 1

Dans cette activité il s'agit de découvrir les propriétés $k(a+b) = ka + kb$ ou $k(a-b) = ka - kb$, à travers le traitement d'une situation géométrique : aires de rectangles et sous rectangles.

Activité 2

Avec le même contexte géométrique que l'activité 1, on découvre la procédure de développement de l'expression $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$

Les Activités 3 et 4

Ces activités consolident et appliquent ce qui a été construit dans l'activité 2 (double distributivité de x par rapport à $+$)

Activité 5

On choisit les quatre nombres consécutifs : $x-2, x-1, x, x+1$

On a $(x-2)(x+1) = x^2 + x - 2x - 2 = x^2 - x - 2$

Et $(x-1)x = x^2 - x$

La différence entre le premier produit et le second est égale à -2 .

Activité 6

Il s'agit de montrer algébriquement une conjoncture sur l'aire d'une figure.

Cours

Des activités traitées, l'élève doit retenir :

1. La signification d'une écriture littérale : elle comprend des lettres désignant des nombres
2. La signification de « développer » : transformer un produit en une somme ; et « factoriser » : transformer une somme en produit
3. La distributivité simple et double de x par rapport à $+$
4. Les trois identités remarquables usuelles.

Exercices résolus

Exercice 1

Cet exercice applique la technique de développement d'une expression littérale :

a) $A = 7(3x-4) = 7 \times 3x - 7 \times 4 = 21x - 28$

b) $B = \frac{1}{7}(a + \frac{3}{4}) = \frac{a}{7} + \frac{3}{28}$

Exercice 2

Dans cet exercice on développe une expression qui pose des difficultés aux élèves quant aux signes : lorsqu'une parenthèse est précédée d'un signe -.

$$A = x - 2(3 - x)$$

$$A = x - (6 - 2x)$$

$$A = x - 6 + 2x$$

$$A = 3x - 6$$

Exercice 3

Dans cet exercice on applique la double distributivité.

$$A = (4x + 3)(2x - 5)$$

$$A = 8x^2 - 14x - 15.$$

Exercice 4

On factorise l'expression $5x - 10$: le facteur commun est le nombre 5

$$5x - 10 = 5(x - 2)$$

Exercice 5

Factorisation de deux expressions

$$A = 5x^2 + 30 = 5(x^2 + 6)$$

$$B = 6x^2 - 5x = x(6x - 5)$$

Exercice 6

$$\text{Factoriser } A = (x - 2)(x - 3) - (x - 2)(2x - 5)$$

Le facteur commun est l'expression $(x - 2)$

$$\text{Donc } A = (x - 2)((x - 3) - (2x - 5))$$

$A = (x - 2)(x - 3 - 2x + 5)$ (faire attention au changement de signe en enlevant les parenthèses de l'expression $(2x - 5)$)

$$A = (x - 2)(-x + 2)$$

Exercices et problèmes

Exercice 1

a) $EF = x - 3$

b) $EF = 5x$

c) $EF = x + 3$

d) $EF = \frac{x}{5}$

Exercice 5

$$B = 75x + 22x + 2x + x = x(75+22+2+1) = 100x. \quad \text{Pour } x = 72,56, B = 7256.$$

Exercice 11

$$P = 2(x+3+4) = 2(x+7) = 2x + 14$$

$$S = 4(x+3) = 4x + 12$$

Exercice 23

$$\text{a) } A = (x+1)(x-1) = x^2 - x + x - 1 = x^2 - 1$$

$$\text{b) } 101 \times 99 = (100+1)(100-1) = 100^2 - 1 \text{ (d'après a)}$$

$$= 9999$$

$$1001 \times 999 = (1000+1)(1000-1) = 1000^2 - 1 = 999\,999$$

Exercice 31

$$\text{Aire de ABCD} = (4x+2)(6x+4) = (4x+2)2(3x+2)$$

$$\text{Aire de EFGH} = (3x+2)(8x+4) = (3x+2)2(4x+2)$$

On constate que les deux expressions sont égales.

QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...) : Développement du produit d'un nombre et une somme, du produit d'un nombre et une différence ; du produit de deux sommes ; développement du produit de deux différences ; factorisation d'une expression, identités remarquables.

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés dans les réponses à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

Repères didactiques

La recherche d'efficacité face à des problèmes plus résistants (correspondant par exemple à des programmes de calcul non réversibles), l'insuffisance de la démarche numérique face à des problèmes du type $ax + b = cx + d$, ou encore la nécessité d'obtenir les valeurs exactes des solutions de certaines équations motivent l'introduction de la lettre et la modélisation d'une situation par une équation ou une inéquation.

La méthode algébrique de résolution des équations du premier degré s'appuie sur les propriétés de l'égalité, par exemple l'invariance des solutions d'une équation par l'ajout d'une même expression à chacun de ses membres.

Pour anticiper la notion d'équation, l'élève apprend, dès le début du collège, à tester une égalité à la main ou à l'aide d'un outil numérique (tableur, calculatrice), en attribuant des valeurs numériques au nombre désigné par une lettre qui figure dans l'égalité. Il apprend à compléter des opérations à trou. Il est initié aux programmes de calcul à partir de programmes dont les opérations sont réversibles et permettent de « remonter » le programme en commençant par la dernière opération. C'est le cas dans l'exemple suivant:

Je pense à un nombre, je le multiplie par 3. Si je retranche 12 au résultat obtenu, j'obtiens 7,5. A quel nombre ai-je pensé ?

La méthode algébrique de résolution des équations du premier degré s'appuie sur les propriétés de l'égalité, par exemple l'invariance des solutions d'une équation par l'ajout d'une même expression à chacun de ses membres. L'utilisation du tableur et la programmation d'algorithmes permettent la résolution, au moins approchée, d'équations d'autres types.

Cette leçon aborde une notion nouvelle pour les élèves et qui fait partie de la pensée algébrique. Il s'agit d'introduire progressivement les élèves au champ algébrique des équations qui est en rupture avec les procédés arithmétiques.

L'initiation à la notion d'équation repose sur deux notions essentielles ; l'inconnue, et l'équivalence logique des expressions algébriques. Les élèves doivent saisir le sens de l'expression « résoudre une équation » et les procédés de résolution ainsi que la vérification de la validité des solutions trouvées. Ils doivent aussi comprendre que tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.

Une attention particulière est apportée à l'introduction d'une lettre pour désigner un nombre inconnu dans des situations où le problème ne peut pas être facilement résolu par un raisonnement arithmétique. Les programmes du collège prévoient une initiation progressive à la résolution d'équations, de manière à éviter la mise en œuvre d'algorithmes dépourvus de véritable sens.

Notons enfin que les équations sont un outil puissant pour mathématiser /modéliser et résoudre beaucoup de situations de la vie courantes ou issues d'autres disciplines.

Cette leçon est ainsi une occasion de travailler sur la modélisation par les mathématiques.

Objectifs d'apprentissage

- Reconnaître une inconnue dans une situation ;
- Reconnaître les techniques simples de résolution d'une équation ;
- Résoudre une équation de la forme $ax + b = cx + d$;
- Mettre un problème en équation.

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie les connaissances des élèves par rapport à la valeur d'expressions littérales et s'ils sont capables d'en trouver la valeur en remplaçant la variable par des nombres.

Par exemple que vaut $5x+3$ si $x = 2$; ou de vérifier la véracité d'une expression pour des valeurs données de la variable, ou aussi de « résoudre » des équations exprimées dans la « langue naturelle ». Par exemple on divise un nombre x par 7 et on trouve 2. Quel est ce nombre ?

Activités de découverte

Activité 1

Dans cette activité il s'agit d'exprimer une situation par une expression numérique. Par exemple pour l'énoncé 1, les écritures qui l'expriment sont : les options 4, 9 et 11. L'énoncé 2 est traduit par les écritures : 5 et 10

Activité 2

Cette activité exploite l'équilibre de pesées avec une balance pour approcher intuitivement la notion d'équation. Cette approche est intéressante par le fait qu'elle montre que l'équilibre (l'égalité) ne change pas en ajoutant ou retranchant la même quantité des deux membres de l'égalité.

1) L'équilibre de la balance est exprimé par l'égalité/équation :

$$3xc = 2xb + 200 \text{ où } b \text{ désigne le poids d'une bille et } c \text{ le poids d'un cube}$$

2) a) Si une bille pèse 20 g, cette équation devient $3xc = 240$ et donc $c = 80$.

b) on peut procéder en étudiant les 4 combinaisons possibles :

c	90	90	80	80
b	26	35	26	35
3xc	270	270	240	240
2xb+200	252	270	252	270

D'après le tableau on a l'équilibre c'est-à-dire $3x = 2x + 200$ si le cube pèse 90 g et la bille pèse 35 g.

Activité 3

Dans cette activité on aborde la transformation des expressions algébriques en ajoutant, retranchant, multipliant ou divisant : $x - 1 = 11$ on ajoute 1 aux deux membres ce qui aboutit à $x = 11 + 1 = 12$

...

Activité 4

On investit les règles introduites dans l'activité 3 pour développer la procédure de résolution d'une équation qui permet d'«isoler» l'inconnu x .

$3x - 8 = 7$ donc $3x = 7 + 8$ équation qui a la même solution que l'équation initiale.

D'où $x = \frac{15}{3} = 5$.

Activité 5

2)a) l'aire recherchée est le tiers de l'aire du carré soit : $\frac{1}{3} \times 3 \times 3 = 3$

b) l'aire du triangle = (hauteur \times base) / 2 = $\frac{3 \times x}{2} = \frac{3x}{2}$

c) on a $\frac{3x}{2} = 3$ donc $3x = 6$ donc $x = 2$.

Activité 6

Dans cette activité, il s'agit de mettre en équation des situations.

Problème 1 :

Le problème 1 se traduit par l'équation $3x + 7 = 10,9$

donc $3x = 10,9 - 7$ soit $3x = 3,9$ et donc $x = 1,3$.

Problème 2 :

Le problème 1 se traduit par l'équation $5x + 9 = 2x - 3$

Donc $5x - 2x = -3 - 9$ alors $3x = -12$ et donc $x = -\frac{12}{3} = -4$.

