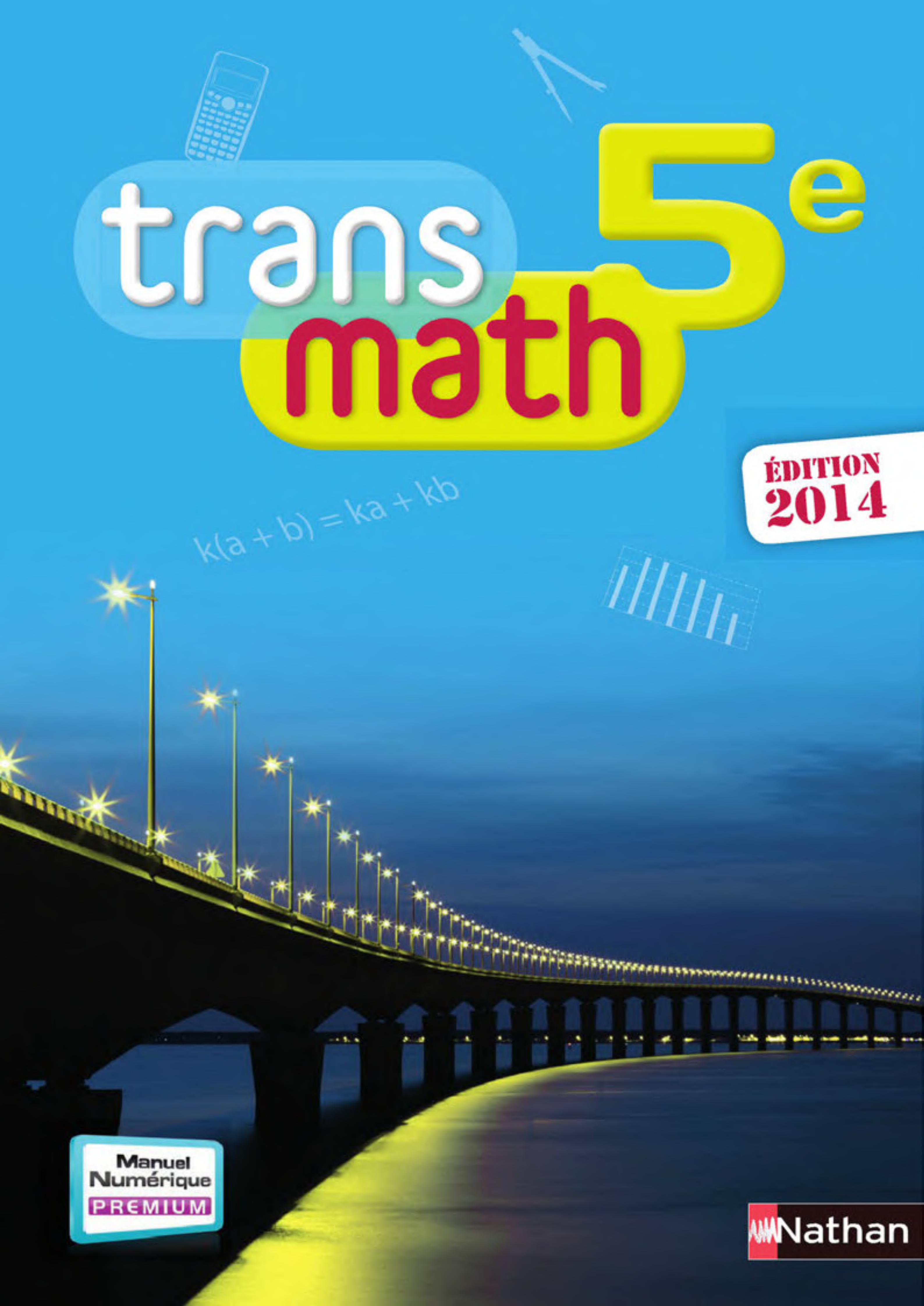
trans math 5e

ÉDITION 2014



Manuel Numérique PREMIUM

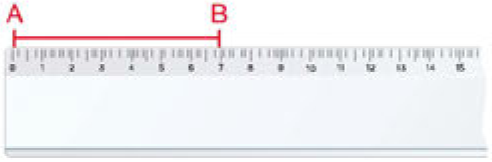
Nathan

Les instruments de géométrie

Avec la règle

On peut tracer des droites, des segments, …

Avec la règle **graduée**, on peut mesurer la longueur d'un segment, ou tracer un segment de longueur donnée.



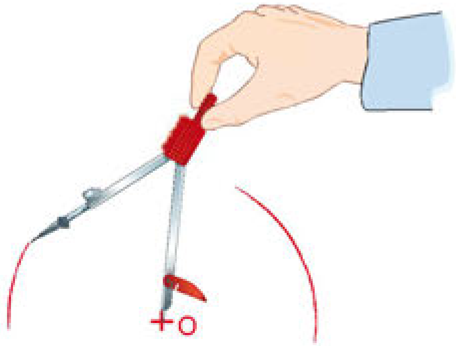
Avec l'équerre

On peut tracer des droites perpendiculaires.

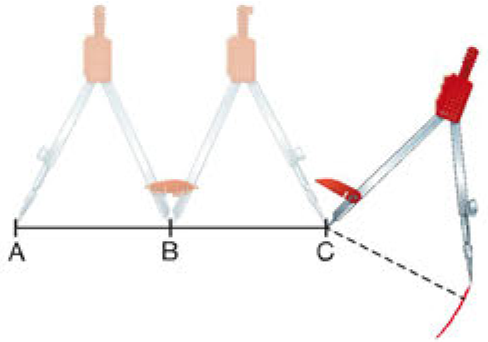
Les deux côtés qui forment un angle droit.

Avec le compas

On peut tracer des cercles.

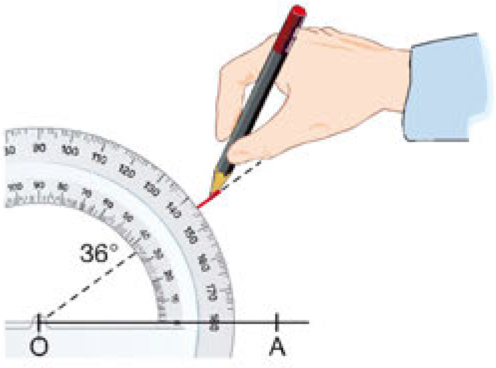


On peut reporter des longueurs.

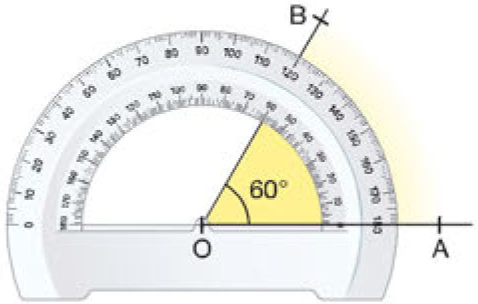


Avec le rapporteur

On peut tracer un angle de mesure donnée.



On peut mesurer des angles.



Les tables de multiplication

0

1 × 0 = 0
2 × 0 = 0
3 × 0 = 0
4 × 0 = 0
5 × 0 = 0
6 × 0 = 0
7 × 0 = 0
8 × 0 = 0
9 × 0 = 0
10 × 0 = 0

1

1 × 1 = 1
2 × 1 = 2
3 × 1 = 3
4 × 1 = 4
5 × 1 = 5
6 × 1 = 6
7 × 1 = 7
8 × 1 = 8
9 × 1 = 9
10 × 1 = 10

2

1 × 2 = 2
2 × 2 = 4
3 × 2 = 6
4 × 2 = 8
5 × 2 = 10
6 × 2 = 12
7 × 2 = 14
8 × 2 = 16
9 × 2 = 18
10 × 2 = 20

3

1 × 3 = 3
2 × 3 = 6
3 × 3 = 9
4 × 3 = 12
5 × 3 = 15
6 × 3 = 18
7 × 3 = 21
8 × 3 = 24
9 × 3 = 27
10 × 3 = 30

4

1 × 4 = 4
2 × 4 = 8
3 × 4 = 12
4 × 4 = 16
5 × 4 = 20
6 × 4 = 24
7 × 4 = 28
8 × 4 = 32
9 × 4 = 36
10 × 4 = 40

5

1 × 5 = 5
2 × 5 = 10
3 × 5 = 15
4 × 5 = 20
5 × 5 = 25
6 × 5 = 30
7 × 5 = 35
8 × 5 = 40
9 × 5 = 45
10 × 5 = 50

6

1 × 6 = 6
2 × 6 = 12
3 × 6 = 18
4 × 6 = 24
5 × 6 = 30
6 × 6 = 36
7 × 6 = 42
8 × 6 = 48
9 × 6 = 54
10 × 6 = 60

7

1 × 7 = 7
2 × 7 = 14
3 × 7 = 21
4 × 7 = 28
5 × 7 = 35
6 × 7 = 42
7 × 7 = 49
8 × 7 = 56
9 × 7 = 63
10 × 7 = 70

8

1 × 8 = 8
2 × 8 = 16
3 × 8 = 24
4 × 8 = 32
5 × 8 = 40
6 × 8 = 48
7 × 8 = 56
8 × 8 = 64
9 × 8 = 72
10 × 8 = 80

9

1 × 9 = 9
2 × 9 = 18
3 × 9 = 27
4 × 9 = 36
5 × 9 = 45
6 × 9 = 54
7 × 9 = 63
8 × 9 = 72
9 × 9 = 81
10 × 9 = 90

transmath 5e

ÉDITION 2014

Sous la direction de Joël Malaval

Frédérique Bourgeat,
Collège Honoré d'Urfé à Saint-Étienne (42)
Véronique Carlod,
Collège Joliot Curie à Aubière (63)
Damien Jacquemoud,
Collège Geneviève Anthonioz-de-Gaulle à Cluses (74)
Anne Keller,
Collège Louise Michel à Lille (59)
Monique Maze,
Académie de Clermont Ferrand (63)
Annie Plantiveau,
Académie de Nantes (44)
Frédéric Puigredo,
Collège Victor Hugo à Gassin (83)
Franck Verdier,
Collège Maxime Deyts à Bailleul (59)

Nathan

Sommaire

- Propositions de progressions 4
- Programme 6
- Mise en œuvre du socle commun dans Transmath 5^e 8
- Présentation du manuel 10

Nombres et calculs

CHAPITRE 1

Nombres décimaux : règles de calcul 11

1. Calcul d'une expression numérique sans parenthèses
2. Calcul d'une expression numérique avec parenthèses

CHAPITRE 2

Expressions littérales 29

1. Expressions littérales
2. Distributivité
3. Test d'une égalité

CHAPITRE 3

Nombres en écriture fractionnaire 49

1. Sens de l'écriture fractionnaire
2. Égalité de quotients

CHAPITRE 4

Nombres en écriture fractionnaire: opérations 67

1. Addition et soustraction
2. Multiplication

CHAPITRE 5

Nombres relatifs. Repérage 85

1. Notion de nombres relatifs
2. Repérage
3. Comparaison de nombres relatifs

CHAPITRE 6

Addition, soustraction de nombres relatifs 105

1. Addition de nombres relatifs
2. Soustraction de nombres relatifs

Organisation et gestion de données. Fonctions

CHAPITRE 7

Proportionnalité 123

1. Tableaux de proportionnalité
2. Utilisation de la proportionnalité

CHAPITRE 8

Représentation et traitement de données 141

1. Tableaux : effectifs, fréquences, classes
2. Représentations graphiques

Géométrie – Grandeurs et mesures

CHAPITRE 9

Symétrie centrale 159

1. Symétrie axiale : rappels
2. Symétrie centrale
3. Symétriques de figures usuelles

CHAPITRE 10

Angles 179

1. Vocabulaire des angles
2. Parallèles, sécante et angles
3. Somme des mesures des angles d'un triangle

CHAPITRE 11

Triangles : constructions 199

1. Construction de triangles
2. Droites remarquables d'un triangle

CHAPITRE 12

Parallélogrammes et cas particuliers 217

1. Parallélogrammes
2. Parallélogrammes particuliers
3. Reconnaître la nature d'un quadrilatère

CHAPITRE 13

Aires 237

1. Formulaire

CHAPITRE 14

Prismes et cylindres. Volumes 253

1. Prismes droits
2. Cylindres de révolution
3. Volumes

En fin d'ouvrage

Tâches complexes transversales 273
Je fais le point 280
Corrigés des exercices « Je m'évalue » 292
Corrigés des exercices d'application 292
Corrigés des exercices « Je m'entraîne » 295
Index et crédits 302

Pages de garde

I Les instruments de géométrie
II Les tables de multiplication
III Tableur – Logiciel de géométrie dynamique
IV Les calculatrices

Propositions de progression

Progression organisée par chapitre

Ordre dans l'année	Titre du chapitre du manuel	Numéro du chapitre du manuel	Domaine
1	Nombres décimaux : règles de calcul	1	Nombres et calculs
2	Symétrie centrale	9	Géométrie. Grandeurs et mesures
3	Expressions littérales	2	Nombres et calculs
4	Angles	10	Géométrie. Grandeurs et mesures
5	Nombres en écriture fractionnaire	3	Nombres et calculs
6	Triangles : constructions	11	Géométrie. Grandeurs et mesures
7	Nombres en écriture fractionnaire : opérations	4	Nombres et calculs
8	Proportionnalité	7	Organisation et gestion de données
9	Parallélogrammes et cas particuliers	12	Géométrie. Grandeurs et mesures
10	Nombres relatifs. Repérage	5	Nombres et calculs
11	Aires	13	Géométrie. Grandeurs et mesures
12	Représentation et traitement de données	8	Organisation et gestion de données
13	Addition, soustraction de nombres relatifs	6	Nombres et calculs
14	Prismes et cylindres. Volumes	14	Géométrie. Grandeurs et mesures

Progression spiralée

Ordre dans l'année	Notions (numéros des paragraphes du cours)	Numéro et titre du chapitre du manuel	Domaine
1	1 - Calcul d'une expression numérique sans parenthèses	1. Nombres décimaux : règles de calcul	Nombres et calculs
2	1 - Symétrie axiale : rappels 2 - Symétrie centrale	9. Symétrie centrale	Géométrie. Grandeurs et mesures
3	2 - Calcul d'une expression numérique avec parenthèses	1. Nombres décimaux : règles de calcul	Nombres et calculs
4	1 - Tableaux de proportionnalité	7. Proportionnalité	Organisation et gestion de données
5	3 - Symétriques de figures usuelles	9. Symétrie centrale	Géométrie. Grandeurs et mesures
6	1 - Expressions littérales	2. Expressions littérales	Nombres et calculs
7	1 - Vocabulaire des angles	10. Angles	Géométrie. Grandeurs et mesures

8	1 - Tableaux : effectifs, fréquences, classes	8. Représentation et traitement de données	Organisation et gestion de données
9	2 - Parallèles, sécante et angles	10. Angles	Géométrie. Grandeurs et mesures
10	2 - Distributivité	2. Expressions littérales	Nombres et calculs
Fin 1^{er} trimestre			
11	3 - Somme des mesures des angles d'un triangle	10. Angles	Géométrie. Grandeurs et mesures
12	3 - Test d'une égalité	2. Expressions littérales	Nombres et calculs
13	1 - Constructions de triangles	11. Triangles : constructions	Géométrie. Grandeurs et mesures
14	1 - Sens de l'écriture fractionnaire	3. Nombres en écriture fractionnaire	Nombres et calculs
15	2 - Droites remarquables d'un triangle	11. Triangles : constructions	Géométrie. Grandeurs et mesures
16	2 - Egalité de quotients	3. Nombres en écriture fractionnaire	Nombres et calculs
17	1 - Parallélogrammes 2 - Parallélogrammes particuliers	12. Parallélogrammes et cas particuliers	Géométrie. Grandeurs et mesures
18	1 - Addition et soustraction	4. Nombres en écriture fractionnaire : opérations	Nombres et calculs
19	2 - Multiplication	4. Nombres en écriture fractionnaire : opérations	Nombres et calculs
20	2 - Utilisation de la proportionnalité	7. Proportionnalité	Organisation et gestion de données
Fin 2^e trimestre			
21	1 - Formulaire	13. Aires	Géométrie. Grandeurs et mesures
22	1 - Notion de nombres relatifs	5. Nombres relatifs. Repérage	Nombres et calculs
23	3 - Reconnaitre la nature d'un quadrilatère	12. Parallélogrammes et cas particuliers	Géométrie. Grandeurs et mesures
24	2 - Repérage 3 - Comparaison de nombres relatifs	5. Nombres relatifs. Repérage	Nombres et calculs
25	1 - Prismes droits 2 - Cylindres de révolution	14. Prismes et cylindres. Volumes	Géométrie. Grandeurs et mesures
26	2 - Représentations graphiques	8. Représentation et traitement de données	Organisation et gestion de données
27	1 - Addition de nombres relatifs	6. Addition, soustraction de nombres relatifs	Nombres et calculs
28	3 - Volumes	14. Prismes et cylindres. Volumes	Géométrie. Grandeurs et mesures
29	2 - Soustraction de nombres relatifs	6. Addition, soustraction de nombres relatifs	Nombres et calculs
Fin 3^e trimestre			

Programme de mathématiques 5e

Bulletin Officiel spécial n° 6 du 28 août 2008

Les points du programme (connaissances, capacités et exemples) qui ne sont **pas exigibles** pour le socle sont écrits *en italiques*.
Si la phrase en italiques est précédée d'un astérisque, l'item sera exigible pour le socle dans une année ultérieure.

Connaissances	Capacités	Chapitres du manuel
1. Organisation et gestion de données. Fonctions		
1.1 Proportionnalité Propriété de linéarité. Tableau de proportionnalité. Passage à l'unité ou « règle de trois ». Pourcentage. Échelle. [Thèmes de convergence]	- Compléter un tableau de nombres représentant une relation de proportionnalité, en particulier déterminer une quatrième proportionnelle. - Reconnaître si un tableau complet de nombres est ou non un tableau de proportionnalité. - Mettre en œuvre la proportionnalité dans les cas suivants : - comparer des proportions, - utiliser un pourcentage, - _* calculer un pourcentage,_ - _* utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin,_ - _calculer l'échelle d'une carte ou d'un dessin._	Chapitre 7
1.2 Expressions littérales [Thèmes de convergence]	Utiliser une expression littérale. *Produire une expression littérale.*	Chapitre 2
1.3 Activités graphiques Repérage sur une droite graduée. Repérage dans le plan. [Thèmes de convergence]	Sur une droite graduée : - lire l'abscisse d'un point donné, - placer un point d'abscisse donnée (exactement ou approximativement, en fonction du contexte), - *déterminer la distance de deux points d'abscisses données.* Dans le plan muni d'un repère orthogonal : - lire les coordonnées d'un point donné, - placer un point de coordonnées données. *Connaître et utiliser le vocabulaire : origine, coordonnées, abscisse, ordonnée.*	Chapitre 5 ▶ Chapitre 6 Chapitre 5
1.4 Représentation et traitement de données Effectifs. _*Fréquences._ Classes. Tableau de données, représentations graphiques de données. [Thèmes de convergence]	- Calculer des effectifs, - _* Calculer des fréquences._ - Regrouper des données en classes d'égale amplitude. - Lire et interpréter des informations à partir d'un tableau ou d'une représentation graphique (diagrammes divers, histogramme). - Présenter des données sous la forme d'un tableau, les représenter sous la forme d'un diagramme ou d'un histogramme (dans ce cas les classes sont toujours de même amplitude).	Chapitre 8
2. Nombres et calculs		
2.1 Nombres entiers et décimaux positifs : calcul, divisibilité sur les entiers _*Enchaînement d'opérations._ Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.	- *Effectuer une succession d'opérations donnée sous diverses formes (par calcul mental, à la main ou instrumenté), uniquement sur des exemples numériques.* - *Écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations.* - Sur des exemples numériques, utiliser les égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.	Chapitre 1
	- * Sur des exemples littéraux, utiliser les égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.	Chapitre 2
Division par un décimal. Multiples et diviseurs, divisibilité.	- Ramener une division dont le diviseur est décimal à une division dont le diviseur est entier. - Reconnaître, dans des cas simples, si un nombre entier positif est multiple ou diviseur d'un autre nombre entier positif.	Chapitre 3
2.2 Nombres positifs en écriture fractionnaire : sens et calculs Sens de l'écriture fractionnaire. Addition et soustraction. _*Multiplication._	- Utiliser l'écriture fractionnaire comme expression d'une proportion, d'une fréquence. - Utiliser sur des exemples numériques des égalités du type $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$. - Additionner et soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes _*et dans le cas où le dénominateur de l'un est un multiple du dénominateur de l'autre._ - _*Effectuer le produit de deux nombres écrits sous forme fractionnaire ou décimale, le cas d'entiers étant inclus._	Chapitre 3 Chapitre 4
2.3 Nombres relatifs entiers et décimaux : sens et calculs Notion de nombre relatif. _*Ordre._	- Utiliser la notion d'opposé. - _*Ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale._	Chapitre 5

**Addition et soustraction de nombres relatifs.* [Thèmes de convergence]	*- *Calculer la somme ou la différence de deux nombres relatifs.* *- Calculer, sur des exemples numériques, une expression dans laquelle interviennent uniquement les signes +, − et éventuellement des parenthèses.* *- Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs.*	Chapitre 6
2.4 Initiation à la notion d'équation	*-*Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.*	Chapitre 2
3. Géométrie		
3.1 Figures planes Parallélogramme. Figures simples ayant un centre de symétrie ou des axes de symétrie.	- Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles) du parallélogramme. - Construire, sur papier uni, un parallélogramme donné (et notamment dans les cas particuliers du carré, du rectangle, du losange) en utilisant ses propriétés. - Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales, aux éléments de symétrie) du carré, du rectangle, du losange.	Chapitre 12
Angles. **[Reprise du programme de 6e]**	- Reproduire un angle.	Chapitre 10
Propriétés des triangles usuels. **[Reprise du programme de 6e]** *Caractérisation angulaire du parallélisme.* Triangle, somme des angles d'un triangle.	- Connaître les propriétés relatives aux angles des triangles suivants : triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle. *- Connaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques.* - Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat sur la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle.	Chapitre 10
Construction de triangles et inégalité triangulaire.	- Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire. - Construire un triangle connaissant : • la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents, • les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés, • les longueurs des trois côtés. - Sur papier uni, reproduire un angle au compas.	Chapitre 11
Médiatrice d'un segment. **[Reprise du programme de 6e]**	- Connaître et utiliser la définition de la médiatrice ainsi que la caractérisation de ses points par la propriété d'équidistance. *- Utiliser différentes méthodes pour tracer la médiatrice d'un segment.*	Chapitre 9
Cercle circonscrit à un triangle. *Médianes et hauteurs d'un triangle.*	- Construire le cercle circonscrit à un triangle. *- Connaître et utiliser la définition d'une médiane et d'une hauteur d'un triangle.*	Chapitre 11
3.2 Symétries Symétrie axiale. **[Reprise du programme de 6e]** Symétrie centrale.	- Construire le symétrique d'une droite. - Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle. *- Construire le symétrique d'une demi-droite.* - Construire ou compléter à l'aide des instruments usuels la figure symétrique d'une figure donnée.	Chapitre 9
3.3 Prismes droits, cylindres de révolution	*- Fabriquer un prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme et dont les dimensions sont données, en particulier à partir d'un patron.* *- Fabriquer un cylindre de révolution dont le rayon du cercle de base est donné.* - Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière de ces deux solides. - Reconnaître dans une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires.	Chapitre 14
4. Grandeurs et mesures		
4.1 Longueurs, masses, durées	- Calculer le périmètre d'une figure. - Calculer des durées, des horaires	▶ Chapitres 1, 2, 12 ▶ Chapitres 1, 2, 3
4.2 Angles	Maîtriser l'utilisation du rapporteur	Chapitre 10
4.3 Aires Parallélogramme, triangle, disque.	*- Calculer l'aire d'un parallélogramme.* - Calculer l'aire d'un triangle connaissant un côté et la hauteur associée. - Calculer l'aire d'une surface plane ou celle d'un solide, par décomposition en surfaces dont les aires sont facilement calculables.	Chapitres 13 et 14
4.4 Volumes Prisme, cylindre de révolution.	- Calculer le volume d'un parallélépipède rectangle. *- Calculer le volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution.* - Effectuer pour des volumes des changements d'unités de mesure.	Chapitre 14

Mise en œuvre du socle commun dans Transmath 5e

Les outils du socle commun

- Le Livret personnel de compétences (simplifié en septembre 2012), téléchargeable sur : http://eduscol.education.fr/cid49889/livret-personnel-de-competences.html
- La Grille de référence du palier 3, téléchargeable sur : http://eduscol.education.fr/cid53126/grilles-de-references-socle-commun.html
- L'Aide au suivi de l'acquisition des connaissances et des capacités, téléchargeable sur : http://eduscol.education.fr/cid52432/outils-pour-l-evaluation-des-competences.html

Le livret personnel de compétences

Les mathématiques sont concernées par la **compétence 3 « Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique »**.
Cette compétence 3 comprend deux parties. Voici comment on repère les différents items de ces deux parties dans le manuel.

- **Pratiquer une démarche scientifique, résoudre des problèmes**

C1 : Rechercher, extraire et organiser l'information utile.
C2 : Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.
C3 : Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer.
C4 : Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté.

- **Savoir utiliser des connaissances et des compétences mathématiques**

D1 : Organisation et gestion de données.

D2 : Nombres et calculs.

D3 : Géométrie.

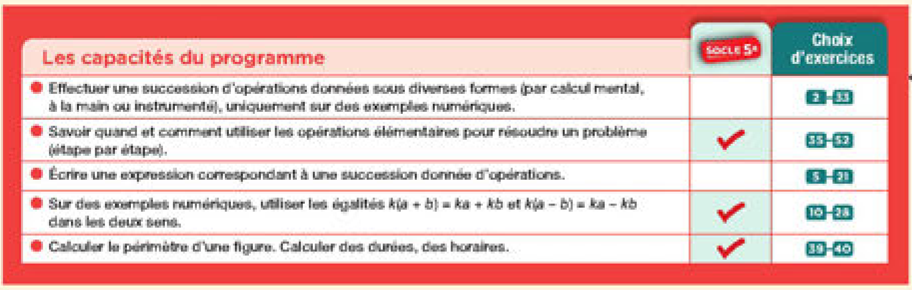
D4 : Grandeurs et mesures.

Pour le détail des explications de ces items, on se reportera à la Grille de référence du palier 3.
Pour faciliter l'évaluation progressive des exigences à chaque niveau de la 6e à la 3e, on se reportera à l'Aide au suivi de l'acquisition des connaissances et des capacités.

Mise en œuvre dans le manuel

● En page d'ouverture de chaque chapitre

Un tableau recense les capacités au programme de 5e. Voici par exemple celui du chapitre 1.



Les capacités du programme	SOCLE 5e	Choix d'exercices
● Effectuer une succession d'opérations données sous diverses formes (par calcul mental, à la main ou instrumenté), uniquement sur des exemples numériques.		2 – 33
● Savoir quand et comment utiliser les opérations élémentaires pour résoudre un problème (étape par étape).	✓	35 – 53
● Écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations.		5 – 21
● Sur des exemples numériques, utiliser les égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.	✓	10 – 28
● Calculer le périmètre d'une figure. Calculer des durées, des horaires.	✓	39 – 40

Pour chaque capacité, on indique :
– si elle est au socle de la classe de 5e (c'est-à-dire **pas écrite en italique** dans le programme),
– un parcours (non exhaustif) d'exercices.

- **Les exercices** **Je m'entraîne**

Ils permettent, en particulier, de vérifier si les capacités au socle de 5^e sont atteintes.
De plus, la page « À l'oral » permet de contourner les éventuelles difficultés de rédaction des élèves.

- **Les exercices** **J'utilise mes compétences**

Ils confrontent les élèves à des tâches intermédiaires, des résolutions de problèmes (dont certains ouverts), des narrations de recherche, des travaux de groupe, des situations utilisant les TICE.
On notera en particulier la rubrique **« S'initier au raisonnement »** où l'élève se familiarise pas à pas, avec nos conseils, à cette activité de raisonnement.

- **Les tâches complexes**

Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

Les tâches complexes sont un outil privilégié pour travailler par compétences. L'élève doit résoudre une situation-problème inédite mêlant savoirs et savoir-faire. Il est important de noter qu'une tâche complexe n'est pas forcément compliquée.
Chaque chapitre présente trois tâches complexes en lien avec les connaissances et capacités du chapitre. Mais vous pouvez choisir de les proposer à votre classe à un autre moment de votre progression.
Pour chaque tâche, les compétences les plus travaillées sont précisées.
La compétence **C4** est toujours concernée, aussi ne la mentionne-t-on pas à chaque fois. Il est en effet toujours demandé une production écrite lors de ces tâches complexes.

Pour vous aider à évaluer les compétences, vous trouverez sur le site compagnon des **indicateurs de réussite** pour chaque tâche complexe.

Voici un extrait du tableau concernant une tâche complexe du chapitre 10 « Angles ».

Exercice	Compétences	Indicateurs de réussite
94 p. 198	**C1 – C2 – C3 – C4** **D3**	**C1.** L'élève a : – observé que dans la première boucle d'oreilles cinq angles *c* donnent un angle de 360° ; – repéré des triangles superposables, des triangles isocèles et les différents angles pour chaque boucle d'oreille. **C2.** L'élève a : – mené à bien le calcul de la mesure *c*, de la mesure *d* et celui de la mesure *h*. **C3.** L'élève a : – utilisé une propriété des triangles isocèles pour trouver *d* ; – formulé la difficulté de trouver *i* et *k*. **C4.** L'élève a : – écrit clairement les étapes de ses recherches. **D3.** L'élève a décomposé les boucles d'oreilles en figures plus simples.

www.nathan.fr/transmath5e-2014

Découvrir un chapitre

La page d'ouverture

- Observer un document qui ouvre le chapitre sur le monde qui nous entoure.
- Au fil des siècles : un point d'histoire des mathématiques en lien avec le chapitre.

Je découvre

- Réactiver les notions à revoir et découvrir les nouvelles notions.

J'apprends

Je sais faire

- Deux ou trois doubles pages pour apprendre le cours et les savoir-faire associés, puis vérifier leur acquisition grâce aux applications directes.

Les exercices

Les exercices sont de difficulté croissante.
Les exercices signalés en jaune sont corrigés en fin de manuel.

Je m'entraîne

Acquérir les bases, en commençant par des exercices À L'ORAL, du calcul mental et des exercices d'application directe.

Je m'évalue

S'autoévaluer à l'aide d'un QCM.

J'utilise mes compétences

Approfondir en développant ses compétences.

Tâches complexes

Développer ses compétences (notamment celles du socle commun) lors d'une résolution de problème en situation.

CHAPITRE 1

Nombres décimaux : règles de calcul

Le Chat de Philippe Geluck propose ici une succession d'opérations.
Pour calculer une expression numérique écrite en ligne, il est important de connaître **les priorités opératoires**.

Au fil des siècles

Les soldats romains, les chevaliers au Moyen Âge… circulaient du côté gauche des chaussées.
Ce n'est qu'à la fin du XVIII^e siècle que Napoléon imposa la convention de circuler du côté droit.

→ Donner des exemples d'autres **conventions** dans la vie quotidienne.

Les capacités du programme	SOCLE 5e	Choix d'exercices
Effectuer une succession d'opérations données sous diverses formes (par calcul mental, à la main ou instrumenté), uniquement sur des exemples numériques.		2-33
Savoir quand et comment utiliser les opérations élémentaires pour résoudre un problème (étape par étape).	✓	35-52
Écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations.		5-21
Sur des exemples numériques, utiliser les égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.	✓	10-28
Calculer le périmètre d'une figure. Calculer des durées, des horaires.	✓	39-40

Je découvre

ACTIVITÉ 1 Suite d'additions et soustractions

Après une sortie scolaire, un professeur envoie un même fichier de photos aux élèves qui le souhaitent. Quatre d'entre eux personnalisent ce fichier.

Marc	Élise	Pedro	Joy
Fichier initial : 28,9 Mo	Fichier initial : 28,9 Mo	Fichier initial : 28,9 Mo	Fichier initial : 28,9 Mo
1 photo ajoutée : 1,4 Mo	1 photo ajoutée : 1,4 Mo	1 photo supprimée : 1,4 Mo	1 photo supprimée : 1,4 Mo
1 photo supprimée : 2,5 Mo	1 photo ajoutée : 2,5 Mo	1 photo ajoutée : 2,5 Mo	1 photo supprimée : 2,5 Mo

1. Calculer le nombre de mégaoctets (Mo) du fichier obtenu par chaque élève.

2. Ces expressions donnent le nombre de mégaoctets du fichier obtenu par chaque élève.

- A = 28,9 + 1,4 + 2,5
- B = 28,9 − 1,4 + 2,5
- C = 28,9 − 1,4 − 2,5
- D = 28,9 + 1,4 − 2,5

a. Associer chaque expression à l'élève correspondant.

b. Calculer chaque expression avec la règle ci-contre.
Vérifier que l'on retrouve les résultats obtenus à la question **1**.

3. a. Calculer à la main l'expression E = 28,9 − 2,3 + 0,5 − 1,1.

b. Cette expression traduit les actions effectuées par Léo sur le fichier initial.
Décrire la façon dont Léo a personnalisé ce fichier.

Règle
Dans une suite d'additions et soustractions, on effectue les calculs de la gauche vers la droite.

ACTIVITÉ 2 Suite d'opérations

Problème 1
Anna achète une règle à 0,50 € et trois stylos à 1,60 € l'un.
Combien paie-t-elle ?

Problème 2
Un camion pèse 2 250 kg. On décharge de ce camion 3 caisses de 150 kg chacune. Combien pèse alors le camion ?

Problème 3
Une grand-mère partage équitablement 50 € entre ses 4 petits-enfants. L'un d'eux, Raphaël, dépense 7 €.
Combien lui reste-t-il ?

1. Résoudre chacun de ces problèmes.

2. L'expression A = 0,50 + 3 × 1,60 correspond à la situation du problème 1.

a. Écrire des expressions B et C qui correspondent aux situations des problèmes 2 et 3.

b. En s'aidant du travail effectué à la question **1**, souligner dans chaque expression A, B, C la première opération à effectuer pour la calculer.
Recopier et compléter : « Pour calculer ce type d'expression, on effectue les ... et les ... avant les ... et les ... ».

3. a. Calculer l'expression A avec la calculatrice en tapant :

0,50 + 3 × 1,60 EXE (ou entrer)

b. Calculer de même à la calculatrice les expressions B et C.

4. a. Calculer à la main D = 2 × 7,50 + 4 × 2,25.

b. Imaginer un énoncé de problème correspondant à cette expression.

Info
Sur une calculatrice bien adaptée au collège, tu dois retrouver les résultats des trois problèmes ci-dessus.

ACTIVITÉ 3 Avec des parenthèses

1.

a. De Nabil ou Célia, qui a raison ? Expliquer.

b. Sans le savoir, l'autre élève a calculé l'expression B = (4 + 5) × 2.

Pour calculer une expression telle que B, **on commence par effectuer le calcul écrit entre parenthèses.**

Calculer à la main : C = 24,5 – (3,25 + 1,25) D = (3 + 12) × (15 – 4)

2. Pour le problème ci-contre, écrire une seule expression J pour répondre à la question, calculer cette expression et conclure par une phrase.

Éric a 39 ans et Olivia a 25 ans. L'âge de leur petite sœur, Jenny, est la moitié de la différence entre leurs âges. Quel est l'âge de Jenny ?

ACTIVITÉ 4 Avec le signe : ou un trait de fraction

Recopier et compléter.

Avec le signe :	Avec un trait de fraction	Écriture décimale
2 + 3 : 4	$2 + \frac{3}{4}$	2,75
15 : 4 – 2	...	...
(7 + 3) : 5	...	...
...	$\frac{27 - 11}{5}$	...
12 : (15 – 9)	...	...

ACTIVITÉ 5 Exprimer de deux façons

1. L'œuvre ci-contre du peintre français Pierre Soulages présente deux rectangles, l'un noir et l'autre bleu.

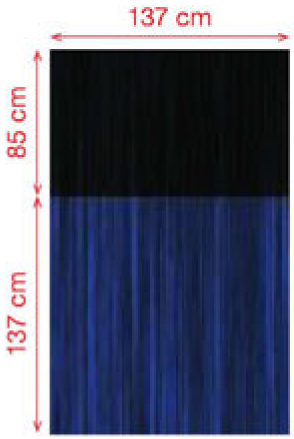
a. Écrire deux expressions différentes qui permettent de calculer l'aire A de cette toile.

b. Calculer l'aire de cette toile.

2. Calculer **mentalement** chaque expression en pensant à les écrire d'une autre façon.

a. B = 3 × 75 + 7 × 75

b. C = 25 × (10 + 2)



Pierre Soulages,
Peinture 222 × 137 cm,
3 février 1990

J'apprends

1 Calcul d'une expression numérique sans parenthèses

a Vocabulaire : rappels

EXEMPLES

- $\underbrace{6{,}3 + 2{,}4}_{\text{les termes}} = \underbrace{8{,}7}_{\text{la somme}}$
- $\underbrace{6{,}3 - 2{,}4}_{\text{les termes}} = \underbrace{3{,}9}_{\text{la différence}}$
- $\underbrace{5 \times 1{,}1}_{\text{les facteurs}} = \underbrace{5{,}5}_{\text{le produit}}$
- $\underbrace{5}_{\text{le dividende}} : \overbrace{2}^{\text{le diviseur}} = \underbrace{2{,}5}_{\text{le quotient}}$ et $5 : 2 = \dfrac{5}{2}$

  le numérateur

  le dénominateur

b Expression avec des additions et des soustractions

RÈGLE Pour calculer une expression numérique avec **uniquement des additions et des soustractions**, on effectue les opérations l'une après l'autre, **de la gauche vers la droite**.

EXEMPLES

gauche ⟶ droite

$$\begin{aligned} A &= \underbrace{5 - 4} + 1 \\ A &= \underbrace{1 + 1} \\ A &= 2 \end{aligned}$$

gauche ⟶ droite

$$\begin{aligned} B &= \underbrace{9{,}2 + 5} - 7{,}7 \\ B &= \underbrace{14{,}2 - 7{,}7} \\ B &= 6{,}5 \end{aligned}$$

c Expression avec des multiplications et des divisions

RÈGLE Pour calculer une expression numérique avec **uniquement des multiplications et des divisions**, on effectue les opérations l'une après l'autre, **de la gauche vers la droite**.

EXEMPLES

gauche ⟶ droite

$$\begin{aligned} C &= \underbrace{12 : 2} \times 6 \\ C &= \underbrace{6 \times 6} \\ C &= 36 \end{aligned}$$

gauche ⟶ droite

$$\begin{aligned} D &= \underbrace{1{,}5 \times 10} : 2 \\ D &= \underbrace{15 : 2} \\ D &= 7{,}5 \end{aligned}$$

d Expression avec des opérations diverses

RÈGLE Pour calculer une expression numérique (sans parenthèses), on effectue **les multiplications et les divisions avant les additions et les soustractions**.

EXEMPLE Calcul de l'expression E = 25 − 7 × 3 + 1 : 2.

$$\begin{aligned} E &= 25 - \underbrace{7 \times 3} + \underbrace{1 : 2} \\ E &= \underbrace{25 - 21} + 0{,}5 \\ E &= \underbrace{4 + 0{,}5} \\ E &= 4{,}5 \end{aligned}$$

On effectue d'abord la multiplication et la division.

On est alors en présence d'une suite d'additions et soustractions. On calcule de la gauche vers la droite.

Exercice résolu Effectuer une succession d'opérations

1 Énoncé

Calculer chaque expression numérique.

$A = 25 - 4{,}5 \times 2$ $B = 15 : 2 + 0{,}5 \times 8$ $C = 9 : 4 \times 2$ $D = 23 \times 0{,}5 \times 7 \times 2$

Solution

- $A = 25 - \underbrace{4{,}5 \times 2}$
  $A = 25 - \quad 9$
  $A = 16$
- $B = \underbrace{15 : 2} + \underbrace{0{,}5 \times 8}$
  $B = \quad 7{,}5 \quad + \quad 4$
  $B = 11{,}5$
- $C = \underbrace{9 : 4} \times 2$
  $C = 2{,}25 \times 2$
  $C = 4{,}5$
- $D = 23 \times 0{,}5 \times 7 \times 2$
  $D = \underbrace{0{,}5 \times 2} \times 23 \times 7$
  $D = \quad 1 \quad \times 23 \times 7$
  $D = 23 \times 7$
  $D = 161$

Nos conseils

- On utilise la règle du paragraphe ⓓ. A est la **différence** entre 25 et 4,5 × 2.
- On utilise la règle du paragraphe ⓓ. B est la **somme** de 15 : 2 et 0,5 × 8.
- On utilise la règle du paragraphe ⓒ. C est le **produit** de 9 : 4 par 2.
- On a vu en 6^e que dans une suite de multiplications (ou une suite d'additions), on peut modifier l'ordre des facteurs (ou des termes) et les regrouper différemment. Ici, on regroupe 0,5 et 2 avant d'appliquer la règle du paragraphe ⓒ.

Exercices d'application

Pour les exercices 2 et 3, calculer chaque expression.

2 $D = 2 \times 3{,}15 : 3$
$E = 7{,}5 \times 0{,}1 + 0{,}25$
$F = 3{,}25 \times 4 - 3 : 4$

3 $G = 10 : 2{,}5 \times 3$
$H = 60 + 7 \times 8$
$I = 45 : 5 - 3 \times 2$

4 **a.** Calculer l'expression :

$$J = 16 + 3 \times 2{,}50 + 4 \times 1{,}20$$

b. Cette expression permet de répondre à la question ci-dessous.
Recopier et compléter.

> Xavier a parcouru ... km, puis il a effectué 3 tours de ... km chacun et enfin 4 tours de ... km chacun.

c. Quelle distance totale Xavier a-t-il parcourue ?

Pour les exercices 5 à 7, écrire l'expression décrite, puis la calculer.

5 K est la somme de 7,5 et du produit 4,5 × 2.

6 L est le produit de 5 par le quotient 100 : 4.

7 M est la différence entre le produit 1,5 × 3 et le produit 0,5 × 4.

8 Claire : « J'ai multiplié 3,5 par 10. Au résultat, j'ai soustrait le produit de 0,08 par 100 ».
Après réflexion, Corentin affirme : « Tu as dû trouver 3472 ».
Claire : « Ah non ! J'ai trouvé 27 ».

a. Écrire l'expression C correspondant à la description de Claire.

b. Qui a bien calculé cette expression ?

