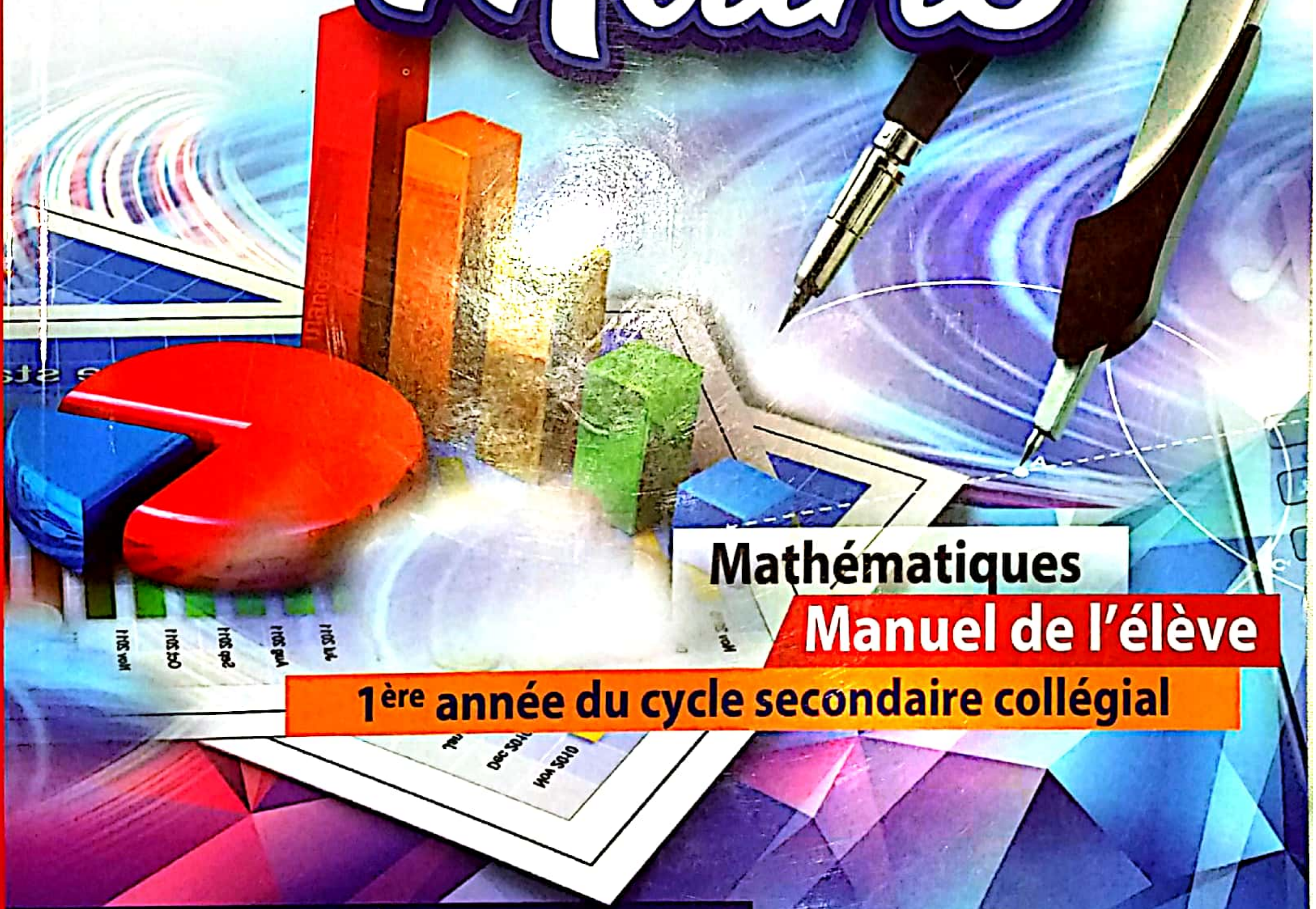
Conforme au programme marocain

1 A.C

L'univers des Maths



Mathématiques

Manuel de l'élève

1ère année du cycle secondaire collégial

Collection MAARIF Collège

Sommaire

Avant-propos 03
Comment j'utilise mon manuel ? 04
Sommaire 05

1 Nombres décimaux positifs, opérations 06
2 Fractions : Opérations 19
3 Nombres relatifs, Nombres décimaux négatifs : Opérations 34
4 Puissance d'un nombre relatif 47
5 Angles et triangles 59
6 Droites dans le plan : Parallélisme et perpendicularité 74
7 Droites remarquables dans le triangle 87
8 Développement et factorisation 101
9 Equations 114
10 Symétrie centrale 129
11 Parallélogrammes et quadrilatères particuliers 146
12 Sécante à deux droites parallèles et angles 168
13 Cercle, disque 184
14 Prisme et cylindre 199
15 Droite graduée, repère dans le plan 217
16 Proportionnalité 229
17 Statistiques 243

1 Nombres décimaux positifs, opérations

Je vais apprendre à :

- Effectuer une suite d'opérations avec ou sans parenthèses.
- Utiliser les propriétés :

  k x (a + b) = k x a + k x b et k x (a - b) = k x a - k x b
- Développer une expression littérale.
- Factoriser une expression littérale.
- Utiliser la calculatrice pour effectuer une suite d'opérations avec parenthèses.

Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Dans l'opération : 1,2 + 3,5 Les nombres 1,2 et 3,5 sont :	les facteurs de la somme	Les termes de la somme	Les termes de la différence
2	Dans l'écriture du nombre 12,53 on a :	12 est la partie entière	12 est la partie décimale	53 est la partie décimale
3	11 est la différence de 14 et 3	14 - 3	14 x 3	14 + 3
4	Dans l'opération : 1,4 x 3,7	5,18 est la somme de 1,4 et 3,7	5,18 est le produit de 1,4 et 3,7	5,18 est la différence de 1,4 et 3,7
5	La somme de 1,4 + 3,7 + 2,5 est :	7,6	17,6	6,7
6	la différence de 31 et 14 est :	31 - 14 = 17	14 - 31 = 17	31 + 14 = 17
7	Le nombre : 1,4 x 3,7 + 5 est :	10,18	11,18	9,18
8	La surface d'un rectangle de longueur 7 et de largeur 4 est :	27	28	26

Activités de découverte

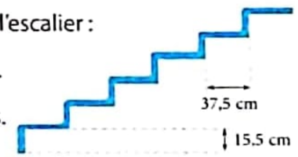
Activité 1

1) Un pack de 4 bouteilles d'eau est vendu 20 dh.
Yassine achète un livre à 70 dh et l'une de ces bouteilles.
   a) Quel est le montant de ses dépenses?
   b) Écrire en une seule expression la suite des opérations à effectuer pour calculer ce montant.
   c) Dans quel ordre doit-on effectuer ces opérations ?

2) Fatima qui possède 22 dh a acheté 2 CD à 6 dh l'un et son frère lui a rendu les 5 dh qu'elle avait empruntés.
   a) Combien possède-t-elle alors ?
   b) Écrire en une seule expression la suite des opérations à effectuer pour calculer ce montant.
   c) Dans quel ordre doit-on effectuer ces opération ?

Activité 2

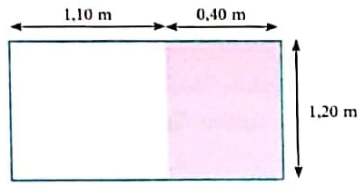
1) Pour calculer la longueur de tapis nécessaire pour couvrir l'escalier :
   a) Écrire un enchaînement d'opérations sans parenthèses.
   b) Écrire un enchaînement d'opérations avec parenthèses.



2) Calculer la longueur du tapis.

Activité 3

Un drapeau est constitué d'une bande rose et d'une bande blanche.



1. a) Calculer l'aire de la bande blanche.
   b) Calculer l'aire de la bande rose.
   c) En déduire l'aire du drapeau.
   d) Écrire l'enchaînement d'opérations qui exprime les calculs effectués en **1.a**, **1.b** et **1.c**.

2) a) Quelle est la longueur du drapeau ?
   b) En déduire l'aire du drapeau.
   c) Écrire l'enchaînement d'opérations qui exprime les calculs faits en **2.a** et **2.b**.

3) Il y a donc deux méthodes pour trouver l'aire du drapeau.
Écrire l'égalité des enchaînements d'opérations montrant ces deux méthodes.

Activité 4

Le calcul suivant a été proposé aux 23 élèves d'une classe de 1ère année : $3 + 6 \times 7$.

Voici les résultats obtenus

Résultat	45	63	Autres
Nombre d'élèves	11	10	—

1) Combien d'élèves ont trouvé une autre réponse que 45 ou 63 ?

2) Essaie d'expliquer comment les élèves ont trouvé les résultats 45 et 63.

3) En observant les quatre calculs ci-dessous, qui sont corrects, énonce la règle de priorité:

- $15 - 2 \times 3 = 9$ • $27 + 35 \div 5 = 34$
- $7 \times 8 + 10 = 66$ • $60 - 12 \div 4 = 57$

4) Calculer $9 - 9 \times 0,5$ puis $9 \times 7 - 8 \div 4$.

Activité 5

Hamid et Nadia ont tous deux acheté une calculatrice. Hamid a choisi une calculatrice performante dans laquelle il peut écrire les formules.

Nadia a acheté une petite calculatrice solaire. Ils cherchent à calculer $4 + 3 \times 8$.

Tous les deux appuient successivement sur les touches suivantes :

$\boxed{4}\ \boxed{+}\ \boxed{3}\ \boxed{\times}\ \boxed{8}\ \boxed{=}$

Hamid obtient 28 comme résultat et Nadia obtient 56.

1) Qui a le bon résultat ?

2) les deux calculatrices fonctionnent très bien.

Comment expliques-tu ces résultats différents ?

3) Après réflexion, Nadia a trouvé une méthode pour obtenir le bon résultat avec sa calculatrice solaire. Quelle est cette méthode ?

Activité 6

Salma veut se débarrasser des livres dont elle ne se sert plus. Après un grand rangement, elle porte 37 livres de la Bibliothèque Rose et 25 livres de la Bibliothèque Verte chez un libraire qui reprend les livres d'occasion.

« Je vous les rachète tous au même prix soit 20 dh pièce, dit le marchand.»

Calculer de deux façons la somme reçue par Salma.

Cours

1- Suites d'opérations sans parenthèses :

Règles

Pour effectuer une suite d'opérations sans parenthèses :

- On commence par les multiplications et les divisions ;
- On termine par les additions et les soustractions dans l'ordre où elles sont écrites, de gauche à droite.

Exemple : Calculer $A = 1,6 + 2 \times 3,2 - 1,2 \div 3$

- Calcul détaillé : $A = 1,6 + \underbrace{2 \times 3,2} - \underbrace{1,2 \div 3}$

$A = \underbrace{1,6 + 6,4} - 0,4$

$A = 8 - 0,4 = 7,6$

2- Suites d'opérations avec parenthèses :

Règles

Pour effectuer une suite d'opérations avec parenthèses :

- On commence par les calculs entre parenthèses;
- On effectue ensuite les multiplication et les divisions.

Exemple : Calculer $B = 1,6 \times (38,5 - 14) + (0,8 + 0,08) \div 0,4$

- Calcul détaillé : $B = 1,6 \times \underbrace{(38,5 - 14)} + \underbrace{(0,8 + 0,08)} \div 0,4$

$B = \underbrace{1,6 \times 24,5} + \underbrace{0,88 \div 0,4}$

$B = 39,2 + 2,2 = 41,4$

- Dans une suite d'additions et de soustractions, on effectue les opérations, l'une après l'autre, de la gauche vers la droite.
- Il est de même dans une suite de multiplications et de divisions.

3- Distributivité :

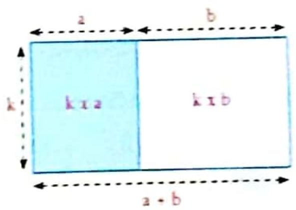
Distributivité simple

Propriété

k, a et b désignent des nombres décimaux quelconques :

$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times a + k \times b = k \times (a + b)$

$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ et $k \times a - k \times b = k \times (a - b)$



Exemple :

- $12{,}5 \times (10+8) = 12{,}5 \times 10 + 12{,}5 \times 8$

  $12{,}5 \times \underbrace{18} = \underbrace{125} + \underbrace{100} = 225.$
- $12 \times 3{,}4 + 8 \times 3{,}4 = (12+8) \times 3{,}4 = 20 \times 3{,}4 = 68.$
- $8 \times (10{,}25 - 7{,}5) = 8 \times 10{,}25 - 8 \times 7{,}5$

  $8 \times \underbrace{2{,}75} = \underbrace{82} - \underbrace{60} = 22.$
- $7 \times 150 - 7 \times 120 = 7 \times (150 - 120) = 7 \times 30 = 120.$

Remarque

On peut simplifier certaines écritures en supprimant le signe x.
k, a et b désignent des nombres décimaux quelconques,

et $\left.\begin{matrix} 3{,}5 \times a \\ a \times 3{,}5 \end{matrix}\right\}$ peut s'écrire 3,5a et $\left.\begin{matrix} k \times (a+b) \\ (a+b) \times k \end{matrix}\right\}$ peut s'écrire k(a + b)

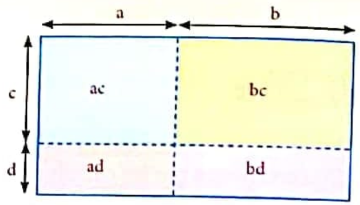
k x a peut s'écrire ka.

Double distributivité

Propriété

Pour tous nombres relatifs a, b, c et d :

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$



Exemple : Développe et simplifie l'expression suivante : $D = (3x+1)(y-4)$

$D = (3x+1)(y+(-4))$ ⟶ On transforme la soustraction.

$D = 3x \times y + 3x \times (-4) + 1 \times y + 1 \times (-4)$ ⟶ On applique la double distributivité.

$D = 3xy - 12x + y - 4$ ⟶ On calcule les produits et on simplifie.

4- Factoriser une expression :

Comment factoriser une expression ?

Soient k, a et b trois nombres positifs. Pour **factoriser une expression,** on repère le facteur commun à tous les termes et on le multiplie par la somme ou la différence des autres facteurs :

$k \times a + k \times b = k \times (a+b)$ et $k \times a - k \times b = k \times (a-b)$

Exemple : factoriser puis calculer $H = 25 \times 11 - 25 \times 7$

$H = 25 \times 11 - 25 \times 7$ ⟶ On repère le facteur commun : **25**.

$H = 25 \times (11-7)$ ⟶ On met en facteur le nombre **25**.

$H = 25 \times 4$ ⟶ On calcule en respectant les priorités opératoires.

$H = 100$

5- Utiliser la calculatrice :

Touche «parenthèse»

Exemple :

Écrire et taper une séquence pour vérifier que : $\dfrac{89{,}6}{26{,}5 - 13{,}7} = 7$

1) Il faut penser que : $\dfrac{89{,}6}{26{,}5 - 13{,}7} = 89{,}6 \div (26{,}5 - 13{,}7)$

2) En utilisant les touches $\boxed{(}$ et $\boxed{)}$ on tape :

89,6 $\boxed{\div}\boxed{(}$ 26,5 $\boxed{-}$ 13.7 $\boxed{)}\boxed{=}$

Touche mémoire

Exemple :

Écrire et taper une séquence pour vérifier que :

$$927{,}6 \times 15 + \frac{927{,}6}{3} - (927{,}6 - 32{,}4) = 13\,328$$

1) On remarque que le nombre 927,6 apparaît plusieurs fois.
   - La touche $\boxed{M}$ (ou $\boxed{STO}$) permet de mettre en mémoire le nombre 927,6 ;
   - La touche $\boxed{RM}$ (ou $\boxed{MR}$, $\boxed{RCL}$) permet d'afficher le nombre mis en mémoire.

2) En utilisant ces deux touches, on tape :

927.6 $\boxed{M}\boxed{\times}$ 15 $\boxed{+}\boxed{RM}\boxed{\div}$ 3 $\boxed{-}\boxed{(}\boxed{RM}\boxed{-}$ 32.4 $\boxed{)}\boxed{=}$

Exercices résolus

Méthodes et techniques

Exercice 1

Énoncé : Calculer :

a) $A = 34 - 24 - 4$ et $B = 34 - (24 - 4)$

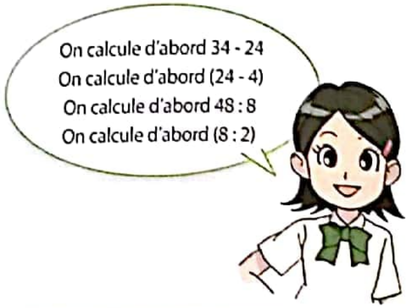
b) $C = 48 \div 8 \div 2$ et $D = 48 \div (8 \div 2)$

Solution : a) $A = 34 - 24 - 4 = 10 - 4 = 6.$

$B = 34 - (24 - 4) = 34 - 20 = 14.$

b) $C = 48 \div 8 \div 2 = 6 \div 2 = 3.$

$D = 48 \div (8 \div 2) = 48 \div 4 = 12.$



Méthode : La présence de parenthèses dans une expression change l'ordre des calculs imposé par les conventions citées au paragraphe 2 page 9

Exercice 2

Énoncé : Calculer l'expression :

$$A = 6 \times 5 + 2 - 4(2 + 3) - \frac{7 + 13}{4}$$

Solution : $A = 6 \times 5 + 2 - 4(2 + 3) - (7 + 13) \div 4$

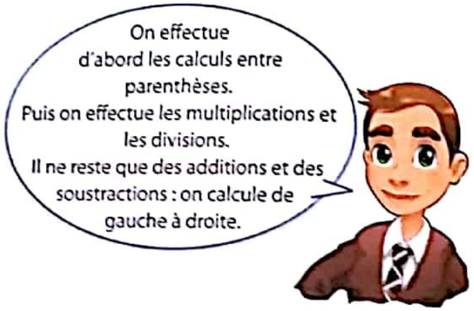
$A = \underbrace{6 \times 5} + 2 - \underbrace{4 \times 5} - \underbrace{20 \div 4}$

$A = 30 + 2 - 20 - 5$

$A = 32 - 20 - 5$

$A = 12 - 5$

$A = 7$



Méthode : Pour effectuer une succession d'opérations, on calcule :

1) d'abord les expressions entre parenthèses,

2) puis les multiplications et les divisions,

3) enfin les additions et les soustractions.

Exercice 3

Énoncé : Effectuer la suite d'opérations :

$$A = 28 \times (18{,}3 + 5{,}2) - (37 - (16{,}3 - 9)) \div 0{,}5 + 1{,}4.$$

Solution : $A = 28 \times (\underbrace{18{,}3 + 5{,}2}) - (37 - (\underbrace{16{,}3 - 9})) \div 0{,}5 + 1{,}4$

$A = 28 \times 23{,}5 - (\underbrace{37 - 7{,}3}) \div 0{,}5 + 1{,}4$

$A = \underbrace{28 \times 23{,}5} - \underbrace{29{,}7 \div 0{,}5} + 1{,}4$

$A = \underbrace{658 - 59{,}4} + 1{,}4$

$A = 598{,}6 + 1{,}4$

$A = 600$

1. Effectue les calculs dans les parenthèses en commençant par les parenthèses les plus intérieures.
2. Quand il n'y a plus de parenthèses, effectuer les multiplications et les divisions.
3. Terminer par les additions et les soustractions, de gauche à droite.

Exercice 4

Énoncé : Calculer mentalement : $A = 32{,}75 \times 27 - 32{,}75 \times 25.$

Solution : Le nombre 32,75 est facteur de chacun des produits.

On dit qu'il est facteur commun.

On peut écrire la suite d'opérations sous la forme d'un produit :

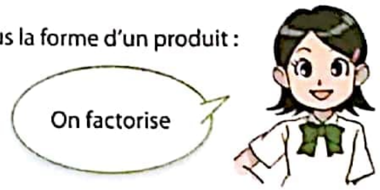
$A = 32{,}75 \times 27 - 32{,}75 \times 25$

$A = 32{,}75 \times (27 - 25)$

$A = 32{,}75 \times 2$

$A = 65{,}5.$

Ici, la forme factorisée (produit) permet un calcul mental rapide.



Exercice 5

Énoncé : Calculer mentalement : $B = 5{,}4 \times 98.$

Solution : On peut effectuer $5{,}4 \times 98$, mais il est plus intéressant de remplacer 98 par 100 - 2 et d'effectuer les opérations sous la forme développée :

$B = 5{,}4 \times 98$

$B = 5{,}4 \times (100 - 2)$

$B = 5{,}4 \times 100 - 5{,}4 \times 2$

$B = 540 - 10{,}8$

$B = 529{,}2.$

Exercice 6

Énoncé : Calculer sans poser l'opération et sans calculatrice :

a) $A = 17 \times 99$

b) $B = 23 \times 142{,}5 - 23 \times 42{,}5$

Solution :

a) $A = 17 \times 99$

$A = 19 \times (100 - 1)$

$A = 17 \times 100 - 17 \times 1$

$A = 1\,700 - 17 = 1\,683$

b) $B = 23 \times 142{,}5 - 23 \times 42{,}5$

$B = 23 \times (142{,}5 - 42{,}5)$

$B = 23 \times 100 = 2\,300$

On développe ce produit et il est aisé de calculer de tête 17 x 100 et 17 x 1.

On met 23 en facteur et il est aisé de calculer de tête (142,5 - 42,5) puis 23 x 100

Méthode : Pour effectuer mentalement certains calculs, il est quelquefois utile de penser à utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition ou la soustraction.

Exercices et problèmes

Calculer avec parenthèses et sans parenthèses

1 Supprimer les parenthèses puis réduire les expressions suivantes :

$A = 5 + (2x + 3)$ $C = (4x + 2) + (-6x - 2)$

$B = 5x - (3 - 4x)$ $D = 8x - (5x + 2) + (3 - 4x)$

2 Sans utiliser la calculatrice, effectuer :

$A = 15 - (7 - 6) + 3$;

$B = 15 - 7 - (6 + 3)$;

$C = 15 - (7 - 6 + 3)$;

$D = 19 - (15 - (12 - 2))$;

$E = 19 - ((15 - 12) - 2)$;

$F = 12{,}6 + 3 \times 4{,}2 + 1{,}8 \times 2 : 6$;

$G = 12{,}6 + 3 \times (4{,}2 + 1{,}8) \times 2 : 6$;

$I = (12{,}6 + 3) \times (4{,}2 + 1{,}8 \times 2) : 6$;

$K = 12{,}6 + (3 \times 4{,}2 + 1{,}8) \times 2 : 6$.

3 Relier les expressions qui sont égales puis trouver l'intruse :

$(4x + 3) - (x + 5)$ •	∘ $3x + 3$
$7x - (3 + 4x)$ •	∘ $-3x - 5$
$(3 + 4x) - 7x$ •	∘ 6
$6x - 3 - (3x - 6)$ •	∘ $3x - 2$
$-(4x + 5) - (-x)$ •	∘ $-3x + 3$
$5x + 3 - (-3 + 5x)$ •	∘ $3x - 3$

4 Supprimer les parenthèses puis réduire les expressions suivantes :

$A = 3x + \frac{1}{4} - (3 - 2x)$

$B = -(\frac{1}{3}x + 2) + (5x - 3)$

$C = (\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}) - (\frac{5}{6} + \frac{2}{6}x)$

$D = \frac{1}{2} + 2x - (x - \frac{3}{2})$

5 Calculer :

$A = 15 - 5 \times 2$; $B = 10 \times 13{,}5 - 3{,}5$

$C = 16 - 6 \times 2$; $D = 8 + 2 \times 6$

6 Effectuer sans utiliser de calculatrice puis ranger dans l'ordre croissant les nombres A, B, C, D :

a)

$A = 28 - 8 \times 1{,}6 - 1{,}4$; $C = 28 - (8 \times 1{,}6 - 1{,}4)$;

$B = (28 - 8) \times 1{,}6 - 1{,}4$; $D = 28 - 8 \times (1{,}6 - 1{,}4)$.

b) $A = 23 \times 7{,}1 + 23 \times 2{,}9$;

$B = 11{,}1 \times 17 - 1{,}1 \times 17$;

$C = 5{,}4 \times 2{,}3 + 2{,}7 \times 5{,}4$;

$D = 10{,}07 \times 8{,}7 - 8{,}7 \times 0{,}07$.

Factoriser

7 Quelles sont les expressions factorisées ?

a) $4x^2 + 8x + 4$ **d)** $3 + 6$

b) $3(x - 5)$ **e)** $4(+ 2)$

c) $x + (3x + 2)$ **f)** $3 - (-4)$

8 Factoriser les expressions suivantes :

$A = 16x + 4$ $D = -6x - 18$

$B = 9 - 72x$ $E = 9x + 6$

$C = 12 - 8x$ $F = 42 - 14x$

9 Factoriser les expressions suivantes :

$A = 54 - 18a$ $E = 3x^2 + x$

$B = -49 + 21x$ $F = 8t^2 + 2t$

$C = -36z + 63$ $G = -x + 3x^2$

$D = 5b + 25$ $H = 3y^2 + 9y^2$

10 Factoriser les expressions suivantes :

$F = 6x - 5x^2$

$G = 7uv + 21u^2$

$H = 2(3x - 2) - 9x(3x - 2)$

11 On considère l'expression B écrite sous trois formes différentes :

La forme initiale : $B = (x - 5)^2 + 8x - 40$

La forme réduite : $B = x^2 - 2x - 15$

La forme factorisée : $B = (x - 5)(x + 3)$

a) Calculer l'expression B en utilisant les trois formes proposées d'abord pour $x = 5$, puis pour $x = 0$ et enfin pour $x = -3$.

b) Parmi les trois écritures de l'expression B, quelle est celle qui permet d'arriver au résultat en faisant le moins d'opérations pour $x = 5$? Pour $x = 0$? Et pour $x = -3$?

Développer

12 Développer les expressions suivantes :

$A = 3(x + 6)$ $D = -8(-5 - 3)$

$B = 5(6 - y)$ $E = 6(4 - 9)$

$C = -7(2z - 3)$ $F = -12(-5 + 3)$

13 Développer les expressions suivantes :

$A = (-3 + y) \times 9$ $D = -8(9 - 7x)$

$B = -6(2x - 7)$ $E = -8z(4 - 3z)$

$C = (3t + 2) \times 8$ $F = 3y(-4 + 6y)$

14 Développer les expressions suivantes :

$A = x(x + 4)$ $C = -2y(5 - y)$

$B = 7y(2 - 9y)$ $D = (9 - 3t) \times 4t$

15 Développer les expressions suivantes :

$A = 3x - 5 + 5(2x - 2)$

$B = 4y - 6(3 - 2y) + 4(y - 1)$

$C = 5t^2 + 3(2t - 3) - 2t(t - 5)$

16 Développer les expressions suivantes :

$A = 11 + 2(x - 6) + 4(-3x - 6)$

$B = -2(x - 5) - 3(7 - 4x)$

$C = 8 + 2y - 5(2y - 6) + 4$

$D = -7y - 4(3y - 6) + 3 + 2(3y - 7)$

$E = -5z + 5z(z - 3) - 7(6 - 8z)$

17 Développer les expressions suivantes :

$A = 3(\frac{1}{4} +) - \frac{1}{4}$ $C = \frac{3}{4}(x - 5) + \frac{1}{2}$

$B = \frac{2}{3} + 5(-\frac{1}{6})$ $D = 2 + 3(\frac{1}{5}x - \frac{1}{3})$

18 Soit $B = 16 - 7 \times 2 - 2$

1) Calculer B .

2. a) Placer des parenthèses dans l'expression de B pour trouver 16.

b) Même question pour que l'on trouve 4.

19 1) Calculer $5 \times 4 + 6 \times 3 + 2$

2) Quelle est la plus grande valeur qu'on puisse obtenir en ajoutant des parenthèses dans l'expression suivante :

$5 \times 4 + 6 \times 3 + 2$?

Détailler alors le calcul correspondant.

20 Ahmed a gagné une calculatrice pendant la semaine commerciale du supermarché de son quartier.

Pour savoir si cette calculatrice connaît les priorités opératoires, il calcule le nombre $2{,}4 + 4{,}7 \times 6{,}3$.

Pour cela, il effectue les deux séquences suivantes :

$\boxed{2{,}4}$ $\boxed{+}$ $\boxed{4{,}7}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{6{,}3}$ $\boxed{=}$ puis

$\boxed{2{,}4}$ $\boxed{+}$ $\boxed{(}$ $\boxed{4{,}7}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{6{,}3}$ $\boxed{)}$ $\boxed{=}$

Au premier calcul, il trouve : 44,73 ;

et au deuxième, il trouve : 32,01.

Lequel des deux est égal à $2{,}4 + 4{,}7 \times 6{,}3$?

Expliquer.

21 Pour trouver la forme décimale du nombre $A = \frac{5{,}4 + 7{,}5}{3}$, trois enfants ont effectué sur leur calculatrice les séquences suivantes:

Meriem : $\boxed{5{,}4}$ $\boxed{+}$ $\boxed{7{,}5}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{3}$

Adam : $\boxed{(}$ $\boxed{5{,}4}$ $\boxed{+}$ $\boxed{7{,}5}$ $\boxed{)}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{3}$

Fadwa : $\boxed{5{,}4}$ $\boxed{+}$ $\boxed{7{,}5}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{3}$

1) Quelle est l'écriture décimale de A ?

2) Deux seulement de ces enfants ont trouvé ce résultat. Lesquels ?

22 1) Voici une séquence de calcul machine :

$\boxed{18}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{2}$ $\boxed{+}$ $\boxed{7}$ $\boxed{=}$

Correspond-elle au calcul de $\frac{18}{2} + 7$ ou à celui de $\frac{18}{2 + 7}$?

2) Écrire la séquence-machine qui correspond au calcul de $\frac{3{,}45}{1{,}3 + 13{,}7}$ et préciser le résultat.

23 Trois robinets sont ouverts pour vider le contenu d'une cuve. Par minute, le premier donne 2 litres et demi, le second 2 litres un quart, le troisième 1 litre trois quarts. Il faut 38 minutes pour vider la cuve.

1) Quel est le volume vidé par les trois robinets en minute ?

2) En déduire le volume du contenu de la cuve.

3) Écrire un enchaînement des opérations effectuées dans les questions 1 et 2.

24 **a)** La somme du double d'un nombre et de son triple est égale à 19,5.

Quel est ce nombre?

b) La somme de deux nombres est 21,3. On multiple chacun de ces deux nombres par 100.

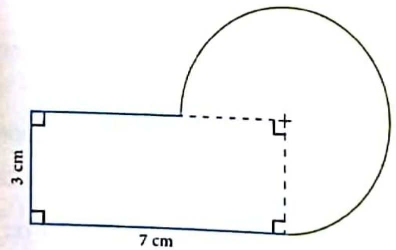
Quelle est la somme de ces deux nouveaux nombres?

c) Deux nombres sont multipliés chacun par 7. La somme de ces deux nouveaux nombres est 420 et leur différence est 112.

Quelle est la somme des deux nombres du départ ?

Quelle est leur différence ?

25



Écrire une expression qui donne le périmètre de la figure.

Donner la valeur approchée par défaut au millimètre près de ce périmètre.

26 Khadija achète 5 CD et 3 DVD.

On notera x le prix en dirhams d'un CD.

Un DVD coûte 10 dh de plus qu'un CD.

a) Écrire en fonction de x, la dépense de Khadija en dirhams. Développe et réduis l'expression trouvée.

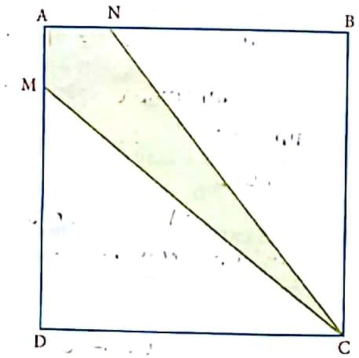
b) En utilisant l'expression obtenue au a), calculer, en dirhams, la dépense de Khadija si un CD coûte 15 dh.

27 La figure ci-dessous représente un carré de 6 cm de côté.

M est un point de [AB] tels que :

$$AM = AN = x$$

(x est un nombre strictement positif).



a) Calculer, en fonction de x, les aires des triangles MDC et NBC.

b) Calculer, en fonction de x, l'aire du quadrilatère AMCN.

c) Calculer ces trois aires pour $x = 2$ cm.

28 Une salle de concert peut contenir 600 places. Il y a x places assises et les autres sont debout. Les places debout coûtent 15 dh et les places assises 25 dh.

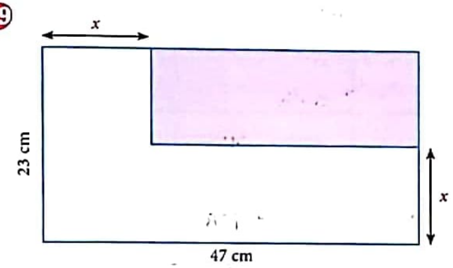
a) Que représentent les expressions suivantes :

$600 - x \div 25x$ et $15(600 - x)$?

b) Exprimer, en fonction de x, la recette totale en dirhams si toutes les places sont prises.

c) Calculer cette recette si $x = 200$.

29



a) Calculer l'aire de la partie coloriée en fonction de x.

b) Combien vaut cette aire si $x = 14{,}7$ m ?

30 On désigne par k un nombre entier. Mehdi, Salma, Adam et Ghita se partagent un sac de billes. Mehdi prend k billes. Salma en reçoit 4 de moins que Mehdi. Adam a deux fois plus de billes que Mehdi et 8 de moins que Ghita.

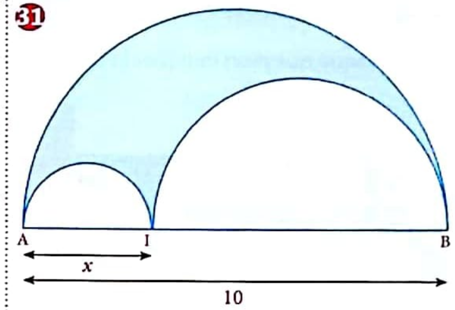
a) Calculer le nombre de billes des autres garçons si Mehdi en prend 7.

b) Exprimer, en fonction de k, le nombre de billes des autres garçons.

c) En utilisant les expressions de la question b), déduire, en fonction de k, le nombre total de billes. Réduire l'expression trouvée.

d) En utilisant l'expression trouvée au c), calculer le nombre total de billes si Mehdi en prend 7.

31



La figure ci-dessus est constituée de trois demi-cercles dont les centres appartiennent au segment [AB].

a) Réaliser cette figure pour $x = 3$.

Dans ce cas-là, calculer la longueur de chacun des trois demi-cercles (donner la valeur arrondie des résultats au dixième)

Quel est alors le périmètre de la figure bleue délimitée par les trois demi-cercles?

b) Même question pour $x = 8$.

c) Que remarques-tu ?

d) Exprimer en fonction de x et de π, la longueur de chacun des trois demi-cercles.

e) Déduis-en une expression du périmètre de la figure bleue en fonction de x et de π.

Que peux-tu dire de ce périmètre ? Justifie.

f) Utiliser le résultat de la question précédente pour déterminer le périmètre de la figure bleue lorsque $x = 1$, puis pour $x = 5$ et enfin pour $x = 8{,}7$.

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	b	c
1	Dans le calcul : 23 - (7 - 2 x 3) x 8 - 4 Quelle opération faut-il effectuer en premier ?	2 x 3	8 - 4	7 - 2 x 3
2	34 x 2 - 8 + 4 est égal à :	(34 x 2) - 8 + 4	34 x (2 - 8 + 4)	34 x 2 - (8 + 4)
3	37 - [12 x (7 - 6 - 1)] est égal à :	0	13	37
4	$\frac{3+7}{5-2}$ peut s'écrire aussi :	(3 + 7 ÷ 5)	3 + (7 ÷ 5 - 2)	(3 + 7) ÷ (5 - 2)
5	L'expression 5 ÷ (7 - 3 x 2) peut s'écrire aussi :	$\frac{5}{7}$ - 3 x 2	$\frac{5}{7-3}$ x 2	$\frac{5}{7-3\times 2}$
6	2 x (17 - 1) est :	la différence du produit de 2 par 17 et 1	le double de la différence de 17 et 1	le carré de la différence de 17 et 1
7	La somme du produit de 5 par 9 et de la différence de 7 et 4 est	45 - 3	3 x 45	45 + 3
8	3 x (15 + 9) est égal à :	3 x 24	3 x 15 + 9	3 x 15 + 3 x 9
9	Multiplier un nombre par 9 revient	le multiplier par 10 puis soustraire 10	le multiplier par 10 puis le soustraire	le multiplier par 10 puis soustraire 9
10	En factorisant l'expression : 12 x 8,1 + 12 x 1,9 on obtient :	12 x 10	12 x 11	12 x 8,1 x 1,9

2 Fractions : Opérations

Je vais apprendre à :

- Écrire un nombre décimal sous la forme fractionnaire ;
- Effectuer le produit de deux nombres écrits sous la forme fractionnaire ;
- Ramener le dénominateur décimal à un dénominateur entier ;
- Comparer, additionner et soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dans les cas où :
  - Les dénominateurs sont les mêmes ;
  - Le dénominateur de l'un est multiple du celui de l'autre.

Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	b	c
1	Dans la fraction $\frac{5}{8}$:	8 est numérateur	5 est dénominateur	5 est numérateur
2	Le nombre 13 est un diviseur de :	64	78	89
3	Le nombre 51 est un multiple de :	17	27	13
4	Le quotient de la division de 18 par 3 est :	7	6	15
5	Une fraction égale à $\frac{15}{18}$ est :	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{3}$
6	La fraction $\frac{15}{18}$ est comprise entre :	0 et 1	1 et 2	2 et 3
7	Les nombres entiers compris entre $\frac{17}{3}$ et $\frac{22}{3}$ sont :	Deux nombres	Trois nombres	Quatre nombres
8	Pendre le quart de 28 c'est :	multiplier 28 par 4	diviser 28 par $\frac{1}{4}$	multiplier 28 par $\frac{1}{4}$

Activité 1

1) Effectuer les divisions suivantes : $3 \div 2$; $2 \div 3$; $5 \div 4$; $8 \div 9$; $6 \div 3$; $6 \div 9$

2) En utilisant la question 1), recopier et compléter les phrases suivantes à l'aide des mots : entier, décimal, représente, numérateur, dénominateur.

« La fraction $\frac{3}{2}$ représente le nombre ...... 1,5.»

« La fraction $\frac{5}{4}$ ....le nombre ....1,25.»

« la fraction $\frac{6}{3}$ .... le nombre .... 2.»

« Dans la fraction $\frac{5}{4}$, 5 est le ....»

« Dans la fraction $\frac{5}{4}$, 4 est le ....»

Activité 2

1) Le quotient de a par b est q. Donne son écriture fractionnaire et, s'il existe son écriture décimale.

a	b	écriture fractionnaire	écriture décimale
2	5		
5	3		
9	4		
0,7	0,2		
1,3	5,2		

2) En utilisant l'écriture fractionnaire, réécris les expressions suivantes :

$12 + 3 \div 4 =$ ...... $(12 + 3) \div 4 =$ ...... $12 \div (3 + 4) =$ ......

Activité 3

1) Recopie et compléte à l'aide des symboles < ou > :

3 ... 4 donc $\frac{3}{4}$ ... 1 ; 5 .... 6 donc $\frac{6}{5}$ ... 1 .

2) On veut comparer les deux nombres $A = \frac{13\,579}{24\,680}$ et $B = \frac{24\,680}{13\,579}$

Recopier et compléter à l'aide des symboles < ou > :

« 13 579 .... 24 680 , donc A ....1 et B .... 1 et donc A ....B. »

Activité 4

Khadija souhaite faire de la confiture,

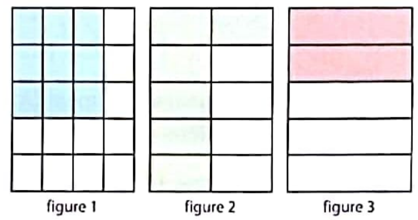
Confiture de fraises	« 450 g de sucre pour 750 g de fraises. »
Confiture d'abricots	« 500 g de sucre pour 1 kg de confiture. »
Confiture de cerises	« 800 g de sucre pour 2 400 g de cerises. »

1) Pour chaque recette, exprime la proportion de sucre ajouté dans la confiture sous forme de fraction.

2) Simplifie le plus possible les fractions obtenues à la question précédente.

3) Que signifie une proportion de sucre ajouté supérieure à $\frac{1}{2}$?

Activité 5



1) Exprime sous la forme d'une fraction l'aire coloriée sur chacun des rectangles ci-contre.

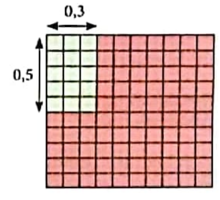
2) En observant les figures, range ces fractions dans l'ordre croissant.

3) Quadrille les figures 2 et 3 comme la figure 1 et à l'aide de ce nouveau quadrillage, exprime sous forme d'une fraction l'aire coloriée des figures 2 et 3 .

4) Recopie et complète les égalités suivantes : $\frac{6}{10} = \frac{....}{20}$ et $\frac{2}{5} = \frac{....}{20}$.

5) En utilisant la question précédente, range les fractions $\frac{9}{20}$; $\frac{6}{10}$ et $\frac{2}{5}$ dans l'ordre croissant.

Activité 6

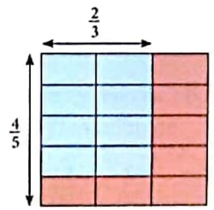


Dans cette activité, l'unité de longueur est le mètre, l'unité d'aire est le mètre carré, la longueur des côtés des deux carrés rouges des figures ci-contre est égale à 1 mètre.

1) Calcule l'aire du rectangle vert. Quelles fractions de longueur du côté représentent 0,3 m et 0,5 m ?

Donne une écriture fractionnaire de l'aire du rectangle vert.

Complète l'égalité : $\frac{3}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{...}{...}$



2) Quelle fraction de l'aire du carré, représente l'aire du rectangle bleu ?

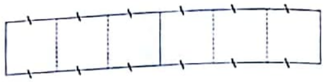
Ce rectangle a pour longueur $\frac{4}{5}$ et pour largeur $\frac{2}{3}$.

Complète l'égalité : $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{...}{...}$

Activité 7

1) Roukia mange un tiers d'un cake au petit-déjeuner, puis un autre tiers de ce cake au goûter. Combien a-t-elle mangé de ce cake ?

Recopier et compléter $2 \times \frac{1}{3} = \dots\dots$



2) Faire la figure ci-contre et représenter «un tiers de deux cakes». Recopier et compléter :

- $\frac{1}{3} \times 2 = \dots\dots$
- $3 \times \frac{2}{3} = \dots\dots$

Activité 8

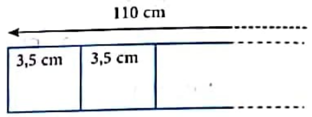
1) Le segment [AB] a pour longueur 8 centimètres. Il est partagé en cinq segments de même longueur. Reproduire la figure en vraie grandeur.

Quelle est la longueur du segment [AC] ?

2) Recopier et compléter en utilisant une fraction : AC est égal à $\frac{\dots}{\dots}$ de AB

3) Exprimer sous forme décimale le quotient $\frac{3}{5}$, puis $\frac{3}{5} \times 8$. Que constate-t-on ?

Activité 9



1) Dans une baguette de 110 cm de long, on découpe des dominos de 3,5 cm de long.

- Recopier et compléter $110 \div 3{,}5 = \frac{110}{3{,}5} = \frac{110 \times \dots}{3{,}5 \times \dots} = \frac{\dots}{35}$
- Calculer alors le nombre de dominos découpés.

2) Hicham a payé 24,65 dh pour 1,7 kg de pommes.
En procédant comme ci-dessus, calculer le prix d'un kilogramme de pommes.

3) Maria paie 20,25 dh pour 2,25 L d'essence. Calculer le prix d'un litre d'essence.

Activité 10

1) Calculer les nombres suivants en utilisant l'écriture décimale puis donner le résultat en écriture fractionnaire simplifiée.

$\frac{5}{10} + \frac{2}{10}$ $\quad \frac{45}{100} - \frac{12}{100}$ $\quad \frac{5}{4} + \frac{12}{4}$ $\quad \frac{9}{5} - \frac{2}{5}$

2) Calculer les nombres suivants en utilisant l'écriture fractionnaire puis vérifier le résultat en utilisant l'écriture décimale.

$\frac{2}{10} + \frac{5}{100}$ $\quad \frac{3}{10} - \frac{7}{100}$ $\quad 4 + \frac{1}{10}$ $\quad \frac{15}{100} - \frac{8}{1\,000}$

Cours

1- Ecriture fractionnaire et quotient :

Définition

a et b étant deux nombres décimaux avec $b \neq 0$; $\frac{a}{b}$ est le quotient de a par b : $\frac{a}{b} = a \div b$.

On dit que $\frac{a}{b}$ est **une écriture fractionnaire** du quotient $a \div b$.

a est le numérateur et b le dénominateur.

Exemple :

- $\frac{2{,}5}{5}$ est une écriture fractionnaire et $2{,}5 \div 5 = 0{,}5$.
- $\frac{3{,}3}{1{,}1}$ est une écriture fractionnaire et $\frac{3{,}3}{1{,}1} = \frac{33}{11} = 3$.

Remarque

- Certaines fractions peuvent être des nombres décimaux, par exemple :
$$\frac{5}{4} = 1{,}25 \;;\; \frac{3}{2} = 1{,}5 \;;\; \frac{2}{10} = 0{,}2.$$
- En revanche, certaines fractions ne sont pas des nombres décimaux, par exemple : 2/3 n'est pas un nombre décimal car la division $2 \div 3$ ne s'arrête jamais.
- Tous les nombres décimaux peuvent être écrits sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1 000 ...

Par exemple : $3{,}2 = \frac{32}{10}$; $1{,}23 = \frac{123}{100}$; $0{,}115 = \frac{115}{1\,000}$.

2- Comparaison de nombres en écriture fractionnaire :

Cas où les dénominateurs sont les mêmes :

Propriété

Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Exemple : $\frac{3{,}6}{11} < \frac{9}{11}$. En effet le dénominateur est le même et $3{,}6 < 9$.

Cas où l'un des dénominateurs est multiple de l'autre :

On écrit les nombres avec le même dénominateur.

Exemple : Comparaison de $\frac{5}{4}$ et $\frac{13}{12}$.

$12 = 4 \times 3$ donc 12 est un multiple de 4 et $\frac{5}{4} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{15}{12}$.

On compare alors $\frac{15}{12}$ et $\frac{13}{12}$. $13 < 15$ donc $\frac{13}{12} < \frac{15}{12}$ c'est-à-dire $\frac{13}{12} < \frac{5}{4}$.

Propriété

Si deux nombres ont le même numérateur alors le plus petit est celui qui a le plus grand dénominateur.

Exemple : $\frac{3}{7} < \frac{3}{5}$ car $7 > 5$.

3- Comparer des fractions à 1 :

Propriété

a et b sont deux nombres entiers tels que $b \neq 0$.

- Si $a < b$ alors $\frac{a}{b}$ est plus petit que 1.
- Si $a > b$ alors $\frac{a}{b}$ est plus grand que 1.

Exemple :
- $4 > 3$ donc $\frac{4}{3} > \frac{4}{4}$ et comme $\frac{4}{4} = 1$, on peut conclure que $\frac{4}{3} > 1$.
- $2 < 3$ donc $\frac{2}{3} < \frac{3}{3}$ et comme $\frac{3}{3} = 1$, on peut conclure que $\frac{2}{3} < 1$.

4- Multiplication de nombres en écriture fractionnaire :

Propriété

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ avec ($b \neq 0$ et $d \neq 0$).

Exemple 1 : $\frac{5,24}{2,1} \times \frac{2}{3} = \frac{5,24 \times 2}{2,1 \times 3} = \frac{10,48}{6,3}$

Exemple 2 : $\frac{7}{8} \times \frac{5}{3} = \frac{7 \times 5}{8 \times 3} = \frac{35}{24}$

Cas particulier : multiplication de $\frac{a}{b}$ par c :

$\boxed{\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}}$ En effet : $\frac{a}{b} \times c = \frac{a}{b} \times \frac{c}{1} = \frac{a \times c}{b \times 1} = \frac{a \times c}{b}$

« Prendre une fraction d'un nombre c », c'est multiplier cette fraction par c.

Exemple 1 : $\frac{22}{7} \times 6 = \frac{22 \times 6}{7} = \frac{132}{7}$

Exemple 2 : $5,2 \times \frac{3}{2,8} = \frac{5,2 \times 3}{2,8} = \frac{15,6}{2,8}$

5- Fraction d'une quantité :

Définition

Pour calculer la fraction $\frac{a}{b}$ d'une quantité Q, on partage cette quantité en b parties et on en prend a parties, donc on calcule $Q \times \frac{a}{b}$.

Exemple : On calcule $\frac{2}{3}$ de 5.

$5 \times \frac{2}{3} = \frac{5}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{1 \times 3} = \frac{10}{3}$

6- Division par un nombre décimal :

Propriété

Le résultat d'une division par un nombre décimal ne change pas lorsqu'on multiplie le dividende et le diviseur par 10 ou 100 ou ... de façon à se ramener à une division par un nombre entier.

Exemple : division de 5,61 par 0,3

$\frac{5,61}{0,3} = \frac{5,61 \times 10}{0,3 \times 10} = \frac{56,1}{3}$

Donc $5,61 \div 0,3 = 56,1 \div 3$

D'après la division ci-contre : $5,61 \div 0,3 = 18,7$

On multiplie le dividende et le diviseur par 10

$$\begin{array}{r|l} 5,61 & 0.3 \\ 56,1 & 3 \\ \hline -3 & 18,7 \\ 26 & \\ -24 & \\ 21 & \\ -21 & \\ 0 & \end{array}$$

× 10 × 10

7- Additionner des fractions :

Propriété

Pour additionner des fractions qui ont **le même dénominateur**, on additionne les numérateurs et on garde le dénominateur.

Exemple :

- On additionne $\frac{3}{5}$ et $\frac{4}{5}$.
  Les fractions $\frac{3}{5}$ et $\frac{4}{5}$ ont le même dénominateur : 5, donc : $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{3+4}{5} = \frac{7}{5}$.
- On additionne $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{3}$.
  Les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{3}$ ont le même dénominateur : 3, donc : $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2+5}{3} = \frac{7}{3}$.

Remarque

Pour additionner deux fractions dont les dénominateurs sont des multiples d'un même nombre, on cherche à écrire les fractions de telle sorte qu'elles aient le même dénominateur, puis on utilise la propriété précédente.

Exemple :

- On additionne $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{12}$.

  On remarque que $12 = 2 \times 6$ donc $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$. $\quad \frac{5}{6} + \frac{7}{12} = \frac{10}{12} + \frac{7}{12} = \frac{17}{12}$.

8- Soustraire des fractions :

Propriété

Pour soustraire des fraction qui ont **le même dénominateur**, on soustraie les numérateurs et on garde le dénominateur.

Remarque

Pour soustraire deux fractions dont les dénominateurs sont des multiples d'un même nombre, on cherche à écrire les fractions de telle sorte qu'elles aient le même dénominateur, puis on utilise la propriété précédente.

Exemple :

- On calcule $\frac{5}{6} - \frac{7}{12}$:

  On remarque que $12 = 6 \times 2$ donc $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$.

  Donc : $\frac{5}{6} - \frac{7}{12} = \frac{10}{12} - \frac{7}{12} = \frac{3}{12} = \frac{3 \times 1}{3 \times 4} = \frac{1}{4}$.
- On calcule l'expression $E = \frac{7}{3} \times \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{15} - \frac{1}{30}\right)$.

  On effectue d'abord les calculs entre parenthèses : on remarque que $15 = 3 \times 5$,

  donc $\frac{1}{5} = \frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$. Donc $\frac{1}{5} + \frac{2}{15} = \frac{3}{15} + \frac{2}{15} = \frac{5}{15}$.

  On a alors $E = \frac{7}{3} \times \left(\frac{5}{15} - \frac{1}{30}\right)$.

  On calcule $\frac{5}{15} - \frac{1}{30} = \frac{10}{30} - \frac{1}{30} = \frac{9}{30}$.

  les nombres 9 et 30 sont des multiples de 3 avec $9 = 3 \times 3$ et $30 = 3 \times 10$.

  Donc la fraction $\frac{9}{30}$ peut être simplifiée; on a alors :

  $E = \frac{7}{3} \times \frac{9}{30} = \frac{7}{3} \times \frac{3 \times 3}{3 \times 10} = \frac{7 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 10} = \frac{7}{10}$.

Exercices résolus

Méthodes et techniques

Exercice 1

Énoncé : Dans une salle de cinéma de 120 places, 78 personnes sont assises.

Quelle fraction du nombre totale de place les spectateurs occupent-ils ?

Solution : On cherche une fraction du nombre total de places. Il y a 78 place occupées sur 120 places au total, donc $\frac{78}{120}$ des places sont occupées.

Exercice 2

Énoncé : Comparer les deux nombres $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{12}$.

Solution :

1) On remarque que 12 est un multiple de 4.

2) On écrit la fraction égale à $\frac{3}{4}$ dont le dénominateur est 12 : $\frac{3}{4} \underset{\times 3}{\overset{\times 3}{=}} \frac{9}{12}$

3) On compare les fractions $\frac{9}{12}$ et $\frac{7}{12}$ qui ont le même dénominateur : $\frac{9}{12} > \frac{7}{12}$ car : $9 > 7$;

4) On conclut : $\frac{3}{4} > \frac{7}{12}$.

Exercice 3

Énoncé : Dans une classe de 30 élèves, $\frac{3}{5}$ sont des filles. Parmi elles, $\frac{1}{3}$ font de l'allemand en première langue.

1) Quelle fraction de la classe représente les filles qui font de l'allemand ?

2) Combien sont-elles ?

Solution :

1) Je calcule 1/3 de 3/5 : $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{15} = \frac{5 \times 6}{5} = \frac{1}{5}$.

les filles qui font de l'allemand représentent 1/5 de la classe.

2) Je calcule le nombre de filles qui font de l'allemand : $\frac{1}{5} \times 30 = \frac{30}{5} = \frac{5 \times 6}{5} = 6$.

Il y a 6 filles qui font de l'allemand dans la classe.

Exercice 4

Énoncé : Écrire sous forme décimale le quotient $\frac{44}{17{,}6}$ sans utiliser la calculatrice.

Solution : On rend le dénominateur entier : $\frac{44}{17{,}6} = \frac{44 \times 10}{17{,}6 \times 10} = \frac{440}{176}$.

On effectue la division de 440 par 176 :

$$\begin{array}{r|l} 440 & 176 \\ 880 & 2{,}5 \\ 00 & \end{array}$$

Donc $\frac{44}{17{,}6} = 2{,}5$.

Exercice 5

Énoncé : Calculer la somme $\frac{2}{3} + \frac{8}{15}$

Solution :

1) On remarque que 15 est un multiple de 3.

2) On écrit la fraction égale à $\frac{2}{3}$ dont le dénominateur est 15 : $\frac{2}{3} \underset{\times 5}{\overset{\times 5}{=}} \frac{10}{15}$

3) On calcule : $\frac{2}{3} + \frac{8}{15} = \frac{10}{15} + \frac{8}{15} = \frac{18}{15} = \frac{6 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{5}$

Exercice 6

Énoncé : Calculer et simplifier la fraction obtenue le cas échéant.

1) $A = \frac{5}{6} - \frac{1}{2} + \frac{11}{6}$ 2) $B = \frac{9}{14} - \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{14}\right)$

Solution :

1) $A = \frac{5}{6} - \frac{1}{2} + \frac{11}{6}$

$A = \frac{5}{6} - \frac{3}{6} + \frac{11}{6}$

$A = \frac{2}{6} + \frac{11}{6}$ donc $A = \frac{13}{6}$

> Dans une suite d'addition et de soustraction, on effectue les calculs de la gauche vers la droite.
> On commence donc par :
> $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{5}{6} - \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{5}{6} - \frac{3}{6}$

2) $B = \frac{9}{14} - \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{14}\right)$

$B = \frac{9}{14} - \left(\frac{2}{14} - \frac{1}{14}\right)$

$B = \frac{9}{14} - \frac{1}{14}$

Donc : $B = \frac{8}{14}$

Or $\frac{8}{14} = \frac{4 \times 2}{7 \times 2} = \frac{4}{7}$

Donc : $B = \frac{4}{7}$

> On effectue d'abord les calculs entre parenthèses.
> On commence donc par :
> $\frac{1}{7} - \frac{1}{14} = \frac{1 \times 2}{7 \times 2} - \frac{1}{14} = \frac{2}{14} - \frac{1}{14}$

Exercices et problèmes

1 Recopie et complète à l'aide des signes = ou ≠.

a) $\frac{1}{4} \dots \frac{7}{2}$ b) $\frac{3}{4} \dots \frac{1}{2}$

c) $\frac{7}{4} \dots \frac{49}{26}$ d) $\frac{2}{3} \dots \frac{18}{117}$

2 Recopie et complète :

$\frac{25}{19} < \frac{\dots}{19} < \frac{43}{19}$; $\frac{11}{47} < \frac{\dots}{47} < \frac{11{,}1}{47}$

3 **1)** Recopie et compléte :

$\frac{5}{6} = \frac{\dots}{30}$; $\frac{3}{5} = \frac{\dots}{30}$

$\frac{1}{3} = \frac{\dots}{30}$; $\frac{5}{6} = \frac{\dots}{30}$

2) Sans effectuer de calculs, range les nombres suivants dans l'ordre croissant :

$\frac{5}{6}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{15}$

4 **a)** Simplifie l'écriture de la fraction $\frac{21}{24}$.

b) Trouve la fraction égale à $\frac{21}{24}$ dont le numérateur est 28.

c) Trouve la fraction égale à $\frac{21}{24}$ dont le dénominateur est 40.

d) Écris avec le même dénominateur :

$\frac{7}{2}$ et $\frac{13}{0{,}2}$; $\frac{9{,}3}{4}$ et $\frac{0{,}7}{5}$, $\frac{1{,}3}{4}$ et $\frac{3{,}9}{20}$

5 Recopie ce schéma et relie deux par deux les écritures fractionnaires d'un même nombre.

$\frac{56}{72}$ •	$\frac{21}{35}$ •	$\frac{15}{40}$ •	$\frac{27}{63}$ •	$\frac{14}{16}$ •
∘ $\frac{8}{3}$	∘ $\frac{7}{8}$	∘ $\frac{7}{9}$	∘ $\frac{3}{7}$	∘ $\frac{3}{5}$

6 Range les nombres donnés dans l'ordre décroissant :

- $\frac{11}{7}$; $\frac{11{,}1}{7}$; $\frac{11{,}21}{7}$; $\frac{12}{7}$; $\frac{11{,}12}{7}$; $\frac{12{,}21}{7}$; $\frac{12{,}11}{7}$; $\frac{11{,}22}{7}$
- $\frac{36}{5}$; $\frac{36}{45}$; $\frac{36}{4{,}2}$; $\frac{36}{3}$; $\frac{36}{49}$; $\frac{36}{23}$; $\frac{36}{36}$

7 **a)** Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont inférieurs à 1 ?

b) En utilisant la calculatrice, range les nombres suivants dans l'ordre croissant.

$\frac{1001}{715}$; $\frac{1554}{1036}$; $\frac{1645}{1158}$

8 **a)** Recopie et complète le tableau suivant :

Est divisible par :	2	3	4	5	9
622					
628					

b) Utilise les résultats de la question **a)** pour simplifier le plus possible la fraction $\frac{628}{622}$

9 **a)** Trouve une fraction comprise entre :

$\frac{1}{9}$ et $\frac{1}{11}$.

b) Trouve une fraction comprise entre :

$\frac{6}{5}$ et $\frac{8}{5}$.

c) Trouve un nombre décimal compris entre:

$\frac{13}{11}$ et $\frac{14}{11}$.

10 Compare mentalement les nombres :

$\frac{8}{7}$ et $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{9}$ et $\frac{11}{8}$; $\frac{45}{49}$ et $\frac{43}{41}$.

11 Un élève a écrit : $\frac{7}{8} < \frac{13}{16}$ car $7 < 13$ et $8 < 16$

A-t-il raison ?

12 **a)** Écris les nombres donnés avec le même dénominateur.

- $\frac{1}{2}$; 0,6 ; $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{14}{15}$; $\frac{19}{30}$.
- $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{25}$; $\frac{11}{15}$; $\frac{20}{30}$; $\frac{10}{20}$; $\frac{7}{10}$.

b) Range ces nombres dans l'ordre croissant, dans chaque cas.

13 Calcule mentalement puis donne le résultat sous forme d'une fraction.

a) $5\times\frac{2}{3}$ b) $15\times\frac{3}{4}$ c) $9\times\frac{7}{2}$

d) $8\times\frac{6}{5}$ e) $13\times\frac{5}{9}$ f) $8{,}5\times\frac{4}{5}$

14 Dans une classe de 30 élèves, $\frac{2}{3}$ des élèves font de l'anglais et le reste de la classe fait de l'allemand.

a) Combien d'élèves font de l'anglais ?

b) Combien d'élèves font de l'allemand ?

15 Qu'est-ce qui dure le plus longtemps ?

a) $\frac{3}{4}$ h ou $\frac{43}{60}$ h b) $\frac{2}{3}$ h ou $\frac{43}{60}$ h

c) $\frac{3}{4}$ h ou $\frac{2}{3}$ h

16 Chercher sans la calculatrice :

a) Les $\frac{3}{4}$ de 200 dh b) Les $\frac{2}{5}$ de 40 litres

c) Les $\frac{7}{8}$ de 560 kilogrammes

17 Simplifier par 4 :

a) $\frac{8}{12}$ b) $\frac{16}{28}$ c) $\frac{24}{28}$ d) $\frac{4}{44}$

18 Sur la copie de Houda, on peut lire :

a) $\frac{120}{150}=\frac{12}{15}$ b) $\frac{45}{72}=\frac{5}{8}$

c) $\frac{64}{24}=\frac{8}{3}$ d) $\frac{35}{45}=\frac{3}{4}$

Ces égalités sont-elles toutes vraies ?
Justifier en utilisant une règle du cours.

19 Effectue les produits et donne le résultat sous forme d'une fraction la plus simple possible.

a) $\frac{2}{5}\times\frac{5}{7}$ b) $\frac{25}{4}\times\frac{4}{5}$ c) $\frac{21}{10}\times\frac{40}{3}$

d) $\frac{3}{5}\times\frac{15}{6}$ e) $\frac{26}{5}\times\frac{15}{13}$ f) $\frac{3}{16}\times\frac{2}{9}$

g) $\frac{25}{49}\times\frac{28}{5}\times\frac{33}{10}$

20 a) Calcule les produit :

$6{,}6\times\frac{1}{2}$; $6{,}6\times\frac{5}{6}$; $6{,}6\times\frac{2}{3}$

b) Trace un segment [AB] de longueur AB= 6,6 cm et place sur ce segment les points C, D et E tels que :

$AC=\frac{1}{2}AB$, $AD=\frac{5}{6}AB$ et $AE=\frac{2}{3}AB$

21 Calcule et simplifie s'il y a lieu :

$\frac{5}{4}\times\frac{8}{15}$; $\frac{7}{17}\times\frac{3{,}5}{14}$; $\frac{5}{9}\times\frac{2{,}5}{3}$; $\frac{45}{21}\times\frac{28}{30}$

$\frac{15}{18}\times\frac{4}{25}$; $\frac{6}{5}\times\frac{1}{12}$; $4\times\frac{17}{20}$; $3\times\frac{5}{2}$.

22 Un élève a écrit :

$\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}=\frac{4}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{20}{6}=\frac{10}{3}$

Cette écriture est-elle correcte ? Pourquoi?

23 Compléter les égalités :

1) $\frac{3}{5}\times\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{18}{35}$. 2) $\frac{11}{13}\times\frac{\ldots}{\ldots}=1$

3) $\frac{2{,}5}{11}\times\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{10}{99}$. 4) $\frac{3}{4}\times\frac{7}{\ldots}=\frac{7}{8}$

24 On sait que :

$17\times13=221$, $13\times19=247$ et $15\times17=255$.

a) Sans effectuer de calcul, simplifier $\frac{255}{221}$

b) Recopier et compléter l'égalité $\frac{17}{19}=\frac{\ldots}{247}$

25 Écrire chaque quotient avec un dénominateur entier le plus petit possible, puis calculer ce quotient.

a) $\frac{11}{5{,}5}$ b) $\frac{42{,}3}{7{,}05}$ c) $\frac{9{,}02}{2{,}05}$

26 Effectuer chaque division en se ramenant à une division par un nombre entier. Vérifier avec la calculatrice.

a) $2{,}4\div0{,}9$ b) $8\div1{,}6$

c) $1{,}375\div1{,}1$ d) $3{,}78\div2{,}52$

27 Il y a, dans un volume d'air, $\frac{10{,}5}{50}$ d'oxygène et $\frac{19{,}5}{25}$ d'azote. Le reste est constitué d'autres gaz tels que le gaz carbonique ou la vapeur d'eau.

Quelle fraction de ce volume d'air représentent les autres gaz? Donner ensuite le résultat sous forme de pourcentage.

28 Exemple : $\frac{59}{18}=\frac{54}{18}+\frac{5}{18}=3+\frac{5}{18}$ ← reste

quotient

Car $59=3\times18+5$

On en déduit que $3<\frac{59}{18}<4$.

1) Décomposer, sous la forme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, les nombres suivants : $\frac{37}{15}$; $\frac{83}{21}$; $\frac{79}{38}$; $\frac{91}{12}$

$\frac{1}{3}=\frac{\ldots}{30}$; $\frac{5}{6}=\frac{\ldots}{30}$

2) En déduire un encadrement de chacun de ces nombres par deux nombres entiers consécutifs.

29 1) Donner un ordre de grandeur des quotients :

$\frac{41}{4}$ et $\frac{361}{12}$, puis de la somme $\frac{41}{4}+\frac{361}{12}$

2) a) Calculer, avec un résultat fractionnaire, la somme : $\frac{41}{4}+\frac{361}{12}$.

b) Donner l'écriture décimale arrondie à 0,1 près de cette somme.

30 • Observe l'exemple :

$\frac{17}{5}=\frac{15}{5}+\frac{2}{5}=3+\frac{2}{5}$.

• Écrire sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, les nombres suivants :

$\frac{13}{4}$; $\frac{31}{8}$; $\frac{41}{9}$; $\frac{37}{13}$.

31 Calculer et simplifier lorsque c'est possible :

$\frac{3}{8}+\frac{5}{4}$; $\frac{11}{25}+\frac{3}{5}$; $\frac{16}{21}-\frac{2}{7}$; $\frac{11}{15}-\frac{2}{3}$;

$5+\frac{3}{5}$; $\frac{3{,}5}{2}+\frac{7}{4}$; $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$; $12-\frac{4}{15}$.

$\frac{1}{9}+\frac{1}{27}$; $\frac{11}{30}-\frac{1}{6}$; $8-\frac{2}{3}$; $\frac{27}{48}+\frac{11}{24}$; $1+\frac{6}{7}$.

32 a) Donner une fraction égale à $\frac{9}{5}$ dont le dénominateur est 35.

b) Donner une fraction égale à $\frac{2}{7}$ dont le dénominateur est 35.

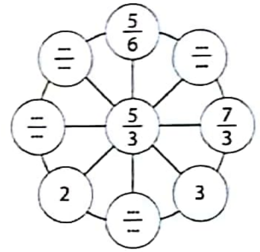
c) Calculer la somme $\frac{9}{5}+\frac{2}{7}$.

33 Écrire chacune des fractions suivantes sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction inférieur à 1.

a) $\frac{12}{2}$ b) $\frac{327}{5}$ c) $\frac{435}{11}$

34 1) Trouver les nombres manquants pour que la somme obtenue sur chaque diamètre soit égale à 5.

2) Quelle est la somme de tous les nombres de la figure ?



35 Recopier et Compléter le tableau.

a	$\frac{7}{25}$		$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{14}$	$\frac{5}{4}$	
b	$\frac{4}{25}$	$\frac{4}{31}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$
a + b		$\frac{11}{31}$				$\frac{11}{5}$

36 Quelle est la bonne solution ?

Le professeur a posé le problème suivant : le quart des deux tiers de mes livres sont des romans. Quelle est la fraction des autres livres ?

Donne ton avis sur chacune des solutions :

• **la solution de Farid :**

$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$

$1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$, Il y a $\frac{1}{12}$ d'autres livres.

• **la solution de Fadwa :**

$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{4 \times 3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$, Il y a $\frac{5}{6}$ d'autres livres.

37 Trouver le nombre manquant dans chacune des égalités suivantes :

1) $\frac{...}{4} - \frac{1}{8} \times \frac{5}{3} = \frac{13}{24}$

2) $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} + \frac{...}{5} = \frac{7}{10}$

38 Écrire le nombre $\frac{64}{27}$ sous la forme :

1) d'un produit de trois facteurs égaux;

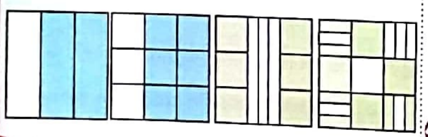
2) d'une somme de deux termes dont l'un est le triple de l'autre;

3) d'une différence de deux termes dont l'un est le double de l'autre.

39 **1)** Exprimer sous forme de fraction du grand carré les surfaces coloriées en bleu, puis les surfaces coloriées en vert.

2) Comparer les quatre aires des surfaces coloriées en vert.

3) Ranger par ordre croissant les quatre aires des surfaces coloriées en bleu.



40 Khadija a relevé les résultats du dernier contrôle de mathématiques dans les classes de 1ère de son collège.

Elle a noté les renseignements suivants :

• En 1ère A : 9 élèves sur 20 ont eu la moyenne.

• En 1ère B : trois quarts des élèves ont une note supérieure à 10/20.

• En 1ère C : 70% des élèves ont obtenu la moyenne.

Dans quelle classe les résultats ont-ils été les meilleurs ?

41 **1. a)** Tracer une droite graduée en prenant un segment unité [OI] tel que : OI = 3 cm.

b) Placer, sur cette droite, les points A, B, C, d'abscisses respectives : $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{2}$ et $\frac{13}{6}$.

2. a) Calculer, avec une écriture fractionnaire simplifiée, les longueurs AB et BC.

b) Que représente B pour le segment [AC] ?

42 Effectue les calculs suivants et donne les résultats sous la forme de fractions les plus simples possibles.

$A = \frac{1}{8} \times \frac{13}{7} + \frac{2}{5} \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{14} \right)$

$B = \left(\frac{10}{8} - \frac{1}{4} \right) \times \left(\frac{7}{12} + \frac{2}{3} \right)$

$C = \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \right) \times \left(\frac{2}{15} + \frac{4}{15} \right)$

43 Calculer et simplifier s'il y a lieu :

1) $\left(\frac{3}{4} - \frac{7}{4} \right) \times \frac{5}{8}$. **2)** $\frac{2}{3} - \frac{7}{5} - \frac{4}{15}$.

3) $\frac{13}{11} + \frac{3}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{7}{11}$. **4)** $\left(\frac{7}{5} - \frac{2}{15}\right) \times \frac{3}{2}$.

44 Calculer et simplifier s'il y a lieu :

1) $\left(\frac{3}{4} - \frac{7}{4}\right) \times \frac{5}{8}$. **2)** $\frac{2}{3} - \frac{7}{5} - \frac{4}{15}$.

3) $\frac{13}{11} + \frac{3}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{7}{11}$. **4)** $\left(\frac{7}{5} - \frac{2}{15}\right) \times \frac{3}{2}$.

45 Dans chaque cas, calculer en indiquant les différentes étapes.

a) Les deux tiers de quinze dh.

b) Les trois quarts de quarante-huit mètres.

c) Les cinq douzièmes de soixante litres.

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	L'inégalité qui est vraie est :	$\frac{2}{3} > \frac{3}{4}$	$\frac{7}{3} < \frac{5}{7}$	$\frac{57}{18} \leq 3$
2	$\frac{2}{3}$ est le résultat de :	$1 - \frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} - 1$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$
3	Le numérateur de la fraction $\frac{7}{3}$ est :	7	3	$\frac{3}{7}$
4	Une fraction égale à $\frac{15}{18}$ est :	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{3}$
5	Le nombre inférieur à 1 est :	$\frac{5}{9}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{5}{3}$
6	La fraction $\frac{7}{3}$ est comprise entre :	0 et 1	1 et 2	2 et 3
7	Le nombre $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$ est égal à :	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$
8	Le nombre $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$ est égal à :	$\frac{5}{8}$	$\frac{15}{16}$	$\frac{24}{15}$
9	Le nombre $\frac{2}{3}$ est :	La moitié de $\frac{4}{3}$	Le double de $\frac{4}{3}$	Le triple de $\frac{4}{3}$
10	Le reste de la division de 22 sur 3 est :	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$

3 Nombres relatifs, Nombres décimaux négatifs : Opérations

Je vais apprendre à :

- Connaître et utiliser les nombres relatifs.
- Calculer la distance entre deux points sur une droite graduée.
- Utiliser la notion d'opposé.
- Comparer deux nomdres relatifs.
- Additionner et soustraire deux nombres relatifs.
- Multiplier et diviser deux nombres relatifs.

Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	x est nombre positif si :	$x < 0$	$x > 0$	$x \geq 0$
2	La distance du point d'abscisse 8 et le point d'abscisse -9 est :	- 1	17	1
3	$\frac{3}{4}$ est supérieur à :	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$
4	-3 est égal à :	- 2 + 1	1 - 2	- 1 - 2
5	-1 - (-2) est égal à :	- 3	- 1	1
6	3 x (- 8) + 2 est égal à :	22	- 22	- 18
7	Dans l'égalité : $5 \times x = -3$ le nombre x est égal à :	$x = -\frac{3}{5}$	$x = -\frac{5}{3}$	$x = 3 - 5$

Activités de découverte

Activité 1 Définir un nombre relatif

a) Voici le relevé des températures que Ahmed a effectué, pendant la troisième semaine du mois de Décembre à Ifrane.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Température	+ 3	- 2	- 5	+ 2	+ 4	- 7	- 6

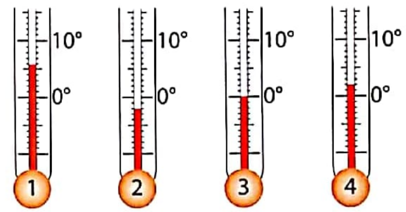
b) Quel est le jour de la semaine où il a fait le moins froid? et celui où il a fait le plus froid?

c) Classe ces températures de la plus basse à la plus élevée.

Activité 2 Repérage sur une droite graduée

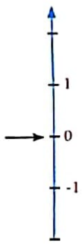
Les températures indiquées ont été prises un certain jour à midi dans les villes citées.

(M)	Meknes	2°C
(I)	Ifrane	- 2°C
(F)	Fes	0°C
(R)	Rabat	6°C



1) Associer chaque ville au thermomètre qui lui correspond.