Dans les deux cas il faut inciter les élèves à vérifier si c'est juste.

Cours

Des activités traitées, l'élève doit retenir :

- 1.** La signification d'une variable dans un calcul littéral et comment calculer la valeur d'une expression en remplaçant la variable par un nombre.
- 2.** La notion d'équation, ce que signifie résoudre une équation, et les procédures algébriques de résolution (transformer l'équation en équations équivalentes pour isoler x , et ce en additionnant, soustrayant, divisant ou multipliant par un même nombre).

3. Comment mettre en équation une situation, répondre à la question et s'assurer de la véracité de la solution proposée.

Exercices résolus

Exercice 1

Ici on rappelle comment calculer la valeur d'une expression algébriques pour des valeurs particulières de la variable :

1) $A = 2x + 5$

Pour $x = 0$, $A = 5$

Pour $x = 3$, $A = 11$

Pour $x = \frac{5}{2}$, $A = 10$.

2) $B = 4x + 5y$. pour $x = 78$ et $y = 21$, $B = 4 \times 78 + 5 \times 21 = 417$.

Exercice 2

On travaille ici la procédure d'isolement de l'inconnu pour résoudre l'équation.

Exercice 3

a) La situation se traduit par l'égalité : $4(x+5) = 2y$.

b) pour $x = 8$ et $y = 26$ nous avons $4(x+5) = 52$ et $2y = 52$. L'égalité est donc vraie.

Exercice 4

Dans cet exercice on écrit en équation une égalité exprimée en langue naturelle :

$$2x+5 = 3x - 7$$

La résolution de cette équation aboutit à $x = 12$.

Exercice 5

Comme pour l'exercice 4, on met en équation une égalité exprimée en langue naturelle :

On choisit l'inconnu x on obtient : $5x+7 = 3$ la résolution par isolement de x donne $x = -\frac{4}{5}$.

Il faut habituer les élève à :

- Vérifier que la valeur trouvée est bien une solution en remplaçant x par cette valeur dans l'équation initiale
- Conclure en écrivant que « la solution de l'équation est le nombre... ».

Exercices et problèmes

Exercice 1

Dans cet exercice on traite la distinction entre expression algébrique et équation.

a) $3(x-1) + 2x$ est une expression algébrique

b) $3a + 1 = 4$ est une équation

Exercice 23

On aborde ici l'habileté de vérifier si un nombre est solution ou non d'une équation donnée. Ce qui donne du sens à la notion d'équation et apprend à l'élève à vérifier si la solution qu'il trouve est juste ou non.

a) 2 est solution de l'équation $2x-5 = x-3$ car $2 \times 2 - 5 = -1$ et $2 - 3 = -1$

b) 2 n'est pas solution de l'équation $2y+1 = 6y-2$ car $2 \times 2 + 1 = 5$ et $6 \times 2 - 2 = 10$

Exercice 34

a) $\frac{2x}{3} - \frac{1}{5} = -2x + \frac{3}{5}$ donc $\frac{2x}{3} + 2x = \frac{3}{5} + \frac{1}{5}$

$$\frac{2x}{3} + \frac{6x}{3} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{8x}{3} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{40x}{15} = \frac{12}{15}$$

$$40x = 12$$

$$x = \frac{12}{40}$$

$$x = \frac{3}{10}$$

Exercice 47

Notons x le nombre d'années recherché

$$42 + x = 3(12 + x)$$

$$42 + x = 36 + 3x$$

$$42 - 36 = 3x - x$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

Exercice 53

1) le côté du triangle équilatéral est égal à $10-c$

2) a) le périmètre du carré est égal à $4xc$

b) le périmètre du triangle équilatéral est $3x(10-c)$ d'après 1)

3) le périmètre du carré et le périmètre du triangle sont égaux ce qui signifie $4xc = 3(10-c)$

$$4xc = 30 - 3xc$$

$$7xc = 30$$

$$c = \frac{30}{7}$$

Exercice 54

Notons $x = DM$

L'aire du petit triangle bleu est $\frac{7x}{2}$

L'aire du grand triangle bleu est $\frac{7(10-x)}{2}$

Donc la somme de leurs aires est $\frac{7x}{2} + \frac{7(10-x)}{2} = 35$

L'aire du triangle vert est égale à l'aire du rectangle – somme des aires des deux triangles bleus

Soit $7 \times 10 - 35 = 35$

Donc n'importe où l'on place le point M, les deux surfaces sont égales.

Exercice 55

1) les équations c) et d)

2) $400 = 2\pi R + 100 + 100$

$$400 = 2\pi R + 200$$

$$2\pi R = 200$$

$$R = 100/2\pi$$

QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...) : inconnue dans une situation ; techniques simples de résolution d'une équation ; résolution d'une équation $ax + b = cx + d \dots$

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés dans les réponses à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

Repères didactiques

L'étude de la symétrie centrale permet de réorganiser et de compléter les connaissances sur les figures. Les travaux de géométrie plane prennent toujours appui sur des figures dessinées, suivant les cas, à main levée, à l'aide des instruments de dessin et de mesure, ou dans un environnement informatique. Ils sont conduits en liaison étroite avec l'étude des autres rubriques. Les diverses activités de géométrie habituent les élèves à expérimenter et à conjecturer, et permettent progressivement de s'entraîner à des justifications mettant en œuvre les outils du programme et ceux déjà acquis en classe de sixième.

La résolution de problèmes a pour objectifs de connaître et utiliser les propriétés conservées par symétrie centrale, les propriétés relatives aux figures usuelles (triangles, parallélogrammes, cercles), d'entretenir la pratique des constructions géométriques (aux instruments et à l'aide d'un logiciel de géométrie) et des raisonnements sous-jacents qu'elles mobilisent, de conduire sans formalisme des raisonnements géométriques simples, de familiariser les élèves avec les représentations de figures de l'espace.

La **symétrie centrale** est introduite en liaison avec le parallélogramme, pour lequel on admet que le point d'intersection des diagonales est centre de symétrie. Les symétries sont envisagées et définies en tant qu'applications ponctuelles; leurs propriétés de conservation et de transfert peuvent être mises en évidence et utilisées, mais ne sont pas exigibles en évaluation.

Les élèves apprennent à :

- Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle.
- Construire le symétrique, d'une demi-droite.
- Construire ou compléter à l'aide des instruments usuels la figure symétrique d'une figure donnée.

Un travail expérimental permet d'obtenir un inventaire abondant de figures simples. Les propriétés invariantes dans une symétrie centrale sont ainsi progressivement dégagées et comparées avec les propriétés invariantes dans une symétrie axiale. Ces travaux conduisent à :

- l'énoncé et l'utilisation de propriétés caractéristiques du parallélogramme,
- la caractérisation angulaire du parallélisme et son utilisation.

Objectifs d'apprentissage

- Reconnaître intuitivement la symétrie centrale
- Découvrir les propriétés conservées par la symétrie centrale : alignement de points, longueur d'un segment, rayon d'un cercle, etc.

- Construire le symétrique, par une symétrie centrale, d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle, etc.
- Construire ou compléter le symétrique d'une figure par une symétrie centrale.

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie la maîtrise des élèves de quelques notions pré acquises comme la notion de milieu d'un segment, les axes de symétrie d'une figure géométrique, la médiatrice d'un segment, le symétrique d'un point par rapport à une droite.

Activités de découverte

Activité 1

- 1) Cette activité est une première approche du symétrique d'un point par rapport à un autre point, via la notion de demi-tour ;
- 2) le point A coïncide avec le point A_4 et O est le milieu du segment AA_4 .

Activité 2

- 1) et 2) Cette activité investit ce qui a été développé dans l'activité 1 pour le cas d'une figure géométrique sous la forme de la lettre F.
- 3) les deux figures ont les mêmes dimensions.

Activité 3

L'objet de cette activité est de trouver le centre de symétrie d'une configuration constituée de deux figures ; la lettre A et la lettre A inversée.

Pour cela l'élève doit identifier par exemple le milieu du segment dont les extrémités sont les sommets de A et A inversée. Il s'agit du point T.

Activité 4

- 1) Dans cette activité il s'agit de construire ou de reconnaître le symétrique par rapport à un point O de points ou de sous figures d'une figure donnée : N est le symétrique de B ; R est le symétrique de D...

L'élève doit aussi savoir que le symétrique du dessin 2 est le dessin 1 (la symétrie centrale est involutive ; $SoS = id$).

- 2) Pour cette question la construction du symétrique A' du point A par rapport au point O peut se réaliser en traçant le cercle de centre O et de rayon OA. En effet on a ainsi O, A, A' sont alignés et $OA = OA'$.

Activité 5

Cette activité aborde le symétrique d'une droite (d_1) par une symétrie centrale qui est une droite (d'_1) qui lui est parallèle.

- 1) La démonstration se base sur le fait que le quadrilatère (ABA'B') est un parallélogramme (les diagonales ont même milieu O). Pour la réciproque, on considère un point M de (d₁) et on considère le point M' son symétrique par rapport à O. On a alors (AM') est parallèle à (A'M), et puisque (AB) est parallèle à (A'M) alors (AB) est parallèle à (A'M) et donc M appartient à AB = (d₁).
- 2) b) Si un point M appartient à (d₂) et M' son symétrique par rapport à O alors le quadrilatère (HMH'M') est un parallélogramme. Et donc (HM)//(H'M') et puisque (HM)//(d₂) alors (H'M') = (d₂) et alors M' appartient à d₂.
Par conséquent (H'M') = (d₂).
C'est-à-dire que (d₂) est le symétrique de d₂ par rapport à O.
c) (d₂) et (d'₂) sont parallèles parce qu'elles sont perpendiculaires à une même droite (HO).

Activités 6 et 7

Elles portent sur le symétrique d'un segment, d'une demi-droite et d'un cercle par une symétrie centrale.

On y établit de façon classique que le symétrique d'un segment d'extrémité A et B est un segment d'extrémités A' et B' les symétriques de A et B par rapport à O; et que le symétrique d'une demi-droite est une demi droite, d'origine le symétrique de l'origine de la demi droite initiale, et que le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon et dont le centre est le symétrique du cercle initial.