2 Calcul d'une expression numérique avec parenthèses

a Expression avec des parenthèses

RÈGLE Pour calculer une expression numérique où figurent des parenthèses, on effectue **d'abord** les **calculs entre parenthèses.**

EXEMPLE

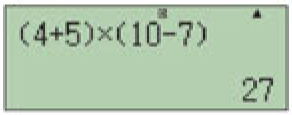
$$A = \underbrace{(4+5)}_{} \times \underbrace{(10-7)}_{}$$

$$A = \underbrace{9 \times 3}_{}$$

$$A = \mathbf{27}$$

Sur une calculatrice, on tape :

(4 + 5) × (10 − 7) EXE (ou entrer)



(4+5)×(10−7)

27

b Expression avec un trait de fraction

RÈGLE Lorsque la division est indiquée avec un trait de fraction, on n'écrit pas entre parenthèses les expressions qui figurent au numérateur et au dénominateur.

EXEMPLE $C = \dfrac{20+10}{5}$ désigne l'expression C = (20 + 10) : 5. Donc C = **30** : 5 = 6.

c Développer. Factoriser

PROPRIÉTÉS La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition et à la soustraction, c'est-à-dire que :

■ × (◆ + ▲) = ■ × ◆ + ■ × ▲ et ■ × (◆ − ▲) = ■ × ◆ − ■ × ▲

produit ⟶ somme produit ⟶ différence

- **Vocabulaire.** On dit que l'on **développe** le produit.

EXEMPLES Développement de D = 15 × (10 + 4).

D = **15** × (**10** + **4**) produit

D = **15** × **10** + **15** × **4** somme

D = 150 + 60

D = 210

Développement de E = 13 × (20 − 3).

D = **13** × (**20** − **3**) produit

D = **13** × **20** − **13** × **3** différence

D = 260 − 39

D = 221

CONSÉQUENCES ■ × ◆ + ■ × ▲ = ■ × (◆ + ▲) et ■ × ◆ − ■ × ▲ = ■ × (◆ − ▲)

somme ⟶ produit différence ⟶ produit

- **Vocabulaire.** On dit que l'on **factorise** la somme ou la différence et que ■ est un **facteur commun**.

EXEMPLES Factorisation de F = 7 × 17 + 7 × 3.

F = **7** × **17** + **7** × **3** somme

F = **7** × (**17** + **3**) produit

F = **7** × 20

F = 140

7 est un facteur commun à 7 × 17 et 7 × 3.

Factorisation de G = 19 × 15 − 19 × 5.

G = **19** × **15** − **19** × **5** différence

G = **19** × (**15** − **5**) produit

G = **19** × 10

G = 190

19 est un facteur commun à 19 × 15 et 19 × 5.

Exercice résolu Utiliser la distributivité en calcul réfléchi

9 **Énoncé**

Sans calculatrice et sans poser d'opération, calculer chaque expression. Expliquer.

$A = 23 \times (10 + 2)$ $B = 5{,}5 \times 23 - 4{,}5 \times 23$ $C = 27 \times 99$

Solution

- $A = 23 \times (10 + 2)$
  $A = \underbrace{23 \times 10} + \underbrace{23 \times 2}$
  $A = 230 + 46$
  $A = 276$

- $B = 5{,}5 \times 23 - 4{,}5 \times 23$
  $B = \underbrace{(5{,}5 - 4{,}5)} \times 23$
  $B = 1 \times 23$
  $B = 23$

- $C = 27 \times 99$
  $C = 27 \times (100 - 1)$
  $C = \underbrace{27 \times 100} - \underbrace{27 \times 1}$
  $C = 2\,700 - 27$
  $C = 2\,673$

Nos conseils

- Mentalement il n'est pas simple de calculer 23 × 12. Il est plus habile ici de **développer** le produit 23 × (10 + 2). En effet, on peut alors calculer mentalement 23 × 10 et 23 × 2.
- Ici, il est plus habile de **factoriser** 5,5 × 23 – 4,5 × 23. En effet, on peut alors calculer mentalement le produit obtenu.
- Ici, il faut penser à remplacer 99 par (100 – 1) et à **développer** le produit obtenu.

Exercices d'application

10 Sans calculatrice et sans poser d'opération, calculer chaque expression. Expliquer.

$D = 18{,}5 \times 83 + 18{,}5 \times 17$
$E = 17 \times (100 - 2)$
$F = 85 \times 101$

Pour les exercices 11 et 12, calculer **mentalement** en expliquant le procédé.

11 $G = 23 \times 7{,}1 + 23 \times 2{,}9$
$H = 11{,}1 \times 17 - 1{,}1 \times 17$
$I = 5{,}4 \times 93 + 5{,}4 \times 7$
$J = 10{,}07 \times 8{,}7 - 0{,}07 \times 8{,}7$

12 $K = 5{,}231 \times 2{,}5 + 5{,}231 \times 7{,}5$
$L = 730 \times 0{,}277 + 270 \times 0{,}277$
$M = 7{,}08 \times 13{,}278 - 7{,}08 \times 3{,}278$
$N = 8{,}23 \times 16 - 8{,}23 \times 6$

13 **a.** On sait que 7 × 53 = 371. Utiliser ce résultat pour calculer **mentalement** 7 × (53 – 10).
b. On sait que 8 × 74 = 592. Utiliser ce résultat pour calculer **mentalement** 8 × (74 – 9).
c. On sait que 9 × 237 = 2 133. Utiliser ce résultat pour calculer **mentalement** 9 × (237 + 3).

14 Une famille achète 7 tasses à 1,95 € l'une et 7 soucoupes à 1,05 € l'une.

a. Parmi les expressions suivantes, recopier celles qui permettent de calculer la dépense de cette famille.

- 7 × 1,95 + 1,05
- 7 × (1,95 + 1,05)
- 7 × 1,95 + 7 × 1,05
- 7 × 1,05 + 1,95

b. Calculer **mentalement** la dépense de cette famille. Expliquer.

Je m'entraîne À L'ORAL

Expressions sans parenthèses

15 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

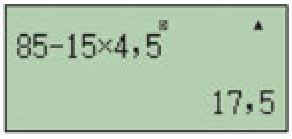
a. la somme de 15 et 3 ;
b. la différence entre 15 et 3 ;
c. le produit de 15 par 3 ;
d. le quotient de 15 par 3.

16 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

a. la différence entre 12,4 et 0,8 ;
b. le quotient de 7,2 par 8 ;
c. le produit de 7,2 par 8 ;
d. la somme de 12,4 et 0,8.

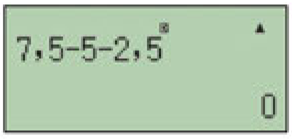
17 Dans chaque cas, décrire l'ordre dans lequel la calculatrice a effectué les calculs pour obtenir le résultat affiché.

a.



```
85-15×4,5
                17,5
```

b.

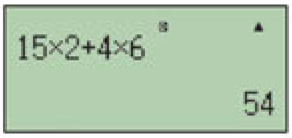


```
7,5-5-2,5
                   0
```

c.

```
54÷10×6
                32,4
```

d.



```
15×2+4×6
                  54
```

18 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

A = 3,7 − 1,7 + 0,3
B = 42 : 7 − 5
C = 7 × 8 : 2
D = 7,2 : 10 − 2 × 0,1

19 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

E = 17 − 5 − 2 + 6
F = 42 − 2 : 4
G = 3,5 : 5 : 2
H = 1,2 − 1,2 : 4 + 3

Expressions avec parenthèses

20 Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une différence, d'un produit, d'un quotient ou d'une somme.

A = (7,5 + 2,5) × 1,2
B = 5 + 2,5 × 4
C = 42 : (3 × 2)
D = 9 : 2 − 4
E = (4 + 2) × 5 − 3
F = 27 × 10 : 3

21

Expliquer pourquoi l'affirmation d'Arthur prête à confusion.

22 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

A = (4,5 + 3,5) × 2
B = 4,5 + 3,5 × 2
C = 75 − (21 − 6)
D = 75 − 21 − 6

23 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

E = 9 × 6 : 10
F = 9 × (6 : 10)
G = 8,1 : 9 : 3
H = 8,1 : (9 : 3)

24 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

I = (1 + 4) × (10 − 2)
J = 1 + 4 × 10 − 2
K = 24,6 : 6 − 3
L = 24,6 : (6 − 3)

25 Où placer des parenthèses dans l'expression 7 + 3 × 4 − 2 pour que le résultat soit 13 ?

Développer. Factoriser

26 Associer chaque produit ❶, ❷, ou ❸ à son développement correct A, B, C, D, E ou F dans le cadre vert ci-dessous.

❶ 5 × (3 + 6) ❷ (6 − 5) × 3 ❸ 6 × (5 − 3)

A = 6 − 5 × 3
B = 6 × 5 − 6 × 3
C = 6 × 3 − 5 × 3
D = 5 × 3 + 6
E = 5 × 6 − 5 × 3
F = 5 × 3 + 5 × 6

27 Romain a écrit :

$8 \times 3 + 8 \times 7 = 8 \times (3 + 7)$

Décrire l'action que Romain a effectuée.

Pour les exercices 28 et 29, donner le nombre qui a été remplacé par des pointillés.

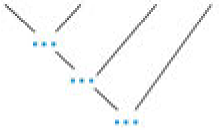
28 **a.** 9 × (1,7 + …) = 9 × 1,7 + 9 × 2,8
b. … × (3,5 − 2) = 8 × 3,5 − 8 × 2

29 **a.** 11 × 3 + 11 × … = 110
b. 13 × … − 13 × 1,9 = 130

Expressions sans parenthèses

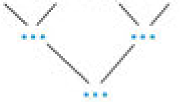
Pour les exercices 30 et 31, **recopier et compléter.**

30 **a.** 25 − 13,8 − 5,3 + 4

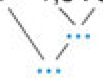


b. 4,5 × 6 − 4

31 **a.** 31 × 7 + 5,2 × 4



b. 1 − 1,5 : 3



32 Calculer chaque expression, puis vérifier à la calculatrice.

A = 95 − 23,8 + 14 − 8
B = 700 − 17 × 9 + 5,5 × 4
C = 4,3 × 5 + 12 : 2,5

33 Calculer chaque expression, puis vérifier à la calculatrice.

D = 5,5 × 6 : 4 × 2
E = 36 : 2 × 5 : 3
F = 7,5 × 8 : 5 : 4
G = 45 : 3 : 5 × 2,5

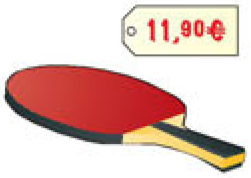
34 **a.** Associer chaque expression au résultat qui convient inscrit dans le cadre de droite.

H = 5 + 3 × 4 − 2
I = 5 × 3 − 4 × 2
J = 4 : 2 + 3 × 5
K = 4 × 3 − 5 : 2

• 7 • 17
• 15
• 4 • 9,5

b. L = 2 … 3 … 4 … 5
Écrire L en remplaçant les pointillés par les signes opératoires qui conviennent afin d'obtenir le résultat non utilisé au **a**.

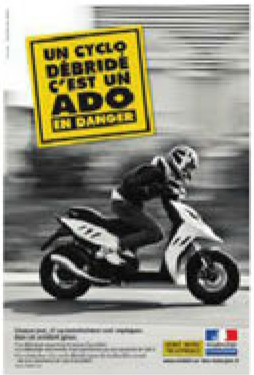
35 Léa pratique le tennis de table.
Voici ses achats.



a. CALCUL MENTAL Mentalement, dire si elle aura assez d'un billet de 20 € pour payer ses achats.
b. Calculer sa dépense.

36 Chaque heure un TGV parcourt en moyenne 250 km.
Sur le trajet Paris-Marseille, long de 748 km, un TGV a dû s'arrêter au bout d'une heure et demie (1,5 h) de trajet à cause d'un incident.
Calculer la distance qu'il lui reste à parcourir :
a. étape par étape ;
b. à l'aide d'une seule expression.

37 @SSR Lors d'un contrôle, Kévin est sanctionné car son cyclomoteur est débridé. Ses parents doivent régler une amende. Il les remboursera en 3 versements de 25 € et 10 h de petits travaux pour 6 € l'heure.
Calculer le montant de l'amende :
a. étape par étape ;
b. à l'aide d'une seule expression.



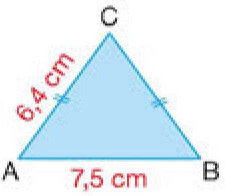
38 En France, en 2009, chaque habitant produisait en moyenne 374 kg d'ordures ménagères par an.
Source : ADEME, 2012
En 2009, la France métropolitaine comptait 64,7 millions d'habitants.
Les ordures ménagères sont ramassées par des bennes de 30 tonnes.
a. Parmi ces expressions, laquelle permet de calculer le nombre de bennes pleines que nécessite le ramassage des ordures ménagères d'une année ?

A = 374 × 64,7 : 30
B = 3,74 × 64,7 : 30
C = 0,374 × 64 700 000 : 30
D = 30 : 0,374 × 64 700 000

b. Calculer cette expression avec la calculatrice. Donner la valeur approchée par excès à la dizaine près et conclure par une phrase.

39 Écrire en une seule expression les calculs à effectuer pour convertir en secondes chacune des durées suivantes, puis donner les réponses.
a. 48 min 14 s
b. 3 h 27 min 47 s

40 **a.** Écrire une seule expression pour calculer le périmètre du triangle représenté ci-contre.
b. Calculer ce périmètre.

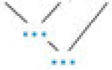


Je m'entraîne

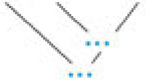
Expressions avec parenthèses

Pour les exercices 41 et 42, recopier et compléter.

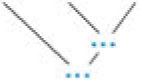
41 **a.** $(7{,}5 - 3) \times 4$



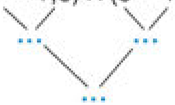
b. $5 : (0{,}25 + 2{,}25)$



42 **a.** $10 - (6{,}5 + 2{,}3)$



b. $(7 - 1{,}5) \times (6 - 4)$



43 Calculer chaque expression, puis vérifier à la calculatrice.

$A = (14 + 7) \times 13 - 10$

$B = 14 + 7 \times (13 - 10)$

$C = 2{,}4 \times (31 - 24 : 6)$

$D = (2{,}4 \times 31 - 24) : 6$

44 Calculer chaque expression, puis vérifier à la calculatrice.

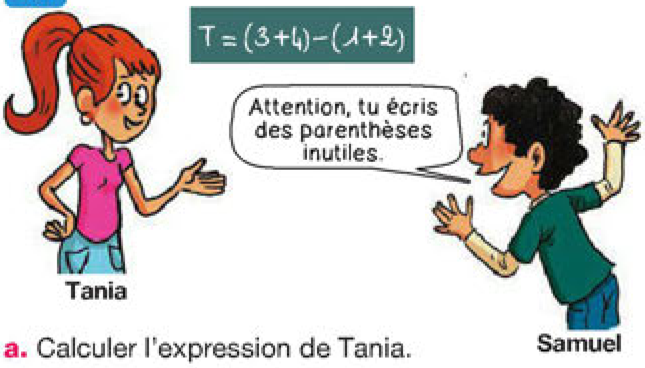
$E = 36 : 2 - (8 - 2) : 3$

$F = 4 : 100 \times (231 - 131)$

$G = 5{,}6 \times 7 - (0{,}5 + 3{,}1) \times 4$

$H = (4{,}2 \times 5 + 1) : 10 \times 2$

45



a. Calculer l'expression de Tania.

b. Samuel a raison. Réécrire T sans parenthèses inutiles et la calculer.

On doit obtenir la même réponse qu'au **a**.

46 Calculer chaque expression après avoir supprimé les parenthèses inutiles lorsqu'il y en a.

$M = 30 + (6 \times 4)$	$N = (30 + 6) \times 4$
$R = 30 - (6 - 4)$	$S = (30 - 6) - 4$
$U = (30 - 6) \times 4$	$V = (30 : 6) \times 4$

47 **CALCUL MENTAL** Dans chaque cas :

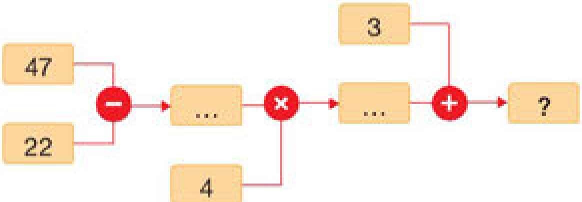
- calculer mentalement un ordre de grandeur,
- effectuer le calcul à la calculatrice,
- vérifier la cohérence des réponses.

$E = (141 - 15{,}3) \times 10{,}8 - 603{,}9 : 3$

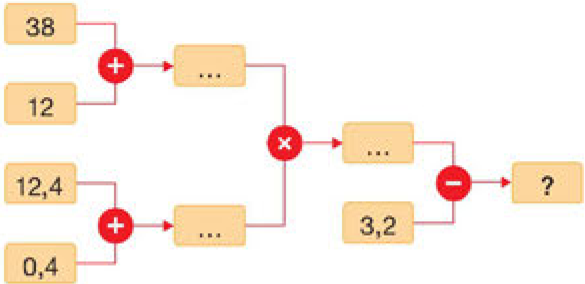
$F = (83{,}4 - 2{,}13 \times 19) \times (21{,}7 + 38{,}5)$

Pour les exercices 48 et 49, écrire l'expression qui correspond à cette succession d'opérations, puis la calculer.

48



49



50 **1.** Mayura choisit le nombre 12.

a. Quel résultat obtient-elle avec ce programme de calcul ?

b. Traduire ces calculs par une seule expression.

- Choisir un nombre.
- Ajouter 5.
- Multiplier le résultat par 2.
- Soustraire 4.

2. Quel nombre obtient-on avec ce programme lorsque l'on choisit au départ le nombre :

a. 5 ? **b.** 0 ? **c.** 20 ?

51 Cette figure représente un rectangle ABCD d'aire $1\,230$ cm^2. On découpe les deux rectangles blancs ci-dessous.

a. Écrire une expression S qui donne l'aire en cm^2 du domaine coloré.

b. Calculer cette aire.

52 La population de la Chine début 2012 était de 1,38 milliard d'habitants (*Source :* INSEE). Les prévisions envisagent que sa population sera de 1,45 milliard d'habitants début 2020. On suppose qu'entre 2012 et 2020, la population chinoise augmentera chaque année du même nombre d'habitants.

a. Calculer cette augmentation annuelle.

b. Exprimer l'augmentation annuelle en millions et conclure par une phrase.

53 Pour remplir un bassin de 1 000 L, on dispose de deux robinets.
Du premier robinet, s'écoule 3 L d'eau par minute et du second, s'écoule 6 L d'eau par minute. On ouvre ces robinets pendant 80 min.

a. Écrire une expression R (où interviennent les quatre nombres écrits en rouge) pour connaître la quantité d'eau qu'il reste à verser pour remplir le bassin.

b. Calculer cette expression et conclure par une phrase.

Avec un trait de fraction

54 Voici trois expressions :

$A = 78 + \dfrac{22}{10}$ $\qquad B = \dfrac{78+22}{10}$ $\qquad C = \dfrac{10}{78+22}$

a. Écrire chaque expression en remplaçant le trait de fraction par le signe **:**.

b. Calculer chaque expression.

55 Voici deux expressions :

$D = 28 : 4 - 54 : 9$ $\qquad E = 14 - 28 : (8+ 6)$

a. Écrire chaque expression en remplaçant le signe **:** par un trait de fraction.

b. Calculer chaque expression.

56 **Vrai ou faux ?**

À votre tour de calculer F.
L'affirmation de Killian est-elle vraie ou fausse ?

57 Calculer chaque expression.

$G = 4 \times 7{,}1 - \dfrac{14}{3{,}4 - 2{,}7}$

$H = \dfrac{7{,}2 + 8}{2{,}5 \times 3{,}2}$

$I = \dfrac{18}{\dfrac{9}{4}}$ $\qquad J = \dfrac{\dfrac{18}{9}}{4}$

Développer. Factoriser

58 CALCUL MENTAL Dans chaque cas, développer l'expression, puis la calculer mentalement.

$A = 12 \times (10 + 4)$

$B = (1\,000 - 3{,}5) \times 2$

59 CALCUL MENTAL Dans chaque cas, factoriser l'expression, puis la calculer mentalement.

$C = 7{,}2 \times 13 - 7{,}2 \times 3$

$D = 4{,}6 \times 993 + 4{,}6 \times 7$

60 Recopier et compléter comme commencé ci-dessous.
En particulier indiquer l'action : développer, factoriser.

Expression initiale	Action	Expression
$9 \times (10 + 4)$ produit	Développer	$9 \times 10 + 9 \times 4$ somme
$8 \times 13 - 8 \times 3$		
$14 \times 19 + 19 \times 6$		
$(100 - 3) \times 4$		

61 À chaque étage d'un hôtel, il y a le même nombre de chambres avec baignoire et avec douche.
Pour calculer le nombre total de chambres de l'hôtel, le gérant écrit l'expression :

$$N = 6 \times 24 + 6 \times 13.$$

a. Expliquer ce que représente chaque nombre de cette expression sachant qu'il y a plus de chambres avec baignoire qu'avec douche.

b. Calculer N.

c. CALCUL MENTAL Mentalement, déterminer lequel des produits suivants donne le nombre total de chambres.

- 13×30
- 6×37
- 24×8

62 Clémence achète des bracelets rouges et des bracelets bleus.
Chacun de ces bracelets coûte le même prix.
Pour calculer le montant de ses achats, Clémence écrit l'expression :

$$M = (17 + 13) \times 2{,}75.$$

a. Expliquer ce que représente chaque nombre de cette expression sachant qu'elle a acheté plus de bracelets rouges que de bleus.

b. Calculer M.

c. Quelle autre expression aurait pu écrire Clémence pour calculer le montant de ses achats ?

Je m'entraîne

63 Voici un extrait d'une fable de La Fontaine :

> Un jour sur ses longs pieds allait je ne sais où,
> Le héron au long bec emmanché d'un long cou.
> Il côtoyait une rivière.

Jean de La Fontaine, *Fables*, livre VII, extrait de Le héron.

Dans ce poème, on trouve 7 fois une succession : alexandrin-alexandrin-octosyllabe.

Un alexandrin est un vers composé de 12 syllabes et un octosyllabe est un vers composé de 8 syllabes.

a. Calculer le nombre total de syllabes dans cette succession de 7 vers.

b. Pour calculer ce nombre, Yannis a écrit l'expression :

$$S = 28 \times (6 + 2).$$

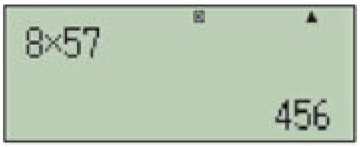
Expliquer comment il a obtenu cette expression.

64 CALCUL MENTAL

Utiliser l'affichage ci-contre pour calculer mentalement :

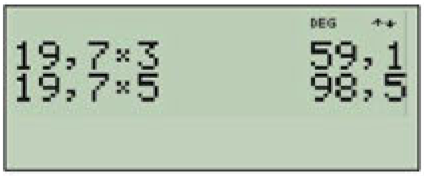
a. 8 × (57 – 10)

b. 8 × (57 + 10)



```
8×57
                 456
```

65

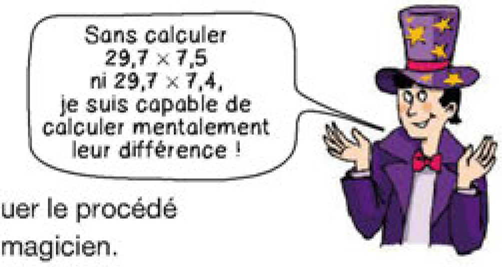


```
19,7×3           59,1
19,7×5           98,5
```

Utiliser les résultats affichés ci-dessus pour calculer :

a. 19,7 × 8 **b.** 19,7 × 50 **c.** 19,7 × 53

66



Expliquer le procédé de ce magicien.

Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C2-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

67 Retrouver les scores

La situation-problème

Une coupure internet a interrompu la partie de jeu vidéo « DragonMagic » de six amis après 5 étapes. Retrouver leurs scores et établir le classement de la partie.

Enfin, retrouver les dragons que Zoé pourrait avoir gagnés sachant qu'elle avait exactement 10 000 points quand la partie a été interrompue.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, le tableur.

Doc. 1 **La règle du jeu**

Au début du jeu, tous les joueurs ont 0 point.
À chaque étape, chaque joueur gagne un dragon qui fait évoluer son score.

Doc. 2 **Les dragons**

 Gain de 750 points	 Gain de 1 000 points	 Gain de 1 500 points
 Multiplie le score par 5	 Perte de 300 points	 Multiplie le score par 2

Doc. 3 **Au moment de la coupure**

Étape / Enfant	1	2	3	4	5
Kevin	vert	gris	noir	blanc	vert
Maëlle	rouge	bleu	rouge	gris	rouge
Benjamin	bleu	noir	blanc	rouge	bleu
Sarah	vert	rouge	rouge	noir	blanc
Nicolas	gris	gris	rouge	noir	rouge
Zoé	...	...	...	...	...

Calcul mental et réfléchi

68 **1.** Calculer mentalement 12 × 1,5. Expliquer.
2. Calculer mentalement : **a.** 38 × 1,5 **b.** 25 × 1,5

69 Calculer mentalement :
a. 8 × 99 **b.** 75 × 101 **c.** 8,5 × 102

70 Calculer mentalement :
a. 35 × 12 **b.** 18 × 15 **c.** 39 × 25

71 Calculer mentalement :
a. 23 × 11 **b.** 85 × 11 **c.** 152 × 11

Je m'évalue

Pour ces questions, une seule réponse est exacte.

	a	b	c	En cas d'erreur
72 De ces trois expressions, le produit est…	$2 + 4 \times 3$	$(2 + 4) \times 3$	$6 \times 2 - 4 \times 3$	→ **exercice résolu 1 p. 15**
73 $A = 8 - 4 - 3 + 1$ L'expression A est égale à…	0	2	8	→ **§ 1.b. p. 14**
74 $B = 7 : 10 : 2 \times 5$ L'expression B est égale à…	0,07	0,28	1,75	→ **§ 1.c. p. 14**
75 $C = 21 : 3 - 2 \times 3$ L'expression C est égale à…	1	21	63	→ **§ 1.d. p. 14**
76 $D = 8 + 2 \times (17 - 13)$ L'expression D est égale à…	40	29	16	→ **§ 2.a. p. 16**
77 $E = \frac{5}{4} + 2{,}7 \times (3{,}5 - 1{,}2)$ Avec la calculatrice, on trouve…	$E = 9{,}5$	$E = 9{,}085$	$E = 7{,}46$	→ **§ 2.a. p. 16**
78 $F = 2 + 5 : 4$ L'expression F s'écrit aussi…	$F = \frac{2+5}{4}$	$F = 2 + \frac{5}{4}$	$F = \frac{4}{2+5}$	→ **§ 1.d. p. 14 et § 2.b. p. 16**
79 $G = 5 - \frac{7}{4+1}$ L'expression G s'écrit aussi…	$G = 5 - 7 : 4 + 1$	$G = (5 - 7) : 4 + 1$	$G = 5 - 7 : (4 + 1)$	→ **§ 2.b. p. 16**
80 $H = 5 \times (12 + 7)$ Développer H c'est écrire…	$H = 5 \times 12 + 7$	$H = 5 \times 12 + 5 \times 7$	$H = 5 \times 19$	→ **§ 2.c. p. 16**
81 $I = 2{,}1 \times 15 - 2{,}1 \times 5$ Factoriser I c'est écrire…	$I = 2{,}1 \times (15 - 5)$	$I = 31{,}5 - 10{,}5$	$I = 2{,}1 \times 15 - 5$	→ **§ 2.c. p. 16**

Pour ces questions, plusieurs réponses sont exactes.

	a	b	c	En cas d'erreur
82 Pour calculer 12×25, on peut écrire ce produit sous la forme…	$10 \times 25 + 2 \times 25$	$12 \times 100 : 4$	$3 \times 4 \times 25$	→ **exercice résolu 1 p. 15 et § 2.c. p. 16**
83 Pour calculer 48×7, on peut écrire ce produit sous la forme…	$40 \times 7 + 8 \times 7$	$40 \times 7 + 8$	$50 \times 7 - 2 \times 7$	→ **§ 2.c. p. 16**
84 Des parenthèses sont inutiles dans les expressions…	$(4 + 3) \times 9$	$(4 + 3) - (2 + 3)$	$29 - (7 \times 3) + 5$	→ **§ 2.a. p. 16**

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▶ p. 291

Avec une calculatrice

85 Gérer les parenthèses cachées

Exemple Utiliser la touche ÷ pour calculer l'expression :

$$A = 207 - \frac{70}{85 - 57}$$

Lorsque l'on utilise la touche ÷ pour calculer une expression où figurent des traits de fraction, il faut penser à **taper entre parenthèses les expressions qui figurent au numérateur et au dénominateur**.

Casio *fx*-92 Collège 2D+

Réglages : SECONDE MODE CONFIG 1(Mth IO) 2(LineO)

207 − 70 ÷ (85 − 57)

207−70÷(85−57)

0

EXE

207−70÷(85−57)

204,5

Donc A = 204,5.

Remarque. Lorsqu'au numérateur ou au dénominateur, figure un seul nombre (ici 70), il est inutile de le taper entre parenthèses.

TI-Collège Plus Solaire

207 − 70 ÷ (85 − 57)

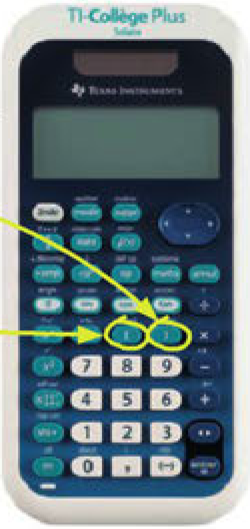
207−70:(85−57)

entrer

207−70:(85−57)

204,5

Donc A = 204,5.

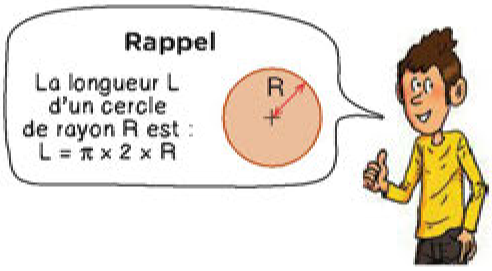


1. Utiliser la touche ÷ pour calculer chaque expression :

$B = 127 - \frac{272 + 653}{27 + 47}$ $\qquad C = \frac{152}{\begin{array}{c}8\\5\end{array}} - 1{,}5 \times 5{,}2$ $\qquad D = \frac{15 - 7{,}5}{0{,}3} - \frac{123{,}5}{2{,}5 + 4}$

2. Myriam a calculé successivement : 153 + 17 = 170 ; 1 230 − 550 = 680 et 170 **:** 680 = 0,25.
Traduire cette succession de calculs par une expression E unique où intervient un trait de fraction.
Vérifier avec la calculatrice.

86 Utiliser la touche π



Pour sécuriser un bassin circulaire, on a posé 27,5 m de grillage sur son pourtour.

a. Écrire une seule expression avec un trait de fraction pour calculer le rayon R, en m, de ce bassin.

b. Calculer la valeur approchée par excès au dixième près de ce rayon.

J'utilise mes compétences

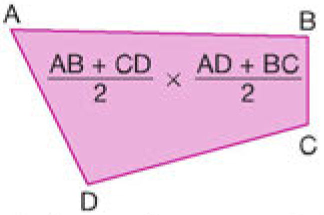
S'initier au raisonnement

87 Utiliser un contre-exemple

Au temps des pharaons, les champs de la vallée du Nil étaient en forme de quadrilatères.

Les paysans étaient taxés selon la superficie de leurs champs.

Voici la formule utilisée par les Égyptiens pour calculer cette superficie :



1. Un champ a la forme d'un rectangle de côtés 50 m et 20 m.

Un autre champ a la forme d'un carré de côté 60 m.

a. Calculer l'aire de chaque champ :

- avec la formule des Égyptiens,
- avec les formules vues en 6^e.

b. Que pensez-vous de la formule des Égyptiens ?

2. Un troisième champ a la forme du quadrilatère ABCD ci-dessous.

a. Calculer sa superficie avec la formule des Égyptiens.

b. Calculer sa superficie par différence des superficies d'un rectangle et d'un triangle rectangle.

c. Que pensez-vous de la formule des Égyptiens ?

Nos conseils

En mathématiques, pour justifier qu'une affirmation est fausse, il suffit de trouver un contre-exemple.

88 Organiser sa recherche

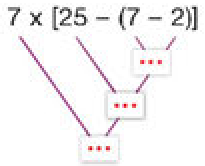
Un professeur demande à ses élèves de compléter les pointillés de l'expression 10 ... 4 ... 2 par des signes opératoires (+, –, ×, :).

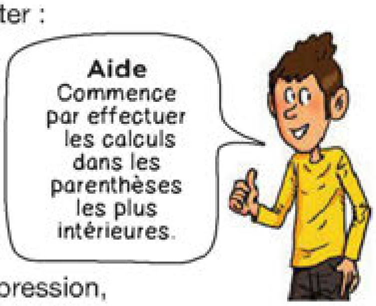
À votre tour de trouver combien de résultats différents on peut obtenir en complétant l'expression proposée par le professeur.

Pour chercher

89 Gérer les parenthèses

a. Recopier et compléter :





b. Calculer chaque expression, puis vérifier à la calculatrice.

$A = [12 \times 3,8 - (50 - 17,6)] : 6$

$B = 2 \times [22,5 - (0,7 + 13)]$

90 Employer le bon mot

Recopier et compléter chaque ☐ par l'un des mots : *différence*, *produit*, *quotient*, *somme*.

a. $10 + 9 \times 6$ est la ☐ de 10 et du ☐ de 9 par 6.

b. $(10 + 9) \times 6$ est le ☐ de 6 par la ☐ de 10 et 9.

c. $10 - \frac{9}{5}$ est la ☐ entre 10 et le ☐ de 9 par 5.

d. $\frac{10}{9 - 5}$ est le ☐ de 10 par la ☐ entre 9 et 5.

91 Réfléchir avant de choisir

Pour utiliser un télésiège, on a le choix entre deux tarifs.

Tarif 1 : 2,20 € par remontée.

Tarif 2 : 25 € de forfait pour la journée avec autant de remontées que l'on veut.

Chaque remontée dure 15 minutes, temps d'attente compris.

Agnès est débutante ; elle met 30 min pour descendre la piste et elle a décidé de skier le plus possible de 9 h à 12 h et de 14 h à 17 h.

Tina est expérimentée ; elle met 5 min pour descendre la piste et elle a décidé de skier le plus possible de 10 h à 14 h.

Quel conseil peut-on donner à Agnès ? à Tina ?

J'utilise mes compétences

92 Écrire la bonne expression

Dans chaque cas, écrire une expression qui correspond à la description, puis la calculer.

a. La différence entre le produit de 8 par 4 et 6.

b. Le produit de 8 par la somme de 4 et 6.

c. La différence entre 8 et le quotient de 6 par 4.

d. La somme du quotient de 8 par 5 et du produit de 6 par 4.

e. Le quotient de la somme de 3 et 4 par la différence entre 24 et 19.

93 Comprendre des informations

Mathieu : « Je suis abonné à une revue mensuelle. L'abonnement annuel me coûte 43,20 €.
Au moment de me réabonner, on m'a fait la proposition ci-dessous ».

a. Écrire avec une seule expression le prix d'une revue avec le nouvel abonnement de Mathieu.

b. Calculer ce prix.

c. Calculer de deux façons différentes le montant du nouvel abonnement.

94 Calculer un horaire

L'horloge de Marielle retarde ; elle indique 16 h 23 lorsqu'il est en réalité 16 h 31.
Il faut 25 min à Marielle pour se rendre à son cours de violoncelle qui débute à 18 h 30.

a. Écrire avec une seule expression l'heure indiquée par l'horloge lorsque Marielle part de chez elle.

b. Quelle est alors l'heure indiquée par l'horloge ?

95 Communiquer en anglais

This suite of calculations provides 20 as a result.

40 + 32 = 72

72 : 8 = 9

9 + 11 = 20

How to obtain this result with a calculator using only once the EXE or entrer button?

96 Retrouver les parenthèses

Dans chaque cas, retrouver l'emplacement des parenthèses pour que l'égalité soit vraie.

a. 13 − 7 − 3 = 9

b. 8 − 5 × 7 + 2 = 27

c. 30 − 21 : 2 + 5 = 9,5

d. 15 − 6 + 4 : 2 = 6,5

97 Travailler en groupe

Chaque groupe doit réaliser et compléter le tableau ci-dessous.

Expression	Résultat
	0
	1
	2
	3
	4

Expression	Résultat
	5
	6
	7
	8
	9

Dans les expressions, figurent des signes opératoires (+, −, ×, :) et éventuellement des parenthèses.
Les nombres utilisés une seule fois dans chaque expression sont :

- 1 ; 2 ; 3 pour certains groupes,
- 1 ; 2 ; 3 ; 4 pour d'autres groupes,
- 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 pour les groupes restants.

Un rapporteur de chaque type de groupe présente les réponses de son groupe à la classe.

98 Imaginer une stratégie

Pour chaque série, écrire une expression utilisant au plus une fois chaque nombre afin d'obtenir le résultat proposé ou de s'en approcher le plus possible.
On peut utiliser des opérations (+, −, ×, :) et des parenthèses.

a. 1 4 25 8 10 7

Résultat demandé : **229**.

b. 3 7 10 25 100 2

Résultat demandé : **868**.

c. 1 75 5 50 3 9

Résultat demandé : **438**.

99 Être un consommateur averti

Voici quatre tickets de caisse de supermarché.
Sans faire les additions, trouver le ticket qui correspond à chacune des sommes suivantes :

- 90,30
- 103,65
- 33,99
- 47,25

01/10/13	13/10/13	05/11/13	10/11/13
9,65	7,20	17,50	3,20
7,05	5,70	4,00	0,95
9,50	4,50	3,00	4,94
14,35	2,40	10,00	3,75
13,38	9,95	3,30	2,85
15,87	3,50	10,00	8,65
8,90	14,00	13,60	9,65
6,50		6,45	
6,45		5,80	
12,00		6,15	
		4,20	
		6,30	

J'utilise mes compétences

100 Adapter ses connaissances

Bernard, Patricia et Tarek s'entraînent dans un bassin de 25 m de long. Bernard nage 16 longueurs de bassin. Il donne le relais à Patricia qui fait 12 longueurs de bassin. Enfin, c'est au tour de Tarek : il parcourt 14 longueurs.

1. Écrire une expression L pour calculer la distance totale qu'ils ont parcourue et où figure :

a. trois multiplications ;

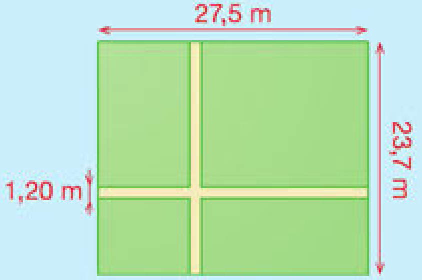
b. une seule multiplication.

2. Calculer cette distance totale.

101 Narration de recherche

▶ Problème

Voici le plan d'un jardin rectangulaire.
Les allées sont de la même largeur, perpendiculaires entre elles et perpendiculaires aux côtés du jardin.
Calculer l'aire de la pelouse (surface verte).

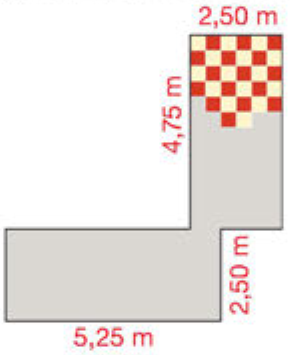


Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

102 Factoriser

Un carreleur doit paver deux pièces rectangulaires :

- la cuisine de 2,5 m sur 4,75 m,
- la salle à manger de 5,25 m sur 2,5 m.



a. Écrire une expression qui donne l'aire totale de ces deux pièces.

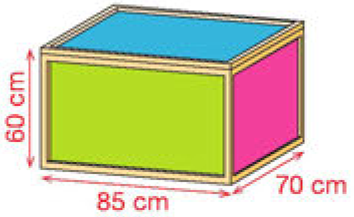
b. Calculer mentalement cette aire. Expliquer.

103 Justifier sa réponse

Sans effectuer le produit 3 487 × 0,9, calculer de combien diminue 3 487 lorsqu'on le multiplie par 0,9. Expliquer.

104 Donner du sens

Voici un coffre à jouets en forme de parallélépipède rectangle.



A = 4 × (85 + 70 + 60)
B = 2 × (85 × 70 + 85 × 60 + 70 × 60)
C = 85 × 70 × 60

a. Que permet de calculer chacune des expressions ci-dessus pour ce coffre à jouets ?

b. Pour chaque expression, effectuer le calcul et conclure par une phrase en précisant l'unité.

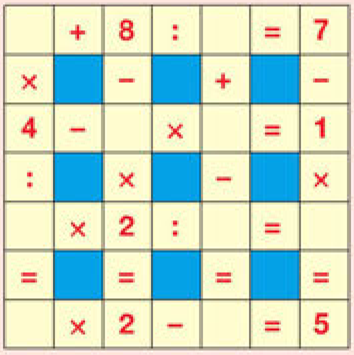
105 Problème ouvert

Calculer 234 528 729 × 574. Expliquer. On peut s'aider de la calculatrice.

Jeux & Casse-tête

106 La grille mystère

Recopier et compléter les cases avec certains des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 (éventuellement répétés) de sorte que toutes les égalités soient vraies.



	+	8	:		=	7
×	🟦	−	🟦	+	🟦	−
4	−		×		=	1
:	🟦	×	🟦	−	🟦	×
	×	2	:		=	
=	🟦	=	🟦	=	🟦	=
	×	2	−		=	5

107 Pêle-mêle

Sur chaque ligne, disposer correctement les nombres pour que l'égalité soit vraie.

1. ☐ × ☐ − ☐ = ☐ 105 93 66 3
2. ☐ : ☐ + ☐ = ☐ 390 130 100 13
3. ☐ × ☐ − ☐ = ☐ 78 54 12 11
4. ☐ × ☐ − ☐ = ☐ 61 16 4 3

D'après Midi-Libre 1-8-13

Tâches complexes

SOCLE Compétences : **108** C1-C2 **109** C1-C2

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

108 Le message secret

La situation-problème

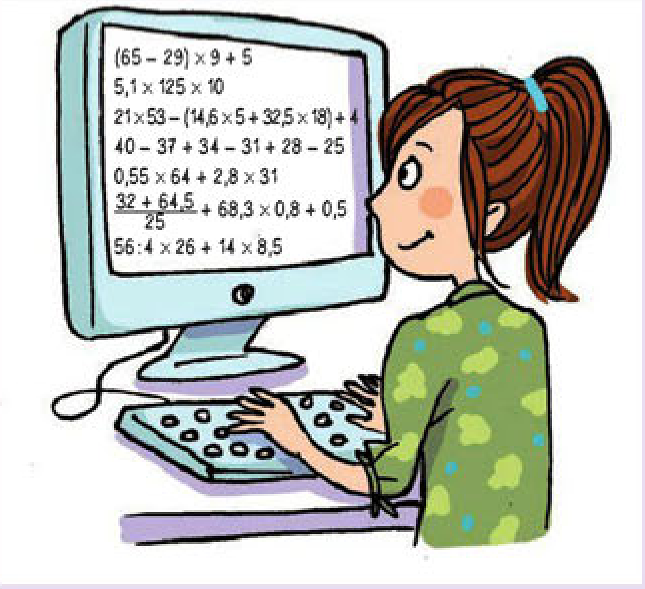
Anouk est actuellement en vacances.
Elle souhaite communiquer à son ami Quentin le nom de l'île sur laquelle elle se trouve.
Aider Quentin à trouver ce nom.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 **Le message d'Anouk**



$(65 - 29) \times 9 + 5$

$5,1 \times 125 \times 10$

$21 \times 53 - (14,6 \times 5 + 32,5 \times 18) + 4$

$40 - 37 + 34 - 31 + 28 - 25$

$0,55 \times 64 + 2,8 \times 31$

$\frac{32 + 64,5}{25} + 68,3 \times 0,8 + 0,5$

$56 : 4 \times 26 + 14 \times 8,5$

Doc. 2 **La clé du décodage**

Anouk explique à Quentin comment décoder le message :
« Calcule chaque expression.
Calcule la somme des chiffres de chaque résultat.
Remplace chaque somme trouvée par la lettre correspondante : 1 → A, 2 → B, 3 → C…
Enfin, mets les lettres obtenues dans l'ordre pour connaitre le nom de l'île ».