2) Tracer la droite graduée ci-contre, sur laquelle 1cm représente 1°C, en la prolongeant. Pour chaque ville, placer le point dont l'abscisse correspond à la température relevée.



3) Que peut-on dire des points M et I ?

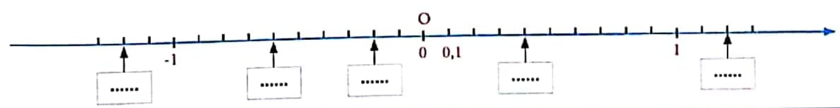
On dit que leurs abscisses, - 2 et 2 sont des nombres opposés

Activité 3

Pour construire une droite graduée , Hicham choisit d'abord un point O comme origine (O a pour abscisse 0). Puis il place des nombres à gauche et à droite de O en reportant toujours la même longueur. Pour obtenir une graduation au dixième, il partage chaque segment en 10 parties égales.

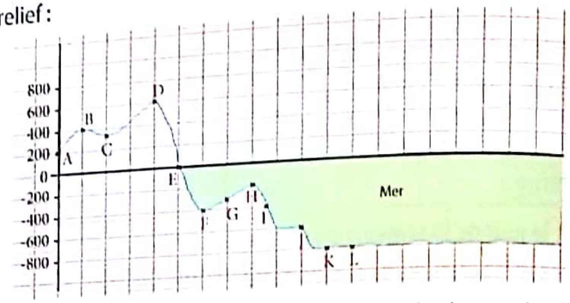
À droite de 0, il obtient les nombres 1, 2, 3, ...; à gauche, les nombres - 1, - 2, - 3, ...

Aide Hicham à compléter les nombres qui manquent.



Activité 4 Comparer deux nombres relatifs

Voici la coupe d'un relief :



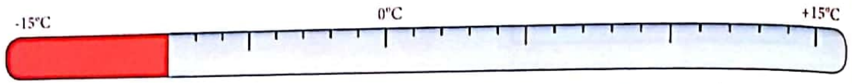
1) A l'aide d'un nombre relatif donne l'altitude ou la profondeur de chacun des points :
A ; B ; C ; D ; E ; F ; G ; H ; I ; J ; K ; L.

2) Classe ces nombres du plus grand au plus petit.

Activité 5

Il y a quelques heures, il faisait -8°C et, depuis, la température a baissé de 5°C.

a) À l'aide du thermomètre ci- dessous, trouve le résultat de (-8) -5.



b) De la même manière, trouve le résultat des soutractions suivantes : 2 - 3 ; 4 - 8,5.

c) Calcule (-8) + (-5). Compare le résultat avec (-8) - 5 . Que constates-tu?

d) Cette règle de calcul convient-elle pour les deux soustracions de la question b)?

e) À l'aide d'une calculatrice, vérifie cette règle pour les deux soustractions suivantes :

-7 - (- 3) ;   10 - (- 8,5)

f) Recopie et complète la phrase : « *Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son ......* ».

Activité 6

Ce tableau donne des informations sur des équipes qui ont participé à un tournoi de football.
Indiquer par un nombre l'information manquante sur chaque ligne.

Équipe	Buts marqués (M)	Buts encaissés (E)	Différence M - E
WAC	7	5	+2
MAT	5	7	
RAC	10	2	
OCS	1	5	
FAR	8		+1
KACM	8		-1

Cours

1- Nombre relatif :

Définition

Un nombre relatif est un nombre entier naturel précédé d'un signe + ou -.
S'il est précédé d'un signe - , on dit que c'est un nombre relatif négatif.
S'il est précédé d'un signe + , on dit que c'est un nombre relatif positif.

Exemple :

- Il fait -25 °C dans le congélateur : -25 est un nombre relatif négatif.
- Il fait +20 °C dans la classe : +20 est un nombre relatif positif.

Remarques

- Pour les nombres relatifs positifs, le signe + n'est pas obligatoire.
- Il existe un seul nombre relatif à la fois positif et négatif : 0 .

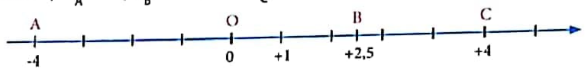
2- Droite graduée :

a) Abscisse

Définition

- Une droite graduée a une origine, un sens et une unité de longueur.
- Chaque point d'une droite graduée est repéré par un nombre relatif appelé abscisse du point. L'abscisse du point A se note x_A.

Exemple : Sur la droite graduée, $x_A = -4$, $x_B = +2,5$ et $x_C = +4$.



b) Distance à zéro

Sur la figure précédente ,

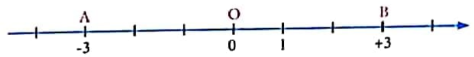
- Le point d'abscisse + 5, est à 5 unités de l'origine .
  On dit que la distance à zéro du nombre relatif + 5 est 5.
- Le point A d'abscisse - 4, est à 4 unités de l'origine : OA = 4
  On dit que la distance à zéro du nombre relatif - 4 est 4.

c) Nombres opposés

Définition

Deux nombres relatifs sont dits opposés lorsqu'ils ont des signes contraires (l'un positif, l'autre négatif) et des distances à zéro égales.

Exemple : Les nombres relatifs -3 et +3 sont opposés. Sur une droite graduée, les points A d'abscisse -3 et B d'abscisse +3 sont symétriques par rapport à l'origine.



3- Distance de deux points sur une droite graduée :

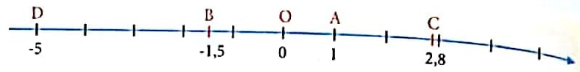
Définition

La distance entre deux points A et B situés sur une droite graduée est égale à :
AB = **(plus grande abscisse)** - **(plus petite abscisse)**

Remarque

Une distance est toujours positive.

Exemple :



L'abscisse de A est 1, l'abscisse de B est -1,5.

De plus, -1,5 < 1.

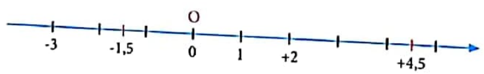
Donc AB = 1- (-1,5) = 1 + (+1,5) = 2,5.

4- Comparaison de nombres relatifs :

Propriétés

1) Tout nombre positif est plus grand que tout nombre négatif.
2) De deux nombres positifs, le plus grand est celui qui a la plus grande distance à zéro.
3) De deux nombres négatifs, le plus grand est celui qui a la plus petite distance à zéro.

Exemple :



• 2 > -3 (propriété 1) • 4,5 > 2 (propriété 2) • -1,5 > -3 (propriété 3)

5- Addition de nombres relatifs :

a) Règle de calcul

Régle 1

Somme de deux nombres relatifs de même signe :
- Le signe de la somme est le signe commun aux deux nombres.
- La distance à zéro de la somme est la somme des distances à zéro.

Exemple 1 : Les deux nombres sont positifs : 3,4 + 4,5 = **7,9** La somme est positive

Exemple 2 : Les deux nombres sont négatifs : -3,4 + (-4,5) = - **7,9** La somme est négative : on ajoute les distances à zéro

On met les parenthèses pour éviter la succession de deux signes

Régle 2

Somme de deux nombres relatifs de signes contraires :
- Le signe de la somme est le signe du terme de plus grande distance à zéro.
- La distance à zéro de la somme est la différence des distances à zéro.

Exemple 3 :

8,5 + (-3) = 5,5

Distance à zéro : 8,5 > 3, donc la somme a le signe de 8,5 : elle est positive.

La somme a pour distance à zero : 8,5 - 3.

Exemple 4 :

-7 + 4 = -3

Distance à zéro : 7 > 4, donc la somme a le signe de -7 : elle est négative.

La somme a pour distance à zero : 7 - 4.

b) Nombres opposés

Propriété

La somme de deux nombres relatifs opposés est égale à 0.

Exemples :
- 5 + (-5) = 0
- -7,3 + 7,3 = 0

c) Propriétés

Propriétés

Dans une expression où ne figurent que des additions :
- On peut changer l'ordre des termes ;
- On peut regrouper les termes comme l'on veut.

Exemple 1 :

• 5 + (-7) = -2 et • -(7) + 5 = -2

Exemple 2 :
- -7 + (-5) + 3 = -12 + 3 = -9
- -7 + (-5) + 3 = -7 + (- 2) = -9
- -7 + (-5) + 3 = -7 + 3 + (-5) = -4 + (-5) = -9

3- Distance de deux points sur une droite graduée :

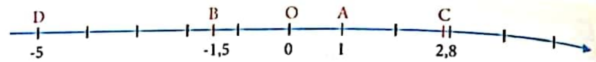
Définition

La distance entre deux points A et B situés sur une droite graduée est égale à :
AB = **(plus grande abscisse)** - **(plus petite abscisse)**

Remarque

Une distance est toujours positive.

Exemple :



L'abscisse de A est 1, l'abscisse de B est -1,5.

De plus, -1,5 < 1.

Donc AB = 1- (-1,5) = 1 + (+1,5) = 2,5.

4- Comparaison de nombres relatifs :

Propriétés

1) Tout nombre positif est plus grand que tout nombre négatif.
2) De deux nombres positifs, le plus grand est celui qui a la plus grande distance à zéro.
3) De deux nombres négatifs, le plus grand est celui qui a la plus petite distance à zéro.

Exemple :

• 2 > -3 (propriété 1) • 4,5 > 2 (propriété 2) • -1,5 > -3 (propriété 3)

5- Addition de nombres relatifs :

a) Règle de calcul

Régle 1

Somme de deux nombres relatifs de même signe :
• Le signe de la somme est le signe commun aux deux nombres.
• La distance à zéro de la somme est la somme des distances à zéro.

Exemple 1 : Les deux nombres sont positifs : 3,4 + 4,5 = **7,9** La somme est positive

Exemple 2 : Les deux nombres sont négatifs : -3,4 + (-4,5) = **- 7,9**

On met les parenthèses pour éviter la succession de deux signes

La somme est négative : on ajoute les distances à zéro

Régle 2

Somme de deux nombres relatifs de signes contraires :
• Le signe de la somme est le signe du terme de plus grande distance à zéro.
• La distance à zéro de la somme est la différence des distances à zéro.

Exemple 3 :

8,5 + (-3) = 5,5

Distance à zéro : 8,5 > 3, donc la somme a le signe de 8,5 : elle est positive.

La somme a pour distance à zero : 8,5 - 3.

Exemple 4 :

-7 + 4 = -3

Distance à zéro : 7 > 4, donc la somme a le signe de -7 : elle est négative.

La somme a pour distance à zero : 7 - 4.

b) Nombres opposés

Propriété

La somme de deux nombres relatifs opposés est égale à 0.

Exemples :
• 5 + (-5) = 0
• -7,3 + 7,3 = 0

c) Propriétés

Propriétés

Dans une expression où ne figurent que des additions :
• On peut changer l'ordre des termes ;
• On peut regrouper les termes comme l'on veut.

Exemple 1 :
• 5 + (-7) = -2 et • -(7) + 5 = -2

Exemple 2 :
• -7 + (-5) + 3 = -12 + 3 = -9
• -7 + (-5) + 3 = -7 + (- 2) = -9
• -7 + (-5) + 3 = -7 + 3 + (-5) = -4 + (-5) = -9

6- Soustraction de nombres relatifs :

a) Règle de calcul

Propriété

Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé.

Exemples :

• $8 - (-2) = 8 + 2$ donc : $8 - (-2) = 10$

Soustraire -2 — Additionner l'opposé de -2 c'est-à-dire 2

• $-2 - 8 = -2 + (-8)$ donc : $-2 - 8 = -10$

Attention ! Changer l'ordre des termes, change la différence.

b) Distance sur une droite graduée

Propriété

Sur une droite graduée, pour calculer la disatnce de deux points d'abscisses données, on calcule la différence entre **la plus grande abscisse** et **la plus petite.**

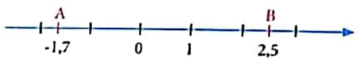
La distance de deux points est toujours un nombre positif.

Exemple :

• $2{,}5 > -1{,}7$ donc :

$AB = 2{,}5 - (-1{,}7) = 2{,}5 + 1{,}7$

$AB = 4{,}2$



Remarque

Les distances AB et BA sont les mêmes.

7- Calcul d'une expression :

Pour calculer une expression où ne figurent que des additions et soustractions, on commence par n'écrire que des additions.

Exemple :

$A = -6 - 7{,}5 + 9 - 2{,}5 + 6$

$A = -6 + (-7{,}5) + 9 + (-2{,}5) + 6$

$A = \cancel{-6} \cancel{+6} + (-7{,}5) + (-2{,}5) + 9$

$A = -10 + 9$

$A = -1$

Soustraire un nombre c'est ajouter son opposé.

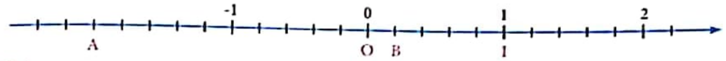
Dans une suite d'additions, on peut changer l'ordre des termes.

Exercices résolus

Méthodes et techniques

Exercice 1

Énoncé : Sur cette droite graduée, marquer les abscisses des points A et B.



Solution :

Abscisse de A : -2

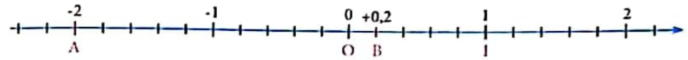
A à gauche de O

OA = 2 x OI

Abscisse de B : + 0,2

B à droite de O

OB = 0,2 x OI



Méthode : Pour lire l'abscisse d'un point sur une droite graduée d'origine O :

• On observe s'il est à droite ou à gauche du point O ;

• On cherche quelle est la distance au point O ;

Exercice 2

Énoncé : a) Des deux températures -1°C et 5,3°C, quelle est la plus basse ?

b) Lors d'une plongée sous-marine, Malika a atteint la cote -16,3m et Meriem a atteint la cote -12,5 m Quelle est la cote la plus basse ?

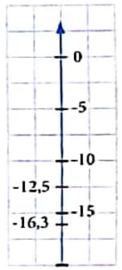
Solution : On peut s'aider d'une droite graduée pour comparer les deux nombres :

a) -1 est un nombre négatif et 5,3 est un nombre positif. Ainsi $-1 < 5{,}3$.

Donc : -1°C est la plus basse des deux températures.

b) -16,3 et -12,5 sont deux nombres négatifs. Le plus petit est celui qui a la distance à zéro la plus grande. Or $16{,}3 > 12{,}5$.

Donc : -16,3m est la cote la plus basse des deux.



Exercice 3

Énoncé : Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant : -5,8 ; 4,2 ; -8,5 ; 1,53.

Solution :

Ranger dans l'ordre croissant : ranger les nombres du plus petit au plus grand		
1. On trie :	les nombres négatifs : -5,8 ; -8,5	les nombres positifs : 4,2 ; 1,53
2. On compare :	les nombres négatifs : $-8{,}5 \leq -8{,}5$	les nombres positifs : $1{,}53 \leq 4{,}2$
3. On conclut :	$-8{,}5 \leq -8{,}5 \leq 1{,}53 \leq 4{,}2$	

Remarque

1) Le plus petit des deux nombres négatifs est celui qui est le plus éloigné de 0. (penser à la droite graduée).

2) Dans l'ordre décroissant (du plus grand au plus petit), on aurait : $4{,}2 \geq 1{,}53 \geq -5{,}8 \geq -8{,}5$.

Exercice 4

Énoncé : Calculer $A = (-4,5) + (-8)$; $B = (-4,5) + (+8)$; $C = (+4,5) + (-8)$.

Solution :

Calcul de A :
$A = (-4,5) + (-8)$
Or : $4,5 + 8 = 12,5$
Donc : $A = -12,5$

Calcul de B : $8 > 4,5$
$B = (-4,5) + (+8)$
Or : $8 - 4,5 = 3,5$
Donc : $B = 3,5$

Calcul de C : $8 > 4,5$
$C = (+4,5) + (-8)$
Or : $8 - 4,5 = 3,5$
Donc : $C = -3,5$

Méthode :

Les deux termes ont le même signe :
- On attribue à la somme le signe commun aux deux termes ;
- On calcule la somme $4,5 + 8$;
- On conclut.

Les deux termes ont des signes différents :
- On compare 8 et 4,5 ;
- On attribue à la somme le signe écrit devant 8 ;
- On calcule la différence $8 - 4,5$ (" le plus grand" - " le plus petit" ;
- On conclut.

Exercice 5

Énoncé : Calculer $A = -12,5 - (-7-5) + (-4,5+8) - 9$

Solution : $A = -12,5 - (-7-5) + (-4,5+8) - 9$

On effectue les calculs entre parenthèses :
- $-7 - 5 = -7 + (-5) = -12$
- $-4,5 + 8 = 3,5$

On reporte ensuite dans A :

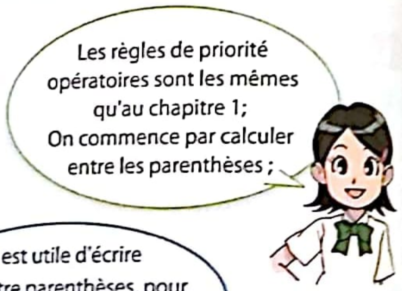
$A = -12,5 - (-12) + 3,5 - 9$

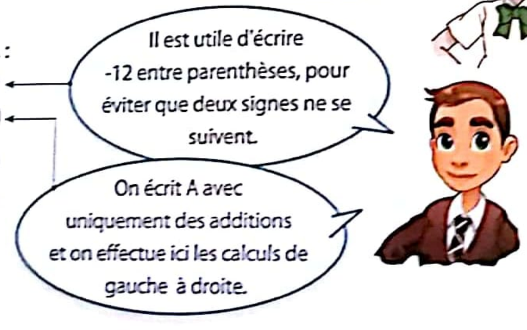
$A = \underbrace{-12,5 + 12}_{} + 3,5 + (-9)$

$A = \underbrace{-0,5 \quad + 3,5}_{} + (-9)$

$A = \quad 3 \quad + (-9)$

$A = -6$



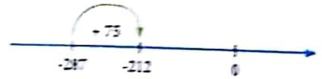


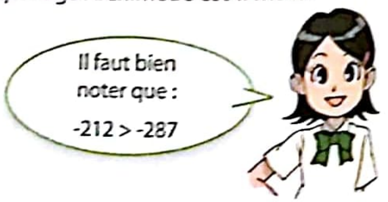
Exercice 6

Énoncé : Le célèbre savant grec, Archimède, est né à Syracuse en -287. Il est tué en -212 lors de la prise de Syracuse par les Romains. À quel âge Archimède est-il mort?

Solution : $(-212) - (-287) = (-212) + 287 = 75$

Archimède est donc mort à l'âge de 75 ans.





Exercices et problèmes

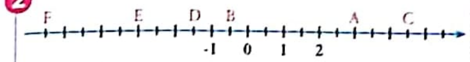
Repérage et comparaison

1 La température de l'eau de l'océan Atlantique à l'équateur est de 27°C en surface, de 21°C à 100m de profondeur, de 7°C à 500m 4°C à 1000m et 2,8°C à 3000m.

Présenter ces données dans un tableau à l'aide de nombres relatifs.

Profondeur en (m)				-1000	
Température en (°)	27°C	21°C			

2



Recopie ce tableau et complète-le par les abscisses des points indiqués.

Point	A	B	C	D	E	F
Abscisse						

3 a) Sur une droite graduée au centimètre, d'origine O, place les points A, B, C et D d'abscisse : $x_A = 2$; $x_B = -3$; $x_C = 3,4$ et $x_D = -5$.

b) Range dans l'ordre croissant les abscisses des points O, A, B, C et D.

4 a) Sur une droite graduée, placer les points suivants :

A(-2 ; 5) , B(+3 ; 4) , C(-1 ; 7) , D(+0 ; 6) , E(+2 ; 3).

b) Range dans l'ordre croissant les abscisses des points A , B , C , D et E.

5 Range dans l'ordre croissant les nombres relatifs suivants :

-3,03 ; -3,33 ; +3,033 ; +3,003 ; -3,3 ; -3 ; +3.

6 Voici ce que Mohamed a écrit dans sa copie :

6,3 > 0,7 donc -6,3 > 0,7 et -6,3 > -0,7.

Qu'en penses-tu ?

7 Complète par < , > ou = .

a) 2,5 ___ 2,17 b) 3,57 ___ -3,6

c) -13,5 ___ -0,1 d) 0,003 ___ -475,2

e) -36,1 ___ -36,10 f) -4 ___ 4

Avec une décimale

8 Recopie et complète par > ou < :

a) 18,2 .... 12,8 b) 25,3 .... -2,8

c) -15,6 .... 20,6 d) -50,4 .... -62,3

e) -13,7 .... -12,5 f) - 1,8 0

Les chiffres manquants

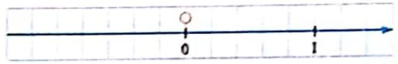
9 Dans chaque cas, indique quel chiffre écrire à la place des points ... de façon à obtenir une inégalité vraie : lorsque plusieurs chiffres sont possibles, indique -les.

a) 3,1...5 > 3,18 b) - 2,...4 < - 2,3

c) 0,...18 < 0,04 d) - 5,18 < ...,25

e) - 34,125 < - 3...,15 f) 0 < - 0,9...7

10 Tracer cette droite graduée d'origine O, placer les points E, F, G et donner leurs abscisses :

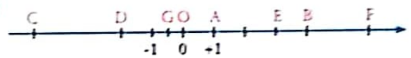


a) E est le point à la distance 2,5 de O et à droite de O.

b) F est le point à la distance 0,8 de O et à gauche de O.

c) G est le point à la distance 1,4 de O et à gauche de O.

11

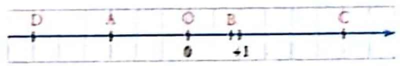


a) Donner les abscisses des points A, B, C, D, E , F et G .

b) Indiquer les points qui ont des abscisses opposées .

Nombres opposés

12



a) Reproduire la droite graduée ci-dessus.

b) Placer les points A' , B' , C' et D' dont les abscisses sont les opposées de celles des points A, B, C et D respectivement.

Entiers et nombres opposés

13 a) Écrire tous les nombres entiers relatifs qui sont compris entre -4,3 et 4,3.

b) Combien y a-t-il de nombres enties relatifs qui sont compris entre 7,1 et -7,1?

c) Proposer deux nombres relatifs opposés entre lesquels il y a 25 nombres entiers relatifs.

14 a) Dessine une droite graduée d'origine O avec le cm pour unité de longeur.

b) Placer les points : A d'abscisses 3,8 ; B d'abscisses -5,2 ; C d'abscisses 4,5 ; D d'abscisses -3,4 ;

c) Placer les points A', B', C', D' dont les abscisses sont les opposées des abscisses de A, B, C, D.

d) Quel est le milieu de chacun des segments [AA'], [BB'], [CC'], [DD']?

15 a) Construis une droite graduée au centimètre d'origine O.

b) Placer les points : A, B et C d'abscisses :

$x_A = 4$; $x_B = -3$ et $x_C = -2,5$.

c) Place le point D milieu de [AB] . Donne l'abscisse de D.

d) Placer le point E, symétrique de C par rapport à O. Lis l'abscisse de E. Que contates - tu ?

16 Donner l'abscisse de chaque point A, B, C et calculer les distances AB, BC, AC.

17 Donner l'abscisse de chaque point A, B, C et calculer les distances AB, BC, AC.

18 Dans chaque cas, donner les abscisses de deux points de la droites graduée, distants de A de 3,5 unités.

a) A a pour abscisse + 3,7.

b) A a pour abscisse 0.

c) A a pour abscisse - 1,8.

Points très éloignés

19 Sur une droite graduée, A est le point d'abscisse 2018, B est le point d'abscisse -1802 et C est celui d'abscisse 105.

Lequel des points A ou B est le plus éloigné du points C ?

À égale distance

20 Voici les abscisses de trois points A, R, et T sur une droite graduée.

Point	A	R	T
Abscisse	-302,05	-452,3	-151,8

a) Calcule les distances AT et AR.

b) Que peux-tu dire alors du point A.

21 A et B sont les points d'abscisses respectives -12,6 et +3,4 d'une droite graduée.

a) Calculer la distance AB.

b) C est le point du segment [AB] tel que :

$$BC = \frac{3}{4}AB$$

Quelle est l'abscisse de C ?

c) Le point D a pour abscisse +0,4.

Quelle est la distance CD ?

Distances et fractions

22 Sur une droite graduée en centimètres et d'origine O, les points A et B ont pour abscisses respectives -8 et +8.

1) Faire une figure.

2) A_1 est le point du segment [AB] tel que :

$$BA_1 = \frac{3}{4}AB$$

a) Placer le point A_1.

b) Calculer la distance BA_1, puis l'abscisse du point A_1.

23 Dans chaque cas, donner le signe de la somme.

a) -42 + (-52) b) 54 + (-52)

c) -32 + 54 d) -24 + 17

e) 0 + (-41) f) -52 + (-37)

24 Calculer les expressions :

A = (-125) + (-28) D = -347 + 0

B = 31 + (-17) E = -676 + (-359)

C = -1417 + 295 F = (-42) + 70 + (-28)

25 Calculer les expressions :

A = (-6,9) + (-13,4) D = 6,19 + (-6,3)

B = 16,7 + (-3,79) E = -0,17 + 16

C = -3,99 + 3,100 F = -2,7 + 13 + (-4,3)

26 Calculer le plus simplement possible chaque somme.

a) (+8) + (-12) + (-3) + (+12).

b) (+12,5) + (-8,3) + (-6,7) + (-4,5).

c) (-508) + (+1014) + (-100) + 0 + (+14) + (+508).

d) (+20,4) + (-12,1) + (+7,6) + (+3,5) + (-6,9) + (-3,5).

27 Pour chaque expression, calculer la somme des nombres positifs, la somme des nombres négatifs et en déduire le résultat.

a) 13 + (-12) + 26 + (-18).

b) -3,2 + (-10) + 7,6 + (-9,4) + 5,4.

c) 15 + (-8) + 3 + (-2,75) + (-6,25).

d) -32 + 14 + 7 + (-20) + (-18) + 60.

28 Dans chaque cas, écris l'expression sans parenthèses puis calcule-la à la main.

A = (-5) + 7 + (-3) + 12 - 4.

B = 18 - (-3,7) - 1 + (-16) + 8.

Où mettre les parenthèses?

29 a) Calcule A = -6,3 + 4,2 - 0,3 + (-2).

b) Place des parenthèses dans l'expression : -6,3 + 4,2 - 0,3 + (-2) pour trouver -0,4 .

c) Place des parenthèses dans l'expression : -5 + 4,3 + (-1,3) + 4,7 pour trouver -5,9 .

30 1) Recopie et complète comme nous avons commencé à faire.

a	b	a - b	b - a
8	-3	8 - (-3) = 8 + 3 = 11	- 3 - 8 = -11
12,5	3,2		
21	-13		
- 0,9	- 2,1		
- 27	8		

2) Que remarques-tu sur chaque ligne ?

31 Calcule à la main les expressions :

a + b - c , a - b + c et a - b - c

• a = -5 b = 8 c = -10

• a = 7 b = 13 c = 25

• a = -30 b = -60 c = 170

Une suite d'additions et soustactions

32 Calcule chacune de ces expressions à l'aide de ta calculatrice :

A = 2650 - 453 + 267 - 1793.

B = - 120,9 - 98,3 - 57,2 + 111,5 -13,8

33 Les phrases suivantes sont-elle vraies ou fausses ? Si elles sont fausses propose un exemple pour expliquer ta réponse.

a) La somme de deux nombres négatifs est positve.

b) La différence de deux nombres positifs est positive.

c) Il n'y a aucun nombre relatif égal à son opposé.

34 Le tableau ci-dessous donne les décalages horaires (en heures) de certaines villes par rapport au méridien de Greenwtich.

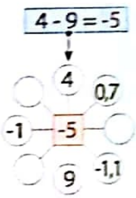
Londres	Paris	Moscou	Mexico
0	+1	+3	-6

a) Sur une droite graduée, placer chaque ville en prenant pour abscisse son décalage horaire.

b) Il est midi à londres. Quelle heure est-il alors dans les autres villes?

c) Il est midi à Moscou. Quelle heure est-il alors dans les autres villes ?

35 Un nombre écrit dans un cercle rouge moins le nombre écrit dans le cercle diamétralement opposé doit donner -5. Recopier et compléter.



36 • Je suis un nombre relatif décimal à deux chiffres.

• Mon chiffre des dixièmes est le double de celui des unités.

• Quand on m'additionne à -0,8, la somme est comprise entre -3 et -4,7.

• Quand on m'additionne mon opposé à -1,3, la somme est comprise entre 3,8.

Qui suis-je?

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Sur la droite graduée ci-aprés l'abscisse du point A est : 	$\frac{8}{3}$	2,5	2,6
2	L'opposée de 3 est :	$\frac{1}{3}$	-3	0,3
3	L'année la plus éloignée est :	53 après J.C	33 avant J.C	23 avant J.C
4	11,52 est supérieur à :	11,5	11,53	11,6
5	-3 est égal à :	-2 + 1	1 - 2	- 1 - 2
6	-1 - (-2) est égal à :	-3	-1	1
7	-3 - (-8 + 2) est égal à :	3	13	7
8	Un philosophie est né en 102 avant J.C et il est mort en 55 avant J.C . A quel âge est-il mort ?	57	47	-47
9	Dans l'égalité : $83 + x = 66$ le nombre x est égal à :	- 17	149	17
10	17 est la distance du point d'abscisse 8 et le point d'abscisse :	-9	25	9
11	Dans un jeu, Kacem a gagné 150 dh et il a perdu 210dh et il lui reste 110 dh. Quelle est la somme d'argent que Kacem avait avant le jeu ?	50 dh	170 dh	470 dh

4 Puissance d'un nombre relatif

Je vais apprendre à :

- Reconnaître une puissance d'un nombre relatif ;
- Utiliser les propriétés des puissances ;
- Reconnaître les puissances de 10 et ses propriétés.

Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	$(-7)^2$ est égal à :	- 49	- 14	49
2	Le volume d'un carré de côté 5cm est égal à :	125 cm^3	120 cm^3	125 cm
3	La surface d'un carré de côté 3cm est égale à :	12 cm	12 cm^2	9 cm^2
4	La surface d'un disque de rayon 4 cm est égale à :	16π cm^2	8π cm^2	16 cm^2
5	Un milion s'écrit :	10^4	10^5	10^6
6	Un kilomètre égal à :	10^3 m	10^2 m	10^4 m
7	Le nombre 144 est le carré de	12	14	16

Activités de découverte

Activité 1 Le trinagle de Sierpinski

1) Répondre avec des 3 et des signes x uniquement !

La figure de départ est un triangle équilatéral bleu. On construit à l'interieur de celui-ci un triangle vert obtenu en joignant les milieux des côtés du triangle de départ.

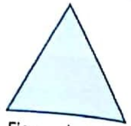


Figure de départ

Figure 1

Figure 2

a) De la même façon, on construit un petit triangle vert dans chacun des triangles bleus de la figure 1. combien obtient-on de triangles verts dans la figure 2 ?

b) Imaginons que l'on continue à construie des triangles verts dans les triangles bleus. Combien a-t-on de triangles verts dans la figure 4 ? puis dans la figure 7 (en n'utlisant encore que des 3 et des signes x) ? Et dans la figure 20 ?

2) Une nouvelle notation : notation « puissance».

La notion « puissance» est utlisée pour remplacer des produits comme dans les exemples suivants:

- $9 = 3 \times 3 = 3^2$ qui se lit « 3 au carré » ou « 3 puissance 2» ou « 3 exposant 2».
- $81 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{\text{4 facteurs}} = 3^4$ qui se lit « 3 puissance 4» ou « 3 exposant 4 ».

a) Écris à l'aide de la notion « puissance», le nombre de triangles verts qu'il y a dans **la** figure 7 puis calcule ce nombre. Recommence pour la figure 20.

b) À l'aide de ta calculatrice, indique combien il y a de triangles verts dans la figure 13, la figure 18, la figure 10 et enfin dans la figure 15. Existe-t-il un moyen d'effictuer ces calculs facilement avec ta calculatrice ?

Activité 2 Produit de puissances d'un même nombre

a) Trois abeilles ont découvert des fleurs à butiner. La nouvelle se répand dans la ruche chaque jour il y a trois fois plus d'abeilles que la veille autour des fleurs.

Parmi les expressions suivantes, quelles sont celles qui permettent de déterminer le nombre d'abeilles qui viendront butiner le 9ème jour ?

- 3^9 • $3^6 \times 3^3$ • $3^2 \times 3^7$ • $3^5 \times 3^4$ • $3^7 \times 3^2$ • 3×3^8

b) a désigne un nombre relatif. Écrire plus simplement $a^2 \times a^3$ et $a^4 \times a$.

Activité 3 Puissance de même exposant

a) Soit $A = 4^3 \times 5^3$ et $B = 2^4 \times 5^4$

On a demandé à trois élèves d'écrire une expression égale à A et une expression éagle à B. voici leurs propositions. Sont-elles justes ou fausses? Justifier.

Hassan	$A = 20^9$ et $B = 10^6$	Ahmed	$A = 20^3$ et $B = 10^4$	Ghita	$A = 20^6$ et $B = 10^8$

b) Écrire sous forme a^n :

- $C = 3^5 \times 6^5$ • $D = 5^5 \times 7^5$ • $E = 9^6 \times 8^6$ • $F = 5^4 \times 7^4 \times 4^4$

Activité 4 Opération sur les puissances

1) Produit de puissances :

a) Effectuer, sans calculatrice, les trois calculs suivants :

- $10^4 \times 10^5$ • $10^6 \times 10^3$ • $10^7 \times 10^1$

b) Les trois résultats peuvent-ils s'écrire sous forme de puissance de 10 ?

c) Que peut-on conjecturer au sujet des produits de deux puissances de 10 ?

2) Puissance de puissances :

a) Effectuer, sans calculatrice, les trois calculs suivants :

- $(10^4)^2$ • $(10^6)^3$ • $(10^7)^1$

b) Les trois résultats peuvent-ils s'écrire sous forme de puissance de 10 ?

c) Que peut-on conjecturer au sujet des produits de deux puissances de 10 ?

3) Somme de puissances :

a) Effectuer, sans calculatrice, les trois calculs suivants :

- $10^4 + 10^2$ • $10^6 + 10^3$ • $10^7 + 10^1$

b) Les trois résultats peuvent-ils s'écrire sous forme de puissance de 10 ?

Activité 5 Grands nombres et puissances

a) Recopier et compléter les égalités suivantes :

- $10 = 10^{...}$
- $100 = 10 \times$ .... $= 10^{...}$
- $1000 = 10 \times$ .... x .... $= 10^{...}$
- $10\,000 = 10 \times$ .... x .... x .... $= 10^{...}$
- $1\,000\,000 = 10^{...}$
- $1000\,000\,000 = 10^{...}$

b) Quel est l'intérêt d'écrire des grands nombres à l'aide de puissance de 10 ?

Activité 6 Grands nombres

1) Des chinois sous différentes formes :

La chine compte actuellement environ 1 300 000 000 habitants. Donne le nombre d'habitants de la chine en milliards. Combien cela fait-il en millions ? Et en milliers ?

Complète : 1 300 000 000 = ... $\times 10^9$ = ... $\times 10^6$ = ... $\times 10^3$

2) Distance astronomiques :

Dans le domaine de l'astronomie, le parsec sert à mesurer de très grandes distances entre les astres. Un parsec correspond à environ $3{,}086 \times 10^{16}$ m.

Complète : 1 parsec = $3{,}086 \times 10^{16}$ m = ... cm = ... mm

Activité 7 Encadrer des nombres

a) Soit $A = 2{,}5 \times 10^5$, Trouver un entier n tel que $10^n < A < 10^{n+1}$

b) Soit $C = 5 \times (10^3)^5 \times 12 \times 10^{-7}$, Trouver un entier n tel que $10^n < C < 10^{n+1}$

1- Puissance d'un nombre relatif :

a) **Définition**

Quel que soit le nombre a et quel que soit l'entier n supérieur à 1 :

$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}$; a^n est une puissance de a et se lit : « a exposant n »

Conventions

- Pour tout nombre a non nul, $a^0 = 1$.
- Pour tout nombre a, $a^1 = a$.

Cas particulier :

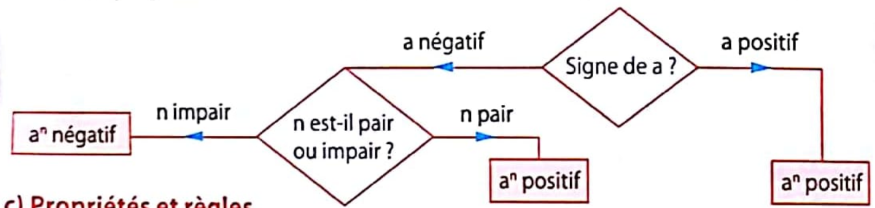
- Si n = 1, $a^1 = a$. **Exemple :** $5^1 = 5$
- Si n = 2, a^2 se lit : « a au carré ». **Exemple :** $5^2 = 5 \times 5 = 25$
- Si n = 3, a^3 se lit : « a au cube ». **Exemple :** $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$

Exemples :

- $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
- $2000^1 = 2000$
- $1999^0 = 1$

b) Signe d'une puissance

Voici de façon générale un schéma qui permet de connaître le signe de a^n lorsque n est positif.



c) Propriétés et règles

Propriétés

Quels que soient les nombres relatifs a et b non nuls et les nombres entiers m et n :

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$ — même nombre
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ — même exposant
- $a^m \times b^m = (ab)^m$ — même exposant

Exemples :

- $3^5 \times 3^4 = 3^{5+4} = 3^9$

  C'est le produit de deux puissances du même nombre : 3

  Donc on calcule la somme des exposants : 5 + 4.

- $\frac{4^2}{6^2} = \left(\frac{4}{6}\right)^2$

  C'est le quotient de deux puissances du même exposant : 2

  Donc on calcule le quotient : $\frac{4}{6}$ et on conserve l'exposant commun.

- $7^4 \times 5^4 = (7 \times 5)^4 = 35^4$

  C'est le produit de deux puissances du même exposant : 4

  On effectue le produit 7 x 5 et on conserve l'exposant commun.

Règle de propriété

- En l'abscence de parenthèses, on calcule les puissances avant d'effectuer les autres opérations x, ÷, + et -.
- En présence de parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

Exemples :

- $5 \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$
- $(5 + 3)^2 = 8^2 = 64$

2- Cas particulier : les puissances de 10 :

a) Calcul d'une puissance de 10

Propriété

Quel que soit l'entier positif n : $10^n = 1\underbrace{0\ldots\ldots0}_{n \text{ zéros}}$

Exemples : $10^5 = 1\underbrace{00\,000}_{\text{1 suivi de 5 zéros}}$

b) Calcul avec les puissances de 10

Propriétés

m et p désignent des entiers relatifs :

- $10^m \times 10^p = 10^{m+p}$
- $(10^m)^p = 10^{m \times p}$

Exemples :

- $10^7 \times 10^4 = 10^{7+4} = 10^{11}$
- $(10^4)^3 = 10^{4 \times 3} = 10^{12}$
- $10^5 \times 10^{-8} = 10^{5+(-8)} = 10^{-3}$

c) Produit par une puissances de 10

Propriété

Pour multiplier un nombre décimal par 10^n (n est un entier positif) on déplace la virgule de n rangs vers la droite.

Exemples :

- $25{,}1 \times 10^5 = 2\,510\,000$

  La virgule est décalée de 5 rangs vers la droite.

Exercices résolus

Méthodes et techniques

Exercice 1

Énoncé : Calculer :

a) $A = (5 \times 4)^3 - 1$

b) $B = 5 \times 4^3 - 1$

c) $C = 5x^3 + 3x^2 - 1$ (pour $x = -4$)

Solution :

a) $A = (5 \times 4)3 - 1 = 20^3 - 1$

$A = 8\,000 - 1 = 7\,999$.

b) $B = 5 \times 4^3 - 1$

$B = 320 - 1 = 319$.

c) $C = 5 \times (-4)^3 + 3 \times (-4)^2 - 1$

$C = 5 \times (-64) + 3 \times 16 - 1$

$C = -320 + 48 - 1 = -273$.

On commence par effectuer les calculs entre parenthèses. $20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$.

Il n'y a pas de parenthèses, on commence par calculer la puissance : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

On commence par calculer la puissance : $(-4)^3$ et $(-4)^3$.
$(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$
et $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$

Exercice 2

Énoncé : Écrire chaque expression sous la forme 10^n où n est un entier :

. $10^7 \times 10^5$. $\frac{10^7}{10^5}$. $(10^7)^5$

Solution :

. $10^7 \times 10^5 = 10^{7+5} = 10^{12}$.

Pour multiplier des puissances de 10, on ajoute les exposants.

. $\frac{10^7}{10^5} = 10^{7-5} = 10^2$.

Pour diviser des puissances de 10, on soustrait les exposants.

. $(10^7)^5 = 10^{7\times5} = 10^{35}$.

Pour calculer la puissance d'une puissace de 10, on multiplie les exposants.

Exercice 3

Énoncé : Calculer et donner le resultat sous forme scientifique : $A = 12 \times 10^2 \times 5 \times (10^3)^2$.

Solution : $A = 12 \times 10^2 \times 5 \times (10^3)^2$

$A = 12 \times 10^2 \times 5 \times 10^6$

$A = 12 \times 5 \times 10^2 \times 10^6$

$A = 60 \times 10^8$

$A = 6 \times 10 \times 10^8$

$A = 6 \times 10^9$

Méthode : Si le calcul ne contient que des produits :

1) J'effectue les puissaces de dix ;
2) J'effectue ensuite les produits :
   - des puissaces de 10 ensemble;
   - des autres nombres ensemble.
3) Je fais apparaître un nombre décimal compris entre 1 et 10.
4) J'achève la présentation en notation scientifique.

Exercice 4

Énoncé : On considère les nombres $A = 821\,000$ et $B = 293 \times 10^4$.

a) Écrire ces deux nombres en notation scientifique et les comparer.

b) Donner un encadrement du produit $A \times B$.

Solution :

a) . $A = 821\,000$

$= 8{,}21 \times 100\,000$

$= 8{,}21 \times 10^5$

Le nombre décimal doit avoir un seul chiffre avant la virgule.

On écrit le nombre décimal facteur comme une puissance de 10. Cette écriture est appelée notation scientifique du nombre $A = 821\,000$

. $B = 293 \times 10^4$

$= 2{,}93 \times 10^2 \times 10^4$

$= 2{,}93 \times 10^6$

On écrit le nombre décimal comme le produit d'un nombre avec un seul chiffre avant la virgule et d'une puissance de 10.

On multiplie les puissances de 10 entre elles.

Un ordre de grandeur de A est 10^5 et un ordre de grandeur de B est 10^6, donc $A < B$.

b) $A \times B = 8{,}21 \times 10^5 \times 2{,}93 \times 10^6$

$= 8{,}21 \times 2{,}93 \times 10^5 \times 10^6$

$= 24{,}0553 \times 10^{11}$

$= 2{,}40553 \times 10 \times 10^{11}$

$= 2{,}40553 \times 10^{12}$

On multiplie les puissances de 10 entre elles.

D'où un encadrement de $A \times B : 2 \times 10^{12} < A \times B < 3 \times 10^{12}$

Exercice 5

Énoncé : On veut écrire le nombre $A = 2{,}5 \times 10^{14}$ sous la forme $2\,500 \times 10^{\cdots}$.

Comment faire ?

Solution : Il est clair que multiplier par 10^3 et diviser par 10^3 revient à ne pas changer la valeur de A.

Diviser par 10^3 c'est multiplier par son inverse 10^{-3}, or $10^{14} \times 10^{-3} = 10^{11}$

Donc : $A = 2500 \times 10^{11}$.

$$A = \underset{\div 10^3}{\overset{\times 10^3}{2{,}5 \times 10^{14} = 2\,500 \times 10^{\cdots}}}$$

Exercices et problèmes

Calcul sur les puissances

1 a désigne un nombre relatif.
En utilisant la notation puissance, donner dans chaque cas une écriture plus simple du produit.

a) a x 3a　　b) a x 3a x a
c) 4a x a x 5a x a　　d) (3a)(3a)
e) -2a x a x (-3a) x (-a) x (-5a)

2 x désigne un nombre relatif.
Utiliser la définition d'une puissace pour écrire l'expression sans parenthèses.

a) $(4x)^2$　　b) $(-2x)^2$　　c) $(-3x)^3$

3 a et b désignent des nombres entiers relatifs.
1) Calculer ab, a^b lorsque :
a) a = 2 ; b = +3　　b) a = - 4 ; b = 2
2) Donner des valeurs de a et b telles que :
$ab = a^b = b^a$.

4 Calculer les expressions suivantes pour $x = 5$ et $y = (-2)$:

a) $3 + x^2 + y^2$　　b) $4 + x^3 - y^5$
c) $(x + y)^2$　　d) $(x - y)^3$

5 Calculer, en utilisant la calculatrice, les expressions suivantes pour a = 4 et b = (-7)

a) $10 + a^5 + b^3$　　b) $12 - a^4 + b^3$
c) $(a + b)^5$　　d) $(a - b)^5$

6 Calculer :　$A = x^3$　　$B = 2x^3 - 3x^2 + 5$
a) pour $x = 4$　　b) pour $x = -2$

7 Calculer :
$A = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$ et $B = -3x^3 + 2x^2 - 5x + 5$:
a) pour $x = 2$　　b) pour $x = -2$
c) pour $x = 3$　　d) pour $x = -3$

8 Compléter après avoir effectué les calculs.

a	2a	a^2	$2a^2$	$(2a)^2$
2				
-3				

Une suite d'additions et soustactions

9 Calculer astucieusement :
$F = 2^4 \times 0{,}07 \times 5^4$　　$G = 4^2 \times 9{,}57 \times 25^2$
$H = 0{,}4^3 \times 2{,}5^3 \times 2007$　　$I = 2^3 \times 2\,453 \times 5^3$

10 Écrire chaque puissance sous la forme 10^n, où n est un entier :
a) $(10^3)^2$　　b) $(10^4)^3$　　c) $(10^2)^5$
d) $(10^1)^8$　　e) $(10^{10})^{10}$　　f) $(10^5)^0$

11 Donner l'écriture décimale de chaque nombre.
a) 10^4　　c) 10^8
b) 10^7　　d) 10^{10}

12 L'écriture décimale de 10^6 se lit « un million ».
Comment lit-on l'écriture décimale de
a) 10^4 ?　　b) 10^7 ?　　c) 10^9 ?

13 Écrire sous la forme d'une puissance de 10.
a) Dix millions　　b) Cent milliards
c) Dix mille　　d) Cent
e) Un dix-millième

14 Recopier, puis compléter avec l'unité qui convient.
a) 1 km = 10^3 ....　　b) 1 kg = 10^4 ....
c) 1 km² = 10^6 ....

15 Recopier, puis compléter avec des puissances de 10.
a) 1 km = ... m　　b) 1 tonne = ... kg
c) 1 hm² = ... dm²　　d) 1 m³ = ... dm³

16 Effectuer les multiplications suivantes :
A = 6,75 x 0,1　　B = 6,75 x 1000
C = 0,7 x 0,01　　D = 0,067 x 100
E = 43 x 0,001　　F = 43 x 1000

17 Ranger par ordre croissant :
$A = 2{,}6 \times 10^5$
$B = 163 \times 10^3$
$C = 39 \times 10^4$

18 Le son se propage à environ $3{,}4 \times 10^4$ centimètres par seconde, dans l'air.
a) Quelle distance parcourt-il en 3 minutes et 24 secondes ?
b) Combien de temps met-il pour 2,5km?

19 Écrire chaque nombre sous la forme $a \times 10^n$ avec a nombre décimal compris entre 1 et 9.
a) 1234　　b) 52 000 234　　c) 245×10^8
d) $98{,}76 \times 10^2$　　e) 368×10^4　　f) $15{,}023 \times 10^2$

20 Écrire chaque produit sous la forme de 10^n, où n est un entier :
a) $10^3 \times 10^4$　　b) $10^6 \times 10^6$　　c) $10^7 \times 10^1$
d) $10^5 \times 10^9$　　e) $10^2 \times 10^2 \times 10^2$　　f) $10^3 \times 10^4 \times 10^5$

21 Écrire sous la forme de 10^n :
a) $(10^2)^4$　　b) $(10^3)^2$
c) $(10^4)^5$　　d) $10^5 \times (10^2)^3$

22 $A = 4{,}56 \times 10^5$ et $B = 9{,}98 \times 10^8$
Trouver un entier n tel que :
$10^n < A < 10^{n+1}$ et $10^n < B < 10^{n+1}$

23 Ranger par ordre croissant :
$A = 34{,}3 \times 10^3$　　$B = 0{,}045 \times 10^5$

Les grands nombres

24 On considère un cube de volume :
$$19\,683 \times 10^{12} \text{ mm}^3.$$
a) Donne la notation scientifique de ce volume.
b) Convertis ce volume en mètre cube.
c) Détermine la longueur de l'arête du cube.
Indication : Tu peux écrire le volume sous la forme d'un produit de puissance de 2, 3 et 5.

25 On estime à environ 14 millions le nombre d'espèces vivantes sur la planète.
Écrire ce nombre avec une puissance de 10.

26 . Il y a environ **six milliards six cent millions** d'humains sur Terre.
. Il y a **sept cent trente millions** d'Européens.
. Le continent le moins peuplé est l'océanie avec **trente millions** d'habitants.
Écrire les nombres en gras en utilisant des puissances de dix.

27 . On rejette 10 000 milliards de m³ de CO_2 dans l'atmosphère.
. Il est prélevé chaque année 4 500 milliards de m³ d'eau potable.
. 4 472 millions de m³ de pétrole sont utilisés.
Écrire ces volumes en utilisant des puissances de dix.

28 a) $6^2 \times 6^3$　　b) $7^2 \times 7^4$　　c) $4^3 \times 4^8$
d) 5×5^3　　e) $6^2 \times 6^3$　　f) $9^6 \times 9$
g) $12^5 \times 12^3$　　h) $2^5 \times 2^6 \times 2$　　i) 23×23^4

29 Voici les masses en kg de certaines planètes.
Mars : $64\,185 \times 10^{19}$　　Uranus : $868{,}31 \times 10^{23}$
Jupeter : $0{,}189 \times 10^{28}$　　Vénus : $0{,}084 \times 10^{26}$

Donner les écritures scientifiques de ces masses, puis ranger par ordre croissant.

30 L'unité astronomique est notée ua :

$1\text{ ua} \approx 15 \times 10^7$ km.

Une année-lumière est notée al :

$1\text{ al} \approx 63\,200$ ua .

a) La distance moyenne entre Pluton et le Soleil est de 39 ua.

Exprimer cette distance en km, puis en années-lumière.

b) La distance moyenne entre Pluton et la Terre est de $5{,}9 \times 10^9$ km.

Exprimer cette distance en unités astronomiques, puis en années-lumière.

31 1 litre d'eau de mer contient en moyenne 34,7g de sel. Les océans occupent un volume de $1\,370{,}323 \times 10^6$ km³.

a) Exprimer le volume des océans en dm³.

b) Calculer en tonnes la masse du sel contenu dans les océans.

Rappel : une tonne = 10^6 g.

32 ABC est un triangle tel que dans une même unité de longueur :

$AB = 10^5 + 1$;

$AC = 10^8 + 1\,975$;

$BC = 10^8 + 2\,025$

a) Calculer $AB^2 + AC^2$ et BC^2 avec la calculatrice. Que constate-t-on?

b) Quel est le chiffre des unités de :

• AB ? • AB^2 ? • $AB^2 + AC^2$? • BC^2 ?

c) Le triangle ABC est-il rectangle ?

33 Dans chaque cas, donner la réponse sous la forme d'une puissance de 2.

a) Quel est le double de 2^9 ?

b) Quelle est la moitié de 2^9 ?

• Quel est le quart de 2^9 ?

• Quel est le carré de 2^9 ?

34 Je suis un nombre différent de zéro.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon double est le cube d'un nombre entier.

Qui suis-je ?

35 Remplacer, si possible, dans chaque cas, la lettre n par le nombre entier qui convient :

a) $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^n$

b) $6 + 6 + 6 + 6 = 6^n$

c) $2{,}3 \times 2{,}3 \times 2{,}3 \times 2{,}3 \times 2{,}3 \times 2{,}3 = 2{,}3^n$

d) $3 + 3 + 3 + 3 = 3^n$

e) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^n$

36 Remplacer, si possible, dans chaque cas, la lettre n par le nombre entier qui convient :

a) $27 = 3^n$ **b)** $81 = 3^n$

c) $125 = n^3$ **d)** $81 = n^2$

37 Calculer :

a) 2^3 et 2×3 **b)** 5^2 et 5×2

c) 3^3 et 3×3 **d)** 4^2 et 4×2

e) 1^5 et 1×5 **f)** 0^3 et 0×3.

38 Dans chaque cas, calculer à la main, puis comparer les résultats.

a) 2^4 et 2×4 **b)** 4^3 et 4×3

c) $(-3)^2$ et -3^2 **d)** $(-5)^3$ et -5^3

39 Donner l'écriture décimale de chaque nombre.

a) $(-4)^2$ **b)** $(-4)^3$ **c)** $(-1)^{2007}$

d) 2007^0 **e)** -7^3 **f)** $(-7)^3$

40 Donner l'écriture décimale de chaque nombre.

a) $(-1{,}5)^2$ **b)** $(-12)^3$ **c)** $(-3{,}473)^0$

d) $(-1)^{58}$ **e)** $2{,}5^3$ **f)** $0{,}1^5$

41 Calculer :

a) $0{,}2^2$ **b)** $0{,}4^2$ **c)** $1{,}2^2$ **d)** $1{,}3^2$

42 Calculer :

a) $(-6)^2$ **b)** $(-10)^4$ **c)** $(-5)^3$ **d)** $(-1)^{10}$

e) $(-7)^2$ **f)** $(-1)^7$ **g)** $(-10)^7$ **h)** $(-4)^3$

43 En utilisant une calculatrice, Calculer :

a) 13^8 **b)** $(-12)^7$ **c)** $(-0{,}6)^5$ **d)** $(-3{,}5)^4$

44 Écrire sous la forme a^n :

a) $6^2 \times 6^3$ **b)** $7^2 \times 7^4$ **c)** $4^3 \times 4^8$

d) 5×5^3 **e)** $6^2 \times 6^3$ **f)** 23×23^4

g) $12^5 \times 12^3$ **h)** $2^5 \times 2^6 \times 2$ **i)** 23×23^4

45 Dans chaque cas, calculer :

a) -3^4 **b)** $(-3)^4$ **c)** $(1-2)^3$ **d)** $1 - 2^4$

46 Dans chaque cas, calculer :

a) 2×3^2

b) $(2 \times 3)^2$

c) $2^2 \times 3$

d) $2 \times 3^3 - 5 \times 2^3$

e) $2 \times (2-5)^3$

47 Calculer :

a) $A = (-5 \times 3)^2$ **b)** $B = -5 \times (-3)^2$

c) $C = -5x^2 - 4x + 5$ (pour $x = -3$)

48 **a)** Calculer :

$A = (-2 \times 5)^3 - 6$

$B = -2 \times 5^3 - 6$

b) Calculer la valeur de :

$C = -2x^3 - 3x^2 - 6$ pour $x = 5$.

49 Calculer :

a) $2 \times 4^2 + 5$ **b)** $(2 \times 4)^2 + 5$

c) $2 \times (4^2 + 5)$ **d)** $2 \times (4 + 5)^2$

50 Calculer :

a) $-3(-2)^2 - 5 \times 7$ **b)** $-3(-2-5)^2 \times 7$

c) $(-3(-2))^2 - 5 \times 7$ **d)** $(-3(-2)-5)^2 \times 7$

51 $A = 5x^2 - 3$ et $B = (5x-3)^2$.

Dans chaque cas, calculer la valeur de A, puis de B.

a) $x = 4$

b) $x = -2$

c) $x = \frac{2}{3}$

d) Recopier et compléter le tableau avec les résultats qui conviennent :

a	b	$(a+b)^2$	a^2+b^2
2	4		
3	5		
5	-2		
-2	-3		

e) D'après ce tableau, que peut-on dire du carré de la somme de deux nombres ?

52 $A = 5x^2 - 3$ et $B = (5x-3)^2$.

Dans chaque cas, calculer la valeur de A, puis de B.

a) $x = 4$

b) $x = -2$

c) $x = \frac{2}{3}$

d) Recopier et compléter le tableau avec les résultats qui conviennent :

a	b	$(a \times b)^2$	$a^2 \times b^2$
2	4		
3	5		
5	-2		
-2	-3		

e) D'après ce tableau, que peut-on dire du carré du produit de deux nombres ?

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	4^3 est égal à :	12	16	64
2	5^3 est une autre écriture de :	$5 + 5 + 5$	$5 \times 5 \times 5$	3×5
3	$\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ est égal à :	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{3}{2}$
4	$5^3 \times 5^4$ est égal à :	5^{12}	5^{3+4}	$5 \times 3 \times 5 \times 4$
5	$2^5 \times 3^5$ est égal à :	$2 \times 3 \times 5$	2×3^5	$(2 \times 3)^5$
6	Dix millions peut s'écrire :	10^6	10^7	10^8
7	$3{,}7 \times 10^5$ est égal à :	$(3{,}7)^5$	3,700000	370 000
8	Dans l'écriture : $10^3 \times (10^2)^5$ il y a :	13 chiffres	13 zéros	10 zéros
9	$3^5 \times 10^5$ est égal à :	$(3 \times 10)^5$	$(3 \times 10)^{5+5}$	$3 \times 10^{5+5}$
10	$3 + 2 \times 5^3$ est égal à :	5×5^3	$3 + 10^3$	$3 + 250$

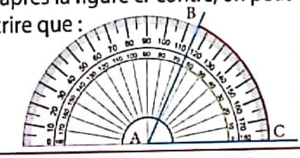
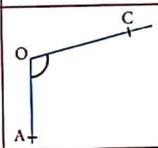
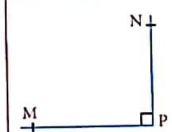
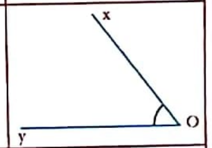
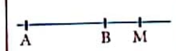
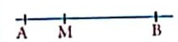
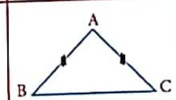
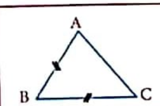
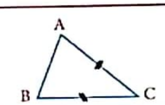
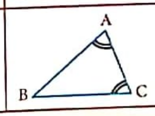
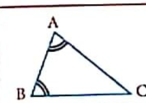
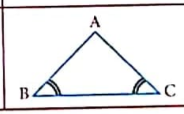
5 Angles et triangles

Je vais apprendre à :

- Mesurer et construire un angle.
- Connaître les angles adjacents, les angles complémentaires, les angles supplémentaires, les angles opposés.
- Construire un triangle à partir :
  - de la longueur d'un côté et des deux angles qui lui sont adjacents.
  - des longueurs de deux côtés et de l'angle compris entre les deux côtés.
  - des longueurs des trois côtés.
- Connaître et utiliser la somme des mesures des angles d'un triangle.
- Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire.
- Connaître et construire les triangles particuliers : rectangle, isocèle et équilatéral.

Je vérifie mes prérequis :

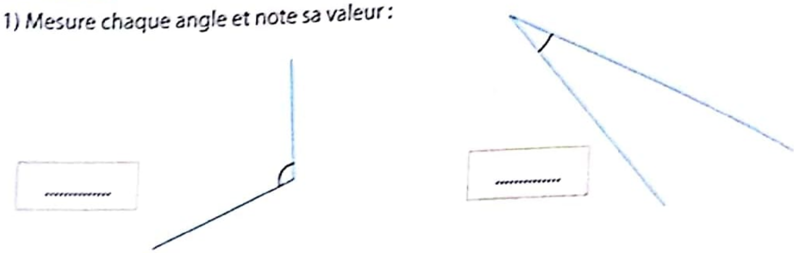
Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Les côtés de l'angle $\widehat{BAC}$ sont les demi-droites ...	[AB) et [AC)	[CA) et [BA)	[BA) et [AC)
2	D'après la figure ci-contre, on peut écrire que : 	$\widehat{BAC} = 75°$	$\widehat{BAC} = 115°$	$\widehat{BAC} = 65°$
3	Quel angle peut mesurer 60° ?			
4	Dans quel cas on a : MA + MB = AB			
5	Dans quel triangle on a : AB = AC			
6	Dans quel triangle on a : $\hat{A} = \hat{B}$			

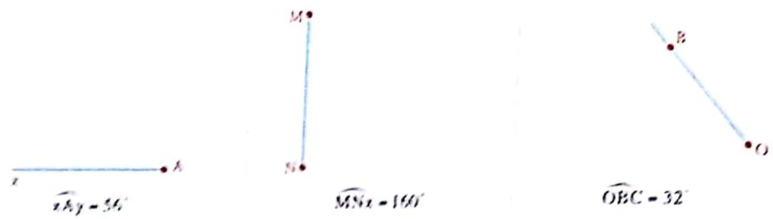
Activités de découverte

Activité 1 Mesurer et construire un angle

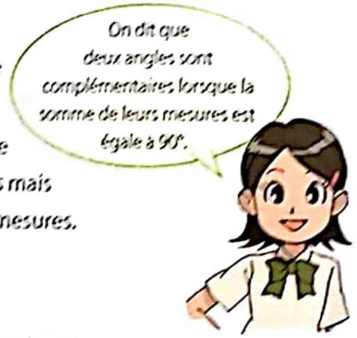
1) Mesure chaque angle et note sa valeur :



2) Construis chaque angle dont la mesure est donnée ci-dessous :



Activité 2 Angles complémentaires



1) Trace un triangle ABC rectangle en A puis mesure les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$.

2) Sara affirme que tous les élèves de la classe ne trouveront pas nécessairement les mêmes mesures mais qu'il y a quand même une relation entre ces deux mesures. Laquelle ? Justifie ta réponse.

3) Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$ sont-ils complémentaires?

4) Construis deux angles complémentaires et adjacents dont l'un mesure 51°.

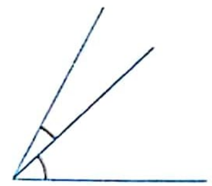
Activité 3 Angles supplémentaires

1) Mesure l'angle $\widehat{xOz}$ et déduis la mesure de $\widehat{yOz}$ (sans mesurer).

2) Construis deux angles supplémentaires et non adjacents dont l'un mesure 43°.

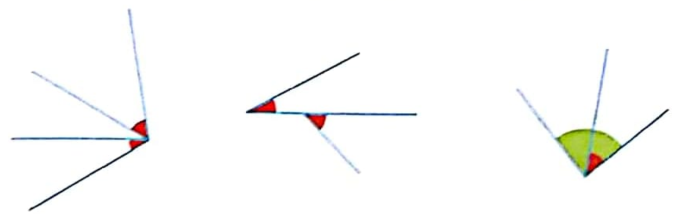
Activité 4 Angles Adjacents

Voici deux angles adjacents



1) Comment peut-on définir avec un vocabulaire adapté deux angles adjacents ?

2) Dans chaque cas, expliquer pourquoi les deux angles ne sont pas adjacents.



3) Tracer, au rapporteur, deux angles $\widehat{ADJ}$ et $\widehat{DJE}$ adjacents et supplémentaires.

Activité 5 Angles opposés par le sommet

1) Trace deux demi-droites [OA) et [OB).

2) Construire A' le symétrique du point A par rapport à O.

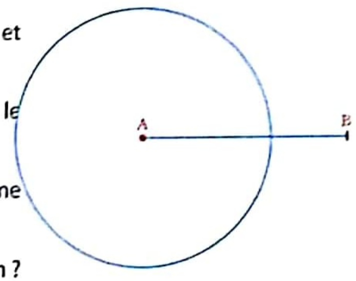
3) Construire B' le symétrique du point B par rapport à O.

4) Comparer les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{A'OB'}$ en utilisant une propriété de la symétrie centrale.

Enoncer la propriété ainsi démontrée.

On dit que les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{A'OB'}$ sont opposés par le sommet.

Activité 6 Inégalité triangulaire



1) Réaliser une telle figure dans laquelle AB = 8 cm et telle que le cercle de centre A ait pour rayon 5 cm.

2) On souhaite tracer un cercle de centre B qui coupe le premier cercle.

a) Comment doit-on choisir le rayon de ce deuxième cercle pour réaliser la figure ?

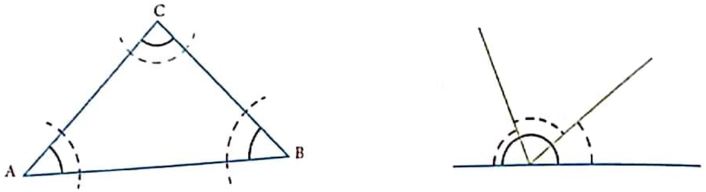
b) Que se passe-t-il lorsque ce rayon est égal à 3 cm ? et à 13 cm ?

Activité 7 Somme des angles d'un triangle

En découpant :

Tracer sur un papier blanc un triangle ABC comme celui-ci dessiné ci-dessous.

Découpe chacun de ses angles, puis regroupe-les comme l'indique le dessin ci-dessous.



Quelle semble être la valeur de la somme des angles du triangle ?

En mesurant avec ton rapporteur :

Trace trois triangles.

Mesure les angles de chacun de ces triangles à l'aide d'un rapporteur, puis calcule la somme des angles de chaque triangle.

Quelle semble être la valeur de cette somme ?

Activité 8 Inégalité triangulaire

Soient x, y et z des nombres.

a) Complète le tableau en donnant à x, y, z des valeurs entières dont la somme est 15.

x	1	1	1	2	3	...	4	4	...
y	2	5	...	6	4	5	...	5	5
z	12	...	8	7	...	7	7	...	5
x + y + z	15	...	...	...	...	...	...	...	...

b) Pour chacun des 9 choix précédents dire s'il est possible de construire un triangle dont les côtés ont pour longueurs x, y, et z.

c) À votre avis, quelle(s) condition(s) doivent vérifier x, y, et z pour être les longueurs des côtés d'un triangle ?

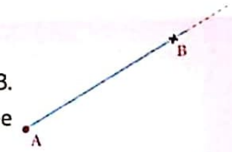
Cours

1- Angles :

Définition

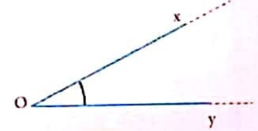
Demi-droite

- On note [AB) la demi-droite d'origine A et passant par le point B.
- Une demi-droite est limitée d'un côté par son origine et illimitée de l'autre.

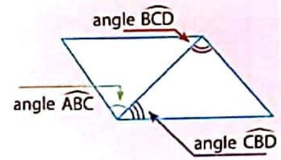


Angle

- L'angle ci-contre se note : $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$.
  On lit : « angle xOy » ou « angle yOx ».
- Le point O est le sommet de l'angle.
- Les demi-droites [Ox) et [Oy) sont les côtés de l'angle.

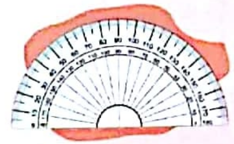


Pour désigner un angle, on utilise aussi trois lettres : la lettre centrale correspond au sommet de l'angle et les deux demi-droites correspondent aux côtés de l'angle : L'angle $\widehat{ABC}$ a pour sommet B et pour côtés les deux demi-droites [BA) et [BC).

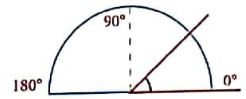
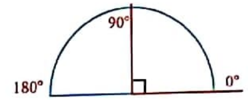
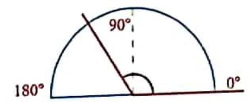
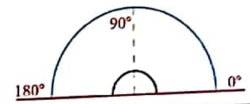


Angles particuliers et unité d'angle

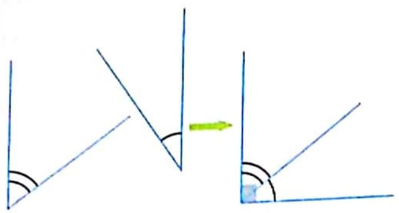
- **Unité de mesure des angles :** L'unité usuelle de mesure d'un angle est le degré qu'on note «°». On mesure un angle à l'aide d'un rapporteur.



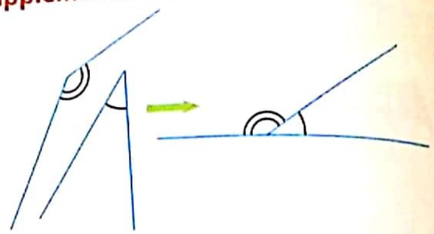
- **Angles particuliers :**

Angle nul		Un angle nul mesure 0°, ses deux côtés sont confondus (l'un sur l'autre).
Angle aigu		Un angle aigu est plus petit qu'un angle droit. Sa mesure est comprise entre 0° et 90°.
Angle droit		Un angle droit a ses côtés perpendiculaires. Sa mesure est égale à 90°.
Angle obtus		Un angle obtus est plus grand qu'un angle droit. Sa mesure est comprise entre 90° et 180°.
Angle plat		Un angle plat a ses côtés dans le prolongement l'un de l'autre. Sa mesure est égale à 180°.

Angles complémentaires, angles supplémentaires

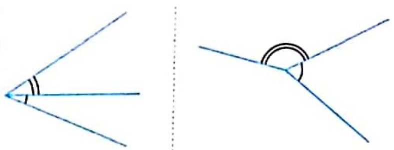


Deux angles sont complémentaires quand leur somme est égale à 90°.

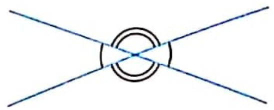


Deux angles sont supplémentaires quand leur somme est égale à 180°.

Angles adjacents, angles opposés par le sommet



Angles adjacents :
- même sommet;
- un côté commun;
- de part et d'autre de ce côté commun.

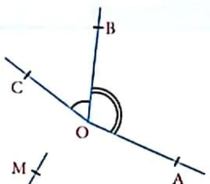


Angles opposés par le sommet :
- même sommet;
- les côtés de l'un prolongent les côtés de l'autre.

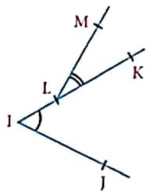
Deux angles opposés par le sommet sont égaux.

Remarque

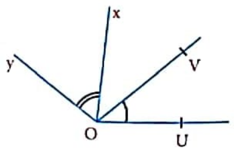
- Les deux angles $\widehat{BOC}$ et $\widehat{BOA}$ sont adjacents car ils ont le même sommet O et un côté commun [OB] et ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun.



- Les deux angles $\widehat{JIK}$ et $\widehat{KLM}$ ne sont pas adjacents car ils n'ont pas le même sommet.



- Les deux angles $\widehat{UOV}$ et $\widehat{xOy}$ ne sont pas adjacents car ils n'ont pas de côté commun.

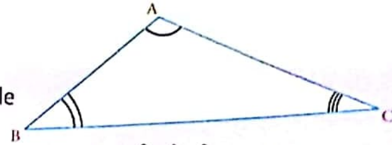


2- Triangles :

Somme des angles d'un triangle

Propriété 1

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

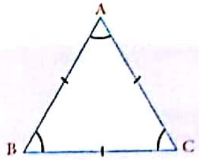


$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°$

Propriété 2

Chacun des angles d'un triangle équilatéral mesure 60°.

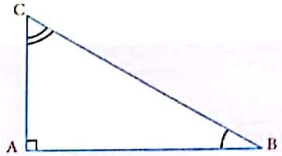
$\hat{A}=\hat{B}=\hat{C}=60°$



Propriété 3

Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.

$\hat{B}+\hat{C}=90°$

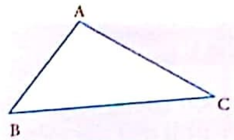


Inégalité triangulaire

Propriété 1

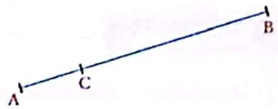
Dans un triangle, la longueur d'un côté quelconque est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

$AB < AC+BC$
$AC < AB+BC$
$BC < AB+AC$



Propriété 2

- Si AB=AC+CB, alors le point C appartient au segment [AB].
- Si le point C appartient au segment [AB], alors AB=AC+CB.



Propriété 3

Trois nombres étant donnés, si le plus grand est inférieur à la somme des deux autres, alors ces trois nombres sont les longueurs des côtés d'un triangle.

Exemple :

On peut tracer un triangle de côtés 4 cm, 5 cm, 6 cm. En effet : $6 < 4+5$.

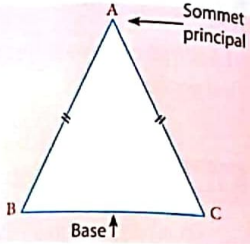
On ne peut pas tracer un triangle de côtés 2 cm, 3 cm, 7 cm. En effet : $7 > 2+3$.

3- Triangles particuliers :

Triangle isocèle

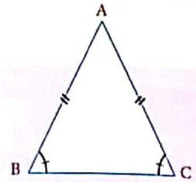
Définition

- **Un triangle isocèle** est un triangle qui a deux côtés de même longueur.
- Dans un triangle isocèle, le sommet commun aux côtés de même longueur est appelé **le sommet principal**.
- Dans un triangle isocèle, le côté opposé au sommet principal est appelé **la base**.



Propriété 1

Si un triangle est isocèle alors ses deux angles à la base sont égaux.



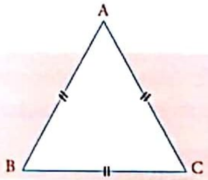
Propriété 2

Si un triangle a deux angles égaux alors il est isocèle.

Triangle équilatéral

Définition

Un Triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.

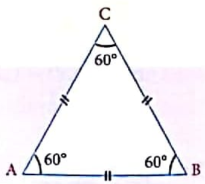


Remarque

Un triangle équilatéral est un triangle isocèle particulier.

Propriété 1

Si un triangle est équilatéral alors ses trois angles sont égaux à 60°.



Propriété 2

Si un triangle a trois angles égaux alors il est équilatéral.

Propriété 3

Si un triangle a deux angles de 60° alors il est équilatéral.

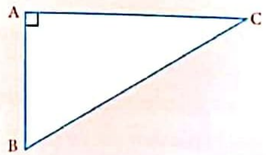
Propriété 4

Si un triangle isocèle a un angle de 60° alors il est équilatéral.

4- Triangle rectangle :

Définition

Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit (90°).
Le plus grand côté d'un triangle rectangle est appelé **l'hypoténuse**.



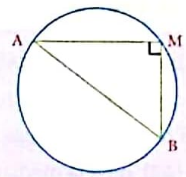
ABC est un triangle rectangle en A.
[BC] est l'hypoténuse.
[AC] et [AB] sont les côtés de l'angle droit.

Propriété 1

Si un triangle est rectangle alors ses deux angles aigus sont complémentaires.

Propriété 2

Si on joint un point M d'un cercle aux extrémités A et B d'un diamètre alors ce triangle MAB est rectangle en M et son hypoténuse est le côté [AB].