Cours

Des activités traitées, l'élève doit retenir :

1. la définition et comment construire le symétrique d'un point par rapport à un point donné
2. Le symétrique des figures usuelles : droite, segment, demi-droite, cercle, angle
3. Le centre de symétrie d'une figure. Par exemple le centre d'un cercle est son centre de symétrie.
4. Les ressemblances et les différences entre symétrie axiale et symétrie centrale.

Exercices résolus

Les quatre exercices de cette rubrique portent sur la procédure de construction du symétrique par rapport à un point donné de figures (triangle : exercice 1 ; cercle : exercice 2 ; figure composée ; exercices 3 et 4).

La technique repose sur la construction des symétriques de points caractéristiques ou « intéressants » de la figure considérée. Par exemple pour le triangle ce sont les sommets, pour le cercle son centre...

La conservation de la forme et des dimensions de la figure initiale est un critère pour valider la justesse de la construction. S'il s'agit de droite, le parallélisme de la droite et son symétrique sont aussi un critère de vérification.

Exercices et problèmes

Exercice 5

b) Nous avons $CA = AB = 5$

Et $AB=BD=5$

Donc $CD = CA + AB + BD = 5+5+5= 15$ cm

Exercice 15

Les couples (point, son symétrique) sont : (N, L) ; (Q, S) ; (F, M) ; (R,M) ; (P,K) (E, F).

Exercice 26

On trace D la médiatrice du segment OO' . I est le point d'intersection de OO' et de D.

Exercice 32

b) $CD = CB + BA + AD = 4 + 4 + 4 = 12$

QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...) : symétrie centrale, propriétés conservées par la symétrie centrale, symétriques des figures usuelles...

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés dans les réponses à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

Repères didactiques

Nous allons utiliser différents supports et instruments de géométrie pour classer et pour reproduire les quadrilatères particuliers :

Les supports :

- Le papier quadrillé, le papier pointé (mailles de formes diverses) :

Ils permettent des activités de reproduction, de construction, de représentation. Ce sont des supports d'emploi facile pour tracer des droites perpendiculaires, des droites parallèles. Ils permettent de reporter ou de comparer certaines longueurs de segments dont les extrémités sont les noeuds du réseau. Ils permettent aussi des activités de repérage et on peut les utiliser pour approcher la notion de transformation géométrique. Néanmoins, leur utilisation masque le recours aux propriétés géométriques dans les activités de reproduction et de construction. Les élèves peuvent réussir à reproduire et à construire des figures géométriques sur du papier quadrillé et échouer à ces mêmes activités sur papier uni.

- Le papier uni :

Dans les activités de reproduction, il engage les élèves à une analyse géométrique de l'objet.

Dans les activités de construction, il oblige les élèves à utiliser les propriétés géométriques des objets.

Les instruments :

- le papier calque : il peut être utilisé comme moyen de contrôle.
- le compas : pour reporter des longueurs, pour tracer des cercles et des arcs de cercle.
- la règle non graduée permet de tracer des droites passant par deux points, de vérifier l'alignement de trois points ou plus, de tracer des segments dont les extrémités sont connues.
- la règle graduée permet de tracer des segments de longueur donnée ou de mesurer approximativement la longueur d'un segment déjà tracé.
- l'équerre sert à tracer des angles droits et des droites perpendiculaires. Elle sert aussi à vérifier qu'un angle est droit ou que deux droites sont perpendiculaires. En faisant glisser un des côtés de l'angle droit sur une droite tracée, on peut utiliser l'équerre pour tracer un réseau de droites parallèles. On peut remplacer l'équerre par un gabarit carré ou rectangulaire.
- les gabarits d'angles ou d'autres figures géométriques planes.
- éventuellement le rapporteur : on peut en faire construire en utilisant les gabarits d'angles particuliers.

Nous proposons ici une description des instruments de géométrie ainsi que les techniques utilisées par les élèves dans leur utilisation.

La règle graduée est porteuse de la propriété d'alignement ainsi que d'un système d'unités permettant une mesure de certaines longueurs par lecture directe. Elle a essentiellement trois usages attendus :

- outil de tracé : elle sert à tracer des traits droits, soit pour relier des points déjà tracés, soit pour prolonger des traits droits déjà tracés, soit pour produire un tracé dans une direction donnée par un autre instrument auprès duquel on la place (équerre notamment).
- outil de vérification du rectiligne : elle sert à vérifier des alignements ou à en produire. Le constat de l'alignement peut ou non être suivi d'un tracé. La production de points alignés peut s'accompagner ou non du tracé de la droite.
- outil de mesure : elle sert à mesurer des longueurs et à reporter des longueurs comme écart entre deux graduations.

Sur le plan technique, pour relier des points déjà tracés, il faut contrôler la coïncidence du bord de la règle avec ces points, et tracer avec la pointe de crayon (bien taillé) en contact avec le bord de la règle. Pour prolonger un segment, il faut d'une part en faire coïncider une partie avec le bord de la règle en laissant libre une autre partie du bord de la règle du côté où doit se faire le prolongement ; d'autre part tracer avec la pointe de crayon (bien taillé) en contact avec le bord de la règle.

L'équerre, dans l'usage attendu, sert essentiellement à tracer des perpendiculaires, des angles droits ou à les vérifier. Elle est ainsi porteuse de la propriété de perpendicularité. Cependant les équerres du commerce ont beaucoup d'autres propriétés : l'alignement bien sûr mais aussi un ou deux autres angles. D'ailleurs, dans l'usage scolaire, l'équerre sert aussi à tracer des parallèles, souvent en référence au théorème de la perpendiculaire commune, mais le parallélisme peut s'obtenir par la technique du glissement à partir de n'importe quel angle de l'équerre et cet usage est présent dans beaucoup de manuels du primaire. De plus, les équerres des élèves sont en général graduées sur un côté, ce qui fait qu'elles ont aussi les mêmes fonctions qu'une règle graduée. Ainsi, l'équerre usuelle cumule trois fonctions possibles : contrôler ou construire des angles droits (ou d'autres angles fixés), tracer des traits droits, mesurer et, en association avec une règle, tracer des parallèles.

Sur le plan technique, pour tracer ou vérifier des angles droits, l'équerre demande de contrôler deux directions, ce qui empêche en général de la placer correctement du premier coup et demande d'utiliser des déplacements. Son utilisation correcte est donc coûteuse en gestes. Par exemple, pour tracer une perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné, il faut bien placer un côté de l'angle droit sur la droite, faire glisser l'équerre en maintenant la coïncidence avec la droite jusqu'à ce que le deuxième côté de l'angle droit passe par le point donné (on utilise éventuellement une règle pour contrôler ce déplacement) et tracer selon ce deuxième côté.

Le compas est un instrument de tracé pour les cercles et aussi un instrument de report et de comparaison de longueurs. Il matérialise la propriété de conservation des distances. Cependant, on peut attendre que les élèves le considèrent surtout comme un instrument de tracé puisque c'est dans ce type de tâches qu'ils y ont le plus souvent recours dès l'introduction du compas.

Le cercle et le compas sont ainsi amalgamés et difficiles à dissocier.

Le rapporteur est un outil utilisé pour mesurer des angles ou pour construire des figures dans le cas où des mesures des angles de ces figures sont données.

Il y a des difficultés réelles liées à l'utilisation du rapporteur :

- Un rapporteur comporte deux graduations qui vont dans des sens différents.
- Tantôt c'est le bord intérieur du rapporteur qu'il faut poser sur un des côtés de l'angle, tantôt, c'est une ligne dessinée sur le rapporteur parallèlement à ce bord.
- L'autre côté de l'angle n'est pas figuré sur l'instrument.

Objectifs d'apprentissage

- Connaître et utiliser la définition et les propriétés du parallélogramme.
- Connaître et utiliser la définition et les propriétés du carré, du losange et du rectangle.
- Construire un parallélogramme, un rectangle, un losange et un carré.
- Résoudre des problèmes faisant intervenir ces quadrilatères.

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie si les élèves maîtrisent les savoirs et les savoir-faire nécessaires pour les apprentissages de cette leçon:

- vocabulaire utilisé pour désigner les différents éléments d'un parallélogramme et des quadrilatères particuliers: diagonales, côtés opposés, côtés consécutifs, axes de symétrie.
- notations convenables d'un parallélogramme et des quadrilatères particuliers par des lettres de l'alphabet.

Activités de découverte

Activité 1

Il s'agit ici de reproduire un parallélogramme sur une feuille quadrillée, celle du cahier par exemple, cela fait apparaître un parallélogramme comme une intersection de deux bandes ayant chacune ses deux côtés parallèles. Cela fait apparaître le parallélisme des côtés opposés d'un parallélogramme.

Activité 2

Dans cette activité ,en utilisant la symétrie centrale de centre le point d'intersection des deux diagonales du parallélogramme et les propriétés de conservation de la mesure des longueurs et celle des angles par la symétrie centrale, l'élève découvre que les côtés opposés dans un parallélogramme sont de même longueur et que les angles opposés sont aussi de même mesure.

Activité 3

dans cette activité ,en utilisant les propriétés de la symétrie centrale, on caractérise le parallélogramme comme étant un quadrilatère dont les deux diagonales ont même milieu

Activité 4

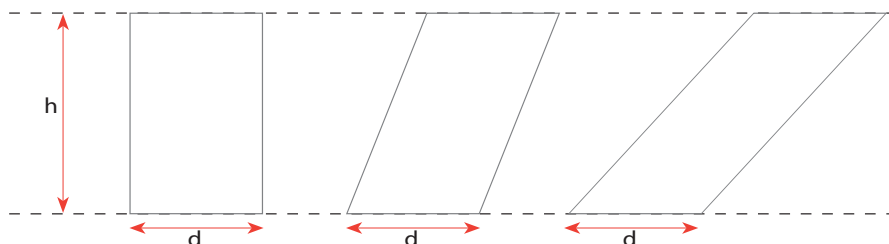
dans cette activité ,les élèves construisent un rectangle, un losange et un carré en utilisant les instruments de géométrie: la règle , l'équerre et le compas.