109 Recueil d'eau potable

La situation-problème

Dans les zones désertiques, la nuit, la terre se refroidit et la vapeur d'eau se liquifie sous forme de rosée sur toute surface froide.
Pour chacune des trois régions citées dans le doc. 1, proposer le nombre de dispositifs ou la superficie du dispositif pour un village de 15 personnes.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 **Trois dispositifs**

- Au Maroc, un toit carré incliné à 30° permet de collecter 50 L d'eau potable par nuit.
- À Chungungo au Chili, les gouttelettes d'eau qui forment le brouillard sont récupérées grâce à des filets rectangulaires tendus entre deux poteaux. Avec un filet de 12 m par 4 m, on collecte 200 L d'eau potable par nuit.
- Dans le désert de Kutch en Inde, les toits sont recouverts d'un revêtement thermique, d'un film plastique… et l'eau de rosée est récupérée à raison de 40 cL par m^2 et par nuit.

Un condenseur de rosée au Maroc.

Doc. 2 **Les besoins en eau**

Dans les régions désertiques, on estime que la consommation d'eau par personne est de 40 L par jour.

CHAPITRE

2

Expressions littérales

L'homme-canon est une attraction qui consiste à propulser un homme (ou une femme) dans les airs. Un filet est prévu à l'endroit où il va atterrir. Sa hauteur *h* (en mètres), *t* secondes après la sortie du canon (et avant de retomber dans le filet) est donnée par la formule :

$$h = -4{,}9 \times t \times t + 15{,}6 \times t + 4.$$

1 $\overset{2}{\smile}$ m 16 equale a 10 $\overset{1}{\smile}$.
2 $\overset{2}{\smile}$ p5 $\overset{1}{\smile}$ equale a 23.

Au fil des siècles

Voici ci-dessus comment le mathématicien Raffaele Bombelli écrivait les égalités $x \times x - 16 = 10x$ et $2x \times x + 5x = 23$ en 1572.

→ **Écrire à la manière de Bombelli l'égalité :**
$3x - 5 = x \times x - 4$.

Les capacités du programme	SOCLE 5e	Choix d'exercices
• Utiliser une expression littérale.	✓	2-30
• Produire une expression littérale.		17-44
• Sur des exemples littéraux, utiliser les égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.		7-47
• Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques.		10-27
• Déterminer un nombre inconnu par divers procédés.		69-72
• Calculer le périmètre d'une figure. Calculer des durées, des horaires.	✓	42-58

Je découvre

ACTIVITÉ 1 Utiliser une formule

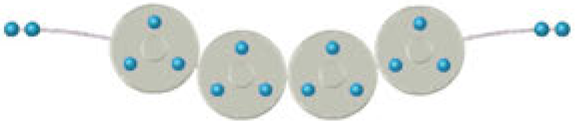
Info
L^2 signifie L × L
et le signe × peut
ne pas s'écrire entre
une lettre et un nombre.

Pour une éolienne dont les pales ont pour longueur L (en mètres), la puissance maximale P (en watts) qu'elle peut fournir est donnée par la formule : $\mathbf{P = 3\,920\,L^2}$.

Calculer la puissance maximale fournie par une éolienne lorsque :

a. L = 1,3 m **b.** L = 40 m **c.** L = 65 m

ACTIVITÉ 2 Produire une formule



Une créatrice de bijoux réalise des colliers avec des disques en argent et des perles bleues. Elle fixe 3 perles bleues sur chaque disque et utilise 4 autres perles pour fermer le collier.

1. Combien de perles faut-il pour un collier qui comprend :

a. 4 disques ? **b.** 1 disque ? **c.** 2 disques ? **d.** 7 disques ?

2. On a demandé à 7 élèves d'expliquer comment calculer le nombre de perles **en fonction** du nombre de disques.

Anastasia

$$\boxed{} \xrightarrow{\times 3} \boxed{} \xrightarrow{+4} \boxed{}$$

Nombre de disques Nombre de perles

Benoît $3\times(n+4)$

Clémence $4\times\blacktriangle+3$

Djibril $4+3x$

Émile $\ldots\times 3+4$

Fabio $3+4y$

Gaïa $4+3\times$ nombre de disques

a. Quels sont les élèves dont le travail est correct ? Expliquer.

b. Combien de perles possède un collier qui compte 15 disques ?

ACTIVITÉ 3 Exprimer de deux façons

1. Un club de football souhaite acheter pour chacun des 11 joueurs d'une équipe une paire de chaussures à 50 € et un maillot. Le club hésite entre plusieurs modèles de maillots, aussi note-t-on x le prix en euros d'un seul maillot.

a. Exprimer la dépense du club en fonction de x sous la forme d'une somme, puis sous la forme d'un produit.

b. Le club ne peut pas dépenser plus de 950 € pour ces achats. En utilisant l'une des expressions données au **a.**, dire si le club peut acheter un modèle de maillot :

• à 30 € ; • à 40 €.

2. Valérie souhaite acheter 3 stylos. On note p le prix affiché, en euros, d'un stylo car elle hésite entre plusieurs modèles. À la caisse, le magasin fait une remise de 0,50 € sur le prix affiché de chaque stylo. Exprimer la dépense de Valérie en fonction de p sous la forme d'un produit, puis sous la forme d'une différence.

3. a, b, et k désignent des nombres.

Recopier et compléter le développement de chaque produit.

• $k\times(a+b)=\ldots+\ldots$ • $k\times(a-b)=\ldots-\ldots$

ACTIVITÉ 4 Développer

- Choisir un nombre.
- Ajouter 1,5.
- Multiplier le résultat par 2.
- Soustraire 3.

1. Quel nombre obtient-on avec le programme de calcul ci-contre lorsque l'on choisit au départ :

a. 4 ? **b.** 10 ? **c.** 50 ?

2. Luc affirme : « Pour n'importe quel nombre choisi au départ, je peux calculer mentalement le nombre obtenu avec ce programme ».
Luc a-t-il raison pour les nombres de la question **1** ?

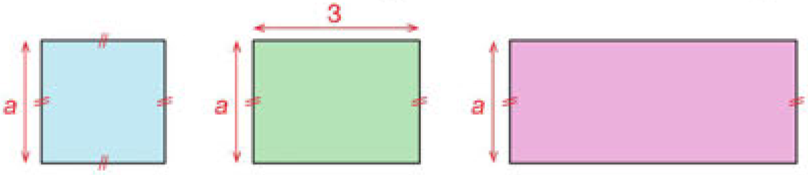
3. On note x le nombre choisi au départ.

a. Exprimer en fonction de x le nombre obtenu avec ce programme de calcul.

b. Développer cette expression et justifier l'affirmation de Luc.

ACTIVITÉ 5 Factoriser

Les longueurs sont en cm et les aires en cm^2.
Voici un carré et deux rectangles dont un côté a une longueur **a** variable.



a. Exprimer en fonction de **a** l'aire du carré bleu, puis l'aire du rectangle vert.

b. L'aire du rectangle rose est égale à la somme des aires du carré bleu et du rectangle vert.
Exprimer l'aire du rectangle rose en fonction de **a** à l'aide d'une somme.

c. Exprimer l'aire du rectangle rose à l'aide d'un produit.

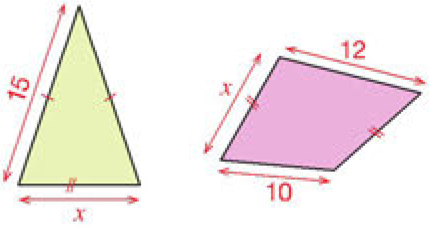
d. Exprimer alors la longueur du rectangle rose en fonction de **a**.

ACTIVITÉ 6 Tester une égalité

1. On considère l'égalité $7x + 1 = x + 4$.

Expliquer ce que veulent dire ces deux élèves.

2. Les longueurs indiquées ci-contre sont en cm.
Le triangle isocèle et le quadrilatère ont des côtés de longueur x variable.



a. • Que représente le nombre $x + 30$ pour le triangle ?

• Que représente le nombre $2x + 22$ pour le quadrilatère ?

b. Pour ces deux figures, on sait que $x + 30 = 2x + 22$.

• Que signifie cette égalité ?

• Dans ces conditions, est-il possible que $x = 10$?

• Pour quelle valeur de x cette égalité est-elle vraie ?

1 Expressions littérales

a Des nombres et des lettres

DÉFINITION Une expression **littérale** est une expression contenant une ou plusieurs lettres, ces lettres désignant des nombres.

EXEMPLE 1 L'aire $\mathscr{A}$ d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est donnée par la formule :

$$\mathscr{A} = \mathrm{L} \times \ell$$

EXEMPLE 2 Chez un fleuriste, une rose coûte 1,50 € et on paie 0,50 € pour la préparation du bouquet. Le prix d'un bouquet de roses dépend du nombre n de roses achetées.
On exprime ce prix p **en fonction** de n par la formule : $p = 1{,}50 \times n + 0{,}50$.

b Simplification d'écriture

RÈGLE On peut supprimer le signe × lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse.

EXEMPLE 1 Le produit $3 \times a$ s'écrit plus simplement $3a$. Donc $\mathbf{3 \times a = 3a}$.
La règle précédente ne s'applique pas pour le produit 3×5 (il ne peut pas s'écrire 35 !).

EXEMPLES 2 • $\mathbf{0 \times a = 0}$ • $\mathbf{1 \times a = a}$ (plutôt que $1a$) • $\mathbf{a \times 4 = 4a}$ (et non pas $a4$)

EXEMPLE 3 Le produit $3 \times (a + 1)$ s'écrit plus simplement $3(a + 1)$. Donc $\mathbf{3 \times (a + 1) = 3(a + 1)}$.

EXEMPLES 4 • Le produit $a \times b$ s'écrit plus simplement ab. Donc $\mathbf{a \times b = ab}$.
• Pour calculer un produit de plusieurs facteurs, on peut modifier l'ordre des facteurs.
Ainsi $2 \times b \times 5 = 2 \times 5 \times b = 10 \times b$. Donc $\mathbf{2 \times b \times 5 = 10b}$.

NOTATIONS a désigne un nombre.
- $\mathbf{a \times a = a^2}$ (lire « **a au carré** »)
- $\mathbf{a \times a \times a = a^3}$ (lire « **a au cube** »)

EXEMPLES • $5^2 = 5 \times 5 = 25$ • $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ • $3 \times x \times x = 3x^2$

c Désignations de nombres

L'utilisation de lettres permet de rendre compte d'une propriété d'un nombre.

EXEMPLE 1 n désigne un nombre entier. Le nombre qui le suit s'obtient en lui ajoutant 1.
Donc le **suivant de n est $n + 1$**.

EXEMPLE 2 Un nombre pair est un multiple de 2.
Donc **un nombre pair est de la forme** $2 \times n$, c'est-à-dire $\mathbf{2n}$ (où n désigne un nombre entier).

Exercice résolu Utiliser une expression littérale

1 Énoncé

Un golfeur frappe une balle de golf.
La hauteur h, en mètres, à laquelle se trouve cette balle, t secondes après son départ, est donnée par la formule :

$$h = 30t - 4{,}9t^2.$$

Cette formule est valable jusqu'au moment où la balle retombe au sol.
Calculer la hauteur à laquelle se trouve la balle 5 secondes après le lancer.

Solution

Pour $t = 5$:

$$h = 30 \times 5 - 4{,}9 \times 5^2$$
$$h = 30 \times 5 - 4{,}9 \times 5 \times 5$$
$$h = 150 - 4{,}9 \times 25$$
$$h = 150 - 122{,}5$$
$$h = 27{,}5$$

Donc 5 s après son départ, la balle de golf se trouve à 27,5 m de hauteur.

Nos conseils

On remplace t par 5 dans l'expression :

$$h = 30t - 4{,}9t^2.$$

Mais, il faut penser à faire apparaître les signes × nécessaires.

Exercices d'application

2 La hauteur h, en mètres, à laquelle se trouve une fusée t secondes après son lancement est :

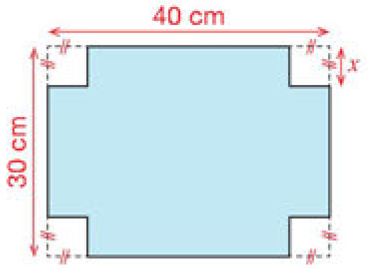
$$h = 60t - 4{,}9t^2.$$

À quelle hauteur se trouve la fusée :

a. 3 secondes après le lancement ?

b. 7 secondes après le lancement ?

3 Un menuisier découpe quatre carrés identiques dans une planche rectangulaire de 30 cm sur 40 cm. On ne connaît pas le côté de chaque carré découpé ; on note x ce côté en centimètres.



a. Expliquer pourquoi l'aire $\mathcal{A}$, en cm², de la plaque restante est $\mathcal{A} = 1\,200 - 4x^2$.

b. Calculer cette aire pour : • $x = 4$, • $x = 6$.

4 Lors d'un contrôle, un professeur de langue vivante a attribué une note E d'écrit et une note A d'oral à chaque élève. Pour calculer leur note finale N, il applique la formule $N = \frac{5E + 3A}{8}$.

Calculer la note finale de chacun de ces élèves.

Élève Note	Abdel	Baptiste	Carla	Dylan
E	9	10	13	12
A	15	16	11	18

5 Un cirque pratique les tarifs indiqués ci-contre. Sa recette R, en euros, lors d'un séance est donnée par la formule :

Tarifs	
Adulte	20 €
Enfant	12 €

$$R = 20A + 12E.$$

1. Que désignent les lettres A et E ?

2. Calculer la recette du cirque lorsqu'à une séance :

a. il y a 200 adultes et 300 enfants ;

b. il y a 700 spectateurs dont 450 enfants.

2 Distributivité

a Développer

DÉFINITION **Développer**, c'est transformer un produit en une somme (ou une différence).

Au chapitre 1, on a énoncé les propriétés suivantes :

■ × (◆ + ▲) = ■ × ◆ + ■ × ▲ et ■ × (◆ − ▲) = ■ × ◆ − ■ × ▲

Dorénavant, plutôt que des symboles tels que ■, ◆, ▲, on utilisera des lettres.
Ainsi, ces propriétés s'énoncent de la façon suivante.

PROPRIÉTÉS *k*, *a*, *b* désignent des nombres.

Développer

produit ⟶ somme

$k(a+b) = ka + kb$

Développer

produit ⟶ différence

$k(a-b) = ka - kb$ (avec $a > b$)

EXEMPLE 1 Développement de $A = 3(x+4)$.

$A = 3(x+4)$

$A = 3 \times x + 3 \times 4$

$A = 3x + 12$

On multiplie par 3 chaque terme de la somme.

EXEMPLE 2 Développement de $B = 2(x-7)$ avec $x > 7$.

$B = 2(x-7)$

$B = 2 \times x - 2 \times 7$

$B = 2x - 14$

On multiplie par 2 chaque terme de la différence.

b Factoriser

DÉFINITION **Factoriser**, c'est transformer une somme (ou une différence) en un produit.

PROPRIÉTÉS *k*, *a*, *b* désignent des nombres.

Factoriser

somme ⟶ produit

$ka + kb = k(a+b)$

Factoriser

différence ⟶ produit

$ka - kb = k(a-b)$ (avec $a > b$)

- Vocabulaire. k est un facteur commun aux termes ka et kb.

EXEMPLE 1 Factorisation de $A = 5x + 20$.

$A = 5 \times x + 5 \times 4$

$A = 5 \times (x+4)$

$A = 5(x+4)$

En remarquant que $20 = 5 \times 4$, on observe alors que 5 est un facteur commun à $5 \times x$ et 5×4.

EXEMPLE 2 Factorisation de $B = 6a - a$.

$B = 6 \times a - 1 \times a$

$B = (6-1) \times a$

$B = 5 \times a$

$B = 5a$

On dit que l'on a réduit l'expression B.

Exercice résolu Produire une expression

6 **Énoncé**

1. Calculer les nombres obtenus avec ces deux programmes lorsque l'on choisit au départ :

a. 0 **b.** 5 **c.** 9,5

2. a. Que remarque-t-on ?

b. Cette remarque est-elle vraie pour n'importe quel nombre choisi au départ ? Justifier.

Programme 1
- Choisir un nombre.
- Ajouter 4.
- Multiplier par 3.

Programme 2
- Choisir un nombre.
- Multiplier par 3.
- Ajouter 12.

Solution

1. Programme 1

a. $0 + 4 = 4$ et $4 \times 3 = 12$
On obtient 12.

b. $5 + 4 = 9$ et $9 \times 3 = 27$
On obtient 27.

c. $9{,}5 + 4 = 13{,}5$ et $13{,}5 \times 3 = 40{,}5$
On obtient 40,5.

Programme 2

a. $0 \times 3 = 0$ et $0 + 12 = 12$
On obtient 12.

b. $5 \times 3 = 15$ et $15 + 12 = 27$
On obtient 27.

c. $9{,}5 \times 3 = 28{,}5$ et $28{,}5 + 12 = 40{,}5$
On obtient 40,5.

2. a. À chaque fois, on obtient le même nombre avec chacun de ces deux programmes.

b. On note x le nombre choisi au départ.

Programme 1

$$x \xrightarrow{+4} x + 4 \xrightarrow{\times 3} 3 \times (x + 4)$$

On obtient $3 \times (x + 4)$.

Programme 2

$$x \xrightarrow{\times 3} x \times 3 \xrightarrow{+12} 3 \times x + 12$$

On obtient $3 \times x + 12$.

Or en développant $3 \times (x + 4)$, il vient :

$$3 \times (x + 4) = 3 \times x + 3 \times 4$$
$$3 \times (x + 4) = 3 \times x + 12$$

Donc, quel que soit le nombre choisi au départ, on obtient le même résultat avec chacun des programmes.

Nos conseils

- Pour être certain que ces deux programmes donnent le même résultat quel que soit le nombre choisi, il ne suffit pas de le vérifier pour les trois nombres du **a**.
Il faut le prouver pour un nombre quelconque choisi au départ, noté x ici.
- Dans le programme 1, $x + 4$ est multiplié par 3 ; il faut donc penser à l'écrire entre parenthèses : $3 \times (x + 4)$.

Exercices d'application

7 Voici deux programmes de calcul.

Programme 1
- Choisir un nombre.
- Multiplier par 4.
- Soustraire 10.

Programme 2
- Choisir un nombre.
- Soustraire 2,5.
- Multiplier par 4.

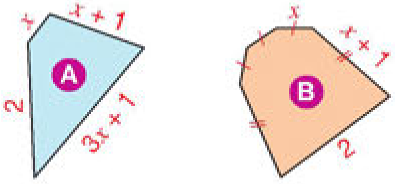
1. Calculer les nombres obtenus avec ces deux programmes lorsque l'on choisit au départ :

a. 5 **b.** 8 **c.** 4,9

2. a. Que remarque-t-on ?

b. Cette remarque est-elle vraie pour n'importe quel nombre choisi au départ ? Justifier.

8 Voici deux polygones.



1. Calculer le périmètre de chacun de ces polygones lorsque :

a. $x = 3$ **b.** $x = 5{,}5$ **c.** $x = 10$

2. Prouver que ces deux polygones ont le même périmètre quelle que soit la longueur variable x.

3 Test d'une égalité

a Égalités

- **Vocabulaire.** **Une égalité** est constituée de deux membres séparés par le signe =.

EXEMPLE

$$\overbrace{5 \times 4}^{\text{membre de gauche}} = \overbrace{12 + 8}^{\text{membre de droite}}$$

PROPRIÉTÉ Une égalité où interviennent des expressions littérales peut être **vraie** pour certaines valeurs affectées aux lettres et **fausse** pour d'autres.

EXEMPLES
- L'égalité $5 + x = 8$ est vraie pour $x = 3$. En effet, $5 + 3 = 8$.
- L'égalité $5 + x = 8$ est fausse pour $x = 4$. En effet, $5 + 4 = 9$ et $9 \neq 8$.

b Tester une égalité

MÉTHODE Pour tester si une égalité est vraie pour des valeurs numériques attribuées aux lettres :

① on calcule la valeur du **membre de gauche** en remplaçant chaque lettre par le nombre donné ;
② on calcule la valeur du **membre de droite** en remplaçant chaque lettre par le nombre donné ;
③ on observe l'égalité ou non des deux valeurs obtenues et on conclut.

EXEMPLE 1 On considère l'égalité $3x - 5 = 5x - 9$.

- Cette égalité est-elle vraie pour $x = 2$?

① $3x - 5 = 3 \times 2 - 5 = 6 - 5 = 1$
② $5x - 9 = 5 \times 2 - 9 = 10 - 9 = 1$
③ On trouve le même résultat, donc l'égalité $3x - 5 = 5x - 9$ est **vraie** pour $x = 2$.

- Cette égalité est-elle vraie pour $x = 4$?

① $3x - 5 = 3 \times 4 - 5 = 12 - 5 = 7$
② $5x - 9 = 5 \times 4 - 9 = 20 - 9 = 11$
③ $7 \neq 11$, donc l'égalité $3x - 5 = 5x - 9$ est **fausse** pour $x = 4$.

- **Vocabulaire.** Chercher toutes les valeurs de x pour lesquelles l'égalité $3x - 5 = 5x - 9$ est vraie, **c'est résoudre l'équation** $3x - 5 = 5x - 9$.

Pour indiquer que l'égalité $3x - 5 = 5x - 9$ est vraie pour $x = 2$, on dit que 2 est **une solution de l'équation** $3x - 5 = 5x - 9$.

EXEMPLE 2 On considère l'égalité $5x + 2y = 120 + y$.

- Cette égalité est-elle vraie pour $x = 14$ et $y = 50$?

① $5x + 2y = 5 \times 14 + 2 \times 50 = 70 + 100 = 170$
② $120 + y = 120 + 50 = 170$
③ On trouve le même résultat, donc l'égalité $5x + 2y = 120 + y$ est vraie pour $x = 14$ et $y = 50$.

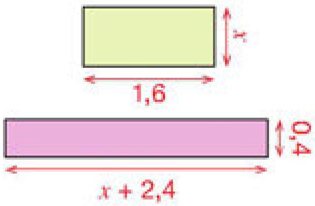
- Cette égalité est-elle vraie pour $x = 8$ et $y = 60$?

① $5x + 2y = 5 \times 8 + 2 \times 60 = 40 + 120 = 160$
② $120 + y = 120 + 60 = 180$
③ $160 \neq 180$, donc l'égalité $5x + 2y = 120 + y$ est fausse pour $x = 8$ et $y = 60$.

Exercice résolu Tester une égalité

9 **Énoncé**

Voici deux rectangles dont les longueurs de certains côtés sont variables.



1. Que représentent l'expression $1{,}6x$ pour le rectangle vert et l'expression $0{,}4(x + 2{,}4)$ pour le rectangle rose ?

2. Pour ces deux rectangles, on sait que $1{,}6x = 0{,}4(x + 2{,}4)$.

a. Que signifie cette égalité pour ces rectangles ?

b. Est-il possible que : • $x = 10$? • $x = 0{,}8$?

Solution

1. L'aire d'un rectangle est égale au produit de ses deux dimensions.

Donc : • $1{,}6x$ est l'aire du rectangle vert,
• $0{,}4(x + 2{,}4)$ est l'aire du rectangle rose.

2. a. Cette égalité signifie que les aires des deux rectangles sont égales.

b. • Pour $x = 10$:

$1{,}6x = 1{,}6 \times 10 = 16$

$0{,}4(x + 2{,}4) = 0{,}4 \times (10 + 2{,}4) = 0{,}4 \times 12{,}4 = 4{,}96$

$16 \neq 4{,}96$, donc il n'est pas possible que $x = 10$.

• Pour $x = 0{,}8$:

$1{,}6x = 1{,}6 \times 0{,}8 = 1{,}28$

$0{,}4(x + 2{,}4) = 0{,}4 \times (0{,}8 + 2{,}4) = 0{,}4 \times 3{,}2 = 1{,}28$

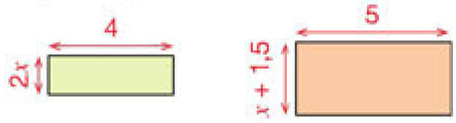
On trouve le même résultat, donc il est possible que $x = 0{,}8$.

Nos conseils

- Les deux dimensions du rectangle :
  – vert sont 1,6 et x,
  – rose sont 0,4 et $x + 2{,}4$.
- Les deux rectangles ont la même aire.
  Or, c'est bien le cas lorsque $x = 0{,}8$.
  Mais on ne sait pas si cela se produit ou non pour d'autres valeurs de x.

Exercices d'application

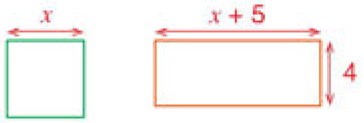
10 Voici deux rectangles pour lesquels on souhaite que $8x = 5(x + 1{,}5)$.



a. Que signifie cette égalité pour ces rectangles ?

b. Est-il possible que : • $x = 2{,}5$? • $x = 0{,}5$?

11 Voici un carré et un rectangle pour lesquels on souhaite que $4x = 2(x + 5) + 2 \times 4$.



a. Que signifie cette égalité pour ces figures ?

b. Est-il possible que : • $x = 8$? • $x = 9$?

12 Camille affirme : « Le triple du nombre auquel je pense est égal à la somme de ce nombre et de 9 ».

On note n le nombre auquel pense Camille.

a. Laquelle de ces égalités traduit cette affirmation ?

• $3n = 9n$ • $3n = n + 9$ • $3 + n = n + 9$

b. Certains de ces nombres peuvent-ils être celui auquel pense Camille ?

• 3,5 • 4 • 4,5 • 5 • 5,5

13 Isabelle a payé 80 € ces 3 bracelets et ce collier.

Comme elle a oublié le prix de chaque bijou, elle écrit $3x + y = 80$.

a. Que représentent ici x et y ?

b. Est-il possible que :

• $x = 12$ et $y = 44$? • $x = 16$ et $y = 22$?

Je m'entraîne À L'ORAL

Expressions littérales

14 **CALCUL MENTAL** Dans cet immeuble, la hauteur h (en mètres) à laquelle on se trouve est donnée par la formule :

$$h = 1 + 2{,}5 \times n$$

où n désigne le numéro de l'étage. Calculer mentalement la hauteur à laquelle on se trouve lorsque l'on est :

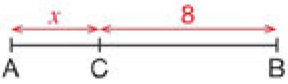
a. au 2^e étage ; **b.** au 10^e étage.

15 **CALCUL MENTAL** Sur un site Internet, un T-shirt est vendu 8 € et les frais de port sont de 10 €.
Léo a écrit la formule $P = 8 \times y + 10$.

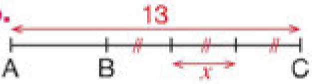
a. Que désignent P et y pour cette situation ?
b. Calculer **mentalement** P pour $y = 2$, puis pour $y = 6$.

16 Dans chaque cas, exprimer la longueur du segment [AB] en fonction de x.

a.



b.



17 Axelle affirme : « Je dois calculer :

- $7 \times 3 + 5$
- $7 \times 4 + 5$
- $7 \times 5 + 5$
- $7 \times 6 + 5$
- $7 \times 7 + 5$
- $7 \times 8 + 5$
- $7 \times 9 + 5$
- $7 \times 10 + 5$
- $7 \times 11 + 5$ »

Julie répond : « Au lieu d'énoncer tous ces calculs, tu aurais pu dire que tu calculais l'expression ... pour toutes valeurs entières de ... à ... ».
Indiquer par quoi compléter les pointillés dans la phrase de Julie.

18 On charge sur un camion, cette caisse et des sacs de ciment.

On note x le nombre de sacs de ciment chargés.
Exprimer en fonction de x :

a. la masse M, en kg, des sacs de ciment chargés,
b. la masse totale C, en kg, du chargement.

19 **Vrai ou faux ?**

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

a. $A = 2x - 3$ et pour $x = 6$, A est égal à 23.
b. $B = y^2 + 3$ et pour $y = 4$, B est égal à 19.

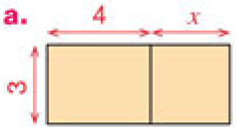
Distributivité

20 Lire chaque égalité en complétant les pointillés.

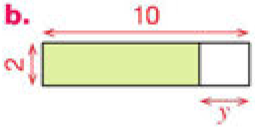
a. $4 \times (2y + 3) = 4 \times ... + 4 \times ...$
b. $6(3 - x) = 6 \times ... - ... \times ...$
c. $2(5x + 7) = 2 \times ... + ... \times 7$

21 Dans chaque cas, exprimer l'aire du rectangle coloré sous forme d'un produit, puis sous forme d'une somme ou d'une différence.

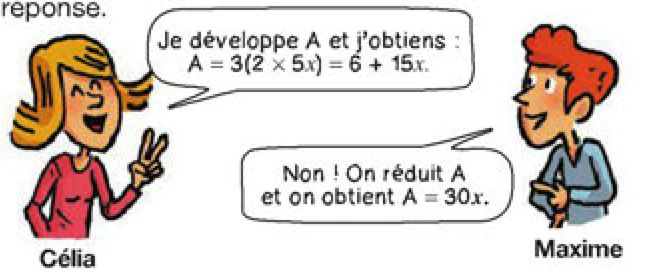
a.



b.



22 Qui de Célia ou Maxime a raison ? Justifier la réponse.



23 Dans chaque cas, factoriser, puis réduire.

a. $5 \times n + 7 \times n$ **b.** $9x - 4x$ **c.** $2y + 0{,}6y$

24 Lire chaque égalité en complétant les pointillés.

a. $6x + 12 = 6 \times (... + ...)$ **b.** $15a - 35 = 5\,(... - ...)$
c. $8 + 16y = 8(... + ...)$ **d.** $3x^2 + 5x = x \times (... + ...)$

25 **CALCUL MENTAL** Factoriser mentalement chaque expression.

- $A = 2x + 4$
- $B = 3x - 9$
- $C = x^2 - 5x$

Test d'une égalité

26 Dans chaque cas, dire s'il s'agit d'une égalité ou non.

a. $2x - 1 = 7$ **b.** $4 \times (5 + 2)$ **c.** $5n - 4$

27 **CALCUL MENTAL** L'égalité $3x - 5 = x + 3$ est-elle vraie pour :

a. $x = 2$? **b.** $x = 4$? **c.** $x = 10$?

28 **CALCUL MENTAL** Dans chaque cas, dire si l'égalité est vraie pour $n = 5$.

a. $7n = 75$ **b.** $2n + 7 = n + 12$ **c.** $0{,}6n = n - 2$

29 **CALCUL MENTAL** Dans chaque cas, dire si l'égalité est vraie pour $x = 2$.

a. $8x + 4 = 20$ **b.** $6x - 4 = 5x$ **c.** $3 + 4x = 5x + 1$

Je m'entraîne

Expressions littérales

30 En France, la pointure P des chaussures est donnée par la formule :
$P = 1{,}5 \times L + 2$ où L désigne la longueur (en cm) du pied.
Les pieds de Juliette mesurent 22 cm et ceux de Louis mesurent 24 cm. Calculer leurs pointures.

31 Le poids « théorique » P, en kg, d'une personne de taille T, en cm, est donné par la formule :

$$P = T - 100 - \frac{T - 150}{4}.$$

Calculer le poids « théorique » d'une personne qui mesure :

a. 160 cm **b.** 165 cm **c.** 180 cm

32 Ce rectangle a une dimension x variable.

On considère les expressions :
$E = 8 \times x$ et $F = 2 \times x + 16$.

a. Que représentent E et F pour ce rectangle ?

b. Calculer les valeurs de E et F pour $x = 3$, puis $x = 5$.

33 Dans chaque cas, proposer une écriture plus simple.

a. $x \times 5$ **b.** $7 \times y$ **c.** $3 \times z \times 5$ **d.** $1 \times a$
e. $0 \times b$ **f.** $n \times 7 \times n$ **g.** $x \times 3 \times y \times 4$

34 Dans chaque cas, proposer une écriture plus simple.

a. $3x \times 9x$ **b.** $3 \times a + 5$ **c.** $y + 6 \times y \times y$
d. $b \times 1 \times b$ **e.** $x \times 5 \times x \times 2 \times x$ **f.** $3 \times z \times 7$

35 $A = 7y$ $B = 4y + 3$ $C = 3(y + 2)$ $D = 2 + 5y$
Calculer la valeur de chacune de ces expressions pour :

a. $y = 0$ **b.** $y = 1$ **c.** $y = 3$

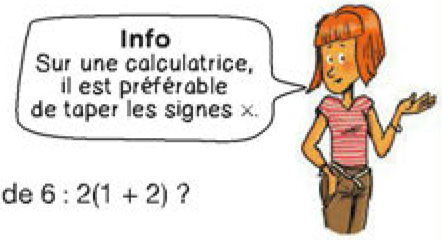
36 $E = 5x$ $F = 2(4 + 5x)$ $G = 2 + 3x$
Calculer la valeur de chacune de ces expressions pour :

a. $x = 3$ **b.** $x = 10$ **c.** $x = 0{,}1$

37 **a.** Sur une calculatrice, saisir 6 : 2 (1 + 2).

b. Comparer les résultats obtenus dans la classe.

c. Saisir à présent 6 : 2 × (1 + 2).
Quelle est la valeur de 6 : 2(1 + 2) ?



38 **a.** Recopier et compléter afin de calculer les valeurs de $A = 7x^2$ et $B = 6x^3$ pour $x = 2$.

- $A = 7 \times 2^2 = 7 \times \ldots \times \ldots = 7 \times \ldots = \ldots$
- $B = 6 \times 2^3 = 6 \times \ldots \times \ldots \times \ldots = 6 \times \ldots = \ldots$

b. Calculer $C = 4x^2$ et $D = 10x^3$ pour $x = 5$.

39 Mathilde et Noémie devaient calculer la valeur de $A = 2x^2$ pour $x = 3$.

Mathilde : $A = 2 \times 3^2 = 9 = 9 \times 2 = 18$.

Noémie : $A = 2 \times 3^2 = 6^2 = 6 \times 6 = 36$.

Que pensez-vous du travail de ces deux élèves ?

40 Recopier, puis compléter cette table de multiplication sans écrire le signe ×.

×	7	y		$6x$
5			$20y^2$	
$8y$				
$9x$				

41 Enzo était absent ; Fatima lui dicte les exercices de mathématiques au téléphone.
« Voici les expressions que le professeur a données. Il faut les calculer. Tu notes :
$A = 2 \times 4 \times 4 + 4 + 1$ $B = 2 \times 7 \times 7 + 7 + 1$
$C = 2 \times 10 \times 10 + 10 + 1$ $D = 2 \times 0{,}5 \times 0{,}5 + 0{,}5 + 1$ »
« Merci Fatima, mais tu aurais pu aller plus vite ! » lui dit Enzo. Comment aurait-elle pu aller plus vite ?

42 Voici ce que l'on peut voir dans un grand hôtel.

1. a. Quelle heure est-il à Moscou et à New York lorsqu'il est 16 h à Paris ?

b. Quelle heure est-il à Paris et à New York lorsqu'il est 9 h à Moscou ?

2. On note *h* l'heure à Paris. Exprimer en fonction de *h* l'heure à Moscou, puis l'heure à New York.

3. On note *t* l'heure à Moscou. Exprimer en fonction de *t* l'heure à Paris, puis l'heure à New York.

43 Donner chaque réponse en fonction de x.

a. Avec 50 €, Noé a acheté une BD dont il a oublié le prix. On note x le prix, en euros, de la BD.
Combien reste-t-il à Noé ?

b. Manon veut acheter un CD à 15 € et un pull.
On note x le prix, en euros, du pull.
Combien Manon va-t-elle dépenser ?

44 Quand Ali va au ski, chaque forfait lui coûte 26 €. Zoé achète une carte de 100 € pour l'année. Chaque forfait lui coûte alors 15 €.
On note *n* le nombre de forfaits achetés.

a. Exprimer P_A, le prix payé par Ali, en fonction de *n*.

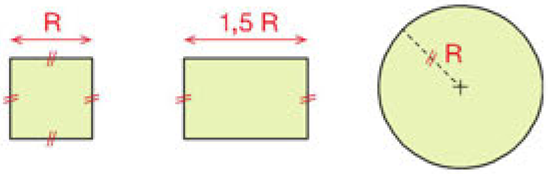
b. Exprimer P_Z, le prix payé par Zoé, en fonction de *n*.

c. Calculer P_A et P_Z pour :

- $n = 3$
- $n = 5$
- $n = 10$

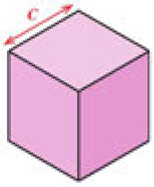
Je m'entraîne

45 Voici un carré, un rectangle et un cercle qui ont des dimensions variables.



Exprimer, en fonction de R, le périmètre, puis l'aire de chacune de ces figures.

46 On note c la longueur variable de l'arête d'un cube et on note :



- A la somme des longueurs des arêtes ;
- S la somme des aires des faces ;
- V le volume de ce cube.

a. Calculer A, S et V pour $c = 3$, puis pour $c = 5$.
b. Exprimer A, S et V en fonction de c.

Distributivité

47 Dans chaque cas, développer l'expression, puis la réduire.

$A = 8(x + 5)$ $B = 5(9 - b)$
$C = (2y - 1) \times 4$ $D = 10(0,4a - 6,3)$

48 Pour chaque expression, dire si l'on peut la développer en utilisant :

$k(a + b) = ka + kb$ ou $k(a - b) = ka - kb$.

Si oui, la développer.

$A = 3(15a - 4)$ $B = 7 + (2b + 3)$ $C = 2 \times (x \times y)$
$D = 9 - (a + 5)$ $E = 0,5(22a + 13)$

49 $A = 2x(x + 5)$ et $B = 4x(2 - x)$.

a. Recopier et compléter pour développer A.
$A = 2x \times \ldots + 2x \times \ldots$
$A = \ldots x^2 + \ldots x$
b. Développer B.

50 Recopier et compléter ces développements.

a. $6(\ldots + x) = 18 + \ldots$ **b.** $\ldots(y - 5) = 4y - \ldots$
c. $9(3 - \ldots) = \ldots - 36x$ **d.** $\ldots(4y + 6) = 12y^2 + \ldots$

51 Recopier et compléter les factorisations suivantes.

a. $6 \times 8 + 6 \times y = 6(\ldots + \ldots)$ **b.** $63 - 7x = \ldots(9 - \ldots)$
c. $15x - 20 = \ldots(3x - \ldots)$
d. $6x^2 - x = \ldots \times x - \ldots \times x = (\ldots - \ldots)x$

Pour les exercices 52 et 53, **factoriser.**

52 $A = 8x + 6$ $B = 5 + 10b$

53 $C = a^2 - 3a$ $D = x - 8x^2$

54 Recopier et compléter afin de réduire chaque expression.

a. $4x + 9x = (\ldots + \ldots)x = \ldots x$
b. $21y - 11y = (\ldots - \ldots)y = \ldots y$
c. $1,5x + 7,3x + x = (\ldots + \ldots + \ldots)x = \ldots x$

55 Réduire chaque expression.

$A = 4a + 5a$ $B = 9b - 2b$ $C = 6a^2 + a^2$
$D = 4a + 2 - a + 7$ $E = 15a + 7 - 3a + 6 + 4$

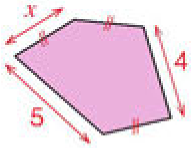
56 Un fabricant de jus d'orange produit des bouteilles de 75 cL. Dans chacune d'elles, il décide d'ajouter une dose gratuite de x cL.

a. Exprimer de deux façons différentes, la nouvelle capacité C, en cL, de ce pack de 6 bouteilles.
b. Calculer C en précisant l'expression utilisée pour $x = 15$, puis pour $x = 20$.

57 Un commerçant négocie l'achat de 75 pantalons qui coûtent normalement 23 € l'unité.
On note y le montant de la réduction, en euros, obtenue pour chaque pantalon.

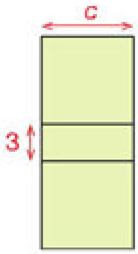
a. Exprimer de deux façons différentes, la somme S, en euros, que devra finalement payer ce commerçant.
b. Calculer S en précisant l'expression utilisée lorsque :
- $y = 3$
- $y = 4,5$

58 **1.** Exprimer le périmètre P de cette figure en fonction de x :



a. sous la forme d'une somme ;
b. sous la forme d'un produit.
2. Calculer ce périmètre pour :
- $x = 2$
- $x = 3,5$

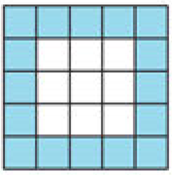
59 Un professeur d'EPS a tracé ce terrain composé de deux carrés et d'un rectangle de largeur 3 m. On note c la longueur, en m, du côté d'un carré.



1.a. Exprimer, en fonction de c, l'aire A, en m², du terrain :
- sous la forme d'un produit ;
- sous la forme d'une somme.

b. Faire de même pour le périmètre P du terrain.
2. Calculer A et P pour :
- $c = 2$
- $c = 4$

60 **a.** Calculer le nombre de carreaux colorés sur le pourtour pour un carré de côté :



- 6 carreaux ;
- 7 carreaux.

b. Un carré a n carreaux sur un côté.
Exprimer en fonction de n le nombre de carreaux colorés sur le pourtour.

Test d'une égalité

61 Dans chaque cas, l'égalité est-elle vraie pour $x = 4$?

a. $8x + 5 = 37$ **b.** $6x - 3 = 7x$ **c.** $9 + 3x = 5x + 1$

62 Dans chaque cas, dire si l'égalité est vraie pour la valeur de y qui est proposée.

a. $6 + 5y = 3y + 14$ et $y = 5$.

b. $11 - y = 2(y + 1)$ et $y = 3$.

c. $3 + 4(y - 1) = 5y + 12$ et $y = 6$.