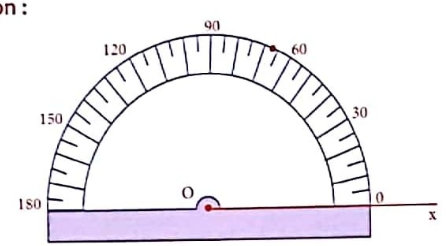


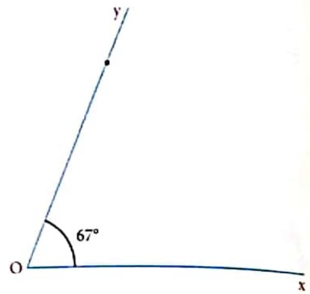
Méthodes et techniques

Exercice 1

Énoncé : Tracer un angle $\widehat{xOy}$ mesurant 67°.

Solution :





Méthode : Pour tracer un angle $\widehat{xOy}$ de mesure donnée :

1- Tracer une demi-droite [Ox), puis placer le centre du rapporteur sur O en faisant coincider le côté [Ox) et la graduation zéro;

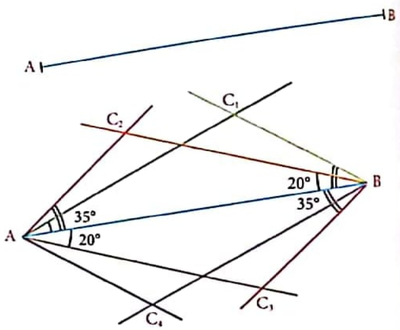
2- Marquer le point correspondant à la graduation voulue (ici 67°);

3- Tracer la demi-droite [Oy) d'origine O et passant par ce point.

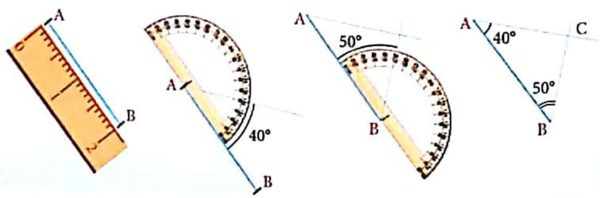
Exercice 2 Construire un triangle connaissant un côté et deux angles adjacents à ce côté

Énoncé : Construire tous les triangles dont un côté est ce segment [AB] et dont less angles adjacents à ce côté mesurant 20° et 35°.

Solution : Les quatre triangles ABC_1, ABC_2, ABC_3, ABC_4, répondent à la question. Ils sont deux à deux symétriques par rapport à la droite (AB), ou à la médiatrice de [AB] ou au milieu du segment [AB].



Méthode : Voici les différentes étapes de la construction d'un triangle ABC tel que AB = 2 cm, $\widehat{BAC} = 40°$ et $\widehat{ABC} = 50°$.

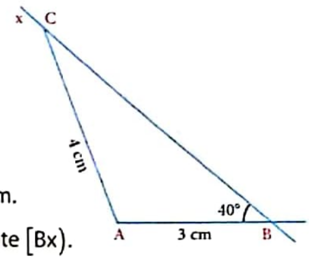


Exercice 3

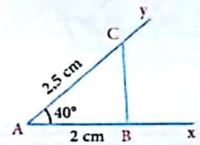
Énoncé : Construire un triangle ABC tel que AB = 3 cm, AC = 4 cm et $\widehat{ABC} = 40°$.

Solution : L'angle $\widehat{ABC}$ n'est pas compris entre les côtés [AB] et [AC]; on adapte la méthode précédente :

- On trace [AB] et une demi-droite [Bx) telle que : $\widehat{ABx} = 40°$.
- On trace un arc de cercle de centre A et de rayon 4 cm.
- On note C le point commun à cet arc et à la demi-droite [Bx).



Méthode : Pour construire un triangle ABC tel que AB = 2 cm, AC = 2,5 cm, et $\widehat{BAC} = 40°$, on trace un angle $\widehat{xAy}$ de 40° puis on place sur [Ax) le point B à 2 cm de A, sur [Ay) le point C à de 2,5 cm de A.



Exercice 4 Construire un triangle connaissant les trois côtés

Énoncé : a) Peut-on construire un triangle dont les côtés ont pour longueurs 2,5 cm, 6,4 cm et 4,8 cm ?

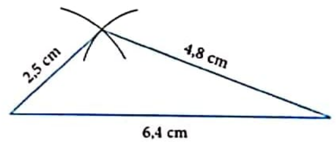
b) Si oui, construire un tel triangle.

Solution : On repère le plus grand des trois nombres : 6,4.

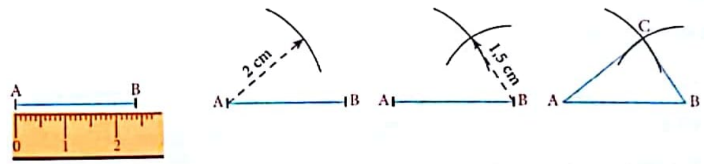
On vérifie qu'il est inférieur à la somme des deux autres nombres.

a) 2,5 + 4,8 = 7,3 et 6,4 < 7,3 donc on peut construire un tel triangle.

b)



Méthode : Voici les différentes étapes de la construction d'un triangle ABC tel que AB = 2,4 cm, AC = 2 cm et BC = 1,5 cm.

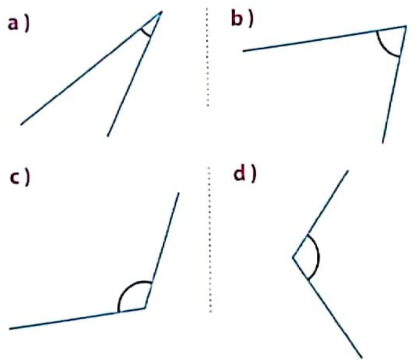


Exercices et problèmes

Mesure et construction d'angles

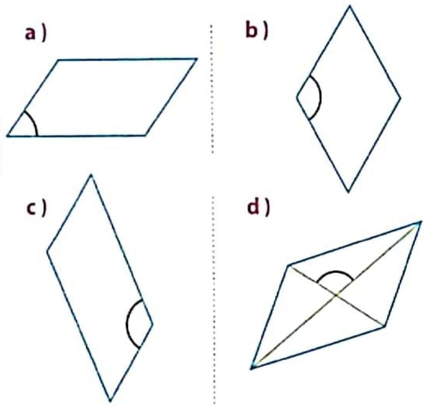
1 Mesure les angles suivants :

a) b) c) d)



2 Mesure les angles indiqués sur les figures :

a) b) c) d)



3 Construis les angles suivants :

a) 72° b) 35°
c) 137° d) 48°
e) 180° f) 57°

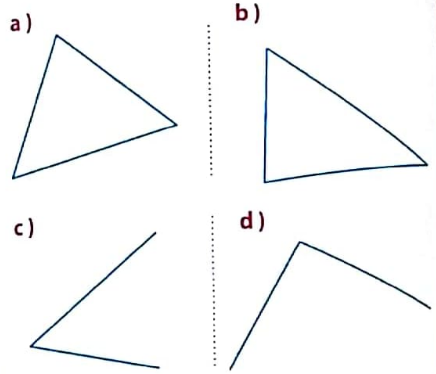
4 Construis les angles suivants :

a) 128° b) 15°
c) 80° d) 140°

Construction de triangles

5 Reproduis les figures suivantes, uniquement à la règle et au compas :

a) b) c) d)



6 Construis un triangle ABC tel que :

AB = 3 cm, $\widehat{BAC} = 35°$ et $\widehat{ABC} = 62°$.

Mesure les côtés [BC] et [AC], l'angle $\widehat{ACB}$.

7 Construis un triangle EFG tel que :

EF = 5 cm, FG = 3 cm et $\widehat{EFG} = 43°$.

Mesure le côté [EG] et les angles $\widehat{FEG}$ et $\widehat{EGF}$.

8 Soit un triangle HIJ tel que :

HI = 3 cm, HJ = 5 cm et $\widehat{IHJ} = 115°$.

Réalise la construction puis mesure les angles $\widehat{HIJ}$ et $\widehat{HJI}$.

9 On donne un triangle MON isocèle en O tel que :

MO = 3,5 cm et $\widehat{MON} = 37°$.

Effectue la construction puis mesure les angles $\widehat{OMN}$ et $\widehat{ONM}$.

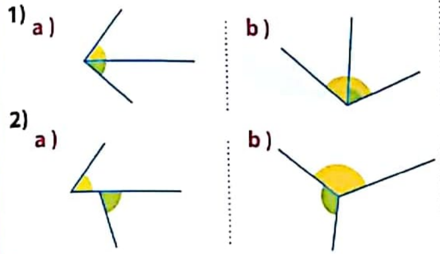
10 Construis un triangle TOP isocèle en O tel que : TP = 4 cm et $\widehat{OTP} = 40°$.

11 Construis un triangle AGE tel que :

EG = 5 cm, $\widehat{AEG} = 32°$ et $\widehat{AGE} = 58°$.

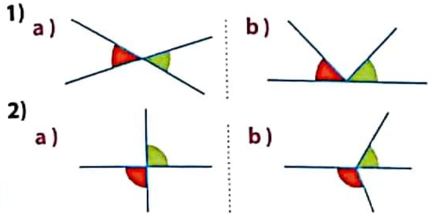
12 Dire si les angles marqués l'un en jaune, l'autre en vert sont adjacents ou non et pourquoi dans chacun des cas suivants :

1) a) b)
2) a) b)



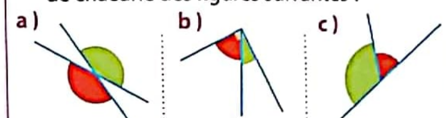
13 Dire si les angles marqués l'un en rouge, l'autre en vert sont opposés par le sommet ou non et pourquoi dans chacun des cas suivants :

1) a) b)
2) a) b)



3) Que peut-on dire des angles rouge et vert de chacune des figures suivantes ?

a) b) c)



14 Répondre par vrai ou faux, en justifiant :

a) Si $\hat{A} = 75°$ et $\hat{B} = 15°$, $\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont des angles supplémentaires.

b) Si $\hat{A} = 85°$ et $\hat{B} = 5°$, $\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont des angles complémentaires.

c) Si $\hat{A} = 112°$ et $\hat{B} = 68°$, $\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont des angles supplémentaires.

15 Les angles $\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont supplémentaires.

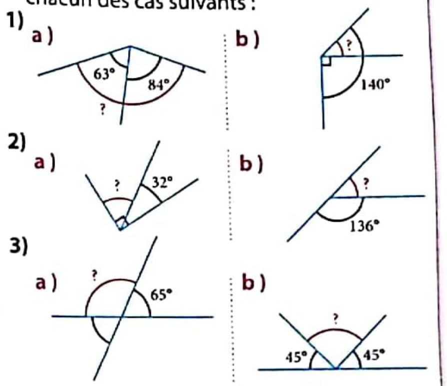
1) Calculer $\hat{A}$ si :
$\hat{B} = 17°$; $\hat{B} = 58°$; $\hat{B} = 79°$

2) Calculer $\hat{B}$ si :
$\hat{A} = 124°$; $\hat{A} = 152°$; $\hat{A} = 143°$

16 Les angles $\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont complémentaires.
Calculer $\hat{A}$ si :
$\hat{B} = 17°$; $\hat{B} = 58°$; $\hat{B} = 79°$

17 Calculer l'angle marqué d'un «?» dans chacun des cas suivants :

1) a) b)
2) a) b)
3) a) b)



Angles d'un triangle

18 ABC est un triangle.
Reproduire et compléter le tableau suivant :

$\widehat{ABC}$	23°	71°	....	44°	134°
$\widehat{ACB}$	41°	23°	39°	....	....
$\widehat{BAC}$	....	....	57°	95°	42°

19 Un triangle peut-il avoir deux ou trois angles obtus?

20 ABC est un triangle rectangle en A.
Reproduire et compléter le tableau suivant :

$\widehat{ABC}$	53°	71°	....	....	45°
$\widehat{ACB}$	....	....	39°	81°	....

21 Un triangle rectangle peut-il avoir un angle obtus?

22 KLM est un triangle équilatéral.
Expliquer pourquoi ses angles sont égaux à 60°.

23 Construire un angle de 30° sans rapporteur.

24 Construire un angle de 120° sans rapporteur.

25 Quelle est la nature du triangle ABC dans chacun des cas suivants :

a) $\widehat{BAC} = 60°$ et $\widehat{ACB} = 60°$

b) $\widehat{ABC} = 28°$ et $\widehat{ACB} = 76°$

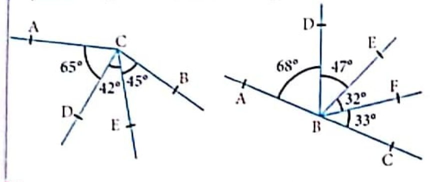
c) $\widehat{ABC} = 57°$ et $\widehat{ACB} = 33°$

d) $\widehat{BAC} = 45°$ et $\widehat{ACB} = 45°$

26 Parmi les angles suivants, trouver les paires d'angles supplémentaires, les paires d'angles complémentaires.

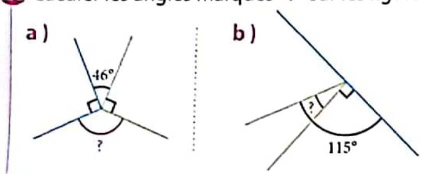
$\hat{a} = 19°$; $\hat{b} = 73°$
$\hat{c} = 56°$; $\hat{d} = 161°$
$\hat{e} = 137°$; $\hat{f} = 107°$
$\hat{g} = 71°$; $\hat{h} = 17°$

27 Dans chacune des figures suivantes, les points A, B et C sont-ils alignés ?



28 Caculer les angles marqués «?» sur les figures.

a) b)

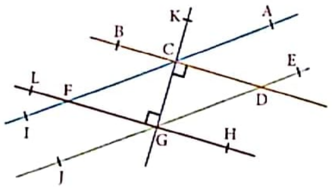


29 Sur la figure suivante, trouver et citer :

a) deux paires d'angles opposés par le sommet.

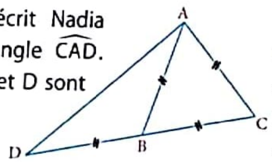
b) deux paires d'angles adjacents supplémentaires.

c) deux paires d'angles adjacents complémentaires.



Angles dans un triangle

30 Voici ce qu'a écrit Nadia pour calculer l'angle $\widehat{CAD}$.
(Les points B, C et D sont alignés)



(1) $\widehat{ABC} = \widehat{CAB} = \widehat{ACB} = 60°$

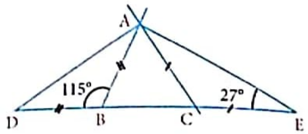
(2) $\widehat{ABD} = 180° - 60° = 120°$

(3) $\widehat{BAD} = \widehat{ADB} = (180° - 120°) : 2 = 30°$

(4) $\widehat{CAD} = 180° - (30° + 60°) = 90°$

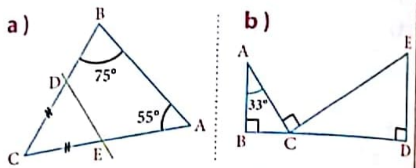
Citer pour chaque calcul la (ou les) propriété(s) appliquée(s) par Nadia.

31 Calculer les angles du triangle ABC.

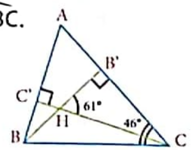


32 Calculer l'angle $\widehat{CED}$ dans les deux cas :

a) b)



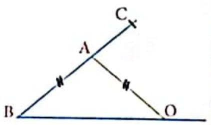
33 Calculer l'angle $\widehat{ABC}$.



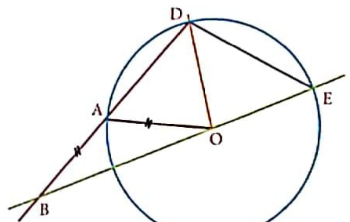
34 Calcul d'angles :

1) a) Calculer $\widehat{OAC}$ si $\widehat{ABO} = 40°$.

b) Calculer $\widehat{OAC}$ si $\widehat{ABO} = 20°$.



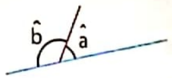
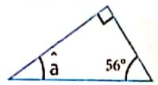
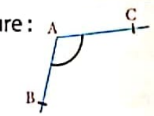
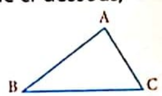
2) a) Reproduire la figure ci-contre.



b) Calculer l'angle $\widehat{DOE}$ lorsque $\widehat{ABO} = 20°$. Quelle est alors la nature du triangle DOE ?

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Sur la figure ci-dessous : 	$\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont adjacents et complémentaires	$\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont adjacents et supplémentaires	$\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont opposés par le sommet
2	Les nombres suivants sont les mesures en degrés des angles d'un triangle.	114° 95° 54°	90° 100° 80°	60° 45° 75°
3	Sur la figure ci-dessous : 	$\hat{a}$=34°	$\hat{a}$=56°	$\hat{a}$=124°
4	Dans quel cas ne peut-on pas construire un triangle ABC?	AB = 5 cm AC = 8 cm BC = 6 cm	AB = 12 cm AC = 7 cm BC = 4 cm	AB = 5 cm AC = 7 cm BC = 5 cm
5	Les points A, B, C sont alignés lorsque :	AB = 3 cm AC = 7 cm BC = 8 cm	AB = 7 cm AC = 5 cm BC = 2 cm	AB = 3 cm AC = 8 cm BC = 5 cm
6	L'angle $\hat{A}$ mesure : 	45°	67°	110°
7	Dans le triangle ci-dessous, on a : 	AC+BC < AB	AB < AC+CB	AC < AB+BC
8	On peut construire un triangle DEF si on connait...	La mesure de deux angles et la longueur d'un côté	La mesure d'un angle et la longueur d'un côté	La mesure de deux angles
9	$\hat{A}$ et $\hat{B}$ sont deux angles complémentaires, $\hat{A}$=41°donc...	$\hat{B}$=49°	$\hat{B}$ = 139°	$\hat{B}$ = 30°

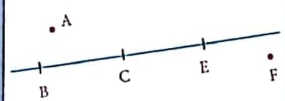
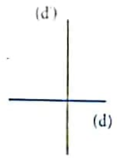
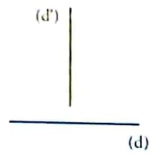
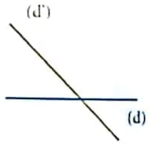
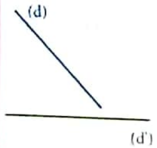
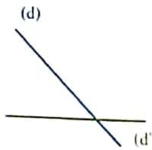
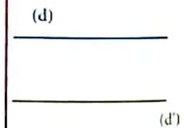
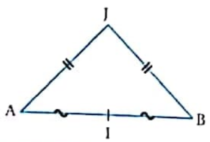
6 Droites dans le plan : Parallélisme et perpendicularité

Je vais apprendre à :

- Utiliser en situation le vocabulaire géométrique : ségment, demi-droite, droite, points alignés, droites parallèles, droites perpendiculaires ;
- Identifier des droites parallèles ou perpendiculaires ;
- Construire deux droites parallèles ou perpendiculaires ;
- Tracer par un point donné, la parallèle ou la perpendiculaire à une droite donnée ;
- Résoudre des problèmes de reproduction et de construction.

Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	les points appartenant à la même droite sont ..... 	A , B , et E	B , C , et E	C , E , et F
2	Les deux droites (d) et (d') forment un angle droit.			
3	Les deux droites (d) et (d') ont un point commun.			
4	Dans la figure suivante 	JA = JB	I est milieu de [AB]	J est milieu de [AB]

Activités de découverte

Activité 1 Segment, demi-droite, droite

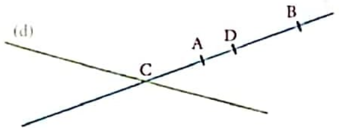
Avec la règle tu peux tracer :

- Le segment d'extrémité A et B qu'on note [AB] ; 
- La droite qui passe par A et B : on la note (AB) (ou (BA)) ; 
- La demi-droite d'origine A qui passe par B : on la note [AB). 

On peut désigner une droite par une seule lettre, par exemple, la droite (d).

1) Observe la figure puis recopie et complète le tableau suivant :

	(AB)	[AB]	[AB)	[BA)	(d)
le point C est sur	oui	non			
le point D est sur					
le point A est sur					



- Lorsque C est sur (AB) on écrit $C \in (AB)$ et ça se lit C appartient à (AB).
- Si C n'est pas sur (AB) on écrit $C \notin (AB)$ et ça se lit C n'appartient à (AB).

2) On note AB la longeur du segment [AB].

a) Avec ta règle graduée, mesure la longeur de segment [AB] ci-contre. Repoduis ce segment.

b) Place sur ce segment le point M à égale distance de A et de B.

On dit que M est le milieu du segment [AB].

Activité 2 Droites parallèles, perpendiculaires

Indiquer, à vue d'œil, dans chacun des cas suivants, si les deux droites tracées sont :

- Parallèles ;
- Perpendiculaires ;
- Ni parallèles, ni perpendiculaires.

Figure 1 Figure 2

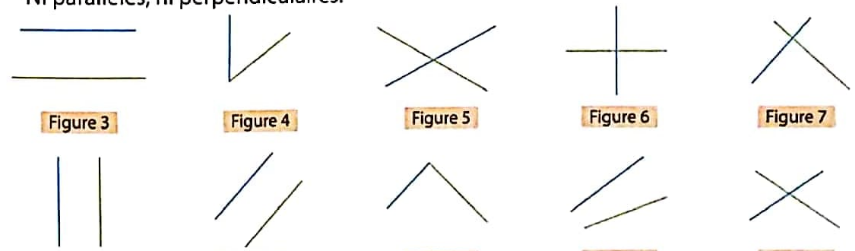
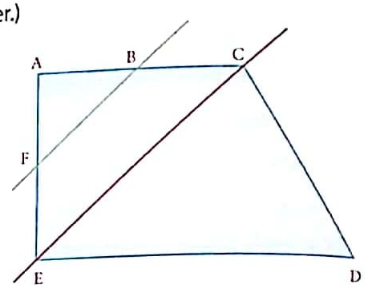


Figure 3 Figure 4 Figure 5 Figure 6 Figure 7

Figure 8 Figure 9 Figure 10 Figure 11 Figure 12

Activité 3 Reconnaître des droites parallèles et perpendiculaires

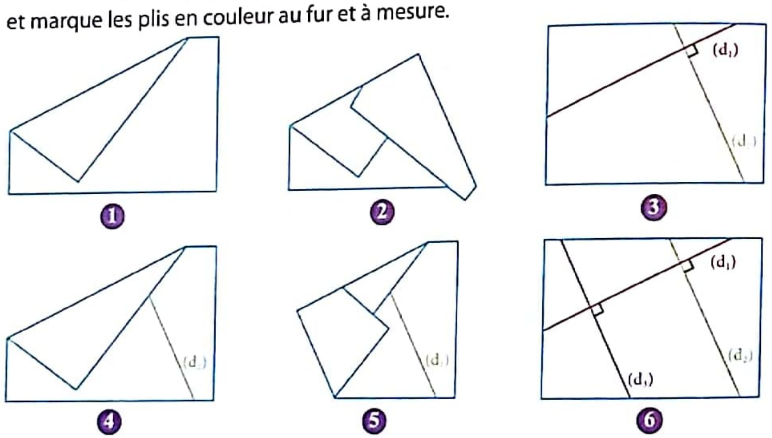
Observer la figure puis recopier et compléter les phrases avec «parallèles» ou «perpendiculaires».
(Si aucun des deux mots ne convient, ne rien marquer.)



a) Les droites (AC) et (ED) sont ....
b) Les droites (AE) et (CD) sont ....
c) Les droites (EC) et (CD) sont ....
d) Les droites (FB) et (EC) sont ....
e) Les droites (AE) et (ED) sont ....
f) Les droites (ED) et (DC) sont ....
g) Les droites (FB) et (ED) sont ....

Activité 4 Construction des droites perpendiculaires et parallèles

1. a) Avec une feuille de papier, réalise soigneusement les pliages comme sur le film suivant et marque les plis en couleur au fur et à mesure.



b) Que peux-tu dire des droites (d_1) et (d_2) ? des droites (d_1) et (d_3) ?

Les droites (d_1) et (d_3) sont parallèles : elles n'ont aucun point commun.

c) Recopie et complète : Si deux droites (d_2) et (d_3) sont perpendiculaires à une même droite (d_1) alors ....

2. a) Sur ton cahier, en utilisant ton équerre, trace une figure analogue à la figure 6 : une droite quelconque (d_1), deux droites (d_2) et (d_3) perpendiculaires à la droite (d_1).

b) Trace une droite (d) perpendiculaire à la droite (d_2). Que peux-tu dire des droites (d) et (d_1) ?

c) Verifie avec ton équerre que les droites (d) et (d_3) sont perpendiculaires.

d) Recopie et complète : Si deux droites (d_2) et (d_3) sont parallèles, alors toute droite (d) perpendiculaire à l'une ....

e) Trace une droite (d') non perpendiculaire à (d_1), qui coupe (d_1). Est-elle sécante à la droite (d) ?

Cours

1- Point, droite, demi - droite et segment :

	Points	Segment	Demi - droite	droite
Dessin	A × × B × C	A — B	A — B →	(d) A B
symbole et signification	A, B, C	[AB] A et B sont les extrémites du segment [AB].	[AB), demi droite d'origine A et passant par B.	(AB), (d) une droite est illimitée.

Remarques

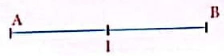
- Un segment [AB] est limité, on peut le mesurer et sa longueur ou distance entre A et B se note AB (sans crochets).

Exemple : AB = 4 cm

- Une demi- droite [AB) est limitée d'une seul côté celui de l'origine.
- Une droite est illimitée des deux côtés.

Définition

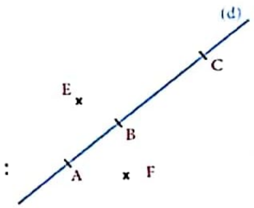
Le milieu d'un segment [AB] et le point de [AB] situé à même distance de A et B.



IA = IB

2- Appartenance, alignement :

Sur la figure ci - contre :



- Les points A, B et C appartiennent à la droite (d) on écrit :

A ∈ (d) ; B ∈ (d) ; C ∈ (d)

- Les points E et F n'appartiennent pas à la droite (d) on écrit :

E ∉ (d) ; F ∉ (d).

Points alignés

Définition

Trois points sont alignés s'ils appartiennet à la même droite.

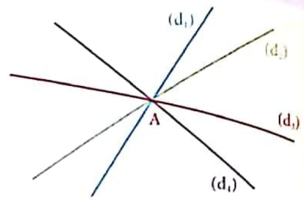
Exemple : A, B et C sont alignés.

Remarque

Plusieurs points sont alignés s'ils appartiennent à la même droite.

Propriété

Par deux points distincts A et B, il passe une droite et une seule : la droite (AB).



Remarque

Par un point, il passe une infinité de droites.

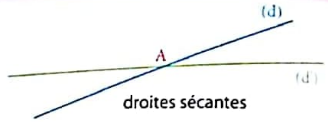
3- Droite sécantes, perpendiculaires et parallèles :

Définition 1

Deux droites, sont sécantes lorsqu'elles ont un seul point commun.

Exemple :

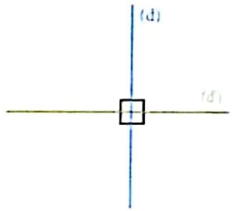
(d) et (d') sont sécantes au point A.



droites sécantes

Définition 2

Lorsque deux droites sont sécantes et foment un angle droit, on dit qu'elles sont perpendiculaires.



Remarques

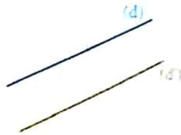
- Deux droites perpendiculaires forment 4 angles droits.
- On note deux droites perpendiculaires (d) et (d') par : (d) ⊥ (d') .

Définition 3

Deux droites distinctes sont parallèles lorsqu 'elles n'ont aucun point commun.

Exemple :

Les deux droites (d) et (d') sont parallèles et on note : (d) // (d')

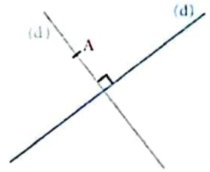


Remarque

Deux droites confondues (d) et (d') sont appelées aussi parallèles : (d) = (d').

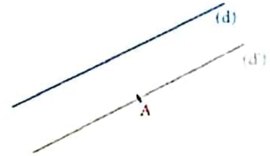
Propriété 1

Par un point donné, il passe une droite et une seule perpendiculaire à une droite donnée.



Propriété 2

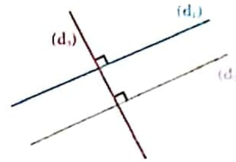
Par un point donné, il passe une droite et une seule parallèle à une droite donnée.



Propriété 3

- Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
- Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

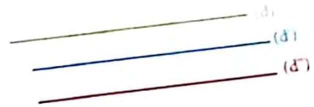
Données		Conclusion
• $(d_1) \perp (d_3)$ et $(d_2) \perp (d_3)$	$\longrightarrow$	• $(d_1) // (d_2)$
• $(d_1) // (d_2)$ et $(d_3) \perp (d_1)$		• $(d_3) \perp (d_2)$



Propriété 4

Si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.

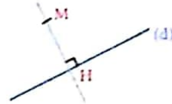
Données		Conclusion
(d') // (d) et (d'') // (d)	$\longrightarrow$	(d') // (d'')



4- Projeté orthogonal d'un point sur une droite et distance d'un point à une droite

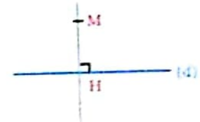
Définition 1

Un point H est appelé projeté orthogonal d'un point M sur une droite (d) si H ∈ (d) et si (HM) ⊥ (d)



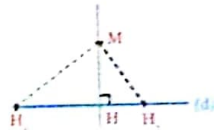
Définition 2

La distance d'un point M à une droite (d) est la distance MH où H est le projeté orthogonal de M sur (d).



Remarque

La distance d'un point M à (d) est la plus petite distance de M à n'importe quel point de (d) : $MH < MH_1$; $MH < MH_2$



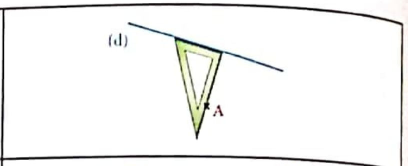
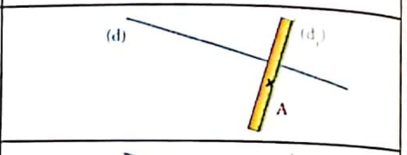
Exercices résolus

Méthodes et techniques

Comment construire une droite perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné

Exemple :

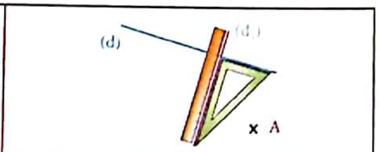
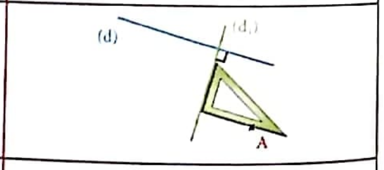
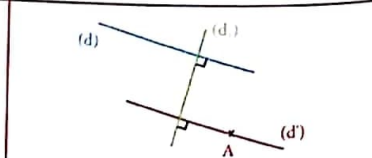
Construire la droite (d_1) perpendiculaire à la droite (d) et passant par le point A.

1	On place un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (d), de façon que l'autre côté de l'angle droit de l'équerre passe par le point A.	
2	On prolonge avec la règle. On nomme cette droite (d_1).	
3	On code la figure. La droite (d_1) est perpendiculaire à la droite (d) et passe par le point A.	

Comment construire une droite parallèle à une droite donnée et passant par un point donné

Exemple :

Construire la droite (d_1) parallèle à la droite (d) et passant par le point A.

1	Avec l'équerre, on trace une droite (d_1) perpendiculaire à (d) (n'importe laquelle).	
2	Avec l'équerre, on trace la perpendiculaire à la droite (d_1) qui passe par le point A. (voir méthode 1).	
3	On prolonge le tracé. On nomme cette droite (d'). La droite (d) est parallèle à la droitee (d) et passe par le point A.	

Exercice 1

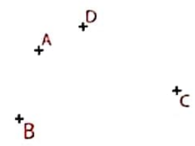
Énoncé :

1) Sur une feuille quadrillée, reproduis la figure ci-contre.

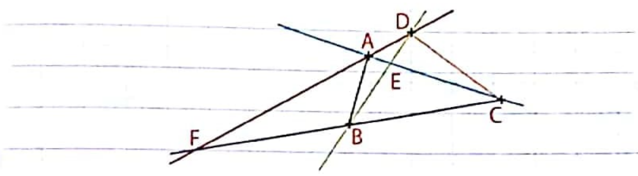
2) Trace les segment [AB] et [CD]. Ont-ils un point commun ?

3) Trace le point d'intersection E des droites (AC) et (BD).

4) Trace le point d'intersection F des droites (AD) et (BC).



Solution :



Les segment [AB] et [CD] n'ont pas de point commun.

Remarque

Les segment [AD] et [BC] n'ont pas de point commun, mais les droites (AD) et (BC) se coupent au point F. Il faut prolonger les tracés pour faire apparaître leur point d'intersection.

Exercice 2

Énoncé :

1) Trace trois points A, B, et C non alignés.

2. a) Trace la droite (d_1) perpendiculaire à (BC) qui passe par B.

b) Trace la droite (d_2) perpendiculaire à (BC) qui passe par A.

c) Que peux-tu dire des droites (d_1) et (d_2) ?

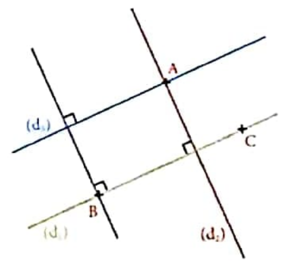
3. a) Trace la droite (d_3) parallèle à (BC) qui passe par A.

b) Explique comment tu as effectué ce dernier tracé.

Solution :

2. c) Les droites (d_1) et (d_2) toutes deux perpendiculaires à la droite (BC) sont parallèles.

3. b) On a tracé (d_3) la perpendiculaire à (d_1) (ou (d_2)) qui passe par A.



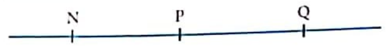
Remarque

On doit tracer d'abord la droite (BC) avant de tracer (d_1) et (d_2).

Exercices et problèmes

Droite, demi-droite, segment

1 a) Reproduis trois fois le dessin suivant :

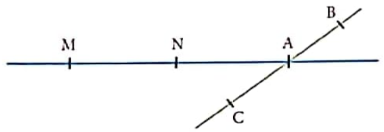


b) Sur le premier dessin, colorie la demi-droite [NP).

c) Sur le second dessin, colorie la segment [NQ].

d) Sur le troisième dessin, colorie la demi-droite [QP).

2 Observe la figure ci-dessous et indique pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse.



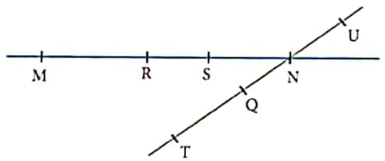
a) Les points M, A, N sont alignés c'est-à-dire sont sur une même droite.

b) A est le point d'intersection des droites (NM) et (BC).

c) B est un point du segment [AC].

d) M est un point de la demi-droite [NA).

3



1) Observe la figure ci-dessus, puis recopie les phrases suivantes en remplaçant chaque rectangle par l'une des expressions : à la demi-droite [RM), à la droite (TU), au segment [MN].

a) Le point Q appartient ....

b) Le point N n'appartient pas ....

c) Le point S appartient ....

2) Compléter les consignes suivantes par les mots ou les symboles qui conviennent.

a) Tracer .... (AB).

b) Tracer .... [CD).

c) Tracer .... [EF].

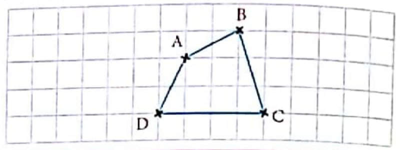
d) Tracer la demi-droite ..... GH .....

e) Tracer la droite ..... IJ .....

f) Tracer le segment ..... KL .....

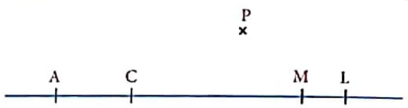
Des points inconnus.

4 Reproduis la figure ci-dessous et place les points I, J et k correspondant au tableau ci-dessous.



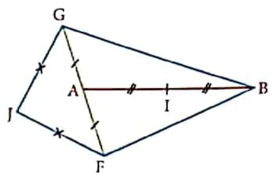
Les droites	Sont sécantes en ...
(AB) et (CD)	I
(AD) et (BC)	J
(AC) et (BD)	K

5 Après avoir observé la figure ci-dessous, recopie et complète les ..... en utilisant ∈ ou ∉.



- M ...... [AC] • P ..... [AL] • C ..... [AM]
- P ...... [CM] • A ..... (CM) • C ..... [LC)
- L ...... [CM) • A ..... [ML) • P ..... [LM)

6 a) Observe la figure ci-dessous et donne des longeurs égales.



b) Fais deux phrases vraies en utilisant le mot «milieu».

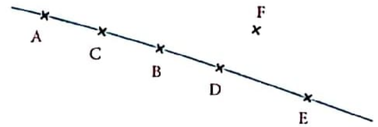
7 a) Trace un segment [AB] de longeur 5cm.

b) On note M le milieu du segment [AB]. Quelle est la longeur AM? Place ce point M sur la figure.

c) Sur son dessin, Fatima marque un point N : Le point A est alors le milieu du segment [BN]. Quelle est la longeur AN? Place ce point N sur la figure.

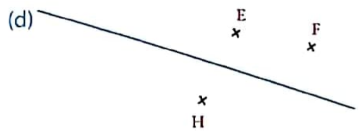
8 Dessine deux segments qui ont le même milieu.

9 En observant la figure suivante, compléter, dans chaque cas, avec ∈ ou ∉.



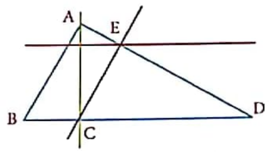
a) C ..... [AB].	b) D ..... [AB].
c) D ..... (AB).	d) A ..... [BD).
e) A ..... [BD).	f) E ..... [AD].
g) E ..... (AB).	h) F ..... (AL).

10 Reproduire une figure analogue à la figure ci-dessous :



Placer un point G qui appartient à la droite (d) et qui est aligné avec E et F. Placer un point L qui appartient à la droite (d) et qui est aligné avec F et H.

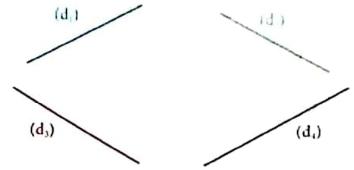
11



Observer le dessin ci-dessus puis compléter avec les symboles // ou ⊥ (ne rien marquer si aucun des deux symboles ne convient)

a) (AC) ..... (BC) ;	b) (AB) ..... (BD).
c) (CE) ..... (AD) ;	d) (AC) ..... (AD).
e) (FE) ..... (EC) ;	f) (EF) ..... (BD).
g) (AB) ..... (AD) ;	h) (AC) ..... (FE).

12



Tracer quatre droites comme sur la figure ci-dessus.

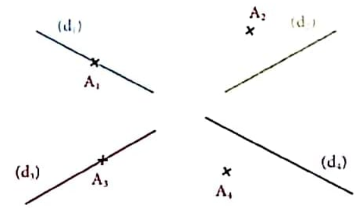
Tracer à la main levée une droite perpendiculaire à chacune des quatre droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4).

13 Même exercice que le **12** en utilisant cette fois-ci les instruments de tracé.

14 Tracer quatre droites comme sur la figure de l'exercice **12**. Tracer à la main levée une droite parallèle à chacune des quatre droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4).

15 Même exercice que le **14** en utilisant cette fois-ci les instruments de tracé.

16



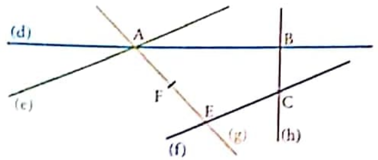
Tracer quatre droites et placer des points comme ci-dessus. Tracer à la main levée la droite perpendiculaire à (d_1) passant par A_1. La perpendiculaire à (d_2) passant par A_2. La perpendiculaire à (d_3) passant par A_3 et la perpendiculaire à (d_4) passant par A_4.

17 Même exercice que le **16** en utilisant cette fois-ci les instruments de tracé.

18 Tracer deux droites (d_2), (d_4) et deux points A_2 et A_4 comme pour l'exercice **16**.
Tracer à la main levée la droite parallèle à (d_2) passant par A_2 et la droite parallèle à (d_4) passant par A_4.

19 Même exercice que le **18** en utilisant cette fois-ci les instruments de tracé.

20 **1.a)** Sur la figure suivante, la droite (AB) est nommée à l'aide d'une seule lettre, laquelle ?

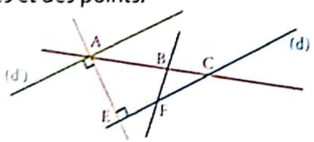


b) Comment peut-on nommer les droites (f) ou (g) ?

2) Cite les droites sécantes de la figure et leur point d'intersection.

3) Mesure l'angle $\widehat{ABC}$. Que peux-tu dire des droites (d) et (h) ?

21 Sur la figure suivante, on a représenté des droites et des points.



1) Nomme de trois façons la droite verte.

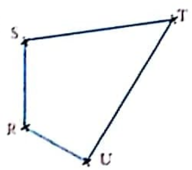
2) Quel est le point d'intersection des droites (d) et (AB) ?

3) Trois des droites ont un point commun. Nomme-les. On dit qu'elles sont concourantes.

4. a) Quelles sont les droites perpendiculaires ?

b) Deux droites sont parallèles, lesquelles ?

22 **1)** Décalque la figure RSTU.



2. a) Trace en rouge les droites (RS) et (TU).

b) Elles se coupent en O. Marque le point O.

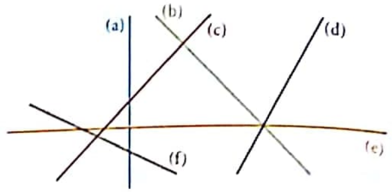
3. a) Trace en vert les droites (RU) et (TS).

b) Elles se coupent en J. Marque le point J.

4. a) Trace en bleu les droites (RT) et (SU).

b) Elles se coupent en K. Marque le point K.

23 Quelles sont les droites qui semblent perpendiculaires ?



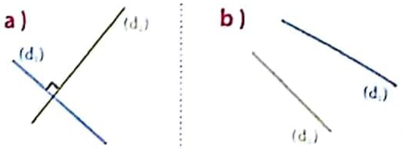
24 Pour chacune des figures :

1) Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles sécantes ?

2) Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles perpendiculaires ?

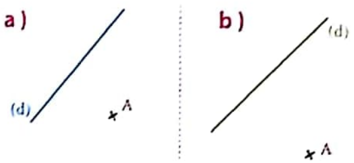
3) Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles parallèles ?

a) **b)**



25 Reproduis les figures et, dans chaque cas, construis la droite perpendiculaire à la droite (d) qui passe par le point A.

a) **b)**



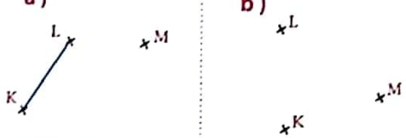
26 **1)** Trace trois points K, L et M.

2) Construis une droite perpendiculaire à la droite (KL). Combien peux-tu en construire ?

3) Construis une droite perpendiculaire à la droite (LM)qui passe par le point M.

27 Reproduis les figures et, dans chaque cas, construis la droite parallèle à la droite (KL) qui passe par le point M.

a) **b)**



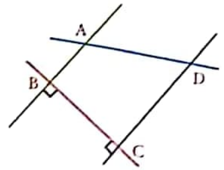
28 **1)** Trace trois points R, S et T non alignés.

2) Construis une droite parallèle à la droite (ST). Combien peux-tu en construire ?

3) Construis une droite parallèle à la droite (RS)qui passe par le point T.

29 Sur la figure, le codage indique que :

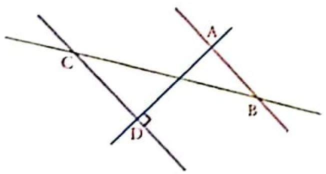
- les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
- les droites (BC) et (CD) sont perpendiculaires.



1) Que peux-tu dire des droites (AB) et (CD) .

2) Quelle propriété as-tu appliquée ?

30 Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



1) Que peux-tu dire des droites (AB) et (AD) .

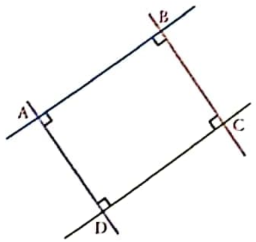
2) Quelle propriété as-tu appliquée ?

3) Reproduis la figure et complète le codage.

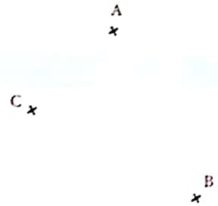
31 Explique pourquoi tu es sûr(e) :

1) Que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2) Que les droites (AD) et (BC) sont parallèles.



32 En utilisant le quadrillage, placer trois points A, B, C, comme ci dessous :



a) Trace la droite (AC). Trace la droite (BC). Trace le segment [AB]. Trace la droite (d_1) parallèle à (BC) et passant par A. Trace la droite (d_2) parallèle à (AC) et passant par B.

Nommer M l'intersection de (d_1) et de (d_2)

Nommer P le milieu de [AB].

Que dire des points C, P, M ?

b) Trace la droite (d_3) perpendiculaire à (BC) passant par A. Trace la droite (d_4) perpendiculaire à (AC) passant par B. Les droites (d_3) et (d_4) se coupent en N. Tracer (CN). Que dire des droites (CN) et (AB) ?

33 Dans le programme de tracé suivant, remettre les phrases dans l'ordre et retrouver les deux phrases manquantes.

1) Trace la droite perpendiculaire à (DC) passant par K.

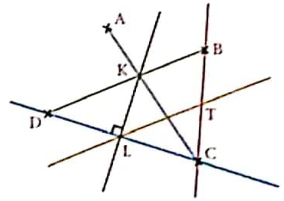
2) Elle coupe (BC) en T.

3) Placer quatre points A, B, C, D.

4) Elle coupe (DC) en L.

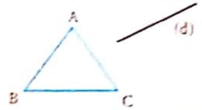
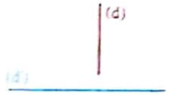
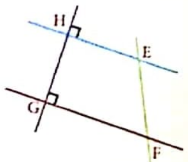
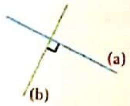
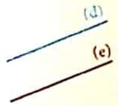
5) Tracer [AC] et [BD].

(LT) // (BD)



QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Le point M appartient… 	au segment [AB]	à la demi-droite [BA)	à la droite (AB)
2	La droite (d) est sécante avec… 	(AC) seulement	(AB) et (AC) seulement	(AB) ; (AC) et (BC)
3	La droite (d) et la droite (d') sont… 	Sécantes	perpendiculaires	parallèles
4	Les droites (d) et (d') sont .. 	parallèles	perpendiculaires	toutes les deux parallèles à (d")
5	(OA) ⊥ (OB) et (BC) ⊥ (OB) alors..	(OA) // (BC)	(OA) ⊥ (BC)	(OA) // (OB)
6	(AB) // (d) et (d) ⊥ (d') alors....	(AB) // (d')	(AB) ⊥ (d')	(AB) ⊥ (d)
7	Quelle est l'affirmation exacte? 	Les droites (HG) et (EF) sont sécantes	Les droites (FG) et (HE) sont perpendiculaires	Les droites (HE) et (GF) sont sécantes
8		Les droites (HG) et (EF) sont parallèles	Les droites (HE) et (EF) sont parallèles	Les droites (HE) et (GF) sont parallèles
9	Une droite (c) est perpendiculaire à (b). Quelle est l'affirmation vraie? 	Les droites (a) et (c) sont perpendiculaires	Les droites (a) et (c) sont sécantes mais pas perpendiculaires	Les droites (a) et (c) sont parallèles
10	Une droite (f) est perpendiculaire à (e). Quelle est l'affirmation exacte? 	Les droites (d) et (f) sont perpendiculaires	Les droites (d) et (f) sont sécantes mais pas perpendiculaires	Les droites (d) et (f) sont parallèles

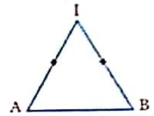
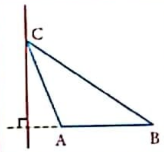
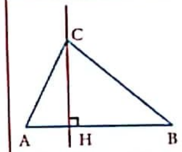
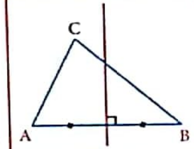
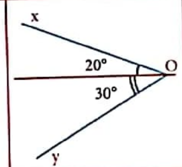
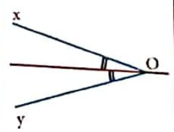
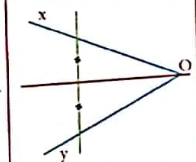
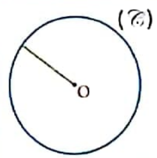
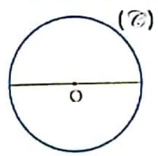
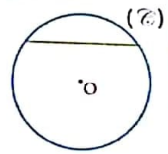
7 Droites remarquables dans le triangle

Je vais apprendre à :

- Connaître et utiliser la définition de la médiatrice et caractériser ses points par la propriété d'équidistance.
- Construire le cercle circonscrit à un triangle.
- Construire l'orthocentre d'un triangle.
- Maîtriser le calcul de l'aire d'un triangle.
- Connaître et utiliser la définition de la bissectrice d'un angle et la caractériser comme ensemble de points équidistants aux côtés de cet angle.
- Construire le cercle inscrit à un triangle.

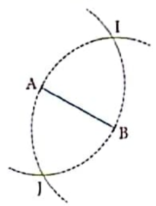
Je vérifie mes prérequis :

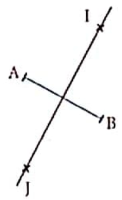
Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Dans quel cas le point I est milieu du segment [AB].	 AI = IB	 AB = AI + IB	 IA = IB
2	Dans quel cas a-t-on tracé en rouge une hauteur du triangle ABC.			
3	La bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$ est tracée sur la figure ...			
4	($\mathscr{C}$) est un cercle de centre O. Un diamètre de ($\mathscr{C}$) est tracé sur la figure ...			

Activité 1 Médiatrice d'un segment [AB]

Voici une façon de procéder pour tracer la médiatrice du segment [AB] :



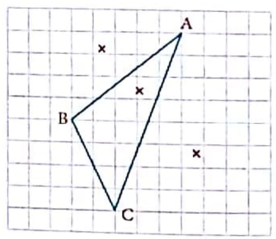


la droite (IJ) est la médiatrice du segment [AB].

1. a) Que peut-on dire de la droite (IJ) par rapport à la droite (AB) ?
   b) Quelle position particulière occupe le point d'intersection de la droite (IJ) et de la droite (AB) ?
   c) Prendre un point quelconque M sur la droite (IJ). Comparer MA et MB.
2. a) Tracer un triangle ABC et les médiatrices des côtés [AB] et [AC], elles se coupent au point O.
   b) Mesurer les longueurs OA, OB et OC. Que constate-t-on ?
   c) Pourquoi le cercle de centre O passe-t-il ? par A, passe-t-il aussi par B et par C ?
   d) Pourquoi la médiatrice de [BC] passe-t-elle par O ? Le vérifier sur la figure.

Activité 2 Orthocentre d'un triangle

1) Reproduire sur papier quadrillé la figure ci-contre.
2) À l'aide d'un compas, vérifier que les points tracés en rouge sont à égale distance de A et de B. Tracer d'autres points ayant la même propriété. Vérifier que ces points sont alignés sur une droite (d_1).
   Que représente cette droite pour le segment [AB].
3) Tracer (d_2) la médiatrice du segment [BC].
4) Placer O le point d'intersection de (d_1) et de (d_2).
   a) Comparer OA et OB. Justifier la réponse.
   b) Comparer OB et OC. Justifier la réponse.
   c) Qu'en déduit-on pour OA et OC ?



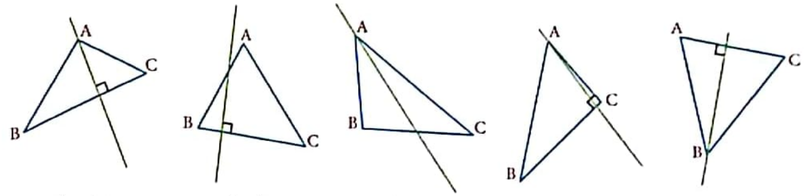
5) Recopier et compléter :
   O est à la .... distance des points ...., ... et ...., c'est donc le centre du .... qui passe à la fois par ...., ... et ....
   De plus, comme OA .... OC, O est un point de .... du segment [AC].

6) Je compléte ce que dit Meriam :

Le centre du cercle circonscrit d'un triangle est le point d'intersection des .... des côtés de ce triangle.

Activité 3 Hauteur dans un triangle

1) Une hauteur d'un triangle est une droite perpendiculaire à un côté du triangle et qui passe par le sommet opposé à ce côté.
   a) Cinq élèves ont tracé la hauteur relative au côté [BC] du triangle ABC.
   Les cinq constructions sont-elles justes ou fausses ? Expliquer.



dessin 1 dessin 2 dessin 3 dessin 4 dessin 5

   b) Construire un triangle ayant une hauteur extérieure à ce triangle.
   Que dire de la position des deux autres hauteurs par rapport au triangle ?
2. a) Tracer un triangle quelconque ABC, puis construire la médiatrice (Δ) du segment [BC] et la hauteur (d) relative au côté [BC].
   b) Démontrer que la droite (Δ) est parallèle à la droite (d).
   c) Tracer une droite (d'), puis construire un triangle ABC pour lequel la droite (d') est à la fois médiatrice et hauteur.
   Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier la réponse.

Activité 4 Cercle inscrit à un triangle

1) Construire trois points K, L et M tels que $\widehat{KLM} = 30°$, KL = 10 cm et LM = 7,5 cm.
2) Construire le point M', symétrique de M par rapport à la droite (LK). Sur la demi-droite [LM'), placer le point N tel que LN = 11 cm.
3) Que peut-on en déduire pour les angles $\widehat{KLM}$ et $\widehat{KLN}$ et donc pour la droite (LK) ?
4) Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{LNM}$. Elle coupe la droite (LK) en S.
5) Tracer la droite (MS). Comparer les angles $\widehat{LMS}$ et $\widehat{NMS}$.
   Que peut-on en déduire pour la droite (MS) ?
6) Qu'observe-t-on pour les trois bissectrices ?
7) La droite (MS) coupe (LN) au point E.
   Trace le cercle de centre S et de rayon SE.
   Qu'observe-t-on pour ce cercle par rapport au triangle LMN.
8) Je complète ce que dit Adam :

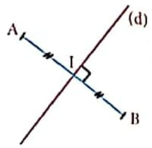
Le cercle tracé est le cercle .... au triangle LMN.

Cours

1- Médiatrice d'un segment :

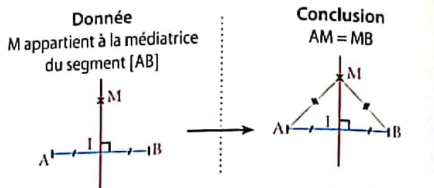
Définition

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.



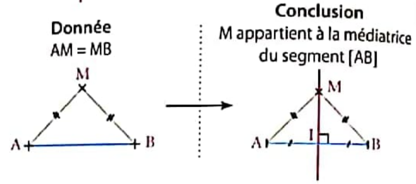
Propriété

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.



Propriété réciproque :

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.



2- Médiatrices d'un triangle et cercle circonscrit à un triangle :

Définition

Les médiatrices d'un triangle ABC sont les médiatrices des côtés de ce triangle.

Propriété

Le point d'intersection des médiatrices d'un triangle est le centre du cercle passant par les trois sommets du triangle.

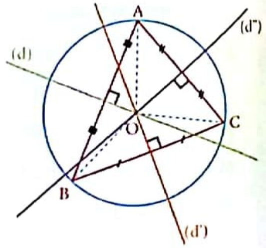
Ce cercle est appelé cercle circonscrit au triangle.

Donnée

(d), (d') et (d") sont les médiatrices des côtés [AB], [BC] et [AC].

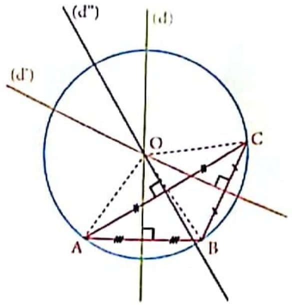
Conclusion

OA = OB = OC et O est le centre du cercle circonsrit au triangle ABC.



Remarque

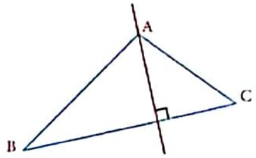
Sur la figure précédente, le centre du cercle circonscrit est à l'intérieur du triangle mais il peut aussi être à l'extérieur du triangle comme sur la figure ci-contre.



3- Hauteurs d'un triangle :

Définition

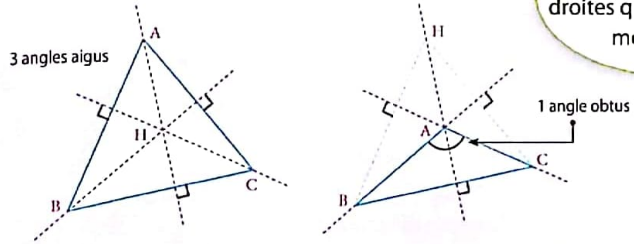
Dans un triangle, une hauteur est une droite passant par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.



La droite rouge est la hauteur issue de A

Propriété

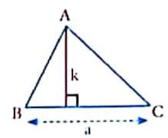
Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point appelé l'orthocentre du triangle.



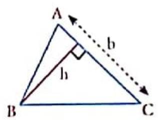
L'orthocentre H est à l'intérieur. L'orthocentre H est à l'extérieur.

Aire d'un triangle

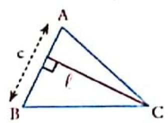
$\text{Aire} = \dfrac{a \times k}{2}$



$\text{Aire} = \dfrac{b \times h}{2}$



$\text{Aire} = \dfrac{c \times \ell}{2}$



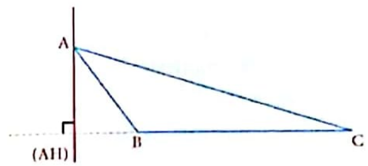
Pour calculer l'aire d'un triangle, on multiplie la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté, puis on divise le résultat par 2 :

$$\text{aire du triangle} = \frac{\text{côté x hauteur}}{2}$$

Remarque

1) La hauteur d'un triangle peut signifier la droite (AH), le segment [AH] ou la distance AH.

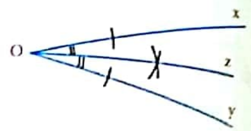
2) La hauteur (AH) d'un triangle peut être extérieure au triangle :



4- Bissectrices d'un angle :

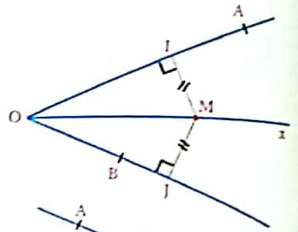
Définition

La bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.



- Dans la figure ci-contre, on a : $\widehat{xOz} = \widehat{zOy} = \frac{1}{2}\widehat{xOy}$, c'est-à-dire que la bissectrice partage un angle en deux angles égaux.

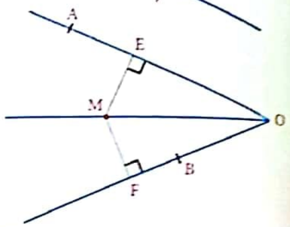
Propriété 1



- Si un point appartient à la bissectrice d'un angle alors il est équidistant des côtés de cet angle :

  Si M appartient à la bissectrice [Ox) de l'angle $\widehat{AOB}$ alors MI = MJ.

Propriété 2

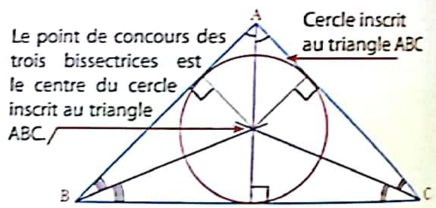


- Si un point est équidistant des côtés d'un angle alors il appartient à la bissectrice de cet angle :

  Si ME = MF alors M appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.

5- Bissectrices d'un Triangle et cercle inscrit :

- Les trois bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes.
- Le point de concours de ces trois bissectrices est à égale distance des trois côtés du triangle : il est donc le centre d'un cercle tangent aux trois côtés du triangle.
- Ce cercle est appelé cercle inscrit dans le triangle (ou au triangle).

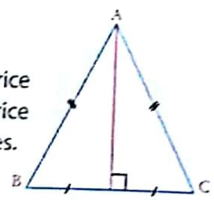


6- Médiatrice, hauteur et bissectrice dans des triangles particuliers :

Triangle isocèle

AB = AC

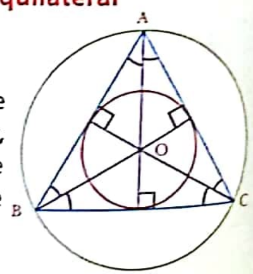
La hauteur, la bissectrice issue de A et la médiatrice de BC sont confondues.



Triangle équilatéral

AB = BC = CA

O est l'orthocentre, le centre du cercle inscrit, et le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.



Exercices résolus

Méthodes et techniques

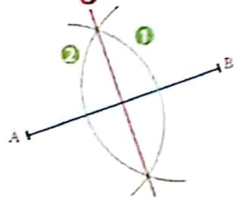
Exercice 1 Construire la médiatrice d'un segment

Énoncé : Construire la médiatrice de ce segment [AB] avec la règle et le compas.

Solution : 1) On trace un arc de cercle de centre A et de rayon plus grand que la moitié de AB.

2) Sans changer l'ouverture du compas, on trace un arc de cercle de centre B.

3) On trace la droite qui passe par les points communs aux arcs : c'est la médiatrice du segment [AB].



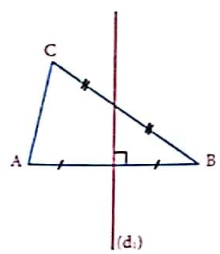
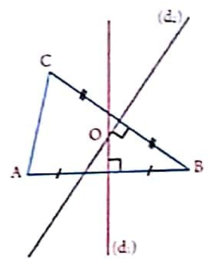
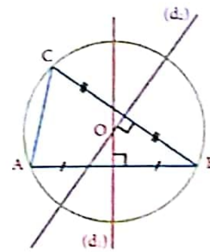
Remarque

Par construction, les deux points d'intersection des arcs sont équidistants de A et de B, donc ces deux points d'intersection appartiennent à la médiatrice du segment [AB].

Exercice 2 Tracer le cercle circonscrit à un triangle

Énoncé : Un triangle ABC étant donnée, tracer le cercle circonscrit à ce triangle.

Solution : D'après le cours, les médiatrices des côtés d'un triangle se coupent au centre de son cercle circonscrit.

1re étape	2e étape	3e étape
On trace (d_1) la médiatrice d'un côté, ici celle de [AB].	On trace (d_2) la médiatrice d'un autre côté, ici celle de [BC]. (d_1) et (d_2) se coupent au point O.	On trace le cercle de centre O et de rayon OA.
		

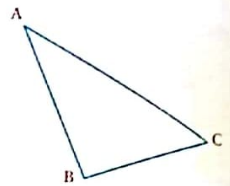
Remarque

Le tracé de la troisième médiatrice permet une vérification.

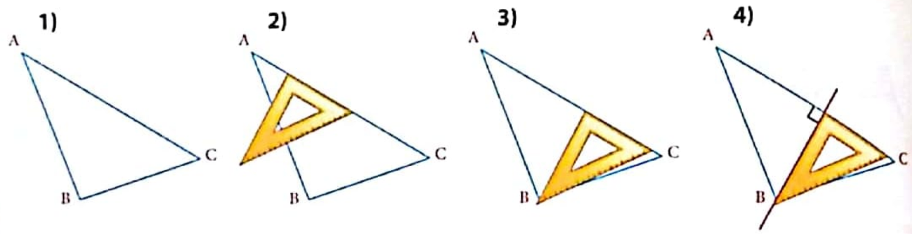
Exercice 3 Construire la hauteur d'un triangle

Énoncé : Tracer dans le triangle ABC ci-contre la hauteur relative au côté [AC].

(On peut éventuellement colorier le sommet et le côté associés à cette hauteur)



Solution :



Méthode : 1) Repérer le côté associé à cette hauteur et le sommet opposé à ce côté.

2) Placer l'équerre sur le triangle de telle sorte qu'un côté de l' angle droit de l'équerre soit le long du côté repéré.

3) Faire glisser l'équerre le long de ce côté jusqu'à ce que l'autre côté de l'angle droit de l'équerre passe par le sommet opposé.

4) Tracer la droite passant par le sommet du triangle en suivant cet autre côté de l'angle droit de l'équerre; c'est la hauteur cherchée.

Exercice 4 Construire une bissectrice à partir des droites remarquables

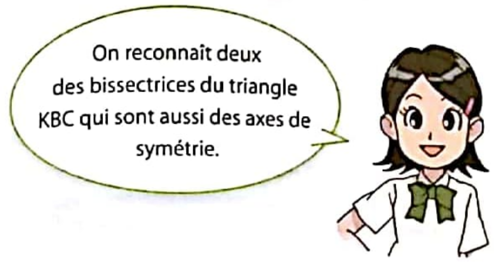
Énoncé : 1) Construire un triangle ABC.

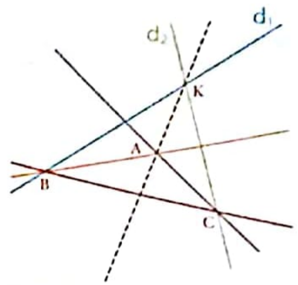
Tracer (d_1) la droite symétrique de la droite (BC) par rapport à la droite (AB) et (d_2) la droite symétrique de la droite (BC) par rapport à la droite (AC). (d_1) et (d_2) se coupent en K.

2) En utilisant seulement la règle, tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{BKC}$.

Solution : 1) On fait la figure.

- La droite (AB) est l'axe de symétrie de l'angle $\widehat{KBC}$, c'est donc sa bissectrice.
- La droite (AC) est l'axe de symétrie de l'angle $\widehat{KCB}$, c'est donc sa bissectrice.



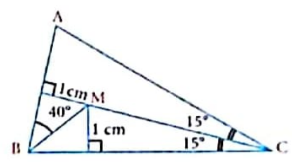


2) A est donc le point d'intersection des bissectrices du triangle KBC.

Pour tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{KBC}$, il suffit de tracer la droite (KA).

Exercice 5 Savoir utiliser des bissectrices

Énoncé : En utilisant les données de la figure ci-contre, calculer les mesures en degrés des angles $\widehat{MBC}$ et $\widehat{CAM}$.



Solution : - Calcul de $\widehat{MBC}$.

M est à égale distance des droites (AB) et (BC) (car MH = MI = 1 cm; $(MH)\perp(AB)$ et $(MI)\perp(BC)$), donc [BM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$, d'où $\widehat{MBC} = \widehat{ABM} = 40°$.

- Calcul de $\widehat{CAM}$.

M est le point d'intersection des bissectrices des angles $\hat{B}$ et $\hat{C}$ du triangle ABC.

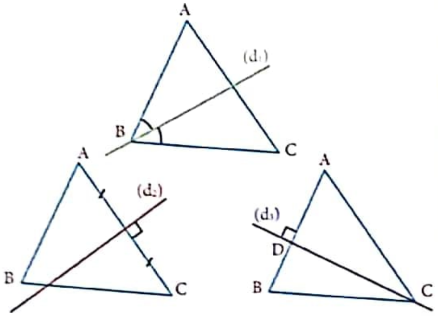
La bissectrice du troisième angle ($\hat{A}$) passe donc par M.

D'où : $\widehat{CAM} = \dfrac{\widehat{BAC}}{2} = \dfrac{180° - (2\times40° + 2\times15°)}{2} = \dfrac{70°}{2} = 35°$

Exercices et problèmes

Droites remarquables : connaissances

1 On donne les trois figures suivantes :



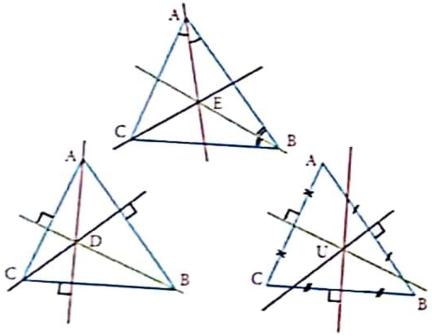
Recopier et compléter :

1) « La droite .... est la médiatrice du côté .... »

2) « La droite .... est la bissectrice de l'angle .... »

3) « La droite .... est la hauteur du triangle ABC issue du sommet .... »

2 On donne les trois figures suivantes :



1) Recopier et compléter :

a) « Le point E est le point de concours des .... »

b) « Le point D est le point de concours des .... »

c) « Le point U est le point de concours des .... »

2) Compléter :

a) « Le point .... est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. »

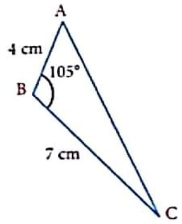
b) « Le point .... est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC. »

c) « Le point .... est l'horthocentre du triangle ABC. »

Construction des droites ramarquables

3 Construis le triangle suivant :

a)

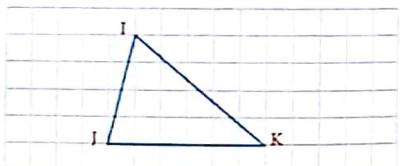


b) Construire à la règle et au compas la médiatrice du côtés [BC] du triangle ABC.

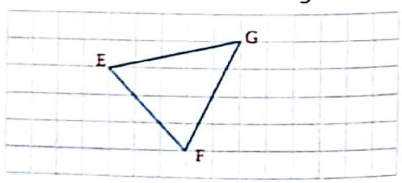
c) Construire à la règle et au compas la hauteur issue du sommet A du triangle ABC.

d) Construire à la règle et au compas la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ du triangle ABC.

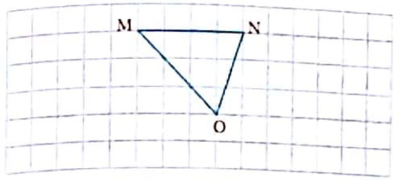
4 Reproduire la figure en s'aidant du quadrillage, puis tracer à la règle le centre du cercle circonscrit au triangle IJK.



5 Reproduire la figure en s'aidant du quadrillage, puis tracer à la règle la hauteur menée du sommet G du triangle EFG.

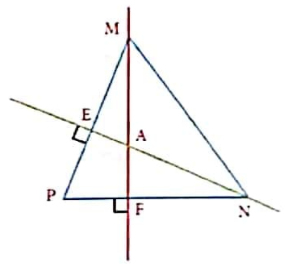


6 Reproduire la figure en s'aidant du quadrillage, puis tracer à la règle la médiatrice du côté [MN] du triangle MNO.

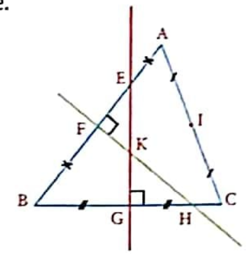


Droites remarquables : propriétés

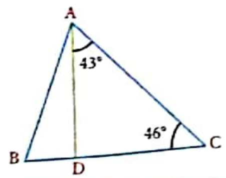
7 Sans reproduire cette figure indiquer comment tracer, à l'aide de la règle seule, la perpenduculaire à la droite (MN) passant par P. Justifier la réponse.



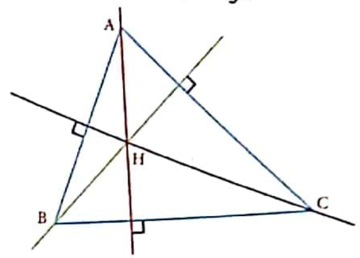
8 En utilisant les données de la figure indiquer comment tracer, à la règle seule, la médiatrice du segment [AC]. Justifier la réponse.



9 Est-ce-que la droite (AD) est la hauteur du triangle ABC passant par A. Justifier.



10 H est l'orthocentre du triangle ABC.

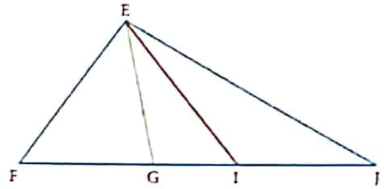


1) Quel est l'orthocentre du triangle ABH ?

2) Quel est l'orthocentre du triangle AHC ?

3) Quel est l'orthocentre du triangle BCH ?

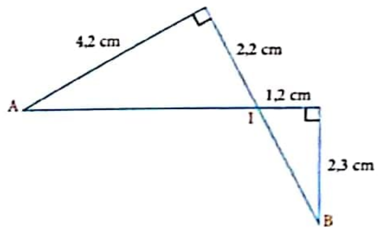
11 Reproduire la figure ci-dessous et tracer la hauteur issue du point A dans chacun des triangles EFG, EGI et EIJ.



12 Tracer un triangle ABC tel que :
$\widehat{ABC} = 50°$, AB = 5 cm et AC = 4 cm.
Construire son orthocentre H.

13 Tracer un triangle ABC tel que :
$\widehat{ABC} = 110°$, AB = 7 cm et AC = 6 cm.
Construire son orthocentre H.

14 Reproduire la figure ci-dessous :

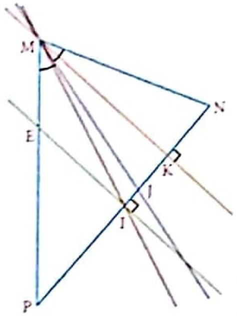


1. a) Tracer à la rèlge seule la perpendiculaire au segment [AB] passant par I.

b) Expliquer la construction.

15 On donne la figure suivante :

On a : PI = NI et $\widehat{NMJ} = \widehat{JMP}$.

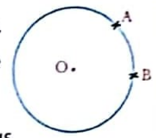


Recopier et compléter :

« Dans le triangle MPN, la droite (MK) est la .... Menée par ...., et la droite (MJ) est la .... et la droite (EI) est la .... ».

16 On donne la figure ci-contre.

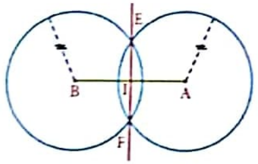
Pourquoi O est-il un point de la médiatrice de [AB] ?



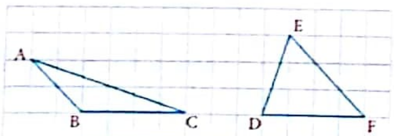
17 On donne la figure ci-dessous.

Que peut-on dire de la droite (EF) pour le segment [AB] ?

Que représente le point I pour le segment [AB] ? Justifier les réponses.