Activité 5

Il s'agit de construire des quadrilatères à partir de certaines données et de reconnaître par la suite s'il s'agit d'un rectangle , d'un losange, ou d'un carré. cela permet aux élèves de connaître certaines propriétés de ces quadrilatères particuliers.

Activité 6

l'élève redécouvre l'aire d'un parallélogramme par des procédures de découpage assemblage et se représente la formule qui donne l'aire du parallélogramme de manière dynamique. tous les parallélogrammes construits ci dessous ont la même aire $d \times h$:



Cours

Les définitions du parallélogramme et des quadrilatères sont données ainsi que les différentes propriétés utilisant les côtés, les angles ou les diagonales. on a explicité dans chaque cas les données et la conclusion ainsi que les éléments de symétrie de chaque quadrilatère. les formules de l'aire du parallélogramme et des quadrilatères particuliers sont aussi proposées à la fin.

Exercices résolus

Il s'agit de construire un parallélogramme et des quadrilatères particuliers en utilisant des variables didactiques :

- Sur un quadrillage.
- Sur un papier uni en utilisant la règle non graduée et le compas.
- A partir des diagonales.
- Dans le dernier exercice l'élève apprend comment démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme.

Exercices et problèmes

Exercices 1 à 7

Ils portent sur les propriétés du parallélogramme.

Exercices 8 à 16

Ils portent sur la construction du parallélogramme dans différentes situations : sur du papier quadrillé, sur du papier uni, sur du papier pointé, à partir des diagonales, à partir de deux côtés et un angle....

Exercices 17 à 23

Ils portent sur les propriétés des parallélogrammes particuliers.

Exercices 24 à 40

Ils portent sur la construction des parallélogrammes particuliers.

Exercices 41 à 44

Ces exercices portent sur l'aire du parallélogramme.

Exercices 45 à 47

Ces exercices Portent sur les aires des parallélogrammes particuliers.

Exercices 48

- a) • on a $(EF) \parallel (BD)$ et $(HG) \parallel (BD)$ donc $(EF) \parallel (HG)$.
• on a aussi $(EH) \parallel (AC)$ et $(FG) \parallel (AC)$ donc $(EH) \parallel (FG)$.
le quadrilatère EFGH à ses côtés opposés parallèles donc c'est un parallélogramme.
- b) même raisonnement pour montrer que EACH est un parallélogramme et on déduit alors que $EH=AC$.
- c) EFBD est un parallélogramme car par construction $(EF) \parallel (BD)$ et $(FB) \parallel (ED)$ (car $(FB) \parallel (AC)$ et $(ED) \parallel (AC)$) donc $EF=BD$.
- d) ABCD est un rectangle donc ces deux diagonales ont même longueur : $AC=BD$
et comme $EF=BD$ et $EH=AC$ donc $EF=EH$.
- e) on a EFGH est un parallélogramme donc $EF=HG$ et $EH=FG$ et comme $EF=EH$ d'après la question précédente on déduit que EFGH est un parallélogramme dont les côtés sont de même longueur donc EFGH est un losange.

QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...).

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés dans les réponses à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

Repères didactiques

Dans cette leçon les élèves vont connaître le vocabulaire associé aux angles : angles complémentaires, supplémentaires, adjacents, opposés par le sommet et différencier les angles les uns des autres. Ils vont apprendre à utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques dans des situations différentes. Ils vont aussi utiliser les propriétés relatives aux droites parallèles et aux droites perpendiculaires.

Objectifs d'apprentissage

- Connaître et utiliser le vocabulaire ainsi que les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques
- Connaître et utiliser les propriétés relatives aux droites parallèles et aux droites perpendiculaires

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie les prérequis des élèves relatifs à la connaissance des côtés d'un angle ainsi que leur notation et à la somme des angles d'un triangle. Il vérifie aussi quelques savoir-faire de base sur le calcul de la mesure d'angles dans des figures simples.

Activités de découverte

Activité 1

Dans cette activité, nous définissons le sens de :

- Deux angles alternes-internes;
- Deux angles correspondants;
- Deux angles opposés par le sommet.

avec des illustrations sur des figures, nous proposons ensuite aux élèves de reconnaître sur des figures chaque types d'angles.

Activité 2

Dans cette activité les élèves vont reconnaître deux angles opposés et comparer leurs mesures en utilisant les propriétés de la symétrie centrale.

Activité 3

En utilisant la conservation de la mesure des angles par une symétrie centrale, les élèves vont comparer les mesures des deux angles alternes-internes sur une figure tracée sur papier quadrillé.

Activité 4

En utilisant les résultats des activités précédentes, les élèves vont montrer que deux angles correspondants ont même mesure.

Cours

Dans ce cours, nous rappelons les définitions des angles complémentaires et des angles supplémentaires et nous définissons :

- Les angles adjacents;
- Les angles opposés;
- Les angles alternes-internes;
- Les angles correspondants.

Deux exemples d'illustrations sont donnés.

Les propriétés relatives à la mesure de chaque type d'angles sont aussi précisées.

Exercices résolus

Exercice 1

L'élève, sur une figure, déduit la mesure d'un angle opposé à un angle dont la mesure est connue en utilisant la propriété sur l'égalité des mesures d'un angle et de l'angle qui lui est opposé.

Exercice 2

Dans cet exercice, l'élève déduit le parallélisme de deux droites en utilisant l'égalité de mesure des angles alternes-internes.

Exercice 3

Il s'agit de déduire la mesure d'un angle à partir de la mesure de l'angle qui lui est correspondant.

Exercice 4

Il s'agit de déduire l'alignement de trois points à partir de la somme des mesures de deux angles adjacents.

Exercice 5

Dans cet exercice, l'élève doit conclure la perpendicularité de deux droites en combinant des raisonnements sur les angles : angles opposés et angles complémentaires ainsi que la somme des mesures d'un triangle.

Exercice 6

Il s'agit de montrer le parallélisme de deux droites sur une figure à partir d'un raisonnement sur les angles.

Exercices et problèmes

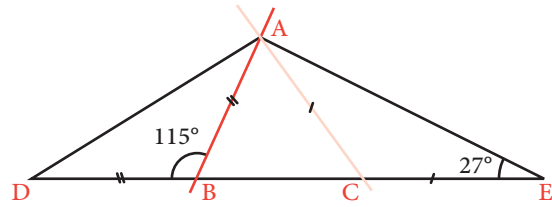
Exercice 16

$$\widehat{ABD} = 180^\circ - 115 = 65^\circ$$

$$\widehat{ACE} = 180^\circ - 2 \times 27^\circ = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$$

$$\widehat{BCA} = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 180^\circ - (54^\circ + 65^\circ) = 61^\circ$$



QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...).

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés dans les réponses à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

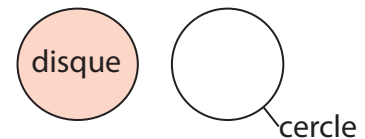
Repères didactiques

L'étude du disque se limite souvent à des définitions formelles des notions de centre, de rayon et de diamètre qui paraissent évidentes. Bien sûr, il est possible de faire vivre et de faire manipuler ces notions par les enfants (rondes, pliages, superpositions, ...)

Mais pourquoi ne pas aller plus loin en comparant le disque au polygone ou à l'ovale sur le plan de la reconnaissance de ces formes? Et rechercher si les notions de centre, de rayon et de diamètre peuvent aussi s'appliquer à ces figures? Et si les enfants «peuvent», aller jusqu'à la découverte intuitive des notions d'axes et de centre de symétrie?

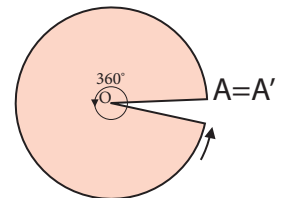
Les élèves confondent souvent disque et cercle.

- Un disque D de rayon R et de centre O et la surface qui comprend tous les points du plan dont la distance à O est inférieure ou égale à R .
- Le disque inclut donc sa frontière qui est la ligne formée des points situés exactement à la distance R du centre O . Cette frontière s'appelle cercle (C) .



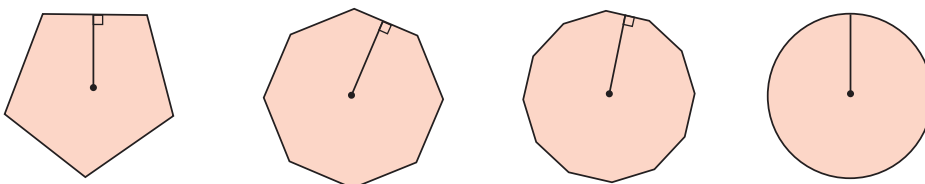
On peut donner du disque d'autres définitions équivalentes. Citons-en à titre d'exemple :

- La portion de plan balayée par la rotation de 360° d'un segment autour d'une de ses extrémités;
- La limite d'un polygone régulier lorsque, tout en restant inscrit dans un cercle fixe, le nombre de côtés de celui-ci tend vers l'infini.



En effet, lorsque le nombre de côtés du polygone régulier augmente, la longueur de ces côtés devient tellement petite que la frontière du polygone tend de plus en plus à devenir la ligne formée des points situés à égale distance d'un point donné, c'est-à-dire un cercle.

L'apothème du polygone devient alors le rayon du cercle ou du disque.



Dans cette transformation, on passe du domaine des polygones au domaine des non-polygones de façon continue : en mathématiques, les choses se font en douceur. C'est bien là que réside l'idée de **limite**.

Objectifs d'apprentissage

- Construire un cercle connaissant le centre et le rayon;
- Construire un cercle connaissant le diamètre;
- Construire la tangente à un cercle;
- Connaître les formules pour calculer le périmètre d'un cercle et l'aire d'un disque.

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie les prérequis des élèves sur le cercle et le disque : rayon, diamètre, distinction entre cercle et disque. Il permet aussi aux élèves de vérifier leur idée intuitive de la distance d'un point à une droite ainsi que le nombre de points d'intersection d'un cercle et d'une droite.

Activités de découverte

Activité 1

Le cercle dans cette activité est présenté comme ensemble de points situés à une distance donnée d'un point fixe.