63 L'égalité $x^2 + 4 = 10x - 17$ est-elle vraie pour :

a. $x = 3$? **b.** $x = 5$? **c.** $x = 7$? **d.** $x = 10$?

64 **a.** L'égalité $1 + 4\,(2x + 6) = 8x + 25$ est-elle vraie pour : • $x = 3$? • $x = 0{,}08$? • $x = 7\,000$?

b. Expliquer pourquoi cette égalité est vraie pour tout nombre x.

c. À votre tour de proposer une identité.

Info
Une égalité qui est vraie pour toutes les valeurs numériques attribuées aux lettres est une **identité**.
Exemple : $k(a + b) = ka + kb$

65 Fatoumata a voulu développer et réduire l'expression ci-contre.

$4 + 3(2t + 6) = 14t + 42$

a. Cette égalité est-elle vraie pour $t = 5$?

b. Que peut-on en déduire pour le travail de Fatoumata ? Corriger si besoin le travail de Fatoumata.

66 Deux formules différentes permettent de calculer la fréquence cardiaque maximale recommandée notée F (ou F') en fonction de l'âge *a* d'une personne :

$$F = 220 - a \quad \text{et} \quad F' = 208 - 0{,}7a.$$

a. Que signifie l'égalité $220 - a = 208 - 0{,}7a$?

b. Cette égalité est-elle vraie pour :

• $a = 10$? • $a = 30$? • $a = 40$? • $a = 50$?

c. Que peut-on déduire de la question **b.** ?

D'après PISA 2003

67 Une ville veut produire l'électricité pour ses 3000 habitants avec des panneaux solaires et des éoliennes. Un groupe de panneaux solaires fournit de l'électricité à 40 personnes et une éolienne à 120.

Un ingénieur a écrit l'égalité :

$$40g + 120e = 3000.$$

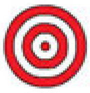
a. Que représentent alors les nombres *g* et *e* pour cette situation ?

b. Est-il possible que :

• $g = 50$ et $e = 10$?

• $g = 60$ et $e = 5$?

68 Au cours d'un jeu, Gaspard marque 10 points lorsqu'il touche la cible et il perd 4 points lorsqu'il la rate.



Gaspard a 182 points mais il ne se souvient plus combien de fois il a visé la cible au total.

Il traduit cette situation par l'égalité $10x - 4y = 182$.

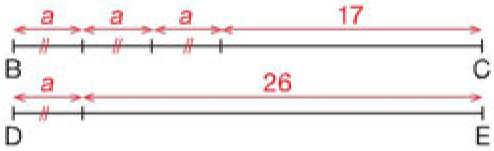
a. Que représentent alors x et y ?

b. Vérifier qu'il est possible que $x = 25$ et $y = 17$.

Combien de fois Gaspard a-t-il pu viser la cible ?

Trouver un nombre inconnu

69 Les segments [BC] et [DE] ont la même longueur.



a. Maëlle a calculé mentalement la valeur de *a*. Expliquer comment Maëlle a pu faire.

b. En déduire la longueur des segments [BC] et [DE].

70 Ces deux bons cadeaux ont la même valeur.

2 DVD (au choix parmi 50)
1 trottinette (valeur 85 €)

6 DVD (au choix parmi 50)
1 skateboard (valeur 55 €)

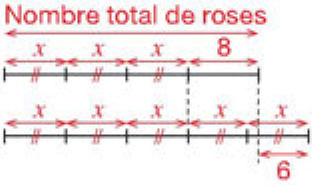
Numa, qui sait que tous les DVD sont au même prix, a réalisé ce schéma pour calculer la valeur d'un bon.

a. Que représente x sur ces schémas ?

b. À l'aide de ce schéma, calculer la valeur de x.

c. En déduire la valeur d'un bon cadeau.

71 Si une fleuriste réalise 3 bouquets identiques, il lui reste 8 roses mais il lui manque 6 roses pour réaliser 5 de ces bouquets. On se propose de calculer le nombre de roses dans un bouquet.



a. Que représente x sur ce schéma ?

b. À l'aide de ce schéma, calculer la valeur de x.

72 Christel a choisi un nombre et elle a obtenu 52 avec ce programme de calcul :

Quel nombre Christel a-t-elle choisi ?

Je m'entraîne

73 **a.** Clara affiche un nombre à l'écran de la calculatrice, puis elle tape :

× 4 − 6 EXE

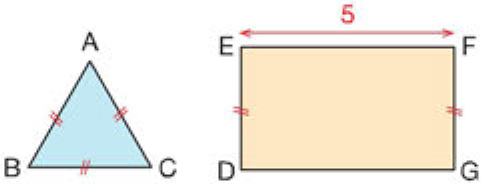
Elle obtient 20.
Déterminer le nombre affiché à l'écran par Clara.

b. Denis affiche à son tour un nombre et tape :

+ 2 EXE × 8

Il obtient 30.
Déterminer le nombre affiché à l'écran par Denis.

74 Tom affirme : « Ce triangle équilatéral et ce rectangle ne peuvent pas avoir le même périmètre ».



Tom a-t-il raison ? Expliquer.

75 Chez un pâtissier, Audrey a le choix entre :

- acheter 6 paquets de biscuits,
- acheter 2 de ces paquets et une boîte de 500 g de biscuits.

Dans les deux cas, elle paiera 45 € et elle aura la même masse de ses biscuits préférés.

1. Déterminer :

a. le prix d'un paquet, puis le prix d'une boîte ;

b. la masse d'un paquet.

2. On note p le prix, en euros, d'un paquet et m la masse, en g, d'un paquet.
Écrire deux égalités avec p et m qui sont vraies pour les nombres obtenus à la question **1.**

Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C2

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

76 Les frais de mission

La situation-problème

Julie qui habite à Montauban doit effectuer lundi une mission à Brive-la-Gaillarde et mardi une mission à Bordeaux. Aider Julie à calculer ses frais de mission pour ces deux déplacements.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice.

Doc. 1 **Les frais de mission et les distances**

- Les kilomètres parcourus par Julie lui sont remboursés sur la base du tarif SNCF seconde classe. En plus de ces remboursements, Julie reçoit une indemnité de 50 € pour chaque mission.
- Julie doit rentrer chaque soir chez elle.
- Montauban – Brive-la-Gaillarde : 152 km.
Montauban – Bordeaux : 214 km.
Bordeaux – Brive-la-Gaillarde : 190 km.

Doc. 2 **Les tarifs SNCF seconde classe**

Le prix P (en €) d'un trajet est calculé à l'aide de la formule $P = a + bd$.

Distance (d)	Prix kilométrique (b)	Constante (a)
De 65 à 109 km	0,1411	2,7392
De 110 à 149 km	0,1351	3,8743
De 150 à 199 km	0,1131	7,6675
De 200 à 300 km	0,1146	7,3552

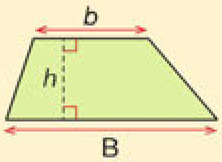
Calcul mental et réfléchi

77 $E = 104x + 2 - 4x$ $F = 5{,}6x - 5{,}4x$
$G = 14x : 2 + 3x$ $H = x^2$

Calculer mentalement les valeurs de E, F, G, H lorsque $x = 0{,}8$.

78 L'aire $\mathcal{A}$ du trapèze ci-contre est donnée par la formule :

$$\mathcal{A} = \frac{h(B + b)}{2}$$



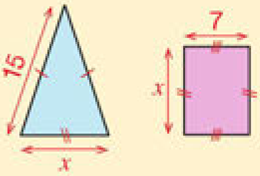
Calculer mentalement $\mathcal{A}$ lorsque :

a. $h = 3$; $b = 2$; $B = 8$ **b.** $h = 8$; $b = 13$; $B = 17$

79 On considère l'expression $A = 3x + 3y$.
Calculer mentalement la valeur de A pour :

a. $x = 155{,}4$ et $y = 44{,}6$ **b.** $x = 0{,}083$ et $y = 0{,}007$

80 Voici un triangle isocèle et un rectangle dont certains côtés ont une longueur x variable. Déterminer mentalement la valeur de x lorsque :



a. le périmètre du triangle est 48 ;

b. l'aire du rectangle est 42 ;

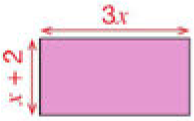
c. le triangle et le rectangle ont le même périmètre.

Je m'évalue

Pour ces questions, une seule réponse est exacte.

	a	b	c	En cas d'erreur
81 Anaïs achète une revue à 6 € et n stylos à 2 € l'unité. La formule qui permet de calculer le prix P, en euros, qu'Anaïs doit payer est…	$P = 6 \times 2 \times n$	$P = 6 \times n + 2$	$P = 2 \times n + 6$	→ § 1.a. p. 32
82 « Je choisis un nombre x, j'ajoute 3 et je multiplie par 2. J'obtiens… »	$2x + 3$	$x + 3 \times 2$	$2(x + 3)$	→ § 1.a. p. 32
83 $A = 5x - 2$ Pour $x = 3$, …	$A = 51$	$A = 6$	$A = 13$	→ § 1.b. p. 32 et exercice résolu 1 p. 33
84 $B = 2y^2$ Pour $y = 5$, …	$B = 100$	$B = 50$	$B = 10$	
85 $C = 5 \times a \times 6 \times b$ Plus simplement, …	$C = 30ab$	$C = 30a \times 30b$	$C = 5a \times 30b$	→ § 1.b. p. 32
86 $E = 7(3a - 2)$ L'expression développée et réduite de E est …	$21a - 14$	$21a - 2$	$10a - 9$	→ § 2.a. p. 34
87 $D = 5a + 4 + a - 1$ Plus simplement, …	$D = 6a + 3$	$D = 5a^2 + 3$	$D = 9a$	→ § 2.b. p. 34
88 L'égalité $5x + 7 = 2x + 16$ est vraie pour …	$x = 2$	$x = 3$	$x = 4$	→ § 3.b. p. 36
89 L'égalité qui est vraie pour $x = 4$ est …	$8x - 14 = 70$	$3 + 2x = x + 11$	$x^2 - 9 = x + 3$	→ § 3.b. p. 36

Pour ces questions, plusieurs réponses sont exactes.

	a	b	c	En cas d'erreur
90 Pour ce rectangle… 	le demi-périmètre est $3x + x + 2$	le périmètre est $4(2x + 1)$	l'aire est $3x^2 + 6$	→ § 1. p. 32 et § 2. p. 34
91 Pour tout nombre x, $6x + 12$ est égal à…	$6(x + 2)$	$9 + 3(2x + 1)$	$x^2 + 5x + 12$	→ § 2. p. 34
92 L'égalité $2(5x - 6) - x = 3(3x - 4)$ est…	vraie pour $x = 7$	fausse pour $x = 8$	vraie pour tout nombre x	→ § 3.b. p. 36
93 L'égalité $11a - b = 6a + b$ est vraie pour…	$a = 4$ et $b = 10$	$a = 6$ et $b = 15$	$a = 100$ et $b = 250$	→ § 3.b. p. 36

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▶ p. 291

Avec un tableur

94 Effectuer des calculs répétitifs

On se propose d'utiliser le tableur pour calculer l'expression A = $5x + 3$ pour toutes les valeurs entières de x comprises entre 1 et 15.

1. a. Saisir cette feuille de calcul.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	x	1	2													
2	$5x+3$															

b. Sélectionner les cellules B1 et C1, puis « tirer la poignée » pour écrire les nombres entiers consécutifs dans la plage B1:P1.

Info

- On saisit le nom (ici B1) de la cellule plutôt que le nombre inscrit dans cette cellule.
- On saisit la multiplication qui est sous entendue dans l'expression $5x + 3$.

2. a. Dans la cellule B2, saisir la formule `=5*B1+3` , puis `Entrée` .

b. Sélectionner la cellule B2, puis recopier la formule vers la droite jusqu'à la cellule P2.

3. On connaît ainsi une valeur de x pour laquelle $5x + 3 = 73$.
Quelle est cette valeur ?

4. Adapter la feuille de calcul précédente, pour déterminer une valeur de x :

a. comprise entre 9 et 10 telle que $5x + 3 = 51{,}5$;

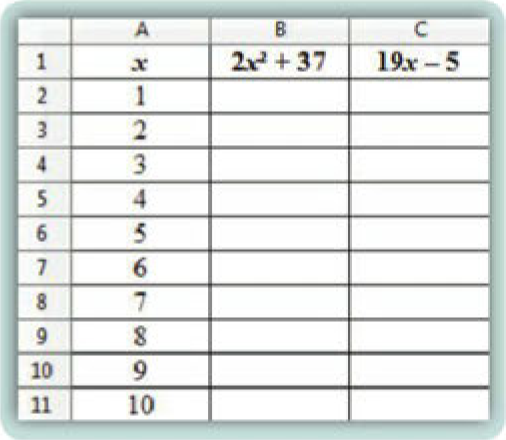
b. comprise entre 12,1 et 12,2 telle que $5x + 3 = 63{,}85$;

c. comprise entre 100 et 105 telle que $5x + 3 = 510{,}45$.

95 Tester une égalité

On se propose d'utiliser le tableur pour tester si l'égalité $2x^2 + 37 = 19x - 5$ est vraie pour certains nombres compris entre 1 et 10.

1. Saisir la feuille de calcul ci-contre.



	A	B	C
1	x	$2x^2 + 37$	$19x - 5$
2	1		
3	2		
4	3		
5	4		
6	5		
7	6		
8	7		
9	8		
10	9		
11	10		

2. a. Dans la cellule B2, saisir la formule `=2*A2*A2+37` (ou bien la formule `=2*A2^2+37`), puis `Entrée` .

b. Saisir dans la cellule C2 la formule qui convient.

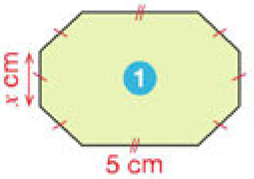
c. Sélectionner la plage B2:C2, puis « tirer la poignée » jusqu'à la ligne 11.

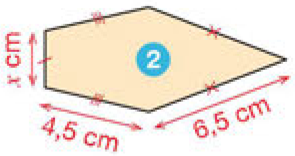
3. Analyser les résultats et déterminer une valeur de x pour laquelle l'égalité $2x^2 + 37 = 19x - 5$ est vraie.

4. Cette égalité est vraie pour une autre valeur de x comprise entre 0 et 10 mais non entière.
Adapter la feuille de calcul précédente pour trouver cette valeur de x.

96 Produire des formules

Les deux figures ci-dessous ont le même périmètre pour une certaine valeur de x comprise entre 2 et 3 et s'écrivant avec un chiffre après la virgule.





À l'aide du tableur, trouver la valeur de x pour laquelle les deux figures ont le même périmètre.

J'utilise mes compétences

S'initier au raisonnement

97 Prouver qu'une égalité est fausse

1. a. L'égalité $x^2 = 3x$ est-elle vraie pour :

- $x = 0$?
- $x = 3$?

b. Samuel affirme : « L'égalité $x^2 = 3x$ est toujours vraie ».
Pourquoi n'est-on pas certain que Samuel ait raison ?

2. Tester l'égalité $x^2 = 3x$ pour une autre valeur de x.
L'affirmation de Samuel est-elle correcte ?

Nos conseils

Si l'on veut prouver qu'une égalité n'est pas toujours vraie, il suffit de montrer que cette égalité est fausse pour une valeur attribuée à la lettre qui intervient.

98 Prouver qu'une égalité est vraie

1. a. L'égalité $8x + 4(x + 5) = 6(3 + 2x) + 2$ est-elle vraie pour :

- $x = 1$?
- $x = 3$?
- $x = 7$?
- $x = 0{,}6$?
- $x = 500$?

b. Vivian affirme : « L'égalité est toujours vraie ».
Pourquoi n'est-on pas certain que Vivian ait raison ?

2. a. Développer, puis réduire les expressions :

$$8x + 4(x + 5) \quad \text{et} \quad 6(3 + 2x) + 2$$

b. L'affirmation de Vivian est-elle correcte ?

Nos conseils

- **Montrer qu'une égalité est vraie pour quelques valeurs attribuées à la lettre qui intervient ne suffit pas pour prouver que cette égalité est toujours vraie.**
- **Pour prouver qu'une égalité est toujours vraie, il faut utiliser les propriétés du calcul littéral pour établir, par exemple, que les deux membres admettent une écriture identique.**

99 Observer, puis prouver

- Choisir un nombre.
- Ajouter 5.
- Multiplier par 2.
- Soustraire le double du nombre de départ.

1. Effectuer ce programme en prenant comme nombre de départ :
a. 3 **b.** 7 **c.** 10 **d.** 1,6

2. Que semble-t-on pouvoir conjecturer ?

3. a. Noter x le nombre de départ, puis exprimer en fonction de x le nombre obtenu avec ce programme.

b. Développer, puis réduire cette expression pour prouver la conjecture émise à la question **a**.

Nos conseils

Les exemples envisagés à la question 1 conduisent à émettre une conjecture, c'est-à-dire à imaginer qu'une propriété plus générale peut être énoncée.

Soit la conjecture émise est vraie, soit elle est fausse. Il reste à le prouver, c'est le but de la question 3.

100 Utiliser des nombres impairs

1. Expliquer pourquoi les nombres impairs sont de la forme $2n + 1$ où n désigne un nombre entier.

2. a. Choisir deux nombres impairs et les ajouter. Obtient-on un nombre impair ou pair ?

b. Faire d'autres essais d'additions de deux nombres impairs. Que peut-on conjecturer ?

c. Prouver cette conjecture.

101 Additionner des entiers consécutifs

a. Choisir deux nombres entiers consécutifs, puis calculer leur somme. Cette somme est-elle un nombre pair ou un nombre impair ?

b. Faire d'autres essais d'additions de deux nombres consécutifs. Que peut-on conjecturer ?

c. Prouver cette conjecture.

Pour chercher

102 Travailler en groupe

- Choisir un nombre.
- Multiplier par 2,5.
- Ajouter 1,5.
- Multiplier par 4.
- Soustraire 6.

a. Chaque groupe fait des essais et réfléchit à une explication du procédé du magicien à propos du programme ci-contre.

b. Un membre de chaque groupe expose le travail du groupe.

103 Faire le bon choix

Anne et Rose sont en voyage à Londres et elles ont le choix entre deux bureaux de change.

① 1 € → 0,87 £
Commission 4 £

② 1 € → 0,81 £
No commission

a. On note n la somme, en euros, à changer.
Exprimer, en fonction de n, la somme, en livres sterling (£), que l'on obtiendra dans chacun de ces deux bureaux de change.

b. Anne doit changer 100 € et Rose 40 €.
Que peut-on conseiller à chacune d'elle ?

104 Communiquer en anglais

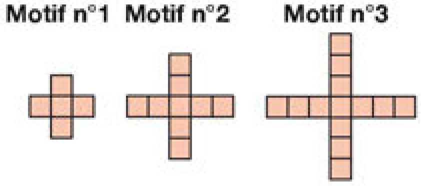
Do you think that Nils needs to take a jacket for his trip to Chicago tomorrow?

$$T_{\text{Celsius}} = \frac{(T_{\text{Fahrenheit}} - 32) \times 5}{9}$$

J'utilise mes compétences

105 Comprendre un motif

On crée des motifs formés de petits carrés tous identiques de la façon suivante :

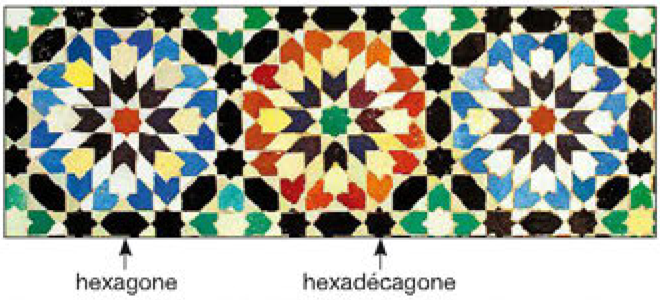


a. Combien de petits carrés le motif n° 6 comporte-t-il ?
b. On considère le motif numéro *n*. Exprimer en fonction de *n*, le nombre de petits carrés qu'il comporte.
c. Combien de petits carrés le motif n° 100 comporte-t-il ?

106 Étudier une mosaïque

Math & Arts

Dans la médersa Ben Youssef à Marrakech, on peut admirer des mosaïques comme celles-ci, collées pièce par pièce et à la main au XVIe siècle.
Voici une rangée de trois motifs :



Chaque motif est ici délimité par de petits carrelages noirs : des hexagones (à 6 côtés) et des hexadécagones (à 16 côtés).

a. Sur une rangée de *n* motifs, exprimer en fonction de *n* :
- le nombre d'hexagones ;
- le nombre d'hexadécagones.

Écrire la réponse sous forme développée et réduite.
b. Avec 100 carrelages de chaque sorte, combien de motifs peut-on délimiter au maximum ?

107 Comparer

La puissance électrique utilisable par une éolienne est donnée par la formule $P = 0{,}14 \times D^2 \times V^3$ où :
- P est la puissance en W (watt),
- D est le diamètre des pales en m,
- V est la vitesse du vent en mètres par seconde.

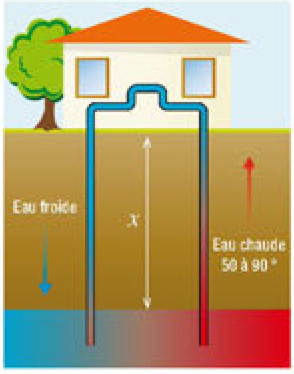
- Une éolienne installée chez un particulier a un mât de 12 m de haut et des pales de 4 m de diamètre.
- Les 8 plus grandes éoliennes de France sont installées dans les Ardennes. Elles ont un mât de 94 m et leurs pales ont un diamètre de 112 m.

Est-il vrai que lorsque la vitesse du vent est de 20 mètres par seconde, une de ces éoliennes a une puissance plus de 700 fois supérieure à celle d'un particulier ?

108 Se chauffer autrement

Une entreprise propose la formule suivante de chauffage par géothermie (chaleur de la Terre) :

Mise en service : 5 000 €
Forage : 90 € par mètre



1. On note x la profondeur, en m, d'un forage.
a. Exprimer en fonction de x le coût total C, en euros, d'une installation.
b. Calculer la valeur de C pour $x = 80$ et pour $x = 200$.
2. Cathy paie 160 € par mois pour se chauffer. Avec la géothermie, elle ne paiera plus que 15 € par mois mais il faudra pour cela forer à 130 m de profondeur. Au bout de combien d'années Cathy aura-t-elle amorti le coût de l'installation ?

109 Imaginer une stratégie

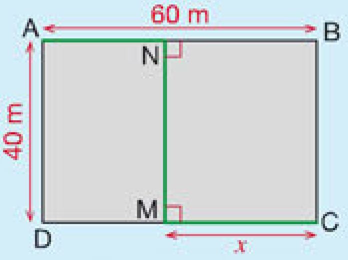
On fait chauffer de l'eau et on mesure la température.

Temps (en s)	0	15	30	45	60	75
Température (en °C)	18	22,5	27	31,5	36	40,5

Au bout de combien de temps, l'eau devrait-elle bouillir ?

110 Narration de recherche

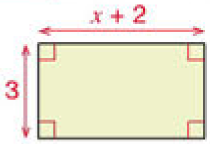
▶ Problème

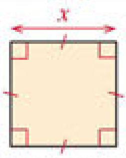


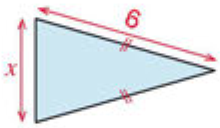
ABCD représente une place rectangulaire de 60 m sur 40 m. Étienne part de C et rejoint A en suivant le trajet CMNA. On note x la longueur CM (en m).
Quelle doit-être la valeur de x pour que le trajet d'Étienne soit le plus court possible ? Justifier.

Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

111 Relier le numérique et la géométrie



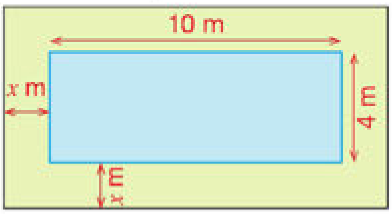




a. Le rectangle et le triangle peuvent-ils avoir le même périmètre ? Si oui, pour quelle valeur de x ?
b. Le carré et le triangle peuvent-ils avoir le même périmètre ? Si oui, pour quelle valeur de x ?

112 Prévoir les quantités

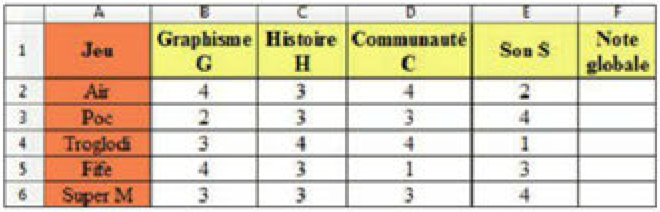
Une piscine dont la surface est un rectangle de 10 m sur 4 m est bordée par une bande de gazon qui a toujours la même largeur. La bande de gazon est, pour des raisons de sécurité, entourée d'une clôture.



1. a. Exprimer en fonction de x la longueur L de la clôture sous la forme d'une somme, puis d'un produit.
b. Calculer L pour $x = 2$, puis $x = 1{,}6$.
c. Pour quelle valeur de x a-t-on $L = 48$?
2. a. Exprimer en fonction de x l'aire A de la pelouse sous la forme d'une somme, puis d'un produit.
b. Calculer A pour $x = 2$, puis $x = 3$.
3. Le propriétaire désire utiliser l'intégralité des deux rouleaux de 60 m de clôture qu'il a achetés.
Quelle sera dans ce cas l'aire de la pelouse ?

113 TICE Utiliser un barème

Une revue de jeux vidéo a noté cinq jeux.



	A	B	C	D	E	F
1	**Jeu**	**Graphisme G**	**Histoire H**	**Communauté C**	**Son S**	**Note globale**
2	Air	4	3	4	2	
3	Poc	2	3	3	4	
4	Troglodi	3	4	4	1	
5	Fife	4	3	1	3	
6	Super M	3	3	3	4	

Ces notes s'interprètent ainsi :
4 : excellent 3 : très bon 2 : bon 1 : moyen
Pour calculer la note globale N de chaque jeu, la revue utilise la formule :

$$N = 2G + 4H + 3C + S$$

a. Quelle est la note globale la plus élevée qu'un jeu puisse obtenir ? et la plus basse ?
b. En utilisant le tableur, déterminer le meilleur jeu.
c. Proposer une autre formule qui permette au jeu Super M d'obtenir la première place.

D'après PISA 2003

114 TICE Problème ouvert

Le championnat de France de Ligue 1 de football concerne 20 clubs qui jouent tous 38 matchs. Un match gagné rapporte 3 points, un match nul rapporte 1 point et un match perdu rapporte 0 point. Lors du championnat 2013, le PSG a été champion de France avec 83 points en perdant seulement 5 matchs.
Combien de matchs cette équipe a-t-elle gagnés et combien a-t-elle fait de matchs nuls ? On peut s'aider d'un tableur.

115 Évaluer son aptitude physique

Le test de Ruffier-Dickson permet une évaluation de l'adaptation à l'effort physique.

Indice I de Ruffier-Dickson

- Rester allongé environ 5 min.
- Prendre son pouls P_1 pendant 15 s.
- Réaliser 30 flexions complètes sur les jambes en 45 s, puis prendre son pouls P_2 pendant 15 s.
- S'allonger à nouveau, puis 1 min après, prendre son pouls P_3 pendant 15 s.

$$I = \frac{4P_2 - 70 + 8(P_3 - P_1)}{10}$$

- $I = 0$: Excellent
- $0 < I \leqslant 2$: Très bon
- $2 < I \leqslant 4$: Bon
- $4 < I \leqslant 6$: Moyen
- $6 < I \leqslant 8$: Faible
- $8 < I \leqslant 10$: Très faible
- $10 < I$: Inapte

a. Déterminer les capacités à l'adaptation à l'effort physique des quatre élèves ci-dessous.

	Fabio	Greg	Héloïse	Inès
P_1	14	18	16	14
P_2	25	30	24	22
P_3	15	22	19	14

b. Jean a réalisé le test mais il ne se souvient que d'une partie de ses résultats : $P_3 = P_1 = 15$ et $I = 3{,}4$.
Calculer la valeur de P_2 pour le test de Jean.

Jeux & Casse-tête

116 L'équipement

Nora et Olivier font leurs achats dans une même boutique.

Achat de Nora

Achats d'Olivier

Quel est le prix d'un T-shirt ?

117 L'âge du capitaine

Un capitaine dit à son mousse :
« Aujourd'hui, mon âge est le triple du tien.
Quand tu auras mon âge, nous aurons ensemble 136 ans ».
Quel est l'âge du capitaine ?

Tâches complexes

SOCLE Compétences : **118** C1-C2-C3 **119** C1-C2

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

118 La distance d'arrêt

La situation-problème

Max et Lilou roulent sur leurs scooters lorsqu'un camion perd un tuyau qui barre la route. Déterminer si chacun de ces deux adolescents pourra s'arrêter ou non avant cet obstacle.

Les supports de travail

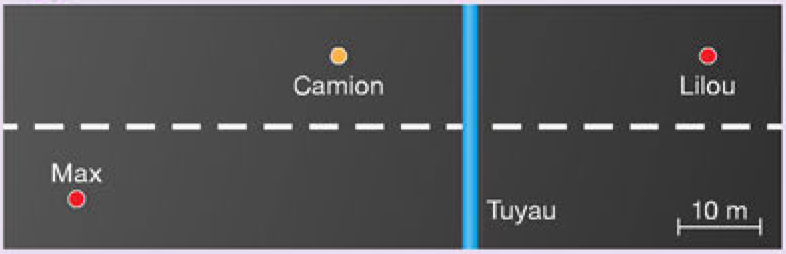
Les documents, la calculatrice, la règle.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 3 **Des renseignements sur Max et Lilou**

- Max a 19 ans et il roule à 63 kilomètres par heure ;
- Lilou à 16 ans et elle roule à 45 kilomètres par heure ;
- Max et Lilou sont dans les environs de Marseille et il fait beau.

Doc. 1 **Un plan de situation**



Doc. 2 **Une formule**

$$d = k \times \left(\frac{v}{3,6}\right)^2 + \frac{v}{3,6}$$

- d (distance d'arrêt) est la distance (en m) parcourue avant l'arrêt d'un véhicule ;
- v est la vitesse en kilomètres par heure du véhicule ;
- k est un nombre qui dépend des conditions météorologiques.

Par beau temps, $k = 0,08$ et par temps de pluie $k = 0,14$.

119 Les tuiles de Girih

La situation-problème

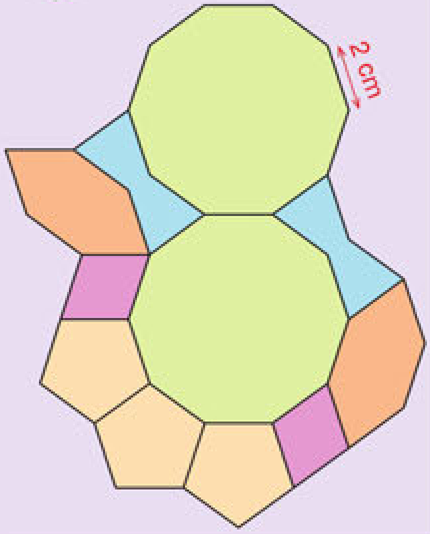
À l'aide des indications données, construire en vraie grandeur ce pavage réalisé avec des tuiles de Girih.

Les supports de travail

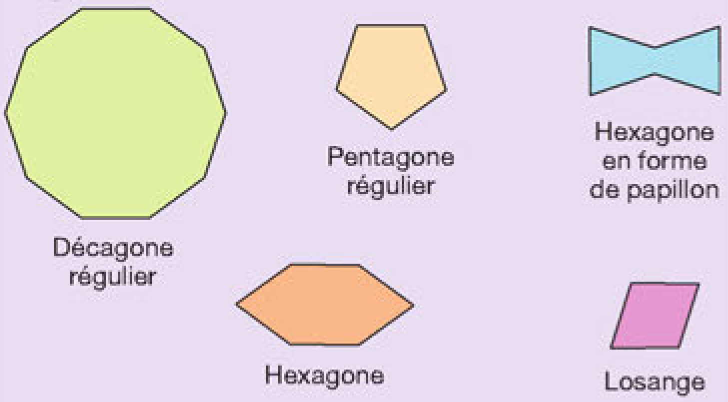
Les documents, la calculatrice, les instruments de géométrie.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 **Le pavage à construire**

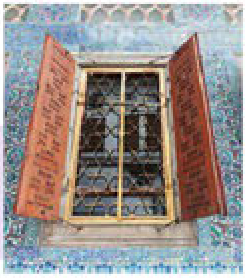


Doc. 2 **Les 5 tuiles de Girih**



Doc. 3 **Des renseignements mathématiques**

- Un décagone régulier a 10 côtés de même longueur et 10 angles de même mesure.
- Un pentagone régulier a 5 côtés de même longueur et 5 angles de même mesure.
- La somme des angles, en degrés, d'un polygone à n côtés est donnée par l'expression $180n - 360$.



Une fenêtre du palais Topkapi à Istanbul

Doc. 4 **L'histoire des tuiles de Girih**

Les tuiles de Girih sont utilisées pour la décoration des bâtiments dans l'architecture islamique depuis environ l'an 1200.

CHAPITRE

3

Nombres en écriture fractionnaire

L'eau douce ne représente qu'une petite fraction, à savoir environ $\frac{2}{100}$, de l'eau sur Terre.

Les $\frac{2}{3}$ de cette eau douce sont stockés dans les glaciers (ci-dessus le glacier Grey, Chili).

Au fil des siècles

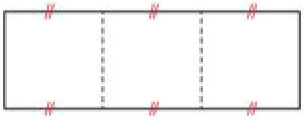
Au XVI^{e} siècle, le mathématicien arabe Al-Khwarizmi introduit le mot **fraction** (***kasr*** en arabe).
Au XIV^{e} siècle, le mathématicien français Nicole Oresme (représenté ci-dessus) reprend cette notation et introduit les mots **numérateur** et **dénominateur**.

→ Rechercher la signification en arabe du mot *kasr*.

Les capacités du programme	SOCLE 5^{e}	Choix d'exercices
• Réactiver le sens de l'écriture fractionnaire.	✓	15-33
• Utiliser l'écriture fractionnaire comme expression d'une proportion, d'une fréquence.	✓	2-20
• Reconnaître, dans des cas simples, si un nombre entier positif est multiple ou diviseur d'un autre nombre entier positif.	✓	43-46
• Utiliser sur des exemples numériques des égalités du type $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$.	✓	24-52
• Ramener une division dont le diviseur est décimal à une division dont le diviseur est entier.	✓	9-62
• Calculer des durées, des horaires.	✓	66-69

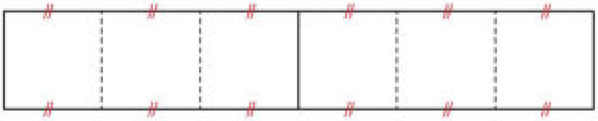
Je découvre

ACTIVITÉ 1 Du partage au quotient



a. Sarah-Lou colorie un tiers de cette bande de papier, puis elle en colorie un autre tiers.
Quelle fraction de cette bande a-t-elle coloriée ?

Recopier et compléter $2 \times \frac{1}{3} = \dots$



b. Sarah-Lou accole deux des bandes de papier précédentes comme ci-contre.
Tracer ce schéma sur papier quadrillé, puis colorier un tiers de ces deux bandes.
Que constate-t-on ?
Recopier et compléter : • $\frac{1}{3} \times 2 = \dots$ • $3 \times \frac{2}{3} = \dots$

c. Calculer à la main la valeur approchée par défaut de $\frac{2}{3}$ au centième près.

ACTIVITÉ 2 Proportion, fréquence

1. Voici les loisirs préférés de huit élèves d'une classe de 5^e.

Léo	**Clara**	**Thomas**	**Johanne**
Volley-ball	Piano	Football	Guitare

Maxwell	**Éliot**	**Clémence**	**Rachel**
Basket-ball	Tennis	Clarinette	Danse

3 élèves sur les 8 jouent d'un instrument.
On dit que la **proportion** (ou la **fréquence**) d'élèves musiciens dans ce groupe est de $\frac{3}{8}$.
Quelle est la proportion des élèves de ce groupe qui préfèrent :

a. un sport ? **b.** un sport collectif ? **c.** un instrument à cordes ?

2. Quelle est la fréquence des voyelles dans les lettres du mot « clarinette » ?
Exprimer cette fréquence à l'aide d'un nombre décimal, puis d'un pourcentage.

ACTIVITÉ 3 Multiples et diviseurs

1. Alix possède 36 jeux pour sa console vidéo portable.
Il souhaite les ranger dans des étuis de façon à avoir le même nombre de jeux dans chaque étui.
On suppose un étui suffisamment grand pour recevoir de nombreux jeux.
Indiquer à Alix toutes les possibilités qu'il a de faire ce rangement selon le nombre d'étuis qu'il possède.

2. Vrai ou faux ?
Pour chaque affirmation, dire si elle vraie ou fausse. Justifier.

a. 27 est divisible par 5. **b.** 42 est un multiple de 3. **c.** 4 est un diviseur de 28.
d. 178 est divisible par 2. **e.** 259 est un multiple de 9. **f.** 6 est un diviseur de 226.

ACTIVITÉ 4 Égalité de quotients

Ces quatre rectangles sont superposables.

a. Pour chaque figure, écrire la fraction du rectangle qui est colorée.

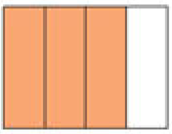
b. Que peut-on dire de ces quatre fractions ?

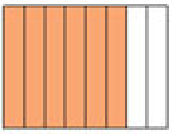
c. Recopier et compléter :

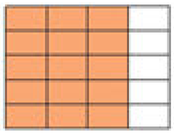
- $\frac{3}{4}=\frac{3\times\dots}{4\times\dots}=\frac{\dots}{8}$
- $\frac{3}{4}=\frac{3\times\dots}{4\times\dots}=\frac{\dots}{20}$
- $\frac{3}{4}=\frac{3\times\dots}{4\times\dots}=\frac{\dots}{40}$

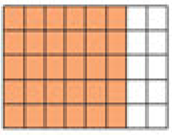
Dans chaque cas, quel est le lien entre ces égalités et les figures ci-contre ?

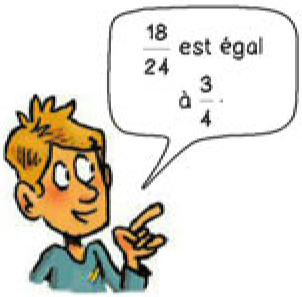
d. Lequel (ou lesquels) de ces élèves a (ou ont) raison ? Expliquer.

❶


❷


❸


❹




Arthur

Cédric

Coline

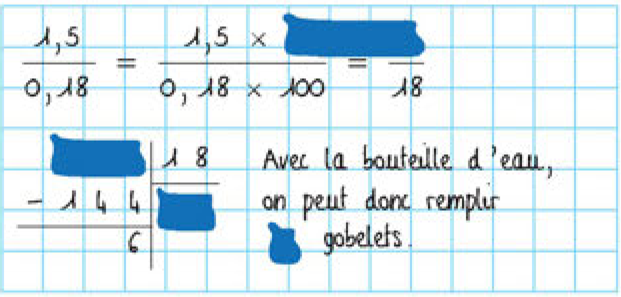
e. Recopier et compléter : $\frac{3}{4}=\frac{\dots}{64}=\frac{93}{\dots}=\frac{\dots}{2}=\frac{4,5}{\dots}$.

ACTIVITÉ 5 Diviser par un nombre décimal

a. Lina doit calculer combien de gobelets elle pourra remplir avec cette bouteille d'eau.

Voici ses calculs. Hélas, certains passages sont masqués.

Retrouver la démarche et le résultat de Lina.



$\frac{1,5}{0,18}=\frac{1,5\times\text{[redacted]}}{0,18\times 100}=\frac{}{18}$

[redacted]	18
− 144	[redacted]
6	

Avec la bouteille d'eau, on peut donc remplir [redacted] gobelets.

Eau
1,5 L

Gobelet plastique recyclable : 0,18 L

b. 12 000 L d'eau par jour sont mis en bouteilles dans une usine d'embouteillage.

Combien de ces bouteilles d'eau de 1,5 L sont-elles produites par cette usine :

- chaque jour ?
- chaque année (de 365 jours) ?

1 Sens de l'écriture fractionnaire

a Division et quotient

DÉFINITION a et b désignent deux nombres avec $b \neq 0$.
Le quotient de a par b est le nombre qui, multiplié par b, donne a.
On le note $a : b$ ou en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$.

$$\frac{a}{b} \times b = a$$

- **Vocabulaire.**

dividende → a ; diviseur → b

$$a : b = \frac{a}{b}$$

Dans cette écriture fractionnaire :
le nombre a est le **numérateur**,
le nombre b est le **dénominateur**.

- **Rappels.**

$$a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{1}{b} \times a = \frac{a}{b}$$

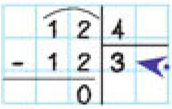
- **Cas particulier.**

Dans le cas où a et b sont deux **nombres entiers**, on dit que $\frac{a}{b}$ est **une fraction**.

b Des exemples

EXEMPLE 1 Le quotient de 12 par 4 est le nombre qui multiplié par 4 donne 12.

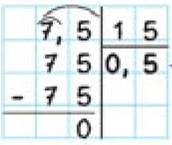
$$\frac{12}{4} = \mathbf{3}.$$



Dans ce cas, le quotient est un nombre entier.

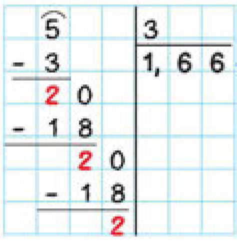
EXEMPLE 2 Le quotient de 7,5 par 15 est le nombre qui multiplié par 15 donne 7,5.

$$\frac{7,5}{15} = \mathbf{0,5}.$$



Dans ce cas, le quotient est un nombre décimal.

EXEMPLE 3 Le quotient de 5 par 3 est le nombre $\frac{5}{3}$ qui multiplié par 3 donne 5.
Des valeurs approchées de $\frac{5}{3}$ sont par exemple :
$\frac{5}{3} \approx 1,66$ (par défaut au centième près) ;
$\frac{5}{3} \approx 1,7$ (par excès au dixième près).



Dans ce cas, la division ne se termine pas, le quotient n'est pas un nombre décimal.

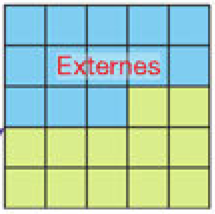
c Proportion, fréquence : exemple

Dans une classe de 5^e A, il y a 13 externes sur les 25 élèves que compte la classe.

- **Vocabulaire.** On dit que **la proportion** (ou **la fréquence**) des externes dans cette classe est $\frac{13}{25}$.
- **Différentes expressions.**

$$\frac{13}{25} = 0,52 = \frac{52}{100}$$

Cette proportion peut aussi s'exprimer par le nombre en écriture décimale **0,52** ou par le pourcentage **52 %**.