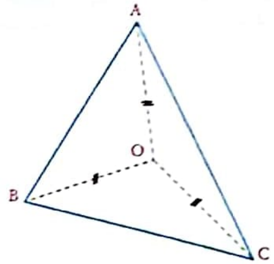


18 1) Pour chacun des triangles ci-dessous, situer mentalement le centre du cercle circonscrit et préciser s'il est à l'intérieur ou à l'extérieur du triangle.



2) Reproduire la figure et utiliser le quadrillage pour déterminer le centre du cercle circonscrit de chacun des triangles. Tracer ces cercles.

19 Le triangle ABC étant donné, écrire un programme de construction du point O vérifiant les conditions indiquées sur la figure.



20 Pour chacune des figures suivantes, dire si tous les codages sont justes. Sinon, expliquer pourquoi.

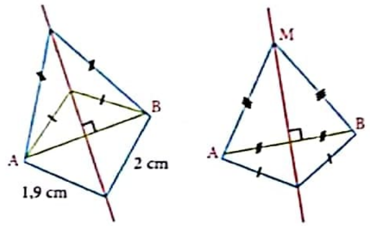
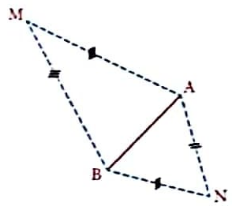


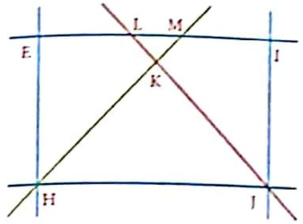
Fig. 1 Fig. 2

21 Expliquer pourquoi sur la figure suivante (MN) est perpendiculaire à (AB).

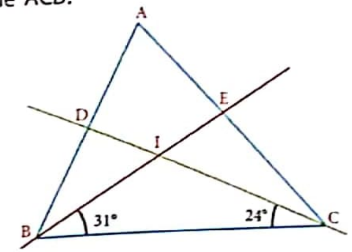


22 Dans le rectangle EHJI, les droites (KJ) et (HK) sont les bissectrices des angle $\widehat{HJI}$ et $\widehat{EHJ}$.

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HKJ}$.



23 Sur la figure suivante, (BE) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ et (CD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$.



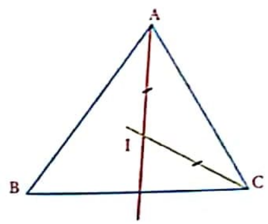
1) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

2) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAI}$.

24 Dans le triangle ABC, la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe la bessectrice de l'angle $\widehat{BCA}$ en I et on a IA = IC.

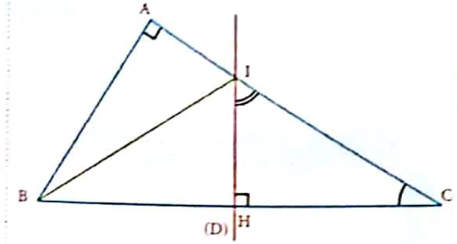
1) Quelle est la nature du triangle ABC ?

2) Démontrer que (BI) est une médiane de ABC.



25 Construire le dessin suivant en respectant les données suivantes :

- ABC est un triangle rectangle en A.
- AB = 42 cm.
- $\widehat{ACB} = 32°$
- (D) est la médiatrice de [BC].

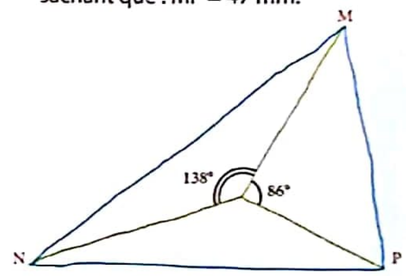


Calculer la mesure de chacun des angles suivants : $\widehat{HIO}$, $\widehat{IBH}$, $\widehat{ABI}$ et $\widehat{AIB}$.

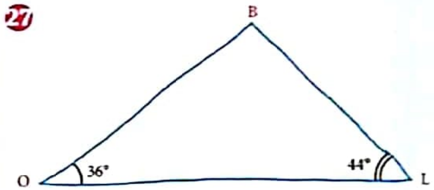
26 Soit O le centre du cercle circonscrit au triangle MNP.

a) Calculer les mesures des angles : $\widehat{NMP}$, $\widehat{MPN}$ et $\widehat{MNP}$ (voir dessin à main levée).

b) Construire soigneusement le triangle sachant que : MP = 47 mm.



27



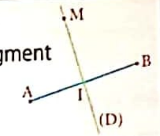
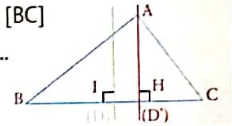
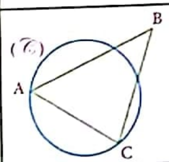
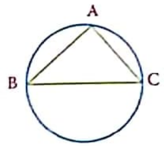
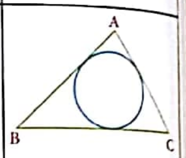
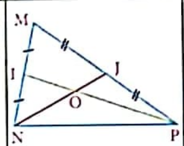
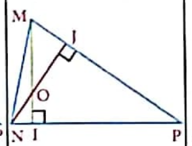
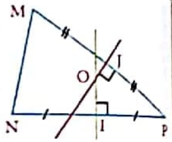
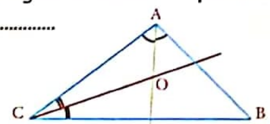
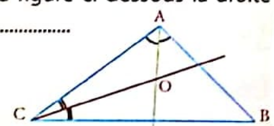
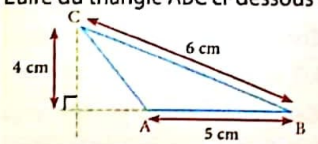
a) Observer le dessin ci-dessus tracé à main levée et faire un dessin avec des mesures exactes.

b) Construire les bissectrices des angles $\widehat{BLO}$ et $\widehat{BOL}$, elles se coupent en A.

c) Calculer les mesures des angles du triangle LOA en justifiant les réponses.

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Si la droite (D) est médiatrice du segment [AB], alors .... 	I est milieu de [AB]	MA = MB	$\widehat{MIB} = 90°$
2	Sur la figure ci-dessous, où I est le milieu de [BC] alors .... 	La droite (D) est médiatrice dans le triangle ABC.	La droite (D') est médiatrice dans le triangle ABC.	La droite (D') est une hauteur dans le triangle ABC.
3	Dans laquelle de ces trois figures le cercle ($\mathscr{C}$) est circonscrit au triangle ABC.			
4	Dans laquelle de ces trois figures le point O est-il centre du cercle circonscrit au triangle MNP.			
5	Sur la figure ci-dessous le point O est .... 	Centre du cercle inscrit au triangle ABC.	Centre du cercle circonscrit au triangle ABC.	Le point d'intersection des trois bissectrices du triangle ABC.
6	Sur la figure ci-dessous la droite (OB) .... 	passe par le milieu [AC]	est l'axe de symétrie de l'angle $\widehat{ABC}$	est perpendiculaire au segment [AC]
7	L'aire du triangle ABC ci-dessous : 	4,5 cm²	20 cm²	10 cm²

8 Développement et factorisation

Je vais apprendre à :

- Développer le produit d'un nombre et une somme.
- Développer le produit d'un nombre et une différence.
- Développer le produit de deux sommes.
- Développer le produit d'une somme et une différence.
- Factoriser une expression.
- Connaître les identités remarquables.

Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la réponse exacte :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	 Si la longueur de AC = 7cm alors BC est égale à :	$(7 - x)$ cm	$(7 + x)$ cm	$(x - 7)$ cm
2	L'aire d'un rectangle de longueur $(x+2)$ cm et de largeur 3 cm est égale à :	$3(x + 2)$ cm²	$3 + (x + 2)$ cm²	$(x + 2) - 3$ cm²
3	Le produit 18 x 9 est égal à :	18 x (10 + 1)	18 x 10 - 1	18 x (10 - 1)
4	La différence $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ est égale à :	$\frac{1}{4}(3 - 2)$	$\frac{3}{4}(1 - \frac{1}{2})$	$\frac{1}{4}(3 - \frac{1}{2})$
5	le produit 12,7 x 11 est égal à :	127 + 12,7	127 - 12,7	12,7 x 10 + 1

Activité 1 Développement de $k(a + b)$ et $k(a - b)$

a, b, k désignent les longueurs (dans une même unité) de certains côtés des rectangles ci-dessous.

Figure 1

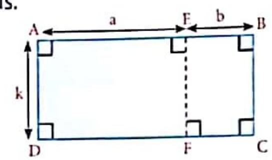
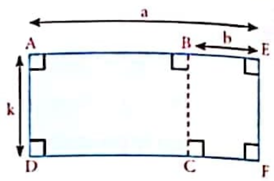


Figure 2



a) Pour chacune des figures **1** et **2** :

- exprimer la longueur AB en fonction de a et b ;
- exprimer l'aire du rectangle ABCD en fonction de a, b, k de deux façons différentes.

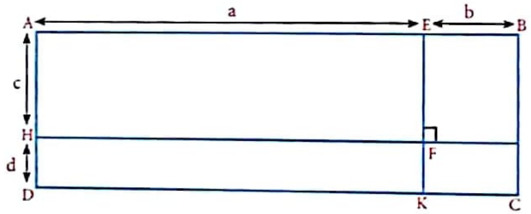
b) Recopier et compléter :

- k x (a + b) = ... x ..... + ... x .....
- k x (a - b) = ... x ..... - ..... x .....

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition et à la soustraction.

Activité 2 Développement de $(a + b)(c + d)$

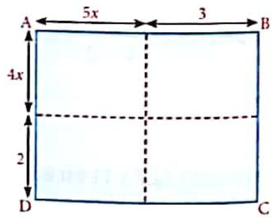
Sur la figure suivante on a : AE = a ; EB = b ; AH = c ; HD = d.



a) Exprimer à l'aide de a, b, c, d l'aire du rectangle ABCD et l'aire de chacun des rectangles : AEFH, DHFK, BEFG, CKFG.

b) En déduire que : (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd

Activité 3 Développer une expression



a) Pour $x = 1$, calculer $A = (5x + 3)(4x + 2)$.

b) Développer A. Calculer l'expression obtenue pour $x = 1$.
Comparer au résultat trouvé en **a)**.

c) Ecrire de deux façons différentes l'aire du rectangle ABCD en fonction de x.

Activité 4 Calcul de produit de deux nombres

1) On considère le produit P = 86 x 53. Justifie les égalités suivantes : P = 86 x 50 + 86 x 3 puis P = 80 x 50 + 6 x 50 + 80 x 3 + 6 x 3.
Déduis-en l'égalité : (80 + 6) x (50 + 3) = 80 x 50 + 6 x 50 + 80 x 3 + 6 x 3 puis calcule P sans poser de multiplication (et sans calculatrice !).

2) Complète : (a + b)(c + d) = ... x (c + d) + ... x (c + d) = ... + ... + ... + ...
Quelle propriété as-tu utilisée ? Combien de fois ? En quoi a été transformé le produit initial ?

3) a) Complète : $(3x - 2)(5x + 4)$ = (... + ...) x (... + ...).
b) Déduis-en le développement de ce produit.
c) Procède de même avec le produit (2 -y)(2y - 5).

4) Développer le produit (2a + 3)(3a - 4).

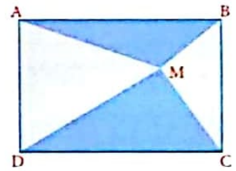
Activité 5 Quatre entiers consécutifs

a) Choisir quatre nombres entiers consécutifs.
Calculer le produit du plus grand et du plus petit, puis le produit des deux autres nombres.

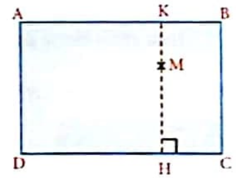
b) Reprendre plusieurs fois la question a.
Que peut-on remarquer à chaque fois pour les deux produits obtenus ?

c) Démontrer que cette remarque est vraie quels que soient les quatre nombres entiers consécutifs choisis.

Activité 6 Calcul d'aire



1) On considère un rectangle ABCD et un point M placé à l'intérieur de ce rectangle comme le montre la figure ci-contre.
On s'intéresse aux aires des triangles bleus.
On suppose que AB = 10 cm et AD = 6 cm.
a) Calcule l'aire du rectangle ABCD.
b) Construis une figure et calcule l'aire de la figure bleue, en effectuant les mesures et les calculs nécessaires.
Recommence en modifiant la position du point M.
Que remarques-tu ? Conjecturer.



2) On pose : AD = ℓ, AB = L et MH = x.
a) Exprime MK en fonction de x et de ℓ.
b) Exprime les aires des triangles MDC et MAB en fonction de x, de ℓ et de L .
c) Démontre la conjecture que tu as faite à la question **1. b)**.

1- Expression littérale :

Définition

Une expression littérale est une expression mathématique contenant une ou plusieurs lettres qui désignent des nombres.

Exemple : $6x^2 - 4x + m$ est une expression littérale.

On peut calculer la valeur d'une expression littérale en remplaçant les lettres par des valeurs données.

Si l'on remplace x par 2 et m par -1 dans l'expression $6x^2 - 4x + m$, on obtient :

$$6x^2 - 4x + m = 6 \times 2^2 - 4 \times 2 + (-1)$$
$$= 6 \times 4 - 8 - 1$$
$$= 15.$$

Remarque

- $4x$ signifie $4 \times x$, il faut remettre les signes «x» sous entendus lorsque l'on remplace les lettres par des nombres.
- Quand une même lettre est utilisée plusieurs fois dans une expression littérale, elle désigne toujours le même nombre.
- Une expression littérale permet aussi de décrire des nombres.

Exemple : n désigne un nombre entier relatif.

1) L'expression n + 1 désigne le nombre entier qui est **le suivant** de n.

2) L'expression n - 1 désigne le nombre entier qui est **le précédent** de n.

2- Développer en utilisant la distributivité :

Définition

Développer c'est transformer un produit en une somme.

$$\text{Produit} \xrightarrow{\text{Développer}} \text{Somme}$$

On utilise pour cela la distributivité de la multiplication Par rapport à l'addition.

Remarque

Une différence peut aussi s'écrire comme une somme : y - 2 = y + (-2).

Distributivité simple

Propriété

Pour tous les nombres k, a et b :

$$\underset{\text{Produit}}{k(a+b)} \xrightarrow{\text{Développer}} \underset{\text{Somme}}{ka + kb} \qquad k(a+b) = ka + kb$$

$$\underset{\text{Produit}}{k(a-b)} \xrightarrow{\text{Développer}} \underset{\text{Différence}}{ka - kb} \qquad k(a-b) = ka - kb$$

Exemple : Développer $A = -5x(2x - 4)$

$A = -5x \times (2x - 4)$

$A = -5x \times 2x - (-5x) \times 4$

$A = -10x^2 + 20x$

On n'écrit pas forcément cette ligne, on l'effectue de tête en appliquant les règles de signe du produit.

Cas particulier :

Quels que soient les nombres relatifs a et b on a :

$-(a + b) = -1 \times (a + b) = -a - b$

Exemple : Simplifier l'expression $3x - (5 - 8x)$.

$$3x - \underbrace{(5 - 8x)}_{-1 \times (5 - 8x)} = 3x - 5 + 8x$$

Double distributivité

Propriété

a, b, c, d désignent des nombres.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

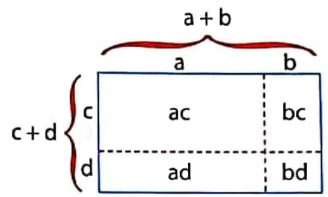


Illustration géométrique

Exemple 1 :

- Calculer 23 x 11

$23 \times 11 = (20 + 3)(10+1)$

$= 20 \times 10 + 20 \times 1 + 3 \times 10 + 3 \times 1$

$= 200 + 20 + 30 + 3$

$= 220 + 33$

$= 253$

Exemple 2 :

- Développer et réduire si possible $B = (3x - 5)(-2x + 4)$

On utilise la double distributivité en appliquant la règle des signes du produit :

$B = (3x - 5) \times (-2x + 4)$

$B = 3x \times (-2x) + 3x \times (+4) - 5 \times (-2x) - 5 \times (+4)$

$B = -6x^2 + 12x + 10x - 20$

$B = -6x^2 + 22x - 20.$

3- Factorisation d'une expression littérale :

Définition

Factoriser une somme ou une différence, c'est en donner une autre écriture sous forme d'un produit.

$$\text{Somme} \xrightarrow{\text{Factoriser}} \text{Produit}$$

Propriété

Pour tous nombres relatifs k, a et b :

$$\underset{\text{Somme}}{ka + kb} \xrightarrow{\text{Factoriser}} \underset{\text{Produit}}{k(a + b)} \qquad \underset{\text{Différence}}{ka - kb} \xrightarrow{\text{Factoriser}} \underset{\text{Produit}}{k(a - b)}$$

Exemple : Factorise les expressions suivantes : $E = 14a - 7b$ puis $F = -x^2 + 3x$.

Cas où le facteur commun est un nombre :

- $E = 7 \times 2a - 7 \times b$ ⟶ On met en évidence le facteur commun : 7
- $E = 7 \times (2a - b)$ ⟶ On met en facteur le nombre 7 puis on regroupe les facteurs restants.

Cas où le facteur commun est une lettre :

- $F = (-x) \times x + 3 \times x$ ⟶ On replace les signes x sous-entendus dans l'expression et on repère le facteur commun : x.
- $F = x(-x + 3)$ ⟶ On met en facteur x puis on regroupe les facteurs restants.

4- Identités remarquables :

Propriété

Pour tous nombres relatifs a et b.

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Exemple :

1) $19^2 = (10 + 9)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 9 + 9^2$
$= 100 + 180 + 81$
$= 361$

2) $(3 + x)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times x + x^2$
$= 9 + 6x + x^2 \quad (x^2 + 6x + 9)$

$(3 - x)^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times x + x^2$
$= 9 - 6x + x^2 \quad (x^2 - 6x + 9)$

3) $(3 - x)(3 + x) = (3 + x)(3 - x)$
$= 3^2 - x^2$
$= 9 - x^2$

Exercices résolus

Méthodes et techniques

Exercice 1

Énoncé :

x et a désignent des nombres. Dans chaque cas, développer l'expression et la réduire :

a) $A = 7(3x - 4)$ b) $B = \frac{1}{7}(a + \frac{3}{4})$

Solution :

a) $A = 7(3x - 4)$

$A = 7 \times 3x - 7 \times 4$ ← On utilise la distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction.

$A = 21x - 28$ ← On réduit l'expression obtenue.

b) $B = \frac{1}{7}(a + \frac{3}{4})$

$B = \frac{1}{7}a + \frac{1}{7} \times \frac{3}{4}$ ← On utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

$B = \frac{1}{7}a + \frac{3}{28}$ ← On réduit : $\frac{1}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 3}{7 \times 4} = \frac{3}{28}$.

Exercice 2

Énoncé : Considérons l'expression $A = x - 2(3 - x)$.

Développer d'abord puis réduire pour simplifier.

Solution : Pour simplifier une expression, il faut commencer par développer le produit $2(3 - x)$:

$$2(3 - x) = 2 \times 3 - 2 \times x = 6 - 2x$$

Mais il faut veiller ici au fait que dans A, ce produit est précédé du signe - ; aussi reportons-nous l'expression développée de $2(3 - x)$ dans A, mais en l'écrivant entre parenthèses :

$A = x - (6 - 2x)$

$A = x - 6 + 2x$

$A = 3x - 6$

Exercice 3

Énoncé : x désigne un nombre relatif.

Développer, puis réduire l'expression $A = (4x+3)(2x-5)$.

Solution :

$A = (4x+3)(2x-5)$

$A = 4x \times 2x - 4x \times 5 + 3 \times 2x - 3 \times 5$ ← • On considère mentalement que : $A = [4x+3][2x + (-5)]$

$A = 8x^2 \underbrace{- 20x + 6x}_{} - 15$

$A = 8x^2 - 14x - 15$ ← • On réduit les termes « en x » : $-20x + 6x = (-20 + 6)x = -14x$

Exercice 4

Énoncé : Factoriser $5x - 10$

Solution : On cherche un facteur commun à $5x$ et 10 : on remarque que $10 = 5 \times 2$, donc un facteur commun est 5.

On écrit alors que : $5x - 10 = 5(x - 2)$

Exercice 5

Énoncé : x désigne un nombre relatif. Factoriser chacune des expressions :

$A = 5x^2 + 30 \qquad B = 6x^2 - 5x$

Solution :

$A = 5x^2 + 30$

$A = 5 \times x^2 + 5 \times 6$

$A = 5(x^2 + 6)$

$B = 6x^2 - 5x$

$B = 6x \times x - 5x$

$B = x(6x - 5)$

Exercice 6

Énoncé : $A = (x - 2)(x - 3) - (x - 2)(2x - 5)$.

Peut-on écrire A sous forme d'un produit de facteurs ?

Solution :

Première étape : recherche d'un facteur commun.

Pour l'instant A est la différence des deux termes $(x - 2)(x - 3)$ et $(x - 2)(2x - 5)$.
Y a-t-il un facteur commun à ces termes ?

$A = (x - 2)(x - 3) - (x - 2)(2x - 5)$

Oui, on observe que $(x - 2)$ est facteur commun.

Deuxième étape : factorisation

On utilise l'égalité $ka - kb = k(a - b)$ avec ici :

$k = (x - 2) \quad ; \quad a = (x - 3) \quad ; \quad b = (2x - 5)$

$A = (x - 2)\,[(x - 3) - (2x - 5)]$

Troisième étape : réduction de l'écriture entre crochets

$A = (x - 2)[\,x - 3 - 2x + 5\,]$

donc : $A = (x - 2)(-x + 2)$

Contrôle du résultat :

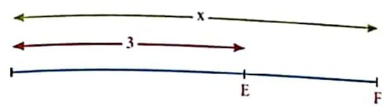
On peut contrôler en développant l'écriture initiale de A et son écriture finale. On doit, bien sûr, trouver la même chose (ici : $-x^2 + 4x - 4$).

Exercices et problèmes

Vocabulaire

1 Écrire dans chaque cas la longueur EF en fonction de x.

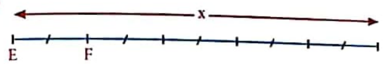
a)



b)

c)

d)



2 a) Quelle égalité traduit la phrase :

« a est cinq fois plus grand que b ».

- a = 5b
- b = 5a

b) Traduire par une phrase :

- m = 3p
- 4c = d

3 Les expressions suivantes sont-elles des sommes ou des produits ?

a) 5b + 7

b) 4(3b + 6)

c) (6b + 4) x 5

4 t désigne un nombre et $A = t^2 + 5(t - 1)$.

a) Décrire l'expression A par une phrase employant les mots : carré, différence, produit, somme.

b) Calculer A lorsque :

• t = 0   • t = - 2   • $t = \frac{1}{2}$

Développer, calculer et réduire

5 Calculer sans calculatrice :

$B = 75x + 22x + 2x + x$

pour $x = 72{,}56$.

6 a) Calculer $A = x^2 - 7x + 14$ pour $x = 3$ puis pour $x = 4$.

b) Nabil affirme : « Quelle que soit la valeur choisie pour x, on a A = 2 ».
Est-ce vrai ?

7 Tester chaque égalité pour x = 1 :

a) $(2x - 1)(4 - x) = -2x^2 + 8x - 4$

b) $25x - 10x^2 = -5x(2x - 5)$

8 Réduite, si possible, les expressions suivantes.

- $F = -6x \times 3x - 2 \times 4x$
- $G = 7 \times 2x^2 - 5x \times 4x$
- $H = -4x \times 6x + 2 \times 12x^2$
- $I = -6x \times 5x + 4x \times 2x$
- $J = -5 \times 3x - 3 \times 2x^2 + 4 \times 4x^2 + 2 \times 3x$

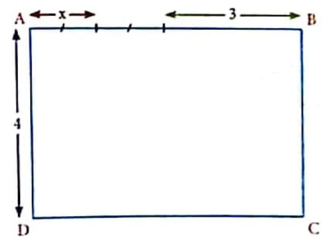
9 Développer les expressions suivantes.

- $A = 5(2x + 4)$ • $B = (5x + 7) \times 4$
- $C = x(4 + 2x)$ • $D = 6x(5 + 3x)$

10 Développe puis réduis les expressions.

- $A = x(x + 2)$ • $F = 5x(x - 1)$
- $B = x(x - 6)$ • $G = 6x(2 + 9x)$
- $C = 3x(x + 5)$ • $H = x(x^2 - 4)$

11 Ecrire, le plus simplement possible, le périmètre puis l'aire du rectangle ABCD en fonction de x.



12 Développer puis réduire, si possible, les expressions suivantes :

- $A = 6(2a + 5) + 2(4a + 10)$
- $B = 5(2b - 7) - 4(3b - 8)$
- $C = c(5 - 2c) - c(- 5c + 4)$

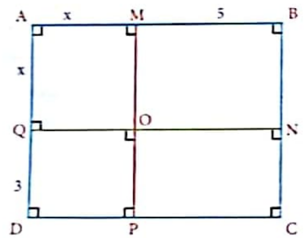
13 Développe puis réduis les expressions :

- $A = x(x + 6) - x$
- $B = x(y - 2) + xy$
- $C = 3x(x + 4) - 6x^2$
- $D = 9x(x^2 - 6) + 2x^2$
- $E = 5x(3 + 5x) + x(5 + x) + 4x(2x + 1)$

14 Les dimensions sont indiquées en cm.

a) Écrire l'aire en cm^2 du rectangle ABCD de quatre façons différentes.

b) Développer et réduire chaque expression trouvée et vérifier que l'on obtient la même réponse.



15 Développer, puis réduire chaque expression.

a) $(x + 4)(x + 2)$ b) $(x + 2)(0,5 + x)$

c) $(- 2 + t)(t + 4)$ d) $(2t + 5)(5t + 1)$

e) $(\frac{1}{2}a + 1)(a + \frac{1}{2})$ f) $(- 4 + 2a)(- 2 + 5a)$

16 Compléter :

a) $(3x + 2)(3x + 5) = 9x^2 + \ldots\ldots x + 10$

b) $(6x + 3)(5 + 3x) = 18x^2 + \ldots\ldots x + 15$

c) $(5 + 5x)(2 + 2x) = 10x^2 + \ldots\ldots x + 10$

d) $(x + 6)(3x + 5) = 3x^2 + \ldots\ldots x + 30$

17 Développer, puis réduire chaque expression :

a) $(t - 6)(t - 8)$ b) $(1,5 - x)(6 - x)$

c) $(6 - 5a)(1 - 4a)$ d) $(2x - 1)(4x - 3)$

e) $(2,5 - b)(b - 4)$ f) $(3x - 2)(7 - 2x)$

g) $(\frac{2}{3}x - 1)(\frac{1}{2}x - 3)$ h) $(2x - 8)(1 - \frac{1}{4}x)$

18 Développer puis réduire, si possible, les expressions suivantes :

- $A = 5x + 4(2x + 3)$
- $B = (5x + 4)(2x + 3)$
- $C = (4x - 5) \times 2x + 8$
- $D = (4x - 5)(2x + 8)$

19 Développer puis réduire, si possible, les expressions suivantes :

- $E = (3x + 5)(2x + 4) + (4x + 2)(3x + 5)$
- $F = (4x + 8)(3x - 2) + (4 - 2x)(5 + 4x)$
- $G = (5x - 3)(2x + 6) - (6x + 5)(4x + 2)$

20 Développer puis réduire, si possible, les expressions suivantes :

- $A = (6x - 4)(3x + 5)$
- $B = (- 2x + 7)(4x - 3)$
- $C = (- 3 + 4x)(- 2x - 4)$
- $D = (5x - 2)^2$

21 x désigne un nombre relatif.

$$A = 5(3 - 2x)(1 + x)$$

Voici trois façons de développer l'expression A.

a) Développer $5(3 - 2x)$, puis recopier et compléter $A = (\ldots)(1 + x)$.

Développer, puis réduire cette expression.

b) Développer $(3 - 2x)(1 + x)$, puis recopier et compléter $A = 5(\ldots)$.

Développer, puis réduire cette expression.

c) Proposer une troisième façon pour développer A.

d) Vérifier que les réponses trouvées aux questions a), b), c) sont identiques.

22 a) x désigne un nombre relatif et $A = (3x+2)^2$.

Développer A en utilisant le fait que :

$$A = (3x + 2)(3x + 2)$$

Réduire l'expression obtenue.

b) Développer, puis réduire $B = (2x - 5)^2$.

23 a) Développer $A = (x + 1)(x - 1)$.

b) En déduire de tête :

101 x 99 1 001 x 999

Factoriser et réduire

24 Recopier et compléter :

a) $3x^2 + 3 = 3(\ldots + \ldots)$

b) $t^2 - t = t(\ldots - \ldots)$

c) $15a^2 + 10a = \ldots(3a + 2)$

25 Factorise les expressions :

- $A = 4x + 8$
- $C = 2 - 16x$
- $B = 7 + 21x$
- $D = x^2 + 8x$

26 Réduire, si possible, les expressions suivantes :

- $A = 6x + 4x$
- $B = 9 + 8x$
- $C = 4x + x$
- $D = 3x + 7$
- $E = x + 6x$
- $F = 6x + 8x$

27 Réduire l'expression lorsque cela est possible :

a) $2x + 5x$ b) $t^2 - t$

c) $7x^2 + x^2$ d) $a^2 - 3a - 2a^2 + 5a$

e) $2x + 5$ f) $x(\frac{1}{2}x)$

g) $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}x^2$ h) $5x \times 3x$

i) $5x \times 3$

28 1) $A = - 5x^2 - 10$

a) On peut mettre 5 en facteur. Recopier et compléter : $A = 5(\ldots)$

b) Dans l'expression A, on pouvait mettre -5 en facteur. Recopier et compléter :

$$A = - 5(\ldots)$$

2) Factoriser chaque expression en mettant un nombre négatif en facteur.

- $B = - 2x^2 - 4x + 4$
- $C = - 3x^2 + 9$
- $D = 4(- 3x - 5)$

29 1) $A = 4(x - 3) - 2(3x + 1)$

On peut factoriser A en remarquant que 2 est un facteur commun.

a) Recopier et compléter :

$$A = 2(2(\ldots) - (\ldots))$$

b) Réduire l'expression à l'intérieur des parenthèses rouges et conclure.

2) Factoriser l'expression et contrôler la réponse.

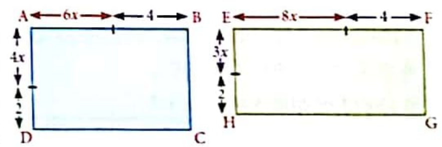
- $B = 6(x^2 + 1) - 27(4x - x^2) + 3(2x - 1)$

30 Développer puis réduire $(x - 4)^2 - (x - 2)(x - 8)$.

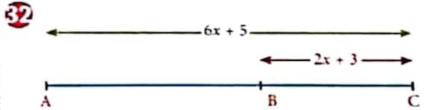
En déduire un mode de calcul rapide de l'expression $9\,996^2 - 9\,998 \times 9\,992$.

Exprimer, développer et factoriser

31 Prouver que, quelle que soit la valeur de x, les deux rectangles ABCD et EFGH ont la même aire.



32



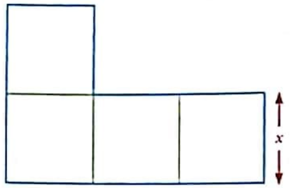
a) Pour $x = 2$, calculer AC, BC puis AB.

b) Écrire en fonction de x la longueur AB. Simplifier l'expression trouvée.

c) Calculer, pour $x = 2$ la valeur de l'expression trouvée ci-dessus.

Comparer au résultat trouvé au a).

33 Cette figure est formée de quatre carrés de même côté. On note x la longueur de ce côté en cm.

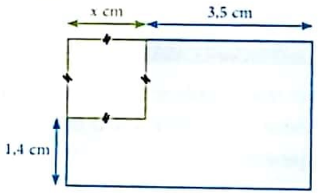


a) Exprimer le périmètre en cm, puis l'aire en cm² de cette figure en fonction de x.

b) Faire une telle figure de façon que son périmètre soit 15 cm.

c) Faire une telle figure de façon que son aire soit 36 cm².

34 On augmente un côté d'un carré de 3,5 cm et un autre côté de 1,4 cm, de façon à obtenir un rectangle comme indiqué par la figure ci-dessous.

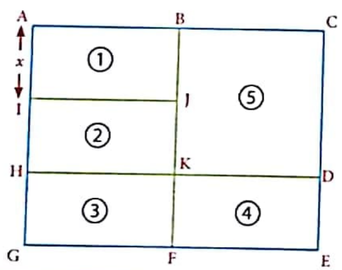


a) Exprimer en fonction de x, l'augmentation A de l'aire en cm² du carré.

b) Vérifier que $A = 4{,}9(x + 1)$.

c) Calculer A lorsque $x = 5$, $x = 10$.

35 La figure suivante est formée de quatre rectangles identiques et d'un carré BCDK.



a) Ecrire en fonction de x la longueur AC.

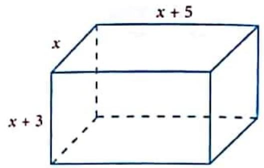
b) Ecrire en fonction de x la largeur AG.

c) Ecrire en fonction de x le périmètre de ACEG.

d) Écrire en fonction de x l'aire de ACEG.

36 x désigne un nombre positif.

Voici un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont données en centimètres.



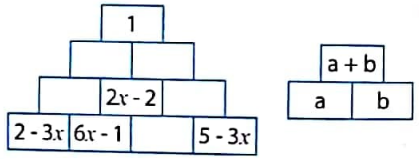
a) Exprimer en fonction de x l'aire en cm² de chacune de ses faces. Développer, puis réduire les expressions obtenues.

b) Exprimer en fonction de x l'aire totale des six faces.

c) Calculer cette aire pour $x = 5$.

37 x désigne un nombre relatif.

Reproduire et compléter selon la règle indiquée à droite.



38 a désigne un nombre relatif.

a - 2		2a - 4
a - 3		
2 - 2a		

Reproduire et compléter de façon à obtenir un carré magique (la somme est la même sur chaque ligne, chaque colonne et chacune des deux diagonales).

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	b	c
1	L'expression réduite de $5 - (3 - x)$ est :	$8 - x$	$2 - x$	$2 + x$
2	Le nombre 113 x 19 peut s'écrire :	113 x 20 - 1	113 x (20 - 1)	112 x 20
3	Pour $a = -\frac{1}{2}$ l'expression $(a - 1)(1 + 2a)$ prend la valeur	0	3	$\frac{3}{2}$
4	$A = x(x - 2) - 5x(x - 2)$ $B = -4x^2 + 8x$ $C = 4x(2 - x)$	A ≠ B et A = B	A ≠ B et A = C	A = B = C
5	Une forme factorisée de $3x(x - 1) - x(x + 1)$	$(3x - x)(x - 1)$	$2x(x - 2)$	$x(3x - 1 - x + 1)$
6	Une forme factorisée de $- 3x^2 - 6x$ est :	$- 3x(x + 2)$	$- 3x(x - 2)$	$- 3(x^2 - 2x)$
7	Une forme developpée de $(x - 2)^2$ est :	$x^2 - 4x + 4$	$x^2 - 2x + 4$	$x^2 - 2x + 2$
8	L'expression réduite de $(2x + 1)(x + 2)$ est :	$2x^2 + 8$	$2x^2 + 3x + 2$	$2x^2 + 5x + 2$
9	L'expression réduite de $(2x - 1)(2 - x)$ est :	$- 2x^2 + 5x - 2$	$- 2x^2 - 3x - 2$	$4x + x$
10	L'expression réduite de $(2x - 1)(2 + x)$ est :	$2x^2 - x$	$2x^2 - 3x + 2$	$2x^2 + 3x - 2$

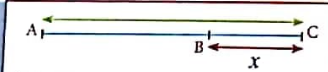
9 Equations

Je vais apprendre à :

- Reconnaître l'inconnue dans une situation ;
- Reconnaître des techniques simples de résolution d'une équation;
- Résoudre une équation de la forme : $ax + b = cx + d$ (en particulier $x + a = b$ et $ax = b$) ;
- Vérifier les solutions obtenues ;
- Mettre un problème en équation ;

Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Quelle valeur prend l'expression $5x + 3$ quand $x = 2$	25	13	10
2	L'égalité $3x + 2 = 5x - 6$ est vraie pour :	$x = 0$	$x = 2$	$x = 4$
3	Pour $x = 2$, le nombre $5 + 3x$ est égal à :	16	11	10
4	Pour $x = 2$, le nombre $5 - 3x$ est égal à :	11	2	-1
5	On retranche un nombre x de 2 et on trouve 3. Quel est ce nombre ?	-1	5	1
6	On divise un nombre x par 7 et on trouve 2. Quel est ce nombre ?	$\frac{7}{2}$	7×2	$\frac{2}{7}$
7	 AC = 5,1 La longueur de AB est égale à :	$5,1 - x$	$5,1 + x$	$5,1 \times x$
8	Le périmètre d'un carré est égal à 28cm. Quelle est la longueur de son côté ?	28×4	$\frac{28}{4}$	$\frac{28}{4} \times 4$

Activités de découverte

Activité 1 Calculs correspondant à une situation

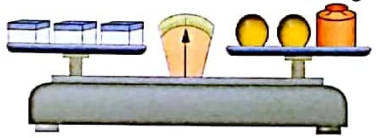
Pour chaque énoncé, indique les calculs qui correspondent à la situation.

Énoncé 1 : Douze élèves ont maintenant résolu le problème de maths mais 5 d'entre eux ont dû se faire aider. Combien l'avaient résolu seuls ?

Énoncé 2 : Quel est le prix d'une bouteille de jus de fruit, sachant que 5 bouteilles ont coûté 12 dh ?

1	2	3	4	5	6
$\begin{array}{l\|l} \dots & 5 \\ \hline & 12 \end{array}$	$\dots - 5 = 12$	$5x = 12$	$\begin{array}{r} \dots \\ +\ 5 \\ \hline 12 \end{array}$	$5 \times \dots = 12$	$x - 5 = 12$
7	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
$\begin{array}{r} \dots \\ -\ 5 \\ \hline 12 \end{array}$	$\dots \div 5 = 12$	$x + 5 = 12$	$\begin{array}{r} 5 \\ \times\ \dots \\ \hline 12 \end{array}$	$\dots + 5 = 12$	$x \div 5 = 12$

Activité 2 Équation et balance



Le schéma suivant représente les deux plateaux d'une balance en équilibre, chargés de cubes identiques, de billes identiques, et d'un poids de 200 g.

1) L'égalité écrite ci-dessous traduit cet énoncé : $3 \times c = 2 \times b + 200$.

Que désignent les lettres b et c ?

2. a) Une bille pèse 20 g. Pour réaliser l'équilibre, le poids d'un cube est-il de 70 g ? 80 g ?

b) On a le choix entre des billes de 35 g ou de 26 g, ainsi qu'entre des cubes de 90 g ou de 80 g.

Quelles billes et quels cubes faut-il choisir pour réaliser l'équilibre ?

Activité 3 Ajouter, retrancher, diviser et multiplier

Dans chaque cas, x désigne un nombre relatif tel que l'égalité écrite à gauche soit vraie.
Recopier et compléter.

a) $x - 1 = 11$ ⟶ On ajoute… aux deux membres de l'égalité. ⟶ $x = \dots\dots\dots$

b) $x + \frac{7}{4} = \frac{1}{2}$ ⟶ On.… ….. aux deux membres de l'égalité. ⟶ $x = \dots\dots\dots$

c) $2x = x + 9$ ⟶ On.… ….. aux deux membres de l'égalité. ⟶ $x = \dots\dots\dots$

d) $2x = 8,4$ ⟶ On… par… les deux membres de l'égalité. ⟶ $x = \dots\dots\dots$

e) $-\frac{x}{4} = 7$ ⟶ On… par… les deux membres de l'égalité. ⟶ $x = \dots\dots\dots$

Activité 4 Transformation d'équation

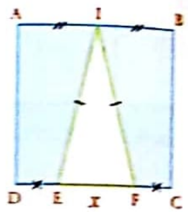
1) On veut résoudre l'équation $3x - 8 = 7$, c'est-à-dire trouver les valeurs de x pour lesquelles cette égalité est vraie.

a) Ajouter 8 à chacun des membres de l'équation puis les écrire le plus simplement possible.

b) Cette nouvelle équation a-t-elle les mêmes solutions que $3x - 8 = 7$? Expliquer.

2) Diviser chacun des membres de la nouvelle équation par 3 puis les écrire le plus simplement possible.

Activité 5 Équation et géométrie



ABCD est un carré de 3 cm de côté. La longueur EF est inconnue, on la désigne par x.

1) Observer la figure ci-contre, puis faire deux dessins en choisissant $x = 1$ cm, puis $x = 3$ cm.

2) On veut trouver une valeur de x pour que les trois surfaces coloriées aient la même aire.

a) Calculer cette aire, à partir de celle du carré.

b) Le calcul $\frac{3x}{2}$ donne l'aire du triangle IEF; pourquoi ?

c) Traduire la situation de la question 2.a) en complétant l'égalité $\frac{3x}{2}$ = ...

Calculer x et dessiner la figure correspondante.

Activité 6

Résoudre, l'un après l'autre, les problèmes suivants :

Problème n°1 :

Ahmed a une calculatrice sur laquelle il affiche un nombre.

Il multiplie le nombre affiché par 3, puis ajoute 7. La calculatrice affiche alors 10,9.

Quel nombre a-t-il affiché au départ ?

Probleme n°2 :

Ahmed et Nada ont chacun une calculatrice sur laquelle ils affichent le même nombre :

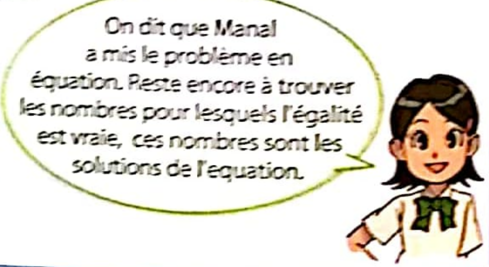
- Ahmed multiplie le nombre affiché par 5, puis ajoute 9.
- Nada multiplie le nombre affiché par 2, puis retranche 3.

Quand ils ont terminé, ils aperçoivent qu'ils ont obtenu le même résultat.

Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

Manal, a écrit ceci pour le Problème n° 2 :

J'appelle n le nombre affiché au départ.
Ahmed a calculé n x 5 + 9 et Nada n x 2 - 3
On cherche donc un nombre n pour lequel
l'égalité n x 5 + 9 = n x 2 - 3 est vraie.



Cours

1- Calcul littéral :

Définition

Un calcul littéral est un calcul dans lequel des lettres représentent des nombres, ces lettres s'appellent des variables.

Remarques

- On désigne souvent les variables par des lettres qui rappellent ce que représentent ces variables.
- Pour utiliser une formule, on remplace les variables par des valeurs.

Exemples :

- Quand on écrit : $A = L \times \ell$, A désigne l'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ.
- L'aire A d'un rectangle de longueur L = 5 m et de largeur ℓ = 3 m se calcule avec la formule $A = L \times \ell = 5 \times 3 = 15\ m^2$.

2- Équations :

Définition

Une équation est une égalité comportant un ou plusieurs nombres inconnus désignés par des lettres (que l'on nomme les inconnues de l'équation). Les valeurs des inconnues pour lesquelles l'égalité est vraie sont les solutions de l'équation.

Exemple :

$$\underbrace{3 \times x + 5}_{\text{Membre de gauche}} = \underbrace{6 \times x - 1}_{\text{Membre de droite}}$$ est une équation d'inconnue x.

2 est une solution de cette équation car si $x = 2$: $3 \times 2 + 5 = 11$ et $6 \times 2 - 1 = 11$

Donc l'égalité est vraie pour $x = 2$.

En revanche, 7 n'est pas une solution de cette équation car si $x = 7$: $3 \times 7 + 5 = 26$ et $6 \times 7 - 1 = 41$.

3- Résoudre une équation :

Définition

Résoudre une équation d'inconnue x, c'est trouver par quels nombres il faut remplacer x pour obtenir une égalité.

Ces nombres sont appelés « solutions de l'équation ».

Propriétés

On transforme une équation en une autre équation qui a les mêmes solutions en effectuant l'une des deux actions suivantes :

1) ajouter ou soustraire le même nombre à chaque membre de l'équation ;

2) multiplier ou diviser par un même nombre non nul chaque membre de l'équation.

Exemples :

Résolvons l'équation $7x - 3 = 2x + 9$.

$7x - 3 = 2x + 9$

d'après le (1), on soustrait $2x$ à chacun des membres : $7x - 3 - 2x = 2x + 9 - 2x$

on réduit chacun des membres de l'équation : $5x - 3 = 9$

d'après le(1), on ajoute 3 à chacun des membres : $5x - 3 + 3 = 9 + 3$

on réduit chacun des membres de l'équation : $5x = 12$

d'après le (2), on divise par 5 chacun des membres : $\frac{5x}{5} = \frac{12}{5}$

on réduit chacun des membres de l'équation : $x = 2{,}4$.

Toutes les équations successivement obtenues ont les mêmes solutions.

L'équation a une unique solution : 2,4.

La solution de l'équation $7x = 2x + 9$ est donc 2,4.

4- Mise en équation d'un problème :

Certains problèmes peuvent se résoudre en posant une équation, ce qui facilite en général leur résolution.

Mettre un problème en équation, c'est traduire l'énoncé du problème par une équation.

Exemples :

Le montant d'une facture de téléphone est de 284,40 dh. Le prix de l'unité est de 0,62 dh et celui de l'abonnement est de 86dh. Quel est le nombre d'unités?

1) Choix de l'inconnue : soit u le nombre d'unités.

2) Mise en équation : 0,62u + 86 = 284,40

3) Résolution de l'équation :

0,62u + 86 = 284,40
0,62u = 284,40-86
0,62u = 198,40
u= 198,40 : 0,62
u= 320

4) Réponse au problème : il y a 320 unités.

Méthode

Pour résoudre des **problèmes,** on est souvent amené à **les mettre en équation. Pour cela :**

- On fait souvent un dessin ou on reformule l'énoncé pour mieux comprendre le problème ;
- On **choisit l'inconnue** ou les inconnues : on donne un nom aux nombres que l'on cherche (souvent x ou y..., parfois des lettres qui évoquent l'inconnue) ;
- On **met en équation :** on écrit une égalité qui doit être vérifiée (ou des égalités) ;
- On résoud l'équation ;
- On peut tester des valeurs pour savoir si elles conviennent ;
- On **interprète le résultat** pour le problème donné : les valeurs trouvées sont-elles compatibles avec le problème ?

5- Égalité et opérations :

a) Égalité, addition et soustraction

Propriété

Si on ajoute (ou soustrait) un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité équivalente.

Quels que soient les nombres relatifs a, b et c :

- Si a = b alors a + c = b + c
- Si a = b alors a - c = b - c

Exemples : Si on sait que $2x - 11 = 8$.

Alors on peut en déduire que $2x - 11 + 11 = 8 + 11$ donc $2x = 19$

On a ajouté 11 à chaque membre de l'égalité.

b) Égalité, multiplication et division

Propriété

Si on multiplie par un même nombre (ou on divise par un même nombre non nul) les deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité équivalente.

Quels que soient les nombres relatifs a, b et c :

- Si a = b alors a x c = b x c
- Si a = b et $c \neq 0$ alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

Exemples : Si on sait que $2x = 19$.

On peut en déduire que $\frac{2x}{2} = \frac{19}{2}$ donc $x = 9{,}5$

On a divisé par 2 les deux membres de l'égalité.

Exercices résolus

Méthodes et techniques

Exercice 1

Énoncé :

1) Calculer l'expression $A = 2x + 5$ pour les valeurs suivantes de x : 0 , 3 , $\frac{5}{2}$.

2) Calculer l'expression $B = 4 \times x + 5 \times y$ pour les valeurs suivantes de x et y : $x = 78$ et $y = 21$.

Solution :

1) Pour $x = 0$ $\quad A = 2 \times 0 + 5 = 0 + 5 = 5.$

Pour $x = 3$ $\quad A = 2 \times 3 + 5 = 6 + 5 = 11.$

Pour $x = \frac{5}{2}$ $\quad A = 2 \times \frac{5}{2} + 5 = 5 + 5 = 10.$

2) Pour $x = 78$ et $y = 21$. $\quad B = 4 \times 78 + 5 \times 21 = 312 + 105 = 417.$

Exercice 2

Énoncé : Résoudre l'équation $17 - 5x = 22 + 4x$.

Solution : • On fait disparaître dans l'un des deux membres le terme contenant l'inconnue.

$17 - 5x - 4x = 22 + 4x - 4x$ ← On soustrait $4x$ à chacun des membres.

• On isole le terme qui contient L'inconue.

$17 - 9x = 22$ ← On réduit les membres.

$17 - 9x - 17 = 22 - 17$ ← On soustrait 17 à chacun des membres.

• On isole l'nconnue.

$-9x = 5$ ← On réduit les membres.

$\frac{-9x}{-9} = \frac{5}{-9}$ ← On divise chacun des membres par -9.

$x = -\frac{5}{9}$ ← On réduit les membres.

L'équation obtenue est facile à résoudre, sa solution est $-\frac{5}{9}$.

On peut donc conclure que la solution de l'équation $17 - 5x = 22 + 4x$ est $-\frac{5}{9}$.

Exercice 3

Énoncé : Nabil choisit un nombre x ; il ajoute 5 à ce nombre et multiplie le résultat par 4.

Leila choisit un nombre y et le multiplie par 2.

a) Avec les nombres qu'ils ont choisis, Nabil et Leïla trouvent le même résultat.
Écris une égalité qui traduit cette information.

b) Cette égalité est-elle vraie pour $x = 8$ et $y = 26$?

Tu peux vérifier que l'égalité est aussi vraie pour $x = 10$ et $y = 30$.

Solution :

Il ne faut pas confondre avec $4x + 5$.

a) Le résultat trouvé par Nabil s'écrit : $4(x + 5)$.
Le résultat trouvé par Leïla s'écrit : $2y$.
Ces deux résultats sont égaux c'est-à-dire que :
$4(x + 5) = 2y$

b) Pour $x = 8$ on obtient :
$4(x + 5) = 4(8 + 5) = 4 \times 13 = 52$
Pour $y = 26$ on obtient : $2y = 2 \times 26 = 52$
Légalité est donc vraie-pour $x = 8$ et $y = 26$.

Exercice 4

Énoncé : Quel est le nombre tel que son double augmenté de 5 soit égal à son triple diminué de 7 ?

Solution : • **Choix de l'inconnue**

On note x le nombre cherché.

• **Mise en équation**

Le double du nombre cherché augmenté de 5 s'écrit : $2x + 5$.
Le triple du nombre cherché diminué de 7 s'écrit : $3x - 7$.
On traduit l'égalité des nombres obtenus par : $2x + 5 = 3x - 7$.

• **Résolution de l'équation**

Si x est un nombre tel que : $2x + 5 = 3x - 7$ alors : $2x + 5 - 2x = 3x - 7 - 2x$

$5 = x - 7$

$5 + 7 = x - 7 + 7$

$12 = x$

C'est-à-dire : $x = 12$.

Remarque

Si l'on avait choisi de soustraire $3x$ à chaque membre on aurait obtenu : $-x + 5 = -7$, puis $-x = -12$, d'où la nécessité de multiplier encore chaque membre par -1.

Vérification :

Pour $x = 12$: • $2x + 5 = 2 \times 12 + 5 = 29$;
• $3x - 7 = 3 \times 12 - 7 = 29$.

Donc l'égalité $2x + 5 = 3x - 7$ est vraie pour $x = 12$.

Conclusion :

12 est la solution de l'équation $2x + 5 = 3x - 7$.
Le nombre cherché est 12.

Exercice 5

Énoncé : Trouver le nombre tel que son quintuple augmenté de 7 soit égal à 3.

Solution :

Etape n°1 : Choix de l'inconnue	Soit x le nombre cherché. →	On note généralement l'inconnue x.
Etape n°2 : Mise en équation	Le quintuple du nombre augmenté de 7 est $5x + 7$. → $5x + 7 = 3$ →	On exprime les informations données dans l'énoncé en fonction de x. La phrase de l'énoncé se traduit ainsi.
Etape n°3 : Résolution de l'équation	$5x + 7 = 3$ $5x + 7 - 7 = 3 - 7$ $5x = -4$ $\quad x = \frac{-4}{5}$ →	On résout l'équation à l'aide des propriétés : retrancher le même nombre 7 et diverser par le même nombre 5.
Etape n°4 : Vérification que la valeur trouvée est solution du problème	$5 \times (-\frac{4}{5}) + 7 = -4 + 7 = 3$ →	On calcule Le quintuple de $-\frac{4}{5}$ augmenté de 7 qu'on pose est égal à 3.
Etape n°5 : Conclusion	Le nombre cherché est donc $-\frac{4}{5}$.	

Exercices et problèmes

Équations

1 Dans chaque cas, dire si l'on a écrit ou non une équation.

a) $3(x-1)+2x$ b) $t=5$
c) $3a+1=4$ d) $2(5-\frac{1}{2})=5+4$
e) $x^2-1=0$ f) $7x-3=8x$

2 Résoudre les équations, d'inconnue x, suivantes :

a) $x+5=12$ b) $x+8=3$
c) $x-7=5$ d) $x-2=-9$

3 Résoudre les équations, d'inconnue x, suivantes :

a) $x+3{,}4=7{,}8$ b) $x+6{,}9=3{,}7$
c) $x-2{,}4=8{,}3$ d) $x-4{,}8=-11{,}6$

4 Dans chacun des cas, trouver a.

a) $a+5=7$ b) $a+12=15$
c) $3+a=5$ d) $4=12-a$
e) $3=-10+a$ f) $a-5=2$

5 Sans les résoudre, indiquer les équations qui ont la même solution :

a) $x-3{,}70=81{,}2$ b) $k-3{,}70=81{,}2$
c) $x+3{,}70=81{,}2$ d) $-3{,}7+x=81{,}200$
e) $81{,}2=-3{,}70+x$ f) $-81{,}2=x-3{,}7$

6 Résoudre les équations suivantes :

a) $39{,}8-x=-21{,}53$ b) $(-36)-z=77$
c) $17=(-57)-x$ d) $-804{,}9=21{,}05-f$

7 Dans chacun des cas, trouver x.

a) $8x=32$ b) $10x=2$ c) $7=2x$

8 Résoudre les équations suivantes :

a) $7x=380{,}1$ b) $51{,}03=x\times 8{,}1$
c) $12{,}5x=53{,}75$ d) $37{,}4x=37{,}4$

9 Pour chacune des équations ci-dessous, donner la solution sous la forme « $x=\dots$ » en expliquant à chaque fois l'action effectuée :

a) $\frac{x}{2}=5$ b) $\frac{x}{-7}=3$ c) $\frac{x}{2}=-2$ d) $\frac{x}{-5}=6$

10 Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{x}{3}=34$ b) $32{,}06=\frac{x}{0{,}2}$
c) $\frac{x}{13{,}47}=1{,}2$ d) $2{,}7=\frac{x}{0{,}36}$

11 Résoudre les équations suivantes :

a) $5x=0$ b) $5+x=0$
c) $5-x=0$ d) $5x=1$
e) $5+x=1$ f) $5-x=1$

12 Résoudre les équations suivantes :

a) $-3+x=0$ b) $x-3=0$
c) $3x=-1$ d) $\frac{1}{3}x=1$

13 Si $2x+3=4$, les égalités suivantes sont-elles vraies?

a) $2x+8=9$ b) $2x=1$
c) $2x+6=7$ d) $2x+1=6$

14 Sans les résoudre indiquer les équations qui ont la même solution :

a) $8x+7=0{,}5$ b) $0{,}50=7+8x$
c) $8y+7=0{,}5$ d) $7x+8=0{,}5$
e) $8x+17=0{,}5$ f) $0{,}500=7+8\times k$

15 On veut résoudre l'équation $3x+2=11$.

a) Écrire une équation de la forme « $3x=\dots$ » qui a les mêmes solutions que l'équation $3x+2=11$. Expliquer l'action effectuée.

b) En déduire la solution de l'équation $3x+2=11$ sous la forme « $x=\dots$ ». Expliquer l'action effectuée.

16 Résoudre les équations suivantes :

a) $2x+5=6$ b) $6=5a-4$
c) $4c-1=7$ d) $11=-8y-5$

17 Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{3x}{2}=\frac{7}{2}$ b) $\frac{15x}{7}=\frac{3}{14}$
c) $\frac{4x}{5}=2$ d) $-2x=\frac{3}{14}$

18 On sait que $\frac{1}{3}-4=2$.

a) Ajouter 4 à chaque membre de cette égalité. Quelle nouvelle égalité obtient-on ?

b) Que doit-on faire ensuite pour obtenir une égalité de la forme « t = ... »? Écrire cette égalité.

19 Résoudre les équations suivantes :

a) $-\frac{2}{5}x=-\frac{1}{15}$ b) $\frac{4}{7}=-\frac{8x}{3}$
c) $3x=-\frac{4}{9}$ d) $-\frac{2}{5}x=\frac{3}{8}$

20 Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$ b) $\frac{5}{4}x=\frac{5}{4}x-\frac{4}{3}$

21 Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{x}{5}-4=2$ b) $\frac{-a}{2}+5=-4$
c) $\frac{2b}{3}+7=-4$ d) $-2=4-\frac{a}{7}$

22 On considère l'équation $2y-7=5y+4$.

Dans chaque cas, dire si le nombre est solution ou non de cette équation.

a) $\frac{1}{2}$ b) $-\frac{11}{3}$ c) 1

23 Dans chaque cas, dire si 2 est solution de l'équation proposée.

a) $2x-5=x-3$ b) $2y+1=6y-2$
c) $2(t+3)-t=\frac{1}{2}(t+2)+t+4$

24 Dans chaque cas, dire si le nombre $-\frac{1}{2}$ est solution de l'équation proposée.

a) $3(x+\frac{1}{3})=x+1$ b) $2a+\frac{1}{2}=3(a-3)$

25 Les nombres 5 ; -2 et 3,2 sont chacun solution d'une des équations ci-dessous. Pour chaque nombre préciser de quelle équation il s'agit :

a) $3x-6=10-2x$
b) $2x-1=1{,}4x+2$
c) $3x+3=7x+11$

26 On considère l'équation $6x-4=10x-15$.

a) Recopier et compléter ce tableau.

x	$6x-4$	$10x-15$
0		
1		
2		
3		
4		

Pourquoi l'équation semble-t-elle avoir une solution comprise entre 2 et 3 ?

b) Avec la calculatrice, compléter un tableau comme le précédent en faisant figurer dans la colonne « x » les nombres 2 ; 2,1 ; 2,2 ; ... ; 2,9 ; 3. Entre lesquels de ces nombres, une solution semble-t-elle se trouver ?

c) Poursuivre cette façon de procéder et donner la valeur exacte de cette solution.

27 Parmi les énoncés suivants, lesquels sont vrais, quel que soit le nombre x ? Justifier.

a) Si $4x+5=2x+6$ alors $4x=2x+1$
b) Si $4x-7=2x+11$ alors $4x=2x+18$
c) Si $5x-1=3x+2$ alors $2x-1=2$
d) Si $6x+11=-2x+5$ alors $8x+11=5$

28 On se propose de résoudre l'équation :

$2(x+1)+3x-1=x-4$

a) Réduire l'expression écrite dans le membre de gauche.

b) Recopier et compléter ce que Hicham a écrit :

> Si x est un nombre tel que :
> $5x+1=x-4$ ......
> alors : $4x+1=-4$ ......
> $4x=-5$ ......
> $x=\dots\dots$

c) Effectuer la vérification nécessaire et conclure.

29 On veut résoudre l'équation $5x - 3 = 2x + 6$.

1) Écrire une équation dont un seul des membres contient l'inconnue x et qui a les mêmes solutions que l'équation $5x - 3 = 2x + 6$.

Expliquer l'action effectuée.

2) En déduire la solution de l'équation :

$5x - 3 = 2x + 6$ sous la forme « $x = ...$ ».

Expliquer les actions effectuées.

30 a) Pour chacune des équations suivantes, préciser si 7 est solution.

(1) $2x + 7 = 3x$

(2) $5x - 7 = 10x - 3$

(3) $4(x - 3) = -12 - x$

b) Même question avec -2.

c) Même question avec 0.

31 Pour chacun des cas suivants, préciser si les équations (1) et (2) ont la même solution. Justifier.

a) (1) $4a + 7 = 6a + 11$ (2) $4a + 9 = 6a + 13$

b) (1) $2x - 5 = -4x + 13$ (2) $2x = -4x + 18$

c) (1) $6b - 11 = 4b + 13$ (2) $2b - 11 = 13$

d) (1) $11 + 4x = 2 - 3x$ (2) $11 + 7x = 2$

32 Résoudre chaque équation :

a) $-7x + 15 = 2x - 3$ b) $6x - 10 = 7x + 3$

c) $4t - 3 = -10t + 4$ d) $y + 1 = -3y + 4$

33 Résoudre les équations suivantes.

a) $2(x - 5) = 3(x + 5)$

b) $-3(-d + 3) = 5(3 - a) + 2$

c) $m - (5 - 2m) = 3m + 4$

d) $2(p - 3) + 5(p - 7) = 0$

34 Résoudre chaque équation :

a) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{5} = -2x + \frac{3}{5}$ b) $\frac{10}{7}x - 1 = \frac{7}{3}x$

c) $\frac{1}{4} - \frac{1}{3}x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}$ d) $\frac{5}{3} - \frac{5}{2}y = \frac{1}{5} - \frac{1}{5}y$

35 Est-ce vrai ou faux?

a) Les équations $3x - 8 = 12$ et $3y - 8 = 12$ ont la même solution.

b) Les équations $(-15) + 3 = 7 + x$ et $7 + b = 3 + (-15)$ ont la même solution.

c) $2(x + 5) = 3x - 2$ est la mise en équation du problème suivant :

Le double d'une quantité augmentée de 5 est égal au triple de cette quantité diminuée de 2 ; quelle est cette quantité ?

d) $3x + 5(x + 2) = 7x + 10$ a pour solution 0.

e) Chacun des nombres 2 ; 2,5 ; 2,55 est solution de l'équation $(7 - 3 \times 2) \times x = x$.

f) 1 est une solution de $(32 \times 2 - 8^2) \times x = 0$.

g) La solution de l'équation $-3,7 + x = 0,6$ figure dans la liste des nombres suivants : $-4,3$; $-3,1$; 3,1 ; 12,1 ; 2,9 ; 4,3 ; 9,5.

h) La solution de l'équation

$-2,5 + x - (2,1 - 0,5) = 4,3 - (-1,7)$

figure dans la liste de nombres suivants : 2,1 ; 11 ; 1,8 ; 3,3 ; $-1,9$; 12,5 ; 4.

Problèmes

36 La somme d'un nombre entier x et de son double est égale à 2010. Quel est ce nombre ?

37 A et B sont deux points d'une droite graduée tels que l'abscisse de A est inférieure à celle de B. On a AB = 12,5 et l'abscisse de A est égale à -5. Calculer l'abscisse de B.

38 Dans la cour de récréation il y a m enfants. Parmi eux, il y a 123 filles. Le nombre de garçons est donné par l'expression :

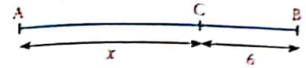
a) $m + 123$ b) $123 - m$ c) $m - 123$

d) $m \div 123$ e) $m \times 123$ f) $\frac{123}{m}$

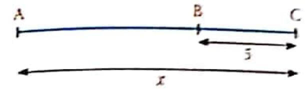
39 Je pense à un nombre : je le divise par trois puis j'ajoute 3,7 : j'obtiens 8,6. Quel est ce nombre?

40 Dans chaque cas, exprimer la longueur AB en fonction de x :

a)



b)



c)

d)

41 « La somme de deux nombres entiers consécutifs est égale à 173. Quels sont ces de nombres ? »

On appelle n le plus petit de ces deux nombres entiers.

1) Exprimer l'autre nombre en fonction de n.

2) Écrire une équation traduisant le fait que la somme de ces deux nombres est égale à 173.

3) Vérifier que 86 est bien solution de cette équation.

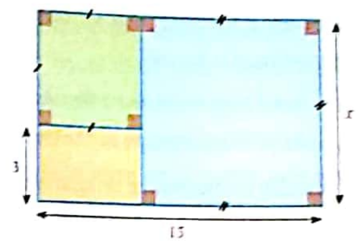
Quels sont alors les deux nombres cherchés ?

42 En utilisant les informations du schéma :

a) écrire AB en fonction de x.

b) calculer x. (Toutes les mesures sont exprimées dans la même unité).

43 La figure ci-dessous n'est pas à l'échelle. L'unité est le centimètre.



1. a) Exprimer, en fonction de x, la longueur d'un côté du carré jaune.

b) Exprimer, en fonction de x, la longueur d'un côté du carré bleu.

c) En déduire une condition que doit vérifier le nombre x pour que la figure soit réalisable.

2) En déduire la valeur de x.

3) Construire la figure en vraie grandeur.

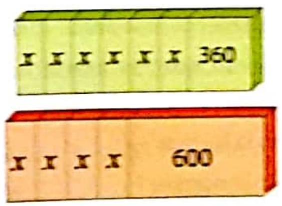
44 Un quadrilatère ABCD est tel que BC est égal au double de AB, CD est égal au triple de AB et DA est égal au quadruple de AB. Le périmètre de ce quadrilatère est égal à 20 cm.

1) Quelle est la longueur du côté [AB] ?

2) Donner la longueur des autres côtés du quadrilatère.

3) Dessiner un quadrilatère vérifiant ces conditions.

45 Voici deux partages différents d'un même parallélépipède rectangle. Les volumes sont indiqués en cm^3.



a) Calculer x mentalement en observant attentivement la figure.

b) Résoudre l'équation $6x + 360 = 4x + 600$ en justifiant chaque étape et conclure.

46 On cherche un nombre x tel que le triple de ce nombre soit égal à la somme de ce nombre et de 8.

1) Écrire une équation traduisant ce problème.

2) Résoudre cette équation.

3) Donner la solution du problème posé.

47 Un père a 42 ans et son fils a 12 ans.

Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le triple de l'âge du fils ?

48 Un rectangle a une largeur de 5m. En augmentant sa longueur de 2m et en retranchant 2m à sa largeur, on obtient un rectangle de même aire que le rectangle initial. Quelle est la longueur du rectangle initial ? Qu'en pensez-vous ?

49 Soumia a eu trois notes sur 20 points en mathématiques durant ce trimestre : 11 ; 07 et 12.

1) Quelle note doit-elle avoir au dernier devoir de mathématiques du trimestre pour avoir exactement 12 de moyenne à la fin du trimestre ?

2) Est-il possible qu'elle ait exactement 13 de moyenne à la fin du trimestre? Expliquer.

50 Un problème qui n'est pas du 1er degré

« En retranchant un même nombre au numérateur et au dénominateur de $\frac{17}{23}$, j'obtiens la fraction $\frac{5}{8}$.

Quel est ce nombre ? »

a) Noter x le nombre que l'on retranche aux numérateur et dénominateur de $\frac{17}{23}$.

Traduire l'énoncé par une équation.

b) On suppose que pour un nombre x, l'égalité précédente est vraie.

Quelle nouvelle égalité obtient-on en écrivant l'égalité des produits en croix ?

En déduire une valeur possible de x.

c) Vérifier si cette valeur trouvée est solution de l'équation écrite de la question a).

d) Conclure par une phrase.

51 « Dans 5 ans, l'âge de Samir sera égal au double de l'âge qu'il avait il y a 8 ans. »

1) Si Samir avait 14 ans aujourd'hui, écrire le calcul permettant de trouver :

a) l'âge de Samir dans 5 ans ;

b) l'âge de Samir il y a 8 ans ;

c) le double de l'âge de Samir il y a 8 ans.

2) En effectuant les calculs précédents, dire si Samir a 14 ans aujourd'hui. Expliquer.

3) On note x l'âge, en années, que Samir a aujourd'hui Exprimer en fonction de x :

a) l'âge de Samir il y a 5 ans ;

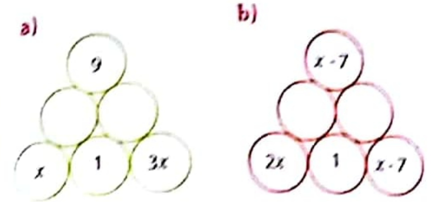
b) l'âge de Samir il y a 8 ans ;

c) le double de l'âge de Samir il y a 8 ans.

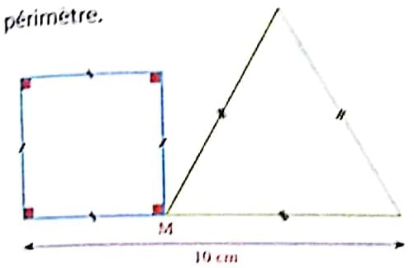
4) En utilisant les expressions écrites en 3., propose une équation qui permette de trouver la valeur de x c'est-à-dire l'âge que Samir a aujourd'hui.

5) Vérifier que 21 est une solution de cette équation Conclure.

52 Le nombre contenu dans un cercle est égal à la somme des deux nombres contenus dans les deux cercles sur lesquels il repose. Trouver, dans chaque cas, la valeur du nombre x.



53 On a tracé un segment de longueur 10cm. On veut trouver où placer un point M sur ce segment pour que le carré et le triangle équilatéral ainsi construits aient le même périmètre.



1) On appelle c le côté du carré, exprimer alors le côté du triangle équilatéral en fonction de c.

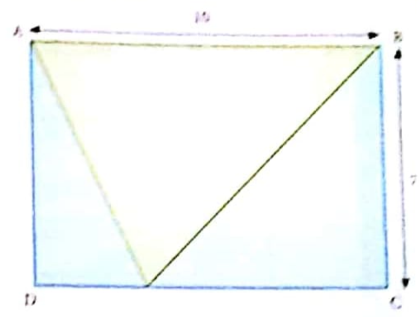
2.a) Exprimer le périmètre du carré en fonction de c.

b) Exprimer le périmètre du triangle équilatéral en fonction de c.

3) Pour quelle valeur de c le périmètre du carré est-il égal au périmètre du triangle équilatéral ?

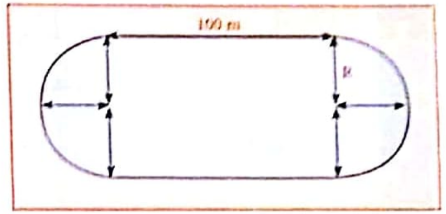
4) Faire un dessin le plus précis possible dans le cas où le carré et le triangle équilatéral ont le même périmètre.

54 En utilisant les renseignements codés sur la figure ci-dessous, l'unité étant le centimètre, trouver où l'on peut placer le point M sur le segment [DC] pour que la surface verte ait la même aire que la surface bleue.



55 Sur un stade olympique d'athlétisme le couloir intérieur mesure 400m.

Les deux lignes droites mesurent 100 m chacune.



1) Parmi les équations suivantes, laquelle (lesquelles) permet (permettent) de trouver le rayon R des deux demi-cercles ?

a) $2\pi R + 2 \times 100 = 400$.

b) $\pi R^2 + 2x\ 100 = 400$.

c) $100 + \pi R + 100 + \pi R = 400$.

d) $400 = 2\pi R + 100 + 100$.

2) Calculer le rayon R au mètre le plus proche.

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Le côté d'un carré de périmètre 24 cm est la solution de l'équation :	$3x = 24$	$2x = 24$	$4x = 24$
2	La solution de l'équation $3x = 0$ est :	0	3	1
3	La solution de l'équation $3 - x = 2$ est :	1	2	3
4	7 est solution de l'équation :	$2 - 3x = 8$	$4x - 10 = x + 11$	$4x - 15 = 16$
5	$\frac{2}{7}$ est solution de l'équation :	$2x = 7$	$-7x = 2$	$7x = 2$
6	L'équation $2x - 3 = 8$ a la même solution que l'équation :	$2x - 3 + 3 = 8$	$2x - 3 - 8 = 16$	$2x - 3 + 3 = 8 + 3$
7	L'équation $2x - 3 = 2(x - 3)$	n'a pas de solution	a une seule solution	a deux solutions
8	L'équation $\frac{x}{2} = \frac{2}{3}$ a la même solution que :	$2x = 2 \times 3$	$3x = 2 \times 2$	$x = 3$
9	L'équation $\frac{x}{3} = \frac{x+1}{2}$ a la même solution que :	$x - 3 = 0$	$x - 2 = 0$	$x + 3 = 0$

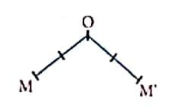
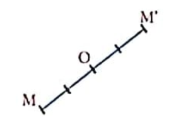
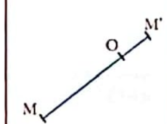
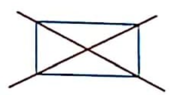
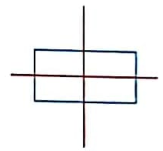
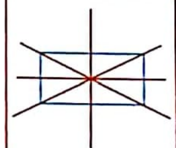
10 Symétrie centrale

Je vais apprendre à :

- Reconnaître la symétrie centrale et la différencier de la symétrie axiale.
- Découvrir les propriétés conservés par la symétrie centrale : alignement de points, longueur de segments ...
- Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une demi-droite, d'une droite, d'un cercle ...
- Construire ou compléter le symétrique d'une figure.

Je vérifie mes prérequis :

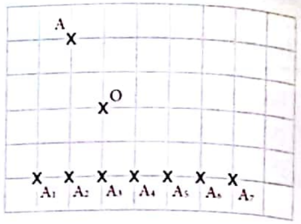
Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Le point O est le milieu du segment [MM'] sur la figure ...			
2	Les axes de symétrie du rectangle sont en rouge sur la figure ...			
3	On peut affirmer qu'un point I est le milieu d'un segment [AB] lorsqu'on a :	AI = BI	AI = $\frac{AB}{2}$	AI = IB et I∈[AB]
4	Une droite (Δ) est médiatrice d'un segment [AB] lorsqu'on a :	(Δ) est perpendiculaire à (AB)	(Δ) passe par le milieu de [AB]	(Δ) est perpendiculaire à (AB) et (Δ) passe par le milieu de [AB]
5	Les points A et B sont symétriques par rapport à la droite (Δ) lorsque :	(Δ) passe par le milieu I de [AB]	(Δ) est perpendiculaire à (AB)	(Δ) passe par I milieu de [AB] et perpendiculaire à (AB)

Activités de découverte

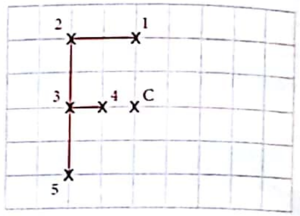
Activité 1 Symétrique d'un point

1) Sur la figure ci-contre, sur quel point vient se poser le point A si on lui fait effectuer un demi-tour autour du point O ?
2) Que représente le point O pour le segment qui a pour extrémités A et le point choisi ?