Activité 2

Les élèves redécouvrent une autre fois le vocabulaire relatif au cercle : rayon, diamètre, corde.

Activité 3

Il s'agit ici d'appliquer un programme pour construire une figure en utilisant la notion de cercle.

Activité 4

Dans cette activité, les élèves retrouvent un programme de construction, à partir d'une figure donnée.

Activité 5

Dans cette activité, les élèves découvrent l'intersection d'une droite et d'un cercle selon la distance du centre du cercle à la droite comparée au rayon du cercle.

Ils découvrent aussi que la tangente (d) à un cercle coupe celui-ci en un seul point appelé point de contact de la droite (d) et du cercle et que la droite (OH) et la droite (d) sont perpendiculaires en H et que la distance du centre O du cercle à la droite (d) est OH.

Cours

On redéfinit, dans ce cours, les notions de rayon, de diamètre, d'une corde et d'un arc de cercle. On définit aussi la notion de disque en mettant l'accent sur la distinction entre cercle et disque.

On définit aussi la droite tangente à un cercle et la distance d'un point à une droite.

Enfin, on donne les formules du périmètre et de l'aire d'un disque.

Exercices résolus

Exercice 1

Dans cet exercice, l'élève apprend à construire des points situés à des distances données d'autres points en utilisant le compas.

Exercice 2

l'élève apprend dans cet exercice à construire un triangle dont les mesures des côtés sont données en utilisant le compas.

Exercice 3

Il s'agit dans cet exercice de construire un losange en utilisant le compas..

Exercices et problèmes

- Les exercices de 1 à 9 portent sur le vocabulaire lié au cercle et au disque : centre, rayon, diamètre, corde, ... et sur la construction de figures géométriques faisant appel au cercle comme objet ou comme outil.
- Les exercices de 20 à 26 portent sur la distance d'un point à une droite.
- Les exercices de 27 à 32 ont pour objet l'utilisation et la construction de tangentes à un cercle.
- Dans les exercices de 33 à 37, les élèves calculent le périmètre, l'aire et les dimensions de cercle : rayon et diamètre..
- Les exercices 39, 40 et 41 ont pour objet l'utilisation de la notion de cercle pour construire des triangles.

QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...).

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés dans les réponses à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

Repères didactiques

À l'école primaire, la manipulation, l'observation, la description et la représentation de nombreux solides (pavé droit, cube, prisme droit, pyramide, cylindre, cône et boule) ont permis à l'élève de développer et structurer sa vision de l'espace environnant. L'ensemble de ces travaux l'ont conduit à mettre en jeu des grandeurs géométriques (aire, volume, angle) et leur mesure. Ce travail s'est fait conjointement avec une première modélisation de l'espace familier (la classe, l'établissement, l'environnement urbain proche, etc.) ouvrant sur des problèmes simples.

Au collège, l'élève prolonge ce travail et aborde des situations dans un environnement plus complexe. Confronté à des problèmes spatiaux et à des calculs de mesure de grandeurs, il mobilise les notions étudiées en primaire, notamment celles relevant de la géométrie plane (parallélisme, orthogonalité, ...).

Ce travail permet à l'élève de passer progressivement de l'observation de solides concrets à leur représentation à l'aide de patrons ou de vues partielles, afin d'aboutir ensuite à des représentations plus riches et plus abstraites.

La perspective cavalière, qui ne constitue pas un objet d'étude en soi, est utilisée en classe. L'élève, une fois familiarisé avec la représentation d'objets simples en perspective, peut s'appuyer sur l'utilisation régulière d'un logiciel de géométrie dynamique. L'enseignant veille à mettre en évidence l'apport de ce nouvel outil, notamment, dans l'observation et l'exploitation de différentes vues d'un même objet de l'espace. Les problèmes qui mettent en jeu des grandeurs (longueur, aire ou volume par exemple) fournissent des situations complexes propices au développement de la vision de l'espace.

On peut citer notamment :

- la réalisation de maquettes (pouvant être obtenues avec l'aide d'un logiciel), d'un patron (par exemple la construction du patron d'un cône sous contraintes : périmètre à la base donnée, ou périmètre à la base et hauteur donnés, ou aire fixée).
- le calcul du volume d'un solide (thème grandeurs et mesures)

Les travaux de description, de modélisation, de représentation du monde réel environnant fournissent un terrain fertile au développement des compétences dans la vision de l'espace et dans sa représentation. Il est souhaitable de s'appuyer autant que possible sur des objets présents et identifiables dans l'environnement familier des élèves.

Dans ce thème, les possibilités de différenciation peuvent s'exercer :

- en diversifiant les supports et les outils pour appréhender l'espace : solides usuels, maquette, vue en perspective, vue en coupe, figure réalisée à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, etc. ;
- en délivrant un accompagnement spécifique, que ce soit pour des travaux en classe ou hors la classe : on peut par exemple envisager un travail collaboratif comme la construction d'un patron en imposant certaines contraintes ;
- en guidant plus ou moins l'élève dans la réalisation de la tâche, au moyen de supports concrets susceptibles de l'aider ou par le biais de questions supplémentaires. (Représenter l'espace, eduscol).

Objectifs de la leçon

- Reconnaître et fabriquer un prisme droit et un cylindre de révolution ;
- Dessiner, ces deux solides, en perspective cavalière ;
- Reconnaître et dessiner des patrons de ces deux solides ;
- Calculer l'aire latérale et l'aire totale d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution ;
- Calculer le volume d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution.

Je vérifie mes prérequis

Ce QCM vérifie si les élèves maîtrisent les savoirs et les savoir-faire nécessaires pour les apprentissages de cette leçon:

- Faces , sommets, arêtes d'un pavé droit
- conversion de mesures
- patrons d'un pavé droit

Activités de découverte

Activité 1

Les élèves complètent un tableau en écrivant le nombre de faces, le nombre de sommets et le nombre d'arêtes de quelques solides .Ils reconnaissent les bases et les faces latérales de quelques prismes et les comparent.

Activité 2

Les élèves reconnaissent un patron d'un cylindre et le construisent.

Activité 3

Les élèves reconnaissent un patron d'un prisme et le construisent.

Activité 4

Les élèves utilisent deux façons pour calculer l'aire latérale d'un prisme droit.

Activité 5

Les élèves calculent l'aire latérale d'un cylindre .

Activité 6

Les élèves calculent le volume d'un prisme droit. .

Activité 5

Les élèves calculent le volume d'un cylindre .

Cours

- 1.** Prisme droit: On définit un prisme droit comme un solide qui a deux faces parallèles et superposables (les bases) et dont les autres faces (les faces latérales) sont des rectangles perpendiculaires aux bases.
- 2.** Cylindre de révolution: On définit un cylindre comme un solide qui a deux bases parallèles et superposables et qui sont toujours des disques et qui a une face courbe qui, mise à plat, est un rectangle.
Nous avons présenté la perspective cavalière et l'utilisation d'un patron comme deux façons différentes pour représenter un solide.
- 3.** Aire latérale d'un prisme droit: C'est l'aire qui s'obtient en multipliant le périmètre de la base par la hauteur. L'aire totale d'un prisme droit est l'aire latérale plus l'aire des deux bases du prisme.
- 4.** Aire latérale d'un cylindre: L'aire latérale et l'aire totale d'un cylindre sont définies comme celles d'un prisme droit.

Les unités de volume et de contenance sont rappelées ainsi que le tableau qui permet la conversion d'une mesure à l'autre. Les formules qui donnent les volumes d'un parallélépipède rectangle, d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution sont aussi rappelées.

Exercices résolus

Exercice 1:

Cet exercice porte sur la manière de calculer l'aire latérale d'un prisme droit dont la base est un parallélogramme.

Exercice 2:

dans cet exercice l'élève trace le patron d'un cylindre de rayon 1 cm et de hauteur 3 cm. Il calcule ensuite son aire latérale.

Exercice 3:

On demande à l'élève de représenter en perspective cavalière sur du papier cahier, un prisme de base rectangulaire.

Exercice 4:

On demande à l'élève de représenter en perspective cavalière sur du papier cahier, un cylindre de révolution.

Exercice 5:

L'élève fabrique un prisme de 2,5cm de hauteur et de base un parallélogramme de côtés 3cm et 2cm et l'un de ses angles mesure 60 degré.

Exercice 6:

Les élèves fabriquent un cylindre en papier de hauteur 5cm et de diamètre 3cm.

Exercices et problèmes

Exercices 1 à 5

Ils portent sur la description de solides .

Exercices 6 à 20

Ils portent sur la reproduction de dessins de solides sur papier quadrillé et sur du papier uni . Il est demandé aux élèves aussi de compléter des dessins de solides en perspective cavalière.

Exercices 21 à 31

ces exercices portent sur la reconnaissance et sur le dessin de patrons des solides .

Exercices 32 à 47

ces exercices portent sur le calcul de l'aire latérale, de l'aire totale et sur le volume des solides ainsi que sur leurs autres dimensions.

QCM pour s'évaluer.

A la suite des résultats d'évaluation que permet le QCM, les élèves peuvent revenir sur certains exercices ,choisis par l'enseignant, pour remédier à leurs difficultés. l'enseignant les accompagne et les guide dans la résolution de ces exercices.

Repères didactiques

ce cours mettra en place la notion d'abscisse d'un point sur une droite graduée et montrera comment lire l'abscisse d'un point sur cette droite, placer un point d'abscisse donnée et déterminer la distance de deux points de cette droite dont on connaît les abscisses. Dans le plan, ce cours définira ensuite les notions d'abscisse, d'ordonnée, de coordonnées d'un point ainsi que la notion d'origine des graduations. Enfin, il montrera comment placer un point de coordonnées données et à lire les coordonnées d'un point donné.

Pour repérer les points sur une droite graduée, on choisit :

- Une origine
- Un sens
- Une unité de longueur

Chaque point d'une droite graduée est repéré par un nombre appelé abscisse de ce point.

L'origine de la droite graduée a pour abscisse le nombre 0.

Un repère du plan est constitué de deux droites graduées appelées les axes du repère :

- L'axe des abscisses;
- L'axe des ordonnées.

Le point d'intersection des deux axes est l'origine du repère.