La classe : 25 élèves

Exercice résolu Comparer des proportions

1 **Énoncé**

En 5e A, il y a 12 élèves demi-pensionnaires.
En 5e B, ils sont 25 demi-pensionnaires.
Aux demi-pensionnaires, on a posé la question :
« Au moment de débarrasser votre plateau-repas, faites-vous attention à bien trier vos déchets ? ».
En 5e A, ils sont 9 à avoir répondu oui.
En 5e B, ils sont 18 à avoir répondu oui.
Majid affirme : « En proportion, en 5e B nous sommes plus éco-responsables que la 5e A».
A-t-il raison ?

Solution

En 5e A	**En 5e B**
9 demi-pensionnaires sur 12 ont répondu oui.	18 demi-pensionnaires sur 25 ont répondu oui.
$\frac{9}{12} = 0{,}75 = \frac{75}{100}$	$\frac{18}{25} = 0{,}72 = \frac{72}{100}$
Donc en 5e A, 75 % des demi-pensionnaires pensent à trier leur plateau-repas.	Donc en 5e B, 72 % des demi-pensionnaires pensent à trier leur plateau-repas.

Conclusion : Majid se trompe, c'est la 5e A qui est plus éco-responsable que la 5e B.

Nos conseils

- **On pose les divisions de 9 par 12 et de 18 par 25 (ou on utilise la calculatrice).**
- **Les effectifs ne sont pas nécessairement dans le même ordre que les proportions : 9 < 18 mais 75 % > 72 %.**

Exercices d'application

2 En 5e C, 21 élèves sur 25 ont réussi leur ASSR et en 5e D, le pourcentage de réussite est de 84 %.
Chloé affirme : «La proportion d'élèves ayant réussi leur ASSR est la même dans les deux classes».
A-t-elle raison ?

3 **1. a.** Combien y a-t-il de voyelles dans le mot QUOTIENT ?
Quelle est la proportion de voyelles dans ce mot ?
b. La proportion de voyelles est-elle plus importante dans QUOTIENT ou dans FRACTION ?

2. Comparer la proportion de voyelles dans les mots NUMÉRATEUR et DÉNOMINATEUR.

4 Au basket-ball, Romain réussit 12 lancers francs sur 30 tentés.
Alain en réussit 15 et en manque 25.
Qui a la meilleure réussite en proportion ?

5 Alain et Alice jouent à Pile ou Face.
Alain obtient 14 fois Pile et 11 fois Face.
Alice obtient 12 fois Pile sur 20 lancers.
Qui a obtenu la plus grande proportion de Face ?

6 Célestin, Timothé et Audrey comparent la barre chocolatée qu'ils prennent pour leur goûter.
Célestin lit : «53 g de glucides pour 100 g».
Timothé lit : «26 g de glucides pour 50 g».
Audrey lit : «14 g de glucides pour 25 g».
Quelle est la tablette la plus sucrée en proportion ?

7 Dans sa bibliothèque personnelle, Jules possède 50 livres dont 25 sur le sport.
Dans la bibliothèque de son cousin Baptiste, les deux tiers des livres ont pour sujet le sport.
Lequel des deux a la proportion la plus grande de livres sur le sport ?

2 Égalité de quotients

a Critères de divisibilité, multiples, diviseurs

PROPRIÉTÉS Un nombre entier est divisible :

- **par 2** lorsque son chiffre des unités est **0**, **2**, **4**, **6** ou **8** ;
- **par 5** lorsque son chiffre des unités est **0** ou **5** ;
- **par 10** lorsque son chiffre des unités est **0** ;
- **par 3** lorsque **la somme de ses chiffres** est divisible par 3 ;
- **par 9** lorsque **la somme de ses chiffres** est divisible par 9 ;
- **par 4** lorsque le nombre formé par ses **deux derniers chiffres** est divisible par 4.

EXEMPLE 171 est divisible par 3. En effet, 1 + 7 + 1 = 9 et 9 est divisible par 3.
On dit aussi que 171 est **un multiple** de 3 ou que 3 est **un diviseur** de 171.

b Quotients égaux

PROPRIÉTÉ Un quotient ne change pas lorsque l'on multiplie ou divise son numérateur et son dénominateur par **un même** nombre différent de zéro.

En d'autres termes : $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ $\qquad \frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$ $\qquad$ (avec $b \neq 0$, $k \neq 0$)

EXEMPLES

- $\frac{2,5}{3} = \frac{2,5 \times 4}{3 \times 4} = \frac{10}{12}$
- $\frac{30}{25} = \frac{30 : 5}{25 : 5} = \frac{6}{5}$
- $\frac{7}{0,8} = \frac{7 \times 10}{0,8 \times 10} = \frac{70}{8}$

DÉFINITION **Simplifier** une fraction, c'est écrire une fraction qui lui est égale mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

EXEMPLES

- Simplification de la fraction $\frac{4}{6}$.

$\frac{4}{6} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}$

4 et 6 sont divisibles par 2.

- Simplification de la fraction $\frac{51}{45}$.

$\frac{51}{45} = \frac{51 : 3}{45 : 3} = \frac{17}{15}$

51 et 45 sont divisibles par 3 (voir § a).

c Diviser par un nombre décimal

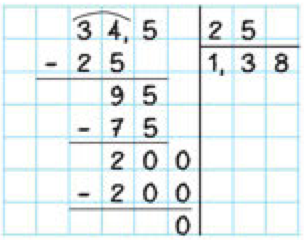
MÉTHODE Pour diviser par un nombre décimal non entier, on se ramène à la division par un nombre entier en multipliant le dividende **et** le diviseur par **10** ou par **100** ou par **1 000**…

EXEMPLE Division de 3,45 par 2,5.

$\frac{3,45}{2,5} = \frac{3,45 \times 10}{2,5 \times 10} = \frac{34,5}{25}$

25 est un nombre entier.

Donc 3,45 : 2,5 = 34,5 : 25.
D'après la division posée ci-contre : 3,45 : 2,5 = 1,38.

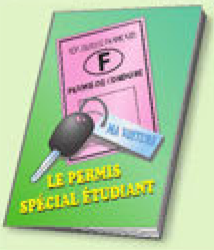


Exercice résolu Diviser par un nombre décimal

8 **Énoncé**

Une auto-école propose le crédit gratuit « Spécial Étudiant » ci-contre.
Pour passer le permis de conduire, on doit rembourser chaque jour le montant indiqué jusqu'à atteindre le prix du permis.
Lucas se demande s'il lui faudra moins d'un an pour rembourser son prêt.
Aider Lucas à répondre à sa question.
Poser l'opération nécessaire.

Crédit spécial étudiant
Permis : 1 260 €
Crédit : 3,50 € par jour



Solution

Pour calculer le nombre de jours, on doit effectuer le quotient de 1 260 par 3,50.
On remarque que 3,50 s'écrit plus simplement 3,5.

$$\frac{1260}{3,5} = \frac{1260 \times 10}{3,5 \times 10} = \frac{12\,600}{35}$$

```
  1 2 6 0 0 | 3 5
- 1 0 5     |------
    2 1 0   | 3 6 0
  - 2 1 0   |
        0 0 |
```

D'après la division ci-dessus, il faudra 360 jours à Lucas pour rembourser son crédit soit tout juste moins d'un an.

Nos conseils

- En multipliant par 10, le chiffre des unités devient le chiffre des dizaines :
$1\,260 \times 10 = 12\,600$
$3,5 \times 10 = 35.$

Exercices d'application

9 Pour ses études, Marie achète un ordinateur portable à 950 € dans une grande surface qui propose l'offre « Votre ordinateur pour 2,50 € par jour ».
Au bout de combien de mois (supposés de 30 jours), Marie aura-t-elle fini de payer son ordinateur ?

10 Lors de ses vacances à l'étranger, Mélisse a utilisé une connexion Internet à l'accueil de son hôtel pour une durée totale de 3 heures et demie.
Pour cela, elle a dû régler 5,39 €.
Quel est le prix d'une heure de connexion dans cet hôtel ?

11 Un jardinier souhaite disposer des bordures le long d'une allée de longueur 17,25 m.
Chacune de ces bordures mesure 0,60 m.

1. a. Effectuer la division de 17,25 par 0,6.
b. Combien de bordures doit-il acheter ?

2. Hélène affirme : « J'ai converti les longueurs en centimètres ». Expliquer sa démarche.

12 À chacun de ses sauts, une sauterelle avance de 1,8 m. Combien de sauts doit-elle effectuer pour parcourir une distance de 54 m ?

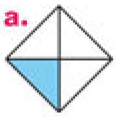
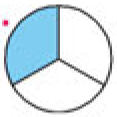
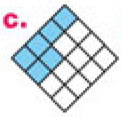
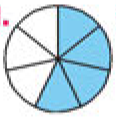
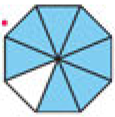
13 Lors d'une inondation, Florient a utilisé une pompe à eau de 13 h 30 à 15 h 15 pour aspirer 210 m^3.
a. Quelle est la durée d'utilisation de cette pompe ? L'exprimer à l'aide d'un nombre d'heures en écriture décimale.
b. Combien de m^3 d'eau cette pompe aspire-t-elle chaque heure ?

14 Pour régler sa dernière facture d'électricité, une famille a payé 65,83 € dont 23,67 € d'abonnement.
Chaque kilowattheure d'électricité est facturé 0,08 €.
Combien de kilowattheures d'électricité cette famille a-t-elle consommés durant cette période ?

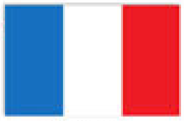
Je m'entraîne À L'ORAL

Sens de l'écriture fractionnaire

15 Chaque surface est régulièrement partagée. Indiquer quelle fraction de la surface totale est colorée en bleu.

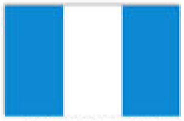
a.

b.

c.

d.

e.


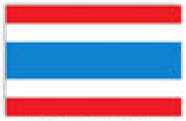
16 Indiquer la fraction du drapeau colorée en bleu pour chacun des drapeaux suivants.

a.

France

b.

Ukraine

c.

Guatemala

d.

Thaïlande

17 Voici des quotients :

- $\frac{6}{7}$
- $\frac{5}{9}$
- $\frac{6}{11}$
- $\frac{4}{7}$
- $\frac{3}{5}$
- $\frac{2}{9}$

Parmi ces quotients, lesquels ont le même :

a. numérateur ?
b. dénominateur ?

18 Dans chaque cas, donner le nombre manquant.

a. $3 \times \frac{\dots}{3} = 7$ **b.** $5 \times \frac{4}{\dots} = 4$ **c.** $\dots \times \frac{5}{6} = 5$

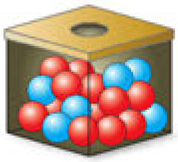
d. $\frac{\dots}{\dots} \times 6 = 5$ **e.** $\frac{7}{9} = \dots \times \frac{1}{\dots}$ **f.** $5 \times \frac{1}{3} = \frac{\dots}{\dots}$

19 Dans chaque cas, donner le nombre manquant.

a. $2 \times \dots = 0{,}5$ **b.** $\dots \times 0{,}9 = 6{,}3$
c. $5 \times \dots = 125$ **d.** $\dots \times 6 = 5{,}4$
e. $11 \times \dots = 8$ **f.** $\dots \times 17 = 4$

Proportion, fréquence

20 Dans une boîte, il y a 12 boules rouges et 6 boules bleues.
Quelle est la proportion de boules rouges dans cette boîte ?



21 **CALCUL MENTAL** Au collège, parmi les 200 élèves inscrits en 5^e, 56 ont choisi l'option latin.
Exprimer cette proportion en pourcentage.

Multiples, diviseurs

22 **Vrai ou Faux ?**

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

a. 270 est divisible par 2 et par 5.
b. 465 est divisible par 3 et par 5.
c. 3 est un diviseur de 173.
d. 136 est un multiple de 4.
e. 2 et 3 sont les seuls diviseurs de 936.

23 **CALCUL MENTAL** Voici une liste de nombres.

45 34 120 423 1 740 12 544 85 263

Pour chacun de ces nombres, dire s'il est divisible :

a. par 2 **b.** par 5 **c.** par 3

Égalité de quotients

24

Qui a raison ?

25 Dans chaque cas, lire les égalités en remplaçant les pointillés par les nombres qui conviennent.

a. $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$ **b.** $\frac{3}{7} = \frac{3 \times \dots}{7 \times 2} = \frac{\dots}{\dots}$

c. $\frac{15}{20} = \frac{15 : \dots}{20 : 5} = \frac{\dots}{\dots}$ **d.** $\frac{50}{40} = \frac{50 : 10}{40 : \dots} = \frac{\dots}{\dots}$

26 **CALCUL MENTAL** Dans chaque cas, donner le quotient à l'aide d'un pourcentage.

a. $\frac{13}{50}$ **b.** $\frac{7}{10}$ **c.** $\frac{9}{20}$ **d.** $\frac{8}{25}$

Diviser par un nombre décimal

27 **CALCUL MENTAL** Un litre de carburant coûte 1,25 €.

a. Lequel de ces quotients permet de connaître la quantité d'essence obtenue avec un billet de 50 € ?

- $\frac{50}{125}$
- $\frac{5000}{125}$
- $\frac{500}{125}$

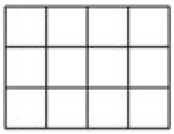
b. Calculer mentalement ce quotient.

Je m'entraîne

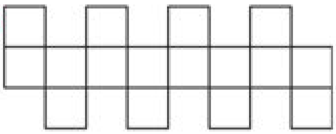
Sens de l'écriture fractionnaire

28 Dans chaque cas, reproduire la figure sur papier quadrillé et colorer les trois quarts de la surface.

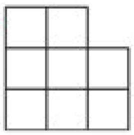
a.



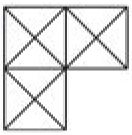
b.



c.

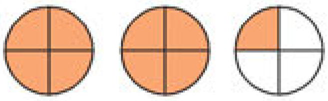


d.



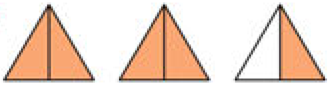
29 Écrire la fraction de la surface qui est colorée en orange, puis l'exprimer comme somme d'une fraction et d'un nombre entier.

a.



$\frac{\cdots}{\cdots} = \cdots + \frac{\cdots}{\cdots}$

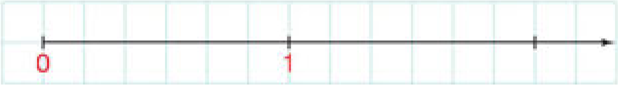
b.



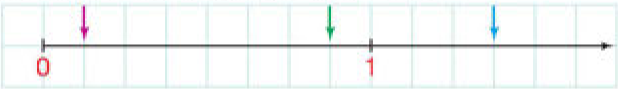
$\frac{\cdots}{\cdots} = \cdots + \frac{\cdots}{\cdots}$

30 Tracer la demi-droite graduée ci-dessous en la prolongeant, puis placer les nombres :

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{4}{3}$
- $\frac{7}{3}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{3}{2}$
- $\frac{13}{6}$



31 **a.** Indiquer les nombres repérés par les flèches sur la demi-droite graduée ci-dessous.



b. Tracer cette droite graduée et placer les nombres :

- $\frac{1}{4}$
- $\frac{3}{4}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{3}{2}$

32 Dans chaque cas, écrire le nombre ☐ sous forme fractionnaire.

a. $7 \times ☐ = 3$ **b.** $☐ \times 5 = 8$

c. $☐ = 13 : 11$ **d.** $13 \times ☐ = 11$

33 Dans chaque cas, écrire le nombre ☐ sous forme fractionnaire, puis avec une écriture décimale en utilisant éventuellement la calculatrice.

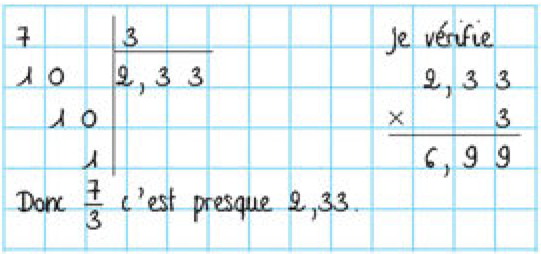
a. $☐ \times 2 = 1{,}6$ **b.** $☐ \times 0{,}4 = 1{,}2$

c. $☐ \times 0{,}6 = 9$ **d.** $☐ \times 12 = 7{,}2$

e. $☐ \times 1{,}4 = 0{,}35$ **f.** $☐ \times 2{,}5 = 1$

34 Voici les copies de deux élèves.

Hisham

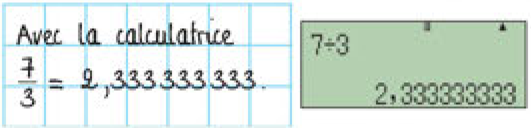


7 | 3
10 | 2,33
10
1

Je vérifie
2,33
× 3
6,99

Donc $\frac{7}{3}$ c'est presque 2,33.

Marie



Avec la calculatrice
$\frac{7}{3}$ = 2,333333333.

7÷3
2,333333333

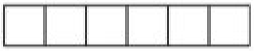
Qu'en pensez-vous ?

35 Six amis dînent au restaurant et décident de partager l'addition qui s'élève à 95 €.
Combien chacun doit-il payer ? Donner la valeur exacte, puis la valeur approchée par défaut au centième près.

36 Voici une situation inspirée d'une fable de la Fontaine.

> « Nous allons partager cet agneau » dit le lion en s'adressant au singe et au renard.
> « Puisque nous sommes trois, j'en prends d'abord le tiers ; c'est juste !
> Ensuite, comme Roi des animaux, il m'en revient en plus la moitié.
> Enfin, je m'attribue encore le sixième parce que tel est mon bon plaisir.
> Après cela, partagez-vous le reste. »

Déterminer les parts du singe et du renard en s'aidant d'un schéma tel que celui-ci.



Proportion, fréquence

37 Sur son lecteur MP3, Cléa possède 240 chansons dont 84 chansons françaises.

a. Exprimer la proportion de chansons françaises enregistrées par Cléa.
Donner le résultat sous la forme d'une fraction, puis d'un pourcentage.

b. Quel pourcentage de chansons étrangères, Cléa a-t-elle enregistré ?

Je m'entraîne

38 Dans un club de rugby du Top 14 qui comprend cinquante joueurs, on compte six nouveaux joueurs transférés à l'intersaison.

a. Exprimer à l'aide d'une fraction la proportion de nouveaux joueurs dans ce club.
b. Est-il exact d'affirmer que « 12 % des joueurs de ce club sont nouveaux » ? Expliquer.

39 Après la naissance de son troisième enfant, la maman de Clémi souhaite reprendre le travail à temps partiel et travailler 4 jours sur 5.
Choisir l'une des propositions suivantes pour décrire la situation.
(1) Elle reprend donc le travail à 50 %.
(2) Elle reprend donc le travail à 75 %.
(3) Elle reprend donc le travail à 80 %.

40 **a.** Dans un troupeau de 37 moutons, 17 sont noirs.
Quelle est la proportion de moutons noirs ?
b. Un agneau noir vient de naître.
Quelle est la nouvelle proportion de moutons noirs ?
c. Comparer les deux proportions obtenues.

41 La direction du vent est celle de sa provenance. Sur le lac de Naussac (en Lozère), les vents dominants sont Nord, Nord-Ouest et Sud. Le tableau indique le nombre de jours en 2013 où la vitesse du vent a été supérieure à 2 mètres par seconde.

Direction	Nord	Nord-Ouest	Sud	Autres
Nombre de jours	45	56	43	96

Donner la proportion des vents dominants dans cette région en 2013. L'exprimer par un pourcentage.

42 Le volume total d'eau sur Terre est estimé à 1 400 millions de m^3.
Malheureusement, la majorité de cette eau est salée, à savoir 1 360,8 millions de m^3.
a. Exprimer par un pourcentage la proportion :
- d'eau salée ;
- d'eau douce.

b. L'eau douce comprend les glaces et les neiges permanentes, ainsi qu'une faible part d'eau potable à savoir 9,8 millions de m^3.
Exprimer par un pourcentage la proportion d'eau potable sur Terre.

Multiples, diviseurs

43 Recopier et compléter.
a. 91 = 7 × 13 donc ... est un diviseur de 91.
b. 204 = 12 × 17 donc 204 est divisible par... .
c. $\frac{117}{9} = 13$ donc ... est un diviseur de 117.
d. $\frac{414}{23} = 18$ donc 414 est divisible par...

44 Utiliser la calculatrice et expliquer pourquoi :
a. 37 est un diviseur de 4 181 ;
b. 2 445 est divisible par 15.

45 **a.** Citer cinq diviseurs de 100.
b. Trouver tous les diviseurs de 24.

46 Écrire chacun des nombres suivants, sous la forme d'un produit qui montre qu'il s'agit d'un multiple de 7.
a. 70 **b.** 224 **c.** 385 **d.** 868 **e.** 2 415 **f.** 3 892

47 Recopier le tableau et le compléter par oui ou non.

est divisible	par 2	par 3	par 4	par 5	par 9
948					
513					
705					
437					
7 200					
4 123					

48 Geneviève prend grand soin des fleurs de ses jardinières. Ainsi, elle arrose ses bégonias tous les 6 jours et ses géraniums tous les 4 jours.
Aujourd'hui, elle a arrosé ces deux variétés de fleurs.
Dans combien de temps au minimum arrosera-t-elle à nouveau ces deux variétés ?

49 Delphine désire mettre des pêches en barquettes. Avec sa récolte de pêches, elle peut remplir un nombre exact de barquettes de 6 pêches mais elle peut aussi remplir un nombre exact de barquettes de 8 pêches ou un nombre exact de barquettes de 9 pêches.
Sachant que le nombre de pêches à mettre en barquettes est compris entre 2 010 et 2 050, quel est leur nombre ?

Je m'entraîne

Égalité de quotients

Pour les exercices 50 et 51, recopier et compléter.

50 a. $\frac{4}{5} = \frac{4 \times \dots}{5 \times 3} = \frac{\dots}{\dots}$ b. $\frac{5}{9} = \frac{5 \times \dots}{9 \times 4} = \frac{\dots}{\dots}$

c. $\frac{0,5}{2,6} = \frac{0,5 \times \dots}{2,6 \times \dots} = \frac{5}{26}$ d. $\frac{45}{25} = \frac{9 \times 5}{\dots \times 5} = \frac{\dots}{\dots}$

51 a. $\frac{6}{8} = \frac{6 : \dots}{8 : 2} = \frac{\dots}{\dots}$ b. $\frac{10}{25} = \frac{10 : \dots}{25 : 5} = \frac{\dots}{\dots}$

c. $\frac{9}{12} = \frac{9 : \dots}{12 : \dots} = \frac{\dots}{4}$ d. $\frac{42}{14} = \frac{42 : 14}{14 : \dots} = \dots$

52 Recopier et compléter les égalités suivantes.

a. $\frac{8}{5} = \frac{\dots}{45}$ b. $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{15}$ c. $\frac{1}{6} = \frac{\dots}{18}$

d. $\frac{8}{12} = \frac{\dots}{3}$ e. $\frac{6}{10} = \frac{\dots}{5}$ f. $\frac{12}{27} = \frac{\dots}{9}$

53 Recopier, puis relier une fraction de la ligne du haut à une fraction de la ligne du bas qui lui est égale.

$\frac{4}{5}$ • $\frac{14}{10}$ • $\frac{5}{7}$ • $\frac{12}{9}$ • $\frac{1}{4}$ •

• $\frac{15}{21}$ • $\frac{4}{3}$ • $\frac{6}{24}$ • $\frac{7}{5}$ • $\frac{8}{10}$

54 Recopier ceux des nombres ci-dessous qui sont égaux à $\frac{4}{5}$.

- $\frac{7}{8}$ • $\frac{80}{100}$ • 4,5 • $\frac{12}{15}$ • 0,8

55 Le professeur de Mathieu et Clément leur pose la question suivante « Donnez-moi une fraction plus simple égale à $\frac{30}{42}$ ».

a. Mathieu propose $\frac{15}{21}$ et Clément, $\frac{10}{14}$. Qui a raison ?

b. À votre tour d'en proposer une encore plus simple.

56 On sait que :

- $17 \times 9 = 153$ • $9 \times 13 = 117$ • $17 \times 13 = 221$

Simplifier chaque fraction.

a. $\frac{153}{117}$ b. $\frac{117}{221}$ c. $\frac{153}{221}$

57 Anaïs affirme : « J'ai simplifié la fraction $\frac{222}{12}$ et j'ai obtenu $\frac{37}{2}$ ».

a. En calculant mentalement, vérifier qu'Anaïs a raison.

b. En fait Anaïs a obtenu $\frac{37}{2}$ après deux simplifications successives. Lesquelles ?

Diviser par un nombre décimal

58 Vrai ou faux ?

Dans chaque cas, dire si l'égalité est exacte.

a. $\frac{17,6}{2,5} = \frac{176}{25}$ b. $\frac{237,6}{0,5} = \frac{2376}{50}$ c. $\frac{99,76}{3,6} = \frac{9976}{360}$

59 On sait que 3 965 : 13 = 305.
Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

a. $\frac{396,5}{1,3}$ b. $\frac{39,65}{13}$ c. $\frac{3965}{0,13}$

60 Effectuer à la main chaque division.

a. 10,5 : 2,5 b. 48 : 1,5 c. 11,46 : 0,4

61 Effectuer à la main chaque division et donner la valeur approchée par défaut au centième près.

a. 65,4 : 1,3 b. 58 : 2,05

62 À la machine à café de son travail, Émilie prend des cafés à 0,90 € l'un.
Elle dépense 11,70 € pour ses cafés chaque semaine. Combien de cafés Émilie consomme-t-elle par semaine à son travail ?

63 Séverine a acheté 450 g d'abricots et a payé 1,08 €. Elle souhaite retrouver le prix d'un kilogramme d'abricots. Jean-François affirme : « À mon avis, le prix au kilogramme est inférieur à 2 € ». Qu'en pensez-vous ? Calculer le prix d'un kilogramme d'abricots.

64 @SSR Sur une route nationale, Laura a parcouru 66 km en $\frac{3}{4}$ h avec sa voiture.

a. Écrire $\frac{3}{4}$ h avec un nombre décimal.

b. À cette allure-là, quelle distance Laura aurait-elle parcourue en une heure ?

c. Laura a-t-elle respecté les limitations de vitesse ? Expliquer.

65 Le disque dur de Jérôme a une capacité de 400 Go. Utiliser les informations ci-dessous pour déterminer combien Jérôme va pouvoir stocker de films de 1 h 30 en qualité DVD.

Un texte d'une page (lettre)	25 ko
Un texte de 25 pages (simple sans dessin)	200 ko
Un morceau de musique mp3 (compression avec perte)	1 Mo/min
Un morceau de musique Wave (compression sans perte)	10 Mo/min
Un film de 1 h 30 (qualité DVD)	2,5 Go
Un film de 1 h 30 (qualité divx)	700 Mo

Calculer des durées, des horaires

66 Recopier chacune des phrases suivantes en remplaçant ce qui est en gras par une durée en minutes.

a. Chaque lundi, le cours de batterie de Léo dure **trois-quarts d'heure**.

b. Lors de son évaluation de mathématiques, Élisa regarde sa montre et se dit : « Les **deux tiers de l'heure** se sont déjà écoulés ! ».

67 Lors d'une heure de permanence, Clément a passé :

- la moitié du temps à apprendre sa leçon d'histoire ;
- le quart du temps à lire ;
- le sixième du temps à son devoir de français ;
- le reste à son exercice de mathématiques.

Combien de minutes Clément a-t-il consacrées à son exercice de mathématiques ?

68 Voici des durées, les unes exprimées à l'aide d'une écriture décimale et d'autres à l'aide d'une écriture fractionnaire.

Retrouver celles qui sont égales entre elles.

$\frac{1}{2}$ h $\frac{3}{4}$ h 15 min $\frac{1}{3}$ h 0,75 h

$\frac{1}{4}$ h 0,25 h 30 min 45 min

20 min 0,5 h

69 Ce samedi à 10 h, le capitaine Jack part de Plymouth (Angleterre) à bord de son voilier, pour rejoindre Le Havre (France) à la distance de 325 km.

Il prévoit de parcourir 12,5 km chaque heure.

a. Quelle sera la durée de son parcours ?

b. Quel jour et à quelle heure prévoit-il d'arriver ?

Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C2

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

70 Le traitement des déchets

La situation-problème

Aline qui habite Hazebrouck analyse la répartition des déchets. Aider Aline à calculer la masse de papiers-cartons qu'un habitant jette en moyenne chaque année et le pourcentage des déchets que représentent les papiers-cartons.

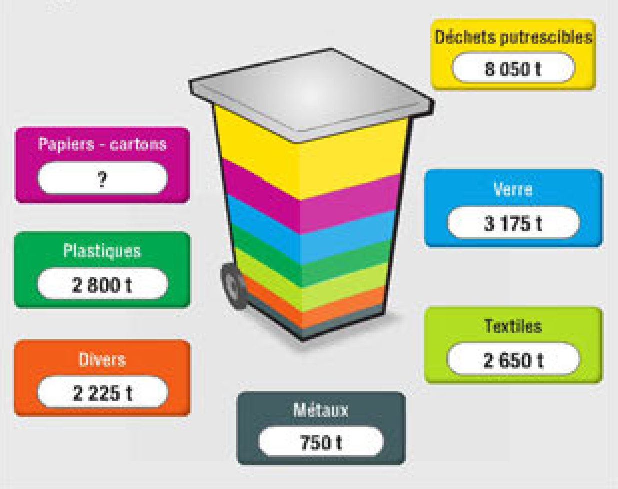
Les supports de travail

Les documents, la calculatrice.

Doc. 1 **Le centre de tri**

Le centre de tri d'Hazebrouck regroupe 23 communes, soit environ 100 000 habitants. Il récolte 25 000 tonnes de déchets par an.

Doc. 2 **La répartition des déchets annuels**



Calcul mental et réfléchi

71 Calculer mentalement :

a. 7,9 : 0,1 **b.** 8,45 : 0,1 **c.** 84,5 : 0,1

72 Calculer mentalement :

a. 1,25 : 0,01 **b.** 7 : 0,01 **c.** 0,15 : 0,01

73 Calculer mentalement :

a. 15 : 0,25 **b.** 35 : 0,25 **c.** 7,5 : 0,25

74 Donner mentalement l'écriture décimale de :

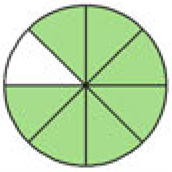
a. $\frac{4}{5}$ **b.** $\frac{12}{5}$ **c.** $\frac{37}{5}$ **d.** $\frac{162}{5}$

75 Exprimer mentalement à l'aide d'un pourcentage.

a. $\frac{9}{25}$ **b.** $\frac{12}{25}$ **c.** $\frac{3}{5}$ **d.** $\frac{0,5}{1,25}$

Je m'évalue

Pour ces questions, une seule réponse est exacte.

	a	b	c	En cas d'erreur
76 La surface colorée représente… 	$\frac{3}{4}$ de la surface totale	$\frac{7}{8}$ de la surface totale	$\frac{8}{7}$ de la surface totale	→ exercice 15 p. 56
77 Le dénominateur de $\frac{4}{5}$ est…	4	0,8	5	→ § 1.a. p. 52
78 Le nombre manquant dans l'égalité $\frac{3}{7} \times \ldots = 3$ est…	7	3	$\frac{7}{3}$	→ § 1.a. p. 52
79 Le nombre $\frac{15}{8}$ est un nombre…	entier	décimal non entier	non décimal	→ § 1.b. p. 52
80 Dans le mot MATHÉMATIQUES la proportion de voyelles est…	$\frac{5}{13}$	$\frac{6}{13}$	50 %	→ § 1.c. p. 52
81 La fraction $\frac{5}{7}$ est égale à…	$\frac{7}{9}$	$\frac{15}{21}$	$\frac{10}{7}$	→ § 2.b. p. 54
82 La fraction $\frac{15}{20}$ est égale à…	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{7}$	→ § 2.b. p. 54
83 23,7 : 1,5 est égal à…	$\frac{23{,}7}{15}$	$\frac{237}{1{,}5}$	$\frac{237}{15}$	→ § 2.c. p. 54

Pour ces questions, plusieurs réponses sont exactes.

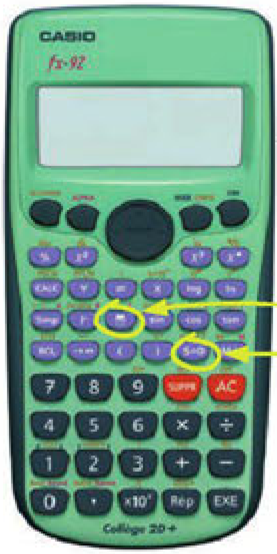
	a	b	c	En cas d'erreur
84 Angèle a ramassé des champignons : 8 kg de cèpes et 4 kg de morilles. La proportion de cèpes dans sa récolte est…	66 %	$\frac{8}{12}$	$\frac{2}{3}$	→ § 1.c. p. 52
85 528 est divisible par…	3	5	4	→ § 2.a. p. 54
86 $\frac{13}{7}$ est égal à…	1,857 142	13 : 7	$\frac{39}{21}$	→ § 1.a. p. 52 et § 2.b. p. 54
87 81 : 0,01 est égal à…	8 100	81 × 100	810 : 0,1	→ § 2.c. p. 54
88 24,6 : 0,25 est égal à…	$\frac{246}{25}$	$\frac{2\,460}{25}$	24,6 × 4	→ § 2.c. p. 54

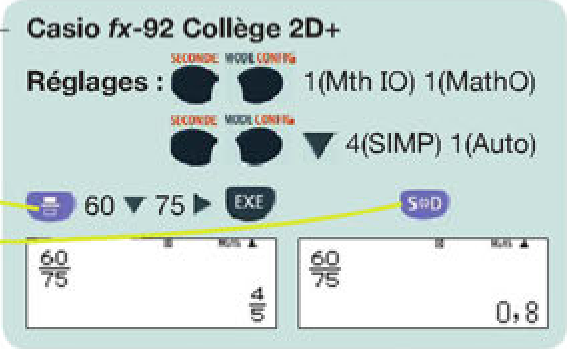
VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▶ p. 291

Avec une calculatrice

89 Obtenir diverses écritures

Exemple Simplifier la fraction $\frac{60}{75}$, puis donner l'écriture décimale de ce nombre.





Casio *fx*-92 Collège 2D+

Réglages : SECONDE MODE CONFIG 1(Mth IO) 1(MathO)

SECONDE MODE CONFIG ▼ 4(SIMP) 1(Auto)

$\frac{\square}{\square}$ 60 ▼ 75 ▶ EXE S⇔D

$\frac{60}{75}$ $\frac{4}{5}$

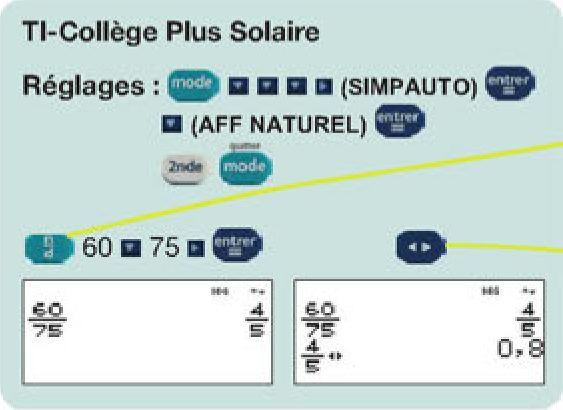
$\frac{60}{75}$ 0,8

Remarque. Avec ces réglages, on peut aussi taper simplement :

60 ÷ 75 EXE

ou 60 ÷ 75 entrer

Les touches S⇔D et ◂▸ permettent de basculer d'une écriture fractionnaire à l'écriture décimale et vice versa.



TI-Collège Plus Solaire

Réglages : mode ▾ ▾ ▾ ▸ (SIMPAUTO) entrer

▾ (AFF NATUREL) entrer

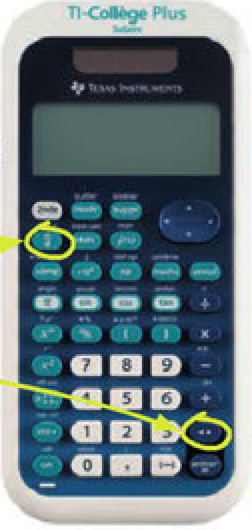
2nde mode

$\frac{n}{d}$ 60 ▾ 75 ▸ entrer ◂▸

$\frac{60}{75}$ $\frac{4}{5}$

$\frac{60}{75}$ $\frac{4}{5}$

$\frac{4}{5}$ ◂▸ 0,8



Pour chacune des fractions ci-dessous :

- simplifier la fraction en utilisant la calculatrice ;
- donner l'écriture décimale du nombre ou sa valeur approchée par défaut au centième près.

a. $\frac{51000}{2\,550}$ **b.** $\frac{356}{52}$ **c.** $\frac{396}{825}$ **d.** $\frac{33\,939}{56\,565}$

90 Relier mathématiques et géographie

En géographie, la densité de population sert à mesurer l'importance de l'occupation d'un territoire par les Hommes.

Elle donne le nombre moyen d'habitants par unité d'aire, en général le kilomètre carré.

a. Recopier et compléter ce tableau à l'aide de la calculatrice.

La densité sera exprimée en habitants par kilomètre carré et on donnera la valeur approchée par excès à l'unité près.

b. Ranger ensuite ces pays par ordre croissant de densité.

Pays voisins de la France métropolitaine

Pays	Population (en milliers)	Superficie (en milliers de km²)	Densité
Algérie	34 857,0	2 381,700	
Allemagne	82 431,4	357,000	
Andorre	70,5	0,500	
Belgique	11 007,0	30,500	
Espagne	43 197,7	504,800	
France	61 399,7	547,000	
Royaume-Uni	60 441,5	244,800	
Italie	58 751,7	301,200	
Luxembourg	468,5	2,600	
Maroc	32 725,8	446,600	
Monaco	32,8	0,002	
Suisse	7 489,4	41,300	
Tunisie	10 074,9	163,600	

J'utilise mes compétences

S'initier au raisonnement

91 Analyser des données

▶ Compte-rendu

Les subventions du foyer du collège sont ainsi réparties :

- les deux cinquièmes pour le club théâtre,
- le tiers de ce qui reste pour le club d'échecs,
- le reste enfin pour le club de jeux de société.

a. Les subventions sont réparties en trois parts. Lesquelles ?

b. Sur papier quadrillé, tracer une bande rectangulaire de longueur 15 carreaux.

c. Colorier :

- en jaune la part du club théâtre,
- en rouge la part du club d'échecs,
- en vert la part du club de jeux de société.

d. Exprimer alors par une fraction des subventions la part du club d'échecs, puis du club de jeux de société.

Nos conseils

« Le tiers de ce qui reste » signifie donc le tiers de la partie qui n'est pas colorée en jaune.

92 Utiliser un schéma

Lors des « Foulées de l'Espoir », Martin a dû abandonner aux $\frac{4}{5}$ de la course à cause d'une crampe. Quelle distance lui restait-il à parcourir ?

Nos conseils

On peut utiliser le schéma ci-dessous :

93 Simplifier

Laura doit simplifier la fraction $\frac{18\,768}{5\,865}$.

a. Elle utilise d'abord un critère de divisibilité.
Quelle fraction obtient-elle ?

b. Elle utilise ensuite la calculatrice.
Laura est surprise.
Indiquer à Laura par quel nombre elle pouvait encore simplifier la fraction obtenue au **a**.

94 Réfléchir

Anouck affirme : « Avec ma calculatrice, j'ai trouvé que les quotients $\frac{136{,}7}{50}$ et $\frac{1503\,700{,}000\,11}{550\,000}$ sont égaux ».
Qu'en pensez-vous ?

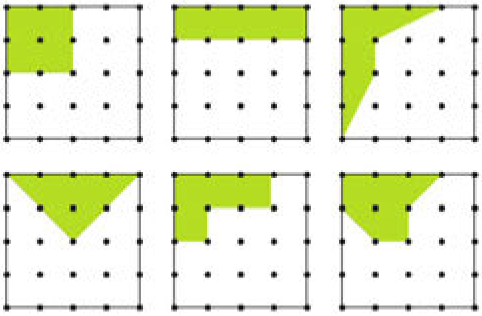
Pour chercher

95 Lire et comprendre les informations

Paul est chargé de nourrir Néo, le poisson rouge de son ami Célestin parti en vacances.

Ce dernier lui a demandé de verser dans l'aquarium $\frac{1}{4}$ de cuillère de granulés par jour.
Il reste 3 cuillères dans la boîte de granulés.
Paul en aura-t-il assez pour nourrir Néo avant le retour de Célestin prévu dans une semaine ?

96 Observer



Quel est le point commun entre ces figures ?
Expliquer.

97 Imaginer une stratégie

Lors d'une course automobile, le pilote qui franchit le premier la ligne d'arrivée est déclaré vainqueur et la course se termine à ce moment-là. Le classement des coureurs est ensuite déterminé par la position des pilotes à la fin de la course. Cette position correspond à la fraction du circuit qu'ils ont parcourue lorsque le premier franchit la ligne.
Voici la liste des fractions pour les pilotes restant en course.

Vandael : $\frac{11}{18}$

Strobeck : $\frac{1}{6}$

Galien : $\frac{5}{9}$

Amero : $\frac{5}{12}$

Brick : $\frac{27}{36}$

Vattel : 1

Reproduire en le complétant le tableau du classement final suivant. Expliquer.

1er	2^{e}	3^{e}	4^{e}	5^{e}	6^{e}
Vattel	...	...	...	...	...

J'utilise mes compétences

98 Exploiter des données

On a demandé à cinquante élèves quelle partie des mathématiques ils aimaient. Parmi eux, trente aiment le calcul, dix-sept aiment la géométrie.

On sait aussi que douze élèves aiment à la fois le calcul et la géométrie.

a. Recopier et compléter le tableau suivant.

	aiment la géométrie	n'aiment pas la géométrie	Total
aiment le calcul			
n'aiment pas le calcul			
Total			

b. Quelle est la proportion des élèves qui aiment la géométrie mais pas le calcul ?

c. Érika affirme : « 10% des élèves interrogés n'aiment ni le calcul ni la géométrie ».

Est-ce exact ? Expliquer.

99 Communiquer en anglais

An adult spends a quarter of his time at work, a third sleeping, and a twelth eating.

What fraction of his time does he have left for other activities?

100 Comparer des concentrations

Voici trois préparations d'eau sucrée.

Préparation A

On mélange 75 g de sucre dans 100 mL d'eau.

Préparation B

On mélange 180 g de sucre dans 250 mL d'eau.

Préparation C

On mélange 220 g de sucre dans 300 mL d'eau.

Laquelle de ces préparations est la plus concentrée en sucre ?

Expliquer.