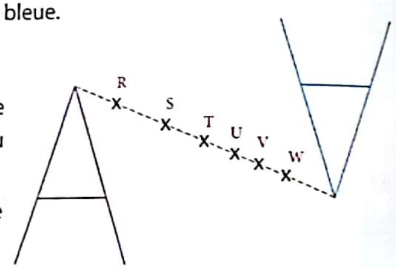
Activité 2 Symétrique d'une figure

1) Reproduire la figure ci-contre sur quadrillage, puis faire tourner d'un demi-tour autour du point C chacun des cinq points numérotés.
2) Tracer en bleu la figure sur laquelle vient se poser le F rouge si on le fait tourner d'un demi-tour autour de C (utiliser les points obtenus à la question 1).
3) Comparer les dimensions des figures rouge et bleue.



Activité 3 Centre de symétrie

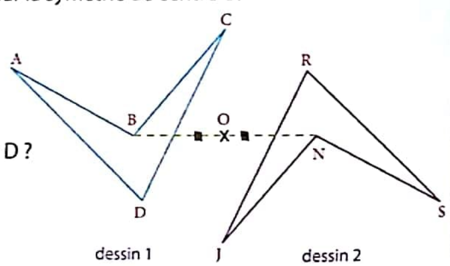
- « Dans la figure ci-contre, la figure rouge est le symétrique de la figure bleue par rapport au point ... »
- Retrouver le nom du centre de symétrie à l'aide d'un instrument de géométrie.



Activité 4 Construction du symétrique d'un point

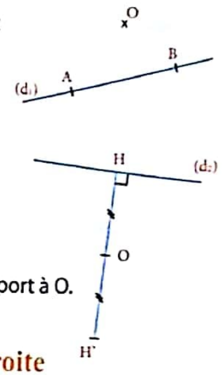
Le dessin 2 est le symétrique du dessin 1 par la symétrie de centre O.

1) Dans la symétrie de centre O :
   a) Quel est le symétrique du point B par la symétrie de centre O ? Pourquoi ?
   b) Quel est le point symétrique du point D ? du point C ? Du point A ? Du point O ? Pourquoi ?
   c) Quel est le symétrique du dessin 2 ?
   d) Que peut-on dire des segments [BN], [AS], [DR] et [CJ] et quelle conjecture peut-on émettre concernant le point O pour ces segments ?
2) Sur une feuille blanche, placer deux points, O et A, puis construire le point symétrique du point A par la symétrie de centre O. Expliquer la construction.



Activité 5 Symétrique d'une droite

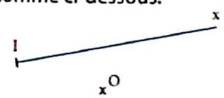
1. a) Recopie la figure ci-contre et marque les symétriques A' de A et B' de B par rapport à O.
   b) Trace la droite (d'₁) symétrique de la droite (d₁) par rapport à O.
2) Sur la figure ci-contre la perpendiculaire à la droite (d₂) passant par O coupe (d₂) en H.
   H' désigne le symétrique de H par rapport à O.
   a) Recopie cette figure puis trace la droite (d'₂) perpendiculaire à la droite (OH) en H'.
   b) Explique pourquoi (d'₂) est la droite symétrique de (d₂) par rapport à O.
   c) Pourquoi les droites (d₂) et (d'₂) sont-elles parallèles ?



Activité 6 Symétrique d'un segment, d'une demi droite

1) **Symétrique d'un segment**
   a) Recopie la figure ci-contre.

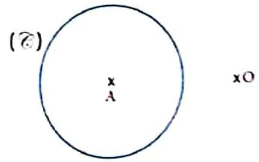
   b) Construis le symétrique A' de A par rapport à O et le symétrique B' de B par rapport à O.
   c) Trace le symétrique du segment [AB] par rapport à O.
2) **Symétrique d'une demi-droite**
   a) Trace une demi-droite [Ix) et place un point O comme ci-dessous.



   b) Construis le symétrique I' de I par rapport à O.
   c) Choisis un point A sur la demi-droite [Ix) puis construis le symétrique A' de A par rapport à O.
   d) Trace la symétrique de la demi-droite [Ix) par rapport à O.

Activité 7 Symétrique d'un cercle

1) Dessine un cercle (𝒞) de centre A et un point O comme ci-dessous.
2) Construis le symétrique A' de A par rapport à O.
3) Trace le symétrique (𝒞') du cercle (𝒞) par rapport à O.



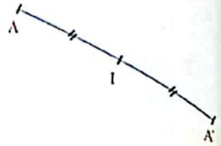
Par la symétrie de centre O :
- Le symétrique d'un segment est un segment parallèle et de même longueur ;
- La symétrique d'une demi-droite est une demi-droite parallèle ;
- Le symétrique d'un cercle de centre A est un cercle de même rayon et dont le centre est le symétrique de A.

Cours

1- Symétrique d'un point :

Définition

On dit que le point A' est le symétrique du point A par rapport au point I lorsque le point I est le milieu du segment [AA'].

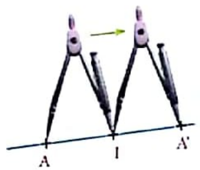


Remarque

Comment construire le symétrique du point A par rapport au point I ? :

1) On trace la droite passant par les points A et I.

2) À l'aide du compas, on reporte la longueur AI à partir du point I sur la droite (AI). Le point A' est tel que A'I = AI et il appartient à la demi droite [AI).



2- Symétrique d'un segment :

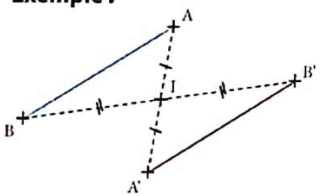
Propriété

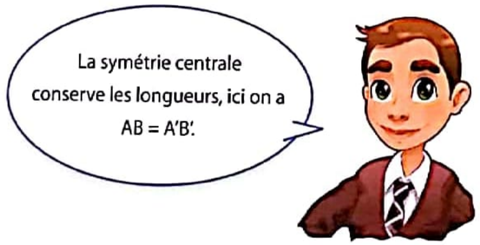
Le symétrique d'un segment [AB] par rapport à un point I est un segment [A'B'] de même longueur.

Remarque

Pour construire le symétrique d'un segment par rapport à un point, on construit le symétrique de ses extrémités par rapport à ce point.

Exemple :





3- Symétrique d'une droite, alignement :

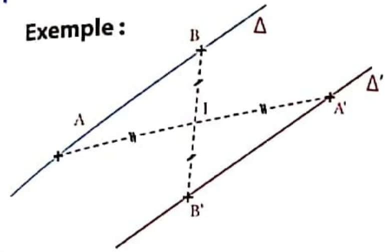
Définition

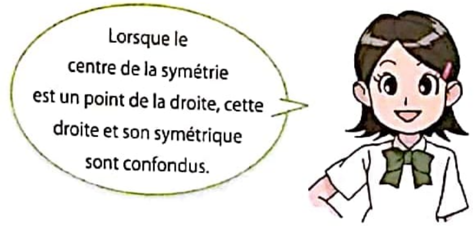
Le symétrique d'une droite (d) par rapport à un point I est une droite (d') parallèle à (d).

Remarque 1

Pour construire le symétrique d'une droite par rapport à un point, on choisit deux points A et B de cette droite et on construit leurs symétriques A' et B', puis on trace la droite (A'B').

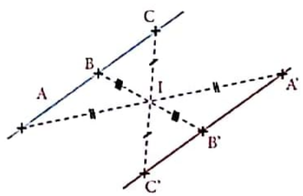
Exemple :





Remarque 2

Les symétriques, par rapport à un point I, de trois points alignés A, B et C sont trois points alignés A', B' et C'.



4- Symétrique d'une demi-droite :

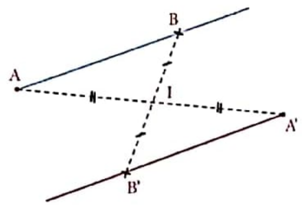
Propriété

Le symétrique d'une demi-droite [AB), par rapport à un point I, est une demi-droite [A'B') parallèle.

Remarque

Pour construire le symétrique d'une demi-droite [AB) par rapport à un point I, on construit les symétriques des deux points A et B.

Exemple :



5- Symétrique d'un angle :

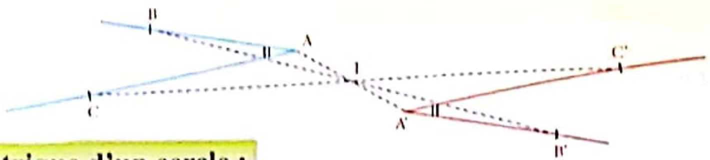
Propriété

Le symétrique d'un angle $\widehat{BAC}$, par rapport à un point I, est un angle $\widehat{B'A'C'}$ de même mesure.

Remarque

Pour construire le symétrique d'un angle $\widehat{BAC}$, par rapport au point I, on construit les symétriques des points A, B et C.

Exemple :



6- Symétrique d'un cercle :

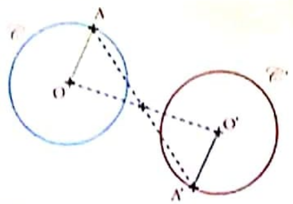
Propriété

Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est un cercle de même rayon.

Remarque

Pour construire le symétrique d'un cercle $\mathscr{C}$ de centre O par rapport à un point I, on construit le symétrique O' de O par rapport à I, puis on trace le cercle $\mathscr{C}'$ de centre O' et de même rayon que le cercle $\mathscr{C}$.

Exemple :



7- Symétrique d'une figure :

Propriété

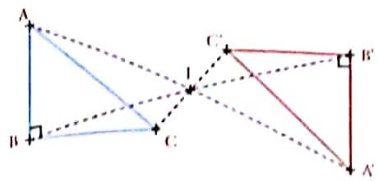
La symétrie par rapport à un point conserve les propriétés des figures : alignement de points, parallélisme et orthogonalité de droites, longueurs, angles, ...

Remarque 1

Pour construire le symétrique d'une figure par rapport à un point, on construit les symétriques de plusieurs de ses points et on utilise les propriétés de conservation ci-dessus.

Exemple :

. On trace le symétrique A'B'C' du triangle ABC par rapport au point I.

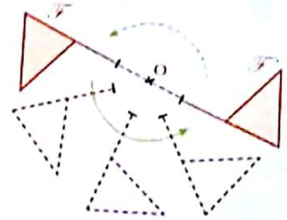


Remarque 2

La symétrique d'une figure $\mathscr{F}$, par rapport à un point O est la figure $\mathscr{F}'$ obtenue par demi-tour autour de O.

Vocabulaire

- La figure $\mathscr{F}$ est aussi la symétrique de la figure $\mathscr{F}'$ par rapport au point O. Aussi dit-on que :
  les figures $\mathscr{F}$ et $\mathscr{F}'$ sont symétriques par rapport au point O.
- La symétrie par rapport au point O est appelée la symétrie centrale de centre O.



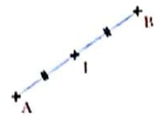
8- Centre de symétrie d'une figure :

Définition

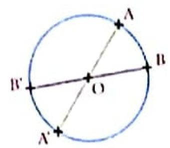
Un point I est centre de symétrie d'une figure lorsque le symétrique de cette figure par rapport au point I est la figure elle-même.

Exemple :

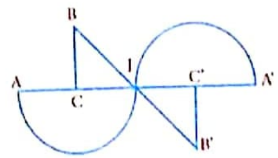
- Le milieu d'un segment est le centre de symétrie de ce segment.



- Le centre d'un cercle est le centre de symétrie de ce cercle.



- Le point J est le centre de symétrie de la figure ci-contre :



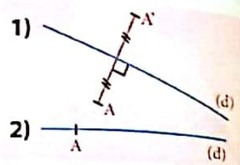
9- Symétrie centrale et symétrie axiale : Comparaison

Rappel sur la symétrie axiale

a- Symétrique d'un point et médiatrice

Définition

Le symétrique d'un point A par rapport à une droite (d) est :
Le point A' tel que (d) soit la médiatrice du segment [AA'] lorsque A n'appartient pas à (d) ; et le point A lui-même lorsque A appartient à (d).



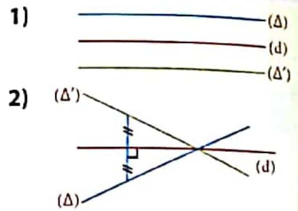
Propriété

La médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment.

b- Symétrique d'une droite

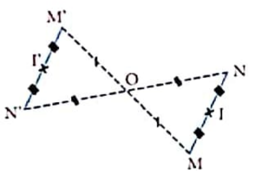
Propriété

Le symétrique d'une droite par rapport à une droite est une droite.



Symétrie centrale et symétrie axiale

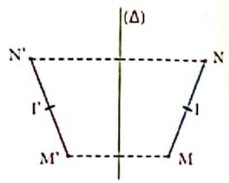
Symétrie centrale de centre O



Propriétés des symétries

Les deux symétries centrale et axiale conservent :
- l'alignement des points;
- le milieu des segments;
- la longueur des segments;
- la mesure des angles;
- l'aire des polygones et des disques.

Symétrie orthogonale d'axe (Δ)



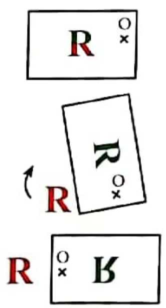
Symétrique d'une figure par les deux symétrie : axiale et centrale

On obtient la figure symétrique en faisant tourner le calque autour de O.

On calque R.

On fait tourner le calque autour de O.

On obtient en vert le symétrique de R par rapport à O.

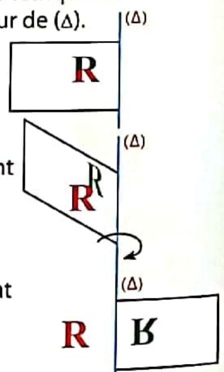


On obtient la figure symétrique en faisant tourner le calque autour de (Δ).

On calque R.

On plie le calque suivant (Δ).

On aplatit et on obtient le symétrique de R.

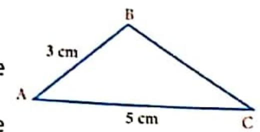


Exercices résolus

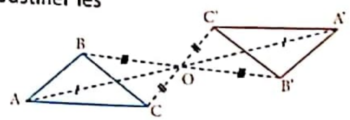
Méthodes et techniques

Exercice 1

Énoncé : 1) Reproduire le triangle ABC en vraie grandeur.
2) Placer un point O à l'extérieur du triangle puis construire le symétrique du triangle ABC par rapport au point O.
3) Donner les longueurs A'B' et A'C' ainsi que la mesure de l'angle $\widehat{C'A'B'}$.
4) Que peut-on dire des droites (AB) et (A'B') ? Justifier les réponses.



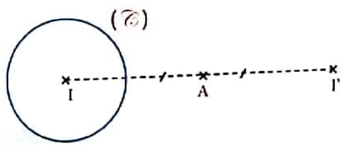
Solution : 1) et 2) On construit les points A', B', C' symétriques respectifs des points A, B, C par rapport au point O.
On trace le triangle A'B'C'.
3) Les triangles ABC et A'B'C' sont symétriques par rapport au point O. Ils ont donc les mêmes dimensions et les mêmes mesures d'angles : A'B'=AB=3 cm ; A'C'=AC=5 cm ; $\widehat{C'A'B'} = \widehat{CAB} = 40°$.
4) Les droites (AB) et (A'B') sont parallèles car elles sont symétriques par rapport au point O.



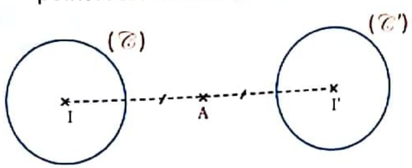
Exercice 2

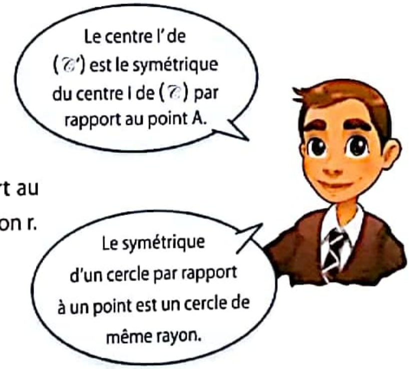
Énoncé : On donne un point A et un cercle C de centre I et de rayon r.
Construire le symétrique ($\mathscr{C}'$) du cercle ($\mathscr{C}$) par rapport au point A.

Solution : On trace le symétrique I' du point I par rapport au point A.



Le symétrique du cercle ($\mathscr{C}$) par rapport au point A est le cercle de centre I' et de rayon r.



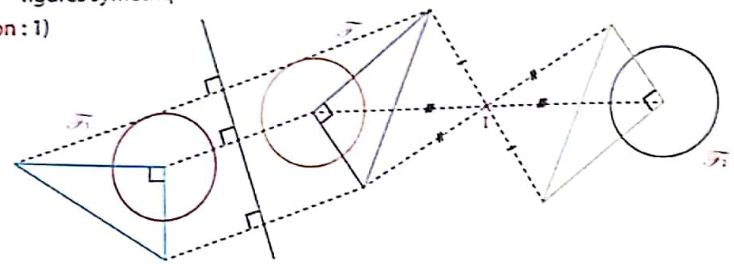


Exercice 3

Énoncé : Comment construire la symétrique $\mathcal{F}'$ d'une figure $\mathcal{F}$ par rapport à une droite d et sa symétrique $\mathcal{F}''$ par rapport à un point I ?

Que peut-on dire de deux angles symétriques ? du périmètre et de l'aire de deux figures symétriques ?

Solution : 1)



2) Dans une symétrie axiale ou une symétrie centrale :
- deux angles symétriques ont la même mesure ;
- deux figures symétriques ont le même périmètre et la même aire.

Méthode : Pour construire la symétrique d'une figure complexe par rapport à une droite ou par rapport à un point, on repère les points «intéressants» de la figure de départ (sommets de triangles, centre de cercle, ...), puis on construit leurs symétriques.

Pour une symétrie centrale, on contrôle, en pensée, que deux segments symétriques sont parallèles, que la figure a «fait un demi-tour».

Exercice 4

Énoncé : Dessine un rectangle ABCD de centre O, et place un point M sur [AD] et un point N sur [AB].

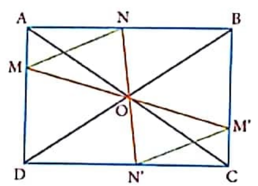
Construis le symétrique du segment [MN] par rapport à O.

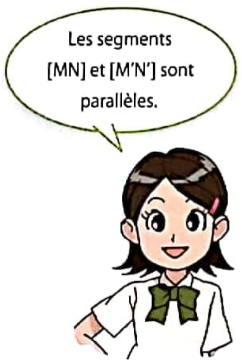
Solution : O est centre de symétrie du rectangle.

Le symétrique M' de M par rapport à O est le point d'intersection de (MO) et du rectangle.

Le symétrique N' de N par rapport à O est le point d'intersection de (NO) et du rectangle.

Donc le symétrique du segment [MN] est le segment [M'N'].





Exercices et problèmes

Symétrique d'un point, d'une figure

1 La symétrie de centre E transforme A en B et F en G. Construis une figure à main levée codée qui illustre cet énoncé.

2

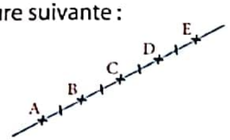
Écris deux phrases qui utilisent le mot «symétrique» en rapport avec cette figure.

3 E et F sont symétriques par rapport à O.

G et H sont symétriques par rapport à K.

Écris deux phrases qui utilisent le mot «milieu» en rapport avec cet énoncé.

4 Observe la figure suivante :



Reproduis ce tableau puis complète-le en mettant toutes les solutions possibles.

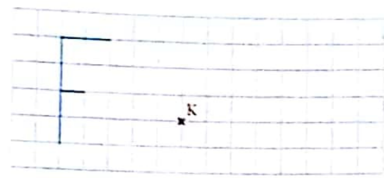
Le point	est le symétrique du point	par rapport au point
B	D	C
.....	.....	.....

5 Soit un segment [AB] de 5 cm de longueur. Soit C le symétrique de B par rapport à A et D le symétrique de A par rapport à B.

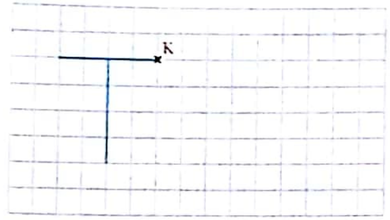
a) Construis une figure à main levée.

b) Quelle est la longueur du segment [CD]? Justifie.

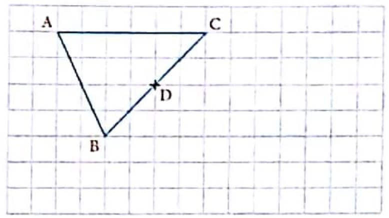
6 Reproduire la figure ci-dessous sur un quadrillage et tracer le symétrique de la lettre F par rapport au point K.



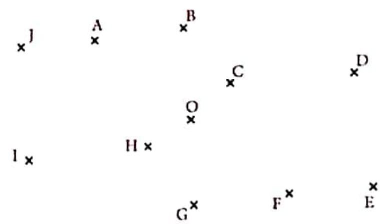
7 Reproduire la figure ci-dessous sur un quadrillage et tracer le symétrique de la lettre T par rapport au point K.



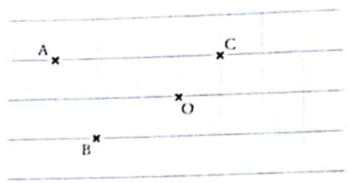
8 Reproduire la figure ci-dessous sur un quadrillage et tracer en bleu le symétrique du triangle ABC par rapport au milieu D de [BC].



9 Citer sur le dessin ci-dessous, toutes les paires de points qui sont symétriques par rapport au point O.

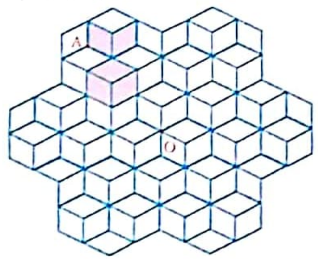


10 1) Reproduire en noir les quatre points ci-dessous sur du papier quadrillé.



2) Avec un feutre d'une autre couleur, placer les points A', B', C', symétriques respectifs des points A, B, C par rapport au point O.

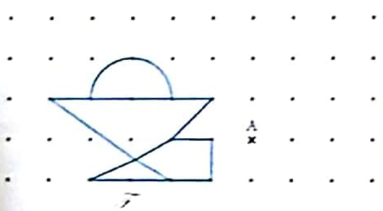
11 1) Reproduire, ou décalquer, cette figure.



2) Colorier le symétrique du motif rouge par rapport au point O.

3) Placer le point A' symétrique du point A par rapport au point O.

12 1) Reproduire, sur du papier pointé, la figure $\mathcal{F}$ ci-dessous. ainsi que le point A.



2) Tracer la figure symétrique de $\mathcal{F}$ par rapport au point A.

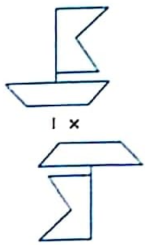
13 1) Tracer un segment [AB] de 4 cm de longueur et un point O n'appartenant pas à ce segment.

2) Construire le segment [A'B'] symétrique du segment [AB] par rapport au point O.

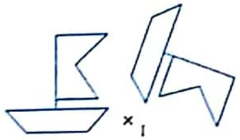
14 Dans chaque cas, des élèves ont voulu tracer la figure symétrique du bateau bleu par rapport au point I. Les tracés sont-ils exacts ?

Explique pourquoi.

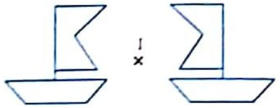
a)



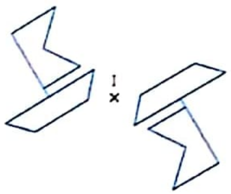
b)



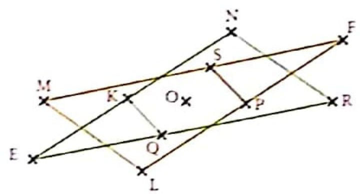
c)



d)

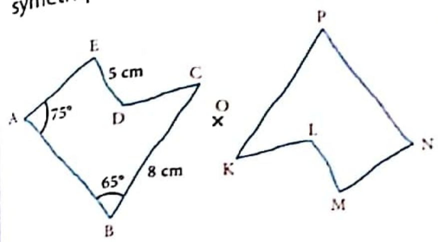


15 Les figures verte et rouge sont symétriques par rapport au point O.



Donne tous les couples de points qui sont symétriques par rapport au point O.

16 On a tracé, à main levée, deux figures symétriques par rapport à O.



a) Indique le symétrique par rapport à O de chaque sommet du polygone ABCDE.

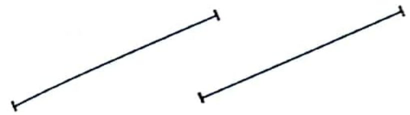
b) Donne la longueur du segment [PK]. Justifie.

c) Donne la mesure de l'angle NPK Justifie.

d) De quelles autres informations disposes-tu concernant le polygone KLMNP ? Pourquoi ?

Propriétés

17 Ces deux segments sont symétriques par rapport à un point I.



Trouver ce point I en utilisant uniquement la règle non graduée.

18 1) Tracer une droite (d), un point A sur cette droite, et un point O n'appartenant pas à cette droite.

2) Construire le point A ' symétrique du point A par rapport au point O, à la règle et au compas

3) Construire la droite (d') symétrique de la droite d par rapport au point O, uniquement à l'équerre.

4) Justifier, par une propriété, la construction de la droite (d').

19 1) Tracer deux droites sécantes (d_1) et (d_2).

2) a) Construire une droite (d) telle que (d_1) et (d_2) soient symétriques par rapport à d.

b) Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles symétriques par rapport à un point ? Pourquoi ?

20 1) Tracer un cercle ($\mathscr{C}$) de centre A et de rayon 3,5 cm, puis deux points M et N de ce cercle (M, N et A ne sont pas alignés).

2) À la règle seule, tracer une droite parallèle à la droite (MN).

21 1) Tracer un triangle ABC rectangle en A. Placer le milieu I du côté [BC].

2) Quel est le symétrique du point B par rapport au point I ? Expliquer la réponse.

3. a) Construire le point D symétrique du point A par rapport au point I.

b) Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifier.

4. a) Tracer le cercle de centre I passant par A.

b) Que constate-t-on ? Justifier.

22 1) Construire un triangle ABC tel que : AB = 5 cm ; AC = 4.5 cm ; BC = 5,5 cm.

2. a) Construire le point A' symétrique du point A par rapport au point C.

b) Construire le point B' symétrique du point B par rapport au point C.

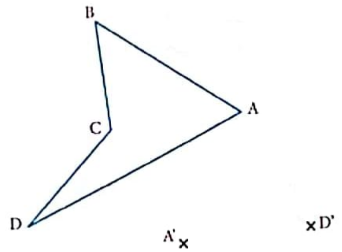
c) Calculer le périmètre du triangle A'B'C sans mesurer ses côtés. Justifier la réponse.

3. a) Construire la droite (d) passant par A et perpendiculaire à la droite (BC).

b) Construire la droite (d') passant par A' et perpendiculaire à la droite (CB').

c) Prouver que les droites (d) et (d') sont symétriques par rapport au point C.

23



Le centre de symétrie O a disparu...

Le point A' est le symétrique du point A, le point C' est le symétrique du point C par rapport à O.

1) Décalquer cette figure.

2) Construire les points B' et D' symétriques respectifs des points B et D par rapport au point O, avec le compas seulement.

24 **1)** Tracer deux droites d_1 et d_2 sécantes en un point O. Placer un point A n'appartenant ni à d_1, ni d_2.

2. a) Construire le point A_1 symétrique du point A par rapport à la droite d_1.

b) Construire le point A_2 symétrique du point A par rapport à la droite d_2.

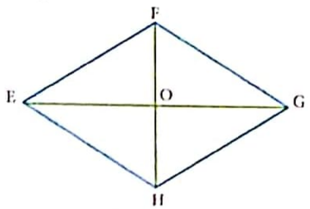
c) Construire le point A_3 symétrique du point A par rapport au point O.

3. a) Prouver que les quatre points A, A_1, A_2 et A_3 sont sur un même cercle.

b) Tracer ce cercle.

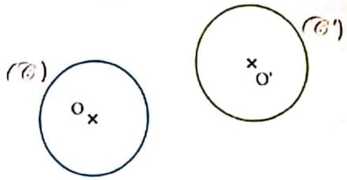
Centre de symétrie

25 **1)** Que devient le losange EFGH ci-dessous par la symétrie de centre O ?



2) Que peut-on dire du point O.

26 Les deux cercles suivants ont même rayon.



Construire le point I pour que les deux cercles soient symétriques par rapport à I.

27 Reproduire les dessins a et b et les compléter

1) en rouge pour obtenir un centre de symétrie et pas d'axe de symétrie ;

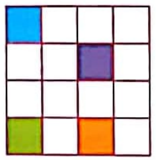
2) en vert pour obtenir un axe de symétrie et pas de centre de symétrie.

a)

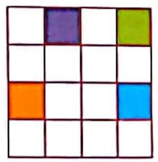
b)

28 Reproduire les grilles en utilisant les carreaux de la feuille et colorier les carreaux nécessaires pour que chacun des dessins possède un centre de symétrie. Marquer le centre de symétrie en rouge.

a)



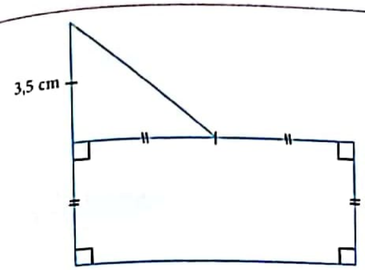
b)



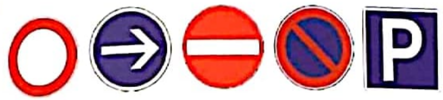
29 **1)** Construire la figure ci-dessous en respectant les informations données par les codages.

2) Compléter en rouge la figure pour obtenir un centre de symétrie et pas d'axe de symétrie.

3) Compléter en vert la figure pour obtenir un axe de symétrie et pas de centre de symétrie.



30 Pour chacun des panneaux de signalisation, indique s'il a des axes de symétrie et/ou des centres de symétrie.



31 **1)** Reproduire, sur du papier pointé, cette pale d'hélice.

2) Compléter la figure pour que le point O soit centre de symétrie de l'hélice.

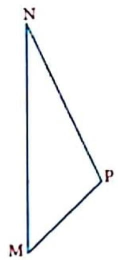
Symétrique de figures usuelles

32 **a)** Tracer un segment [AB] de longueur 4 cm, puis construire :

- le symétrique C du point A par rapport à B ;
- le symétrique D du point B par rapport à A.

b) Calculer la longueur CD.

33 Tracer un tel triangle MNP avec l'angle MPN obtus et construire le symétrique :



a) M' de M par rapport à P ;

b) M'' de M par rapport à N ;

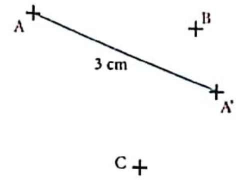
c) N' de N par rapport à la droite (MP) ;

d) P' de P par rapport à la droite (MN).

34 Sur cette figure, les points A et A', sont symétriques par rapport à un point O effacé.

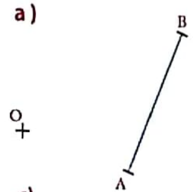
a) Faire cette figure et placer le point O.

b) Construire les symétriques B' et C' des points B et C par rapport au point O.

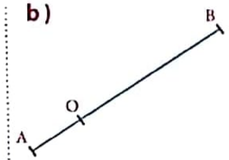


35 Faire chaque figure sur papier uni et construire le symétrique du segment [AB] par rapport au point O.

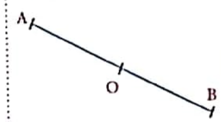
a)



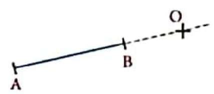
b)



c)



d)



36 **a)** Tracer un cercle de centre A et de rayon 3 cm.

Placer un point O_1 tel que $O_1A = 5$ cm.

Construire le symétrique de ce cercle par rapport à O_1.

b) Tracer un cercle de centre B et de rayon 4 cm.

Placer un point O_2 tel que $O_2B = 3$ cm.

Construire le symétrique de ce cercle par rapport à O_2.

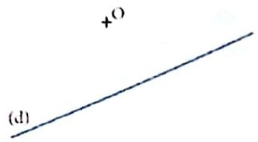
c) Tracer un cercle de centre C et de rayon 3,5 cm.

Placer un point O_3 sur ce cercle.

Construire le symétrique de ce cercle par rapport à O_3.

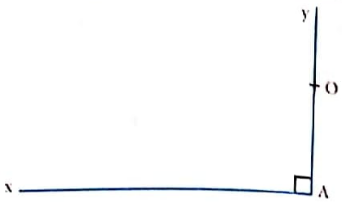
37 Faire chaque figure sur papier uni et construire la symétrique de la droite (d) par rapport au point O.

a)

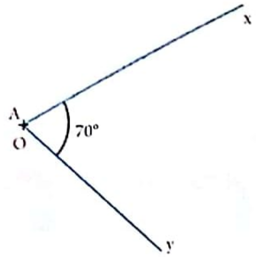


b)

c)



d)



38 Faire chaque figure sur papier uni et construire la symétrique de la demi-droite par rapport au point O.

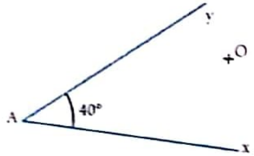
a)

b)

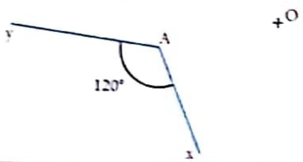
c)

39 Faire chaque figure et construire le symétrique de l'angle $\widehat{xAy}$ par rapport au point O.

a)

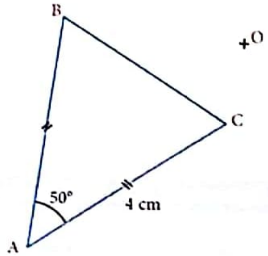


b)

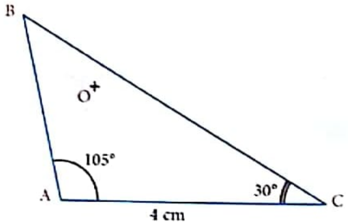


40 Construire chaque figure en vraie grandeur et construire le symétrique du triangle ABC par rapport au point O.

a)



b)



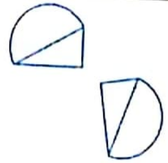
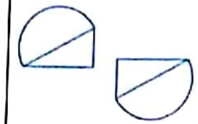
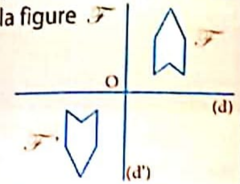
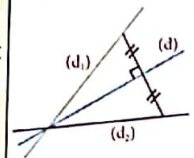
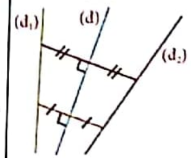
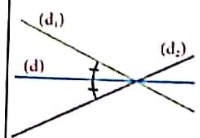
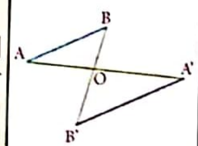
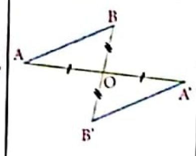
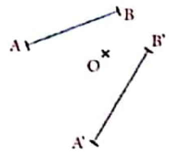
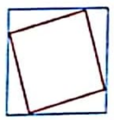
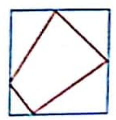
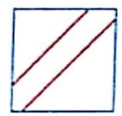
c) ABC est un triangle équilatéral de côté 4 cm et O est le point du côté [AB] tel que OA = 1 cm.

41 **a)** Construire un triangle DEF tel que :
DE = 6 cm, $\widehat{DEF} = 50°$, $\widehat{EDF} = 75°$.

b) Avec la règle graduée et le rapporteur uniquement, construire le symétrique du triangle DEF par rapport au point D.

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Une figure et sa symétrique par rapport à un point sont représentées sur la figure ...			
2	la figure $\mathcal{F}'$ est symétrique de la figure $\mathcal{F}$ 	par rapport à O	par rapport à la droite (d)	par rapport à la droite (d')
3	Les droites (d_1) et (d_2) sont symétriques par rapport à la droite (d) sur la figure ...			
4	Les points A', B' et C' sont les symétriques respectifs des points A, B, C par rapport à un point O. Donc ...	$\widehat{C'A'B'} = \widehat{CAB}$	(A'C') // (AC)	B'C' = BC
5	Les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport à O sur la figure ...			
6	L'une de ces figures n'a pas de centre de symétrie; c'est ...	le cercle	le carré	le triangle équilatéral
7	La figure qui a semble-t-il un centre de symétrie est la figure ...			

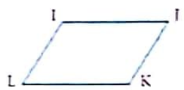
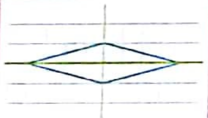
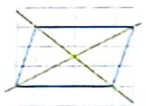
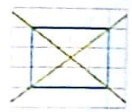
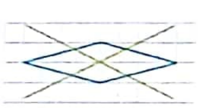
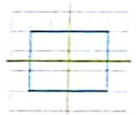
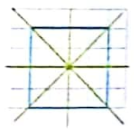
11 Parallélogrammes et quadrilatères particuliers

Je vais apprendre à :

- Connaître et utiliser la définition et les propriétés du parallélogramme.
- Connaître et utiliser la définition et les propriétés du carré, du losange et du rectangle.
- Construire un parallélogramme, un rectangle, un losange et un carré.
- Résoudre des problèmes faisant intervenir ces quadrilatères.

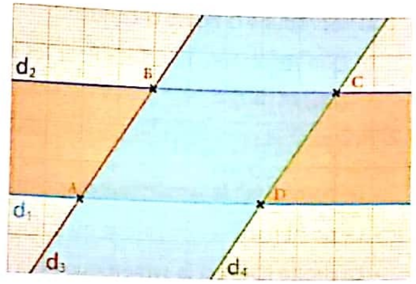
Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	On désigne le parallélogramme par : 	ILKJ	JILK	IKJL
2	Dans un quadrilatère une diagonale est un segment qui joint ...	deux sommets consécutifs	les milieux de deux côtés opposés	deux sommets opposés
3	Dans quel(s) cas les droites vertes sont axes de symétrie de la figure proposée ?			
4	Dans quel(s) cas les droites vertes sont des axes de symétrie ?			
5	Dans le quadrilatère ABCD. 	[AB] et [DC] sont deux côtés consécutifs	[AB] et [AC] sont deux côtés consécutifs	[AB] et [CB] sont deux côtés consécutifs
6	Dans le quadrilatère EFGH. 	[EF] et [HG] sont deux côtés opposés	[EF] et [EH] sont deux côtés opposés	[EH] et [FG] sont deux côtés opposés

Activités de découverte

Activité 1 Côtés opposés parallèles



La figure ci-contre représente deux bandes de papier calque, coloriées l'une en rouge, l'autre en bleu et superposées sur un quadrillage.

1) Reproduire cette figure en utilisant le quadrillage du cahier.

2. a) Que peut-on dire des droites d_1 et d_2 ? des droites d_3 et d_4 ?

b) Recopier et compléter la phrase :

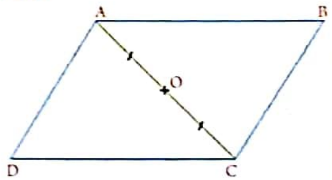
Dans le quadrilatère ABCD, les côtés [AB] et [CD] sont .... et les côtés [BC] et [AD] sont ....

On dit que **le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.**

3. a) En utilisant le quadrillage, tracer trois autres parallélogrammes ayant des dimensions différentes.

b) Sur du papier non quadrillé, placer trois points non alignés E, F et G, puis, à l'aide d'une règle et d'une équerre, construire le point H tel que le quadrilatère EFGH soit un parallélogramme.

Activité 2 Diagonales se coupant en leur milieu



1. a) Construire un parallélogramme ABCD puis placer le milieu O de la diagonale [AC].

b) Quel est le symétrique du point A par rapport au point O ? Pourquoi ?

2. a) Que peut-on dire de deux droites symétriques par rapport à un point ?

b) Quel est le symétrique de la droite (AB) par rapport au point O ? Pourquoi ?

c) Quel est le symétrique de la droite (BC) par rapport au point O ? Pourquoi ?

En déduire le symétrique du point B par rapport au point O.

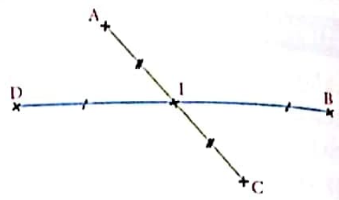
3) Recopier et compléter :

- Le point O est aussi le milieu de la diagonale ____________ .
- Le point ____________ est centre de symétrie du parallélogramme ABCD.

4) En utilisant la symétrie par rapport au point O, expliquer pourquoi, dans le parallélogramme ABCD :

- les côtés opposés ont même longueur;
- les angles opposés ont même mesure.

Activité 3 Caractérisation du parallélogramme



1. a) Reproduire la figure ci-contre :

   b) Que représente le point I Pour les segments [AC] et [BD] ?

2) Recopier et compléter les phrases suivantes :

- Le point C est le symétrique du point .... par rapport au point I.
- Le point B est le symétrique du point .... par rapport au point I.
- La droite (DC) est la symétrique de la droite .... par rapport au point I.
- Les droites (AB) et (DC) sont donc ....

3. a) Expliquer, en suivant le même raisonnement, pourquoi les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

   b) Que peut-on en conclure pour le quadrilatère ABCD ?

Activité 4 parallélogrammes particuliers

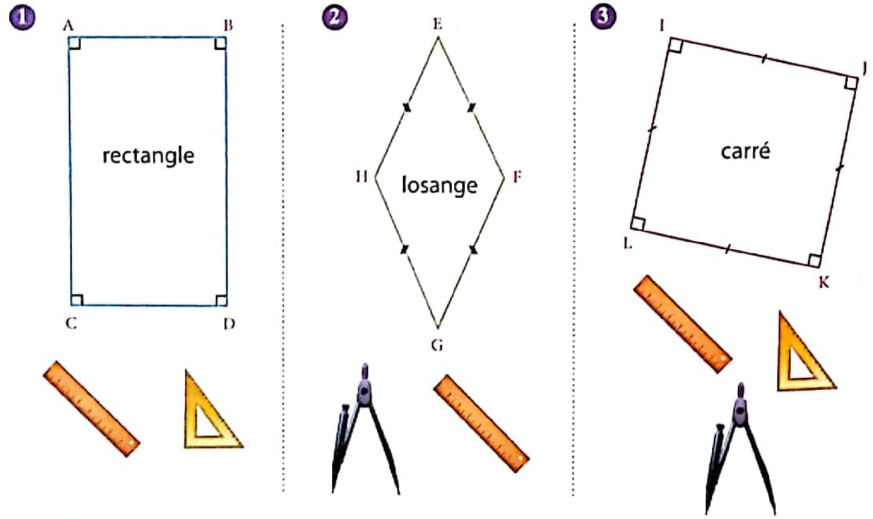
Pour chacun des quadrilatères ci-dessous :

a) le reproduire avec les instruments indiqués ;

b) préciser si c'est un parallélogramme ;

c) construire, avec une règle et un compas, ses axes de symétrie ;

d) indiquer, en justifiant ses propriétés.



Activité 5 Quadrilatères particuliers : propriétés

Dans chacun des cas ci-dessous :

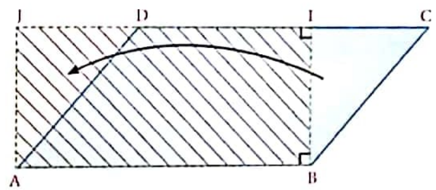
a) construire, si possible, un quadrilatère non croisé vérifiant la condition demandée;

b) préciser, s'il s'agit, à coup sûr, d'un rectangle, d'un losange ou d'un carré.

Ses côtés ont la même longueur.	Il a exactement trois angles droits.
Ses diagonales ont le même milieu et la même longueur.	Ses diagonales sont perpendiculaires et ont la même longueur.
Ses diagonales sont perpendiculaires.	Ses diagonales ont la même longueur.
Ses diagonales ont le même milieu, la même longueur et sont perpendiculaires.	C'est un rectangle ayant deux côtés consécutifs de même longueur.
Ses diagonales ont le même milieu et sont perpendiculaires.	C'est un losange dont deux côtés sont perpendiculaires.

Activité 6 Aire d'un parallélogramme

On cherche à déterminer l'aire du parallélogramme ABCD ci-dessous. Pour cela, on a découpé à droite le triangle IBC pour le recoller à gauche en JAD.



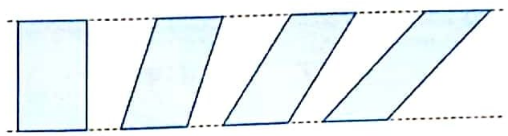
- Quelle est l'aire du rectangle hachuré obtenu ?

  Aire (ABIJ) = AB x ....

- En déduire l'aire du parallélogramme initial :

  Aire (ABCD) = ...

- Les parallélogrammes ci-dessous ont-ils tous la même aire ?

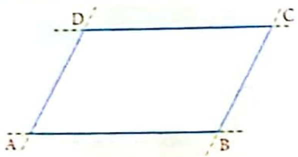


Scanned by CamScanner

1- Parallélogrammes :

Définition

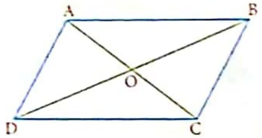
Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles.



(AB)//(CD) et (AD)//(BC)

Propriété 1

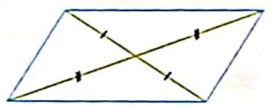
Un parallélogramme a un centre de symétrie qui est le point d'intersection de ses diagonales.



ABCD est un parallélogramme de centre O.

Propriété 2

Dans un parallélogramme, les diagonales ont le même milieu.

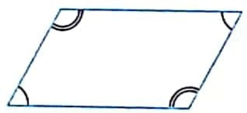


Propriété 3

Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur.

Propriété 4

Dans un parallélogramme, les angles opposés ont la même mesure.



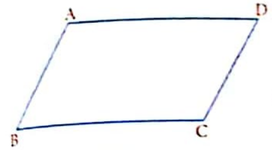
Propriété 5

Dans un parallélogramme, deux angles consécutifs sont supplémentaires.

2- Comment reconnaître un parallélogramme :

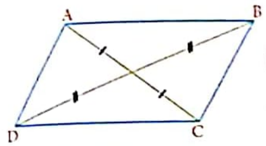
Propriété 1

Si un quadrilatère a ses côtés opposés Parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme.

Données		Conclusion
 (AD)//(BC) et (AB)//(DC)	→	ABCD est un parallélogramme.

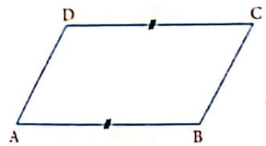
Propriété 2

Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu, alors c'est un parallélogramme.

Données		Conclusion
 [AC] et [BD] ont même milieu	→	ABCD est un parallélogramme.

Propriété 3

Si un quadrilatère, non croisé, a deux côtés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Données		Conclusion
 (AB)//(DC) et AB = DC	→	ABCD est un parallélogramme.

Remarque

Dans la figure ci-contre ABCD est un quadrilatère croisé.

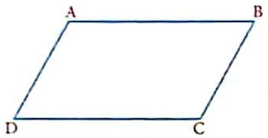
(AB)//(CD) et AB = CD mais ABCD n'est pas un parallélogramme.

C'est pour cela que pour représenter un parallélogramme ABCD on écrit les lettres ABCD sur la figure dans le même ordre en tournant dans le même sens.

ABCD ou ABCD

Propriété 4

Si un quadrilatère, non croisé, a ses côtés opposés deux à deux de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

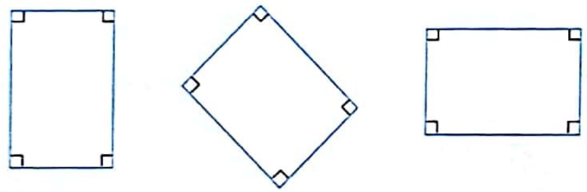
Données		Conclusion
 AB = DC et AD = BC	→	ABCD est un parallélogramme.

3- Parallélogramme particuliers :

1- Rectangle :

Définition

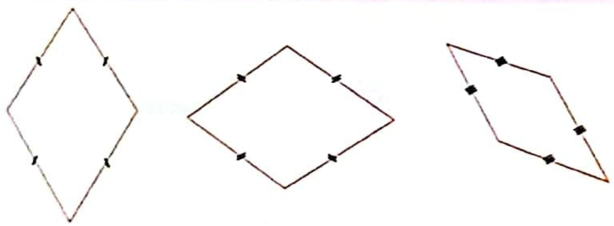
Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.



2- Losange :

Définition

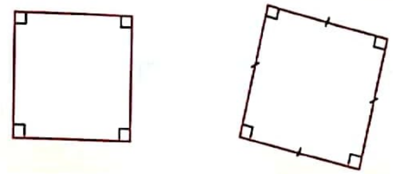
Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.



3- Carré :

Définition

Un carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et qui a ses quatre côtés de même longueur



Remarque

Un carré est à la fois un rectangle et un losange

Propriété

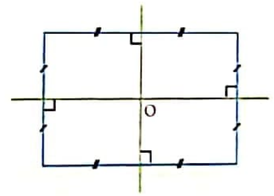
Un rectangle, un losange, un carré sont des parallélogrammes particuliers.

4- Eléments de symétrie des quadrilatères particuliers :

Propriété 1

Un rectangle a :

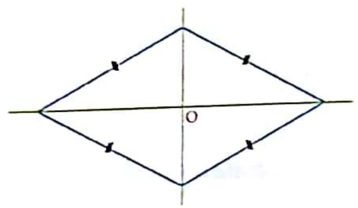
- deux axes de symétrie : les médiatrice de ses côtés;
- un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.



Propriété 2

Un losange a :

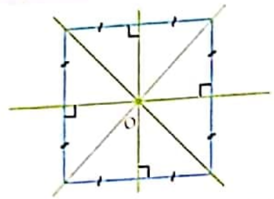
- deux axes de symétrie : ses diagonales;
- un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.



Propriété 3

Un carré a :

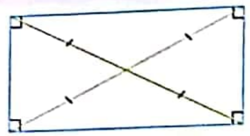
- quatre axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés et ses diagonales ;
- un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.



5- Diagonales des parallélogrammes particuliers :

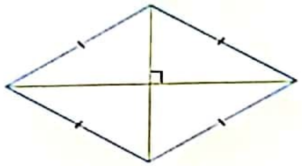
Propriété 1

Un rectangle a ses diagonales de même longueur.



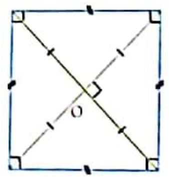
Propriété 2

Un losange a ses diagonales perpendiculaires.



Propriété 3

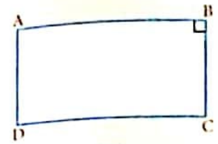
Un carré a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur.



6- Reconnaître un rectangle, un losange, un carré :

Propriété 1

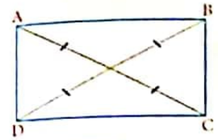
Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.



Données	Conclusion
ABCD parallélogramme ayant un angle droit	ABCD est un rectangle.

Propriété 2

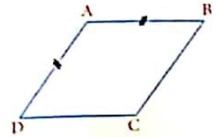
Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.



Données	Conclusion
ABCD parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur	ABCD est un rectangle.

Propriété 3

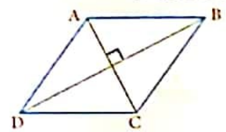
Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.



Données	Conclusion
ABCD parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur	ABCD est un losange.

Propriété 4

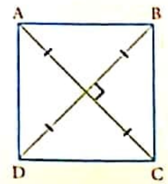
Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.



Données	Conclusion
ABCD parallélogramme $(AB) \perp (BD)$	ABCD est un losange.

Propriété 5

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré.



Données	Conclusion
ABCD est un parallélogramme $(AC) \perp (BD)$ et $AC = BD$	ABCD est un carré.

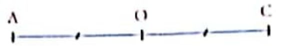
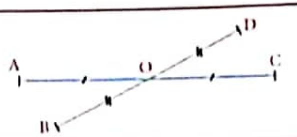
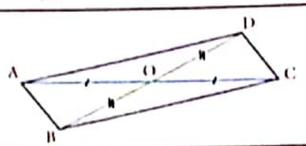
Remarque

1) On peut exiger une mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ et on utilise dans ce cas un rapporteur.
2) On peut exiger AB = BC et on aura un losange.

Exercice 2 Construire un parallélogramme à partir des diagonales

Énoncé : Construire un parallélogramme ABCD tel que AC = 5 cm et BD = 4 cm.

Solution :

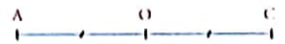
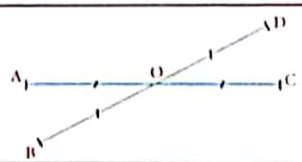
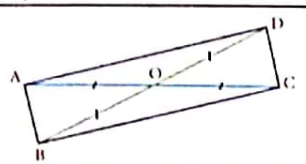
1		On trace un segment [AC] de longueur 5 cm et on place son milieu O.
2		On trace un segment [BD] de milieu O et de longueur 4 cm.
3		On trace le quadrilatère ABCD.

Les diagonales [AC] et [BD] du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu. ABCD est donc un parallélogramme.

Exercice 3 Construire un rectangle à partir des diagonales

Énoncé : Construire un rectangle ABCD dont les diagonales ont une longueur de 5 cm.

Solution :

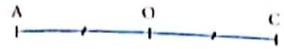
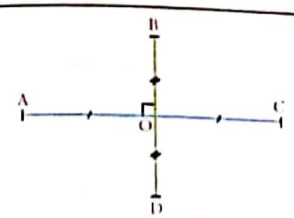
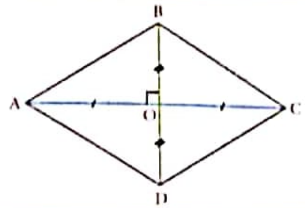
1		On trace un segment [AC] de longueur 5 cm et on place son milieu O.
2		On trace un segment [BD] de milieu O et de longueur 5 cm.
3		On trace le quadrilatère ABCD.

Les diagonales [AC] et [BD] du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu, donc ABCD est un parallélogramme. Ces diagonales ont même longueur. Donc ABCD est un rectangle.

Exercice 4 Construire un losange à partir des diagonales

Énoncé : construire un losange ABCD tel que AC = 5 cm et BD = 3 cm.

Solution :

1		On trace un segment [AC] de longueur 5 cm et on place son milieu O.
2		On trace un segment [BD] de milieu O, de longueur 3 cm et perpendiculaire à [AC].
3		On trace le quadrilatère ABCD.

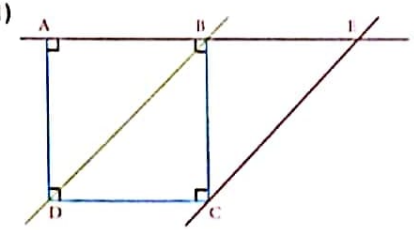
Les diagonales [AC] et [BD] du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu. Donc ABCD est un parallélogramme. Ces diagonales sont perpendiculaires. ABCD est donc un losange.

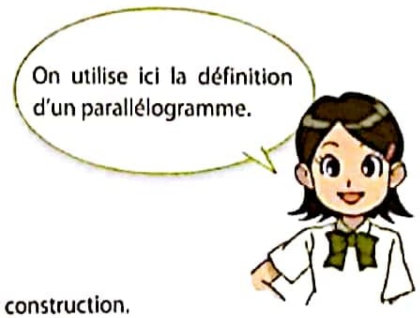
Exercice 5 Montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Énoncé : 1) Tracer un carré ABCD puis construire la droite passant par C et parallèle à la droite (BD). Elle coupe la droite (AB) au point E.

2) Prouver que le quadrilatère BECD est un parallélogramme.

Solution :

1) 

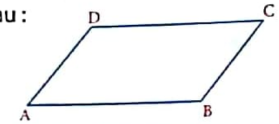


2) Les côtés [BD] et [EC] sont parallèles par construction.
ABCD est un carré, donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles, et les côtés [BE] et [CD] aussi sont parallèles.
Le quadrilatère BECD est un parallélogramme car ses côtés opposés sont parallèles.

Exercices et problèmes

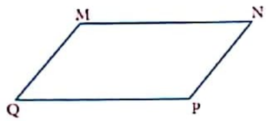
Propriétés du parallélogramme

1 J'observe la figure ci-contre et je complète le tableau :



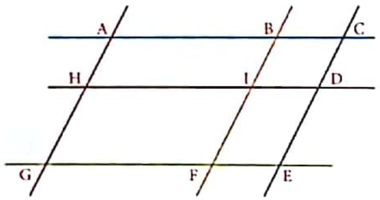
Noms correspondant au parallélogramme ABCD	ABCD, ______, ______, ______, ______, ______,
Noms ne correspondant pas au parallélogramme ABCD	ABCD, ______, ______, ______, ______, ______,

2 a) Ecris huit noms possibles pour le parallélogramme ci-contre :



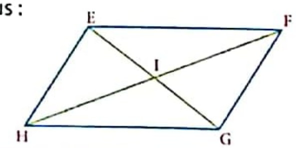
b) Ecris six noms utilisant les lettres M, N, P et Q qui ne correspondent pas au parallélogramme MNPQ.

3 Dans la figure ci-dessous, les droites (AC), (DH) et (EG) sont parallèles. Les droites (AG), (BF) et (EC) sont aussi parallèles.



Écrire neuf parallélogrammes.

4 On considère le parallélogramme EFGH ci-dessous :



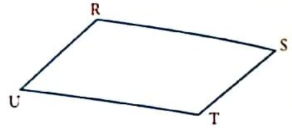
a) G est symétrique de .... par rapport à ....

b) L'image du segment [HG] par la symétrie de centre .... est le segment ....

c) FG = ... ; $\widehat{EHG}$ = ...

IH = ...

5 a) Reproduis à main levée le parallélogramme



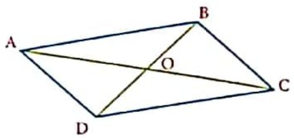
b) Code les longueurs égales et les angles égaux.

c) Complète :

RS = ... ; RU = ... ; $\widehat{URS}$ = ... ;

$\widehat{RST}$ = ... ;

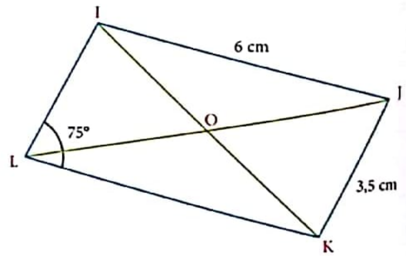
6 ABCD est un parallélogramme de centre O.



a) Ecris deux phrases utilisant le mot milieu.

b) Sachant que OA = 5 cm et BD = 9 cm. Ecris la longueur de chacun des segments : [OC], [OB], [OD], [AC].

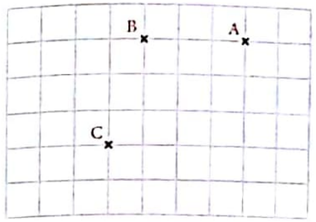
7 IJKL est un parallélogramme de centre O.



Quelles autres mesures de longueurs ou d'angles est-il possible de déterminer ? Justifier.

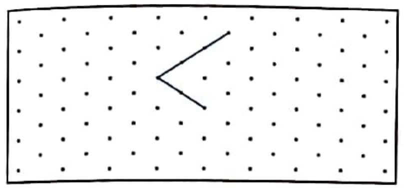
Constructions de parallélogrammes

8 1) Reproduire les trois points ci-dessous.



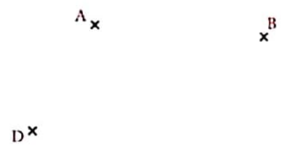
2) En utilisant le quadrillage, placer les points D et E tels que ABCD et ABEC soient des parallélogrammes.

9 1) Reproduire ces deux segments sur du papier pointé.

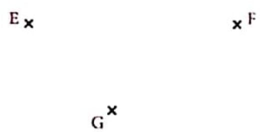


2) Compléter le dessin pour que la figure obtenue soit un parallélogramme.

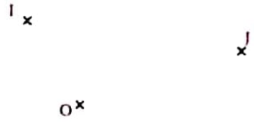
10 Construis le point C tel que ABCD soit un parallélogramme en n'utilisant que la règle non graduée et l'équerre :



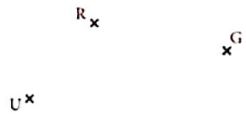
11 Construis le point H tel que EFGH soit un parallélogramme en n'utilisant que le compas :



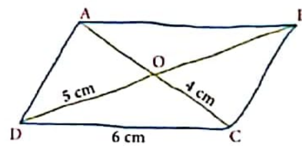
12 Construis le parallélogramme IJKL de centre O :



13 Construis trois parallélogrammes dont trois des sommets sont les points R, G et U. Donne un nom à chacun des parallélogrammes trouvés :



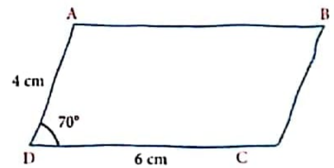
14 Le parallélogramme ABCD ci-dessous a été dessiné à main levée.



1) Reproduis ce parallélogramme en respectant les indications du dessin.

2) En justifiant tes réponses, donne la longueur des segments [AB], [AC] et [BD].

15 Le parallélogramme ABCD ci-dessous a été dessiné à main levée.



1) Reproduis ce parallélogramme en respectant les indications du dessin.

2) En justifiant tes réponses, donne la longueur des segments [AB] et [BC] et la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

16 Sur ton cahier, construis à main levée d'abord puis en vraie grandeur trois parallélogrammes ABCD de centre O tels que :

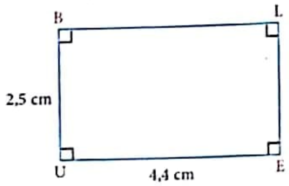
1) AB = 4 cm ; AD = 3 cm et AC = 5 cm.

2) AC = 4 cm ; BD = 5 cm et AB = 4 cm.

3) AC = 6 cm ; BD = 11 cm et $\widehat{BOC} = 60°$.

Propriétés des parallélogramme particuliers

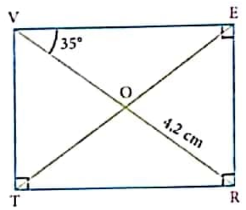
17 **a)** Dans la figure ci-dessous, quelle est la nature du quadrilatère BLEU ? Pourquoi ?



b) Que peut-on dire de la longueur des côtés opposés d'un rectangle ? Déduis-en les longueurs des côtés [BL] et [LE].

c) Que peut-on dire des diagonales [BE] et [LU] ?

18



a) Recopie et complète en justifiant.

OV = ... ; $\widehat{RVT}$ =....................

ET = ... ; $\widehat{OEV}$=....................

b) Cite tous les triangles isocèles de la figure.

c) Cite tous les triangles rectangles de la figure.

19 **a)** Construis, sur une feuille blanche, un carré NOIR tel que : NO = 5,2 cm.

b) Place son centre et trace ses axes de symétrie.

c) Explique pourquoi $\widehat{NOR} = 45°$.

d) Recopie et complète en justifiant :

$\widehat{RNI}$ = ... ; $\widehat{OIN}$ = ... ; $\widehat{ONI}$ = ...

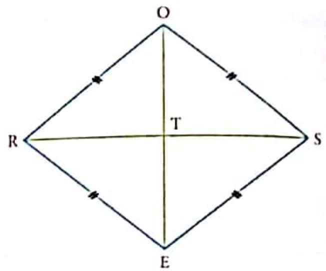
20 **a)** Construis un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur et qui n'est pas un carré.

Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

b) Construis un quadrilatère qui a quatre angles droits et qui n'est pas un carré.

Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

21 Dans chacun des cas suivants, on donne certaines mesures d'un losange ROSE de centre T. Trouve celles qui sont demandées. Justifie tes réponses en appliquant les propriétés du losange.



a) On donne : RO = 9,1 cm, $\widehat{ORE} = 50°$.

On demande :

son périmètre P, $\widehat{ORS}$, $\widehat{OSE}$ et $\widehat{ROS}$.

b) On donne : RT = 2,8 cm, OE = 4,2 cm.

On demande : OT, RS et $\widehat{RTO}$.

c) On donne : RE = 5,1 cm, $\widehat{RES} = 110°$.

On demande : $\widehat{REO}$, $\widehat{ROE}$ et $\widehat{ORE}$.

d) On donne : OR = 5 cm, $\widehat{OSE} = 60°$.

On demande : $\widehat{ORE}$, $\widehat{SOR}$, $\widehat{SOE}$ et $\widehat{SEO}$.

Quelle est la nature du triangle OSE ?

22 Pour chaque énoncé, trace une figure à main levée et justifie tes réponses.

a) Le quadrilatère PONT est un losange de centre E.

Démontre que les droites (PN) et (OT) sont perpendiculaires.

b) Le quadrilatère CRUE est un rectangle de centre O tel que CU = 5,5 cm.

Donne la longueur RE.

c) Le quadrilatère BALI est un rectangle de centre M.

Démontre que le triangle BAM est isocèle.

d) Le quadrilatère TORE est un carré de centre D tel que TO = 3,7 cm.

Donne la longueur OR.

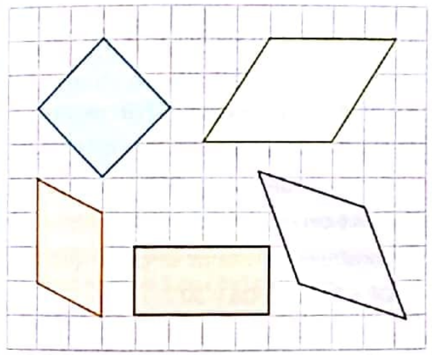
23 Sur une feuille blanche, trace deux droites (d) et (d') perpendiculaires. Dans chacun des cas, construis le(s) carré(s) ayant (d) et (d') pour axes de symétrie sachant que ....

a) .... ses côtés mesurent 5 cm.

b) .... ses diagonales mesurent 5 cm.

Construction de parallélogramme particuliers : rectangle, losange, carré

24 Trouver la dénomination qui paraît la plus adaptée pour chacun des quadrilatères suivants.

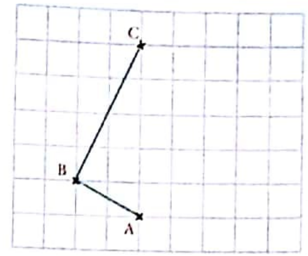


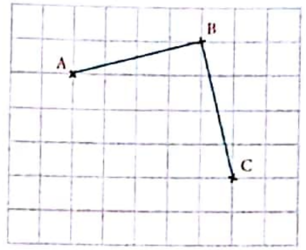
25 Dans les trois cas :

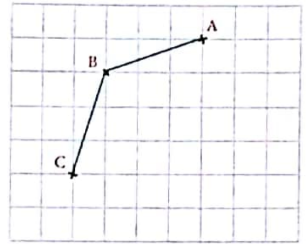
a) reproduire sur quadrillage la figure proposée ;

b) compléter le parallélogramme ABCD ;

c) indiquer la nature précise du quadrilatère obtenu.



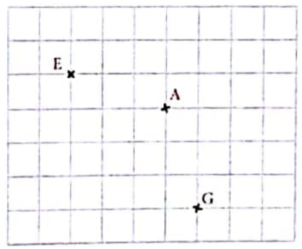




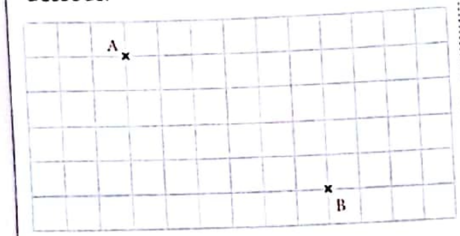
26 **1)** Reproduire sur quadrillage la figure ci-dessous.

2) Tracer sur la même figure, et de couleurs différentes, tous les parallélogrammes dont les points E, A et G sont trois sommets.

3) Lequel des parallélogrammes obtenus est un losange ?



27 **1)** Reproduire sur quadrillage la figure ci-dessous.



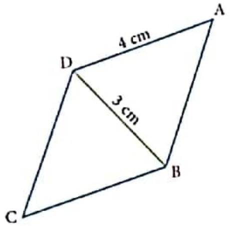
2) Placer sur la même figure :

a) deux points M et N tels que ABMN soit un carré ;

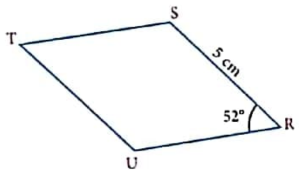
b) deux points P et Q tels que ABPQ soit un losange qui ne soit pas un carré ;

c) deux points E et F tels que AEBF soit un losange qui ne soit pas un carré

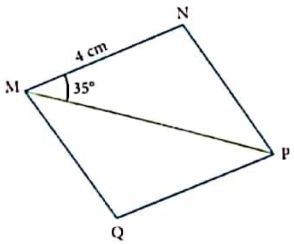
28 Construire en vraie grandeur le losange ABCD.



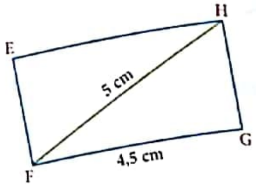
29 Construire en vraie grandeur le losange RSTU.



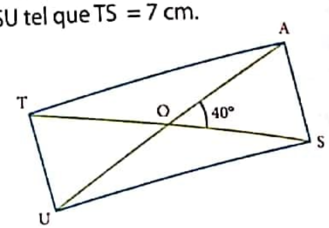
30 Construire en vraie grandeur le losange MNPQ.



31 Construire en vraie grandeur le rectangle EFGH.



32 Construire en vraie grandeur le rectangle TASU tel que TS = 7 cm.



33 Construire un rectangle dont une diagonale mesure 8 cm.

34 Construire un carré dont une diagonale mesure 8 cm

35 **1)** Tracer un segment [AC] de longueur 6 cm.

2) Construire sur la même figure deux losanges admettant [AC] pour diagonale.

36 Construire un rectangle EFGH tel que :

EF = 6 cm et EG = 8 cm.

37 Construire un rectangle EFGH tel que :

EF = 6 cm et $\widehat{FEG} = 35°$.

38 Construire un losange RSTU tel que :

RS = 6 cm et RT = 8 cm.

39 Construire un losange OPQR tel que :

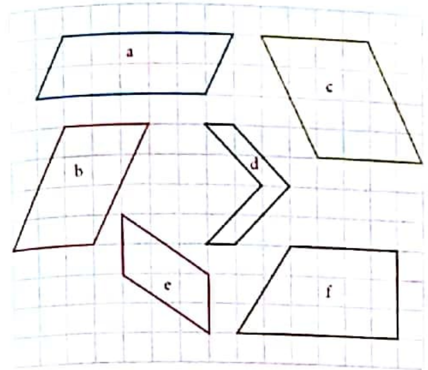
OP = 5 cm et $\widehat{POR} = 50°$.

40 Construire un losange OPQR tel que :

OP = 5 cm et $\widehat{POQ} = 50°$.

Aire du parallélogramme

41 Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire de chaque figure suivante en utilisant des aires de parallélogrammes.



42 Calcule l'aire de chaque parallélogramme dont les dimensions sont données ci-dessous.

a) Un côté mesure 6 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 4 cm.

b) Un côté mesure 4,7 dm et la hauteur relative à ce côté mesure 7,2 cm.

c) Un côté mesure 2 m et la hauteur relative à ce côté mesure 6,4 cm.

43 Calcule la longueur demandée.

a) L'aire du parallélogramme est 36 cm² et l'un de ses côtés mesure 6 cm. Combien mesure la hauteur relative à ce côté ?

b) L'aire du parallélogramme est 15,12 cm² et l'une de ses hauteurs mesure 3,6 cm. Combien mesure le côté associé à cette hauteur ?

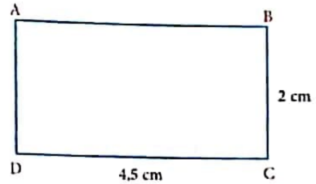
44 Complète ce tableau où, pour chaque cas, c désigne un côté d'un parallélogramme, h la hauteur relative à ce côté et A l'aire.

c	*h*	A
24 cm	8 cm	....
132 m	0,5 hm	....
16 mm	....	64 mm²
4,5 m	....	14,4 m²
....	250 cm	7,5 m²

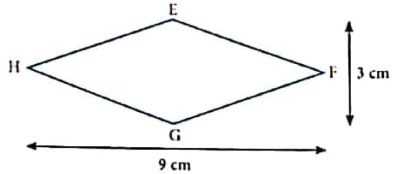
Aires des quadrilatères particuliers : rectangle, losange et carré

45 Calculer l'aire de chacune des figures suivantes :

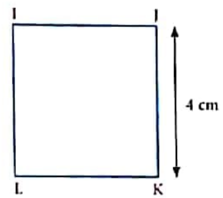
a) Rectangle ABCD :



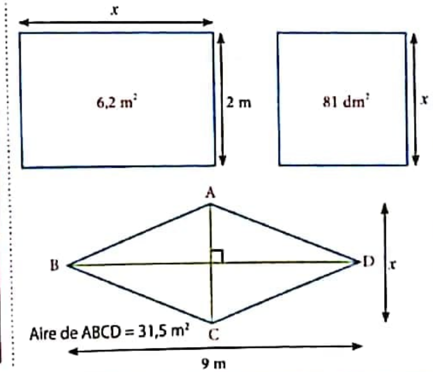
b) Losange EFGH :



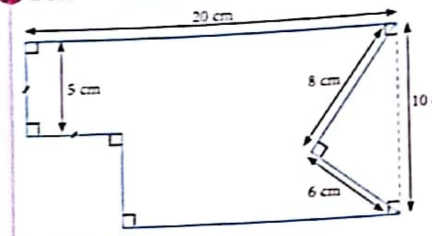
c) Carré IJKL :



46 Trouver la dimension x de chacune des figures suivantes (les dessins ne sont pas en vraie grandeur)

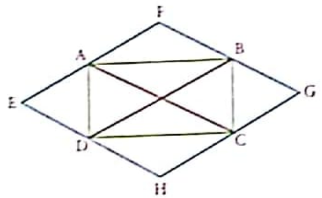


47 Déterminer l'aire de la figure suivante :



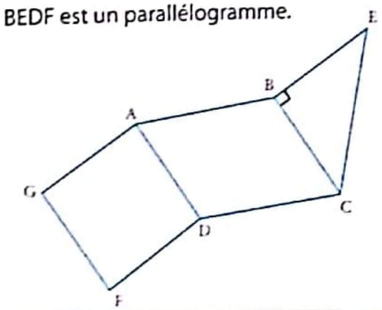
Problèmes

48 ABCD est un rectangle.
(EF) passe par A et est parallèle à (BD).
(FG) passe par B et est parallèle à (AC).
(GH) passe par C et est parallèle à (BD).
(EH) passe par D et est parallèle à (AC).