Dans un repère un point est repéré par deux nombres appelés les coordonnées du point :

- Le premier nombre s'appelle l'abscisse du point et se lit sur l'axe des abscisses.
- Le second nombre s'appelle l'ordonnée du point et se lit sur l'axe des ordonnées.

Pour écrire les coordonnées d'un point, on utilise la notation suivante :

Nom du point (abscisse ; ordonnée) exemple $A(2, 3)$.

L'origine du repère a pour abscisse zéro et pour ordonnée zéro.

Objectifs de la leçon

- Construire une droite graduée.
- Déterminer l'abscisse d'un point sur une droite graduée.
- Calculer la distance entre deux points sur une droite graduée.
- Construire un repère orthogonal.
- Déterminer les coordonnées d'un point dans un repère orthogonal.

Je vérifie mes prérequis

Il s'agit de vérifier les prérequis des élèves à propos :

- de l'écriture de l'abscisse d'un point sur une droite graduée
- des opérations d'addition et de soustraction des nombres décimaux

Activités de découverte

Activité 1

Cette activité porte sur la construction d'une droite graduée.

Activité 2

Dans cette activité les élèves écrivent les abscisses de certains points sur une droite graduée et placent des points, dont les abscisses sont données ,sur une droite graduée.

Activité 3

Les élèves écrivent la distance entre des couples de points donnés sur une droite graduée.

Activité 4

Sur l'écran d'une console de jeux , l'élève doit guider un personnage d'un point donné jusqu'à un autre point en passant par des points fixés à l'avance. Cette activité nécessite le recours aux coordonnées d'un point dans le plan rapporté à un repère.

Activité 5

Sur une carte de l'Afrique du nord les élèves déterminent les coordonnées de certains points représentant des villes sur cette carte.

Cours

1. définition d'une droite graduée.
2. abscisse d'un point sur une droite.
3. distance d'un point sur une droite graduée.
4. repère dans le plan.
5. coordonnées d'un point dans le plan rapporté à un repère.

Exercices résolus

Exercice 1:

l'élève écrit l'abscisse d'un point sur une droite . Des commentaires pédagogiques sont présentés à l'élève pour l'aider à mieux comprendre et savoir écrire l'abscisse d'un point sur une droite graduée.

Exercice 2:

L'élève écrit les abscisses de deux points et déduit la distance entre ces deux points.

Exercice 3:

l'élève trace un repère du plan et place un point dont les coordonnées sont données.

Exercice 4:

l'élève écrit les coordonnées de points placés dans un repère donné et place des points de coordonnées données.

Exercices et problèmes

Exercices 1 à 9

Les élèves tracent des droites graduées et écrivent les coordonnées de certains points placés sur ces droites . ils placent aussi sur une droite graduée des points dont les coordonnées sont données.

Exercices 9 à 14

Les élèves tracent des repères du plan et écrivent les coordonnées de certains points placés dans ces repères . ils placent aussi dans un repère des points dont les coordonnées sont données.

Exercices 15 à 23

Les élèves résolvent des exercices, faisant appel à des figures géométriques ainsi qu'à des transformations géométriques simples, dans des repères du plan.

QCM pour s'évaluer.

A la suite des résultats d'évaluation, les élèves peuvent revenir sur certains exercices pour remédier à leurs difficultés. L'enseignant les guide dans ce travail.

Repères didactiques

La proportionnalité est une notion autour de laquelle peuvent être pensés et organisés de nombreux apprentissages mathématiques. Sa maîtrise est essentielle tant pour un usage dans la vie courante que dans un cadre professionnel. Son apprentissage a commencé dès les premières années de l'école primaire et continue au cours des années suivantes

L'objectif n'est pas, à ce stade, de mettre en avant telle ou telle procédure particulière, mais de permettre à l'élève de disposer d'un répertoire de procédures, s'appuyant toujours sur le sens, parmi lesquelles il pourra choisir en fonction des nombres en jeu dans chaque situation.

La résolution de problèmes de proportionnalité permet d'acquérir des connaissances et de développer des compétences en lien avec d'autres disciplines.

Les premières activités sur la proportionnalité sont proposées dès la première année du cycle ; les élèves ont recours à des procédures utilisant les propriétés de la linéarité (procédure utilisant la propriété de linéarité pour l'addition, procédure utilisant la propriété de linéarité pour la multiplication par un nombre). Ensuite, les élèves rencontrent progressivement des situations qui nécessitent de combiner des procédures utilisant les propriétés de la linéarité (procédure mixte utilisant les propriétés de linéarité pour l'addition et pour la multiplication par un nombre, passage par l'unité). Par la suite, s'ajoutent des problèmes impliquant des échelles ou des vitesses constantes. Si le coefficient de proportionnalité est déjà rencontré à l'école primaire, notamment lors de travaux sur les échelles, son institutionnalisation dans un cadre général sera faite les années prochaines.

Toutes les procédures introduites à l'école primaire pour résoudre des problèmes de proportionnalité continuent à être utilisées en fonction des nombres en jeu dans les problèmes proposés et des connaissances de faits numériques des élèves. Des tableaux de proportionnalité sont régulièrement utilisés pour résoudre des problèmes ; ils facilitent l'utilisation du coefficient de proportionnalité, particulièrement efficace quand un nombre important de données doivent être calculées. Le produit en croix est introduit après l'étude de l'égalité des fractions ; il permet de calculer rapidement une quatrième proportionnelle, quand les nombres en jeu ne permettent pas d'utiliser facilement des procédures basées sur les propriétés de linéarité. En fin de cycle, les élèves font le lien entre les fonctions linéaires et la proportionnalité.

La proportionnalité est appréhendée dans de nombreuses autres disciplines (géographie, EPS, sciences et technologie, etc.) ou dans des situations de la vie courante, ce qui permet de renforcer le travail mené en mathématiques. L'enseignant propose aux élèves des situations variées relevant de la proportionnalité et leur apprend à mobiliser différentes procédures pour résoudre des

problèmes dans des contextes variés. L'enseignant invite les élèves à comparer ces procédures afin de constater que certaines sont plus efficaces que d'autres selon les nombres en jeu.

Pour que la proportionnalité prenne tout son sens, l'élève doit aussi être confronté à des situations ne relevant pas de la proportionnalité (« Si je mesure 1 mètre à 10 ans, je peux mesurer 2 mètres à 20 ans mais sûrement pas 4 mètres à 40 ans et je sais aussi que je ne mesurais pas 10 centimètres à 1 an. ») Le travail sur la proportionnalité est particulièrement propice au développement des six compétences travaillées en mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer.

Chercher : tester, essayer plusieurs pistes de résolution dans la résolution de problèmes relevant des structures multiplicatives.

Modéliser : apprendre à modéliser des situations concrètes et reconnaître si elles relèvent de la proportionnalité ou non.

Représenter : se questionner sur le caractère proportionnel d'une situation représentée graphiquement en géographie, en sciences et technologie par exemple (une situation de proportionnalité entre deux grandeurs a pour représentation graphique un ensemble de points alignés avec l'origine).

Raisonner : chacune des étapes de résolution d'un problème relevant de la proportionnalité (compréhension de l'énoncé, identification d'une situation de proportionnalité, recherche, production et rédaction d'une solution) fait appel au raisonnement.

Calculer : les nombres en jeu et l'état des connaissances des élèves vont permettre de varier les modalités de calcul mises en oeuvre (calcul mental, en ligne, posé, instrumenté).

Communiquer : l'explicitation de ce qui est fait nécessite un réel travail de communication tant à l'oral qu'à l'écrit. Différencier le vocabulaire des structures additives « de plus » et « de moins » et celui des structures multiplicatives « fois plus » et « fois moins ».

Dans la résolution de problèmes relevant de la proportionnalité, différentes procédures sont à faire travailler par les élèves. Dans chacun des thèmes du programme, l'enseignant veille à oraliser les procédures possibles en termes similaires, ce qui permet aux élèves de les réinvestir dans différents registres – numérique – grandeurs – géométrique, tout en comprenant qu'elles relèvent de la même notion.

Des procédures relevant de la proportionnalité sont présentées ci dessous. L'analyse a priori de chaque exercice est complétée par des productions d'élèves.

PROCEDURES UTILISANT LA PROPRIÉTÉ DE LINÉARITÉ POUR L'ADDITION **Domaine «Nombres et calculs»**

8 fois 10 est égal à 80 et 8 fois 3 est égal à 24.

Comme 13 est égal à 10 plus 3, on en déduit que 8 fois 13 est égal à 80 plus 24. **Domaine «Grandeurs et mesures »**

5 kg de pommes de terre coûtent 17,5 dh et 3 kg coûtent 10,5 dh.

Comme 5 kg moins 3 kg font 2 kg, on en déduit que 2 kg de ces pommes de terre coûtent 17,5 dh moins 10,5 dh soit 7,0 dh. **Domaine « Espace et géométrie »**

La figure ABCD est telle que ACD est un triangle isocèle en A. On donne les dimensions suivantes DA = 18,2 cm, DC = 5,6 cm, AB = 11,9 cm et BC = 6,3 cm.

Sans utiliser de multiplication, indiquer les dimensions de l'agrandissement A'B'C'D' de cette figure telle que A'B' = 15,3 cm et B'C' = 8,1 cm.

Comme DC = 5,6 cm = 11,9 cm – 6,3 cm, on en déduit D'C' = 15,3 cm – 8,1 cm = 7,2 cm.

Comme DA = 18,2 cm = 11,9 cm + 6,3 cm, on en déduit D'A' = 15,3 cm + 8,1 cm = 23,4 cm.

PROCÉDURES UTILISANT LA PROPRIÉTÉ DE LINÉARITÉ POUR LA MULTIPLICATION PAR UN NOMBRE **Domaine « Nombres et calculs »**

7 fois 13 est égal à 91.

Comme 35 est le quintuple de 7, on a 35 fois 13 est le quintuple de 91 c'est-à-dire 455. **Domaine « Grandeurs et mesures »**

Une pile de 500 feuilles de papier identiques a une épaisseur de 3,5 cm. Quelle est l'épaisseur d'une pile de 2 000 de ces mêmes feuilles ?