101 Procéder par étapes

Ambre, Maelys et Charlotte ont acheté des tubes de gouache. Ambre a payé 11,70 €, Maelys 7,80 € et Charlotte 15,60 €.

Tous les tubes coûtent le même prix et Charlotte en a acheté 2 de plus qu'Ambre.

a. Utiliser les informations sur les achats d'Ambre et Charlotte pour calculer le prix d'un tube de gouache.

b. En déduire le nombre de tubes achetés par chacune.

102 Relier fractions et durées

Le tableau ci-dessous donne les durées des notes en fractions de ronde.

Nom	Ronde	Blanche	Noire	Croche	Double-croche	Triple-croche	Quadruple-croche
Dessin	𝅝	𝅗𝅥	♩	♪	𝅘𝅥𝅯	𝅘𝅥𝅰	𝅘𝅥𝅱
Fraction de ronde	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$

a. Exprimer en fraction de ronde les durées ci-dessous, puis simplifier la fraction :

- 6 doubles-croches ;
- 8 triples-croches.

b. Ranger par ordre décroissant les durées de :

- 4 croches
- 7 doubles-croches
- 20 quadruples-croches
- 12 triples-croches
- 3 noires
- 2 blanches

c. Pour avoir la même durée que 6 doubles-croches, combien faut-il de :

- quadruples-croches ?
- de croches ?
- de triples-croches ?

103 Travailler en groupe

Situation 1

Un phare émet deux signaux différents, le 1er toutes les 30 secondes et le 2^{e} toutes les 45 secondes.

Ces deux signaux sont émis simultanément à minuit.

Situation 2

Un phare émet deux signaux différents, le 1er toutes les 75 secondes et le 2^{e} toutes les 120 secondes.

Ces deux signaux sont émis simultanément à minuit.

a. Chaque groupe choisit l'une des deux situations et détermine à quelle heure les signaux seront émis ensemble pour la première fois.

b. Un rapporteur de chaque groupe expose sa méthode.

104 Problème ouvert

L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ?

« Dans un club sportif, les trois quarts des adhérents sont mineurs et le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans. Un adhérent sur six a donc entre 18 ans et 25 ans. »

J'utilise mes compétences

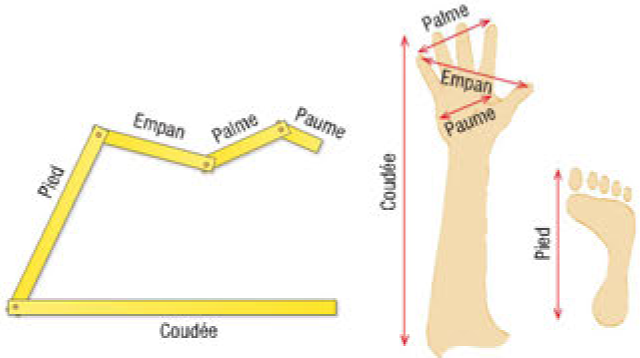
105 Trouver un nombre inconnu

À la boulangerie, un croissant coûte 0,75 € et un pain au chocolat 0,90 €. Antoine a acheté des croissants et quatre pains au chocolat. Il a payé 8,10 €. Combien a-t-il acheté de croissants ?

106 Mesurer des longueurs

Math & Arts

Au Moyen Âge, les bâtisseurs de cathédrales utilisaient l'outil ci-dessous pour effectuer des mesures.



Chaque tige articulée représentait une unité de longueur de l'époque (en lien avec le corps humain).

Paume : 34 lignes	Palme : 55 lignes
Empan : 89 lignes	Pied : 144 lignes
Coudée : 233 lignes	

Une ligne vaudrait de nos jours environ 2,247 mm.

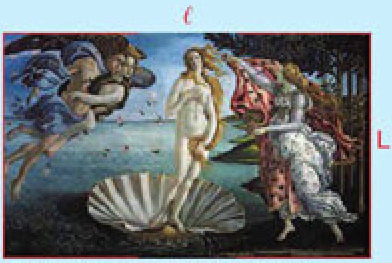
a. Calculer chacun des quotients :

- $\dfrac{\text{coudée}}{\text{pied}}$
- $\dfrac{\text{pied}}{\text{empan}}$
- $\dfrac{\text{empan}}{\text{palme}}$
- $\dfrac{\text{palme}}{\text{paume}}$

Donner des valeurs approchées au millième près.

b. Que constate-t-on ?

▶ Info



Botticelli, *La Naissance de Vénus*, 1485.

Le nombre d'or, quelquefois appelé proportion divine, vaut environ 1,618033.

Le quotient de la longueur ℓ par la hauteur L du tableau ci-dessus est égal au nombre d'or. *La Naissance de Vénus* est un tableau de Botticelli, datant de la fin du XV^{e} siècle.

On retrouve également le nombre d'or dans la nature : coquillages, fleurs de tournesol…

107 Narration de recherche

▶ Problème

Justine dispose de papillons et de libellules autocollants de couleurs différentes pour réaliser une frise.

Elle place une libellule tous les trois motifs et la couleur rose tous les cinq motifs.

Sa frise a 4 m de long et chaque motif occupe 8 cm.

Voici le début de cette frise.

Combien doit-elle acheter de papillons ? de libellules ? de libellules roses ?

Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

Jeux & Casse-tête

108 Une console de jeux à gagner…

Pour gagner une console de jeux, Antoine doit réussir en moins de cinq minutes à se frayer un chemin à travers le labyrinthe ci-dessous.

La règle est la suivante :

– on peut passer d'une case à l'autre par un côté commun ou un sommet ;

– le passage n'est possible que si les deux cases contiennent des nombres ayant un diviseur commun autre que 1.

48	35	53	21	103	317
19	44	77	45	79	108
39	67	25	23	14	15
97	53	60	63	43	27
204	19	11	11	75	144
26	10	28	95	657	511

109 Les chiffres cachés

À quel chiffre correspond chaque symbole sachant que :

$$\color{red}\blacktriangle\color{black} = \frac{\color{green}\blacksquare}{\color{red}\blacktriangle} = \frac{\color{blue}\blacktriangledown}{\color{green}\blacksquare} = \frac{\color{red}\blacksquare}{\color{green}\bullet} = \frac{\color{blue}\blacksquare\blacktriangledown}{\color{red}\bullet} = \frac{\color{blue}\blacksquare\color{green}\blacksquare}{\color{red}\blacklozenge} = \frac{\color{green}\blacklozenge\color{red}\blacktriangle}{\color{red}\blacktriangle\blacksquare}\ ?$$

Tâches complexes

SOCLE Compétences : **110** C1-C2 **111** C1-C2

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

110 Les dominos

La situation-problème

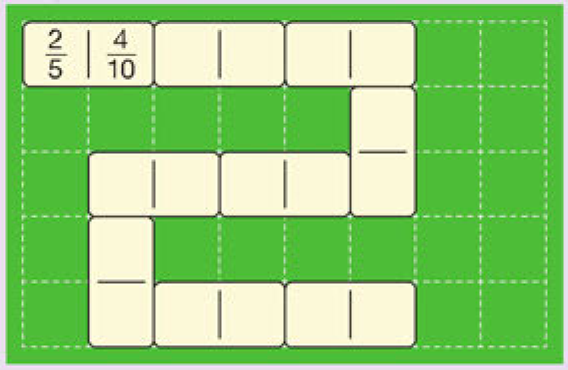
On peut juxtaposer deux dominos lorsque les deux parties qui se touchent portent le même nombre.
Placer les dominos disponibles sur le circuit ci-contre.
Ensuite, à votre tour de créer 10 dominos ainsi qu'un circuit et de proposer ce jeu au reste de la classe.

Les supports de travail

Une photocopie du circuit.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 Le circuit



Doc. 2 Les dominos à placer

- ❶ $\frac{3}{9}$ | $\frac{35}{15}$
- ❷ $\frac{35}{28}$ | $\frac{2}{3}$
- ❸ $\frac{8}{20}$ | $\frac{1}{3}$
- ❹ $\frac{14}{21}$ | $\frac{10}{20}$
- ❺ $\frac{1}{7}$ | $\frac{4}{9}$
- ❻ $\frac{7}{3}$ | $\frac{1}{2}$
- ❼ $\frac{5}{4}$ | $\frac{8}{56}$
- ❽ $\frac{12}{27}$ | $\frac{4}{11}$

111 Le plein d'essence

La situation-problème

Audrey part en vacances et a fait le plein d'essence du réservoir de sa voiture.
Elle a gardé son ticket de carte bancaire sur lequel il y a une tache.
Aider Audrey à retrouver le prix au litre de l'essence qu'elle a achetée pour comparer avec une autre station-service.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 Le ticket de carte bancaire

CARTE BANCAIRE
A 000 0004 210 09
CB
LE 01-03-14 A 17-15-27
STATION ESSENCE
75416
XXXXXXXXX1762
MONTANT : 41,25 EUR
PRIX AU LITRE : [illegible] EUR
DÉBIT
TICKET CLIENT À CONSERVER

Doc. 2 Le compteur d'essence

Voici une vue du compteur d'essence de la voiture d'Audrey avant de faire le plein.

Dans le manuel de sa voiture, on peut lire que la contenance du réservoir est de 50 L d'essence.

CHAPITRE 4

Nombres en écriture fractionnaire : opérations

On prépare un muesli avec $\frac{1}{3}$ de céréales, $\frac{1}{4}$ de raisins secs, $\frac{1}{4}$ de noisettes moulues et $\frac{1}{6}$ de fraises.
La somme de ces fractions est égale à 1, donc aucun autre ingrédient n'entre dans la composition de ce muesli.

Au fil des siècles

Le dieu égyptien Horus est représenté avec une tête de faucon. Les Égyptiens utilisaient ses yeux pour indiquer les fractions de leur unité de capacité :

- la cornée gauche, $\frac{1}{2}$ et droite, $\frac{1}{16}$,
- l'iris, $\frac{1}{4}$ et le sourcil, $\frac{1}{8}$ …

→ **Rechercher au CDI ou sur Internet ce qu'avaient de particulier les fractions égyptiennes.**

Les capacités du programme	SOCLE 5e	Choix d'exercices
Additionner et soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes.	✓	15-19
Additionner et soustraire des nombres en écriture fractionnaire dans le cas où le dénominateur de l'un est un multiple du dénominateur de l'autre.		24-34
Effectuer le produit de deux nombres écrits sous forme fractionnaire ou décimale, le cas d'entiers étant inclus.		8-28
Effectuer une succession d'opérations uniquement sur des exemples numériques.		2-51

Je découvre

ACTIVITÉ

1 Addition, soustraction : un premier cas

Lola et Léo réalisent des cocktails de jus de fruits avec trois bouteilles d'un litre de jus d'orange, de jus d'ananas et de limonade.

Cocktail de Lola

- Jus d'orange : $\frac{1}{3}$ L
- Jus d'ananas : $\frac{2}{9}$ L
- Limonade : $\frac{7}{18}$ L

Cocktail de Léo

- Jus d'orange : $\frac{2}{3}$ L
- Jus d'ananas : $\frac{5}{9}$ L
- Limonade : $\frac{5}{18}$ L

1. a. Reproduire le schéma ci-dessous et colorier en rouge pour Lola et en vert pour Léo, les parts que chacun utilise dans son cocktail.

b. Recopier et compléter : « Un tiers plus deux tiers est égal à ... tiers, donc $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{\dots}{\dots}$ ». Écrire plus simplement cette fraction.

c. Recopier et compléter : • $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{\dots}{\dots}$ • $\frac{7}{18}+\frac{5}{18}=\frac{\dots}{\dots}$

2. On s'intéresse maintenant aux quantités de jus d'orange, de jus d'ananas et de limonade qu'il reste dans chaque bouteille après la préparation des cocktails.

a. Que reste-t-il dans la bouteille de jus d'orange ?

b. Recopier et compléter : • $1-\frac{7}{9}=\frac{\dots}{9}-\frac{7}{9}=\frac{\dots}{\dots}$ • $1-\frac{12}{18}=\frac{\dots}{18}-\frac{12}{18}=\frac{\dots}{\dots}=\frac{\dots}{3}$

Quelle est la signification de chacun de ces résultats pour cette situation ?

ACTIVITÉ

2 Addition, soustraction : un deuxième cas

On reprend les compositions des cocktails de Lola et Léo données à l'activité 1.

1. Cocktail de Lola

a. Pour connaître la quantité totale de jus d'orange et d'ananas utilisée par Lola, recopier et compléter : $\frac{1}{3}=\frac{\dots}{9}$ donc $\frac{1}{3}+\frac{2}{9}=\frac{\dots}{\dots}$

b. Recopier et compléter : $\frac{5}{9}=\frac{\dots}{18}$ donc $\frac{5}{9}+\frac{7}{18}=\frac{\dots}{\dots}$

Que signifie le résultat obtenu pour le cocktail de Lola ?

Info
Pour additionner ou soustraire deux fractions, on les écrit avec le même dénominateur si ce n'est pas déjà le cas.

2. Cocktail de Léo

a. Recopier et compléter : $\frac{2}{3}+\frac{5}{9}=\frac{\dots}{9}+\frac{5}{9}=\frac{\dots}{\dots}$

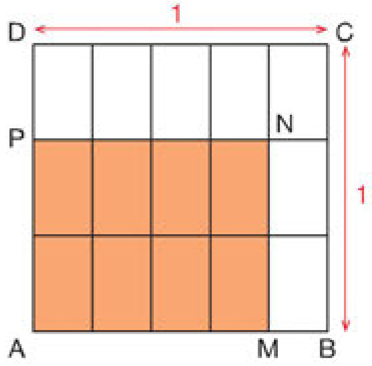
b. Calculer la quantité totale de cocktail préparée par Léo. Exprimer plus simplement la fraction obtenue.

3. Comparaison

a. Qui de Lola ou Léo a préparé le plus de cocktail ?

b. Exprimer à l'aide d'une fraction simplifiée l'écart entre ces deux quantités.

ACTIVITÉ 3 Multiplication de deux fractions



1. L'unité de longueur est la longueur du côté du carré ABCD et l'unité d'aire est l'aire de ce carré.

a. S'aider du quadrillage pour déterminer l'aire du rectangle AMNP à l'aide d'une fraction.

b. Exprimer les dimensions de ce rectangle AMNP à l'aide de fractions.

Quelle opération faut-il effectuer sur ces fractions pour obtenir l'aire du rectangle AMNP ?

c. Recopier et compléter : $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{\dots}{\dots}$.

2. De façon analogue à la question **1**, illustrer par une figure le produit $\frac{1}{3} \times \frac{7}{5}$.
Exprimer ce produit à l'aide d'une fraction.

3. a. En s'appuyant sur les résultats précédents, imaginer un procédé rapide pour calculer le produit de deux fractions.

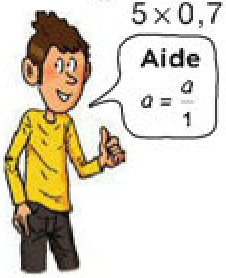
b. Calculer à la main $\frac{5}{3} \times \frac{2}{7}$.

ACTIVITÉ 4 Multiplication de nombres en écriture fractionnaire

1. On se propose de déterminer $\frac{3,1}{5} \times \frac{1,4}{0,7}$.

a. Recopier et compléter : $\frac{3,1}{5} \times \frac{1,4}{0,7} = \frac{31}{\dots} \times \frac{\dots}{7} = \frac{31 \times \dots}{\dots \times 7} = \frac{\dots}{\dots}$.

b. Vérifier que le résultat obtenu est bien égal à $\frac{3,1 \times 1,4}{5 \times 0,7}$.

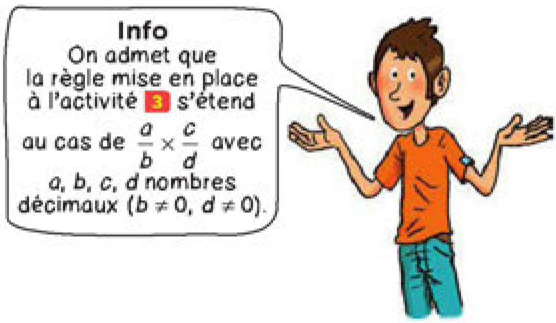


Aide
$a = \frac{a}{1}$

2. Calculer à la main :

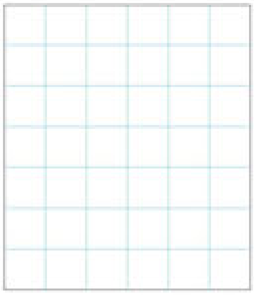
a. $2,5 \times \frac{3}{7}$

b. $2 \times \frac{5,5}{3}$



Info
On admet que la règle mise en place à l'activité **3** s'étend au cas de $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ avec a, b, c, d nombres décimaux ($b \neq 0$, $d \neq 0$).

ACTIVITÉ 5 Prendre une fraction de fraction



a. Reproduire la figure ci-contre sur une feuille à petits carreaux.

b. Illustrer par un coloriage l'information suivante :

« Louise possède un grand verger dont les $\frac{2}{3}$ sont plantés en pommiers ».

c. Illustrer par des hachures l'information suivante :

« Parmi ces pommiers, les $\frac{5}{7}$ donnent des pommes Golden ».

d. Quelle fraction du verger représentent les pommiers qui donnent des pommes Golden ? Simplifier cette fraction.

e. Comment retrouver rapidement cette fraction à l'aide des nombres $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{7}$?

J'apprends

1 Addition et soustraction

a Les dénominateurs sont les mêmes

RÈGLE 1 Pour additionner (ou pour soustraire) deux nombres en écriture fractionnaire **de même dénominateur** :
on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on conserve le **dénominateur commun**.

Autrement dit, lorsque a, b, c désignent des nombres décimaux avec $c \neq 0$:

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \qquad \frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c} \text{ (avec } a \geqslant b\text{).}$$

EXEMPLES

- $\frac{11}{3}+\frac{5}{3}=\frac{11+5}{3}=\frac{16}{3}$

Onze tiers plus cinq tiers est égal à seize tiers.

- $\frac{11}{3}-\frac{7}{3}=\frac{11-7}{3}=\frac{4}{3}$

Onze tiers moins sept tiers est égal à quatre tiers.

- $\frac{2,3}{5}+\frac{1,4}{5}=\frac{2,3+1,4}{5}=\frac{3,7}{5}$
- $\frac{2,3}{5}-\frac{1,4}{5}=\frac{2,3-1,4}{5}=\frac{0,9}{5}$

Remarque. Une justification de cette propriété est proposée à l'exercice 105 p. 81.

b Un dénominateur est un multiple de l'autre

RÈGLE 2 Pour additionner (ou soustraire) deux nombres en écriture fractionnaire lorsque **le dénominateur de l'un est multiple du dénominateur de l'autre** :
on écrit les deux nombres avec le **même dénominateur** et on applique la règle 1.

● **Vocabulaire.** On dit que l'**on réduit au même dénominateur** les deux nombres en écriture fractionnaire.

EXEMPLES 1 Calcul de $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$ et $\frac{2}{3}-\frac{1}{6}$.

6 est un multiple de 3 car $6 = 3 \times 2$. Le dénominateur commun est 6.

- $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=\frac{2\times 2}{3\times 2}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}+\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$
- $\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=\frac{2\times 2}{3\times 2}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}-\frac{1}{6}=\frac{3}{6}$

On note que $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

EXEMPLES 2 Calcul de $\frac{5,4}{15}+\frac{1,4}{5}$ et $\frac{5,4}{15}-\frac{1,4}{5}$.

15 est un multiple de 5 car $15 = 5 \times 3$. Le dénominateur commun est 15.

- $\frac{5,4}{15}+\frac{1,4}{5}=\frac{5,4}{15}+\frac{1,4\times 3}{5\times 3}=\frac{5,4}{15}+\frac{4,2}{15}=\frac{9,6}{15}$
- $\frac{5,4}{15}-\frac{1,4}{5}=\frac{5,4}{15}-\frac{1,4\times 3}{5\times 3}=\frac{5,4}{15}-\frac{4,2}{15}=\frac{1,2}{15}$

EXEMPLE 3 Calcul de $2+\frac{4}{5}$.

$$2+\frac{4}{5}=\frac{2\times 5}{1\times 5}+\frac{4}{5}=\frac{10}{5}+\frac{4}{5}=\frac{14}{5}$$

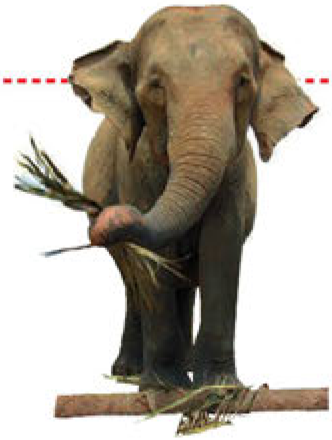
On utilise le fait que $2=\frac{2}{1}$.
Le dénominateur commun est 5.

Exercice résolu

Enchaîner des additions et des soustractions

1 **Énoncé**

Au zoo, la nourriture d'un éléphant se compose de $\frac{2}{3}$ de foin, $\frac{1}{9}$ de carottes, $\frac{1}{18}$ de pommes et le reste de farine d'orge.
Quelle fraction de sa nourriture représente la farine d'orge ?



Solution

- Fraction de la nourriture représentée par le foin et les carottes :

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{9}=\frac{2\times3}{3\times3}+\frac{1}{9}=\frac{6}{9}+\frac{1}{9}=\frac{7}{9}$$

- Fraction de la nourriture autre que la farine d'orge :

$$\frac{7}{9}+\frac{1}{18}=\frac{7\times2}{9\times2}+\frac{1}{18}=\frac{14}{18}+\frac{1}{18}=\frac{15}{18}$$

- Fraction de la nourriture représentée par la farine d'orge :

$$1-\frac{15}{18}=\frac{1\times18}{1\times18}-\frac{15}{18}=\frac{18}{18}-\frac{15}{18}=\frac{3}{18}$$

Or $18 = 3 \times 6$, donc $\frac{3}{18}=\frac{3\times1}{3\times6}=\frac{1}{6}$.

- **Conclusion :** La farine d'orge représente $\frac{1}{6}$ de la nourriture de l'éléphant.

Remarque. La solution peut aussi être donnée à l'aide d'une expression F comportant des parenthèses.

$$F=1-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}\right)=1-\left(\frac{7}{9}+\frac{1}{18}\right)=1-\frac{15}{18}$$

$$F=\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$$

Nos conseils

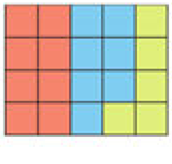
**Ce rectangle représente l'unité 1, c'est-à-dire ici la nourriture totale de l'éléphant.
Donc la fraction représentée par la farine d'orge est égale à « 1 moins la fraction totale représentée par le foin, les carottes, les pommes ».**

Exercices d'application

2 Un parfum est composé d'un mélange d'essences : $\frac{1}{6}$ de vanille, $\frac{1}{6}$ de muguet, $\frac{5}{12}$ de musc et des fleurs d'oranger.
Quelle fraction de la composition représentent les fleurs d'oranger ?

3 En 2013, on estime à $\frac{1}{6}$ la part des PC portables et à $\frac{25}{42}$ la part des smartphones dans le marché des appareils mobiles en France. Le reste correspond aux tablettes.
Anaïs affirme : « On a vendu plus de tablettes que de PC portables ». A-t-elle raison ?

4 $A=1-\left(\frac{2}{5}+\frac{7}{20}\right)$



Exprimer A à l'aide d'une seule fraction :

a. par lecture sur le schéma ci-contre,

b. par le calcul.

Pour les exercices 5 et 6, calculer chaque expression. Simplifier si possible la fraction obtenue.

5 $E=\frac{5}{2}-\frac{3}{4}+\frac{1}{8}$ $\quad$ $F=2-\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{10}\right)$

6 $G=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$ $\quad$ $H=\frac{17}{12}-\frac{5}{6}+\frac{1}{2}$

2 Multiplication

a Multiplier deux nombres en écriture fractionnaire

RÈGLE Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire : on multiplie les numérateurs et on multiplie les **dénominateurs**.

Autrement dit, lorsque *a*, *b*, *c*, *d* désignent des nombres décimaux avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

EXEMPLES

- $\frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{2 \times 7}{5 \times 3} = \frac{14}{15}$
- $\frac{1,2}{0,5} \times \frac{2,5}{1,4} = \frac{1,2 \times 2,5}{0,5 \times 1,4} = \frac{3}{0,7}$

Remarque. Une justification de cette propriété est proposée à l'exercice 106 p. 81.

b Un cas particulier

a, *c* et *d* désignent des nombres décimaux, avec $d \neq 0$.

$$a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$$

En effet, $a \times \frac{c}{d} = \frac{a}{1} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{1 \times d} = \frac{a \times c}{d}$.

On a aussi : $\frac{c}{d} \times a = \frac{a \times c}{d}$

EXEMPLES

- $3 \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$
- $3,4 \times \frac{5}{2} = \frac{3,4 \times 5}{2} = \frac{17}{2}$
- $0,5 \times \frac{2,6}{7} = \frac{0,5 \times 2,6}{7} = \frac{1,3}{7}$

c Prendre une fraction d'un nombre (ou d'une quantité)

RÈGLE (rappel) Pour prendre une fraction d'un nombre, ou d'une quantité, on multiplie cette fraction par ce nombre (ou cette quantité).

EXEMPLE 1 Prendre les trois cinquièmes de 6,5 L, c'est calculer $\frac{3}{5} \times 6,5$ L.

$\frac{3}{5} \times 6,5 \text{ L} = \frac{3 \times 6,5 \text{ L}}{5}$ c'est-à-dire $\frac{3}{5} \times 6,5 \text{ L} = \frac{19,5 \text{ L}}{5} = 3,9$ L.

Donc prendre les trois cinquièmes de 6,5 L, c'est prendre 3,9 L.

Remarque. Pour calculer $\frac{3}{5} \times 6,5$ L on peut aussi procéder ainsi :

- $\frac{3}{5} \times 6,5 \text{ L} = 0,6 \times 6,5 \text{ L} = 3,9 \text{ L}$
- $\frac{3}{5} \times 6,5 \text{ L} = 3 \times \frac{6,5 \text{ L}}{5} = 3 \times 1,3 \text{ L} = 3,9 \text{ L}$

EXEMPLE 2 « J'ai couru pendant la moitié des trois quarts du parcours ».

Pour connaître la fraction du parcours sur laquelle cette personne a couru, on calcule $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$.

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 3}{2 \times 4} = \frac{3}{8}$$

Donc cette personne a couru sur les trois huitièmes du parcours.

Exercice résolu Multiplier des fractions

7 **Énoncé**

Calculer à la main chaque expression en pensant aux simplifications possibles.

a. $A = \frac{3}{35} \times \frac{7}{2}$

b. $B = \frac{22}{15} \times \frac{3}{11}$

Solution

a. 1^re^ méthode :

$$A = \frac{3}{35} \times \frac{7}{2} = \frac{3 \times 7}{35 \times 2} = \frac{21}{70}$$

On peut remarquer que 21 = 7 × 3 et 70 = 7 × 10, donc :

$$A = \frac{7 \times 3}{7 \times 10} = \frac{3}{10}$$

2^e^ méthode :

$$A = \frac{3}{35} \times \frac{7}{2} = \frac{3 \times 7}{35 \times 2}$$

On peut remarquer que 35 = 7 × 5, donc :

$$A = \frac{3 \times 7}{7 \times 5 \times 2} = \frac{3}{10}$$

b. $B = \frac{22}{15} \times \frac{3}{11} = \frac{22 \times 3}{15 \times 11}$

On remarque que 22 = 11 × 2 et que 15 = 5 × 3, donc :

$$B = \frac{11 \times 2 \times 3}{5 \times 3 \times 11} = \frac{2}{5}$$

Nos conseils

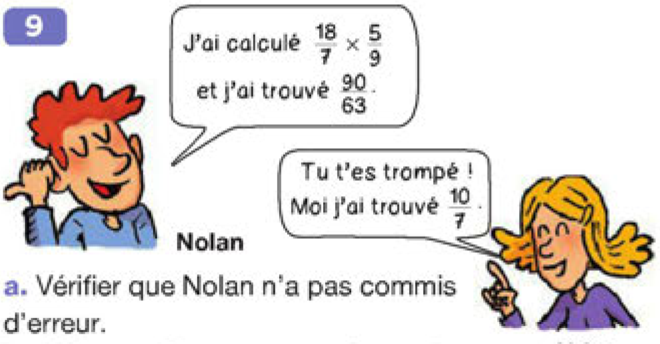
- Ici, on effectue d'abord les produits, puis on essaie de simplifier. Cela nécessite de remarquer que 7 est un diviseur commun à 21 et 70.
- Ici, on essaie de simplifier **avant** d'effectuer les produits. Il est simple de voir que 7 est un diviseur de 35.
- Ici, on utilise la 2^e^ méthode précédente.

Exercices d'application

8 Calculer à la main chaque expression en pensant aux simplifications possibles.

a. $C = \frac{1}{2} \times \frac{24}{5}$ **b.** $D = 14 \times \frac{9}{7}$

9



a. Vérifier que Nolan n'a pas commis d'erreur.

b. Sirine ne s'est pas trompé non plus. Expliquer pourquoi.

10 On considère l'expression $E = \frac{24}{5} \times \frac{10}{18}$.

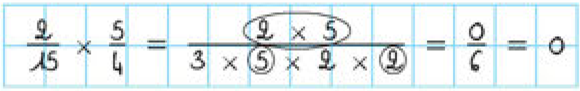
À laquelle de ces fractions E est-elle égale ?

- $\frac{240}{70}$
- $\frac{34}{23}$
- $\frac{8}{3}$

11 Kévin : « Deux de ces expressions sont égales à 1 ». A-t-il raison ?

$F = 3 \times \frac{5}{8}$ $G = \frac{3}{5} \times \frac{20}{12}$ $H = \frac{25}{14} \times \frac{42}{75}$

12 Voici la copie de Romain.



$\frac{2}{15} \times \frac{5}{4} = \frac{2 \times 5}{3 \times \textcircled{5} \times 2 \times \textcircled{2}} = \frac{0}{6} = 0$

a. Pourquoi sait-on avant même de calculer que le produit $\frac{2}{15} \times \frac{5}{4}$ n'est pas égal à 0 ?

b. Trouver l'erreur de Romain et terminer correctement ce calcul.

Pour les exercices 13 et 14, calculer à la main chaque expression et simplifier.

13 $M = \frac{5}{2} \times 4$ $N = 7 \times \frac{5}{6} \times \frac{8}{7}$

14 $R = \frac{16}{25} \times \frac{15}{24}$ $S = \frac{4}{9} \times \frac{5}{4} \times \frac{9}{11}$

Je m'entraîne À L'ORAL

Addition et soustraction

15 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

a. la somme de $\frac{9}{4}$ et de $\frac{7}{4}$;

b. la différence entre $\frac{14}{5}$ et $\frac{3}{5}$.

16 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

a. la somme de $\frac{2,7}{5}$ et de $\frac{1,3}{5}$;

b. la différence entre $\frac{5,6}{9}$ et $\frac{1,7}{9}$.

17 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

a. $\frac{5}{8}+\frac{9}{8}$ **b.** $\frac{7}{11}+\frac{6}{11}$ **c.** $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}$

d. $\frac{9}{10}-\frac{5}{10}$ **e.** $\frac{8}{9}-\frac{2}{9}$ **f.** $\frac{11}{12}-\frac{7}{12}$

18 Donner la fraction manquante :

a. $\frac{2}{5}+\frac{\cdots}{\cdots}=\frac{4}{5}$ **b.** $\frac{\cdots}{\cdots}+\frac{8}{13}=\frac{14}{13}$

c. $\frac{41}{10}-\frac{\cdots}{\cdots}=\frac{19}{10}$ **d.** $\frac{\cdots}{\cdots}-\frac{8}{7}=\frac{5}{7}$

e. $\frac{17}{100}+\frac{\cdots}{\cdots}=\frac{28}{100}$ **f.** $\frac{\cdots}{\cdots}-\frac{7}{100}=\frac{3}{100}$

19 CALCUL MENTAL Trois enfants se partagent un gâteau. Daniel en prend les $\frac{4}{9}$, Élodie les $\frac{2}{9}$ et Léa le reste.
Calculer mentalement la part reçue par Léa.

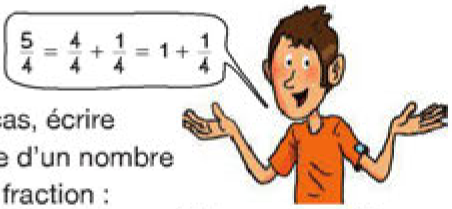
20 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

a. $1+\frac{5}{2}$ **b.** $1+\frac{5}{7}$ **c.** $1-\frac{2}{5}$ **d.** $1-\frac{8}{11}$

21 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

a. $2+\frac{5}{4}$ **b.** $3+\frac{4}{5}$ **c.** $5-\frac{3}{7}$

22



Dans chaque cas, écrire comme somme d'un nombre entier et d'une fraction :

a. $\frac{9}{5}$ **b.** $\frac{11}{7}$ **c.** $\frac{25}{3}$ **d.** $\frac{33}{9}$

23 CALCUL MENTAL **1.** Combien de dixièmes représente la fraction $\frac{1}{2}$?

2. Calculer mentalement :

a. $\frac{1}{2}+\frac{3}{10}$ **b.** $\frac{1}{2}-\frac{1}{10}$

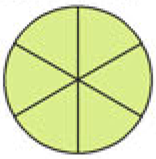
24 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

a. la somme de $\frac{3}{10}$ et de $\frac{7}{100}$;

b. la différence entre $\frac{7}{10}$ et $\frac{15}{100}$.

25 CALCUL MENTAL Calculer mentalement en s'aidant du schéma ci-contre.

a. $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$ **b.** $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$ **c.** $\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$



26 Voici deux copies d'élèves.

Louis

$\frac{5}{2}-\frac{2}{4}=\frac{10}{4}-\frac{2}{4}=\frac{8}{4}$

Annette

$\frac{5}{2}-\frac{2}{4}=\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=\frac{4}{2}$

a. Ces calculs sont-ils corrects ?
Expliquer les méthodes de Louis et d'Annette.
b. Écrire plus simplement les réponses de Louis et d'Annette.

Multiplication

27 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

a. le produit de $\frac{1}{2}$ par $\frac{7}{4}$;

b. le produit de $\frac{7}{5}$ par $\frac{8}{9}$;

c. le produit de 4 par $\frac{2}{7}$.

28 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

a. $\frac{7}{10}\times\frac{11}{4}$ **b.** $\frac{5}{6}\times\frac{7}{8}$ **c.** $\frac{3}{10}\times\frac{7}{100}$

29 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

a. $\frac{2,4}{7}\times\frac{0,5}{3}$ **b.** $\frac{2,5}{2}\times\frac{4}{7}$ **c.** $\frac{12,4}{10}\times\frac{0,1}{0,9}$

30 Lire chaque égalité en la complétant.

a. $\frac{8}{\cdots}\times\frac{\cdots}{5}=\frac{56}{45}$ **b.** $\frac{\cdots}{9}\times\frac{7}{\cdots}=\frac{49}{81}$ **c.** $\cdots\times\frac{7}{5}=\frac{28}{5}$

31 Donner les fractions manquantes.

a. $\frac{2}{7}\times\frac{\cdots}{\cdots}=\frac{10}{21}$ **b.** $\frac{8}{3}\times\frac{\cdots}{\cdots}=\frac{64}{27}$ **c.** $3\times\frac{5}{8}=\frac{\cdots}{\cdots}$

32 Voici deux copies d'élèves.

Éloïse

$\frac{6}{15}\times\frac{5}{4}=\frac{30}{60}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

Mehdi

$\frac{6}{15}\times\frac{5}{4}=\frac{3\times2\times5\times1}{3\times5\times2\times2}=\frac{1}{2}$

Ces calculs sont-ils corrects ?
Expliquer les méthodes d'Éloïse et de Mehdi.

Addition et soustraction

33 Dans chaque cas :

- calculer d'abord avec les fractions,
- calculer ensuite avec les écritures décimales,
- vérifier la cohérence des résultats.

a. $\frac{5}{10}+\frac{6}{100}$ **b.** $\frac{7}{10}-\frac{31}{100}$ **c.** $\frac{75}{1000}+\frac{3}{10}$

d. $\frac{11}{10}+\frac{453}{1000}$ **e.** $\frac{721}{1000}-\frac{3}{10}$ **f.** $\frac{178}{100}-\frac{9}{10}$

34 Calculer.

a. $\frac{2}{7}+\frac{5}{21}$ **b.** $\frac{9}{5}-\frac{4}{15}$ **c.** $\frac{11,4}{2,5}-\frac{2,2}{5}$

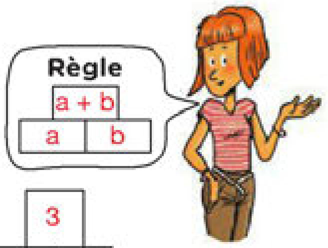
35 Calculer.

- $A=\frac{4}{7}+\frac{13}{21}$
- $B=\frac{16}{3}-\frac{47}{12}$
- $C=3+\frac{5}{9}$

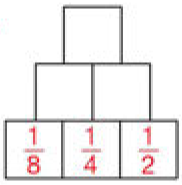
36 Calculer en pensant aux simplifications possibles.

- $D=\frac{8}{15}+\frac{9}{5}$
- $E=\frac{5}{6}-\frac{5}{24}$
- $F=\frac{203}{28}-3$

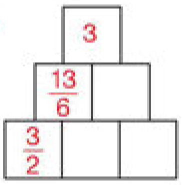
37 Recopier chaque pyramide et la compléter en utilisant la règle ci-contre.



a.



b.



38 **a.** Donner les deux multiples de 5 qui encadrent 16.

Écrire alors $\frac{16}{5}$ comme :

- somme d'un nombre entier et d'une fraction ;
- différence d'un nombre entier et d'une fraction.

b. Recopier et compléter :

- $\frac{29}{3}=9+\frac{\dots}{3}$
- $\frac{29}{3}=\dots-\frac{\dots}{3}$
- $\frac{31}{7}=5-\frac{\dots}{7}$
- $\frac{31}{7}=\dots+\frac{\dots}{7}$

39 **a.** Avec cette unité de longueur, tracer un segment de longueur $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$.

b. Écrire cette longueur avec une fraction. Peut-on simplifier cette fraction ?

40 Écrire les expressions décrites, puis les calculer.

a. G est la somme de trois cinquièmes et de sept dixièmes.

b. H est la différence entre un quart et un huitième.

c. L est la somme de neuf et de deux septièmes.

d. M est la différence entre trois et un demi.

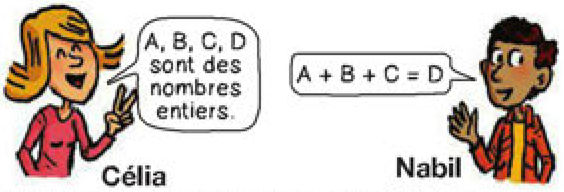
41 **Vrai ou faux ?**

$A=\frac{4}{7}+\frac{3}{4}+\frac{2}{7}+\frac{5}{4}+\frac{1}{7}$

$B=\frac{4}{3}+\frac{7}{3}+\frac{1}{3}-\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\right)$

$C=\frac{5}{12}+\frac{5}{3}+\frac{2}{12}+\frac{2}{3}+\frac{1}{12}$

$D=\frac{5}{2}+\frac{3}{8}+1+\frac{7}{2}+\frac{13}{8}$



Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

42 Lors d'un recensement, on a relevé que les cinq huitièmes des habitants d'une commune ont moins de 52 ans et que le quart des habitants de cette commune ont moins de 20 ans.

Quelle fraction du nombre d'habitants de cette commune représentent les habitants qui ont entre 20 et 52 ans ?

43 Un cycliste parcourt la moitié de son trajet le matin et $\frac{3}{10}$ de son trajet l'après-midi.

Quelle fraction du trajet lui reste-t-il à parcourir ?

44 Imaginer un énoncé d'exercice dont la réponse est $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$.

45 Dans une carafe d'un litre, on mélange $\frac{1}{2}$ L de jus d'orange, $\frac{1}{20}$ L de jus de citron, $\frac{1}{10}$ L de jus de pamplemousse et $\frac{2}{5}$ L de sucre de canne.

a. Quelle quantité de boisson obtient-on ?

b. La carafe va-t-elle déborder ? Pourquoi ?

c. Que se passerait-il avec une carafe de $\frac{5}{4}$ L ?

46 Sept dixièmes de l'eau utilisée sur la Terre sert à l'agriculture ; l'industrie en utilise le cinquième. Le reste est pour la consommation domestique (boisson, cuisine, hygiène). Quelle part de la consommation totale représente la consommation domestique ?

Je m'entraîne

47 Alex a obtenu trois notes en anglais :

$$9\frac{1}{4},\ 11\frac{1}{2}\text{ et }13\frac{3}{4}$$

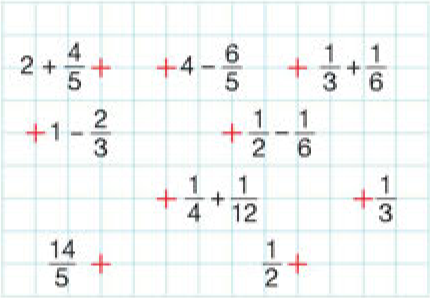
Quand son professeur écrit $9\frac{1}{4}$, cela signifie $9+\frac{1}{4}$.

a. Utiliser les fractions pour calculer la somme des notes obtenues par Alex.

b. Exprimer cette somme à l'aide d'un nombre en écriture décimale.

c. En déduire la moyenne des notes d'Alex en anglais.

48 **a.** Relier tous les nombres qui sont égaux par des segments.



b. Quelles figures géométriques obtient-on ?

49 **a.** Camille a passé trois heures et quart dans le train.

Exprimer cette durée par une fraction d'heure.

b. Fatima a mis une demi-heure pour rentrer chez elle après l'école et a fait ses devoirs pendant trois quarts d'heure.

Exprimer cette durée totale par une fraction d'heure, puis en heures et minutes.

50 @ssr Voici un extrait d'un article de presse.

> Ce mardi matin, les agents de la police municipale ont contrôlé les vélos des élèves arrivant au collège. Bilan : certains vélos (2 sur 5) avaient des freins défectueux et d'autres vélos (3 sur 10) n'avaient pas d'éclairage.
>
> Aucune contravention n'a été dressée, mais les parents ont dû venir chercher leurs enfants et leurs vélos ; ils ont une semaine pour remettre les vélos en conformité et les présenter, sous peine d'une amende de 11 € par infraction constatée.

Quelle fraction des vélos contrôlés était conforme ?

51 Lors d'une épreuve de triathlon, les $\frac{2}{7}$ de la course se font à pied, les $\frac{10}{21}$ à vélo et le reste à la nage.

a. Quelle fraction du trajet parcourt-on en tout à pied et à vélo ?

b. Quelle fraction du trajet parcourt-on à la nage ?