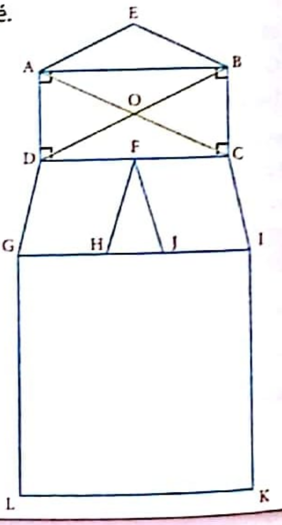
a) Démontre que : EFGH est un parallélogramme.
b) Démontre que : EACH est un parallélogramme, puis que EH = AC.
c) Démontre que EF = BD.
d) Déduis-en que EF = EH.
e) Démontre que EFGH est un losange.

49 ABCD est un parallélogramme.
BCE est un triangle rectangle isocèle en B.
ADFG est un carré.
Le but de cet exercée est de démontrer que BEDF est un parallélogramme.



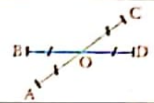
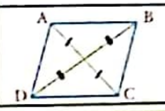
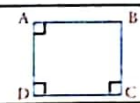
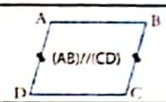
a) Démontre que (FD) est perpendiculaire à (AD).
b) Démontre que (FD) est perpendiculaire à (AD).
c) Démontre que (FD) est parallèle à (BE).
d) Démontre que FD = BE.
e) En utilisant les questions précédentes, démontre que BEDF est un parallélogramme.

50 Reproduis la figure suivante en appliquant le programme de construction.
a) Construis un rectangle ABCD de centre O tel que AB = 5,4 cm et. AD = 2,5 cm.
b) Place le point E tel que AOBE soit un losange.
c) Place le point F milieu de [CD].
d) Place le point G tel que $\widehat{FDG}$=105° et DG= 5cm.
e) Place H tel que DFHG soit un parallélogramme.
f) Place le point I tel que $\widehat{FCI}$ = 105° et CI = 5 cm.
g) Place le point J tel que FCIJ soit un parallélogramme.
h) Place les points K et L tel que GIKL soit un carré.



QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	b	c
1	ABCD est un parallélogramme de centre O non rectangle. Alors ...	OA = OC	AC = BD	OA = OB
2	GRAM est un parallélogramme non rectangle et non losange. Alors ...	GR = RA	GR = AM	GA = RM
3	Dans un parallélogramme, les angles opposés sont ...	supplémentaires	complémentaires	de même mesure
4	un Quadrilatère est un parallélogramme lorsque ...	deux côtés opposés sont parallèles	deux côtés opposés ont la même longueur	les côtés opposés sont deux à deux parallèles
5	Un quadrilatère non croisé est un parallélogramme lorsque ...	deux côtés opposés sont parallèles	ses côtés opposés sont deux à deux de même longueur	deux côtés opposés ont la même longueur
6	Un quadrilatère dont les diagonales sont des axes de symétrie est un ...	losange	rectangle non carré	parallélogramme non losange
7	Un parallélogramme MNPQ tel que : MN = NP et $\widehat{MNP}$ = 90° est ...	un rectangle non carré	un carré	un losange non carré
8	Le quadrilatère ABCD est ... 	un rectangle	un parallélogramme	un losange
9	Le quadrilatère ABCD est ... 	un rectangle	un parallélogramme mais pas un rectangle	un losange
10	Un parallélogramme dont deux côtés consécutifs ont même longueur est toujours ...	un carré	un losange	un rectangle
11	Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est toujours ...	un carré	un losange	un rectangle
12	Dans un rectangle non carré, les diagonales ...	sont perpendiculaires	se coupent en leur milieu	ont la même longueur
13	les diagonales d'un losange sont ...	les bissectrices de ses angles	ses axes de symétrie	médiatrices l'une de l'autre
14	Les diagonales sont des axes de symétrie d'un ...	carré	rectangle non carré	losange
15	ABCD est un parallélogramme sur la figure...			 (AB)//(CD)

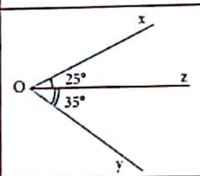
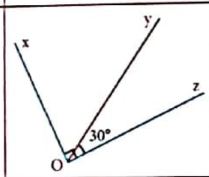
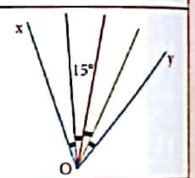
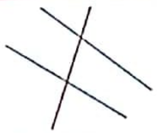
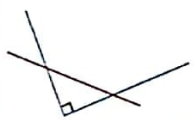
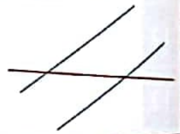
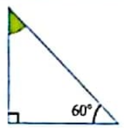
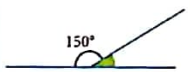
12 Sécante à deux droites parallèles et angles

Je vais apprendre à :

- Connaître et utiliser le vocabulaire associé à deux angles : complémentaires, supplémentaires, adjacents, opposés par le sommet.
- Connaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques.
- Connaître et utiliser les propriétés relatives aux droites parallèles et aux droites perpendiculaires.

Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Les côtés de l'angle $\widehat{AOB}$ sont :	[OA) et [OB)	[BO) et [AO)	[AO) et [OB)
2	Les nombres suivants sont les mesures en degrés des angles d'un triangle.	35° 70° 75°	100° 120° 30°	40° 20° 30°
3	Dans quel cas a-t-on $\widehat{xOy} = 60°$			
4	Dans quel cas a-t-on tracé deux droites parallèles coupés par une sécantes.			
5	Dans quel cas l'angle colorié mesure 30°.			

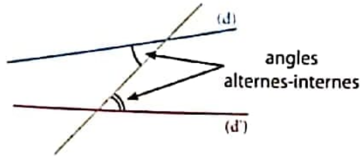
Activités de découverte

Activité 1 Reconnaître des angles

Précision de quelques termes

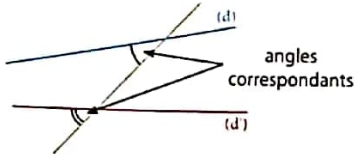
Deux angles sont **alternes-internes** si :

- ils n'ont pas le même sommet ;
- ils sont de part et d'autre de la sécante ;
- ils sont à l'intérieur de la bande délimitée par les droites (d) et (d').



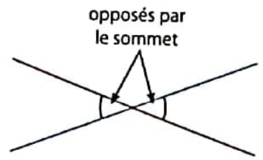
Deux angles sont **correspondants** si :

- ils n'ont pas le même sommet;
- ils sont du même côté de la sécante ;
- l'un est à l'intérieur de la bande délimitée par les droites (d) et (d').

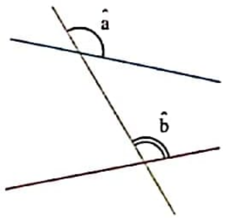


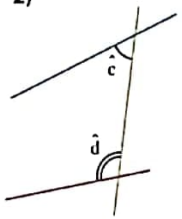
Deux angles sont **opposés par le sommet** si :

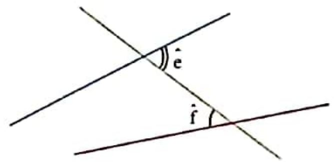
- ils ont le même sommet ;
- leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

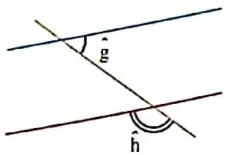


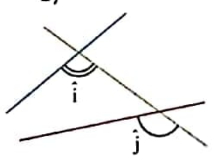
Préciser dans chaque cas si les angles considérés sont alternes-internes, correspondants, opposés ou ni l'un ni l'autre.

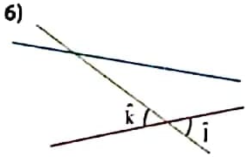
1)


2)


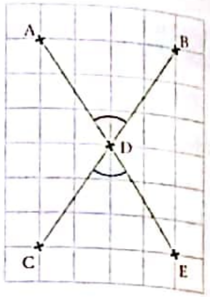
3)


4)


5)


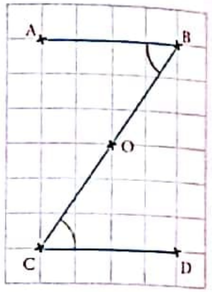
6)


Activité 2 Mesure d'angles opposés

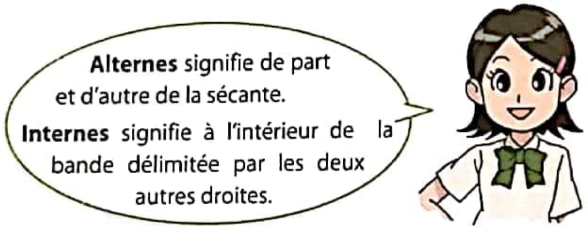


1) Indiquer si l'angle rouge et l'angle bleu sont :
   a) alternes-internes ;
   b) opposés par le sommet ;
   c) correspondants.
2) Quel est le centre de symétrie de la figure verte ?
3) Que peut-on en déduire pour les mesures des angles coloriés ?

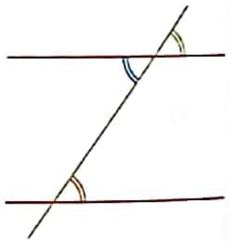
Activité 3 Mesure d'angles alternes-internes



1) Indiquer si l'angle rouge et l'angle vert sont :
   a) alternes-internes ;
   b) opposés par le sommet ;
   c) correspondants.
2) Que peut-on dire des droites (AB) et (CD) ?
3) La figure bleue présente-t-elle une symétrie ? Laquelle ?
4) Que peut-on déduire pour les mesures des deux angles coloriés ?



Activité 4 Mesure d'angles correspondants



1) Indiquer si l'angle vert et l'angle bleu sont :
   a) alternes-internes ;
   b) opposés par le sommet ;
   c) correspondants.
2) Les deux droites rouges sont parallèles.
   a) Comparer l'angle bleu et l'angle orange. Justifier la réponse
   b) Comparer l'angle vert et l'angle orange. Justifier la réponse.

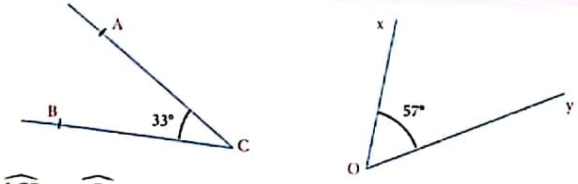
Cours

1- Angles complémentaires, supplémentaires, adjacents (Rappel) :

Définition

On dit que deux angles sont complémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à 90°.

Exemple :

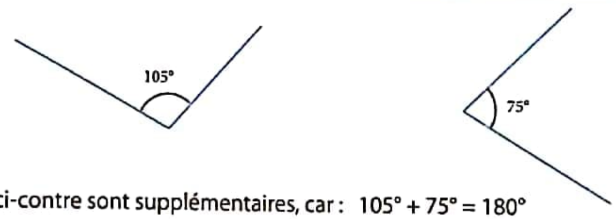


Les deux angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{xOy}$ sont complémentaires, car la somme de leurs mesures est égale à 90° : $33° + 57° = 90°$

Définition

On dit que deux angles sont supplémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à 180°.

Exemple :



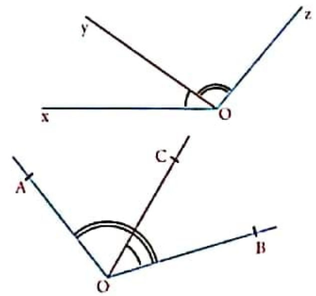
Les deux angles ci-contre sont supplémentaires, car : $105° + 75° = 180°$

Définition

On dit que deux angles sont adjacents lorsque :
- Ils ont le même sommet.
- Ils ont un côté commun.
- Ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

Exemple :

- Les deux angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ sont adjacents.
- Les deux angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COB}$ ne sont pas adjacents car ils ne sont pas situés de part et d'autre de leur côté commun [OB].

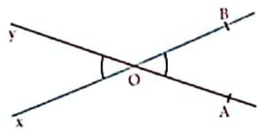


Définition

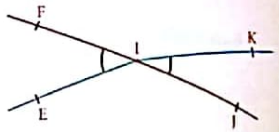
On dit que deux angles sont opposés par le sommet lorsque :

- ils ont le même sommet.
- leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

Exemple :



$\widehat{xOy}$ et $\widehat{AOB}$ sont opposés par le sommet.



$\widehat{EIF}$ et $\widehat{JIK}$ ne sont pas opposés par le sommet car les côtés [IK) et [IE) ne sont pas dans le même prolongement.

Propriété

Deux angles opposés par le sommet sont égaux.

2- Angles alternes-internes :

Définition

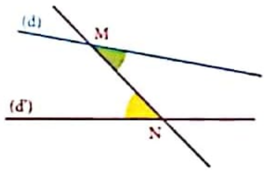
Soit deux droites (d) et (d') coupées par une sécante.

Dire que deux angles sont **alternes-internes** signifie que :

- ils n'ont pas le même sommet ;
- ils sont de part et d'autre de la sécante ;
- ils sont à l'intérieur de la bande délimitée par les droites (d) et (d').

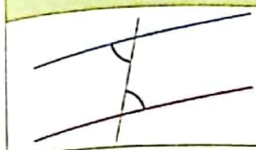
Exemple :

- Les deux angles vert et jaune formés par les droites (d) et (d') coupées par la sécante (MN) sont alternes-internes.



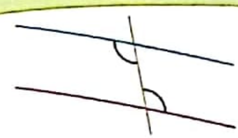
Propriété

Si deux angles alternes internes sont formés par deux droites parallèles coupées par une sécante alors ces deux angles sont égaux.

Figure	données	conclusion
	• Deux droites parallèles coupées par une sécante. • Deux angles alternes internes.	Les deux angles alternes internes sont égaux.

Réciproque de la propriété :

Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes internes égaux alors ces droites sont parallèles.

Figure	données	conclusion
	• Deux droites coupées par une sécante. • Deux angles alternes internes égaux.	Les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.

3- Angles correspondants :

Définition

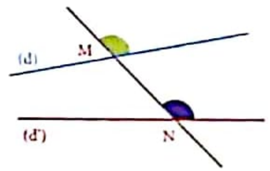
Soit deux droites (d) et (d') coupées par une sécante.

Dire que deux angles sont **correspondants** signifie que :

- ils n'ont pas le même sommet ;
- ils sont du même côté de la sécante ;
- l'un est à l'intérieur de la bande délimitée par les droites (d) et (d'), l'autre est l'extérieur.

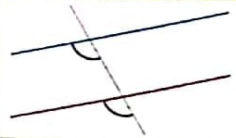
Exemple :

- Les deux angles vert et violet, formés par les droites (d) et (d') coupées par la sécante (MN) sont correspondants.



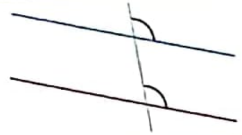
Propriété

Si deux angles correspondants sont formés par deux droites parallèles coupées par une sécante alors ces deux angles sont égaux.

Figure	données	conclusion
	• Deux droites parallèles coupées par une sécante. • Deux angles correspondants.	Les deux angles correspondants sont égaux.

Réciproque de la propriété :

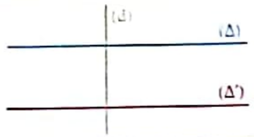
Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles correspondants égaux alors ces droites sont parallèles.

Figure	données	conclusion
	• Deux droites coupées par une sécante. • Deux angles correspondants égaux.	Les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.

4- Droites parallèles et perpendiculaires :

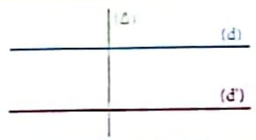
Propriété 1

Si deux droites sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire à l'autre.

Figure	données	conclusion
	(Δ) // (Δ') et (d) ⊥ (Δ)	(d) ⊥ (Δ')

Propriété 2

Si deux droites sont perpendiculaires alors toute droite perpendiculaire à l'une est alors parallèle à l'autre.

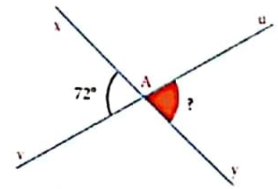
Figure	données	conclusion
	(d) ⊥ (Δ) et (d') ⊥ (Δ)	(d') // (d)

Exercices résolus

Méthodes et techniques

Exercice 1

Énoncé : Dans la figure ci-contre déterminer la mesure de l'angle rouge.



Les droites (uv) et (xy) sont sécantes en A.

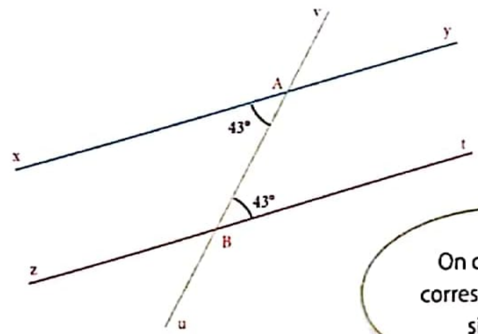
Solution : Dans la figure, les angles $\widehat{xAv}$ et $\widehat{uAy}$ sont opposés par le sommet.

On sait que deux angles opposés par le sommet sont égaux.

Donc $\widehat{uAy} = 72°$.

Exercice 2

Énoncé : Dans la figure ci-dessous, que peut-on dire des droites (xy) et (zt) ?



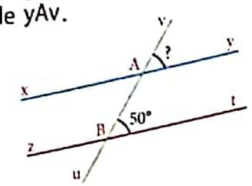
Solution : On sait que deux angles alternes-internes égaux déterminent deux droites parallèles.

Les angles $\widehat{xAu}$ et $\widehat{vBt}$ sont alternes-internes et égaux donc les droites (xy) et (zt) sont parallèles.

Exercice 3

Énoncé : Dans la figure ci-dessous, les droites (xy) et (zt) sont parallèles.

Déterminer l'angle $\widehat{yAv}$.



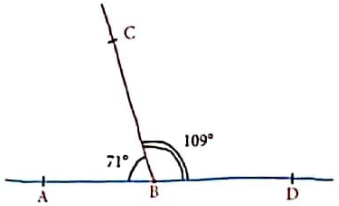
Solution : On sait que deux droites parallèles et une sécante déterminent des angles correspondants égaux.

Avec les parallèles (xy) et (zt), et la sécante (uv), on obtient : $\widehat{yAv} = \widehat{tBv} = 50°$

Exercice 4

Énoncé : Karim a tracé la figure ci-dessous à main levée.

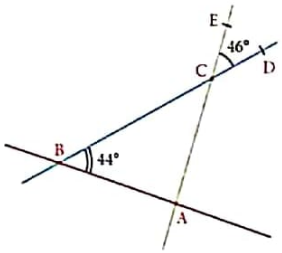
Est-ce que les points A, B et D sont alignés ?



Solution : Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CBD}$ sont adjacents, de plus : $\widehat{ABC}+\widehat{CBD}=\widehat{ABD}$, or $\widehat{CAB}=71°$ et $\widehat{CBD}=109°$ donc : $\widehat{ABD}=71°+109°=180°$. Les points A, B et D sont donc alignés.

Exercice 5

Énoncé : Dans la figure ci-dessous, prouver que les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.



Solution : Les angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{ECD}$ sont opposés par le sommet, donc :

$\widehat{BCA}=46°$, $\widehat{BCA}+\widehat{ABC}=46°+44°=90°$.

Les angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{ABC}$ sont complémentaires, donc : le triangle ABC est rectangle en A.

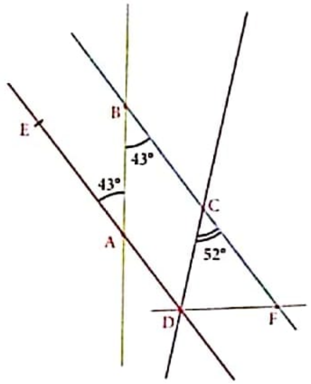
Les droites (AB) et (AC) sont donc perpendiculaires.

Exercice 6

Énoncé : Dans la figure ci-dessous :

a) Est-ce que les droites (AD) et (BC) sont parallèles ?

b) Est-ce que les droites (CD) et (AB) sont parallèles ?



Solution :

a) Les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{ABC}$ sont alternes-internes par rapport aux droites (AD) et (BC) et à la sécante (AB). Ils sont égaux.

Les droites (AD) et (BC) sont donc parallèles.

b) Les angles $\widehat{FCD}$ et $\widehat{ABC}$ sont correspondants par rapport (BC). Ils ne sont pas égaux.

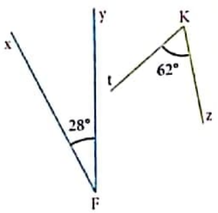
Les droites (CD) et (AB) ne sont donc pas parallèles.

Exercices et problèmes

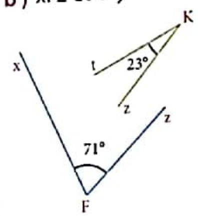
Angles complémentaires, supplémentaires et adjacents

1 Dans chaque cas, dire si les angles considérés sont complémentaires, supplémentaires ou ni l'un ni l'autre.

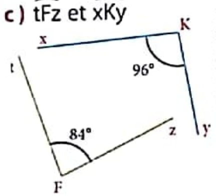
a) $\widehat{xFy}$ et $\widehat{tKz}$



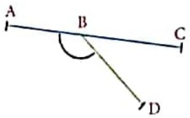
b) $\widehat{xFz}$ et $\widehat{tKy}$



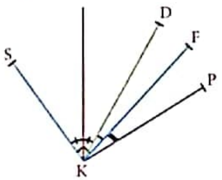
c) $\widehat{tFz}$ et $\widehat{xKy}$



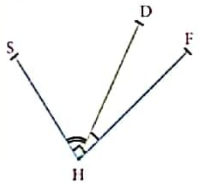
d) $\widehat{ABD}$ et $\widehat{DBC}$



e) $\widehat{DHF}$ et $\widehat{FHP}$



f) $\widehat{SHD}$ et $\widehat{DHF}$

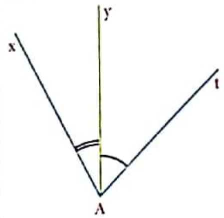


2 Recopier et compléter si possible le tableau ci-dessous :

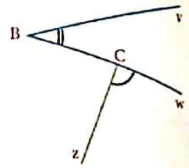
L'angle $\widehat{ABC}$ mesure :	18°	38°	94°	53°	66°
Un angle complémentaire de $\widehat{ABC}$ mesure :	...	...	...	...	...
Un angle supplémentaire de $\widehat{ABC}$ mesure :	...	...	...	...	...
un angle ni complémentaire, ni supplémentaire de $\widehat{ABC}$ peut mesurer :	...	...	...	...	...

3 Dans chaque cas, dire si les angles considérés sont adjacents. S'ils ne le sont pas, expliquer pourquoi.

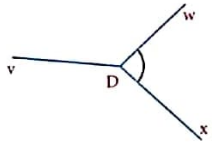
a) $\widehat{xAy}$ et $\widehat{yAt}$



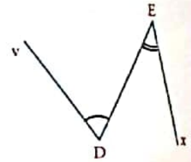
b) $\widehat{vBw}$ et $\widehat{wCz}$



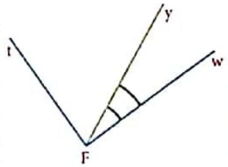
c) $\widehat{vDw}$ et $\widehat{wDx}$



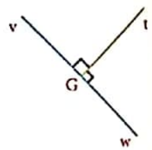
d) $\widehat{vDE}$ et $\widehat{DEx}$



e) $\widehat{tFw}$ et $\widehat{yFw}$



f) $\widehat{vGt}$ et $\widehat{tGw}$



4 1) Dans chacun des cas suivants, tracer l'angle dont la mesure est donnée puis sans utiliser de rapporteur mais en utilisant d'autres instruments de géométrie, tracer un angle qui lui est complémentaire et un angle qui lui est supplémentaire.

a) $\widehat{xOy} = 48°$; b) $\widehat{uRw} = 32°$; c) $\widehat{ABC} = 70°$

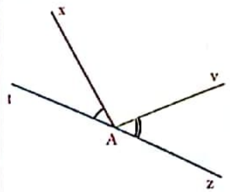
2) Décrire la procédure à suivre pour construire sans utiliser le rapporteur un angle complémentaire et un angle supplémentaire à un angle donné.

5 Tracer deux angles adjacents $\widehat{BAC}$ et $\widehat{EAF}$ tels que : $\widehat{BAC} = 35°$ et $\widehat{EAF} = 53°$

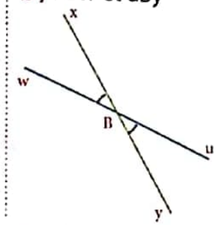
Angles opposés par le sommet

6 Dans les questions a, b, c, d, e et f, dire si les angles considérés sont opposés par le sommet. S'ils ne le sont pas, expliquer pourquoi.

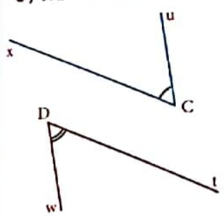
a) $\widehat{xAt}$ et $\widehat{zAv}$



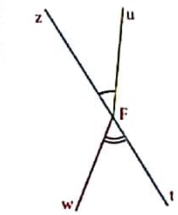
b) $\widehat{xBw}$ et $\widehat{uBy}$



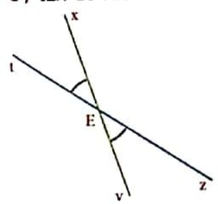
c) $\widehat{xCu}$ et $\widehat{wDt}$



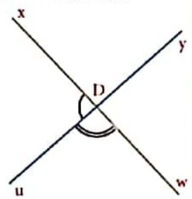
d) $\widehat{zFu}$ et $\widehat{wFt}$



e) $\widehat{tEx}$ et $\widehat{vEz}$



f) $\widehat{wGu}$ et $\widehat{uGx}$



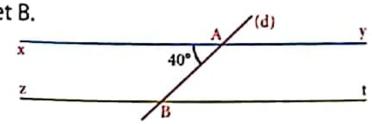
7 1) Tracer un angle $\widehat{xOy}$ de mesure quelconque.

2) En utilisant uniquement une règle, tracer un autre angle égal à $\widehat{xOy}$.

Justifier la construction.

Angles alternes-internes

8 La droite (d) coupe les parallèles (xy) et (tz) en A et B.

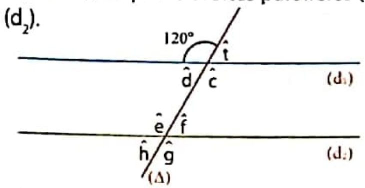


a) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABt}$? Justifier la réponse.

b) Pourquoi les angles $\widehat{xAB}$ et $\widehat{zBA}$ sont-ils supplémentaires ?

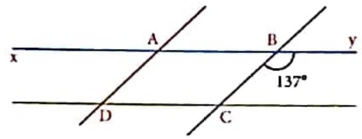
c) De la même façon, pourquoi les angles $\widehat{yAB}$ et $\widehat{tBA}$ sont-ils supplémentaires ?

9 La droite (Δ) coupe les droites parallèles (d_1) et (d_2).



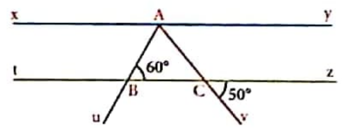
Quelles sont les mesures des autres angles indiqués sur cette figure ? Justifier chaque réponse.

10 Les droites (AB) et (DC) sont parallèles ainsi que (AD) et (BC), les points A et B appartiennent à la droite (xy).



Trouver les mesures des angles du parallélogramme ABCD. Justifier chaque réponse.

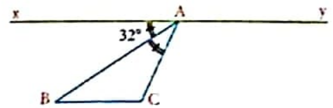
11 Les droites (xy) et (tz) sont parallèles. Le point A appartient à la droite (xy). Les droites (Au) et (Av) coupent (tz) en B et C.



a) Trouver les mesures de $\widehat{ACB}$, $\widehat{yAC}$ et $\widehat{xAB}$.

b) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

12 ABC est un triangle et (xy) est la droite parallèle à (BC) qui passe par A.



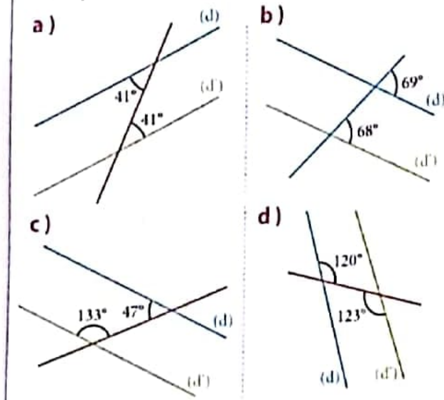
a) Quel autre renseignement est indiqué sur la figure ?

b) Donner la mesure de chaque angle du triangle ABC. Justifier les réponses.

c) Quelle est la nature du triangle ABC ?

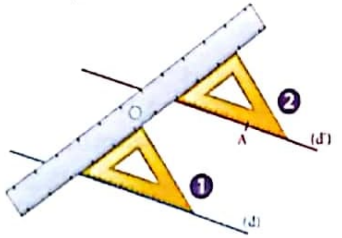
Angles, propriétés

13 Dans chaque cas, les droites (d) et (d') sont-elles parallèles ? Justifier chaque réponse.



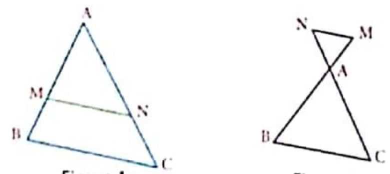
14 Voici la construction de Ghita.

Elle a fait glisser son équerre le long de sa règle de la position 1 à la position 2.



Que peut-elle dire des droites (d) et (d') ? Justifier.

15 Dans chaque cas, ABC est un triangle et M ∈ (AB), N ∈ (AC), (MN) // (BC).

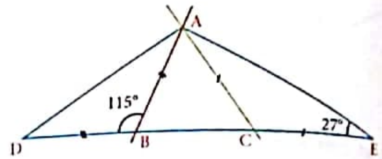


a) Faire chacune de ces figures.

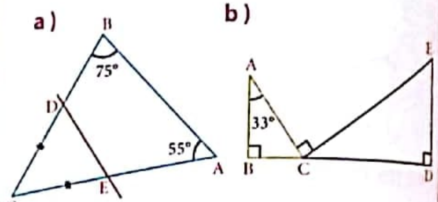
b) Coder chaque figure en marquant les angles de même mesure.

c) Dans chaque cas, comparer les angles du triangle AMN à ceux du triangle ABC.

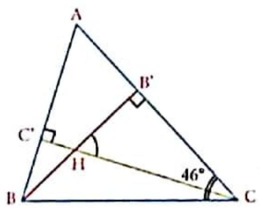
16 Calculer les angles du triangle ABC.



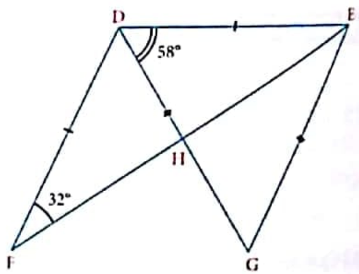
17 Calculer l'angle $\widehat{CED}$ dans les deux cas :



18 Calculer l'angle $\widehat{ABC}$.

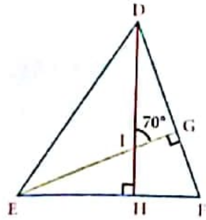


19 On donne la figure ci-dessous.



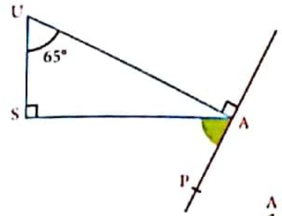
Calculer les angles du triangle EHG.

20 Dans la figure ci-dessous, indiquer les angles égaux à 70° et ceux égaux à 20°. Justifier.

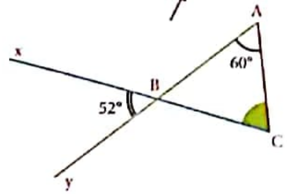


21 Pour chacune des questions suivantes. Calculer la mesure de l'angle colorié en vert en utilisant les données portées sur la figure.

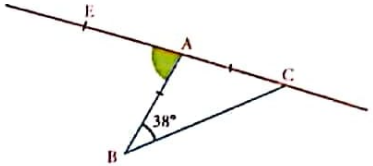
a)



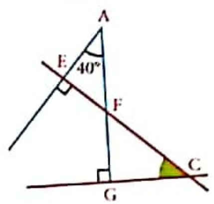
b)



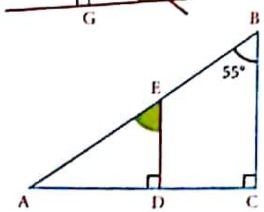
c)



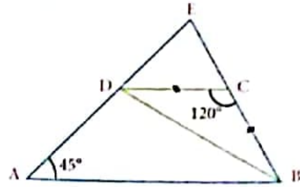
d)



e)



22 Sur la figure ci-dessous, les droites (AB) et (CD) sont parallèles :



1. a) Calculer les angles du triangle BCD.

b) Expliquer pourquoi $\widehat{BDC} = \widehat{ABD}$.

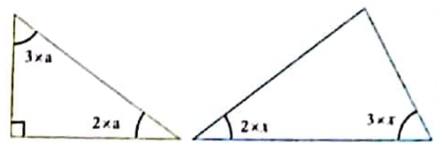
2. a) Déduire de la première question les angles des triangles ABD et BDE.

b) Quelle est la nature du triangle BDE ?

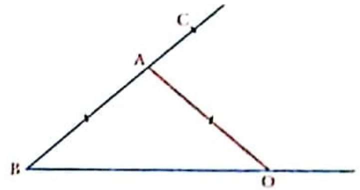
3) Construire la figure à la règle et au compas.

23 **1)** Calculer a (en degrés).

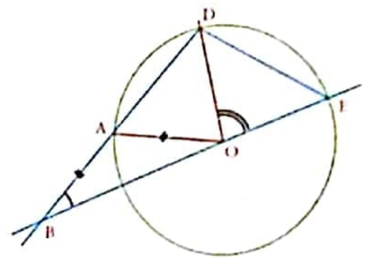
2) Calculer x (en degrés).



24 **1)**

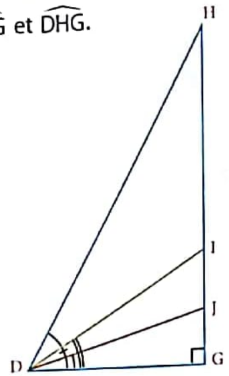


2. a) Reproduire la figure ci-dessous.

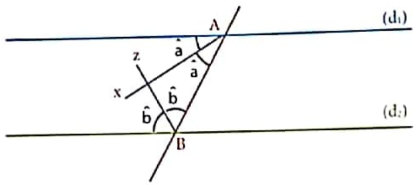


b) Calculer l'angle $\widehat{DOE}$ lorsque $\widehat{ABO} = 20°$.
Quelle est alors la nature du triangle DOE ?

25 On donne la figure ci-dessous où $\widehat{JDG} = 15°$.
La droite (DJ) est la bissectrice de l'angle $\widehat{IDG}$ et (DI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{HDG}$.
Calculer $\widehat{DJG}$, $\widehat{DIG}$ et $\widehat{DHG}$.



26 Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.



1) Des exemples :

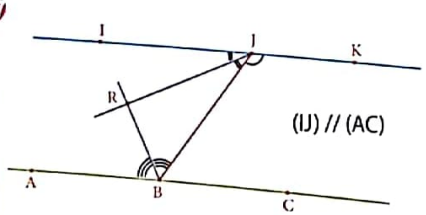
a) Dans le cas où $\hat{a} = 28°$, calculer la mesure de $\hat{b}$.

b) Dans le cas où $\hat{b} = 35°$, calculer la mesure de $\hat{a}$.

2) Cas général :

Démontrer que dans tous les cas $\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont des angles complémentaires.

27



a) On suppose que $\widehat{BJK} = 120°$.
Peut-on affirmer que le triangle RBJ est rectangle en R ?

b) Recommencer avec $\widehat{BJK} = 145°$.

c) Généraliser lorsque $\widehat{BJK} = x°$.

28 **1. a)** Tracer un triangle RST tel que :

$RS = RT = 6$ cm et $\hat{S} = 40°$.

b) Marquer un point A sur le côté [RS]. Tracer la parallèle à la droite (ST) passant par le point A : celle-ci coupe (RT) en B.

c) Calculer les mesures des angles du triangle RAB, puis préciser sa nature.

2) Recommencer tout le 1° avec un triangle équilatéral RST.

29 **1)** Construire un triangle équilatéral ABC et le centre O de son cercle circonscrit.

2) Tracer la demi-droite [Cx] extérieure au triangle de façon que $\widehat{BCx} = 30°$.

3) Prouver que :

a) la demi-droite [Cx] est perpendiculaire à la droite (AC) ;

b) les droites (OB) et (Cx) sont ...

30 **1)** Construire un triangle OAB tel que :
$OB = 7$ cm, $\widehat{AOB} = 50°$ et $\widehat{OBA} = 66°$.

2) Construire :

a) les symétriques A' et B' des points A et B par rapport au point O;

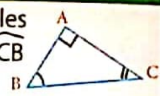
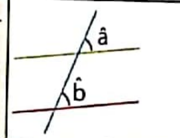
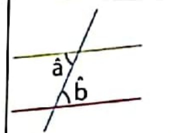
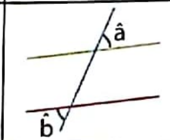
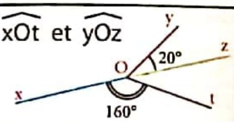
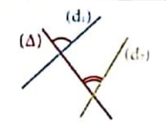
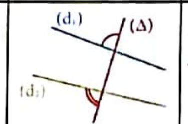
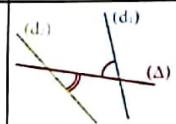
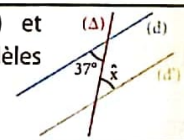
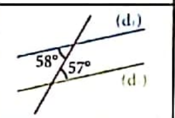
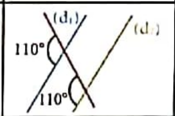
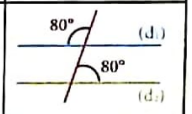
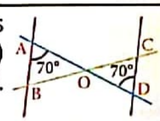
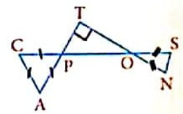
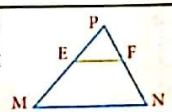
b) la bissectrice [Ox) de l'angle $\widehat{AOB'}$.

3. a) Prouver que cette bissectrice n'est pas parallèle à la droite (A'B').

b) Quelle devrait être la mesure de l'angle $\widehat{OBA}$ pour que (A'B') soit parallèle à [Ox) ?

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Sur cette figure, les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont... 	complémentaires	suplémentaires	adjacents
2	Les angles $\hat{a}$ et $\hat{b}$ sont alternes-internes sur la figure...			
3	Les angles $\widehat{xOt}$ et $\widehat{yOz}$ sont ... 	adjacents	opposés par le sommet	suplémentaires
4	$\hat{u}$ et $\hat{v}$ sont deux angles complémentaires. $\hat{u} = 42°$ donc...	$\hat{v} = 42°$	$\hat{v} = 48°$	$\hat{v} = 138°$
5	Les angles marqués en rouge sont correspondants sur la figure ...			
6	Les droites (d) et (d') sont parallèles donc... 	$\hat{x} = 143°$	$\hat{x} = 53°$	$\hat{x} = 37°$
7	Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles dans le cas de la figure...			
8	Sur cette figure, les droites (AD) et (BC) se coupent en O. Alors ... 	les droites (AB) et (CD) sont parallèles	$\widehat{AOB} = \widehat{COD}$	$\widehat{ABO} = \widehat{DCO}$
9	Les droites (TA) et (TN) coupent la droite (CS) en P et O. Alors... 	$\widehat{TPO} = 60°$	$\widehat{TOP} = 60°$	$\widehat{OSN} = 75°$
10	Les droites (EF) et (MN) sont parallèles. Alors... 	$\widehat{PEF} = \widehat{EMN}$	$\widehat{EFN} = \widehat{FNM}$	$\widehat{MEF} = \widehat{NEF}$

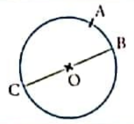
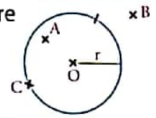
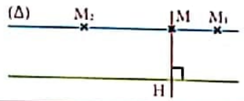
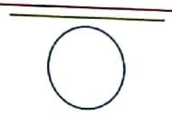
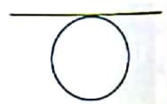
13 Cercle, disque

Je vais apprendre à :

- Construire un cercle connaissant le centre et le rayon.
- Construire un cercle connaissant le diamètre.
- Construire la tangente à un cercle.
- Connaître les formules pour calculer le périmètre d'un cercle et l'aire d'un disque.

Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Sur la figure ci-contre : 	OA = OB	OA > OB	OA < OB
2	Sur la figure ci-dessus	[OA] est un diamètre	[OA] est un rayon	[OB] est un rayon
3	Si OE = OF	E et F appartiennent au cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et de rayon OE	O appartient à la médiatrice de [EF]	O est le milieu de [EF]
4	Sur la figure ci-contre : 	A appartient au cercle de centre O et de rayon r	B appartient au cercle de centre O et de rayon r	C appartient au cercle de centre O et de rayon r
5	Sur la figure ci-dessus :	A appartient au disque de centre O et de rayon r	B appartient au disque de centre O et de rayon r	O appartient au disque de centre O et de rayon r
6	Sur cette figure : 	$M_1H < MH$	$M_2H < MH$	MH est la plus petite distance d'un point de (Δ) et H
7	Le nombre de points d'intersection de la droite (d) avec le cercle ($\mathscr{C}$) est :	 zéro point	 deux points	 un point

Activités de découverte

Activité 1 Première approche du cercle

Trace un segment [AB] mesurant 6 cm :

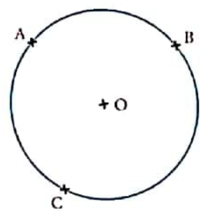
a) Quel est l'ensemble des points de la feuille de papier situés à 5 cm de A ? Représente-le.

b) Quel est l'ensemble des points situés à 7 cm de B ? Représente-le.

c) Combien y a-t-il de points situés à la fois à 5 cm de A et à 7 cm de B ?

Activité 2 Vocabulaire

Trace un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et de rayon 4 cm. Place trois points A, B et C sur le cercle.



a) Comment appelle-t-on le segment [OC] ?
Sans mesurer, donne la longueur OC du segment [OC].

b) Le segment [AB] est une corde.
Comment peut-on définir un tel segment ?
En utilisant les points de la figure, cite d'autres cordes du cercle ($\mathscr{C}$).

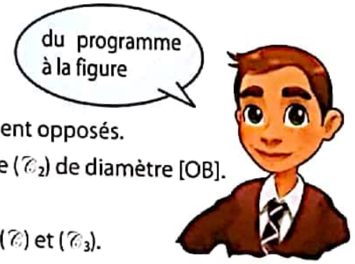
c) La portion de cercle délimitée par A et B est un arc de cercle.
Combien d'arcs de cercle sont déterminés par A et B ?
Comment les différencier ?

d) Place les points D et E sur le cercle pour que les cordes [AD] et [BE] passent par O.
Compare les arcs délimités par A et D et ceux délimités par B et E.
Que dire des longueurs des cordes [AD] et [BE] ? Comment les nomme-t-on ?

Activité 3 Applique un programme

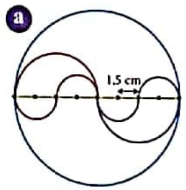
Réalise la suite d'instructions suivantes :

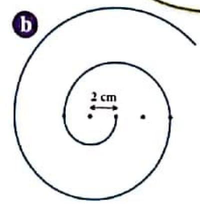
- Trace un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et de rayon 5 cm.
- Place, sur le cercle, deux points A et B diamétralement opposés.
- Construis le cercle ($\mathscr{C}_1$) de diamètre [OA] et le cercle ($\mathscr{C}_2$) de diamètre [OB].
- Trace le cercle ($\mathscr{C}_3$) de centre A passant par O.
- Nomme E et F les points d'intersection des cercles ($\mathscr{C}$) et ($\mathscr{C}_3$).
- Trace le cercle ($\mathscr{C}_4$) de centre B et de rayon OB.
- Les cercles ($\mathscr{C}$) et ($\mathscr{C}_4$) se coupent en G et H.



Activité 4 Trouver un programme

- Reproduis chaque figure ci-dessous en vraie grandeur.
- Ecris le programme de constructions.

a 

b 

Activité 5 Intersection d'un cercle et d'une droite

1. a) Tracer un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon 3cm.

   b) Tracer une droite (d) et construis la droite (Δ) perpendiculaire à (d) et passant par O.
   Nomme H le point d'intersection de (d) et (Δ).

   c) Selon toi, combien de points communs peuvent avoir le cercle $(\mathscr{C})$ et la droite (d) ?
   - De quoi cela dépend-il ?
   - Cite alors tous les cas possibles en précisant à chaque fois la position du point H par rapport au cercle.

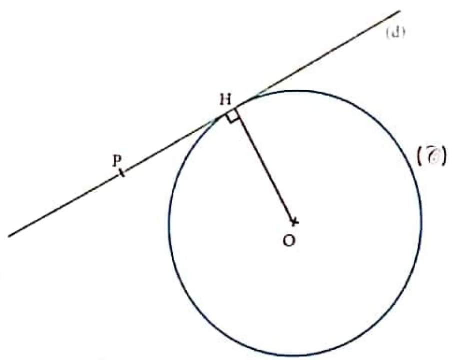
2) On se place dans cette partie dans le cas où H appartient au cercle $(\mathscr{C})$.

   a) Soit un point P, distinct de H, sur la droite (d).
   Explique pourquoi OH < OP.

   b) Le point P peut-il être sur le cercle $(\mathscr{C})$? Justifie.
   De combien de points est constituée l'intersection de la droite (d) et du cercle $(\mathscr{C})$?

   c) Soient $(\mathscr{C})$ un cercle de centre O et H un point de $(\mathscr{C})$. Recopie et complète les phrases suivantes :

« La tangente à $(\mathscr{C})$ en H est la droite perpendiculaire au rayon [OH] passant par H. Le point H est le seul point... . On dit que H est le point de contact de la ... et du ... . »

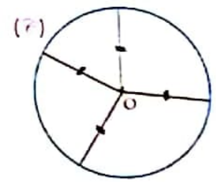


1- Cercle et disque :

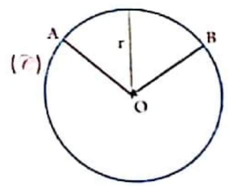
Définition 1

Un cercle de centre O est l'ensemble des points du plan situés à la même distance du point O, cette distance est appelée le rayon du cercle et le point O est appelé le centre du cercle.

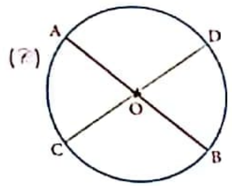
Le point O est le centre du cercle $(\mathscr{C})$.
Il est situé à une distance égale de tous les points du cercle.



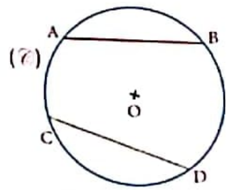
Le rayon du cercle $(\mathscr{C})$ est la distance OA qu'on note r.
Les segments [OA], [OB], ... sont aussi des rayons du cercle.



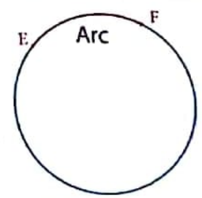
La diamètre du cercle $(\mathscr{C})$ est la distance AB.
Les segments [AB], [CD], ... sont aussi des diamètres du cercle $(\mathscr{C})$.
AB = 2r



Une corde d'un cercle $(\mathscr{C})$ est un segment ayant pour extrémités deux points du cercle.
[AB] et [CD] sont deux cordes de $(\mathscr{C})$.



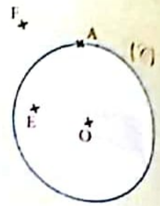
Un arc de cercle est une portion du cercle comprise entre deux points du cercle.



Remarque

1) . Le point A est un point du cercle ($\mathscr{C}$).
- Le centre O n'est pas un point du cercle ($\mathscr{C}$).
- Les points E et F ne sont pas des points du cercle ($\mathscr{C}$).

2) On note un cercle de centre O et de rayon r par : $\mathscr{C}$(O ; r) ou ($\mathscr{C}$) ...

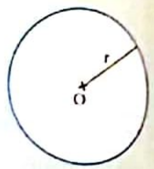


Propriété

($\mathscr{C}$) désigne un cercle de centre O et de rayon rayon r et M un point.
- Si M ∈ ($\mathscr{C}$), alors OM = r.
- Si OM = r, alors M ∈ ($\mathscr{C}$).

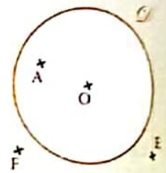
Définition 2

Un disque de centre O et de rayon r est l'ensemble des points du plan situés à une distance de O, inférieure ou égale à r.



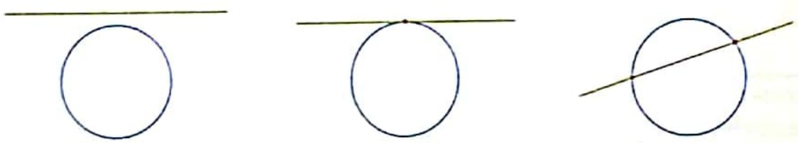
Remarque

- Les points O, A appartiennent au disque $\mathscr{D}$ de centre O et de rayon r.
- Les points E et F n'appartiennent pas au disque $\mathscr{D}$ de centre O et de rayon r.
- Un disque est la partie du plan limitée par un cercle.



2- Droite tangente à un cercle :

Un cercle et une droite peuvent avoir zéro, un ou deux points d'intersection :

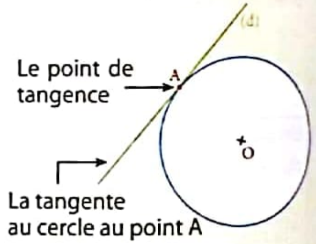


zéro point — un point — deux points

Définition

Une droite est dite tangente à un cercle dans le cas où la droite et le cercle se coupent en un seul point.

L'unique point d'intersection d'un cercle et de sa tangente s'appelle point de tangence.

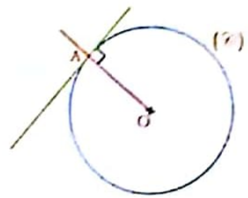


Propriété 1

Si une droite (d) est tangente à un cercle $\mathscr{C}$(O ; r) en un point A, alors OA = r.

Propriété 2

Si une droite (d) est tangente à un cercle $\mathscr{C}$(O ; r) en un point A, alors (OA) est perpendiculaire à (d).



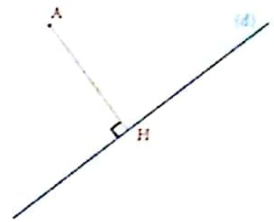
Propriété 3

Si une droite (d) est perpendiculaire au rayon [OA] en A du cercle $\mathscr{C}$(O ; r) alors (d) est tangente à $\mathscr{C}$(O ; r) en A.

3- Distance d'un point à une droite, projeté orthogonal d'un point sur une droite :

Définition

Soit une droite (d) et un point A n'appartenant pas à (D). La distance du point A à la droite (D) est la distance (ou longueur) AH où H désigne le projeté orthogonal de A sur D.



Remarque

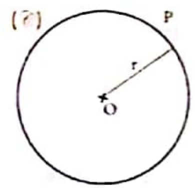
1) Le point H est aussi appelé le pied de la perpendiculaire à (d) passant par le point A, c'est aussi le point d'intersection de la perpendiculaire à (d) passant par A.
2) La distance entre le centre d'un cercle et toute tangente à ce cercle est égale au rayon du cercle.

4- Périmètre d'un cercle et Aire d'un disque :

Règle 1

La longueur d'un cercle est donnée par la formule :

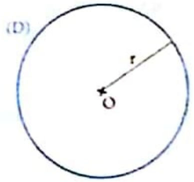
P = 2 x π x r ou P = π x d où r représente le rayon du cercle, d le diamètre et π un nombre environ égale à 3,14.



Règle 2

L'aire d'un disque (D) est donnée par la formule :

A = π x r x r ou r représente le rayon du disque et π un nombre environ égal à 3,14.



Exercices résolus

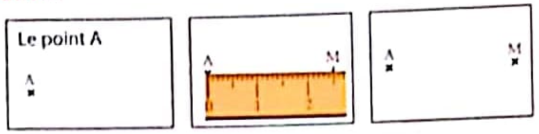
Méthodes et techniques

Exercice 1 Utiliser le bon instrument : règle, compas

Énoncé 1 : Marquer un point M à 2,5 cm du point A.

Instrument : La règle graduée.

Solution :

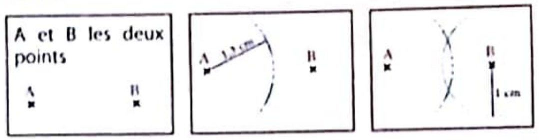


On demande l'un quelconque des points à 2,5 cm de A.
Inutile de tous les dessiner, c'est-à-dire inutile de dessiner le cercle de centre A et de rayon 2,5 cm.

Énoncé 2 : Marquer un point S à 1,3 cm de A et à 1 cm de B.

Instrument : Le compas.

Solution :

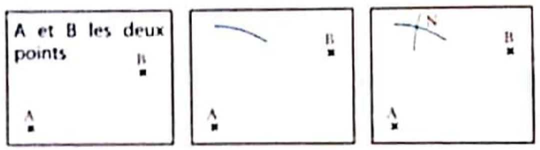


- Il ne suffit pas ici de marquer un point à 1,3 cm de A ; il ne serait certainement pas à 1 cm de B.
- On note S l'un des deux points communs à ces arcs de cercle.

Énoncé 3 : Marquer un point N équidistant de A et de B.

Instrument : Le compas.

Solution :



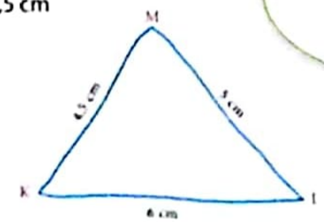
- Inutile de dessiner la médiatrice de [AB].
- Choisir une ouverture du compas, et ne pas en changer.

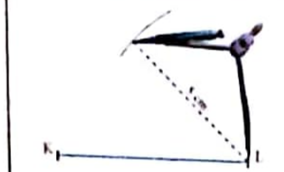
Exercice 2 Construire un triangle à la règle et au compas

Énoncé : Construis un triangle KLM tel que :

KL = 6 cm ;
LM = 5 cm ;
KM = 4,5 cm

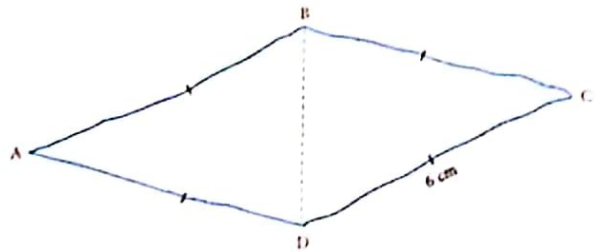
Solution :



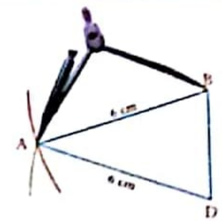
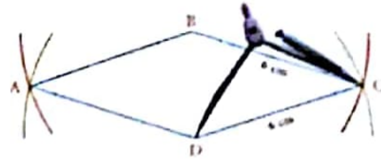
		
On trace un segment [KL] de longueur 6 cm.	Le point M est à 5 cm du point L : il appartient au cercle de centre L et de rayon 5 cm.	Le point M est à 4,5 cm du point K : il appartient au cercle de centre K et de rayon 4,5 cm.

Exercice 3 Construire un losange

Énoncé : Construis un losange ABCD de 6 cm de côté.



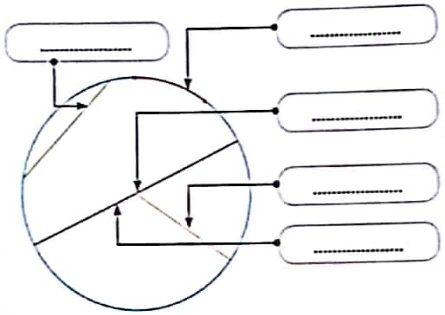
Solution : On trace une figure à main levée. Dans un losange, les quatre côtés ont la même longueur. Ainsi, les triangles ABD et CBD sont isocèles respectivement en A et C.

	
On trace un segment [BD]. On construit un triangle ABD isocèle en A tel que : AB = AD = 6 cm.	On construit le triangle CBD isocèle en C tel que : CB = CD = 6cm.

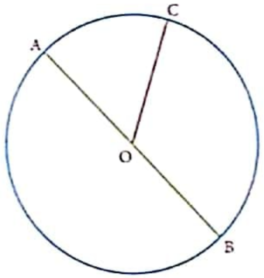
Exercices et problèmes

Vocabulaire et construction

1 Complète les étiquettes de la figure ci-dessous avec chacun des mots suivant : centre, rayon, diamètre, corde, arc ...



2



Sur la figure ci-dessus ;

A, B et C sont sur le cercle de centre O ;

A, O et B sont alignés.

a) Écris deux phrases décrivant la figure, en utilisant les mots « rayon » et « diamètre ».

b) Recopie et complète les phrases suivantes.

- Le point O est le milieu du ....
- Le point O est une extrémité du ....
- A et B sont les .... du .... [AB].
- La portion de cercle comprise entre les points A et C est l' ....

3 Trace un cercle de centre O et de rayon 5 cm puis un cercle de rayon 5 cm et passant par O.

4 **a)** Trace un segment [AB] de longueur 6 cm.

b) Trace le cercle de diamètre [AB].

c) Quelle est la mesure du rayon de ce cercle ?

5 **a)** Trace un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon 3,5 cm.

b) Place un point E sur le cercle $(\mathscr{C})$ et place le point F diamétralement opposé au point E.

c) Marque un point G à l'extérieur du cercle $(\mathscr{C})$ et trace le cercle de diamètre [GE].

6 **a)** Trace un cercle de centre O et de diamètre 6,3 cm.

b) Place deux points A et B sur ce cercle tels que : AB = 4 cm.

c) Trace une corde [CD] telle que : CD = 2,9 cm.

7 **a)** Trace un cercle de centre O et de rayon 35 mm.

b) Trace un rayon [OA] de ce cercle.

c) Place les points M et N sur ce cercle tels que : AM = AN = 24 mm.

d) En utilisant uniquement les points nommés de la figure, trace en rouge trois cordes de ce cercle et nomme-les.

8 **a)** Trace un segment [AB] de longueur 8 cm. Trace le cercle de centre A et de rayon 3 cm. Ce cercle coupe la droite (AB) en deux points M et N. On appelle M celui qui appartient au segment [AB].

b) Calcule les longueurs BM et BN.

9 Deux cercles concentriques (c'est-à-dire de même centre) $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ ont pour centre O et pour rayons respectifs 3 cm et 5 cm. [GH] est un diamètre du cercle $(\mathscr{C})$.

La droite passant par G et par H coupe le cercle $(\mathscr{C}')$ en deux points I et J ; on appelle I celui qui est le plus près de G.

a) Fais une figure.

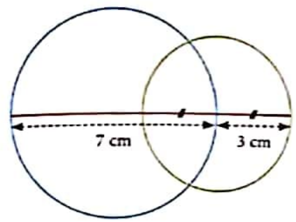
b) Calcule les longueurs GI et JG.

10 **a)** Trace un segment [ST] de longueur 6 cm. Sur ce segment, marque le point U tel que SU = 3,2 cm. Trace le cercle $(\mathscr{C})$ de centre T et qui passe par U.

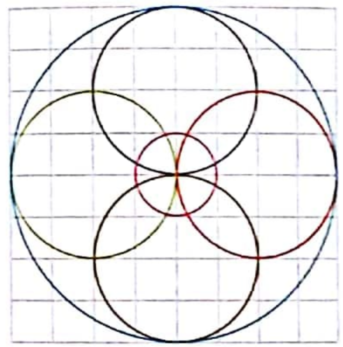
b) Calcule le diamètre du cercle $(\mathscr{C})$.

c) Sur le segment [UT], place le point V tel que UV = 1,2 cm. Quel est le rayon du cercle de diamètre [SV] ?

11 Reproduis la figure en vraie grandeur.

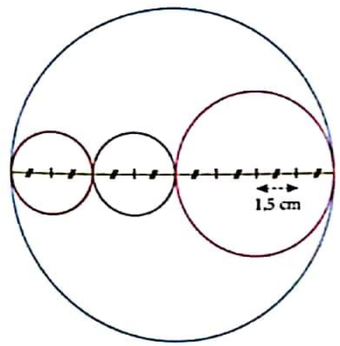


12 En utilisant le quadrillage de ton cahier, reproduis les figures suivantes.

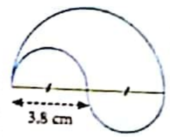


13 Reproduis les figures en vraie grandeur.

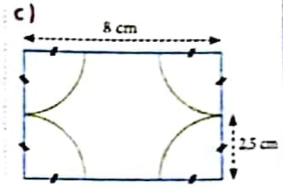
a)



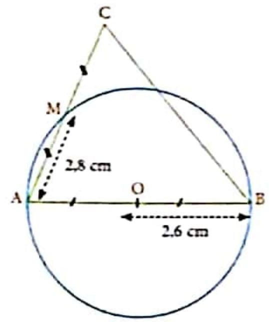
b)



c)



14 Recopie et complète le programme de construction de la figure ci-dessous.



- Trace un cercle de ...... O et de ...... 2,6 cm.
- Trace un .... [AB] de ce cercle.
- Trace une ...... [AM] telle que AM = ...
- Place le point C tel que M est le ...... de [AC].
- Trace le .... [CB].

15 Dans le cercle ci-dessous :

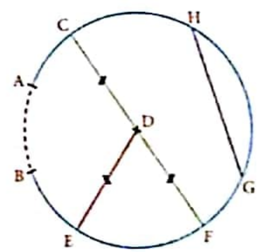
a) Comment s'appelle le segment [HG] ?

b) Comment s'appelle le segment [DE] ?

c) Comment s'appelle la partie du cercle tracée en pointillés ?

d) Comment s'appelle le point D ?

e) Comment s'appelle le segment [CF] ?



16 a) Au centre de ta copie, trace un carré ABCD de 4 cm de côté en plaçant les points comme sur la figure ci-contre. Place le point O, intersection de ses diagonales.

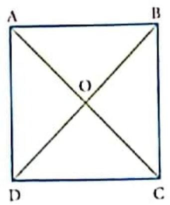
b) Trace le cercle ($\mathcal{C}_1$) de centre D passant par A.

c) Trace le cercle ($\mathcal{C}_2$) de centre O et de rayon 2,4 cm.

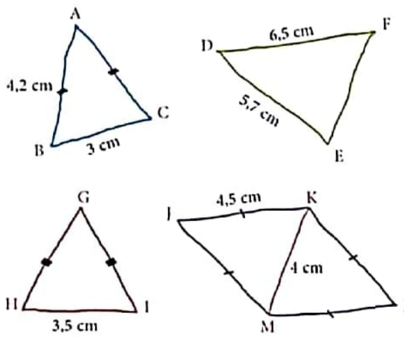
d) Trace le cercle ($\mathcal{C}_3$) de diamètre [AB].

e) Trace le cercle ($\mathcal{C}_4$) de centre C et de diamètre DB.

f) Donne, en centimètres, le diamètre de chacun de ces cercles.



17



a) Que peut-on dire des triangles ABC et GHI ? Du quadrilatère JKLM ? Justifie.

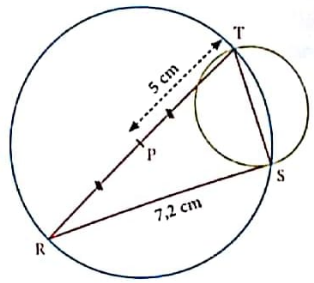
b) Reproduis ces quatre figures en vraie grandeur sur ta copie.

18 a) Sur ta copie, place deux points M et N distants de 4,5 cm, Trace le cercle ($\mathcal{C}_1$) de centre N passant par M. Trace le cercle ($\mathcal{C}_2$) de centre M et de rayon 4,5 cm. Les cercles ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_2$) se coupent en deux points Y et Z.

b) Sans mesurer, donne en justifiant la distance NY.

c) Que peut-on dire du quadrilatère MYNZ ? Justifie.

19 Ecris un programme de construction permettant de reproduire en vraie grandeur la figure ci-dessous.

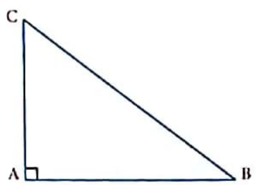


Distance d'un point à une droite

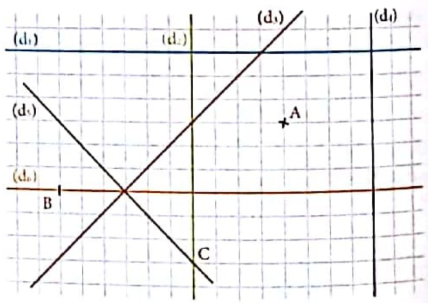
20 ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 4 cm, AC = 3 cm et BC = 5 cm.

a) Quelle est la distance de B à la droite (AC) ? ....

b) Quelle est la distance de C à la droite (AB) ? ....



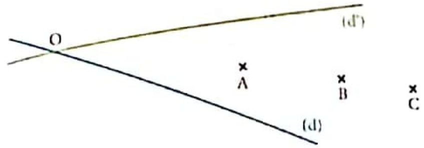
21



Sachant qu'un carreau mesure 0,5 cm de large et 0,7 cm de diagonale (environ), compléter le tableau suivant :

Distance du point à la droite	(d_1)	(d_2)	(d_3)	(d_4)	(d_5)	(d_6)
A						
B						
C						

22 (d) et (d') sont deux droites sécantes en O.



a) Compléter le tableau en utilisant une équerre et une règle graduée :

Distance du point à la droite	(d)	(d')
O		
A		
B		
C		

b) Que peut-on dire de la droite qui passe par O, A, B, et C ?

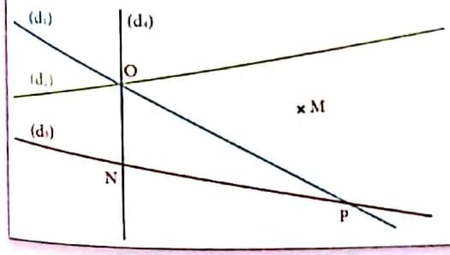
23 Placer les points suivants sur le dessin :

a) Le point A qui est le point de (d_1) le plus proche de M.

b) Le point B qui est le point de (d_2) le plus proche de N.

c) Le point C qui est le point de (d_3) le plus proche de O.

d) Le point D qui est le point de (d_4) le plus proche de P.



24 a) Tracer une droite (d) et placer un point M à 3 cm de la droite (d).

Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

b) Placer un autre point N à 3 cm de (d).

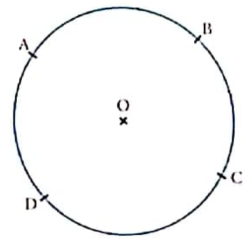
c) Tracer les droites où se trouvent tous les points situés à 3 cm de (d).

25 Tracer une droite (d) et marquer un point A sur (d) puis placer un point M situé à la fois à 5 cm de A et à 3 cm de (d).

26 Tracer deux droites (d) et (d') sécantes en O puis placer un point M situé à la fois à 4 cm de (d) et à 4 cm de (d').

Construction de tangentes

27 Construire les tangentes au cercle ci-dessous passant par les points A, B, C et D.



28 a) Trace un cercle ($\mathcal{C}$) de rayon 3,5 cm, trace un diamètre [AB] de ce cercle puis place un point M sur ($\mathcal{C}$) à 4 cm de B.

b) Construis trois tangentes (d_A), (d_B) et (d_M) en A, B et M au cercle ($\mathcal{C}$).

29 a) Trace une droite (d) et place un point E à 5 cm de (d) puis trace le cercle ($\mathcal{C}_1$) de diamètre 5 cm, passant par E et dont la droite (d) est une tangente.

b) Peux-tu tracer un cercle ($\mathcal{C}_2$) de diamètre 4,6 cm passant par E et dont la droite (d) est une tangente ? Justifie.

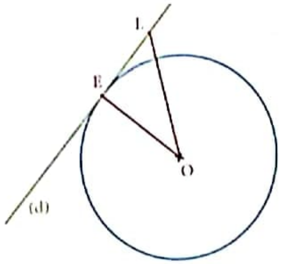
30 Trace deux droites parallèles (d) et (d'). Construis un cercle ($\mathcal{C}$) tel que (d) et (d') soient toutes les deux tangentes à ($\mathcal{C}$). Quelle est la position de son centre ?

31 **a)** Trace un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et deux rayons [OA] et [OB] perpendiculaires. Trace les tangentes à ($\mathscr{C}$) passant par A et B et place M, leur point d'intersection.

b) Quelle est la nature du quadrilatère OAMB ? Justifie.

32 Sur la figure ci-contre, (d) est la tangente en E au cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et L est un point appartenant à (d) tel que $\widehat{EOL} = 38°$.

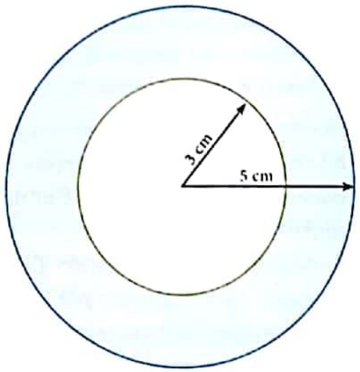
Calcule, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{OLE}$.



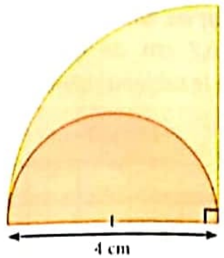
Aire, périmètre et dimensions

33 **a)** Exprimer à l'aide de π l'aire du disque de rayon 3 cm, puis l'aire de la couronne coloriée.

b) Prouver que cette aire est la même que celle d'un disque de diamètre 8 cm.

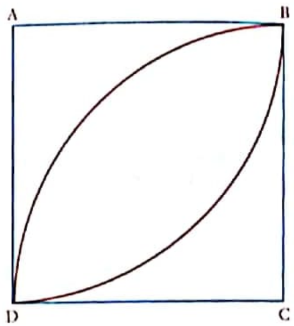


34 Exprimer les aires à l'aide de π et prouver que le domaine colorié en jaune a la même aire que le domaine colorié en orange.



35 **a)** Faire la figure.

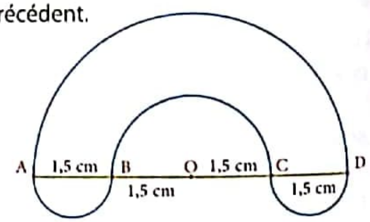
b) Calculer le périmètre de la figure dessinée en rouge : prendre 3,14 pour valeur approchée de π.



ABCD est un carré de côté 5 cm.

Les arcs ont pour centres A et C.

36 Même questions que pour l'exercice précédent.



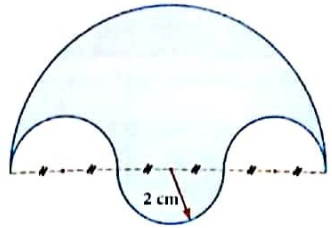
37 Recopier ce tableau.

Prendre 3,14 pour π, faire les calculs à la main et compléter ce tableau :

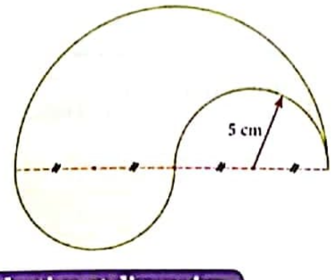
rayon en m	12		
diamètre en m		54	
longueur du cercle en m			226,08

38 Pour la question a) et b) exprimer, à l'aide de π, la valeur exacte de l aire du domaine en couleur, puis avec la calculatrice, donner une valeur approchée arrondie au mm².

a)

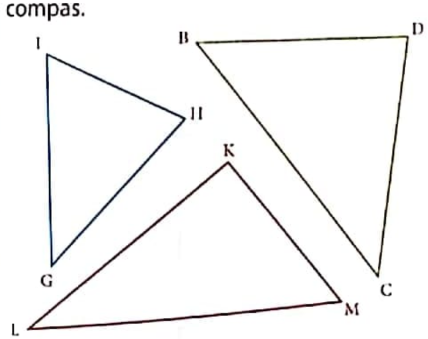


b)

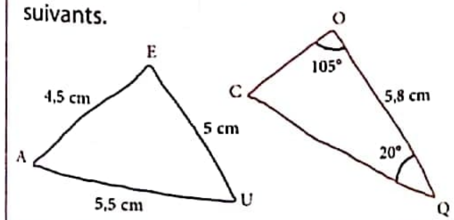


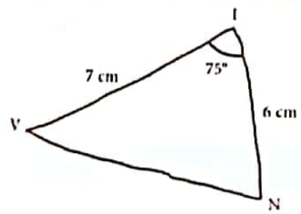
Reproduction et dimension

39 Reproduis les triangles suivants en utilisant uniquement une règle non graduée et un compas.



40 Reproduire en vraie grandeur, les triangles suivants.





41 Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur ces triangles.

a) Le triangle GHI tel que :

GH = 8 cm, HI = 5 cm et GI = 6 cm.

b) Le triangle MNO tel que :

MN = 4,5 cm, MO = 7 cm et $\widehat{NMO} = 48°$.

c) Le triangle DEF tel que :

$\widehat{FDE} = 45°$, DE = 8 cm et $\widehat{FED} = 28°$.

d) Le triangle ABC tel que :

AB = 4 cm, AC = 6,7 cm et $\widehat{BAC} = 132°$.

42 Dans chaque cas, dessine une figure à main levée (code les longueurs et les angles).

a) Le triangle POL isocèle en P tel que :

PO = 14 cm et LO = 5 cm.

b) Le triangle DYS isocèle en Y tel que :

DS = 7,2 cm et $\widehat{DYS} = 95°$.

c) Le triangle GEH isocèle en G tel que :

EG = 4,8 cm et $\widehat{GEH} = 57{,}2°$.

d) Le triangle MER équilatéral tel que :

ME = 5 cm.

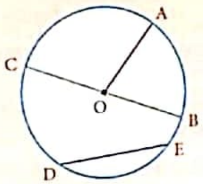
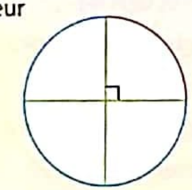
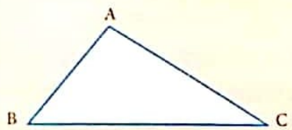
e) Le triangle FAC rectangle en C tel que :

CA = 6,5 cm et $\widehat{AFC} = 50°$.

f) Le triangle BUT rectangle isocèle en U tel que : BU = 3,8 cm.