J'ai acheté 13 stylos qui étaient tous au même prix à la librairie et cela m'a coûté 19,5 dh. Si ma soeur veut en acheter 5, combien va-t-elle payer ? **Domaine « Espace et géométrie »**

Dans un agrandissement ou une réduction, les longueurs sur la figure agrandie ou réduite sont proportionnelles aux longueurs associées sur la figure initiale. Les situations d'agrandissement ou de réduction sont particulièrement riches et propices à la mise en place d'activités à prise d'initiatives.

Certaines procédures utilisent à la fois les propriétés de linéarité pour l'addition et pour la multiplication par un nombre, on les qualifie alors parfois de « **procédures mixtes** ».

Dix objets identiques coûtent 220 dh. Combien coûtent quinze de ces objets ?

Pour résoudre ce problème on peut diviser par 2 le prix de dix objets pour trouver le prix de cinq objets (propriété de linéarité pour la multiplication par un nombre) puis ajouter le prix de dix objets et le prix de cinq objets (propriété de linéarité pour l'addition).

PASSAGE PAR L'UNITÉ

À la garderie, il faut prévoir 80 centilitres de lait pour 5 enfants.

Combien faut-il prévoir de centilitres pour 3 enfants ?

Pour 5 enfants, il faut 80 centilitres de lait.

1 enfant, c'est 5 fois moins que 5 enfants. 5 fois moins que 80 centilitres c'est 16 centilitres.

Pour 1 enfant, il faut 16 centilitres de lait.

3 enfants, c'est 3 fois plus que 1 enfant. 3 fois plus que 16 centilitres c'est 48 centilitres.

Pour 3 enfants, il faut 48 centilitres de lait.

En fin de l'école primaire, une nouvelle procédure est abordée, elle utilise le coefficient de proportionnalité.

Si 30 kg de café coûtent 1800 dh. Combien coûtent 13 kg de café ?

1800 c'est 30 multiplié par 60, il faut multiplier le nombre de kilogrammes de café par 60 pour en trouver le prix en dirham.

$$13 \times 60 = 780$$

Le prix de 13 kg de café est 780 dh.

On note ici l'utilisation d'une grandeur quotient (le coefficient de proportionnalité) : 60dh/kg. (proportionnalité, éducol)

Objectifs d'apprentissage

- Reconnaître un tableau de proportionnalité.
- Caractériser graphiquement la proportionnalité.
- Déterminer la quatrième proportionnelle.
- Calculer un pourcentage, un coefficient de proportionnalité.
- Calculer et utiliser une échelle d'une carte ou d'un dessin.
- Utiliser la proportionnalité entre temps et distance parcourue.

Je vérifie mes prérequis

Il s'agit de vérifier les prérequis des élèves sur:

- le calcul de pourcentage
- le calcul de prix
- la multiplication d'un entier par une fraction
- la conversion d'une mesure d'une unité en une autre

Activités de découverte

Activité 1

Dans cette activité les élèves complètent un tableau de proportionnalité et trouvent le coefficient de proportionnalité. Ils construisent ensuite le graphique correspondant à ce tableau et remarquent qu'il s'agit d'une droite passant par l'origine du repère. Ils font ensuite un calcul à l'aide du graphique: ils calculent le prix à payer pour une quantité donnée de super. Ils calculent ensuite la quantité de super pour un montant donné.

Activité 2

A partir du compte rendu d'une expérience sous forme de graphe donnant l'évolution de la température de l'eau en fonction du temps d'échauffement, les élèves complètent un tableau. Ils redécouvrent une situation de non proportionnalité.

Activité 3

Les élèves utilisent des tableaux de proportionnalité pour résoudre des situations de proportionnalité en cherchant le coefficient de proportionnalité ou en appliquant la règle de trois ou en passant par l'unité.

Activité 4

Il s'agit de redécouvrir le lien entre proportionnalité et pourcentage : Les élèves calculent une quantité à partir d'un pourcentage et inversement un pourcentage à partir d'une quantité.

Activité 5

Les élèves redécouvrent que les situations de vitesse moyenne sont des situations de proportionnalité, mais l'unité la plus adaptée n'est pas toujours le km/h dans toutes les situations.

Cours

Dans ce cours on définit les notions suivantes qui découlent des activités de découverte avec les exemples et les remarques convenables:

1. Tableau et coefficient de proportionnalité
2. Représentation graphique
3. Quatrième proportionnelle
4. Pourcentage
5. Echelle
6. Mouvement uniforme

Exercices résolus

Exercice 1

Calculer x et y dans un tableau de proportionnalité.

Exercice 2

Calculer la quantité de Farine ou de blé dans un tableau de proportionnalité.

Exercice 3

A partir d'un schéma représentant une échelle les élèves trouvent la valeur de l'échelle.

Exercice 4

Les élèves utilisent une échelle pour calculer une distance sur le plan et une distance dans la réalité.

Exercices et problèmes

Exercice 1 et 2

Les élèves vérifient si les tableaux proposés sont des tableaux de proportionnalité ou non.

Exercice 3

Les élèves complètent les tableaux de proportionnalité proposés.

Exercice 6

Les élèves vérifient si les tableaux proposés sont des tableaux de proportionnalité ou non et calculent le coefficient de proportionnalité là où c'est nécessaire.

Exercice 9

Il s'agit de représenter un tableau de proportionnalité et d'utiliser le graphique pour faire des calculs.

Il s'agit de vérifier si des graphiques représentent des situations de proportionnalité ou non.

Les **exercices** de **17** à **24** portent sur le pourcentage et l'échelle.

Les **exercices** de **25** à **28** portent sur le mouvement uniforme.

QCM pour s'évaluer.

À la suite des résultats d'évaluation les élèves peuvent revenir sur certains exercices pour remédier à leurs difficultés. L'enseignant, le guide et les accompagne dans ce travail.

Repères didactiques

Il s'agit de continuer l'initiation des élèves du collège à la lecture, à l'utilisation et à la reproduction de tableaux et de représentations graphiques.

Pour donner du sens aux notions étudiées et susciter l'intérêt des élèves, les exemples et les situations proposés doivent être en lien avec la vie quotidienne des élèves et avec l'enseignement des autres disciplines, par exemple les élèves peuvent utiliser des enquêtes ou faire des mesurages dans leur environnement proche. Il est possible aussi d'utiliser des données réelles fournies par les résultats de sondages ou de recensements.

Les élèves doivent s'habituer à lire et à exploiter les différentes formes de tableaux et de représentations graphiques: Diagramme en bâton, histogramme, diagramme circulaire ... Les élèves doivent aussi comprendre la signification de quelques termes utilisés dans cette leçon: variable, fréquence, effectif, pourcentage ... Ils doivent aussi savoir calculer des pourcentages, des effectifs,

Objectifs d'apprentissage

- Calculer et utiliser un pourcentage ;
- Lire et interpréter des informations à partir d'un tableau ou d'une représentation graphique ;
- Présenter des données sous la forme d'un tableau ;
- Représenter des données sous la forme d'un diagramme ou d'un histogramme ;
- Calculer des effectifs et des fréquences ;
- Regrouper des données en classes d'égale amplitude.

Je vérifie mes prérequis

Il s'agit de vérifier les prérequis des élèves relatifs:

- Aux pourcentages : reconnaître un pourcentage dans une figure et le calculer.
- à quelques tableaux et graphiques simples déjà vus.

Activités de découverte

Activité 1

Dans cette activité l'élève apprendra à compléter un tableau à partir des seules données du tableau en respectant un ordre convenable. Il apprendra aussi à lire un tableau.

Activité 2

Dans cette activité, l'élève reconstruit la notion de pourcentage et lui donnera du sens et aura une signification pour lui.

Activité 3

A partir d'un exemple d'une série statistique : les notes obtenues par les élèves d'une classe dans un contrôle de mathématiques, l'apprenant définit la notion d'effectif. Il complète un tableau d'effectifs et un diagramme un bâton.

Activité 4

Dans cette activité, l'élève définit la notion de fréquence et l'exprime en pourcentage pour pouvoir comparer la satisfaction des adhérents de deux clubs sportifs.

Activité 5

l'élève apprend, dans cette activité, à regrouper les données, à remplir un tableau des effectifs des classes et à représenter ces données sous forme d'histogramme.

Activité 6

Il s'agit de compléter un tableau sur les résultats d'un sondage en écrivant les effectifs et les fréquences en pourcentages qui manquent et représenter ensuite les résultats dans un diagramme circulaire.

Cours

1. A partir d'un exemple l'élève apprend le sens des termes suivant :
Population, individu, caractère (ou variable statistique) modalités d'un caractère, une variable qualitative, une variable quantitative, une variable discrète, l'effectif d'une modalité, l'effectif total et la fréquence.
2. La notion de pourcentage est définie et plusieurs exemples sont représentés.
3. Les notions d'effectif et de fréquences sont définies à partir d'un exemple ainsi que le tableau des effectifs et des fréquences correspondants et le diagramme en bâtons associé.
4. L'élève apprend dans cette rubrique à regrouper les données en classe et à les représenter par un histogramme et un diagramme circulaire.

Exercices résolus

Exercice 1

A partir d'un tableau indiquant la répartition des adhérents à un club selon le sport pratiqué, les élèves tracent les deux axes d'abord en les graduant et tracent ensuite l'histogramme.

Exercice 2

Les élèves apprennent la méthode pour construire un diagramme circulaire en utilisant la proportionnalité : 360° correspond à l'effectif total et on cherche alors l'angle correspondant à l'effectif d'une classe donnée.

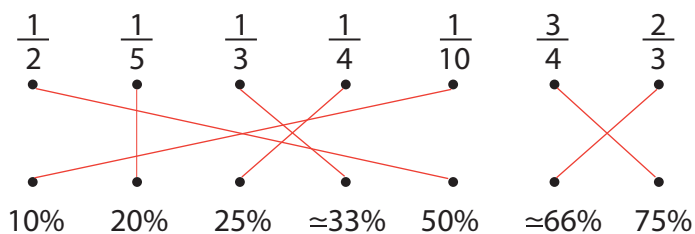
Exercice 3

Les élèves représentent les résultats d'un sondage à l'aide :

- d'un tableau;
- d'un diagramme en bâtons;
- d'un diagramme circulaire;
- d'un diagramme semi-circulaire.