Multiplication

52 Calculer.

a. $\frac{2}{21}\times\frac{10}{3}$ **b.** $\frac{9}{11}\times\frac{2}{7}$ **c.** $\frac{19}{7}\times\frac{20}{3}$

53 Calculer (penser aux simplifications possibles).

a. $\frac{2}{5}\times\frac{7}{4}$ **b.** $\frac{11}{10}\times\frac{5}{2}$ **c.** $\frac{13}{4}\times\frac{6}{5}$

54 Calculer (penser aux simplifications possibles).

a. $\frac{19}{4}\times\frac{8}{5}$ **b.** $\frac{7}{3}\times\frac{9}{8}$ **c.** $\frac{12}{5}\times\frac{4}{9}$

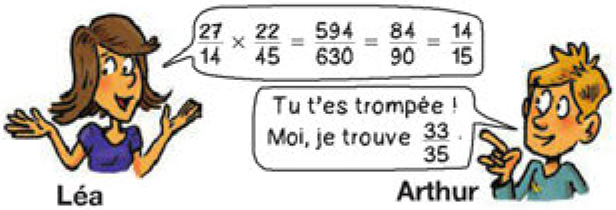
55 Calculer (penser aux simplifications possibles).

a. $\frac{4}{21}\times\frac{3}{2}$ **b.** $\frac{4}{3}\times\frac{15}{8}$ **c.** $\frac{12}{11}\times\frac{33}{24}$

56 Calculer à la main et donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

a. $\frac{1{,}2}{5}\times\frac{3{,}5}{2}$ **b.** $\frac{5{,}2}{7}\times\frac{1{,}5}{4}$ **c.** $\frac{4{,}1}{3}\times\frac{8}{2{,}2}$

57 Léa et Arthur font un exercice et ils ne sont pas d'accord :



a. Léa s'est effectivement trompée.

Trouver son erreur et terminer son calcul.

b. Le résultat d'Arthur est-il correct ?

58 Un rectangle a pour longueur $\frac{20}{9}$ dm et pour largeur $\frac{3}{5}$ dm.

Calculer l'aire du rectangle sous forme d'une fraction simplifiée.

59 Traduire chaque phrase par une expression numérique, puis la calculer.

a. La somme de dix tiers et de huit neuvièmes.

b. Le produit de deux cinquièmes par quatre septièmes.

c. La somme de trois demis et du produit de trois quarts par sept tiers.

d. Le produit de cinq quarts par la différence entre quatre tiers et sept quinzièmes.

60 Calculer à la main en simplifiant si possible.

a. $\frac{2}{3}\times\frac{7}{9}-\frac{1}{3}$ **b.** $12\times\left(\frac{5}{8}-\frac{1}{4}\right)$ **c.** $\frac{13}{15}-\frac{4}{15}\times\frac{3}{4}$

61 Calculer à la main en simplifiant si possible.

a. $\frac{3}{2}\times\frac{4}{7}-\frac{9}{7}\times\frac{1}{2}$

b. $\frac{3}{4}+\frac{7}{4}\times\frac{5}{3}+\frac{1}{3}$

c. $\left(\frac{3}{5}-\frac{3}{25}\right)\times\frac{5}{4}+1$

d. $\left(2\times\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{15}$

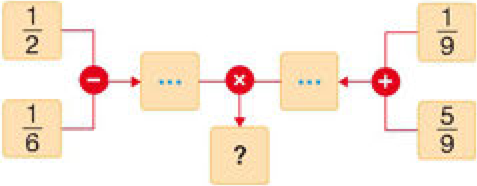
62 Calculer à la main et donner une écriture fractionnaire du résultat.

a. $\frac{14-3}{3\times4}-\frac{5}{5\times5-1}$

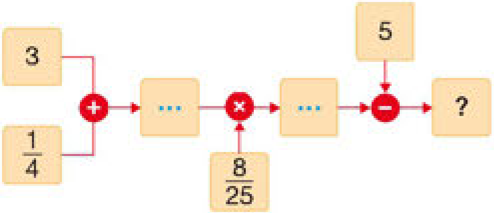
b. $\frac{17+3}{11}\times\frac{23-12}{20}+\frac{1}{2}$

Pour les exercices 63 et 64, écrire l'expression qui correspond à cette succession d'opérations, puis la calculer.

63



64



65 **Vrai ou faux ?**

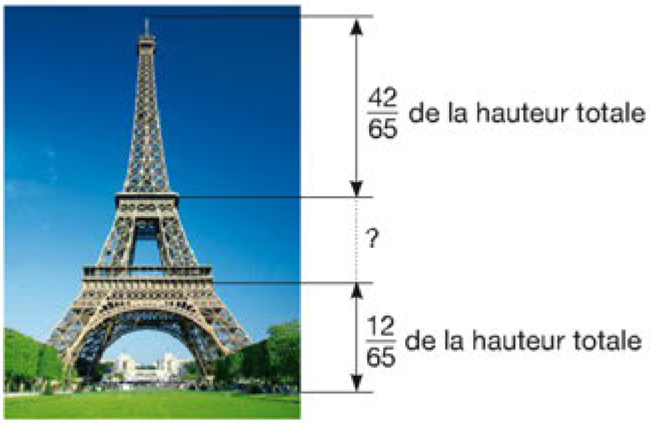
Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse. Expliquer.

a. « 25 min, c'est aussi $\frac{1}{3}$h + $\frac{1}{12}$h ».

b. « 35 min, c'est aussi $\frac{1}{2}$h + $\frac{1}{15}$h ».

Prendre une fraction d'un nombre

66 La hauteur de la tour Eiffel à Paris est 325 m.



Quelle est la hauteur (en mètres) de la partie située entre le 1er et le 2^{e} étage ?

67 Une bouteille contient $\frac{3}{4}$ de litre. Quelle fraction de litre représentent les $\frac{2}{3}$ de cette bouteille ?

68 Dans une classe de 5^{e}, $\frac{5}{9}$ des élèves étudient l'anglais. Les $\frac{3}{4}$ des élèves qui étudient l'anglais sont des filles.

Quelle est la proportion de filles qui étudient l'anglais ?

69 Dans une classe de 5^{e}, les trois quarts des élèves étudient le portugais et $\frac{1}{6}$ de ces élèves participent à un voyage à Porto. Quelle fraction des élèves de la classe vont partir à Porto ?

70 Jules, Hugo et Victoria se partagent une somme d'argent. Hugo en reçoit les $\frac{3}{8}$, Jules les $\frac{2}{3}$ de la part de Hugo et Victoria le reste.

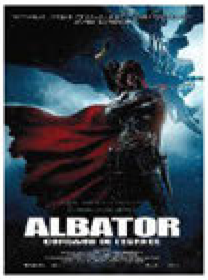
Victoria affirme : « Je reçois la même part que Hugo ». A-t-elle raison ?

71 Calculer les expressions suivantes :

a. le quart du tiers de 60 minutes ;

b. un tiers des deux cinquièmes d'un pain.

72 Lors d'une séance du film *Albator, corsaire de l'espace*, les $\frac{3}{5}$ des spectateurs sont des adolescents et $\frac{5}{7}$ des adolescents sont des garçons.



1. Calculer, pour cette séance :

a. la proportion des filles parmi les adolescents ;

b. la proportion des adolescentes parmi les spectateurs.

2. 175 spectateurs ont assisté à cette séance.

a. Calculer le nombre d'adolescents garçons présents.

b. Calculer de deux façons différentes le nombre d'adolescentes présentes.

73 Traduire par une expression et la calculer.

a. Les trois quarts de 32.

b. Le double de cinq sixièmes.

c. Deux tiers de six septièmes.

d. Trois quarts d'un demi.

74 Dans une bibliothèque, les $\frac{3}{4}$ des livres sont des romans. Parmi les romans, le tiers sont des romans d'aventure et le reste sont des romans de science-fiction.

a. Quelle fraction du nombre total de livres dans la bibliothèque représentent les romans d'aventure ?

b. Calculer de deux façons la proportion des romans de science-fiction dans la bibliothèque.

Je m'entraîne

Calcul littéral

75 • $A = y + z$ • $B = z - x$ • $C = x \times y \times z$

Calculer A, B, C lorsque $x = \frac{4}{9}$, $y = \frac{1}{6}$ et $z = \frac{5}{3}$.

76 • $D = a(b + c)$ • $E = ab + ac$

a. Calculer D et E lorsque $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{5}{18}$ et $c = \frac{4}{9}$.

b. Que constate-t-on ? Est-ce surprenant ?

77 On considère l'égalité $4a + 3 = 3b + 7$ où a et b désignent deux nombres.

Cette égalité est-elle vraie pour :

a. $a = \frac{11}{7}$ et $b = \frac{5}{7}$? **b.** $a = \frac{11}{7}$ et $b = \frac{16}{21}$?

78 a désigne un nombre.

Factoriser chaque expression, puis la réduire.

a. $\frac{2}{5}a + \frac{3}{5}a$ **b.** $\frac{3}{5}a - \frac{4}{15}a$ **c.** $a - \frac{3}{5}a$

79 x désigne un nombre.

Factoriser chaque expression, puis la réduire.

a. $\frac{x}{4} + \frac{x}{8}$ **b.** $\frac{x}{3} + \frac{x}{21} + \frac{x}{7}$ **c.** $2x - \frac{x}{2}$

80 t désigne un nombre.

Réduire chaque expression.

a. $\frac{1}{4}t + \frac{5}{4}t - \frac{1}{2}$ **b.** $\frac{5}{2} + \frac{t}{3} - 1 - \frac{t}{9}$

81 x désigne un nombre.

Développer chaque expression, puis la réduire.

a. $\frac{1}{4}\left(x + \frac{1}{2}\right)$ **b.** $\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4} - x\right)$ **c.** $\frac{8}{5}\left(\frac{1}{2}x - 10\right)$

Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C2-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

82 Empilement de cubes

La situation-problème

Élise empile 5 cubes comme indiqué sur le doc. 1. Elle veut peindre toutes les parties visibles des cubes de la pile.

Élise affirme : « J'ai presque 4 m² de surface à peindre ». Qu'en pensez-vous ?

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice.

Doc. 1 La pile de cubes

Doc. 2 Informations techniques

- Le cube du bas a 64 cm d'arête.
- Chaque cube a une arête de longueur égale aux trois quarts de la longueur de l'arête du cube qui est au-dessous.

Calcul mental et réfléchi

83 Calculer mentalement :

a. $\frac{2}{3} + 7 + \frac{1}{3}$ **b.** $\frac{4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{4}{3}$

c. $\frac{5}{4} + 1 + \frac{7}{4}$ **d.** $\frac{5}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

84 Exprimer mentalement en heures et minutes.

a. $\frac{5}{4}$ h **b.** $\frac{11}{2}$ h **c.** $\frac{10}{3}$ h **d.** $\frac{3}{5}$ h

85 Par exemple : $\frac{364}{4} = \frac{320}{4} + \frac{44}{4} = 80 + 11 = 91$.

Procéder de même pour calculer mentalement :

a. $\frac{235}{5}$ **b.** $\frac{567}{9}$

86 Calculer mentalement :

a. les trois quarts de 32 ; **b.** le tiers de 1 500 ;

c. les neuf septièmes de 630 ; **d.** le quart de 1,6.

Je m'évalue

Pour ces questions, une seule réponse est exacte.

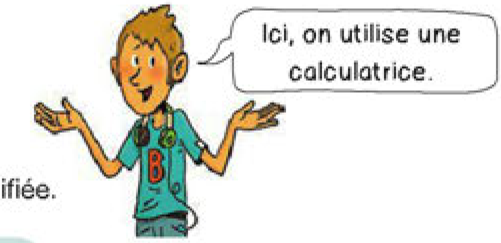
	a	b	c	En cas d'erreur
87 $\frac{4}{7}+\frac{5}{7}$ est égal à …	$\frac{9}{14}$	$\frac{9}{49}$	$\frac{9}{7}$	→ § 1.a. p. 70
88 $\frac{19}{6}-\frac{13}{6}$ est égal à …	1	$\frac{6}{12}$	$\frac{1}{6}$	→ § 1.a. p. 70
89 $2+\frac{3}{4}$ est égal à …	$\frac{5}{4}$	$\frac{11}{4}$	$\frac{5}{6}$	→ § 1.b. p. 70
90 $\frac{6}{35}+\frac{2}{7}$ est égal à …	$\frac{8}{42}$	$\frac{16}{35}$	$\frac{8}{35}$	→ § 1.b. p. 70
91 Luc achète un ordinateur. À la commande, il paie le cinquième du prix. Il lui reste à payer …	$\frac{6}{5}$ du prix	$\frac{4}{6}$ du prix	$\frac{4}{5}$ du prix	→ exercice résolu 1 p. 71
92 $\frac{19}{4}-\left(\frac{7}{2}-\frac{13}{8}\right)$ est égal à …	$\frac{23}{8}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{4}{8}$	→ exercice résolu 1 p. 71
93 $\frac{7}{2}\times\frac{5}{4}$ est égal à …	$\frac{70}{4}$	$\frac{35}{4}$	$\frac{35}{8}$	→ § 2.a. p. 72
94 $\frac{11}{7}\times\frac{42}{55}$ est égal à …	$\frac{462}{55}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{53}{62}$	→ § 2.a. p. 72
95 Mattéo possède 36 €. Il en dépense les $\frac{5}{6}$. Il lui reste …	6 €	7,20 €	30 €	→ § 2.c. p. 72
96 Les huit cinquièmes de trois quarts d'un litre représentent …	$\frac{11}{9}$ L	$\frac{11}{20}$ L	1,2 L	→ § 2.c. p. 72

Pour ces questions, plusieurs réponses sont exactes.

	a	b	c	En cas d'erreur
97 Antoine lit les $\frac{2}{3}$ de son livre le 1er jour et le 2^{e} jour, le sixième du livre. Il lui reste à lire …	$\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$ du livre	$1-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)$ du livre	$\frac{1}{6}$ du livre	→ § 1.b. p. 70
98 $\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}$ est égal à …	$\frac{8}{8}$	1	$\frac{1\,215}{1\,215}$	→ § 2.a. p. 72
99 $12\times\frac{21}{56}$ est égal à …	$\frac{252}{672}$	$\frac{252}{56}$	$\frac{9}{2}$	→ § 2.b. p. 72
100 La moitié de $\frac{1}{4}$ est égale à …	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$0{,}5\times\frac{1}{4}$	→ § 2.c. p. 72
101 25 min c'est …	$\frac{1}{3}$ h + $\frac{1}{12}$ h	1 h − $\frac{7}{12}$ h	$\frac{1}{4}$ h + $\frac{1}{6}$ h	→ § 2.c. p. 72

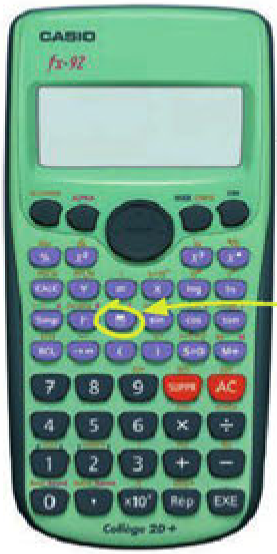
VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▶ p. 291

Avec une calculatrice



102 Obtenir directement le résultat simplifié

Exemple Calculer $A = \frac{5}{6} - \frac{7}{18}$ et donner le résultat sous forme d'une fraction simplifiée.

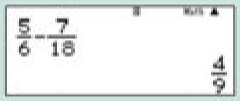


Casio *fx*-92 Collège 2D+

Réglages : SECONDE MODE CONFIG 1(Mth IO) 1(MathO)

SECONDE MODE CONFIG ▼ 4(SIMP) 1(Auto)

$\frac{\square}{\square}$ 5 ▼ 6 ▶ − $\frac{\square}{\square}$ 7 ▼ 18 ▶ EXE



$\frac{5}{6}-\frac{7}{18}$

$\frac{4}{9}$

Remarque. Avec ces réglages, on peut aussi simplement taper :

5 ÷ 6 − 7 ÷ 18 EXE

(ou entrer).

TI-Collège Plus Solaire

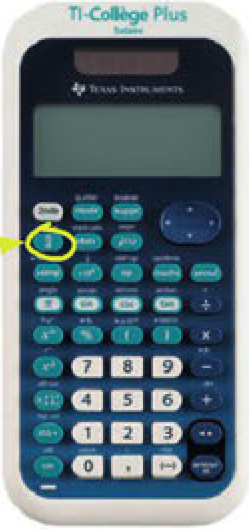
Réglages : mode ▼ ▼ ▼ ▼ (SIMPAUTO) entrer

▼ (AFF NATUREL) entrer

2nde mode

$\frac{n}{d}$ 5 ▼ 6 ▶ − $\frac{n}{d}$ 7 ▼ 18 ▶ entrer

$\frac{5}{6}-\frac{7}{18}$ $\frac{4}{9}$



Avec la calculatrice, calculer et donner le résultat sous forme simplifiée.

$B = \frac{5}{7} + \frac{13}{28}$ $C = \frac{84}{78} \times \frac{13}{25}$ $D = \left(\frac{8}{5} - \frac{4}{15}\right) \times \frac{5}{12}$

103 Simplifier pas à pas

Exemple Calculer $A = \frac{5}{6} - \frac{7}{18}$ et détailler les simplifications.

Casio *fx*-92 Collège 2D+

Réglages : SECONDE MODE CONFIG 1(Mth IO) 1(MathO)

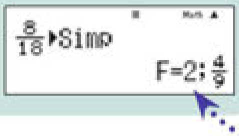
SECONDE MODE CONFIG ▼ 4(SIMP)2(Manuel)

$\frac{\square}{\square}$ 5 ▼ 6 ▶ −

$\frac{\square}{\square}$ 7 ▼ 18 ▶ EXE Simp EXE

$\frac{5}{6}-\frac{7}{18}$

$\frac{8}{18}$⇩



$\frac{8}{18}$▸Simp

F=2; $\frac{4}{9}$

TI-Collège Plus Solaire

Réglages : mode ▼ ▼ ▼ (SIMPMAN) entrer

2nde mode

$\frac{n}{d}$ 5 ▼ 6 ▶ −

$\frac{n}{d}$ 7 ▼ 18 ▶ entrer ▸simp entrer

$\frac{5}{6}-\frac{7}{18}$ $\downarrow\frac{8}{18}$

$\frac{5}{6}-\frac{7}{18}$ $\downarrow\frac{8}{18}$

$\frac{8}{18}$▸simp Fac=2 $\frac{4}{9}$

Indique que la fraction est simplifiée par 2.

Avec la calculatrice, calculer et détailler les simplifications.

$E = \frac{15}{36} + \frac{7}{4}$ $F = \frac{36}{28} \times \frac{14}{24}$ $G = \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} + \frac{28}{15} \times \frac{25}{14}$ $H = \left(\frac{1}{3} \times \frac{5}{2} + \frac{7}{12}\right) \times \frac{3}{5}$

S'initier au raisonnement

104 Analyser les données d'un énoncé

▸ **Énoncé**

Trois amis Andréa, Alex et Ben se partagent une collection de bandes dessinées découvertes dans un vide-grenier.

Andréa prend les deux cinquièmes des BD.

Alex prend le tiers de ce qui reste et Ben prend le reste de la collection de BD.

Quelle fraction de la collection de BD reste-t-il à Ben ?

1. Compréhension de l'énoncé

a. Les BD sont réparties en trois parts. Lesquelles ?

b. Que signifie : « le tiers de ce qui reste » ? « le reste » ?

2. Repérage des données numériques

Repérer les données numériques et les écrire avec des chiffres.

3. Représentation des données

Sur papier quadrillé, tracer un rectangle dont les dimensions sont données par les dénominateurs précédents.

Représenter alors les différentes parts.

4. Résolution

Répondre à la question de l'énoncé.

105 Additionner des quotients

a. On note q et q' les nombres tels que :

$$7 \times q = 4{,}3 \quad \text{et} \quad 7 \times q' = 6{,}7.$$

Quels sont les nombres q et q' ?

b. Expliquer pourquoi :

$$7 \times (q + q') = 4{,}3 + 6{,}7.$$

c. En déduire une écriture fractionnaire de $q + q'$.

d. Recopier et compléter : $\frac{4{,}3}{7} + \frac{6{,}7}{7} = \frac{\dots + \dots}{\dots}$.

Nos conseils

Pour répondre au **a.** il faut se souvenir que le quotient de a par b est le nombre qui multiplié par b donne a.

106 Multiplier des quotients

a. On note q et q' les nombres tels que :

$$7 \times q = 4{,}3 \quad \text{et} \quad 3 \times q' = 6{,}7.$$

Quels sont les nombres q et q' ?

b. Expliquer pourquoi :

$$(7 \times 3) \times (q \times q') = 4{,}3 \times 6{,}7.$$

c. En déduire une écriture fractionnaire de $q \times q'$.

d. Recopier et compléter : $\frac{4{,}3}{7} \times \frac{6{,}7}{3} = \frac{\dots \times \dots}{\dots \times \dots}$.

Pour chercher

107 Analyser une situation

Voici la répartition des nationalités des joueurs d'un club de rugby : $\frac{1}{10}$ des joueurs sont anglais, $\frac{7}{40}$ sont néo-zélandais, $\frac{3}{20}$ sont sud-africains, $\frac{1}{5}$ sont géorgiens et les autres sont français.

Quelle fraction du nombre total de joueurs de ce club sont français ?

108 Inventer

Dans chaque cas, écrire un énoncé de problème dont la solution correspond à l'expression :

a. $1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right)$

b. $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$

109 Calculer une durée

Adrien a enregistré 3 films sur un DVD.

Le premier film dure une heure trois quarts.

Le deuxième dure 2 h 9 min.

Le troisième dure treize douzièmes d'heure.

Quelle est la durée totale de son enregistrement ?

110 Comprendre la situation

Combien de temps un voyageur met-il pour parcourir une route de 20 km en faisant 100 pas de $\frac{4}{5}$ mètre à la minute ?

111 Réfléchir

On considère la fraction :

$$F = \frac{2\,014 \times 2\,015 + 2\,014 \times 2\,016}{2\,015 + 2\,016}$$

Calculer mentalement F.

112 Imaginer une stratégie

Un réservoir est rempli aux $\frac{5}{6}$ de sa capacité.

On retire 15 L du réservoir, il est alors rempli aux $\frac{2}{3}$.

Quelle est la capacité totale du réservoir ?

113 Passer à l'unité

Les quatre cinquièmes des élèves d'un collège pratiquent un sport.

Parmi ces sportifs, un sixième font de la course d'orientation soit 96 élèves.

Combien y a-t-il d'élèves dans ce collège ?

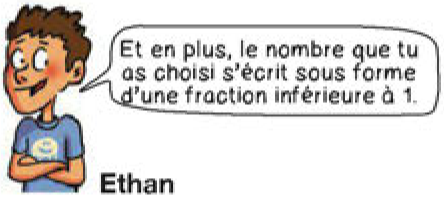
J'utilise mes compétences

114 TICE Analyser des informations

Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par lui-même.
- Ajouter $\frac{8}{9}$ au résultat obtenu.

Anatole



Ethan

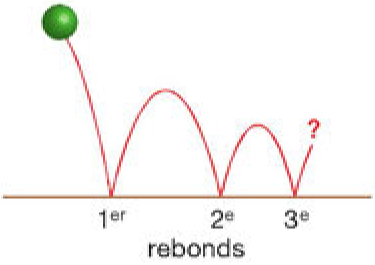
Tania

Trouver le nombre choisi par Anatole. Expliquer.

115 Travailler en groupe

Une balle de caoutchouc rebondit à chaque fois aux $\frac{3}{5}$ de sa hauteur de chute.

On la laisse tomber d'une hauteur de 2 m.



a. Dans chaque groupe, déterminer :

- la hauteur que la balle atteint après le 1er rebond, le 2e rebond… ;
- le rebond au cours duquel la balle remontera à moins de 1 cm de haut.

b. Un rapporteur de chaque groupe présente les travaux du groupe.

116 Partager équitablement

Des amis ont partagé ainsi leur récolte de champignons :

- Mélissa en prend le cinquième ;
- Marc en prend le quart du reste ;
- Fatima en prend le tiers du nouveau reste ;
- Joris prend la moitié de ce qui reste ;
- Mélya prend le reste.

Ce partage est-il équitable ?

117 Simplifier avant de calculer

Extrait de l'album de Franck Margerin, *Lucien : Toujours la banane*, Éd. Fluide glacial.

Qu'en pensez-vous ?

118 Narration de recherche

▶ Problème

Éloïse, Léa et Charlie ont préparé une pizza qu'ils ont dégustée avec leur père.

Le père mange le tiers de la pizza.

Les trois enfants se partagent équitablement ce qu'il reste.

La part de chaque enfant pèse 125 g.

Combien pesait la pizza entière ?

Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

119 Critiquer un échange

Jean a un terrain de 9 000 m^2 et Arthur un terrain de 21 000 m^2. Jean propose à Arthur :

« J'échange $\frac{1}{3}$ de mon terrain contre $\frac{1}{6}$ du tien. »

a. Arthur n'est pas d'accord parce qu'il trouve que l'échange n'est pas équitable. Pourquoi ?

b. Quelle fraction de son terrain, Arthur devrait-il échanger contre $\frac{1}{3}$ du terrain de Jean pour que l'échange soit équitable ?

120 Être astucieux

1. $A = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10}$

a. Calculer A avec la calculatrice.

b. Comment aurait-on pu facilement trouver ce résultat sans la calculatrice ?

2. Calculer mentalement $B = \frac{1}{3} + \frac{3}{9} + \frac{9}{27} - 1$.

J'utilise mes compétences

121 Utiliser un procédé répétitif Math & Arts

Sur cette œuvre fractale de J.-C. Meynard, la silhouette centrale se répète à des échelles différentes.

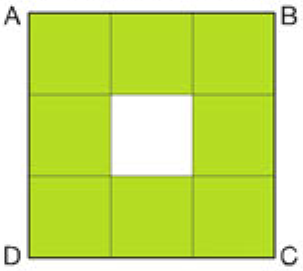
On se propose d'étudier une fractale obtenue à partir d'un carré.

Il s'agit d'une fractale nommée tapis de Sierpinski (1916).

J.-C. Meynard, *Écho*, 2005.

1. Première étape

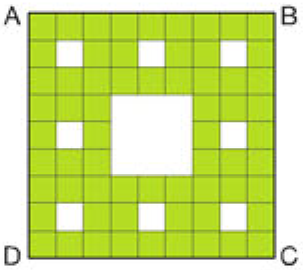
Un carré ABCD est partagé en 9 carrés superposables. On enlève le carré central. Quelle fraction du carré ABCD reste-t-il ?



2. Deuxième étape

Dans chacun des 8 carrés restants, on supprime le carré central. Que permet de calculer $\frac{64}{72} \times \frac{8}{9}$ à cette étape ? Expliquer.

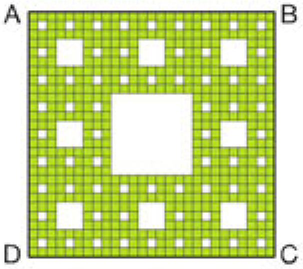
Exprimer ce produit à l'aide d'une fraction.



3. Troisième étape

Dans chacun des carrés restants, on supprime le carré central.

Quelle fraction du carré ABCD reste-t-il ?



122 Analyser des informations

1 500 000 brins de muguet ont été récoltés le 30 avril à Nantes.

- $\frac{3}{5}$ des brins ont été expédiés à Saint-Nazaire.
- $\frac{2}{3}$ du reste sont partis à Chateaubriand.
- $\frac{1}{4}$ du nouveau reste est envoyé à Machecoul.
- Tous les brins qui restent sont envoyés à Ancenis.

Combien de brins de muguet sont expédiés à Ancenis ?

D'après Rallye de Loire-Atlantique

123 Communiquer en anglais

Miranda redid the wallpaper in her living room. On the first day, she puts wallpaper on $\frac{4}{15}$ of the wall. On the second day, she puts another $\frac{2}{5}$ of the total, and on the third day, $\frac{7}{30}$.

Is she finished?

124 Problème ouvert

Une fontaine peut remplir un bac en 3 h.

Un robinet peut le vider en 12 h.

Le bac est vide ; on laisse couler la fontaine et on ouvre le robinet.

Le bac parviendra-t-il à se remplir malgré tout ? Si oui, dans combien de temps ?

Jeux & Casse-tête

125 Trouver un nombre inconnu

Un sac de blé pèse les trois quarts d'un sac d'orge pesant 2 kg de plus qu'un sac de blé.

Combien pèse le sac de blé ?

D'après Boîte à énigmes mathématiques.S.Lhullier

126 Observer

Dans cette grille, retrouver six carrés de 4 cases où figurent des nombres dont la somme est 1.

$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{12}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

D'après Brochure Jeux 9 – APMEP

Tâches complexes

SOCLE Compétences : **127** C1-C3 **128** C1-C2-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

127 Une variante du tangram

La situation-problème

Noémie construit un cheval avec des pièces d'un tangram et demande à Tom de calculer l'aire de la figure obtenue. Elle veut la réponse sous forme d'une fraction de l'aire du carré constituant le tangram de départ. Aider Tom dans sa recherche.

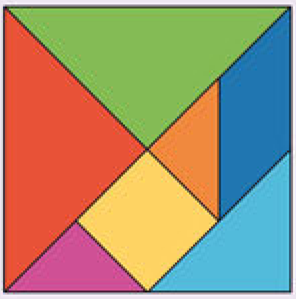
Les supports de travail

Les documents, papier et crayon.

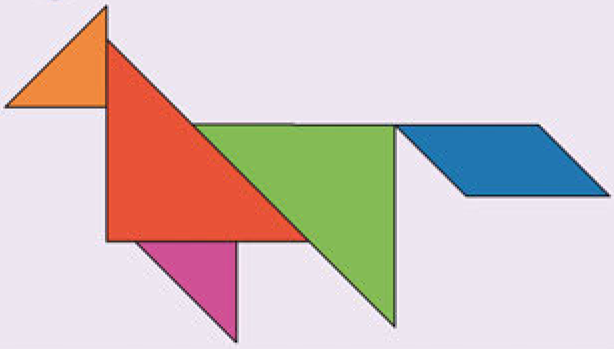
Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 **Le tangram**

Le tangram se compose de 7 pièces qui se juxtaposent pour former un grand carré.
C'est un jeu chinois apparu en Occident au XIX^e siècle, avec lequel on peut créer des figures.



Doc. 2 **La figure créée par Noémie**



128 Les mobiles

La situation-problème

Rémy a imaginé un jeu qui le conduit à réaliser des mobiles.
Il demande deux choses :

- deviner les nombres manquants sur les mobiles du doc. 2 ;
- créer un mobile de votre choix en respectant les règles de son jeu.

Les supports de travail

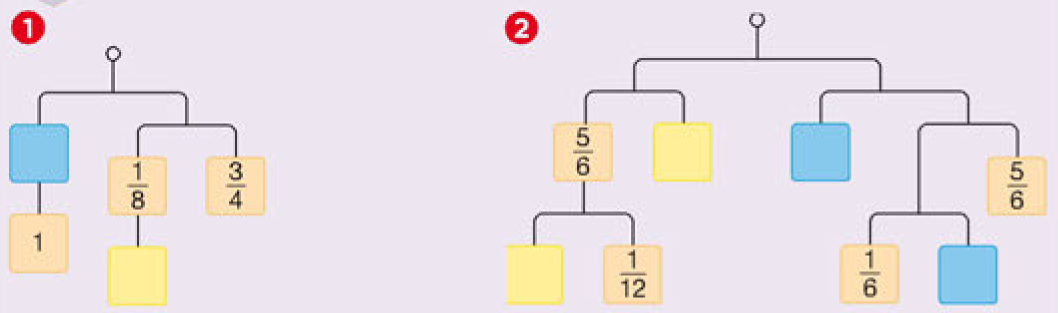
Les documents, le crayon, la règle.

Doc. 1 **Les règles du jeu**

- Toutes les barres sont suspendues par le milieu. Elles doivent toutes rester horizontales.
- Une barre reste horizontale si les nombres suspendus à ses extrémités sont égaux.
- Les nombres sont des fractions (éventuellement des nombres entiers).

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 2 **Deux mobiles de Rémy**



CHAPITRE 5

Nombres relatifs. Repérage

En apnée ou avec un équipement spécial, la plongée permet d'observer les milieux sous-marins que ce soit à une profondeur de − 30 m ou − 100 m.

Au fil des siècles

Après la révolution de 1789, le degré Celsius (noté °C) fut adopté pour mesurer les températures. Grâce à ce choix, les Français se sont peu à peu habitués à utiliser des nombres relatifs négatifs.

→ Quelle est la température lorsqu'en hiver, il fait « 12 degrés au-dessous de zéro » ?

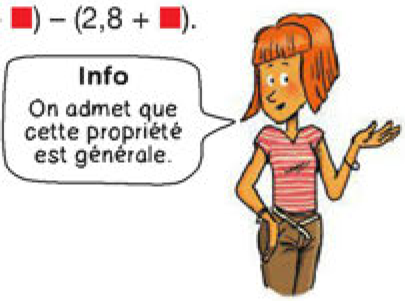
Les capacités du programme	SOCLE 5e	Choix d'exercices
• Connaître la notion de nombre relatif. Utiliser la notion d'opposé.	✓	2–23
• Ranger des nombres relatifs courants en écriture décimale.		12–30
• Sur une droite graduée, lire l'abscisse d'un point, placer un point d'abscisse donnée (exactement ou approximativement, en fonction du contexte).	✓	19–45
• Dans le plan muni d'un repère orthogonal, lire les coordonnées d'un point, placer un point de coordonnées données.	✓	7–25
• Connaître et utiliser le vocabulaire : origine, coordonnées, abscisse, ordonnée.		58

Je découvre

ACTIVITÉ 1 Une propriété de la soustraction

1. Oscar dispose de 35 € et Eliot de 20 €.
a. Quel est l'écart entre les économies des deux frères ?
b. Calculer à nouveau cet écart dans chacune des situations suivantes.
Situation n° 1 : Leurs parents donnent à chacun un billet de 5 €.
Situation n° 2 : Chacun des deux frères dépense 8 € pour un jeu vidéo.

2. a. Calculer 13,5 – 2,8.
b. Remplacer ■ par le nombre de son choix et calculer (13,5 + ■) – (2,8 + ■).
c. Remplacer ◆ par le nombre de son choix, inférieur à 2,8, et calculer (13,5 – ◆) – (2,8 – ◆).
d. Que constate-t-on aux questions **b.** et **c.** ?
Recopier et compléter : « On ne modifie pas une différence lorsque l'on **...** ».



ACTIVITÉ 2 Rendre la soustraction toujours possible

a. Recopier et compléter :
- 26 – 21 = (26 – 1) – (21 – **...**) = 25 – **...** = **...**
- 18 – 13 = 10 – **...** = **...**
- 51 – 24 = **...** – 20 = **...**
- 8,15 – 3,15 = 8 – **...** = **...**

b. Recopier et compléter :

7 – 12 = (7 – 7) – (12 – **...**) = 0 – **...**

En 6ᵉ, la différence 7 – 12 ou 0 – 5 était impossible, en 5ᵉ on écrira qu'elle est égale à **–5**.

c. Recopier et compléter :
- 6 – 11 = 0 – **...** = **...**
- 13 – **...** = 0 – 5 = **...**

d. Donner un autre exemple de différence égale à –5.

e. Dans la vie de tous les jours, trouver une situation dans laquelle on utilise un nombre négatif comme –5.

ACTIVITÉ 3 Utiliser les nombres relatifs

Six enfants ont téléchargé une course au trésor sur leur tablette.
La partie démarre par le tirage au sort d'un nombre décimal compris entre 69 et 199.
Puis, en fonction des épreuves réussies ou non, des points sont gagnés ou perdus.

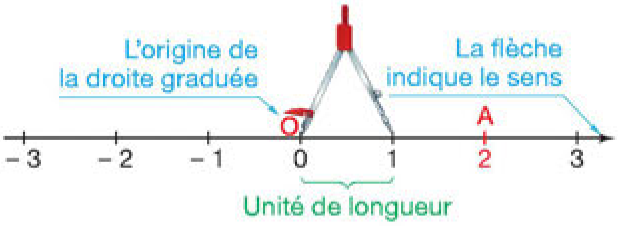
a. Quels sont les joueurs qui ont un gain, c'est-à-dire un bilan positif ?
b. Quels sont ceux qui ont une perte, c'est-à-dire un bilan négatif ?
c. Calculer le bilan pour chaque joueur en utilisant des nombres relatifs.

Nombre donné au début de la partie	Prénom	Nombre obtenu à la fin de la partie
77	Léo	147
135,5	Anaïs	135
149	Kamel	119
84,3	Inès	28,2
129	Théo	174
101,3	Oscar	101,3

ACTIVITÉ 4 Repérage sur une droite graduée

1. a. Tracer une droite et nommer O l'un de ses points.

b. De part et d'autre du point O, reporter avec le compas, l'unité de longueur choisie. Compléter ensuite les graduations avec des nombres relatifs comme ci-contre.



2. Le point A est repéré par le nombre **2**, on dit que l'**abscisse** du point A est **2**.

a. Placer sur la droite graduée :

- le point B d'abscisse –4 ;
- le point C d'abscisse 6.

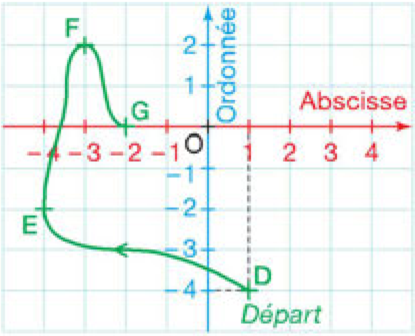
b. Placer les points A', B', C' symétriques respectifs de A, B, C par rapport à l'origine O. Lire les abscisses des points A', B' et C'.

Info
Les abscisses des points A et A' sont dites **opposées** ; elles ont **la même distance à zéro**.

ACTIVITÉ 5 Repérage dans le plan

Sur l'écran de sa console de jeux, Maxime doit guider un personnage du point de départ D à l'arrivée A en passant par les points E, F, G, H.

Dans le repère d'origine O ci-contre, on dit que D est le point de coordonnées (**1** ; **–4**) : **1** est l'**abscisse** de D et **–4** est l'**ordonnée** de D.



a. Écrire les coordonnées des points E, F et G.

b. Tracer ce repère et placer le point H de coordonnées (**0** ; **–2**).

c. Placer le point A symétrique de E par rapport à l'axe des ordonnées. Quelles sont les coordonnées du point A ?

ACTIVITÉ 6 Comparaison de nombres relatifs

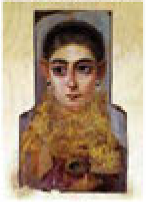
Math & Arts

Voici quelques œuvres de civilisations différentes au cours du temps.

Armée en terre cuite (Chine)

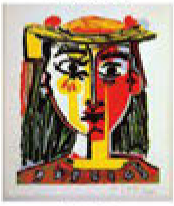
–200

Portrait d'une momie du Fayoum



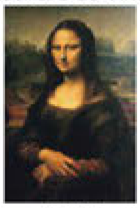
200

Portrait de femme, Picasso



1962

La Joconde, Léonard de Vinci



1505

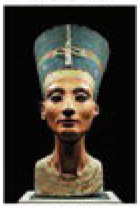
Tapisserie de Bayeux

1065

Discobole de Myron

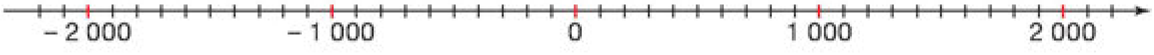
–450

Buste de Néfertiti



–1345

a. Tracer cette droite graduée et placer ces sept dates avec la précision permise par la figure.



b. Ranger ces dates par ordre croissant.

1 Notion de nombres relatifs

a Une propriété utile

PROPRIÉTÉ On ne modifie pas une différence en ajoutant ou en soustrayant un même nombre à chacun de ses termes.

Autrement dit, lorsque a, b, c désignent des nombres, avec $a \geqslant b$:

- $a - b = (a + c) - (b + c)$
- $a - b = (a - c) - (b - c)$ (avec $b \geqslant c$)

EXEMPLES

- $7 - 4 = (7 + 6) - (4 + 6)$
  En effet, $7 - 4 = 3$
  et $(7 + 6) - (4 + 6) = 13 - 10 = 3$
- $12{,}7 - 9{,}3 = (12{,}7 - 0{,}3) - (9{,}3 - 0{,}3)$
  En effet, $12{,}7 - 9{,}3 = 3{,}4$
  et $(12{,}7 - 0{,}3) - (9{,}3 - 0{,}3) = 12{,}4 - 9 = 3{,}4$

b Les nombres négatifs

Les mathématiciens ont eu l'idée d'appliquer la propriété précédente au cas d'une différence $a - b$ avec cette fois $a < b$. Cette idée a donné naissance aux nombres négatifs.

EXEMPLES Il a été décidé de noter **–2** le nombre **0 – 2**.

On dit que **–2** est un nombre négatif pour indiquer qu'il s'écrit avec le signe moins ; il se lit « moins deux ».

- $13 - 15 = (13 - 13) - (15 - 13)$
  $13 - 15 = 0 - 2$
  $13 - 15 = -2$
- $1 - 3 = (1 - 1) - (3 - 1)$
  $1 - 3 = 0 - 2$
  $1 - 3 = -2$
- $4{,}2 - 6{,}2 = (4{,}2 - 4{,}2) - (6{,}2 - 4{,}2)$
  $4{,}2 - 6{,}2 = 0 - 2$
  $4{,}2 - 6{,}2 = -2$

Attention ! On ne peut pas modifier l'ordre des termes d'une soustraction.
En effet, $21 - 16 = 5$ mais $16 - 21 = -5$.

c Les nombres relatifs

Les nombres –7 ; –13 ; –1,6 ;... qui s'écrivent avec un signe – sont des nombres **négatifs**.
Les nombres utilisés jusqu'à présent comme 4 ; 11,3 ; 15 ; 3,7 ; ... sont des nombres **positifs**.
On peut aussi les écrire +4 ; +11,3 ; +15 ; +3,7 ; ...

DÉFINITION Les nombres négatifs et les nombres positifs constituent les **nombres relatifs**.

EXEMPLES 1 Altitude et profondeur : **au-dessus ou au-dessous** du niveau de la mer.

- La fosse des Mariannes est la fosse la plus profonde actuellement connue. Son point le plus bas se situe à –10 994 m.
- Le mont Blanc est le plus haut sommet d'Europe occidentale. Son altitude a été mesurée en 2013 à 4 810,06 m.

EXEMPLES 2 Dates : **avant** ou **après** Jésus-Christ.

- Pythagore, mathématicien grec, a vécu vers – 500 ans.
- Cédric Villani, mathématicien français, a reçu la médaille Fields en 2010.

Exercice résolu Connaître et utiliser les nombres relatifs

1 **Énoncé**

Phrase n° 1
Ce matin, la température était de 3 °C au-dessous de zéro, à midi elle est de 7 °C au-dessus de zéro.