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Sur la figure ci-dessous : 	[OA] est un rayon	[CB] est un diamètre	[DE] est un diamètre
2	Sur la figure ci-dessus :	[DE] est une corde	[OB] est une corde	[BE] est une corde
3	Si une droite (d) est tangente à un cercle 𝒞(O;r) alors le nombre de points d'intersection de (Δ) avec 𝒞(O;r) est :	zéro points	deux points	un seul point
4	Si (d) designe une droite tangente à un cercle 𝒞 (O;r) au point A alors :	(d) est perpendiculaire à (OA)	(d) est parallèle à (OA)	la distance de O à (d) est OA
5	L'aire d'un disque de rayon r et de diamètre d est :	π x r x r	2 x π x r	π x d x d
6	L'arc colorié en rouge dans le cercle ci-dessous est de longueur 	π x r	2 x π x r	π x r x 0,5
7	Dans le triangle ci-dessous : 	A appartient à la médiatrice de [BC]	A appartient au cercle de diamètre [BC]	A appartient aux deux cercles 𝒞(B;AB) et 𝒞(C;AC)

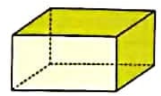
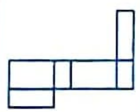
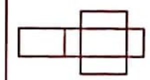
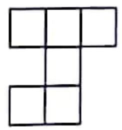
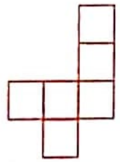
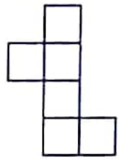
14 Prisme et cylindre

Je vais apprendre à :

- Reconnaître et fabriquer un prisme droit et un cylindre de révolution ;
- Dessiner, ces deux solides, en perspective cavalière ;
- Reconnaître et dessiner des patrons de ces deux solides ;
- Calculer l'aire latérale et l'aire totale d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution ;
- Calculer le volume d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution.

Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Dans un pavé droit 			
	• le nombre de faces est égal à	6	8	12
	• le nombre de sommets est égal à	6	8	12
	• le nombre d'arêtes est égal à	6	8	12
2	5 km² c'est aussi	5000000 m²	5000 m²	50 m²
	23m² c'est aussi	2300dm²	23 0000 cm²	230 dm²
3	350 dm³ c'est aussi	3500 cm³	35 m³	0,35 m³
4	60 cl c'est aussi	60 cm³	600 cm³	6 dm³
5	Quelle figure représente un patron de parallélépide rectangle ?			
6	Quel dessin est un patron de cube ?			

Activités de découverte

Activité 1 Prismes droits

On considère les prismes droits ci-dessous. Les faces coloriées sont les bases.
Les autres faces sont les faces latérales.

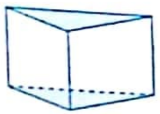


Fig. 1

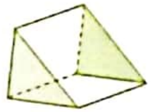


Fig. 2

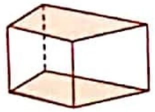


Fig. 3

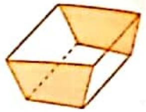


Fig. 4

1) Recopier et compléter le tableau :

	Nombre de faces	Nombre d'arêtes	Nombre de sommets	Nombre de côtés de chaque base	Nombre d'arêtes Latérales
Fig. 1	5	9	6	3	3
Fig. 2	....	....	....	....	....
Fig. 3	....	....	....	....	....
Fig. 4	....	....	....	....	....

2) Quelle est la nature des faces latérales de ces prismes ?
3) Comparer les deux bases d'un même prisme.

Activité 2 Patron de prisme

On a déplié le prisme droit (figure 1) où ED = 5cm, DF = 4cm, EF = 4,5cm et AD = 6cm. On obtient alors la figure 2.

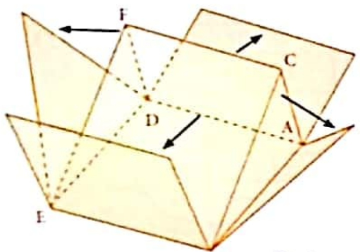


Fig. 1

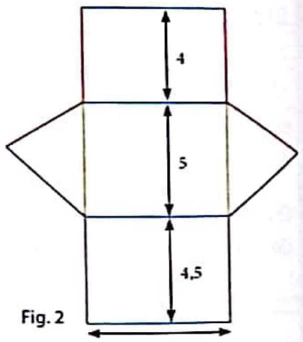


Fig. 2

1) Les segments bleus de la figure 2 ont la même longueur. Pourquoi ? et les segments verts ? et les segments rouges ?
2) Reproduire le patron de la figure 2 en vraie grandeur sur du papier cartonné.
Plier le carton suivant les lignes tracées pour obtenir le prisme droit.

Activité 3 Patron de cylindre

1) Une boîte de conserve cylindrique a un diamètre de base de 3 cm et une hauteur de 5cm. On la déroule sur une table comme ci-dessous.

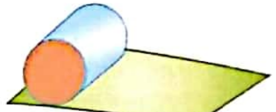


Fig. 1

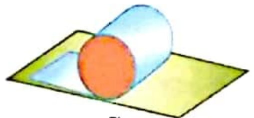


Fig. 2

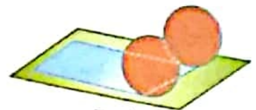


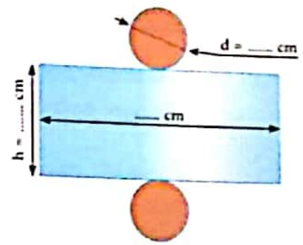
Fig. 3

Quelle forme géométrique a le développement sans les deux bases (partie bleue de la figure 3) ?

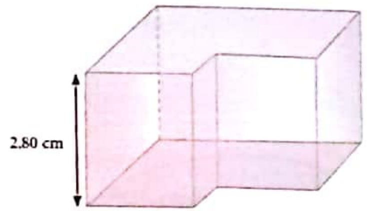
2) Le développement complet de cette boite est représenté ci-contre.

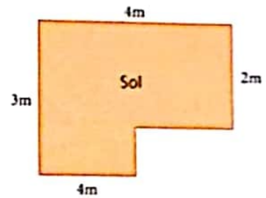
Déterminer les dimensions qui manquent sur la figure. Arrondir au mm.

3) Construire le patron de cette boîte puis le solide correspondant.



Activité 4 Aire latérale d'un prisme droit





La chambre de Mehdi

Les parents de Mehdi souhaitent repeindre sa chambre. Elle a la forme d'un prisme droit dont une base est le sol représenté sur la figure de droite.

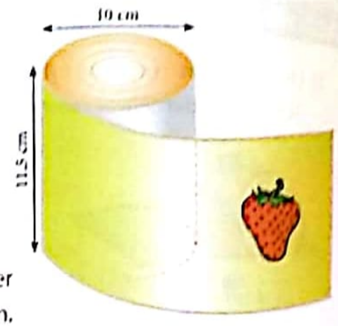
1) a) Calculer l'aire de chaque mur de la chambre puis l'aire totale des six murs.

b) Combien de multiplications et d'additions fait-on pour trouver le résultat ?

2) Retrouver l'aire latérale de cette chambre en utilisant une seule multiplication et des additions.

3) Expliquer par une phrase comment on peut calculer l'aire latérale d'un prisme droit.

Activité 5 Aire latérale d'un cylindre



Autour de la boite de conserve cylindrique, on a enroulé une feuille de papier comme le montre la figure ci-contre.

1.a) Calculer la valeur exacte de l'aire de cette feuille de papier.

b) Donner l'arrondi au centième de cette aire.

2. Expliquer par une phrase comment on peut calculer l'aire de la surface latérale d'un cylindre de révolution.

Activité 6 Volume du prisme droit

1) Calculer le volume du parallélépipède rectangle ci-dessous (figure 1).

2) On coupe ce pavé droit comme indiqué sur la figure 2. Quel est le volume du prisme ABCC'B' A'?

3) Dessiner la base ABC de ce prisme en vraie grandeur et calculer son aire.

4) Comment peut-on obtenir le volume du prisme connaissant l'aire de sa base et sa hauteur?

Fig. 1

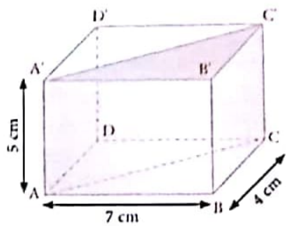
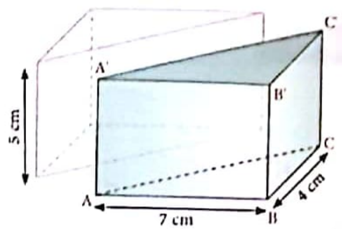
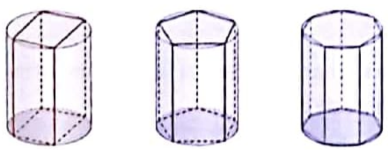


Fig. 2



Activité 7 Volume du cylindre



1) En examinant ces trois figures, essayer d'expliquer l'information ci-dessus ?

2) Une boite de jus de fruit a la forme d'un cylindre de hauteur 11cm et de base un disque de diamètre 6,2 cm.

a) Calculer la valeur exacte de l'aire B du disque de base.

b) Calculer la valeur exacte du volume V de ce cylindre en cm^3.

c) Calculer l'arrondi de V à l'unité.

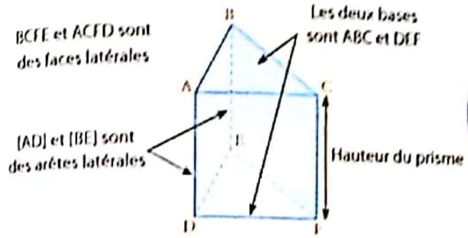
Exprimer la contenance de ce cylindre en cl en arrondissant à l'unité.

Cours

1- Prisme droit :

Définition

Un prisme droit est un solide qui a deux faces parallèles et superposables (les bases) et dont les autres faces (les faces latérales) sont des rectangles perpendiculaires aux bases.

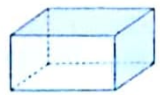


Propriétés

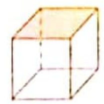
- Les arêtes latérales d'un prisme droit ;
  - sont parallèles ;
  - sont perpendiculaires aux bases ;
  - ont la même longueur appelée hauteur du prisme.
- Les deux bases :
  - sont parallèles ;
  - sont perpendiculaires aux faces latérales.

Exemples :

1) Le parallélépipède (ou pavé droit) est un prisme droit dont les bases sont rectangles.



2) Le cube est un prisme droit dont les bases sont des carrés.

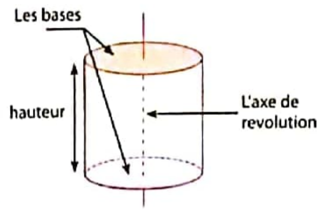


2- Cylindre de révolution :

Définition

Un cylindre de révolution est un solide qui possède :

- deux bases parallèles et superposables et qui sont toujours des disques ;
- une surface latérale courbe qui mise à plat est un rectangle.



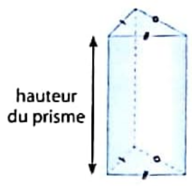
Un solide peut être représenté de deux façons différentes :

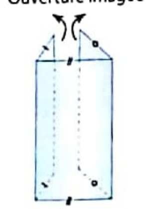
1ère façon	2ème façon
en perspective cavalière : C'est à dire les droites parallèles en réalité restent parallèles et dans le dessin les disques en réalité se représentent par des « ovales».	**à l'aide d'un patron :** Un patron est une surface plane qui doit permettre de reconstituer le solide sans superpositions et sans vides.

Exemples :

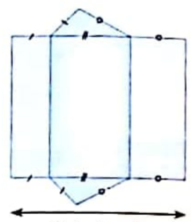
Prisme à base triangulaire

• En perspective cavalière



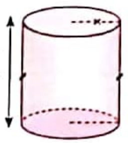


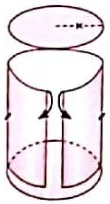
• À l'aide d'un patron



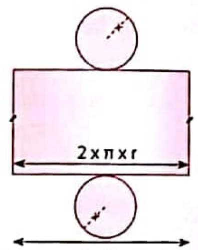
Cylindre de révolution

• En perspective cavalière





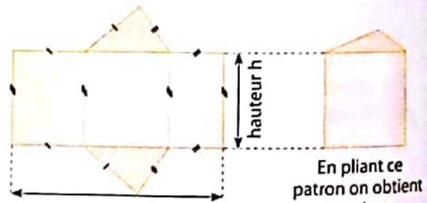
• À l'aide d'un patron



3- Aire latérale d'un prisme droit :

Propriété

• L'aire latérale du prisme s'obtient en multipliant le périmètre de sa base par la hauteur : $\mathscr{A} = p \times h$



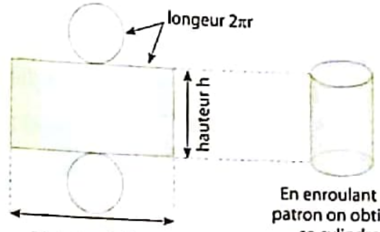
Remarque

• L'aire totale du prisme droit = aire latérale + l'aire des deux bases

4- Aire latérale d'un cylindre :

Propriété

• L'aire latérale du cylindre de révolution s'obtient en multipliant le périmètre de sa base par la hauteur : $\mathscr{A} = p \times h = 2\pi rh$



Remarque

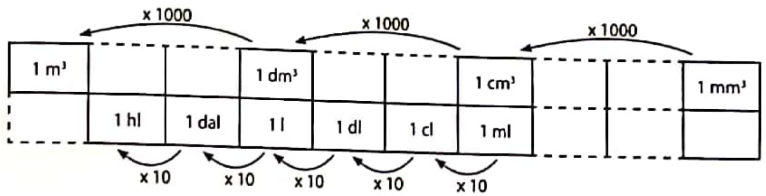
• L'aire totale du cylindre = aire latérale + l'aire des deux disques de bases.

a) Unités de volume et de contenance.

Le mètre cube (m^3) est le volume d'un cube d'arête 1m.

L'unité de volume est le mètre cube. On utilise aussi le litre.

1l = 1 dm^3



Ansi : • $1m^3 = 1000\ dm^3$ • $1dm^3 = 1000\ cm^3$ • $1cm^3 = 1000\ mm^3$ • 1hl = 100l

b) Convertire une mesure de volume.

Pour convertir dans d'autres unités 1,25 m^3, 3,25 dm^3 et 34,7 cm^3, on peut dresser un tableau de conversions.

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
		1	2	5	0						
					3	2	5	0			
							3	4	7	0	0

D'après le tableau : 1,25 m^3 = 1250 dm^3 ;

3,25 dm^3 = 3250 cm^3;

34,7 cm^3 = 34700 mm^3.

Pour obtenir la mesure en dm^3 d'un volume donné en m^3, on multiplie par 1000, donc on décale la virgule de trois rangs vers la droite : 1,250 m^3 = $1\,\underbrace{250}_{\text{3 rangs}}$ dm^3.

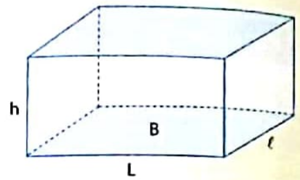
Pour changer d'unité de volume, on décale la virgule de trois rangs par unité.

c) Volume d'un parallélépipède rectangle

Propriétés

Un parallélépipède rectangle de dimensions L, ℓ et h a pour volume :

$$V = L \times \ell \times h$$



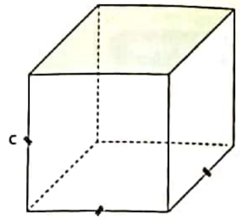
On peut remarquer que si B désigne l'aire d'une base de dimensions L et ℓ, alors :

$$V = B \times h.$$

Cas particulier :

Un cube de côté c a pour volume :

$$V = c \times c \times c = c^3$$

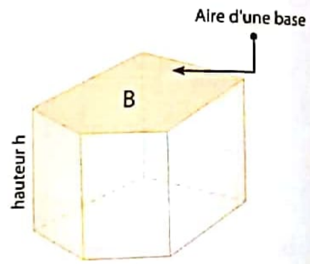


d) Volume d'un prisme droit

Propriétés

Un prisme droit de base d'aire B et de hauteur h a pour volume :

$$V = B \times h$$



e) Volume d'un cylindre de révolution

Propriétés

Un cylindre de révolution de base d'aire B et de hauteur h a pour volume :

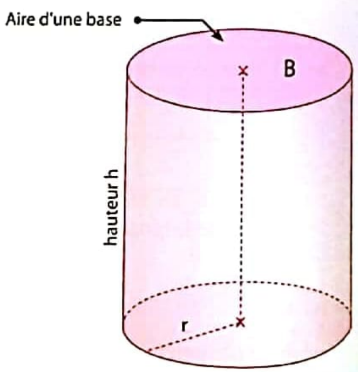
$$V = B \times h$$

Pour un cylindre de révolution de rayon r,

$$B = \pi r^2$$

et donc :

$$V = \pi r^2 h$$



Remarque

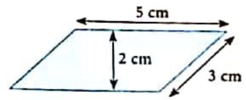
Pour calculer le volume d'un solide, il faut exprimer toutes les longueurs dans la même unité.

Méthodes et techniques

Exercice 1

Énoncé :

Calculer l'aire totale A d'un prisme de hauteur 10 cm. la base de ce prisme est le parallélogramme représenté ci-contre.



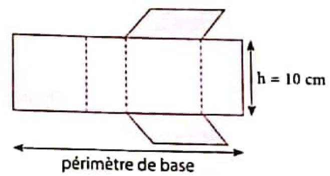
Solution :

- Calculons l'aire A d'une base :

$A_B = 5 \times 2$ (en cm²), soit $A_B = 10$ cm².

- Calculons l'aire latérale A_L :

$A_L = \underbrace{2 \times (5+3)}_{\text{périmètre d'une base}} \times \underbrace{10}_{\text{hautre du prisme}}$ (en cm²), soit $A_L = 160$ cm².



$A = A_L + 2 \times A_B$; soit $A = 160$ cm² $+ 2 \times 10$ cm².

$A = 180$ cm².

On retiendra que :

Aire totale d'un prisme = aire latérale + aire des deux bases

Aire latérale = périmètre de base x hauteur du prisme.

Exercice 2

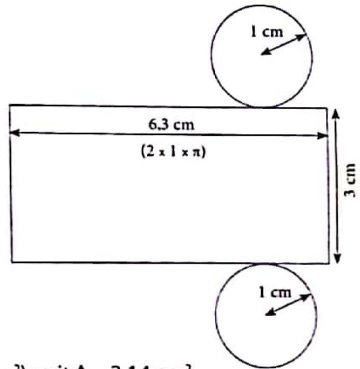
Énoncé : Tracer un patron de cylindre dont le rayon vaut 1cm et la hauteur 3cm. Calculer son aire totale : A.

Solution :

- Le périmètre d'un disque de base est égal à :

$2 \times 1 \times \pi$ (en cm), soit à peu près 6,3 cm.

Pour obtenir un patron du cylindre, on construit un rectangle de longueur 6,3cm et de largeur 3cm (la hauteur du cylindre) ainsi que deux disques de rayon 1cm (voir ci-contre).



- Calculons l'aire A d'une base : $A = 1 \times 1 \times \pi$ (en cm²), soit $A \approx 3{,}14$ cm².
- Calculons l'aire latérale A_L : $A_L = \underbrace{6{,}3}_{\text{périmètre d'une base}} \times \underbrace{3}_{\text{hautre du prisme}}$ (en cm²), soit si $A \approx 18{,}9$ cm².

$A = A_L + 2 \times A_B$; soit $A = 18{,}9$ cm² $+ 2 \times 3{,}14$ cm². D'où $A = 25{,}18$ cm².

On retiendra que :

Aire latérale d'un cylindre = périmètre d'une base x hauteur du cylindre = $2\pi r \times h$.

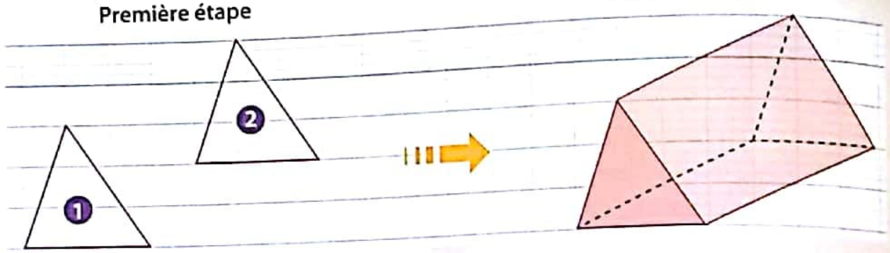
Aire totale = aire latérale + aire des deux disques de base = $(2\pi r \times h) + (2 \times \pi r^2)$.

Exercice 3

Énoncé : Représenter en perspective cavalière sur du papier-cahier, un prisme à base triangulaire.

Solution :

Première étape **Deuxième étape**



On trace deux triangles 1 et 2 superposables (les bases du prisme) en utilisant les nœuds du quadrillage.

On joint les sommets correspondants des triangles 1 et 2. On met en pointillés les arêtes cachées.

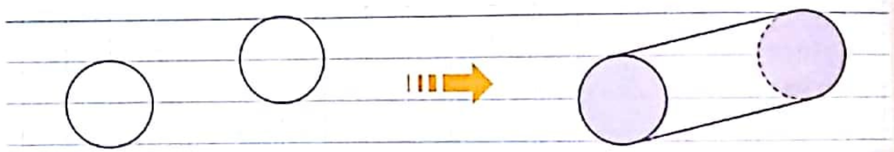
Deux droites parallèles dans la réalité sont représentées par deux droites parallèles sur le dessin en perspective cavalière. Attention ! Des arêtes perpendiculaires ne sont pas toujours représentées par des segments perpendiculaires.

Exercice 4

Énoncé : Représenter en perspective cavalière sur du papier cahier, un cylindre de révolution.

Solution 1 :

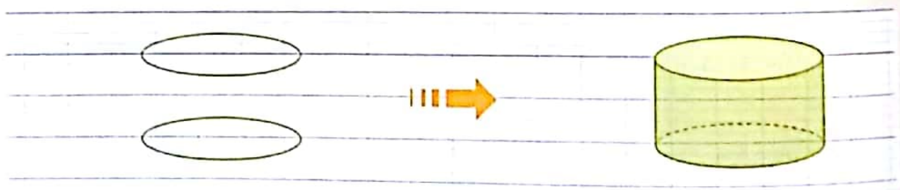
Première étape **Deuxième étape**



Les bases, qui sont vues de face, sont représentées par deux disques.

Solution 2 :

Première étape **Deuxième étape**



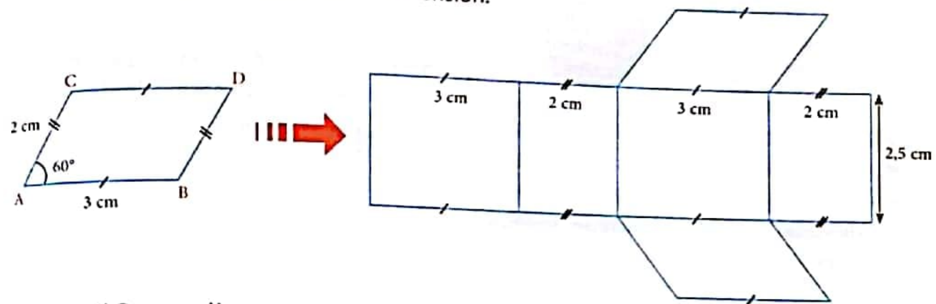
Les bases, qui ne sont pas vues de face, sont représentées par deux ovales que l'on dessine à main levée ou avec un pochoir.

Exercice 5

Énoncé : Fabriquer un prisme de 2,5 cm de hauteur et de base un parallélogramme ABDC avec AB = 3 cm, AC = 2 cm et $\widehat{BAC} = 60°$.

Solution :

1) On trace un parallèlogramme aux mesures indiquées.
2) On trace quatre rectangles ayant une dimension commune de 2,5 cm, et mesurant 2 cm ou 3 cm pour l'autre dimension.



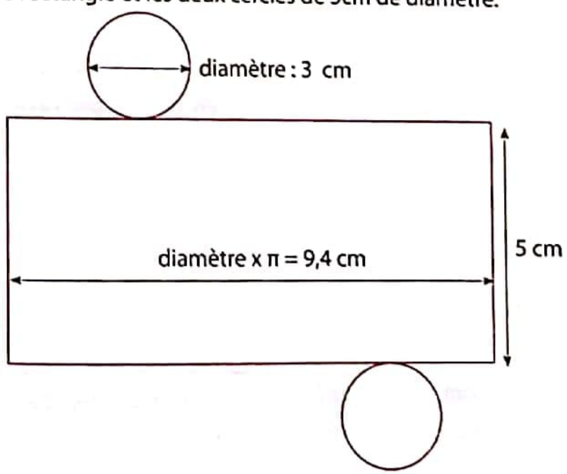
3) On complète par un autre parllélogramme de façon symétrique.

Exercice 6

Énoncé : Fabriquer un cylindre en papier de 5cm de hauteur et de 3cm de diamètre.

Solution :

1) On calcule les dimensions du rectangle formant la face latérale.
   Sa largeur est 5cm (c'est la hauteur du cylindre).
   Sa longueur est égale au périmètre des disques de base, soit :
   diamètre x π = 3 x π ≈ 3 x 3,14 soit 9,4 cm environ.
2) On trace le rectangle et les deux cercles de 3cm de diamètre.



Exercices et problèmes

Décrire un solide

1

Parmi les objets ci-dessus, indiquer ceux qui peuvent être schématisés par un cylindre ou un prisme droit. Préciser alors la nature géométrique de la base (disque, triangle, quadrilatère...).

2

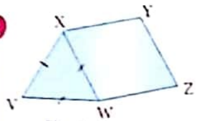


Fig. 1

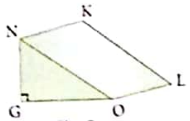


Fig. 2

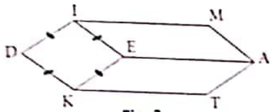


Fig. 3

Pour chacun des prismes droits ci-dessus :

a) nommer une de ses bases et indiquer sa nature exacte ;

b) citer un segment dont la longueur est égale à la hauteur du prisme ;

c) nommer une face latérale ;

d) indiquer le nombre d'arêtes cachées.

3 Un prisme droit a pour base un triangle. Combien a-t-il de sommets ? de faces ? d'arêtes ?

4 Reprendre les questions de l'exercice précédent si la base est un parallélogramme.

5 Les phrases suivantes sont-elles vraies ?

a) Un prisme droit peut avoir 11 sommets.

b) Un prisme droit peut avoir 6 faces.

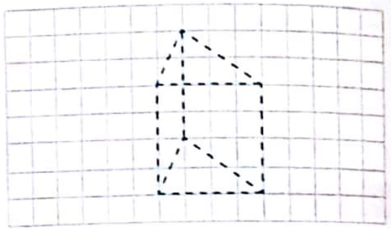
c) Un prisme droit peut avoir 12 arêtes.

d) Un prisme droit peut avoir 10 sommets et 12 arêtes.

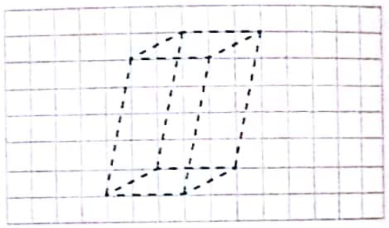
Représentation d'un solide

6 Reproduire le dessin ci-dessous en remplaçant certains pointillés par des traits pleins afin d'obtenir une représentation en perspective d'un prisme droit.

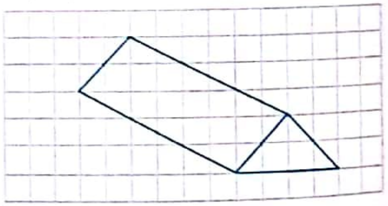
Donner deux solutions.



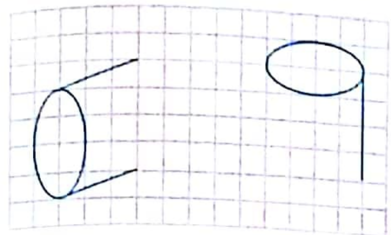
7 Même énoncé que l'exercice précédent



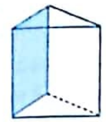
8 Reproduire la figure et dessiner les arêtes cachées pour obtenir une représentation en perspective cavalière.

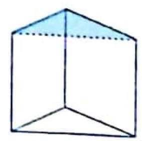


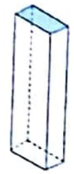
9 Reproduire et compléter les figures pour obtenir deux représentations en perspective cavalière de cylindres de révolution.

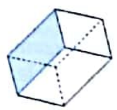


10 Reproduis les prismes suivant sur ton cahier et colorie, si c'est possible, une face parallèle à la face bleue.

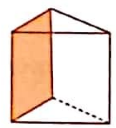
a) 

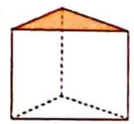
b) 

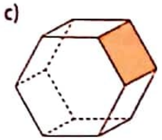
c) 

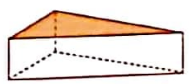
d) 

11 Reproduis ces prismes sur ton cahier et colorie si c'est possible une face perpendiculaire à la face rouge. Y a-t-il plusieurs solutions ?

a) 

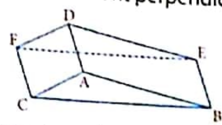
b) 

c) 

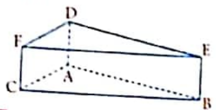
d) 

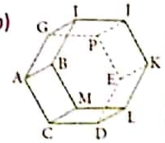
12 Produis le parallélépipède suivant sur ton cahier, puis colorie dans une même couleur toutes les arêtes parallèles. De combien de couleurs différentes auras-tu besoin ?

13 Cite toutes les paires d'arêtes dont tu peux affirmer qu'elles sont perpendiculaires.

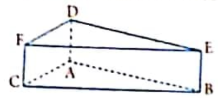


14 Cite toutes les paires d'arêtes dont tu peux affirmer qu'elles sont parallèles :

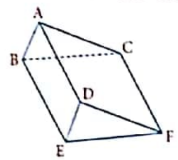
a) 

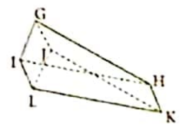
b) 

15 Combien d'arêtes perpendiculaires à la face ABC peux-tu trouver ? Cite-les toutes.

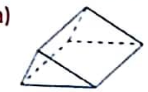


16 Quelle sont les arêtes cachées sur le prisme droit ABCDEF? Et sur GHIJKL?

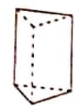




17 Colorie les dessins suivants pour qu'ils représentent des prismes droits en perspective cavalière.

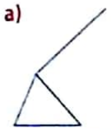
a) 

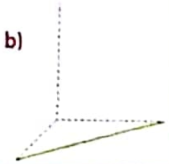
b) 

c) 

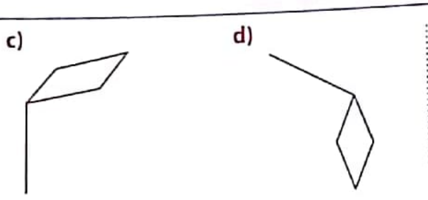
d) 

18 Complète les dessins suivants pour qu'ils représentent des prismes droits en perspective cavalière.

a) 

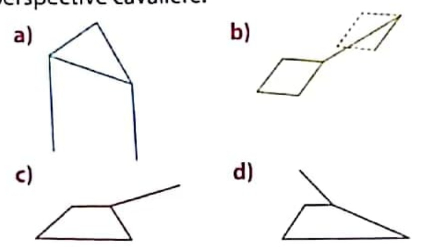
b) 

c) d)



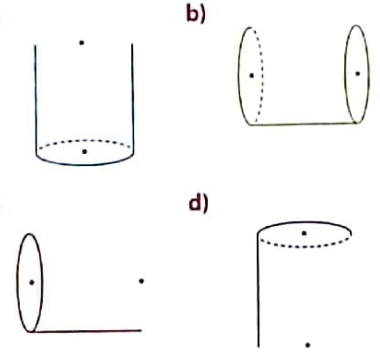
19 Complète les dessins suivants pour qu'ils représentent des prismes droits en perspective cavalière.

a) b) c) d)



20 Complète les dessins suivants pour qu'ils représentent des cylindres droits en perspective cavalière.

a) b) c) d)

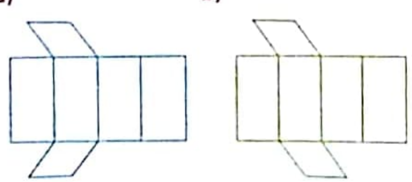


Patrons

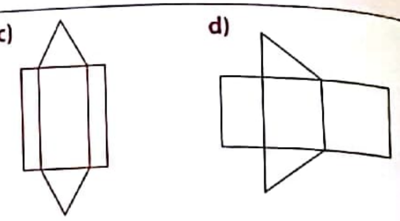
21 Les dessins suivants représentent-ils des patrons de prisme droit?

Justifie tes réponses.

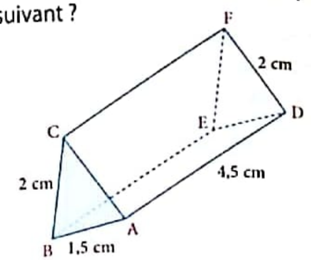
a) b)



c) d)



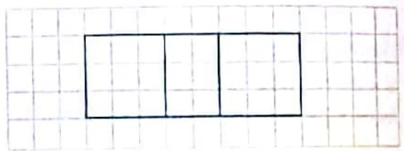
22 1) Combien de faces comporte le prisme droit suivant ?



2) Quelles sont les longueurs AC et BE ?

3) Tracer un patron de ce prisme droit.

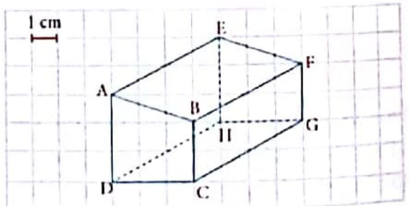
23 On a commencé ci-dessous sur papier quadrillé le dessin d'un patron de prisme droit à base triangulaire.



1) Combien de faces manque-t-il sur ce dessin ? Quelle est leur nature géométrique (triangle, quadrilatère, etc.) ?

2) Reproduire et compléter ce patron.

24 On donne le prisme droit suivant où AE = 6 cm.



1) Représenter sur papier quadrillé le solide BCDFGH.

2) Ce solide est-il un prisme droit ?

3) Tracer un patron de ce solide.

25 Un prisme droit a une base triangulaire et toutes ses arêtes ont la même longueur 3cm. Tracer un patron de ce prisme.

26 Un prisme droit a pour base un triangle dont les côtés mesurent 2cm, 3cm et 4cm. Tracer un patron de ce prisme sachant que sa hauteur mesure 5cm.

27 Tracer les patrons du solides dans chacun des cas suivants :

a) Hauteur du prisme : 7 cm.

Base : triangle équilateral de 4,5cm de côté.

b) Hauteur du prisme : 3,5 cm.

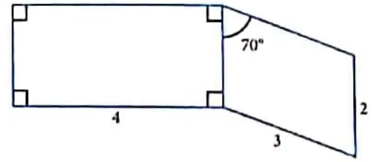
Base : parallélogramme dont une diagonale mesure 5 cm et les côtés 2,5 cm et 3 cm.

c) Hauteur du cylindre : 4 cm.

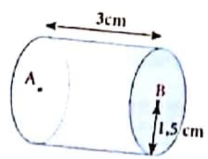
Rayon : 2,5 cm.

28 1) Reproduire la figure ci-dessous en vraie grandeur. (L'unité est le cm.)

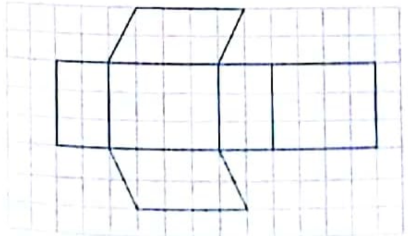
2) La compléter pour obtenir un patron de prisme droit.



29 Tracer un patron du cylindre ci-dessous.



30 1) Reproduire le patron ci-dessous.

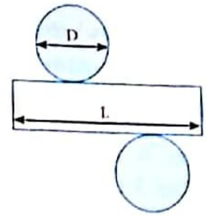


2) Colorier en bleu les bases du prisme. En utilisant du rouge et du vert, colorier les faces latérales de manière que deux faces parallèles soient de la même couleur.

31 Quels sont les faux patrons (à 1dm près) Pourquoi ?

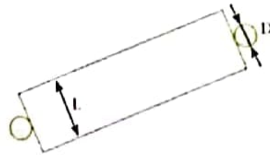
a)

D = 1,2 m
L = 3,14 m



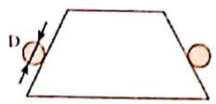
b)

D = 0,32 m
L = 1 m



c)

D = 0,35 m
L = 1,1 m



Aire latérale

32 On considère un cylindre de 84cm de haut et de 6cm de rayon.

1) Quelle est l'aire d"une base (résultat arrondi à 1 cm² près) ?

2) Quelle est l'aire latérale du cylindre (résulat arrondi à 1 cm² près).

33 La hauteur d'un prisme droit à base triangulaire est égale à 12 cm. Les côtes du triangle mesurent 3 cm, 4 cm et 6 cm.

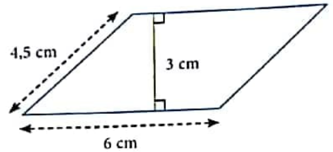
Calculer l'aire latérale du prisme en cm², en mm².

34 Pour isoler un tuyau de 20 cm de diamètre et 23m de long, on l'entoure d'une feuille de mousse.

1) Calculer l'aire en cm² de la feuille isolante à prévoir (reponse arrondie à 1 cm² près).

2) Convertir cette aire en m².

35 Le parallélogramme dessiné ci-dessous est une base d'un prisme droit de 10cm de haut.



1) Calculer l'aire latérale du prisme droit.

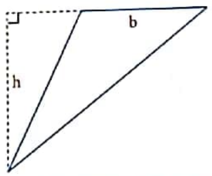
2) Calculer son volune en cm^3 , puis en mm^3.

Calcul de dimensions

36 Calculer la hauteur d'un pavé droit de longueur 3 cm et qui a le même volume qu'un cube d'arête 6 cm.

37 Calculer le rayon, puis le volume d'un cylindre de hauteur 18 cm et dont le périmètre de base est égal à 35 cm.

38 Recopier et compléter le tableau suivant qui concerne des prismes de hauteur H et dont la base est triangle ci-dessous.



b	5 cm	7 cm	0,2 m	...... m
h	3,5 cm	...... cm	...... dm	80 dm
H	7 cm	8 cm	25 cm	...... m
aire de base	...... cm^2	21 cm^2	...... dm^2	36 m^2
volume	...... cm^3	...... cm^3	5 dm^3	252 m^3

39 Recopier et compléter le tableau suivant qui concerne des cylindres. (Prendre 3,14 pour π).

rayon	5 cm	7 cm	0,2 m	...... m
hauteur	3,5 cm	...... cm	...... dm	80 dm
aire latérale	7 cm	8 cm	25 cm	...... m
aire de base	...... cm^2	21 cm^2	...... dm^2	36 m^2
Volume	...... cm^3	...... cm^3	5 dm^3	252 m^3

Tableau d'unités d'aire :

: 1000 000	: 10 000	: 100		x 100	x 10 000	x 1000 000
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2

40 Convertir en m^2 :

1) 0,7 km^2 ; 15 000 cm^2 ; 138 dm^2.

2) 26 dam^2 ; 0,05 km^2 ; 4 800 mm^2.

41 Convertir en cm^2 :

1) 4,3 dm^2 ; 0,57 m^2 ; 0,006 dam^2.

2) 24 mm^2 ; 1,9 hm^2 ; 820 dm^2.

42 Convertir en km^2 :

1) 350 000 m^2 ; 6 hm^2 ; 179 dam^2.

2) 12 millions de cm^2 ; 8 milliards de mm^2.

43 Convertir :

1) 0,5 m^2 = ... cm^2 ; 180 dm^2 = ... m^2.

2) 3 km^2 = ... m^2 ; 85 000 m^2 = ... hm^2.
(ou hectare)

Unités de volume

Tableau d'unités de volume :

: 1000 000	: 1000		x 1000	x 100 000	x 1000 000 000
hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3

44 Convertir en m^3 :

1) 8,3 dam^3 ; 54,6 dm^3 ; 8 dam^3.

2) 12 millions de cm^3 ; 7 milliards de mm^3.

45 Convertir en dm^3 :

1) 0,3 dam^3 ; 2500 mm^2 ; 8 dam^3.

2) 67,4 cm^3 ; 7,5 m^3 ; 2750 cm^3.

46 Convertir :

1) 0,2 m^3 = ... cm^3 ; 8,7 cm^3 = ... mm^3.

2) 43,8 dm^3 = ... dam^3 ; 12 359 m^3 = ... hm^3.

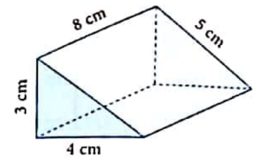
47 Convertir en litres sachant que 1l = 1 dm^3 :

27 m^3 ; 18 m^3 ; 250 cm^3
745 ml ; 33 cl ; 380 hl.

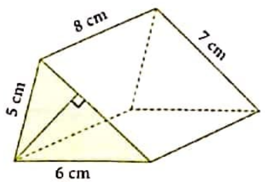
Calcul de volumes

48 Un prisme droit a une base triangulaire et toutes ses arêtes ont la même longueur 3 cm. Tracer un patron de ce prisme.

a)

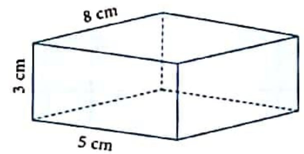


b)

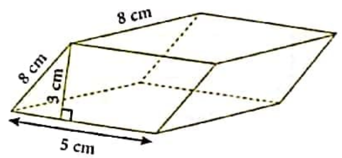


49 Calculer le volume de chacun des prismes droits suivants :

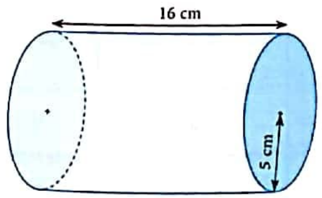
a)



b)



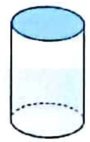
50 Calculer le volume du cylindre de révolution représenté ci-dessous.



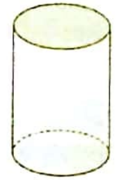
Donner son arrondi au cm^3.

51 Calculer le volume de chacun des cylindres suivants :

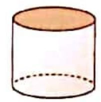
a) h = 7cm
r = 3cm



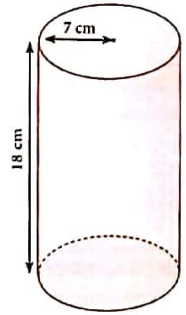
b) h = 13,4dm
r = 7,2dm

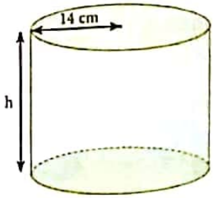


c) h = 3,5dm
r = 12cm



52 Voici deux cylindre de révolution.



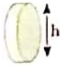
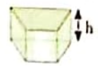
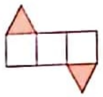
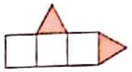
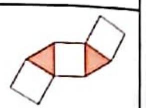
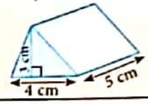
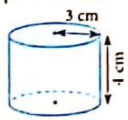
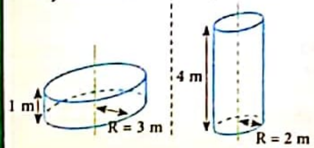


1) Calculer le volume du cylindre rouge.

2) Sachant que le cylindre vert a le même volume que le cylindre rouge.
Calculer la hauteur h.

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	On a représenté ci-contre un prisme droit en prespective cavalière :			
2	1 m^3 est égal à :	1 000 000cm^3	10 000l	1 000 dm^3
3	Sur quel dessin la hauteur h indique-t-elle la hauteur du solide?			
4	Indiquer celui de ces patrons qui ne permet pas de construire un prisme.			
5	Le volume du prisme droit ci-dessous exprimé en cm^3 est : 	60cm^3	30cm^3	12cm^3
6	Le volume du cylindre ci-dessous exprimé en cm^3 est : 	24π	36π	48π
7	L'aire latérale du cylindre ci-dessus exprimée en cm^2 est égale à :	24	36π	24π
8	Cylindre 1 Cylindre 2 			
	1. V_1 et V_2 sont les volumes des cylindres 1 et 2. On a :	$V_1 = V_2$	$V_1 > V_2$	$V_1 < V_2$
	2. S_1 et S_2 sont les aires latérales des cylindres 1 et 2. On a :	$S_1 = S_2$	$S_1 > S_2$	$S_1 < S_2$

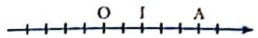
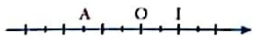
15 Droite graduée, repère dans le plan

Je vais apprendre à :

- Construire une droite graduée.
- Déterminer l'abscisse d'un point sur une droite graduée.
- Calculer la distance entre deux point sur une droite graduée.
- Construire un repère orthogonale.
- Déterminer les coordonnées d'un point dans un repère orthogonale.

Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

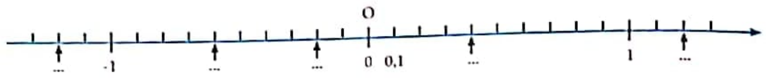
	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	 L'abscisse de A est :	un entier relatif positif	un entier relatif négatif	un entier décimal positif
2	 L'abscisse de A est :	1,5	-1,5	2,5
3	Said veut acheter un livre à 35,25 dh et il lui manque 5,7 dh. Il a ...	29,55 dh	28,95 dh	40,95 dh
4	Les deux nombres opposés sont	9,1 et -1,9	5,3 et 3,5	12,9 et -12,9
5	Si x = 2,7 - 1,9 + 3,7 alors	x = 4,5	x = -2,9	x = -1,9
6	La distance entre A et B est égale à ... 	la différence de l'abscisse de A et l'abscisse de B	la somme de l'abscisse de A et l'abscisse de B	le produit de l'abscisse de A et l'abscisse de B

Activité 1 Construction d'une droite graduée

Pour construire une droite graduée, Houda choisit d'abord un point O comme origine (O a pour abscisse 0). Puis elle place des nombres à gauche et à droite de 0 en reportant toujours la même longueur. Pour obtenir une graduation au dixième, elle partage chaque segment en 10 parties égales.

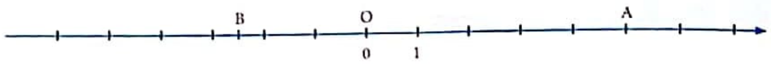
- À droite de 0, elle obtient les nombres 1, 2, 3,... ; à gauche, les nombres -1, -2, -3,...

Aide Houda à compléter les nombres manquants.



Activité 2 Abscisse d'une point sur une droite graduée

Sur la droite graduée ci-dessous, l'unité de longueur est le centimètre.



1) Quelle est l'abscisse du point A ? du point B ?

2) Tracer la droite graduée ci-dessus et placer :

a) le point C d'abscisse + 3,4 ; b) le point D d'abscisse - 5,7.

3) Sur cette droite graduée, placer les points E et F situés à l ,8 cm de l'origine O.

a) Que représente le point O pour le segment [EF] ?

b) Quelle est l'abscisse du point E ? du point F ?

4) Le point G a pour abscisse $-\frac{4}{3}$.

Placer le plus précisément possible le point G sur la droite graduée.

Activité 3 Distance sur une droite graduée

a) Donner les abscisses des points A, B, C, D de la droite graduée ci-dessus.

b) Donner la distance AB. Comment retrouver cette distance à l'aide des abscisses de A et B ?

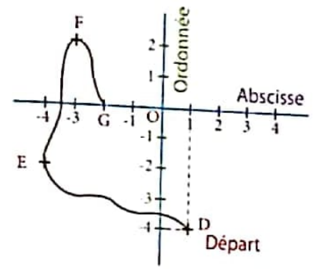
c) Donner les distances CD, AC et BD. Retrouver ces distances à l'aide d'une soustraction des abscisses des points.

d) Énoncer une règle pour déterminer la distance de deux points d'abscisses données sur une droite graduée.

Activité 4 Repérage dans le plan

Sur l'écran de sa console de jeux, Ahmed doit guider un personnage du point de départ D à l'arrivée A en passant par les points E, F, G, H.

Dans le repère d'origine O ci-dessous, on dit que D est le point de coordonnées (1 ; - 4) : 1 est l'abscisse de D et - 4 est l'ordonnée de D.



a) Écrire les coordonnées des points E, F et G.

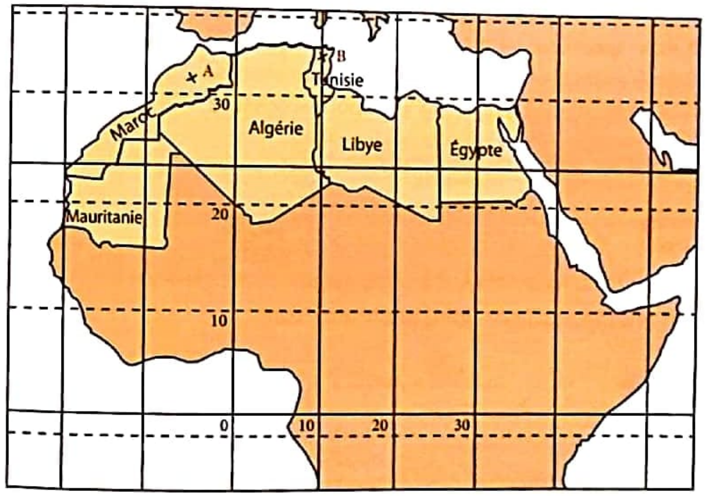
b) Tracer ce repère et placer le point H de coordonnées (0 ; - 2).

c) Placer le point A symétrique de E par rapport à l'axe des ordonnées.

Quelles sont les coordonnées de A ?

Activité 5 Coordonnées sur une carte

La carte ci-dessous représente une partie de l'Afrique :



1) En utilisant le quadrillage, lire les coordonnées de la ville A et celles de la ville B.

2) Peut-on déterminer les coordonnées de la ville de Tanger ?

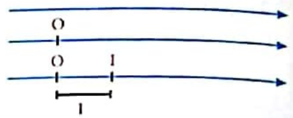
Cours

1- Droite graduée :

Définition

Une droite graduée est une droite sur laquelle on choisit :
- un sens,
- un point origine O,
- une unité de longueur.

Une droite graduée s'appelle aussi un axe.

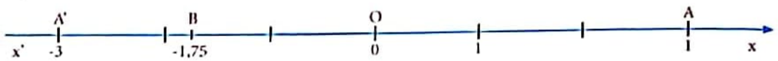


2- Abscisse d'un point :

Définition

Chaque point d'une droite graduée est repéré par un nombre appelé abscisse du point.
L'abscisse d'un point A se note x_A.

Exemple :



Le point origine O a pour abscisse 0.
Le point I situé après O et tel que OI = 1, a pour abscisse 1.

Les points O et I forment le repère de la droite graduée x'x.

Le point A situé après O et tel que OA = 3, a pour abscisse 3.
Le point B situé avant O et tel que OB = 1,75, a pour abscisse -1,75.
Le point A' situé avant O et tel que OA' =3, a pour abscisse -3.

3- Distance sur une droite graduée :

Définition

La distance entre deux points A et B situés sur une droite graduée est égale à :
AB = (plus grande abscisse) - (plus petite abscisse)

Remarque

Une distance est toujours positive.

L'abscisse de A est 1, l'abscisse de B est - 1,5.
De plus, - 1,5 < 1. Donc : AB = 1 - (- 1,5) = 1 + (+ 1,5) = 2,5.

4- Repère dans le plan :

Définition

Un repère du plan est constitué de deux droites graduées de même origine O. On dit que O est l'origine du repère.
En général, les deux droites sont perpendiculaires, et le repère est-dit orthogonal.

5- Coordonnées d'un point :

Définition

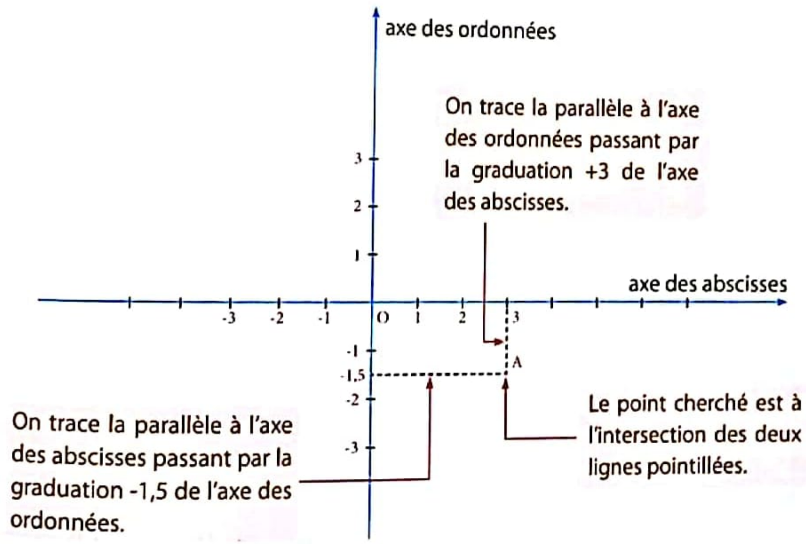
Dans un repère, chaque point est repéré par deux nombres appelés les coordonnées de ce point. Le premier nombre, lu sur l'axe horizontal, est l'abscisse et le second, lu sur l'axe vertical, est l'ordonnée.

Propriété

Le couple (abscisse, ordonnée) s'appelle les coordonnées du point.

Exemple :

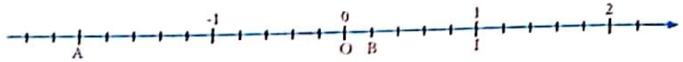
Tracer un repère du plan; placer le point A (3 ; - 1,5) dans ce repère.
L'abscisse du point A est 3.
L'ordonnée du point A est - 1,5.



Méthodes et techniques

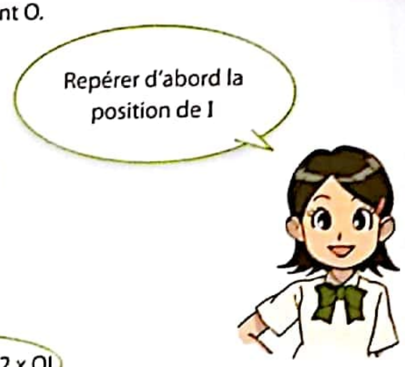
Exercice 1

Énoncé : Sur cette droite graduée, marquer les abscisses des points A et B.



Solution : Pour lire l'abscisse d'un point sur une droite graduée d'origine O :

- on observe s'il est à droite ou à gauche du point O,
- on cherche quelle est sa distance au point O.



Abscisse de A :

-2

A à gauche de O

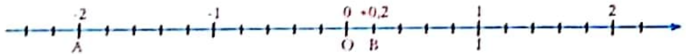
OA = 2 x OI

Abscisse de B :

+0,2

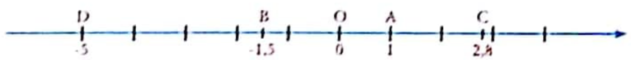
B à droite de O

$OB = \frac{1}{5} \times OI = 0,2 \times OI$



Exercice 2

Énoncé : Déterminer l'abscisse de A et l'abscisse de B sur la droite graduée suivante, puis calculer la distance AB.



Solution : L'abscisse de A est 1, l'abscisse de B est - 1,5.

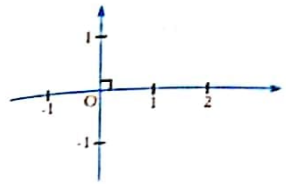
De plus, - 1,5 < 1. Donc : AB = 1 - (- 1,5) = 1 + (+ 1,5) = 2,5.

Exercice 3

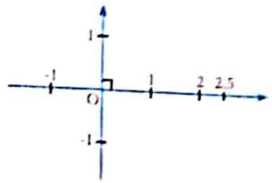
Énoncé : Dessiner un repère d'origine O et graduer la droite des abscisses et la droite des ordonnées en centimètres, puis placer le point A de coordonnées : (2,5; -1).

Solution :

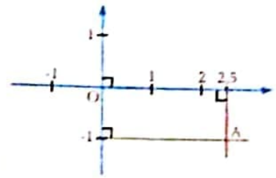
- On trace le repère demandé d'origine O.



- On place 2,5 sur la droite des abscisses.
- On place - 1 sur la droite des ordonnées.



- On trace les droites en rouge et en vert comme indiqué.
- On note A leur point d'intersection.



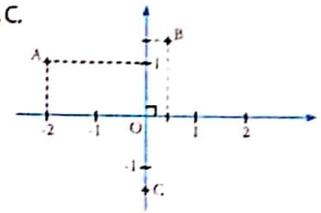
Exercice 4

Énoncé : Dans le repère ci-contre, on considère les points A, B, C.

a) Quelle est l'abscisse de A ?
- Quelle est son ordonnée ?
- Écrire les coordonnées de A.

b) Écrire les coordonnées des points B et C.

c) Placer les points D(2,5 ; 0) et E(- 2 ; - 0,5)



Solution :

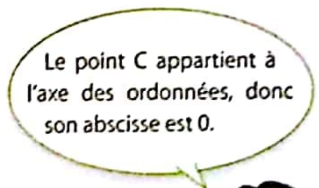
a)
- L'abscisse de A est - 2.
- L'ordonnée de A est 1.
- Coordonnées de A : (-2 ; 1).

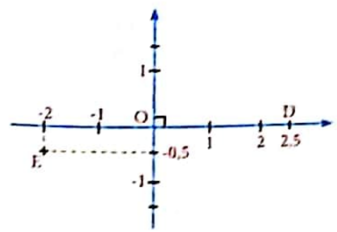
b) L'abscisse de B est 0,5 et son ordonnée est 1,5.

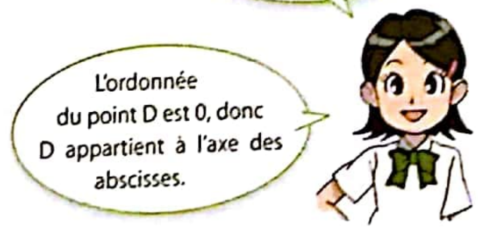
Coordonnées de B : (0,5 ; 1,5)

L'abscisse de C est 0 et son ordonnée est - 1,5.

Coordonnées de C : (0 ; - 1,5).



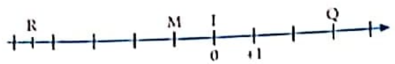




Exercices et problèmes

Droite graduée, abscisse d'un point

1



a) Reproduis la droite graduée en centimètre.

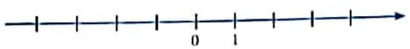
b) Quelle est l'abscisse des points I, M, R et Q ?

c) Place les points U (1,5), P (- 2) et E (- 3,3).

2 Donne l'abscisse de chacun des points M, N, P, Q, R de cette droite graduée.

3 Tracer une droite graduée comme ci-dessous, la prolonger et placer les points :

- A d'abscisse 4
- B d'abscisse - 3
- C d'abscisse - 4,5
- D d'abscisse - 0,5



4 a) Tracer une droite graduée avec le centimètre pour unité et d'origine O.

b) Placer le point M d'abscisse - 5,7.

c) Placer le point N dont l'abscisse est l'opposée de l'abscisse de M.

5 Ce tableau donne le décalage horaire (en heures) de plusieurs pays ou villes par rapport à l'observatoire de Creenwich.

Lieu	Maroc (Ma)	France (F)	Moscou (M)	New York (N)	Hawaii (H)
Décalage horaire	0	+1	+3	-5	-10

Représenter sur une droite graduée les informations données dans ce tableau.

6 a) Tracer une droite graduée.

b) Placer les points donnés ci-dessous.

Point	A	B	C	D	E
Abscisse	+2	-3	-5	+4,5	-2,5

7 a) Tracer une droite graduée avec le centimètre pour unité et d'origine O.

b) Placer les points : A d'abscisse + 5,4 ; B d'abscisse + 4,6 et C d'abscisse - 1,8.

c) Placer le milieu I du segment [AB] et le milieu J du segment [BC].

d) Lire l'abscisse de chacun des points I et J.

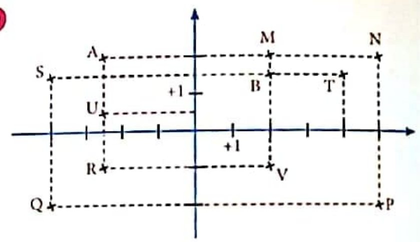
8 a) Sur papier millimétré tracer une droite graduée avec le centimètre pour unité et d'origine O.

b) Placer les points donnés ci-dessous :

$$F\left(+\frac{3}{2}\right);G\left(-\frac{7}{4}\right);H\left(+\frac{6}{5}\right);I\left(-\frac{28}{10}\right)$$

Repère dans le plan, coordonnées d'un point

9



a) Citer deux points qui ont la même abscisse que le point A.

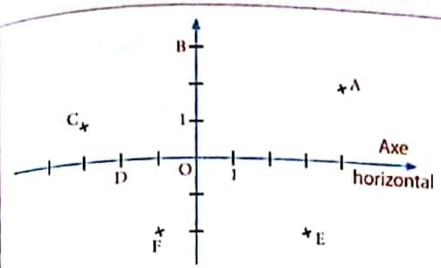
b) Citer deux points qui ont la même ordonnée que le point B.

c) Citer deux points qui ont une abscisse positive.

d) Citer deux points qui ont une ordonnée négative.

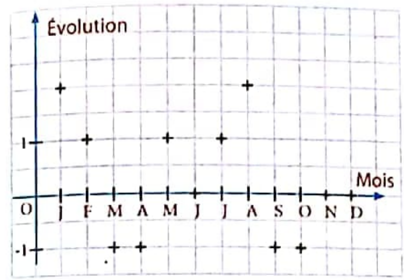
e) Citer deux points qui ont une abscisse et une ordonnée négatives.

10 Pour chaque point A, B, C, D, E, F, indiquer les deux nombres qui permettent de le repérer, en commençant par le nombre lu sur l'axe horizontal.

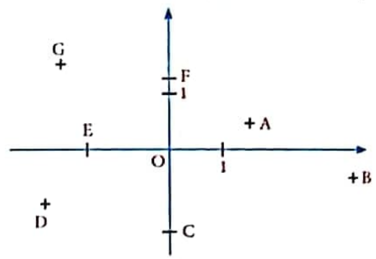


11 Ce graphique donne l'évolution du nombre d'accidents sur une route nationale entre un mois de 2008 et le même mois de 2009.

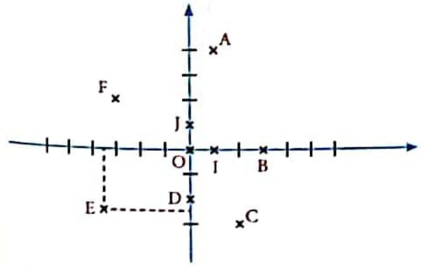
Quelle a été l'évolution en janvier ? en avril ? en novembre ?



12 Lis les coordonnées des points A, 8, C, D, E, F, G.



13 a) Donne les coordonnées des points O, I, J, A, B, C, D, E et F.



b) Recopie et complète les phrases suivantes :

- Les points ...., ... et .... ont une ordonnée nulle : ils sont sur l'axe des ....
- Le point D a pour abscisse .... : il est sur l'axe des ....
- Le point .... a pour coordonnées (2;- 3).
- Le point .... a pour coordonnées (-3;2).

14 a) Sur papier millimétré, trace un repère d'origine O et gradue en centimètres la droite des abscisses et la droite des ordonnées.

b) Place chacun des points suivants :

Point	Coordonnées
A	(1,7 ; 2,5)
B	(-1,5 ; 3)
C	(-2,5 ; -1,8)
D	(0 ; -3,8)
E	(2 ; 0)

15 Dans un repère, I, J, K sont trois points tels que : I(1,5; 1), J(1,5; -2,1), K(-2; 1).

1. a) On sait que L appartient à la droite (IJ). Quel renseignement peut-on en déduire sur l'une des coordonnées de L ?

b) On sait de plus que L appartient au segment [IJ]. Que peut-on dire des coordonnées de L ?

2. On sait que le point M de coordonnées (x , y) appartient à la demi-droite [IK). Que peut-on en déduire pour x et y ?

16 a) Trace un repère (O, I, J) d'unité 1 cm.

b) Place les points : A (4 ; - 3), B (- 5 ; - 1), C (2 ; - 1), D (- 4,5 ; 3) et E (1,3 ; 2,5).

c) Construis le point F, symétrique de C par rapport à l'origine O.

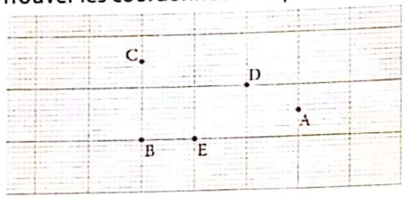
d) Quelles sont les coordonnées de F ? Que constates-tu ?

17 Les points A, B, C ont pour coordonnées : A (4; 0); B (- 2; - 1); C (-2;2). mais les axes ont été effacés.

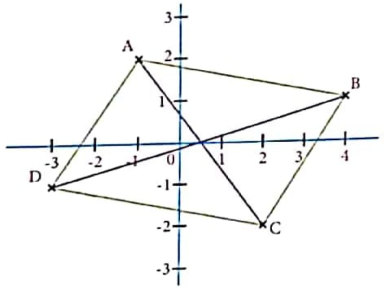
1) Décalquer les points de cette figure.

2) Marquer l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et l'origine O des axes.

3) Trouver les coordonnées des points D et E.



18



1) Donner les coordonnées des points A, B, C, D.

2. a) Calculer la différence :

«abscisse de A - abscisse de D», puis la différence : « abscisse de B - abscisse de C».

Que remarque-t-on ?

b) Calculer la différence : «ordonnée de A - ordonnée de D». puis la différence «ordonnée de B - ordonnée de C».

Que remarque-t-on ?

3. a) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

b) Donner les coordonnées de son centre I.

19 **1)** Dans un repère du plan où l'unité sur chaque axe est le centimètre, placer les points : L(-2,2;0) et M (2,8;0).

2. a) Calculer la distance LM.

b) Placer le point E, milieu du segment [LM], et donner ses coordonnées.

3. a) Construire au compas un point P tel que :

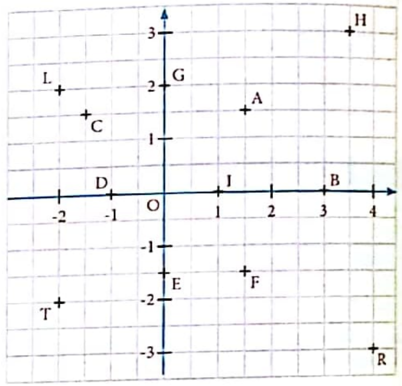
- la distance EP soit 2.5 cm ;
- l'ordonnée de P soit -1,7.

b) Combien y a-t-il de solutions possibles ?

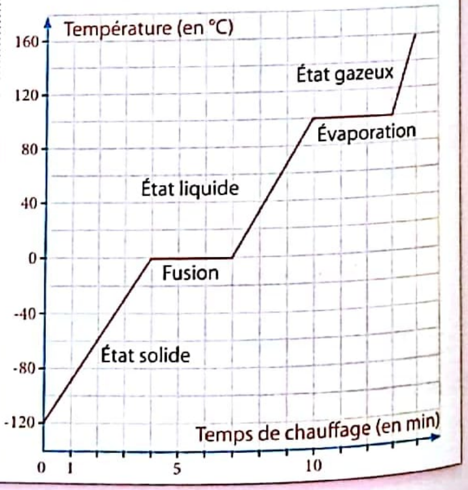
4. a) Comparer les distances EL, EM, EP.

b) Que représente le point E pour le triangle LMP ?

20 Suivre le chemin donné par les points de coordonnées : (4;-3), (0;-1,5), (-2;2), (1,5;1,5), (-2;-2), (1;0), (1,5;-1,5) pour former un mot utilisé dans ce chapitre.



21 Un bloc de glace est conservé à la température de -120 °C. On le chauffe pendant 14 min ; ce graphique représente ses différents états durant cette expérience.



a) Recopier et compléter ce tableau.

État	...	Glace commençant à fondre	...	...	...
Durée (en min)	2	4	8	10	14
Température (en °C)	...	...	...	...	...

b) Quelle est l'augmentation de la température entre les 2e et 8e minutes ? pendant les 14 premières minutes ?

22 Dans un repère d'origine O, le point R a pour coordonnées (- 2 ; + 3).

Le point T est le symétrique de R par rapport à l'axe des abscisses.

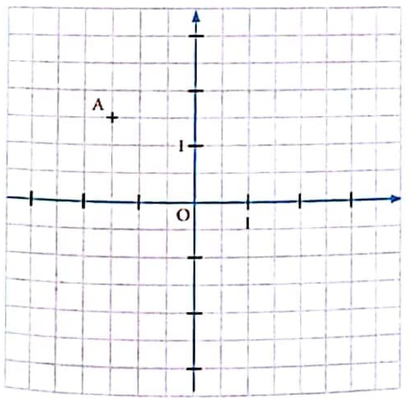
Le point E est le symétrique de R par rapport à l'axe des ordonnées.

a) Faire une figure et placer les points R, T et E.

b) Que peut-on dire des coordonnées :

- des points R et T ?
- des points R et E ?

23



1. a) Faire cette figure. Quelles sont les coordonnées du point A ?

b) Placer les points B, C et D pour que ABCD soit un carré qui admet les axes du repère pour axes de symétrie.

c) Quelles sont les coordonnées de B, C et D ?

d) Trouver le lien entre les coordonnées des sommets du carré et la longueur de ses côtés.

2. a) Le point A' a pour coordonnées (-3; +5).

Trouver les coordonnées de B', C' et D' pour que le quadrilatère A'B'C'D' soit un rectangle qui admette les axes du repère pour axes de symétrie.

b) Quelles sont les dimensions du rectangle ?

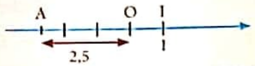
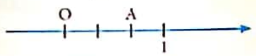
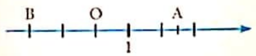
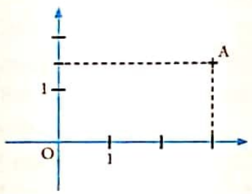
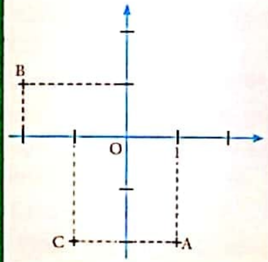
3) Les points I et J ont pour coordonnées respectives (- 5 ; 0) et (- 1,5; 0).

Quelles sont les coordonnées des points K et L pour que le quadrilatère IJKL soit un rectangle de dimensions 3,5 et 2,5 ?

(Envisager toutes les solutions).

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Sur cette droite graduée d'origine O. 	l'abscisse de A est 2,5	l'abscisse de A est -2,5	l'abscisse de A est 3,5
2	Sur cette droite graduée on peut dire que l'abscisse de A est égale à : 	$\frac{1}{3}$	2	$\frac{2}{3}$
3	La distance AB est égale à : 	4,5	-4,5	0,5
4	Dans ce repère du plan les coordonnées de A sont : 	(3 ; 1)	$(\frac{3}{2} ; 3)$	$(3 ; \frac{3}{2})$
5	Dans ce repère le point de coordonnées (-2 ; 1) est : 	A	B	C

16 Proportionnalité

Je vais apprendre à :

- Reconnaître un tableau de proportionnalité.
- Caractériser graphiquement la proportionnalité.
- Déterminer la quatrième proportionnelle.
- Calculer un pourcentage, un coefficient de proportionnalité.
- Calculer et utiliser une échelle d'une carte ou d'un dessin.
- Utiliser la proportionnalité entre temps et distance parcourue.

Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Un yaourt aux fruits coûte 2,5 dh. Le prix de 4 yaourts est	10 dh	11 dh	12 dh
2	Prendre 30% de 500 revient à effectuer	30 x 100 x 500	$30 \times \frac{500}{100}$	$30 \times \frac{100}{500}$
3	Pour obtenir les 20% d'une longueur de 70 m on effectue le calcul	$\frac{70 \times 20}{100}$	70 x 20	$\frac{70 + 20}{100}$
4	$36 \times \frac{4}{3}$ est égal à	16	27	48
5	1 km est égal à	10^3 cm	10^6 cm	10^9 cm

Activités de découverte

Activité 1 Tableau de proportionnalité

Dans une station-service, M. Driss fait le plein d'essence : 8 litres de super pour 90 dh.

a) Complète le tableau suivant :

nombre de litres d'essence	8	10	...	12	...
prix à payer (en dh)	90	...	45	...	67,5

b) Comment s'obtiennent les nombres de la deuxième ligne du tableau ?

Que peux-tu dire de la suite des nombres de la deuxième ligne du tableau et de la suite des nombres de la première ligne?

c) Représente graphiquement le tableau en prenant :

- 1 cm pour représenter 4 ℓ sur l'axe des abscisses,
- 1 cm pour représenter 15 dh sur l'axe des ordonnées.

Que remarques-tu? Était-ce prévisible?

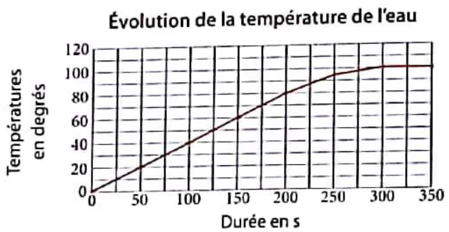
d) A l'aide du graphique, détermine :

- le prix à payer pour 30 ℓ de super;
- la quantité de super obtenue avec 225 dh

Activité 2 Graphique et proportionnalité

En cours de sciences physiques, Karim a fait chauffer de l'eau.

À l'aide d'une sonde qui mesure la température, il a obtenu le graphique suivant :



a) Complète le tableau à l'aide des coordonnées des points lues sur le graphique.

Durée en s	50	100	150	200
Température en °C	...	...	...	...

b) Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

c) La température de l'eau est-elle toujours proportionnelle à la durée de chauffage ? Pourquoi ?

d) À ton avis, quelle est la forme d'un graphique qui représente une situation de proportionnalité ?

Activité 3 Situation de proportionnalité

Après avoir traduit l'énoncé par un tableau de proportionnalité, résous les problèmes ci-dessous:

1) Une voiture a consommé 37 litres de carburant pour parcourir 250 km. Si la consommation de cette voiture ne change pas, combien de kilomètres peut-on parcourir avec 74 litres de carburant ?

2) Une bûche de bois sec de 3 kg fournit la même quantité d'énergie en brûlant que 920 g de gaz. Quelle masse de gaz fournit la même quantité d'énergie qu'une bûche de 5 kg de bois ?

3) Avant de repeindre sa chambre, Riad doit nettoyer et enduire les murs. Il met 3 heures pour préparer 5 m² de mur. Quelle est la durée nécessaire pour 1 m² ? Pour les 24 m² qu'il doit tapisser ? Donne tes réponses en fraction d'heures, puis en heures et minutes.