Exercices et problèmes

Exercice 3



Exercice 7

Prix en dh \ % de remise	20	36	68	130
50%	10	18	34	65
75%	5	9	17	32,5
95%	1	1,8	3,4	6,5

Exercice 12

	effectif	fréquence en %
Foot	195	30%
Basket	130	20%
Natation	104	16%
Volley	78	12%
Hand	78	12%
Autre sport	65	10%

Exercice 23

1)

Niveau	Angle en degrés	fréquence	fréquence en pourcentage
6°	53	$\frac{53}{180}$	≈ 29,4%
5°	42	$\frac{42}{180}$	≈ 23,3%
4°	49	$\frac{49}{180}$	≈ 27,2%
3°	36	$\frac{36}{180}$	20%

2)

Niveau	6°	5°	4°	3°
Nombre d'élèves	150	119	139	102

QCM pour s'évaluer.

Ce QCM permet aux élèves de vérifier leur degré d'acquisition des notions traitées dans la leçon (concepts, techniques, règles, formules...).

Répondre correctement aux items du QCM est un indice de l'atteinte par les élèves des objectifs de la leçon. Des erreurs ou des difficultés pour répondre à ces items doivent inciter les élèves à revoir leurs cours, approfondir leur compréhension. L'enseignant doit aussi tirer profit de ce QCM pour réguler son enseignement et prévoir des activités de remédiation et de renforcement des acquis de ses élèves.

Bibliographie

- 1.** Constructivisme ou socioconstructivisme Gabriel Labédie et Guy Amossé
<http://www.schule.suedtirol.it/blick/angebot/reformpaedagogik/rp701construct.htm>
- 2.** Apprentissages scolaires et construction des connaissances de Piaget à Vygotsky, Hervé Larroze-Marracq
https://halshs.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/958752/filename/Apprentissages_scolaires_et_construction_des_connaissances_de_Piaget_A_Vygotsky_1996.pdf
- 3.** Le socio-constructivisme
<http://gamosse.free.fr/socio-construct/Rp70110.htm>
- 4.** Guy Brousseau La théorie des situations didactiques
http://math.unipa.it/~grim/brousseau_montreal_03.pdf
- 5.** La théorie des situations didactiques de Guy Brousseau
http://eroditi.free.fr/Enseignement/DDML3S1_08-09/DDML30809S1_C5_TSDb.pdf
- 6.** Fiches de didactique des mathématiques
<https://preparerlecrpe.com/2015/10/14/fiches-didactique-des-mathematiques/>
- 7.** Différentes approches de l'enseignement et de l'apprentissage : Approches transmissive, béhavioriste, gestaltiste, constructiviste et socio-constructiviste pour l'apprentissage et l'enseignement Karine Robinault – Octobre 2007
<http://imss-www.upmf-grenoble.fr/prevert/SpecialiteDEMS/Cours%202009-2010/Enseignement%20et%20apprentissage%20doc%20N&B.pdf>
- 8.** De la pédagogie à l'andragogie Hugues Lenoir
<http://www.hugueslenoir.fr/de-la-pedagogie-a-landragogie/>
- 9.** Situation-problème, activité
<https://gpc-maths.org/data/images/situationpbdef.pdf>
- 10.** Ressources d'accompagnement du programme de mathématiques (cycle 4) <http://eduscol.education.fr/cid99696/ressources-maths-cycle.html>
- 11.** Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques : Sept principes fondamentaux pour améliorer l'enseignement des mathématiques, de la maternelle à la 12ème année
<http://www.edu.gov.on.ca/fre/teachers/studentssuccess/FoundationPrincipalsFr.pdf>
- 12.** Théories d'apprentissage et Théories didactiques Cours de master IC2A / Spécialité didactique des sciences Isabelle Girault, 10 octobre 2007
http://imss-www.upmf-grenoble.fr/prevert/SpecialiteDEMS/Cours%202007/UE1/Theories_Apprentissage_master.pdf
- 13.** Les grands principes de l'apprentissage Stanislas Dehaene Collège de France et Unité INSERM-CEA de Neuro NeuroSpin Center, Saclay, France http://www.college-de-france.fr/media/stanislas-dehaene/UPL4296315902912348282_Dehaene_GrandsPrincipesDeLApprentissage_CollegeDeFrance2012.pdf
- 14.** Cours de psychologie cognitive (Morais) – ULB
http://dev.ulb.ac.be/bepsy/cms/index.php?option=com_docman&task=cat_view&gid=74&mos

msg=You+are+trying+to+access+from+a+non-authorized+domain.+%28www.google.com%29

15. Système mnésique- mémoires

<http://www.noesis-reseau.com/wp-content/uploads/2014/07/5-SYST%C3%88ME-MN%C3%89SIQUE.pdf>

16. Psychologie cognitive, A. Naceur Université de Tunis Institut Supérieur de l'Education et de la Formation Continue Année 2006/2007

<http://pf-mh.uvt.rnu.tn/60/1/psychologie-cognitive.pdf>

17. Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la troisième année, géométrie et sens de l'espace Ontario

http://atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_M_3_GSE.pdf

18. Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la troisième année, numération et sens du nombre Ontario

http://atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_M_3_NSN.pdf

19. Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la troisième année, mesure Ontario

http://www.atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_M_3_Mesure.pdf

20. Résoudre des problèmes de proportionnalité au cycle 3

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Proportionnalite/95/5/RA16_C3_MATH_doc_maitre_proport_N.D_576955.pdf

21. représenter l'espace

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Geometrie_et_espace/46/9/RA16_C4_MATH_geo_espace_doc_maitre_567469.pdf

22. utiliser le nombre pour comparer ,calculer et résoudre des problèmes:les fractions.

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Fractions/22/5/RA16_C4_MATH_fractions_doc_maitre_comp-cal_r_soudre_554225.pdf

23. OUAHIDI My Mohamed et ELAOUFI Mounir (2017) L'Univers des Maths, Manuel de l'élève 1^{ère} année du cycle secondaire collégial. Collection Maarif Collège. Dar Nachr Al Maarifa.

24. BKOUCHE R, CHARLOT B, ROUCHE N, (1991) Faire des mathématiques : le plaisir du sens. Armand Colin, Paris.

25. BRÉGEON J.L ET ALL (2008), Diagonale, CP, livre du maître, Nathan.

26. BROUSSEAU G, (1982) « Les objets de la didactique des mathématiques », Actes de la 2^{ème} école d'été de didactique des mathématiques. IREM d'Orléans.

27. BROUSSEAU G, (1986) « Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques », Recherches en didactique des mathématiques, vol. 7-2. La Pensée sauvage, Grenoble.

28. BROUSSEAU G, (1983) « Obstacles épistémologiques en mathématiques », Recherches en didactique des mathématiques, vol. 4-2. La Pensée sauvage, Grenoble.

29. CHARNAY R, (1992) « Traitement des erreurs en mathématiques et stratégies de différenciation », Repères, n°5.

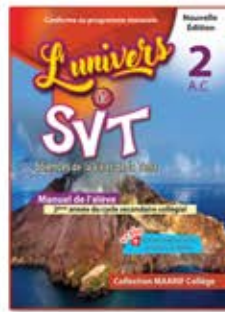
30. CHARNAY R, (1987) « Apprendre par la résolution de problèmes », Grand N, n°42. CRDP de Grenoble.

SVT

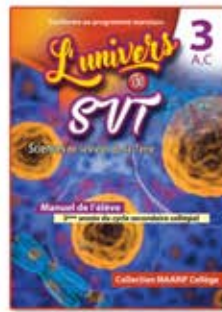
MANUEL DE L'ÉLÈVE



1^{ère} année collège



2^{ème} année collège



3^{ème} année collège

GUIDES PEDAGOGIQUES



PHYSIQUE - CHIMIE

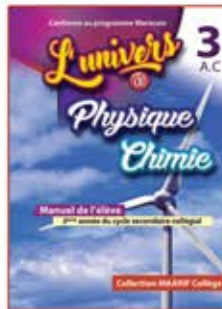
MANUEL DE L'ÉLÈVE



1^{ère} année collège



2^{ème} année collège



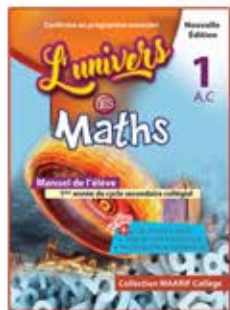
3^{ème} année collège

GUIDES PEDAGOGIQUES

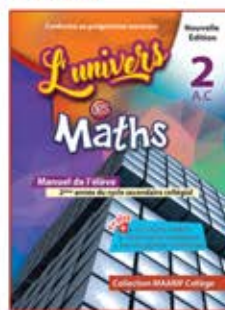


MATHEMATIQUES

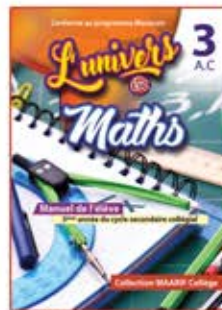
MANUEL DE L'ÉLÈVE



1^{ère} année collège

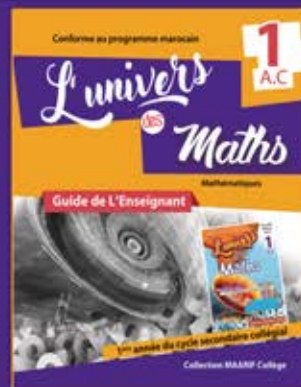


2^{ème} année collège



3^{ème} année collège

GUIDES PEDAGOGIQUES



Guide pédagogique

Un guide vous sera offert pour chaque niveau *.

* Offre réservée aux enseignants.

LIBRAIRIE AL MAARIF

Rue Bab Chellah, devant la grande Mosquée - B.P. : 239 - RABAT

Tél. : (212) 05 37 73 07 01 - (212) 05 37 72 65 24

Fax : 05 37 20 01 37

E-mail : manuel.maarifcollege@gmail.com

ISBN 978-9954-688-66-3



9 789954 688663