Activité 4 Proportionnalité et pourcentage

La production mondiale de riz était en 1987 de 463 millions de tonnes (Mt).

1) La Chine est le premier producteur de riz avec 36,7 % de la production mondiale. Calcule en millions de tonnes la production de riz de la Chine.

2) L'Inde vient au deuxième rang avec 90,5 Mt.

production de l'Inde (en Mt)	90,5	x
production mondiale (en Mt)	463	100

a) Trouve l'écriture fractionnaire de dénominateur 100 du quotient $\frac{90.5}{463}$.

b) Exprime la production de l'Inde en pourcentage de la production mondiale.

c) Le Japon produit 14,6 Mt, l'Indonésie 38,7 Mt.

Quels pourcentages de la production mondiale produisent ces deux pays ?

Activité 5 Vitesse

L'unité de vitesse la plus couramment utilisée au Maroc est le km/h. Cette unité n'est pas la plus adaptée en diverses situations.

a) Un escargot très pressé se dirige vers une salade à la vitesse de 0,006 km/h . Recopie et complète :

$$\frac{0{,}006\text{ km}}{1\text{ h}} = \frac{\text{........ m}}{\text{........ min}} = \frac{\text{........ cm}}{\text{........ min}}$$

Quelle est sa vitesse en m/h ? En m/min ? En cm/min ?

b) Utilise l'unité de vitesse la plus adaptée pour répondre aux questions :

- Combien de temps mettra l'escargot pour atteindre une salade située à 9 m ?
- Combien de temps mettra l'escargot pour atteindre une salade située à 70 cm ?

Cours

1- Tableau et coefficient de proportionnalité :

Définition

Un tableau est dit de proportionnalité, lorsque l'on obtient chaque nombre d'une ligne en multipliant le nombre correspondant de l'autre ligne par un même nombre, appelé coefficient de proportionnalité.

Exemple :

1)

Grandeur A	5	12	15
Grandeur B	2	4,8	6

On compare les quotients : $\frac{2}{5}$; $\frac{4,8}{12}$ et $\frac{6}{15}$.

Or, $\frac{4,8}{12} = \frac{48}{120} = \frac{2 \times 2 \times 12}{12 \times 5 \times 2} = \frac{2}{5}$; $\frac{6}{15} = \frac{3 \times 2}{5 \times 3} = \frac{2}{5}$

Les quotients sont tous égaux donc c'est un tableau de proportionnalité.

2) Lorsqu'un tuyau fuit, la quantité d'eau, en litres, qui s'écoule est proportionnelle à la durée, en heures, de la fuite.

Durée (en h)	10	20	30	40
Quantité d'eau (en L)	13	26	39	52

x 1,3

Ce tableau est un tableau de proportionnalité.

Le coefficient de proportionnalité de la première ligne vers la seconde est 1,3.

Cela signifie qu'en une heure, il s'écoule 1,3 litre : $1,3 = \frac{13}{10} = \frac{26}{20} = \frac{39}{30} = \frac{52}{40}$.

2- Représentation graphique :

Propriété

Si on représente, dans un repère, une situation de proportionnalité alors on obtient des points alignés avec l'origine du repère.

Exemple 1 : Le périmètre p d'un carré est proportionnel à son côté c puisqu'on a $p = 4c$.

Représente graphiquement le périmètre en fonction du côté.

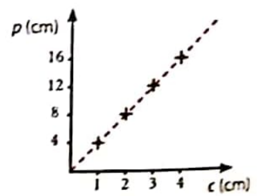
1) On choisit des valeurs pour le côté c.

2) On calcule les valeurs correspondantes du périmètre p.

côté c (en cm)	1	2	3	4
périmètre p (en cm)	4	8	12	16

x 4

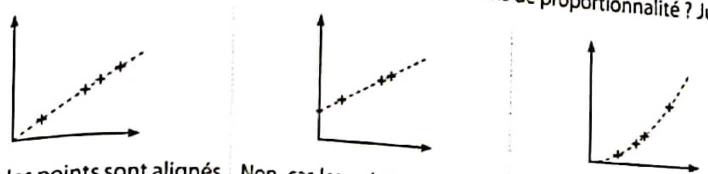
3) On place les points dans un repère comme ci-contre.



Propriété

Si une situation est représentée par des points alignés avec l'origine du repère alors c'est une situation de proportionnalité.

Exemple 2 : Ces graphiques représentent-ils des situations de proportionnalité ? Justifie.



Oui, car les points sont alignés avec l'origine du repère. | Non, car les points sont alignés mais pas avec l'origine du repère. | Non, car les points ne sont pas alignés.

3- Quatrième proportionnelle :

Définition

La quatrième proportionnelle, c'est le quatrième nombre à mettre dans un tableau de proportionnalité dont trois cases sont déjà remplies.

Propriété

Dans une situation de proportionnalité, la quatrième proportionnelle est le quatrième nombre (x) calculé à partir de 3 autres nombres déjà connus (a, b et c). Le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité.

a	c
b	x ?

a, b et c sont différents de zéro.

On a : $\frac{b}{a} = \frac{x}{c}$

Et donc : $a \times x = b \times c$ (égalité des produits en croix)

Exemple : Calcule le prix x de trois baguettes grâce au tableau de proportionnalité suivant.

Le prix du pain est proportionnel au nombre de baguettes achetées.

L'égalité des produits en croix donne :

Nombre de baguettes	5	3
Prix en DH	4,25	x ?

$5 \times x = 4,25 \times 3$.

Donc : $x = \frac{4,25 \times 3}{5} = \frac{12,75}{5} = 2,55$ DH.

4- Pourcentage :

Propriété 1

Calculer un pourcentage revient à écrire une proportion de dénominateur 100.

Exemple : Dans une classe de 25 élèves, 19 élèves ont un téléphone portable. Ces 19 élèves représentent 76 % des élèves de la classe. En effet :

$p = \frac{19}{25} = \frac{19 \times 4}{25 \times 4} = \frac{76}{100} = 76\%$ ou $p = \frac{19}{25} = 0,76 = \frac{76}{100} = 76\%$

Propriété 2

Calculer un pourcentage revient aussi à calculer une quatrième proportionnelle.

Exemple :

Dans une classe de 24 élèves, 15 étudient l'anglais.
Le pourcentage d'élèves qui étudient l'anglais est la quatrième proportionnelle p dans le tableau ci-contre. Donc 62,5 % des élèves de cette classe étudient l'anglais.

24	100
15	p

$\times \frac{15}{24}$

$p = 100 \times \frac{15}{24} = 62,5$

5- Echelle :

Définition

L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les distances sur le plan et les distances réelles, exprimées avec **la même unité** : $\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$

Exemple :

Sur une carte, 5 cm représentent 100 km, soit 10 000 000 cm. L'échelle d'une carte s'exprime par une fraction de numérateur 1, à savoir ici : $\frac{5}{10\,000\,000} = \frac{1}{2\,000\,000}$.

On dit que la carte est au « deux millionnièmes » et l'on note parfois l'échelle : 1/2 000 000.

Remarque 1

- Un coefficient de proportionnalité qui est le quotient de deux grandeurs de même unité (ici des cm) est sans unité. Une échelle n'a pas d'unité.
- Lors d'une réduction l'échelle est exprimée par un nombre inférieur à 1 ; on la note si possible par une fraction de numérateur 1.
- Lors d'un agrandissement l'échelle est exprimée par un nombre supérieur à 1.

Remarque 2

Pour calculer une longueur manquante dans une représentation à l'échelle, on peut calculer une quatrième proportionnelle.
Pour calculer une échelle, on peut chercher à calculer un coefficient de proportionnalité.

6- Mouvement uniforme :

Définition

Un mouvement uniforme, c'est un déplacement pour lequel la distance parcourue est proportionnelle à la durée du parcours.

Exemple :

Un automobiliste a noté la distance totale parcourue à plusieurs instants du trajet.
On cherche à savoir si le mouvement de l'automobiliste est un mouvement uniforme. On calcule les durées et les distances et on reporte les résultats dans un tableau.

Horaire	Distance totale (en km)
8h	0
9h	120
10h30	300
11h	360

Durées (en h)	1	1,5	0,5
Distances (en km)	120	180	60

On a : $\frac{120}{1} = \frac{180}{1,5} = \frac{60}{0,5} = 120$ donc ce tableau est un tableau de proportionnalité.

La distance semble proportionnelle à la durée du parcours ; il faudrait mesurer la vitesse à chaque instant pour en être sûr !

Remarque

- Le coefficient de proportionnalité est ici, la vitesse de la voiture en km par heure.
- Calculer des durées ou des distances dans le cas d'un mouvement uniforme revient à calculer une quatrième proportionnelle.

Exercices résolus

Méthodes et techniques

Exercice 1

Énoncé : Voici un tableau de proportionnalité.

a) Calculer x b) Calculer y

2	15	y
3	x	15,6

Solution :

a) $x = 15 \times \frac{3}{2} = \frac{45}{2}$; Donc : x = 22,5.

2	15	$\times \frac{3}{2}$
3	x	

$\frac{3}{2}$ est le nombre par lequel multiplier 2 pour trouver 3

b) $y = 15{,}6 \times \frac{2}{3}$; Donc : y = 10,4.

2	y	$\times \frac{2}{3}$
3	15,6	

$\frac{2}{3}$ est le nombre par lequel multiplier 3 pour trouver 2

Exercice 2

Énoncé : Avec 15 kg de blé, on obtient 12 kg de farine. On suppose qu'il y a proportionnalité entre la quantité de blé et la quantité de farine obtenue.

a) Quelle quantité de farine obtient-on avec 25 kg de blé ?

b) Quelle quantité de blé faut-il pour obtenir 36 kg de farine ?

Solution : La situation se traduit par le tableau de proportionnalité ci-dessous :

Masse de blé (en kg)	15	25	...
Masse de farine (en kg)	12	...	36

x 0,8

a) Le coefficient de proportionnalité de la première ligne vers la seconde est 0,8.
et 0,8 x 25 = 20.
Donc avec 25 kg de blé, on obtient 20 kg de farine.

$\frac{12}{15} = 0{,}8$.
Ce coefficient signifie qu'avec 1 kg de blé, on obtient 0,8 kg de farine.

b) On remarque que 36 = 3 x 12.
On effectue alors 3 x 15 = 45.
Donc il faut 45 kg de blé pour obtenir 36 kg de farine.

Autre méthode : le coefficient de proportionnalité de la deuxième ligne vers la première est $\frac{12}{15}$ soit 1,25. et 1,25 x 36 = 45.

Exercice 3 Trouver une échelle

Énoncé : Sur une carte géographique, on peut voir le segment suivant qui mesure 4 cm :

0 — 500 km — 1 000 km

Quelle est l'échelle de la carte ?

Solution : 4 cm sur la carte représentent 1 000 km en réalité.
1 cm sur la carte représente en réalite $\frac{1\,000}{4}$ km, soit 250 km.
250 km = 25 000 000 cm,
donc l'échelle est $\frac{1}{25\,000\,000}$

Remarque

Attention aux unités ! les calculs sont faits avec la même unité.

Exercice 4

Énoncé : a) Sur «une carte a l'échelle $\frac{1}{5\,000\,000}$, la distance entre deux villes est 4,8 cm.
Quelle est en réalité la distance à vol d'oiseau entre les deux villes ?
b) Quelle longueur sur cette carte séparera deux villes distantes a vol d'oiseau de 360 km ?

Solution : L'échelle $\frac{1}{5\,000\,000}$.
Cela signifie que 1 cm sur la carte représente 5 000 000 cm dans la réalité soit 50 km.
On peut donc créer le tableau de proportionnalité :

On peut conserver les longueurs en cm et convertir ensuite mais cela implique des calculs avec de grands nombres.

Distance sur le plan (en cm)	1	4,8	y
Distance dans la réalité (en km)	50	x	360

x 50 $\times \frac{1}{50}$

a) x = 4,8 x 50 = 240, donc la distance à vol d'oiseau entre les deux villes est 240 km.

b) $y = 360 \times \frac{1}{50} = \frac{360}{50} = 7{,}2$, donc sur la carte les deux villes seront distantes de 7,2 cm.

On aurait aussi pu multiplier par 0,02. car $\frac{1}{50} = 0{,}02$.

Exercices et problèmes

Tableau et coefficient de proportionnalité

1 Un cinéma propose les tarifs suivants.

Nombre de séances	1	4	12
Prix à payer (en dh)	7	28	80

Le prix est-il proportionnel au nombre de séances ? Justifie ta réponse.

2 Voici les indications données pour la cuisson d'un poulet dans un four.

Poids du poulet (kg)	1,5	2	2,5
Temps de cuisson (min)	60	80	90

Y a-t-il proportionnalité entre le poids et le temps de cuisson ?

3 Recopie puis complète les tableaux de proportionnalité par la méthode de ton choix.

a)

1	4	...	20	...
0,6	...	1,2	...	66,6

b)

2	4	...	20	...
5	...	15	...	60

4 a) Vérifier que le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

4	12	56
5	15	70

x ... x ...

b) Indiquer les coefficients de proportionnalité sous forme fractionnaire ou décimale.

5 Ce tableau donne la hauteur du 1er rebond d'une balle en fonction de la hauteur à laquelle elle a été lâchée :

hauteur à laquelle la balle est lâchée (m)	12	10	15	8	6	20
hauteur du 1er rebond (m)	3	2,5	3,75	2	1,5	5

La hauteur du 1er rebond est-elle proportionnelle à la hauteur du lâcher?

Si oui, chercher le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la 1ère ligne à la 2ème ligne du tableau.

6 Reconnaître si les tableaux suivants sont des tableaux de proportionnalité. Lorsque c'est le cas, préciser un coefficient de proportionnalité.

n° 1

8	12	20
2	3	5

n° 2

5	4	8
15	14	18

n° 3

2	4	8
15	30	60

n° 4

5	6	3
25	30	15

7 1. a) Recopier et compléter ce tableau :

Côté d'un carré (en m)	2	5	6	10
Aire du carré (en m²)	...	...	...	...

b) Y a-t-il proportionnalité entre l'aire et le côté ?

2. Des rectangles ont tous 2 m de largeur.

a) Calculer les aires des rectangles de longueur 3 m, 8 m et 12 m.

b) Les aires de ces rectangles sont-elles proportionnelles aux longueurs ?

8 Des enfants se partagent équitablement 60 bonbons. Recopier et compléter :

Nombre d'enfants	2	4	5	6	10
Part de chacun	30	...	...	...	...

Le nombre de bonbons d'une part est-il proportionnel au nombre d'enfants ?

Présentation graphique

9 a) Représenter graphiquement le tableau de l'exercice 5.

b) A l'aide du graphique, trouver la hauteur du premier rebond lorsque la balle est lâchée à 17 m.

c) A l'aide du graphique, trouver à quelle hauteur doit être lâchée la balle pour que la hauteur du premier rebond soit 5,75 m.

10 Le périmètre d'un rectangle de 5 m de large est fonction de sa longueur.

a) Compléter le tableau suivant :

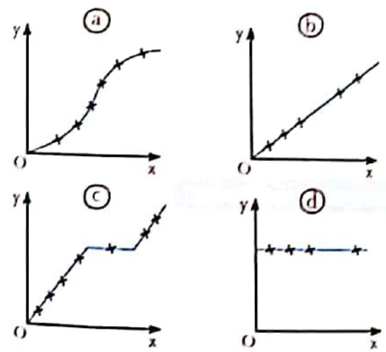
longueur du rectangle (m)	6	21,4	10	7,8	...	...
périmètre du rectangle (m)	...	...	...	...	34	25

b) Le périmètre de ce rectangle est-il proportionnel à sa longueur ?

c) Représenter graphiquement ce tableau. Retrouver à l'aide du graphique la réponse de la question b.

11 Examiner les graphiques ci-dessous.

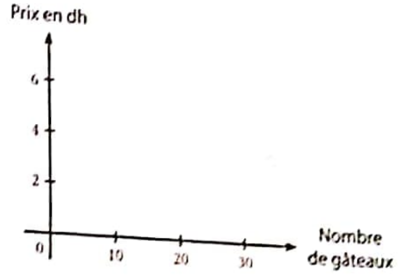
Indiquer ceux qui représentent une relation de proportionnalité.



12 Voici un tableau indiquant le prix de plusieurs paquets de gâteaux en fonction du nombre de gâteaux qu'ils contiennent.

Nombre de gâteaux	10	20	30
Prix du paquet en dh	2	4	6

Reproduire le graphique suivant et placer les points correspondants aux données du tableau.



À l'aide du graphique, expliquer comment reconnaître la proportionnalité dans cette situation.

Quatrième proportionnelle

13 3 kg de peinture couvrent 15 m².

Pour calculer combien de kg de peinture sont nécessaires pour peindre 25 m², recopier et compléter :

- 3 kg de peinture couvrent 15 m².
- ... kg de peinture couvre 5 m².
- ... kg de peinture couvrent 25 m².

14 Une usine produit 1 200 bouteilles en 3 heures.

a) Combien de bouteilles produit-elle en une heure ? En deux heures ?

b) Combien de temps faut-il pour produire 6 000 bouteilles ?

15 Ce tableau est un tableau de proportionnalité.

Calculer la 4^e proportionnelle y.

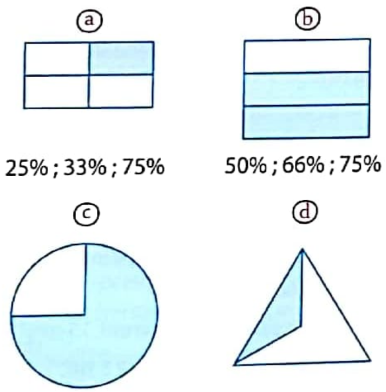
volume d'une pièce de 16 m² (m³)	40	y
hauteur de la pièce (m)	2,5	3,1

16 Une source donne 14 L d'eau en 3 minutes. Utiliser la méthode la plus simple pour calculer x et y.

Temps écoulé en min	3	60	y
Volume d'eau en ℓ	14	x	42

Pourcentage

17 Choisir parmi les trois propositions le pourcentage de l'ensemble que représente la partie colorée.



ⓐ 25% ; 33% ; 75%

ⓑ 50% ; 66% ; 75%

ⓒ 50% ; 33% ; 75%

ⓓ 25% ; 33% ; 75%

18 Dans une grande surface le chiffre d'affaires annuel est de 87,6 millions Sachant que le rayon alimentation représente 78 % du chiffre d'affaires total, calculer le chiffre d'affaires du rayon alimentation.

19 Lorsqu'on chauffe une boîte métallique de 400 cm³, son volume augmente de 0,042 %.

Quelle est l'augmentation de volume de la boîte?

20 En 2016, il y avait 650 élèves dans un collège. En 2017, ce nombre a augmenté de 2 %.

Combien y avait-il d'élèves dans ce collège en 2017 ?

21 Un jardin qui a 30 m de long dans la réalité a une longueur de 3 cm sur un plan.

Quelle est l'échelle de ce plan?

22 Détermine, l'échelle utilisée sur une carte routière, la distance entre deux villes est de 15 cm.

En réalité, cette distance est de 300 km.

23 Un terrain de football représenté à l'échelle $\frac{1}{500}$ est un rectangle de 23,1 cm de longueur sur 13,6 cm de largeur. Quelles sont les dimensions réelles de ce terrain de football ?

24 Un dessin est à l'échelle $\frac{1}{10}$.

a) La taille d'un homme sur le dessin est de 17,9 cm. Quelle est en m, sa taille réelle ?

b) Dans la réalité une voiture mesure 3,7 m de long.

Quelle est en cm, la longueur de cette voiture sur le dessin ?

Mouvement uniforme

25 Un train animé d'un mouvement uniforme parcourt 1 km en 40 secondes.

1) Quelle distance parcourt-il en 1 seconde?

2) Quelle distance parcourt-il pendant une heure si son mouvement reste uniforme ?

26 Un véhicule a effectué 98 km en 1h10 min. En supposant son mouvement uniforme, quelle distance a-t-il couverte en une heure ?

27 La lumière du Soleil met environ 8 min18 s pour parvenir à la Terre.

La distance entre la Terre et le Soleil est de 149 400 000 km.

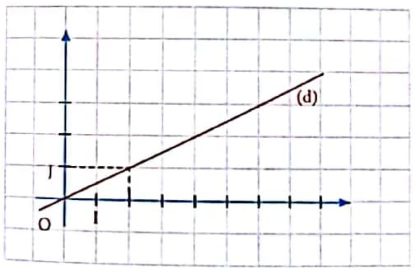
Quelle distance parcourt la lumière en une seconde ?

28 Il faut 4 heures à 8 ouvriers pour peindre un mur de 900 m².

En travaillant au même rythme quel temps mettront 4 ouvriers pour peindre un mur de 300 m² ? un mur de 1 350 m² ?

Problèmes

29 1) Observer le graphique et compléter le tableau qui indique les coordonnées de quelques points de la droite (d) dans le repère (O ; I ; J).



Abscisse du point	2	1	...	3
Ordonnée du point	1	...	3	...

2) Peut-on, sans faire de dessin, trouver l'ordonnée du point de (d) qui a pour abscisse 84 ?

30 En cinq minutes, une machine d'imprimerie effectue le tirage de 50 journaux.

a) En 5 min, combien de journaux peuvent imprimer 3 machines ?

b) Combien de temps 5 machines mettent-elles pour imprimer 50 journaux ?

c) Combien de temps 2 machines mettent-elles pour imprimer 500 journaux ?

31 Le mur d'une façade est un rectangle de 8 m sur 3 m. Dans ce mur, on a 4 m² de fenêtres et de portes qui ne sont pas peintes.

Il faut 1 kg de peinture pour 4 m² à la première couche et 1 kg pour 6 m² à la deuxième couche.

Calculer le poids de peinture nécessaire pour passer deux couches et arrondir au dixième.

32 En 1955, la Chine comptait 600 millions d'habitants. Entre 1955 et 1985 la population a augmenté de 450 millions d'habitants.

Quel est le pourcentage d'augmentation?

33 Un piéton qui marche à la vitesse constante de 6 km par heure est parti à 7 h 50 min. il est arrivé à 11 h après s'être reposé une demi-heure.

a) Calculer la durée de la marche en minutes.

b) Quelle distance a-t-il parcourue ?

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Quelles sont les grandeurs proportionnelles ?	l'âge et la taille d'une personne	le périmètre d'un cercle et son diamètre	le prix d'une voiture et sa vitesse
2	Si (3 / x ; 4,5 / 3) est un tableau de proportionnalité alors on a :	$x = \frac{3 \times 3}{4{,}5}$	$x = \frac{3 \times 4{,}5}{3}$	$x = \frac{3+3}{4{,}5}$
3	le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :	3 / 40 / 4 24 / 5 / 32	3 / 4 / 5 11 / 12 / 13	3 / 4 / 5 24 / 32 / 40
4	Si 4 crayons coûtent 6 dh alors :	5 crayons coûtent 7 dh	6 crayons coûtent 9 dh	7 crayons coûtent 11 dh
5	Si la distance entre deux villes est 60 km alors la distance entre elles sur une carte à l'échelle $\frac{1}{30\,000\,000}$ est :	2 cm	3 cm	4 cm
6	Dans une recette, il faut 150 g de sucre pour 6 personnes, pour 5 personnes il faut	20 g	125 g	120 g
7	Ma moyenne en maths était de 8. Elle a augmenté de 2 point. L'augmentation en pourcentage est :	15 %	20 %	25 %

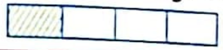
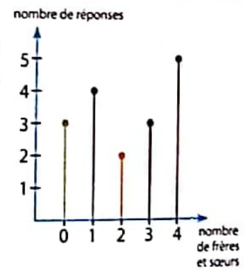
17 Statistiques

Je vais apprendre à :

- Calculer et utiliser un pourcentage.
- Lire et interpréter des informations à partir d'un tableau ou d'une représentation graphique.
- Présenter des données sous forme d'un tableau.
- Représenter des données sous la forme d'un diagramme ou d'un histogramme.
- Calculer des effectifs et des fréquences.
- Regrouper des données en classe d'égale amplitude.

Je vérifie mes prérequis :

Pour chaque question, indiquer la (les) réponse(s) exacte (s) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	La partie hachurée dans cette figure représente : 	50 %	75 %	25 %
2	La partie hachurée dans cette figure représente 	25 %	50 %	33 %
3	Dans une classe de 1ère année il y a 30 élèves. 50 % de ces élèves sont des filles. Dans cette classe il y a ...	15 filles	10 filles	20 filles
4	On a posé la question suivante à un groupe d'élèves. «Quelle discipline préférez-vous ?». Ce tableau indique la répartition des réponses: Maths / Arabe / Anglais / Autres 10 / 8 / 12 / 16 Le nombre d'élèves interrogés est ...	46	100	16
5	On a posé la question suivante à un groupe d'élèves. «Combien avez-vous de frères et sœurs ?». Le diagramme ci-contre indique la répartition des réponses. Le nombre total des frères et sœurs est ... 	37	15	10

Activités de découverte

Activité 1

Lors d'une enquête, on a proposé aux élèves de la classe A, première année du collège, de choisir, parmi trois loisirs, celui qu'ils préféraient.

	Filles	Garçons	Total
Sport	7	.....	12
Musique	.....	.....	.....
Lecture	6	1	.....
Total	.....	13	28

1) Quel est le nombre d'élèves de cette classe ?
2) Combien y a-t-il de garçons dans cette classe ?
3) Que représente le nombre 12 de ce tableau ?
4) Recopier et compléter le tableau.
5) Combien de garçons ont choisi la musique ?

Activité 2

1) Au cours d'un entraînement de tennis, sur 25 premières balles de service. Mehdi en a réussi 16 sur 20 premières balles de service, Ghita en a réussi 12.
   a) D'après toi, qui de Mehdi ou Ghita a le mieux servi ?
   b) Mehdi affirme : « Dans ces conditions, si j'avais servi 100 premières balles, j'en aurais réussi 64. »
   - Explique le raisonnement de Mehdi.
   - Dans ces conditions, sur 100 premières balles de service, combien Ghita en aurait-elle
   - Lequel des deux a le mieux servi ?

2) Un autre jour :
   - sur 40 premières balles de service, Mehdi en a réussi 25 % ;
   - sur 75 premières balles de service Ghita en a réussi 40 %.

   Combien chacun a-t-il réussi de premières balles de service ?

Activité 3

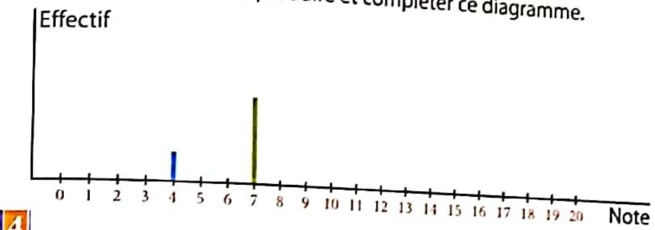
Voici les notes obtenues au dernier contrôle de mathématiques par les élèves de la classe A :
16 ; 13 ; 11 ; 12 ; 7 ; 14 ; 11 ; 8 ; 14 ; 6 ; 16 ; 4 ; 12 ; 12 ; 7 ; 13 ; 11 ; 18 ; 6 ; 12 ; 17 ; 7 ; 11 ; 14 ; 9 ; 12 ; 14.

On dit qu'on a ainsi défini la série statistique des résultats obtenus à ce contrôle par les élèves de la classe A.

1) Trois élèves ont obtenu la note 7 au devoir. On dit que l'effectif des élevés ayant obtenu la note 7 est 3.
   À l'aide du relevé de notes ci-dessus, recopier et compléter le tableau des effectifs suivant qui regroupe les données de la série statistique étudiée.

Note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectif	0	0	...	...	1	...	...	3	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

2) On peut représenter les résultats obtenus à ce devoir par un diagramme-bâtons comme celui commencé ci-dessous. Reproduire et compléter ce diagramme.



Activité 4

Lors d'une enquête il a été demandé aux membres de deux clubs sportifs s'ils étaient satisfaits ou non satisfaits. Voici les résultats.

Club A	satisfaits	non satisfaits	Total
Effectif	87	163	250

Club B	satisfaits	non satisfaits	Total
Effectif	60	90	150

1) Commenter ces résultats.
2. a) La proportion de membres satisfaits dans le club A est 87 sur 250. On dit que la fréquence des membres satisfaits dans ce club est :
   $\frac{87}{250}$ ou 0,348 ou 34,8 %.
   Recopier et compléter ce tableau.

Club A	satisfaits	non satisfaits	Total
Effectif	87	163	250
Fréquence	0,348	.....	.....
Fréquence en %	34,8 %	.....	.....

   b) Réaliser un tableau analogue pour le club B.
   c) Dans quel club la proportion des membres satisfaits est-elle la plus grande ?

Activité 5

Riad et Zineb ont enquêté auprès de leurs camarades pour connaître leur taille.

Les réponses sont les suivantes (en cm) :

142 - 163 - 162 - 155 - 157 - 148 - 165 - 156 - 154 -
143 - 149 - 159 - 155 - 166 - 168 - 157 - 139 - 168 -
164 -159 -153 - 147 - 151 - 167 - 164

a) Riad présente les résultats de cette enquête dans le tableau suivant. Reproduire et compléter ce tableau.

Taille en cm	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153
Effectif	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Taille en cm	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168
Effectif	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

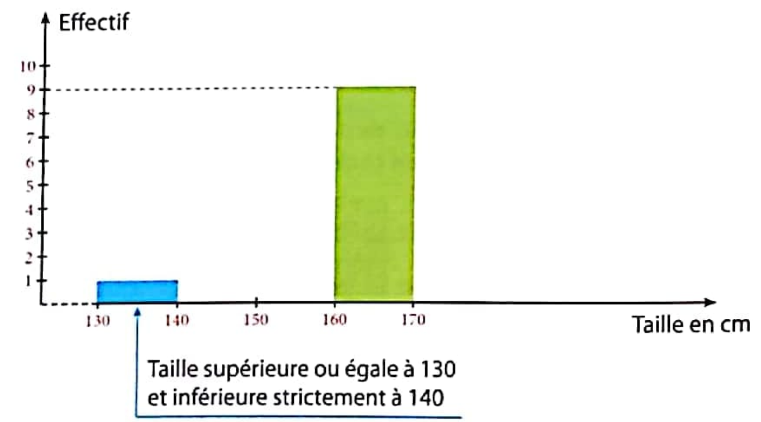
b) Zineb préfère présenter les résultats dans le tableau suivant. Reproduire et compléter ce tableau.

Taille en cm	130 à 140	140 à 150	150 à 160	160 à 170
Effectif	.....	.....	.....	.....

On dit que Zineb a effectué des regroupements en classes.

c) Quel avantage possède la présentation de Zineb ? et celle de Riad ?

d) Reproduire et compléter le graphique suivant appelé histogramme en utilisant le tableau Précédent :



Activité 6

Les résultats d'un sondage sur 1240 personnes sont les suivants : 496 pour, 434 contre et 310 sans opinion.

1) Compléter le tableau suivant :

Avis donné	Pour	Contre	Sans opinion	Total
Effectif	496	.....	310	1240
Fréquence en %	.....	35	25	100

2) Compléter le tableau et le diagramme suivants :

Avis donné	Pour	Contre	Sans opinion	Total
Fréquence en %	40	35	25	100
Angle en degrés	144°	.....	.....	.....

x 3,6

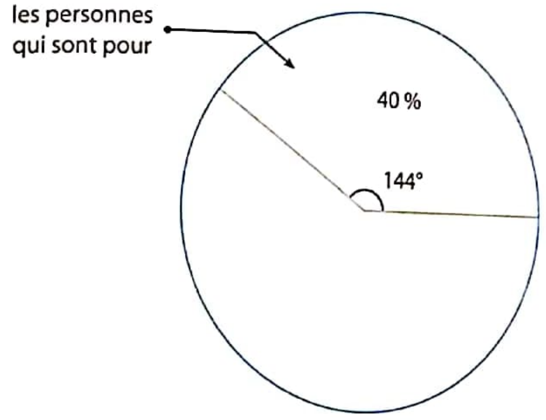


Diagramme circulaire

Exemple 1 :

Dans une classe de 1ère année du collège de 30 élèves, on a demandé à chaque élève le nombre de ses frères et sœurs. Voici leurs réponses :

1 2 3 0 4 5 2 1 7 3 0 8 3 2 1
2 2 2 0 3 6 5 2 1 3 3 2 1 0 2

Exemple 2 :

Lors d'une enquête menée auprès des membres d'un club, la question suivante a été posée : «que buvez-vous le plus».

Le tableau ci-dessous présente les résultats obtenus :

Boissons	jus de fruits	soda	lait	eau	autres
Effectif	26	36	15	32	8

Lorsque l'on mène une enquête, on utilise un vocabulaire que nous présentons dans ce qui suit avec des exemples :

1- Vocabulaire :

- **Population :** c'est l'ensemble étudié dans l'enquête.
  - Dans l'exemple 1, la population étudiée est une classe de 1ère année du collège.
  - Dans l'exemple 2, la population étudiée est représentée par les membres du club.
- **Individu :** c'est un élément de la population.
  - Dans l'exemple 1, un individu est un élève de la classe.
  - Dans l'exemple 2, un individu est un membre du club.
- **Caractère ou variable statistique :** ce qui est étudié dans la population et qui est commun à tous les individus.
  - Exemple 1 : le nombre de frères et sœurs.
  - Exemple 2 : la boisson la plus consommée.
- **Modalités d'un caractère ou d'une variable :** ce sont les différentes valeurs que le caractère ou la variable peut prendre.
  - Exemple 1 : les valeurs sont 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
  - Exemple 2 : jus de fruits, soda, lait, eau, autres.
- **Une variable** est dite **quantitative** si ses modalités sont exprimes par des nombres.
- **Une variable** est dite **qualitative** si elle n'est pas quantitative.
  - Exemple 1 : le nombre de frères est une variable quantitative.
  - Exemple 2 : la boisson la plus consommée est une variable qualitative.
- **Une variable discrète** est une variable dont les modalités sont en nombre fini.
  - Dans l'exemple 1 et l'exemple 2 ci-dessous, chaque variable est discrète.

Remarque

Si dans une enquête on s'intéresse aux tailles des élèves d'un collège. La taille ici représente une variable continue car toutes les valeurs comprises par exemple entre la plus petite taille et la plus grande taille peuvent être des tailles pour les autres élèves.

- **L'effectif total** d'une population est le nombre d'individus de cette population.
  - Exemple 1 : l'effectif total est 30.
  - Exemple 2 : l'effectif total est 117 car : $26 + 36 + 15 + 32 + 8 = 117$.
- **L'effectif d'une modalité** est le nombre de fois où apparait cette modalité.
  - Exemple 1 : l'effectif de la modalité c'est-à-dire le nombre des élèves de la classe qui ont un nombre de frères et sœurs égal à 2 est : 9. On a compté le nombre de fois où 2 est écrit dans la liste des réponses des élèves.
  - Exemple 2 : l'effectif de la modalité eau est 32.
- **La fréquence d'une modalité** s'obtient en divisant l'effectif de cette modalité par l'effectif total.
  - Exemple 1 : la fréquence de la modalité 2 est : $\frac{9}{30}$.
  - Exemple 2 : la fréquence de la modalité eau est : $\frac{32}{117}$.

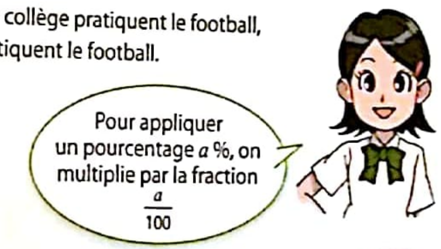
2- Pourcentage :

Définition

Si a est un nombre, le quotient $\frac{a}{100}$ peut être aussi noté a %. Il se lit « a pour cent. »

Exemple 1 :

Quand on écrit que 12% des élèves du collège pratiquent le football, cela signifie que sur 100 élèves, 12 pratiquent le football.

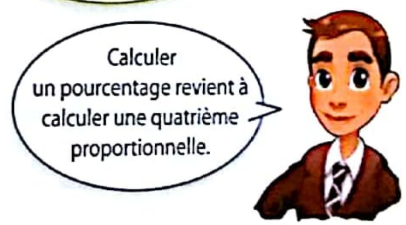


Remarque

$25\ \% = \frac{25}{100} = 0{,}25 = \frac{1}{4}$

$50\ \% = \frac{50}{100} = 0{,}5 = \frac{1}{2}$

$100\ \% = \frac{100}{100} = 1$



Exemple 2 :

6 % de 1 500 dh représente $\frac{6}{100} \times 1\,500 = 90$

Exemple 3 :

Sur les 605 élèves du collège, 242 élèves sont inscrits au club sportif du collège et 56 jouent de la musique. Pour calculer les pourcentages d'élèves inscrits à ces deux activités, on complète les tableaux de proportionnalité ci-dessous :

Nombre d'élèves du club de sport	242	?
Masse d'élèves total	605	100

$\times \frac{242}{605}$

Nombre d'élèves qui jouent de la musique	56	?
Masse d'élèves total	605	100

$\times \frac{56}{605}$

- Le pourcentage d'élèves inscrits au club de sport est : $\frac{242}{605} \times 100 = 40\ \%$.
- Le pourcentage d'élèves qui jouent de la musique est : $\frac{56}{605} \times 100 \approx 9{,}3\ \%$ (arrondi au dixième).

Parmi les élèves du collège, 40 % participent au club de sport et environ 9,3 % qui jouent de la musique.

Remarque

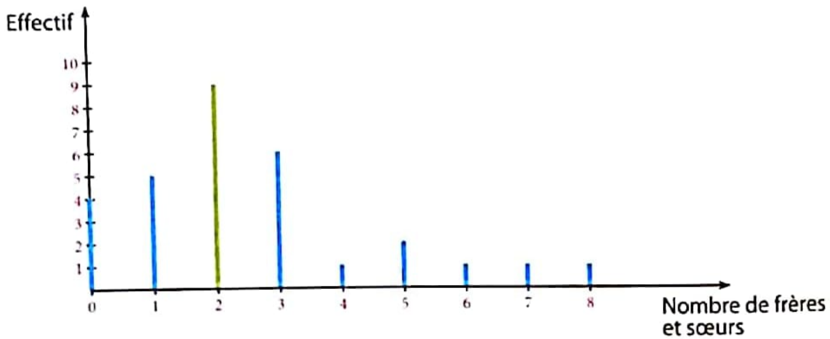
Si le quotient des deux nombres à comparer n'est pas un nombre décimal, on ne peut obtenir qu'une valeur approchée du pourcentage.

3- Tableaux et graphiques statistiques :

Tableau : effectifs et fréquences

Dans l'exemple 1, les résultats relatifs au nombre de frères et sœurs des élèves de la classe de première année du collège peuvent-être regroupés dans le tableau suivant :

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif	4	5	9	6	1	2	1	1	1
Fréquence	$\frac{4}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{9}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$



Remarque

1) 30 représente l'effectif total.

2) La somme des fréquences vaut 1 :

$$\frac{4}{30} + \frac{5}{30} + \frac{9}{30} + \frac{6}{30} + \frac{1}{30} + \frac{2}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{30}{30} = 1$$

3) La case verte dans le tableau est représentée par le bâton vert dans le diagramme.

4- Regrouper des données en classes :

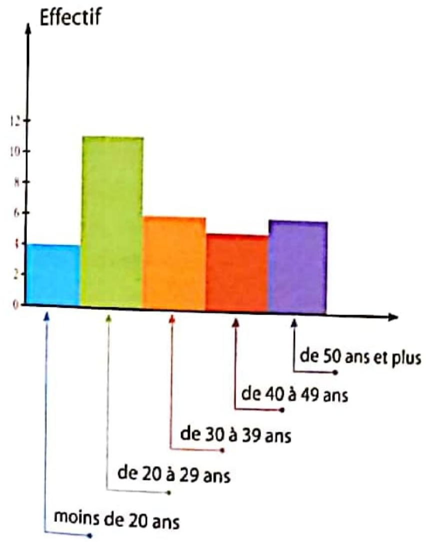
Voici la liste des âges des employés d'une entreprise :

18	25	21	35	54	59	30	25
46	48	26	24	39	29	45	19
36	36	59	21	21	56	19	48
21	18	31	21	55	24	47	50

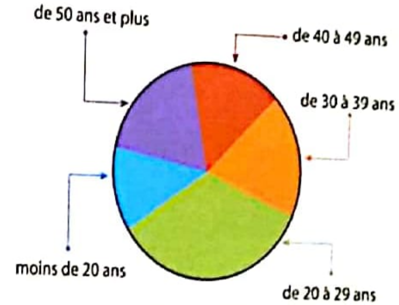
- On peut regrouper les données de cette série statistique en classes. Nous avons choisi cinq classes : moins de 20 ans, de 20 à 29 ans, de 30 à 39 ans, de 40 à 49 ans et de 50 ans et plus. On obtient donc le tableau suivant :

Classe d'âge	moins de 20 ans	de 20 à 29 ans	de 30 à 39 ans	de 40 à 49 ans	de 50 ans et plus
Effectif	4	11	6	5	6

- On peut représenter cette série à l'aide d'un histogramme (ou diagramme à barres).



- On peut aussi représenter cette série à l'aide d'un diagramme circulaire.



	Classe de 20 à 29 ans	Total
Effectif	11	32
Mesure de l'angle en degré	$\frac{360}{32} \times 11$	360

On calcul de la même façon les autres angles.

Remarque

1) Toutes les classes ont même amplitude : 9.
2) Lorsqu'on prend la classe de 20 à 29 ans par exemple. L'âge est supérieur ou égal à 20 et inférieur strictement à 29.
3) Dans un histogramme les hauteurs des barres sont proportionnelles aux effectifs de chaque classe.
4) Dans un diagramme circulaire (ou demi-circulaire) les mesures des secteurs angulaires sont proportionnelles aux effectifs :

						Total
Effectifs	4	11	6	5	6	32
Mesures des angles	45	123,75	67,5	56,25	67,5	360

x 11,25

Méthodes et techniques

Exercice 1 Construire un diagramme en barres (ou en bâtons)

Énoncé : Dans un club sportif, le tableau suivant indique la répartition des adhérents suivant le sport pratiqué.

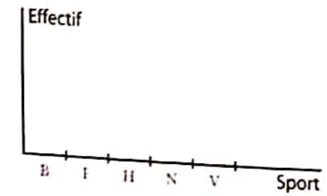
Sport	basket	football	handball	Natation	Volley-ball
Nombre de licenciés	15	35	20	30	20

Représenter les classes de cette série statistique à l'aide d'un histogramme.

Solution :

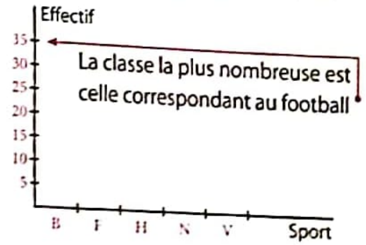
- **1ère étape :**

On trace deux axes et on indique les classes sur l'axe horizontal en prenant des espacements de même largeur pour chaque classe.



- **2ème étape :**

On repère la classe la plus nombreuse et on gradue l'axe vertical de manière à pouvoir représenter toutes les classes.

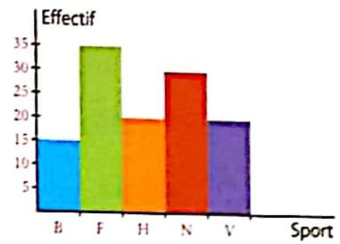


Remarque

On peut utiliser un quadrillage, du papier milimètré ou encore une règle graduée.

- **3ème étape :**

Pour chaque classe, on trace un rectangle dont la «hauteur» correspond à l'effectif.



Remarque

Le principe est le même pour un diagramme-bâtons. Les rectangles sont alors remplacés par des segments.

Exercice 2 Construire un diagramme circulaire

Énoncé : Représenter les classes de la série statistique précédente à l'aide d'un diagramme circulaire.

Solution :

1) On calcule l'effectif total puis les fréquences correspondant à chaque classe.
Il y a en tout 120 licenciés.
Par exemple, $\frac{15}{120}$ des licenciés pratiquent le basket.

Sport	basket	football	handball	Natation	Volley-ball
Nombre de licenciés	15	35	20	30	20
Fréquence	$\frac{15}{120}$	$\frac{35}{120}$	$\frac{20}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{20}{120}$

2) Les mesures des secteurs doivent être proportionnelles aux effectifs des classes.

360° correspond à 120 : le nombre total de licenciés.

Pour chaque classe, on calcule la mesure de l'angle au centre en multipliant 360 par la fréquence correspondante.

Le basket correspond à $\frac{15}{120}$ du disque : on calcule $\frac{15}{120} \times 360 = 45$.

L'angle au centre du secteur qui représente le basket mesure 45°.

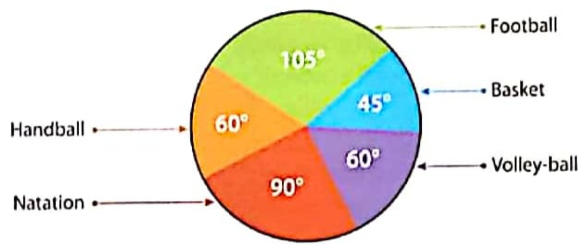
On obtient le tableau suivant :

Sport	basket	football	handball	Natation	Volley-ball
Nombre de licenciés	15	35	20	30	20
Fréquence	$\frac{15}{120}$	$\frac{35}{120}$	$\frac{20}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{20}{120}$
Angle au centre en degrés	45	105	60	90	60

Remarque

On peut vérifier que la somme des mesures des angles est bien égale à 360° (on obtient parfois un total qui approche 360° à 1 ou 2 degrés près à cause des arrondis).

3) On représente le diagramme circulaire en pensant à le coder.



Remarque

On obtient un diagramme semi-circulaire en remplaçant 360 par 180 dans les calculs.

Exercice 3 Représenter des relevés statistiques

Énoncé : Voici les résultats d'un sondage réalisé auprès de 1 200 personnes :

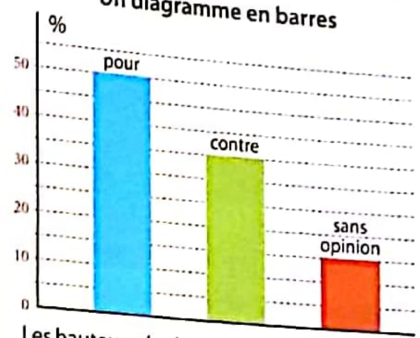
pour : 50 % contre : 35 % sans opinion : 15 %.

On peut représenter ces renseignements à l'aide d'un tableau ou à l'aide de diagrammes.

Un tableau

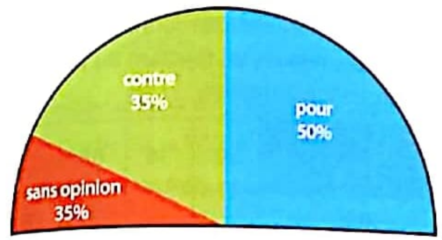
	nombre de personnes	pourcentage de personnes
pour	600	50 %
contre	420	35 %
sans opinion	180	15 %
total	1 200	100 %

Un diagramme en barres



Les hauteurs des barres sont proportionnelles aux pourcentages

Un diagramme semi-circulaire



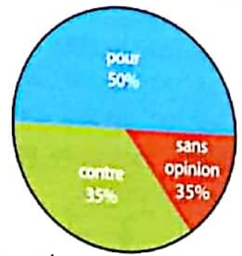
Les mesures des angles sont proportionnelles aux pourcentages.

pour : $180 \times \frac{50}{100} = 1{,}8 \times 50 = 90°$

contre : $180 \times \frac{35}{100} = 1{,}8 \times 35 = 63°$

sans opinion : $180 \times \frac{15}{100} = 1{,}8 \times 15 = 27°$

Un diagramme circulaire



Les mesures des angles sont proportionnelles aux pourcentages.

pour : $360 \times \frac{50}{100} = 3.6 \times 50 = 180°$

contre : $360 \times \frac{35}{100} = 3.6 \times 35 = 126°$

sans opinion : $360 \times \frac{15}{100} = 3.6 \times 15 = 54°$

Exercices et problèmes

Pourcentage

1 Retrouver la bonne réponse :

a) 28 % de 180

5,04 | 40,5 | 50,4 | 504

b) 100 % de 12,3

12,3 | 123 | 1 230 | 1,23

c) 42,5 % de 360

1 530 | 15,3 | 135 | 153

d) 0,4 % de 150

6 | 0,6 | 60 | 0,06

2 Calculer :

a) 40 %	de 100	de 250	de 40
b) 4,5 %	de 100	de 360	de 80
c) 140 %	de 100	de 350	de 60

3 Associer chaque fraction au pourcentage correspondant :

$\frac{1}{2}$ • $\frac{1}{5}$ • $\frac{1}{3}$ • $\frac{1}{4}$ • $\frac{1}{10}$ • $\frac{3}{4}$ • $\frac{2}{3}$ •

○ 10 % ○ 20 % ○ 25 % ○ ≈33% ○ 50 % ○ ≈66% ○ 75 %

4 Un stade contient 44 000 places. Combien de spectateurs ont assisté au match sachant qu'un journaliste a dit que le stade était rempli à 95 % ?

5 **1)** Un commerçant refait ses étiquettes en augmentant de 4 % les prix inférieurs à 250 dh et de 3 % les autres prix.

Écrire les nouveaux prix sur les étiquettes.

150 dh	192 dh	350 dh	276 dh	220 dh
....	....	....	....	....

2) Traduire sous forme de pourcentage chacune des remises suivantes :

- 13 dh de remise sur un achat de 130 dh.
- 50 dh de remise sur un achat de 200 dh.
- 200 dh de remise sur un achat de 1 000 dh.
- 9,50 dh de remise sur un achat de 95 dh.
- 35 dh de remise sur un achat de 70 dh.

6 **1)** Sur les 395 élèves d'un collège, on a relevé 41 absents. Dire rapidement s'il y a plus de 10 % ou moins de 10 % d'élèves absents ce jour-là.

2) Sur les 1 534 étudiants d'un lycée, 312 portent des lunettes. Dire rapidement si ces derniers représentent environ 10 % ou 20 % ou 30 % des lycéens.

7 Reproduire et compléter le tableau de double proportionnalité donnant le montant en dh des remises en fonction du prix et du pourcentage de remise.

% de remise \ prix en dh	20	36	68	....
50 %	....	....	....	65
....	....	9	....	....
....	1	....	....	....

8 80 | 240 | 44 | 2 | 34

1) Chaque étiquette ci-dessus représente un pourcentage du nombre 400 ; lequel ?

2) Comment contrôler l'ensemble des résultats?

(On remarquera que : 80 + 240 + 44 + 2 + 34 = ...)

9 120 | 405 | 147 | 78

1) Chaque étiquette ci-dessus représente un pourcentage du nombre 750 ; lequel ?

2) Comment contrôler l'ensemble des résultats ?

(On remarquera que : 120 + 405 + 162 + 63 = ...)

Fréquences

10 On lance une pièce de monnaie et on note pour chaque lancer le côté visible de la pièce.

« pile » ⟶ P

« face » ⟶ F

Voir ci-dessous les résultats obtenus.

P	P	F	P	F
F	F	P	F	P
P	F	F	P	P
F	P	F	P	P
P	F	P	F	P

1) Combien de lancers a-t-on effectués ?

2. a) Quelle est la fréquence du tirage « pile » ?

b) Donner cette fréquence en pourcentage.

3. a) Quelle est la fréquence du tirage « face » ?

b) Donner cette fréquence en pourcentage.

11 On lance un dé et on relève à chaque jet le nombre obtenu.

5	3	2	3	1	3	3	3	2	2
6	1	4	1	5	2	5	6	1	3
5	4	5	6	4	6	2	5	4	1
1	3	3	5	1	5	5	6	2	6

Organiser ces résultats en présentant un tableau faisant apparaître les effectifs et les fréquences (en %) de chaque valeur du dé.

12 Cette question a été posée aux 650 élèves d'un collège. Voici les résultats obtenus :

	effectif	fréquence (en %)
foot	195	....
basket	130	....
Natation	104	....
volley	....	....
hand	....	....
autre sport	65	....

Recopier et compléter le tableau ci-dessus sachant que les deux effectifs manquants sont égaux.

13 À la question : « Combien de temps avez-vous passé devant la télévision ce week-end ? », on a relevé dans les classes de 1ère année du collège les renseignements suivants :

(signifie 5 élèves).

- moins de 1 h :
- de 1 à 2 h :
- de 2 à 3 h :
- plus de 3 h :

1) Achever et compléter le tableau :

durée	moins de 1 h	de 1 à 2 h	de 2 à 3 h	plus de 3 h
effectif	4	....	....	....
fréquence (%)	....	....	....	....

2) Combien d'élèves regardent la télévision plus d'une heure ?

14 Dans un village, où la vitesse est limitée à 40 kilomètres par heure, les gendarmes ont relevé les vitesses de 32 voitures :

45	40	47	50	46	65	40	44
50	51	36	52	60	59	39	49
55	35	49	52	38	48	50	47
38	58	40	60	49	54	42	45

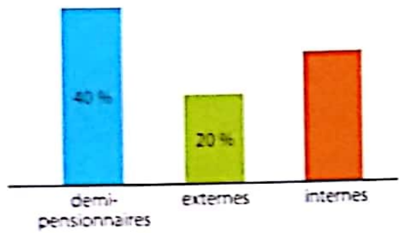
1) Etablir et compléter le tableau (de type ci-dessous) commencé par les gendarmes.

classe de vitesse	de 31 à 40	de 41 à 50	de 51 à 60	de 61 à 70
effectif	8	—	—	—
fréquence (%)	—	—	—	—

2) Est-il vrai que plus de trois quarts des automobilistes ne respectent pas la limitation de vitesse ?

Diagrammes

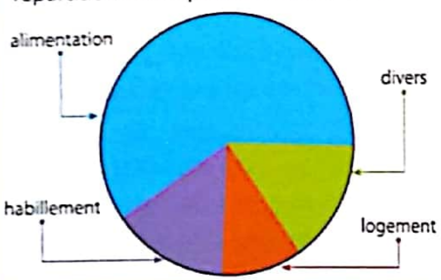
15 Le diagramme à barres ci-dessous, qui représente la répartition de tous les élèves d'un lycée, est faux. Pourquoi ? Refaire un diagramme correct.



16 Le diagramme semi-circulaire ci-dessous est faux. Pourquoi ?

Refaire un diagramme correct.

17 Le diagramme ci-dessous représente la répartition des dépenses d'une famille.

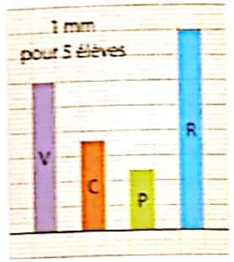


1) Évaluer le pourcentage de chaque catégorie de dépenses.

2) Traduire cette même répartition par un diagramme en bâtons (on prendra 2 mm de hauteur pour 1 %).

18 Sachant que les océans occupent 70 % de la surface de la Terre, réaliser un diagramme circulaire montrant la répartition entre les océans et les terres émergées.

19 Une enquête sur les déplacements :



Le diagramme en bâtons ci-dessus représente la répartition de 500 élèves selon la façon dont ils se rendent au collège :

V ⟶ se font accompagner en voiture ;

C ⟶ prennent le car ;

P ⟶ viennent à pied ;

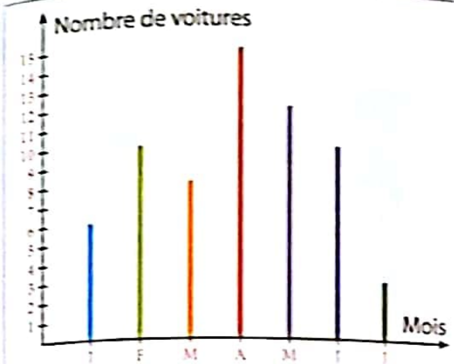
R ⟶ viennent en deux roues (vélo ou motocyclette).

1) Achever et compléter le tableau ci-dessous donnant les effectifs de chaque type de déplacement ainsi que les fréquences exprimées en pourcentages.

	V	C	P	R
effectif	......	......	......	......
fréquence (%)	......	......	......	......

2) Représenter cette répartition sur un diagramme circulaire (diamètre 8 cm).

20 Le graphique ci-dessous donne le nombre de voitures vendues par une maison de voitures durant sept mois.



1) Recopier et compléter le tableau suivant :

Jour	J	F	M	A	M	J	J
Nombre de voitures vendues	—	—	—	—	—	—	—

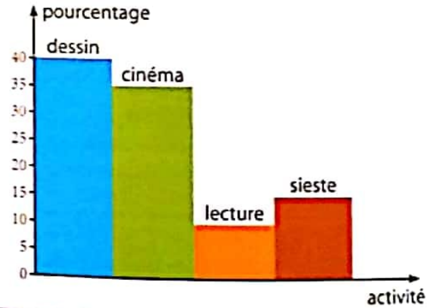
2) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

a) La maison a vendu au moins 4 voitures par jour.

b) La maison a vendu au plus 15 voitures par jour.

c) La maison a vendu 64 voitures durant ces sept mois.

21 Dans une le colonie de vacances, on propose à un groupe de jeunes d'occuper le début de l'après-midi soit en faisant une activité de dessin soit en allant au cinéma, soit en lisant, soit en faisant la sieste. L'histogramme ci-après donne en pourcentage les réponses des jeunes.



1) Recopier et compléter le tableau suivant :

Distraction proposée	dessin	cinéma	lecture	sieste	Total
Fréquence en %	—	—	—	—	—
Angle en degrés (diagramme circulaire)	—	—	—	—	360
Angle en degrés (diagramme semi-circulaire)	—	—	—	—	180

2) En s'aidant du tableau précédent :

a) Représenter cette série par un diagramme circulaire.

b) Représenter cette série par un diagramme semi-circulaire.

22 Au cours du mois de décembre, une épidémie de grippe a entraîné un fort taux d'absentéisme dans une classe. Voici la liste du nombre de journées d'absence des élèves de cette classe.

0	0	5	6	4	6	0	0
0	2	5	4	4	0	6	5
2	2	2	6	5	6	4	5
4	6	3	3	7	4	4	5

1. a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre de jours d'absence	0	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	—	—	—	—	—	—	—	—

b) Représenter cette série statistique par un histogramme.

2. a) Recopier et compléter le tableau suivant :

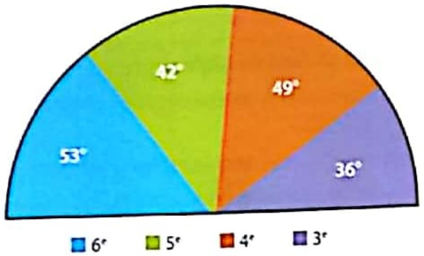
Nombre de jours d'absence	0 ou 1	2 ou 3	4 ou 5	6 ou 7
Effectif	—	—	—	—

b) Représenter cette série par un nouvel histogramme.

3. a) Combien y a-t-il eu de journées d'absence?

b) Sophie affirme que les absences d'au moins 4 jours concernent plus de 50 % des élèves. Qu'en pensez-vous ?

23 On a représenté la répartition des élèves d'un collège suivant leur niveau de classe à l'aide du diagramme semi-circulaire ci-dessous, pour lequel les mesures d'angles sont indiquées à 1 ° près.

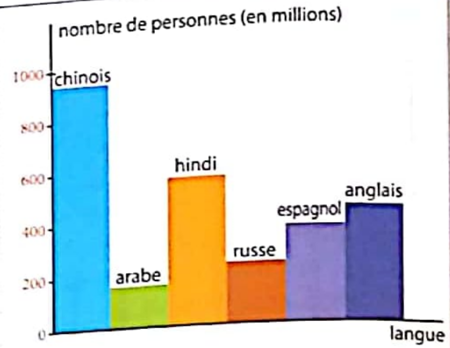


1) Recopier et compléter le tableau suivant :

Niveau	Angle en degrés	Fréquence	Fréquence en pourcentage
6e	53	$\frac{53}{180}$	....
5e	....	....	....
4e	....	....	....
3e	....	....	....

2) Ce collège compte 510 élèves au total. Calculer le nombre d'élèves pour chaque niveau.

24 L'histogramme suivant indique la répartition des six langues les plus parlées dans le monde : l'espagnol, l'hindi, le chinois, le russe, l'anglais et l'arabe.



Indiquer, à 50 millions près, les effectifs correspondants.

25 les résultats indiqués ont été obtenus lors d'une enquête auprès de 1 000 élèves d'un lycée.

Représenter chaque situation à l'aide d'un histogramme (on pourra prendre verticalement 1 cm pour 100 élèves).

1)

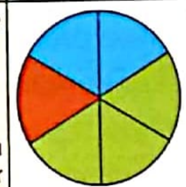
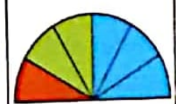
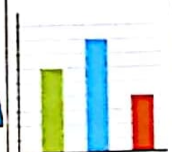
	Nombre de «oui»
Êtes-vous interne ?	110
Êtes-vous demi-pensionnaire ?	410
Êtes-vous externe ?	480

2) À propos de la cantine :

	Nombre de «oui»
Êtes-vous très satisfait ?	50
Êtes-vous satisfait ?	330
Êtes-vous peu satisfait ?	140

QCM pour s'évaluer

Pour chaque question indiquer la bonne réponse (ou les bonnes réponses) :

	Questions	Réponses a	Réponses b	Réponses c
1	Dans un collège de 500 élèves, 200 aiment le foot. Le pourcentage des élèves qui aiment le foot est :	40 %	50 %	30 %
2	Laquelle des ces affirmations est vraie : 	le secteur rouge représente 80 %	le secteur vert représente 25 %	le secteur bleu représente 15 %
3	71 % de la surface de la planète est recouverte par les mers. sur un diagramme circulaire, les mers sont représentées par un angle de ...	71 %	255,6°	142°
4	Le professeur a corrigé 30 devoirs, il a mis 8 fois la note 14. Quelle est la fréquence de 14.	$\frac{8}{14}$	$\frac{14}{30}$	$\frac{8}{30}$
5	Dans une représentation en diagramme en bâtons, 36 % des effectifs sont représentés par un bâton de 54 mm. Pour représenter 18 %, il faut un bâton de :	27 mm	108 mm	On ne peut pas savoir
6	L'histogramme suivant donne la répartition des élèves d'une classe selon leur taille (en cm).  Quelle constatation est juste ?	Un élève de 1,63 m appartient à la classe la plus nombreuse	Un élève de 1,52m et un élève de 1,64m sont dans deux classes qui ont le même effectif	L'effectif de la classe la plus nombreuse est 6
7	On considère le tableau de répartition suivant : | | A | B | C | | Effectif | 8 | 12 | 4 | La répartition qui correspond au tableau peut être représentée par le diagramme :			
8	Dans un diagramme circulaire, 40 % sont représentés par un angle au centre de :	40°	144°	80°

Références bibliographiques

- ALAMI LAMOELLE (2000) : Diathème 6, Paris, Didier.
- ANDRÉ ANTBI ET AUTRES (1996) : Nouveau transmath mathématiques 6, Paris, Nathan.
- BKOUCHE R, CHARLOT B, ROUCHE N, (1991) : Faire des mathématiques : le plaisir du sens, Armand Colin, Paris.
- BROUSSEAU G, (1982) : « Les objets de la didactique des mathématiques », Actes de la 2ème école d'été de didactique des mathématiques, IREM d'Orléans.
- BROUSSEAU G, (1983) : « Obstacles épistémologiques en mathématiques », Recherches en didactique des mathématiques, vol. 4-2, La Pensée sauvage, Grenoble.
- BROUSSEAU G, (1986) : « Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques », Recherches en didactique des mathématiques, vol. 7-2, La Pensée sauvage, Grenoble.
- CHARNAY R, (1987) : « Apprendre par la résolution de problèmes », Grand N, n°42, CRDP de Grenoble.
- CHARNAYR, (1992) : « Traitement des erreurs en mathématiques et stratégies de différenciation », Repères, n°5.
- ÉRIC SERRA et all (1997) : Math 5°, Bordas, Saint-Jean de Braye.
- ÉRIC SERRA et all (2001) : Math 5°, Bordas, Saint-Jean de Braye.
- GISELLE CHAPIROU ET AUTRES (2000) : Triangle mathématiques 6, Paris, Hatier.
- HÉLÈNE ANDREN et all (2006) : Math 5°, Bréal, Rosny-sous-bois.
- JEAN-LUC FOURTON et all (2001) : Dimatème, 5°, Didier, Paris.
- JOËL MALAVAL et autres (2000) : Maths 6 collection transmath, Paris, Nathan.
- JOËL MALVAL, DENISE COURBON et all (2001) : Math 5°, collection transmath, Paris, Nathan.
- JOËL MALVAL, DENISE COURBON et all (2010) : Transmath, 5°, Nathan.
- MARTINE LEWILLION-LIZAMBERT et all (2006) : Math 5°, Bordas, Sejer.
- NICOLE PIÈRE PHILIPPE DEPRESLE (2000) : Maths nouveau décimale 6, Paris, édition BELIN.
- PHILIPPE DEPRESLE et all (1994) : Math 5°, Belin, Saint-Amand-Montrond.
- ROBERT DELORD et autres (2000) : Maths 6 collection cinq sur cinq, Paris, Hatier.
- ROBERT DELORD, GÉRARD VINRICH et all (2000) : Math 5°, collection cinq sur cinq, Hachette, Paris.

QCM : Je vérifie mes prérequis

Leçon 1	Question	1	2	3	4	5	6	7	8
	Réponse	b	a et c	a	b	a	a	a	b
Leçon 2	Question	1	2	3	4	5	6	7	8
	Réponse	c	b	a	b	b	a	a	c
Leçon 3	Question	1	2	3	4	5	6	7	
	Réponse	c	b	a	c	c	b	a	
Leçon 4	Question	1	2	3	4	5	6	7	
	Réponse	c	a	c	a	c	a	a	
Leçon 5	Question	1	2	3	4	5	6		
	Réponse	a	c	c	c	a	b		
Leçon 6	Question	1	2	3	4				
	Réponse	a	a et b	b	b				
Leçon 7	Question	1	2	3	4				
	Réponse	a	a et b	b	b				
Leçon 8	Question	1	2	3	4	5			
	Réponse	a	a	c	a	a			
Leçon 9	Question	1	2	3	4	5	6	7	8
	Réponse	b	c	b	c	a	b	a	b
Leçon 10	Question	1	2	3	4	5			
	Réponse	b	b	c	c	c			
Leçon 11	Question	1	2	3	4	5	6		
	Réponse	a et b	c	a	b et c	c	a et c		
Leçon 12	Question	1	2	3	4	5			
	Réponse	a	a	a,b et c	c	a,b et c			
Leçon 13	Question	1	2	3	4	5	6	7	
	Réponse	a	b et c	a et b	c	a et c	a,b et c	a,b et c	
Leçon 14	Question	1	2	3	4	5	6		
	Réponse	a,b et c	a	a et b	b	a et b	c		
Leçon 15	Question	1	2	3	4	5	6		
	Réponse	c	b	a	c	a	a		
Leçon 16	Question	1	2	3	4	5			
	Réponse	a	b	a	c	b			
Leçon 17	Question	1	2	3	4	5			
	Réponse	c	a	a	a	a			

QCM pour s'évaluer

Leçon 1

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Réponse	a	a	c	c	c	b	c	a	b	a

Leçon 2

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Réponse	a	c	a	b	a	c	b	a	a	b

Leçon 3

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Réponse	a	b	b	a	c	c	a	b	a	a	b

Leçon 4

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Réponse	c	b	a	b	c	b	c	b	a	c

Leçon 5

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Réponse	b	c	a	b	b et c	c	b et c	a	a

Leçon 6

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Réponse	c	c	a et b	a	a	b	a	c	c	a

Leçon 7

Question	1	2	3	4	5	6	7
Réponse	a,b et c	a et c	b	c	a et c	b	c

Leçon 8

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Réponse	c	b	a	c	b	a	a	c	a	c

Leçon 9

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Réponse	c	a	a	b	c	c	a	b	c

Leçon 10

Question	1	2	3	4	5	6	7
Réponse	c	a	a,b et c	a,b et c	b	c	a

Leçon 11

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Réponse	a	b	c	c	b	a	b	b	a	b	b	b et c	a,b et c	a et c	a,b et c

Leçon 12

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Réponse	a	b	c	b	a	c	b	a,b et c	a et c	a

Leçon 13

Question	1	2	3	4	5	6	7
Réponse	a et b	a et c	c	a et c	a	c	c

Leçon 14

Question	1	2	3	4	5	6	7	8-1	8-2
Réponse	b	a et c	c	a et c	b	b	c	c	c

Leçon 15

Question	1	2	3	4	5
Réponse	b	c	a	c	b

Leçon 16

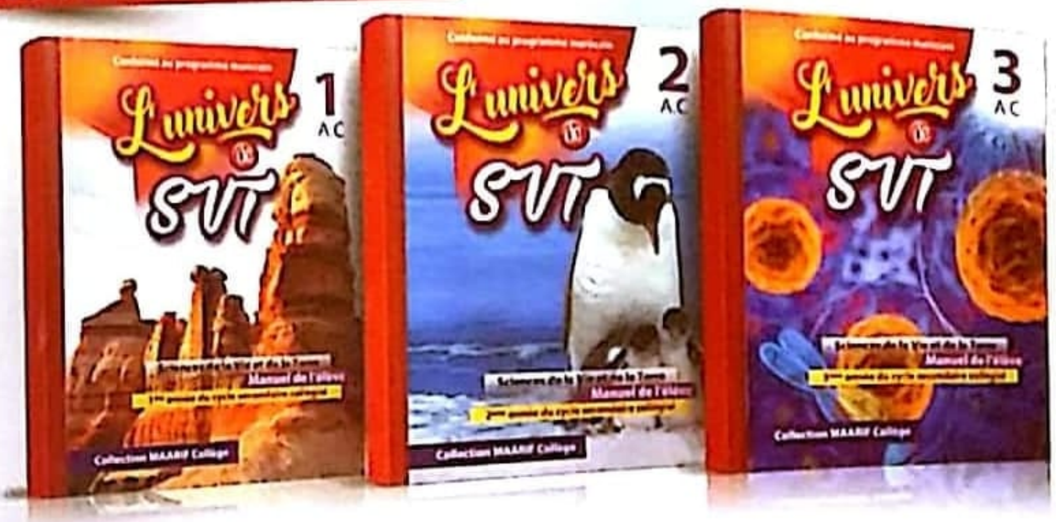
Question	1	2	3	4	5	6	7
Réponse	b	a	c	b	a	b	c

Leçon 17

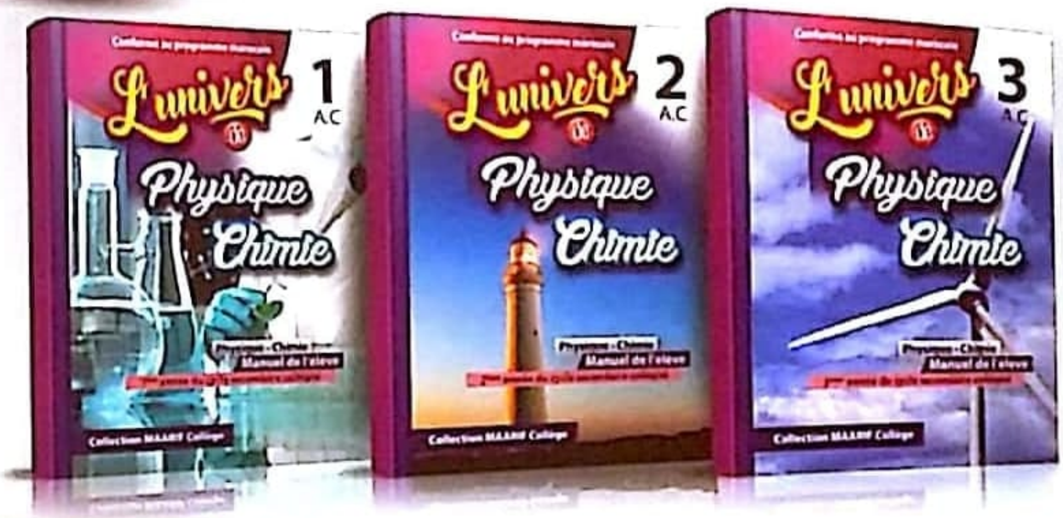
Question	1	2	3	4	5	6	7	8
Réponse	a	b	b	c	a	b et c	a	b

Dans la même collection

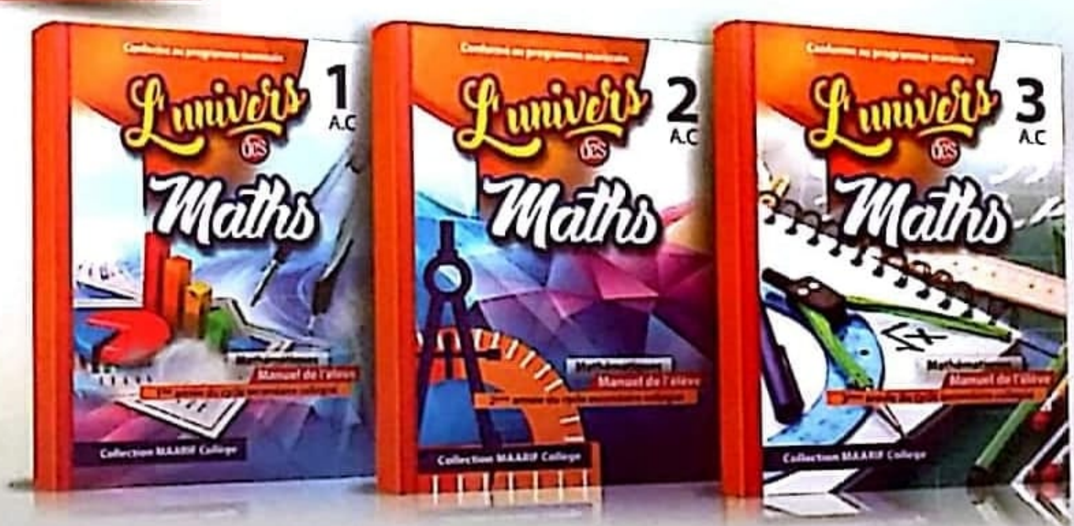
Sciences de la Vie et de la Terre



Physique - Chimie



Mathématiques



Distribution :

LIBRAIRIE AL MAARIF
Rue Bab Chellah, devant la grande Mosquée - B.P. : 239 - RABAT
Tél. : (212) 05 37 73 07 01 - (212) 05 37 72 65 24 - **Fax :** 05 37 20 01 37
E-mail : lbmaarif@gmail.com

Edition :

DAR NACHR AL MAARIFA
10, Av. Al Fadila Q.I. CYM - RABAT
Tél : (212) 05 37 79 57 02 - 05 37 79 69 14/38 - **Fax :** (212) 05 37 79 03 43
E-mail : dnmaarifa@gmail.com - **Site-web :** www.darnachralmaarifa.ma

ISBN 978-9954-688-23-6