Phrase n°2
Le prix de la baguette de pain a baissé de 0,05 € et celui d'un petit gâteau a augmenté de 0,10 €.

Phrase n° 3
Après 23 journées de championnat de Ligue 1, le PSG a marqué 54 buts et en a encaissé 15, alors que l'AC Ajaccio en a marqué 16 et encaissé 40.

Reprendre chacune de ces phrases en utilisant des nombres relatifs.

Solution

- **Phrase n° 1**
Ce matin, la température était de −3 °C, à midi elle est de +7 °C (ou 7 °C).
- **Phrase n° 2**
Le prix de la baguette de pain a varié de −0,05 € et celui d'un petit gâteau a varié de +0,10 €.
- **Phrase n° 3**
Après 23 journées de championnat de Ligue 1, le PSG a une différence de buts de + 39, alors que l'AC Ajaccio a une différence de buts de −24.

Nos conseils

- **Une baisse est indiquée par un nombre négatif et une augmentation par un nombre positif.**
- **54 − 15 = 39**
- **16 − 40 = 0 − 24 = −24**

Exercices d'application

2 Recopier les phrases suivantes en utilisant des nombres relatifs.

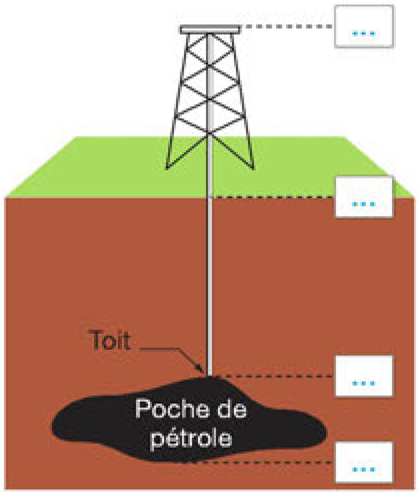
Les premiers Jeux olympiques antiques semblent s'être déroulés à Olympie, en Grèce, 776 ans avant Jésus-Christ.
Le pont du Gard a été édifié entre 40 et 50 ans après Jésus-Christ.

3 La température de l'eau de l'océan Atlantique à l'Équateur est de 27 °C en surface, de 21 °C à 100 m de profondeur, de 7 °C à 500 m, 4 °C à 1 000 m et 2,8 °C à 3 000 m.
Présenter ces données dans un tableau à l'aide de nombres relatifs.

Profondeur (en m)				−1 000	
Température (en °C)	27	21			

4 C'est à Gergovie que Vercingétorix a battu Jules César en −52. Qu'indique le signe − placé avant 52 ?

5 Un forage est installé pour atteindre une poche de pétrole dont le toit est situé à 450 m sous le niveau du sol.
Cette poche est épaisse de 30 m. La hauteur de la tour de forage est de 25 m.
Recopier succinctement le dessin suivant (qui n'est pas à l'échelle) et le compléter par des nombres relatifs.



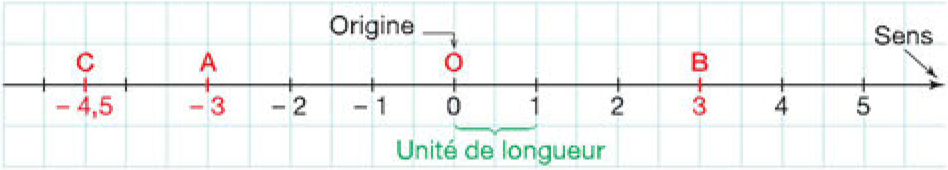
2 Repérage

a Repérage sur une droite

DÉFINITION Une **droite graduée** est une droite sur laquelle on a choisi un sens et une unité de longueur que l'on reporte de part et d'autre d'un point appelé **origine**.

PROPRIÉTÉ Sur une droite graduée :
- chaque point est repéré par un nombre appelé **abscisse** de ce point ;
- à chaque nombre correspond un point.

EXEMPLES Sur cette droite graduée, l'abscisse de A est –3, l'abscisse de B est 3 et l'abscisse de C est –4,5.



- **Vocabulaire.** On dit que **la distance à zéro** du nombre –4,5 est 4,5 pour indiquer que le point C est à 4,5 unités de longueur de l'origine O. De même la distance à zéro du nombre +3 est 3.

DÉFINITION Deux nombres relatifs sont **opposés** lorsqu'ils ont des **signes contraires** (l'un est positif et l'autre est négatif) et ont la **même distance à zéro**.

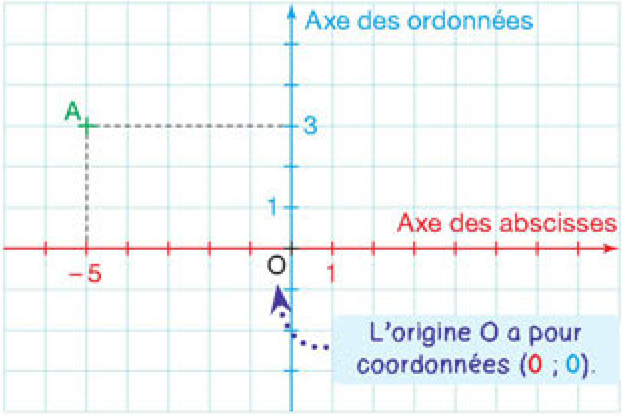
EXEMPLE Les nombres relatifs –3 et 3 sont **opposés**. Sur la droite graduée ci-dessus, les points A d'abscisse –3 et B d'abscisse 3 sont **symétriques** par rapport à l'origine O.

b Repérage dans le plan

DÉFINITION Un **repère** du plan est constitué de deux droites graduées (ou axes) de même origine O.
O est **l'origine du repère**.

En général, les axes sont perpendiculaires, on dit alors que le repère est **orthogonal**.

DÉFINITION-PROPRIÉTÉ Dans un repère, chaque point est repéré par deux nombres relatifs appelés les **coordonnées** de ce point.
Le premier nombre, lu sur l'axe horizontal, est l'**abscisse** et le second nombre, lu sur l'axe vertical, est l'**ordonnée**.



L'origine O a pour coordonnées (0 ; 0).

Les coordonnées du point A sont :

(**–5** ; **3**)

abscisse de A ⟶ ↑ ↑ ⟵ **ordonnée** de A

Exercice résolu Utiliser un repère du plan

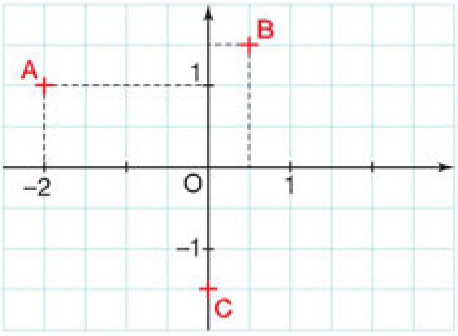
6 **Énoncé**

Dans le repère ci-contre, on a placé les points A, B, C.

a. Quelle est l'abscisse de A ? Quelle est son ordonnée ? Écrire les coordonnées de A.

b. Écrire les coordonnées des points B et C.

c. Placer les points D(2,5 ; 0) et E(– 2 ; – 0,5).



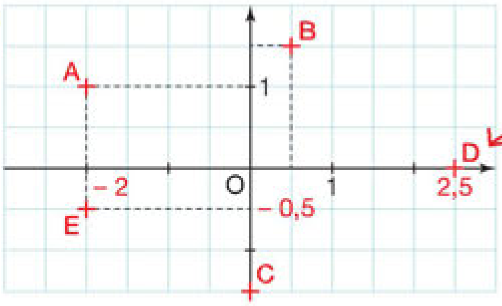
Solution

a. L'abscisse de A est – 2. L'ordonnée de A est 1.
Les coordonnées de A sont (–2 ; 1).

b. • L'abscisse de B est 0,5 et son ordonnée est 1,5.
Les coordonnées de B sont (0,5 ; 1,5).

• L'abscisse de C est 0 et son ordonnée est – 1,5.
Les coordonnées de C sont (0 ; – 1,5).

c.

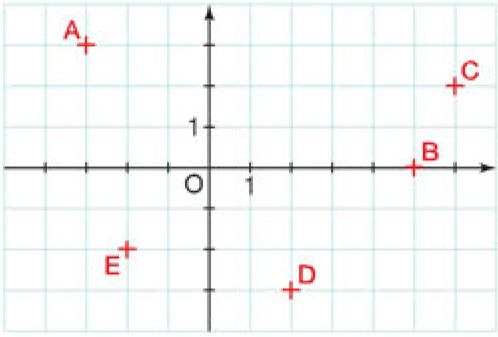


Nos conseils

- La 1re coordonnée se lit sur l'axe des abscisses.
La 2^{e} se lit sur l'axe des ordonnées.
- Le point C appartient à l'axe des ordonnées, donc son abscisse est 0.
- L'ordonnée du point D est 0, donc D appartient à l'axe des abscisses.

Exercices d'application

7



a. Écrire les coordonnées des points A, B, C D, E du repère ci-dessus.

b. Tracer ce repère (en prolongeant éventuellement les axes) et placer les points :

F(– 6 ; 0), G(–2 ; 5), H(0 ; – 4).

8 **a.** Dans un repère, placer les points A(– 5 ; – 3) et B(3 ; –1).

b. Tracer le segment [AB], placer le milieu M de ce segment et lire ses coordonnées.

9 **a.** Sur papier quadrillé, tracer un repère orthogonal d'origine O avec pour unité un carreau sur chaque axe.

b. Placer les points :

M(6 ; 5), N(6 ; –3), P(– 6 ; – 3), Q(– 6 ; 5).

c. Que peut-on dire du quadrilatère MNPQ ?

d. Écrire les coordonnées du point d'intersection A des diagonales de MNPQ.

10 Ce tableau donne les températures relevées en un lieu chaque heure entre 1 h et 5 h.

Point	A	B	C	D	E
Heure	1	2	3	4	5
Température (en °C)	1	3	2	–2	–3

a. Tracer un repère sur papier quadrillé.

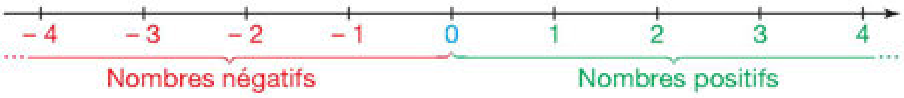
b. Placer les cinq points indiqués dans le tableau en portant l'heure en abscisses et la température en ordonnées.

3 Comparaison de nombres relatifs

a Nombres négatifs, nombres positifs

PROPRIÉTÉ • Les **nombres négatifs** sont les nombres relatifs **inférieurs** (c'est-à-dire plus petits) **ou égaux** à zéro.

• Les **nombres positifs** sont les nombres relatifs **supérieurs** (c'est-à-dire plus grands) **ou égaux** à zéro.



Plus on se déplace dans le sens de la flèche, plus le nombre est grand.

b Comparaison d'un nombre négatif et d'un nombre positif

PROPRIÉTÉ Un nombre négatif est **plus petit** qu'un nombre positif.

EXEMPLES

- $-1 < 4$
- $-17 < 13$
- $-0{,}4 < 0{,}01$
- $-0{,}94 < 0{,}125$

c Comparaison de deux nombres positifs

PROPRIÉTÉ De **deux nombres positifs**, le **plus grand** est celui qui a la **plus grande distance à zéro**.

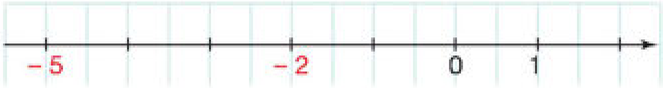
EXEMPLES

- $2 < 5$
- $12{,}45 < 12{,}8$
- $0{,}001 < 0{,}01$
- $23{,}2 < 23{,}21$

d Comparaison de deux nombres négatifs

PROPRIÉTÉ De **deux nombres négatifs**, le **plus grand** est celui qui a la **plus petite distance à zéro**.

EXEMPLE 1 Comparaison de -2 et -5.



-5 est à la distance 5 de zéro, -2 est à la distance 2 de zéro et $2 < 5$.
Donc **−2 est plus près de zéro que −5** et $\mathbf{-2 > -5}$.

EXEMPLE 2 Comparaison de -14 et -52.
$14 < 52$ donc -14 est plus près de zéro que -52. Donc $\mathbf{-14 > -52}$.

EXEMPLE 3 Comparaison de $-3{,}5$ et -100.
$3{,}5 < 100$ donc $-3{,}5$ est plus près de zéro que -100. Donc $\mathbf{-3{,}5 > -100}$.

Exercice résolu Ranger des nombres relatifs

11 **Énoncé**

Ranger dans l'ordre croissant les nombres relatifs suivants :

- − 3,8
- 3,6
- −3,5
- 3,08
- −4,2
- 7
- −2,8
- −8,5

Solution

1. Les nombres positifs sont :

3,6 3,08 7

On les range du plus petit au plus grand :

3,08 < 3,6 < 7

2. Les nombres négatifs sont :

−3,8 −3,5 −4,2 −2,8 −8,5

On les range du plus petit au plus grand :

−8,5 < −4,2 < −3,8 < −3,5 < −2,8

3. On conclut :

−8,5 < −4,2 < −3,8 < −3,5 < −2,8 < 3,08 < 3,6 < 7

Nos conseils

- On range les nombres positifs de la plus petite distance à zéro à la plus grande.
- On range les nombres négatifs de la plus grande distance à zéro à la plus petite (propriété du § d).
- On sait que les nombres négatifs sont plus petits que les nombres positifs.

Exercices d'application

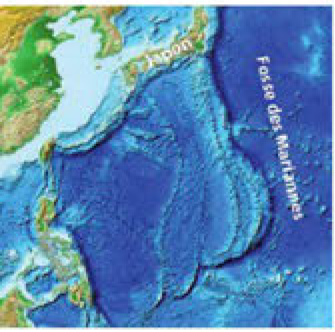
12 Ranger dans l'ordre croissant les nombres relatifs suivants :

• − 7,3 • 2,7 • −4,3 • −5,4 • 0,8 • 3,5

13 Ranger dans l'ordre décroissant les nombres relatifs suivants :

• 1,2 • −1,5 • −2,4 • 3,1 • 4,2 • −3,3 • 3,19

14 Ranger les fosses marines de la plus profonde à la moins profonde.
Ces fosses sont-elles rangées dans l'ordre croissant ou décroissant des profondeurs ?



Nom de la fosse	Profondeur (en m)
Fosse des Philippines	−10 540
Fosse de Porto Rico	−8 605
Fosse du Japon	−9 500
Fosse des Mariannes	−10 994
Fosse du Pérou-Chili	−8 065
Fosse des Caïmans	−7 686

15 Ranger dans l'ordre croissant les nombres négatifs suivants :

• −0,5 • −0,45 • −0,04 • −0,40 • −0,25 • −0,205

16 La température de solidification d'un corps est la température à laquelle il passe de l'état liquide à l'état solide.
Ce tableau donne la température de solidification de certains corps.

Alcool	−114 °C
Eau pure	0 °C
Butane	−135 °C
Hydrogène	−259 °C
Eau salée	−8 °C
Azote	−210 °C
Essence	−57 °C

Ranger ces températures de la plus chaude à la moins chaude.
Les nombres ainsi rangés sont-ils dans l'ordre croissant ou décroissant ?

Je m'entraîne À L'ORAL

Notion de nombres relatifs

17 Lire chaque phrase en la complétant.

a. Les nombres relatifs −8,7 et −3 sont des nombres … .

b. Les nombres relatifs +6 et 12,5 sont des nombres … .

c. … est le seul nombre relatif à la fois positif et négatif.

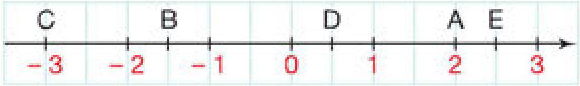
18 Pour lequel de ces deux exploits peut-on utiliser un nombre négatif ? Quel est ce nombre ?

❶ En septembre 2012, des spéléologues ukrainiens ont atteint la profondeur maximale de 2 196 m dans le gouffre de Krubera-Voronya en Géorgie.

❷ En 1910, l'australienne Freda Du Faur est la première femme à réaliser l'ascension du mont Cook à 3 760 m d'altitude.

Repérage

Pour les exercices 19 à 24, **les questions portent sur les points A, B, C, D, E ci-dessous.**



19 Lire l'abscisse de chacun des points A, B, C, D et E.

20 Quel est le point le plus éloigné de l'origine ? Quelle est son abscisse ? Quelle est la distance à zéro de cette abscisse ?

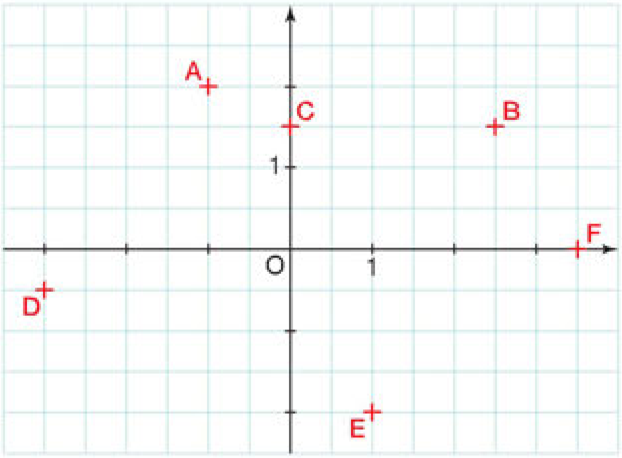
21 Quel est le point le plus proche de l'origine ? Quelle est son abscisse ? Quelle est la distance à zéro de cette abscisse ?

22 Quels sont les points dont les abscisses sont des nombres positifs ? des nombres négatifs ?

23 Les abscisses des points A et A' sont opposées. Entre quels points de la figure se trouve le point A' ? Quelle est son abscisse ?

24 Les abscisses des points B et B' sont opposées. Entre quels points de la figure se trouve le point B' ? Quelle est son abscisse ?

Pour les exercices 25 à 29, **les questions portent sur les points A, B, C, D, E, F ci-dessous.**



25 Lire les coordonnées de chacun des points A, B, C, D, E et F.

26 Un point G a la même abscisse que B et la même ordonnée que E.
Quelles sont les coordonnées de ce point ?

27 A' est le symétrique de A par rapport à l'axe des ordonnées. Quelles sont les coordonnées de A' ?

28 B' est le symétrique de B par rapport à l'axe des abscisses. Quelles sont les coordonnées de B' ?

29 E' est le symétrique de E par rapport à l'origine O du repère. Quelles sont les coordonnées de E' ?

Comparaison de nombres relatifs

30 Dans chaque cas, citer le plus grand des deux nombres relatifs.

a. 3,12 et 3,8
b. 7,1 et −9,3
c. −4,15 et 0,65
d. −1,7 et −1,45
e. −0,32 et −0,47
f. −75 et −95

31 Dans chaque cas, citer le plus petit des deux nombres relatifs.

a. −1,09 et −1,2
b. −2,3 et 3,01
c. +9,2 et +8,41
d. 4,07 et −4,3
e. −6,12 et −6,17
f. −101 et −99

32 **a.** Le général carthaginois Hannibal est né en −247. Le scientifique grec Archimède est né vers −287. Lequel de ces deux personnages est né le premier ?

b. Les dinosaures sont apparus aux environs de −250 000 000 et les oiseaux aux environs de −135 000 000. Lequel de ces événements est le plus récent ?

Notion de nombres relatifs

33 Associer un nombre relatif à chaque situation.
a. Un sous-marin est descendu à une profondeur de 2 000 m.
b. Un avion vole à une altitude de 9 500 m.
c. La température est descendue à 10 °C au-dessous de zéro.
d. Le mathématicien Pythagore serait né aux environs de 580 avant J.-C.

34 Voici un extrait d'un relevé bancaire.

Date	Opération	Débit	Crédit
02/06/2014	Chèque	−250	
05/06/2014	Salaire		+2 000
08/06/2014	Paiement en carte bancaire	−360	

Expliquer la signification des nombres relatifs −250 ; + 2 000 et −360.

35 Les situations suivantes ont-elles un sens ?
a. Sophia possède 5 pommes et en donne 9 à Maxime.
b. Hier soir, la température était de 8 °C. Dans la nuit, elle a baissé de 10 °C.
c. Sulian a emporté 75 cL d'eau pour sa randonnée. Il boit 1 L de cette eau.

36 Dans chaque cas, indiquer par un nombre relatif l'année de naissance et l'année de mort du personnage.
a. Euclide est né vers 325 avant J.-C. et mort vers 265 avant J.-C.
b. Auguste, le premier empereur romain, est né en 63 avant J.-C. et mort en 14 après J.-C.

37 Ce tableau donne des informations sur certaines équipes de rugby du TOP 14 en 2012-2013.
Pour chaque équipe, calculer son bilan de points.

Équipe	Points marqués	Points contre *	Bilan
Agen	423	709	
Biarritz	505	540	
Bordeaux-Bègles	561	584	
Castres	599	489	
Clermont	779	418	+361
Montpellier	570	520	
Perpignan	593	607	
Toulon	779	456	
Toulouse	702	501	

* Points contre : points marqués par l'équipe adverse.

38 Dans un centre commercial, les parkings sont répartis sur deux niveaux en sous-sol. Les boutiques se répartissent au rez-de-chaussée et au-dessus sur deux niveaux.
Les ascenseurs ont des boutons avec des nombres relatifs ; lesquels ?

39 Recopier et compléter.
a. On sait que 17 − 13 = 4, donc 13 − 17 = … .
b. On sait que 24 − 15 = …, donc 15 − 24 = … .
c. On sait que 17,35 − 12,25 = …,
donc 12,25 − 17,35 = … .
d. On sait que 17,2 − 8,5 = …, donc 8,5 − 17,2 = … .

40 Eliot consulte un site qui lui donne l'heure dans différentes villes du monde.

Mexico	New York	Paris	Moscou	Hong Kong
				
Lundi **06:59**	Lundi **07:59**	Lundi **13:59**	Lundi **16:59**	Lundi **20:59**

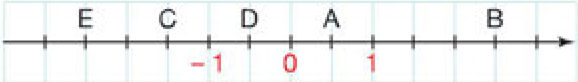
Il traduit ces décalages horaires par rapport à Paris avec des nombres relatifs
a. Donner le nombre relatif pour chacune des villes suivantes : Mexico, Moscou, New York, Hong Kong.
b. Eliot finit ses cours à 17 h. Quelle heure sera-t-il dans chacune des villes suivantes pour lesquelles il a noté les décalages horaires avec Paris ?

Ville	Décalage horaire
Buenos Aires	−4
Le Caire	+1
San Francisco	−9
Pretoria	+2

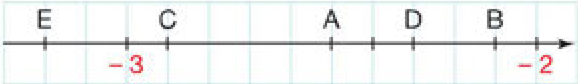
Repérage sur une droite

Pour les exercices 41 à 43, donner l'abscisse de chacun des points A, B, C, D, E.

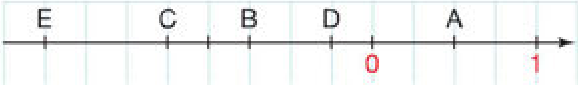
41



42

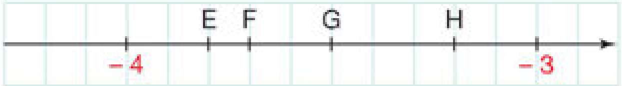


43



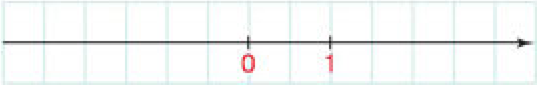
Je m'entraîne

44 Donner l'abscisse de chacun des points E, F, G, H de la droite graduée ci-dessous.



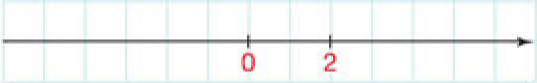
45 Tracer une droite graduée comme ci-dessous, la prolonger et placer (exactement ou approximativement) les points :

- A d'abscisse 4
- B d'abscisse –3
- C d'abscisse –4,5
- D d'abscisse –0,67

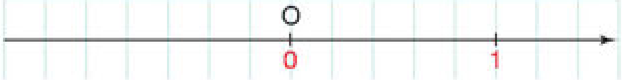


46 Tracer une droite graduée comme ci-dessous, la prolonger et placer les points :

- M d'abscisse 8
- N d'abscisse –2
- P d'abscisse –11
- Q d'abscisse 5



47 **a.** Tracer cette droite graduée d'origine O.



b. Placer le point E à droite de O dont l'abscisse est à la distance 2,6 de zéro. Quelle est l'abscisse de E ?

c. Placer le point F à gauche de O dont l'abscisse est à la distance 0,8 de zéro. Quelle est l'abscisse de F ?

d. Placer le point G à gauche de O dont l'abscisse est à la distance 1,4 de zéro. Quelle est l'abscisse de G ?

48 **a.** Tracer une droite graduée avec 1 cm pour unité de longueur.

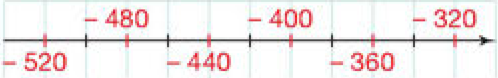
b. Placer les points donnés ci-dessous.

Point	A	B	C	D	E
Abscisse	+3	–2	–4,5	+0,5	+2,5

49 Hippocrate, médecin grec, est né vers –460 et mort vers –370.

Socrate, philosophe grec, est né vers –470 et mort en –399.

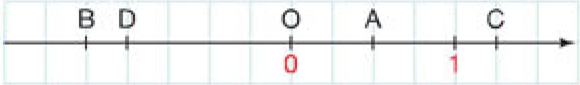
a. Reproduire cette droite graduée.



b. Colorer en vert approximativement la période pendant laquelle Hippocrate a vécu et en rouge celle pendant laquelle Socrate a vécu.

c. Déduire de ce coloriage lequel a vécu le plus longtemps.

50



a. Parmi les points marqués sur cette droite graduée, quels sont ceux dont les abscisses sont à la même distance de zéro ?

Donner leurs abscisses.

b. Quelles sont les abscisses des points A et D ?

c. A' et D' sont les symétriques respectifs de A et D par rapport à l'origine O.

Quelles sont les abscisses de A' et D' ?

51 **a.** Donner l'opposé de chacun des nombres :

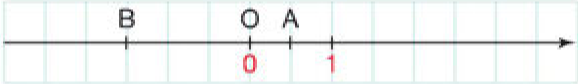
- –5
- 2,5
- 0
- –3
- –1
- +3,5

b. Sur une droite graduée, placer ces nombres et leurs opposés.

52 **a.** Sur une droite graduée d'origine O, placer le point A d'abscisse –2,5 et le point B dont l'abscisse est l'opposée de celle du point A.

b. Que représente le point O pour le segment [AB] ?

53 **a.** Donner les abscisses des points A et B de la droite graduée ci-dessous.



b. Reproduire cette droite graduée et placer les points C et D dont les abscisses sont à la distance 2,5 de zéro.

Donner les abscisses de ces points.

54 **a.** Tracer une droite graduée où le point I d'abscisse 1 est à 5 cm de l'origine O.

b. Placer les points R, S, T d'abscisses respectives –0,8 ; 1,6 ; –1,2.

c. Quel mot peut-on lire ?

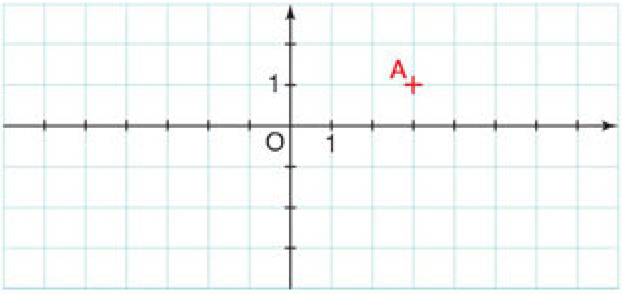
Repérage dans le plan

55 **1.** Donner les coordonnées du point A.

2. Reproduire cette figure et colorer :

a. en vert, les points qui ont la même abscisse que A,

b. en bleu, les points qui ont la même ordonnée que A.



56 **a.** Sur papier quadrillé, tracer un repère d’origine O et prendre le carreau pour unité de longueur sur les deux axes.

b. Placer les points :

- A(3 ; 2)
- B(3 ; −4)
- C(−2 ; 3)
- D(−3 ; −5)
- E(0 ; −3)
- F(−4 ; 0)

c. Placer le point M qui a la même abscisse que C et la même ordonnée que D.

57 **a.** Sur papier quadrillé, tracer un repère d’origine O et prendre 2 carreaux pour unité de longueur sur les deux axes.

b. Placer les points :

- A(−2,5 ; −1,5)
- B(1,5 ; 2,5)
- C(0 ; 3,5)
- D(1,5 ; −2,5)
- E(−1,5 ; 1,5)
- F(2,5 ; 0)

c. Placer le point N dont l’abscisse est l’opposée de celle de B et dont l’ordonnée est l’opposée de celle de C.

58 Recopier et compléter chaque phrase.

a. … d’un repère est le seul point dont les … sont égales à zéro.

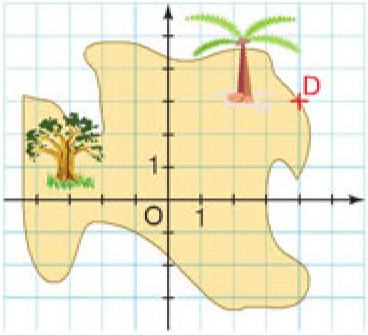
b. Tous les points situés au-dessus de l’… des abscisses ont une ordonnée … et ceux situés au-dessous, une ordonnée …

c. Tous les points situés à gauche de l’… des ordonnées ont une … négative et ceux situés à droite, une … positive.

d. Tous les points de l’axe des … ont une abscisse égale à zéro.

e. Tous les points de l’axe des … ont une ordonnée égale à zéro.

59 Mathilus est à la recherche d’un trésor. Il a débarqué sur l’île de la tortue au point D.



a. Écrire les coordonnées du point D.

b. Au point P(1 ; 3), il a trouvé une pelle.
Au point H(−4 ; 2), il a trouvé une hache.
Au point B(−4 ; −2), il a trouvé une barque.
Au point C(2 ; 0), il a trouvé un coffre.
Reproduire le repère ci-dessus et placer ces points.

c. Sachant que le trésor se trouve à l’intersection des diagonales du quadrilatère PHBC, aider Mathilus à trouver ce trésor en lui donnant les coordonnées du point T où il se situe.

Comparaison de nombres relatifs

60 Recopier et compléter avec > ou < ou =.

a. 27,1 … 3,12
b. −21 … 43
c. −7 … 7
d. −9 … −2
e. −6 … 0
f. −3,2 … −7,1
g. −2,10 … −2,1
h. 0,8 … 0

61 Recopier et compléter avec > ou <.

a. −2,3 … −2,4
b. −7,3 … −7,37
c. 5 … −50,1
d. 3,89 … 3,9
e. −3,4 … 2
f. −0,2 … −0,07
g. 8,41 … 8,3
h. −8,41 … −8,3

62 Recopier et remplacer 🟩 par le nombre entier relatif qui convient.

a. 36,02 < 🟩 < 37,56
b. −6,8 < 🟩 < −5,2
c. −0,7 < 🟩 < 0,34
d. −2,4 < 🟩 < −1,01

63 Recopier et compléter avec deux nombres entiers consécutifs.

a. … < 6,5 < …
b. … < −4,35 < …
c. … < −0,89 < …
d. … < 0,15 < …

64 Recopier et remplacer 🟩 par un chiffre afin que l’inégalité soit vraie.

a. −5,🟩 < −5
b. −2,🟩 < −2,7
c. −0,4 > −0,🟩
d. −1,6 > −1,🟩
e. −3,3 < −3,🟩
f. −0,🟩 > −0,7

65 Ranger les nombres donnés dans l’ordre croissant.

7,09	4,4	7,14	−1,2	−0,97	6

66 Ranger les nombres donnés dans l’ordre décroissant.

−4,3	−6,1	−0,4	0,7	−0,37	0,17	−0,45	0,175

67 Intercaler trois nombres relatifs entre −5,13 et −5.

68 Donner le nombre entier relatif le plus proche de :

a. −5,1
b. −5,9
c. −9,8

69 Ce tableau donne les températures moyennes sur les différentes planètes du système solaire.

Ranger ces planètes de la plus froide à la plus chaude.

Le rangement obtenu est-il dans l’ordre croissant ou décroissant des températures ?

Jupiter	−154 °C
Mars	−65 °C
Mercure	167 °C
Neptune	−220 °C
Saturne	−150 °C
Terre	15 °C
Uranus	−210 °C
Vénus	465 °C

Je m'entraîne

70 « Je suis un nombre relatif négatif qui s'écrit avec deux chiffres.
Ma distance à zéro est entre 3 et 4.
Mon chiffre des unités est la moitié de celui des dixièmes.
Qui suis-je ? »

71 « Je suis un nombre entier relatif.
Ma distance à zéro est comprise entre 10,7 et 19,3.
Mon opposé est compris entre 5,75 et 11,3.
Qui suis-je ? »

72 « Je suis un nombre entier relatif compris entre −51 et −42, dont la somme des chiffres est 10.
Qui suis-je ? »

73 Ce tableau cite quelques forages de pétrole et leur année de réalisation.

Nom d'exploitation	Date	Profondeur
Champ de Cognac	1979	
Champ de Marlin Sud	1994	
Champ Aconcagua	2002	
Tupi	2007	
Deepwater Horizon	2010	

Au cours des ans, le pétrole est extrait à des profondeurs de plus en plus grandes. Pour chaque exploitation, retrouver sa profondeur parmi les nombres :
- −2200
- −1000
- −10685
- −2000
- −300

74 Ranger ces températures par ordre croissant.
- +58 °C à El Azizia (Libye)
- −68 °C à Oïmiakon (Sibérie)
- −89,2 °C à Vostok (Antarctique)
- +44 °C à New York (USA)
- −41 °C à Mouthe (France)

Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C2

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

75 Le dessin dans le repère

La situation-problème

Réaliser le dessin de Mathilde et Nils, puis à votre tour d'imaginer un dessin que vous décrirez.

Les supports de travail

La règle, une feuille grand format à petits carreaux.

Doc. 1 **Les instructions de Mathilde**

Dans un repère, relier avec la règle dans cet ordre les points de coordonnées :
(−100 ; 3) ; (−120 ; 3) ; (− 60 ; 1) ; (0 ; 2,5) ; (40 ; 0,5) ; (20 ; 3) ; (50 ; 5) ; (0 ; 4) ; (−5 ; 5) ; (−20 ; 5) ; (− 25 ; 6,5) ; (−50 ; 6) ; (−45 ; 7) ; (−55 ; 7,5) ; (−80 ; 7) ; (−120 ; 3).

Doc. 2 **Les conseils de Nils**

« Dans le repère que nous avons choisi, les axes ne sont pas gradués avec la même unité. L'unité est 10 fois plus petite sur l'axe des abscisses que sur l'axe des ordonnées. »

Calcul mental et réfléchi

76 **a.** Compter de 2 en 2 de −11 à 9.
b. Compter de 2 en 2 de 7 à −7.
c. Compter de 10 en 10 de −40 à 50.

77 Écrire le plus petit nombre entier supérieur à chaque nombre.

a. 7,29 **b.** −3,9 **c.** −7,01
d. −6,18 **e.** 3,02 **f.** −99,999

78 Encadrer le nombre donné par deux nombres entiers relatifs consécutifs.

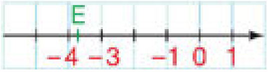
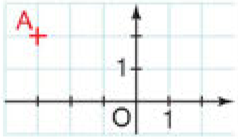
a. 3,7 **b.** −8,05 **c.** 6,2
d. −6,98 **e.** −2,54 **f.** +99,999

79 Écrire le plus grand nombre entier relatif inférieur à chaque nombre.

a. 7,14 **b.** −8,56 **c.** −1,09

Je m'évalue

Pour ces questions,
une seule réponse est exacte.

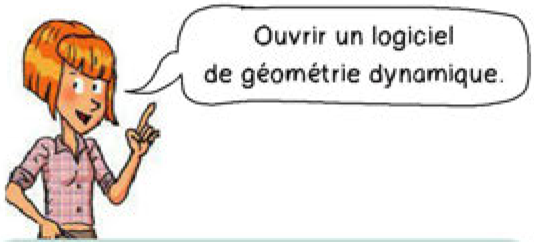
	a	b	c	En cas d'erreur
80 Dans l'ascenseur, pour me rendre au garage situé juste au-dessous du rez-de-chaussée, je choisis la touche…	1	−1	−2	→ § 1.c. p. 88
81 Sur cette droite graduée, l'abscisse du point E est… 	inférieure à −4	comprise entre −4 et −3	supérieure à −3	→ § 2.a. p. 90
82 Parmi ces nombres relatifs, celui qui a la plus grande distance à zéro est…	7,3	−6,8	−10,7	→ § 2.a. p. 90
83 Dans ce repère, les coordonnées du point A sont… 	(2 ; −3)	(−3 ; 2)	(3 ; 2)	→ § 2.b. p. 90
84 Des nombres −0,75 ; −0,4 et −0,17 le plus grand est…	−0,75	−0,4	−0,17	→ § 3.d. p. 92
85 La liste rangée par ordre décroissant est…	−1,31 ; −1,3 ; −1,29 ; 1,2 ; 2,01 ; 2,98	2,98 ; 2,01 ; 1,2 ; −1,29 ; −1,3 ; −1,31	−1,29 ; −1,3 ; −1,31 ; 1,2 ; 2,01 ; 2,98	→ exercice résolu 11 p. 93

Pour ces questions,
plusieurs réponses sont exactes.

	a	b	c	En cas d'erreur
86 Le nombre −8 peut s'écrire…	0 − 8	4 − 12	30,7 − 38,7	→ § 1.b. p. 88
87 Dans un repère, on donne les points A (0 ; 3), B (−5 ; 0) et C (4 ; −7). Alors…	A appartient à l'axe des ordonnées	B appartient à l'axe des abscisses	C appartient aux deux axes	→ exercice résolu 6 p. 91
88 −0,97 est compris entre…	−1 et 0	−0,5 et 0	−1 et −0,5	→ § 3.d. p. 92
89 Sans connaître les chiffres qui se cachent sous ■ et ◆…	on peut dire que 1◆ > −■1	on peut dire que −85,■2 < −8◆,31	on peut dire que −6, ■6 < −6,03◆	→ § 3 p. 92
90 L'opposé de 4,5 − 10 est…	−5,5	5,5	10 − 4,5	→ § 1.b. p. 88 et § 2.a. p. 90

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▸ p. 291

Avec un logiciel de géométrie



91 Lecture de coordonnées à l'écran

a. Afficher les axes (cliquer sur ⊥) et afficher la grille (cliquer sur ▦).

b. Utiliser •A et placer les points suivants qui ne doivent pas appartenir aux axes :

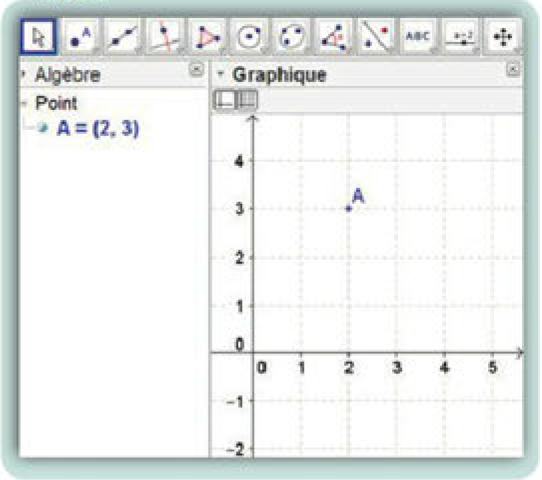
- A dont les deux coordonnées sont positives,
- B dont les deux coordonnées sont négatives,
- C dont l'abscisse est positive et l'ordonnée est négative,
- D dont l'abscisse est négative et l'ordonnée est positive.

c. Dans Affichage, cliquer sur ☰ Algèbre.
Dans la fenêtre Algèbre, lire les coordonnées des points A, B, C, D.

d. Fermer la fenêtre Algèbre.
Construire les symétriques des points A, B, C, D par rapport à l'axe des abscisses (utiliser Symétrie axiale).
Lire les coordonnées de ces points en ouvrant la fenêtre Algèbre.

e. Construire les symétriques des points A, B, C, D, par rapport à l'axe des ordonnées. Lire les coordonnées de ces points.

f. Déplacer les points A, B, C, D de façon à ne plus voir que quatre points à l'écran.



A = (2, 3)

92 Des quadrilatères particuliers

a. Afficher les axes et la grille.

b. Dans la zone de saisie, entrer `O=(0,0)` et `A=(4,–5)` .

c. Construire :

- le symétrique A' de A par rapport à l'axe des abscisses ;
- le symétrique A'_1 de A par rapport à l'axe des ordonnées ;
- le symétrique A'_2 de A par rapport à l'origine O.

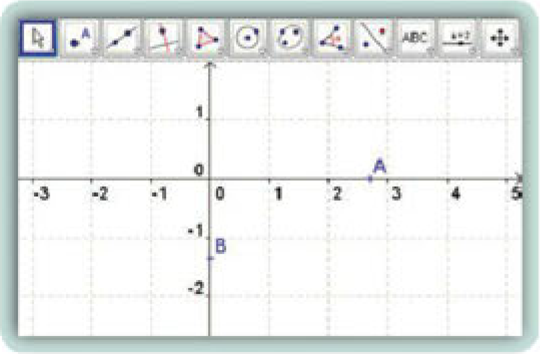
d. Lire les coordonnées des points obtenus dans la fenêtre Algèbre.

e. Tracer le polygone A A' A'_2 A'_1.
Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

f. Déplacer le point A et observer le quadrilatère $AA'A'_2A'_1$. Que constate-t-on ?

g. Déplacer le point A de façon que le quadrilatère $AA'A'_2A'_1$ soit un carré.
Quelle propriété vérifient alors les coordonnées du point A ?

93 Des points sur les axes



a. Placer un point A sur l'axe des abscisses et un point B sur l'axe des ordonnées.

b. Construire les points A' et B' symétriques respectifs de A et B par rapport à l'origine du repère.

c. Tracer le polygone AB'A'B. Quelle est sa nature ?
Peut-on obtenir un carré ? Si oui, comment ?

J'utilise mes compétences

S'initier au raisonnement

94 Enchaîner les déductions

« Je suis un nombre négatif qui s'écrit avec trois chiffres.
Mon chiffre des centièmes est un multiple de 3.
Mon chiffre des dixièmes est le tiers de celui des centièmes.
Mon chiffre des unités est la somme des chiffres des centièmes et des dixièmes.
Mon opposé est inférieur à 5. Qui suis-je ? »

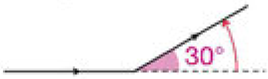
Nos conseils

La première phrase indique que ce nombre est négatif et a trois chiffres. Lire la suite de l'énoncé et en déduire si ce nombre a une virgule dans son écriture. Si oui, quelle est sa position ?

95 Comprendre une convention

Les instructions données à un robot utilisent des nombres relatifs. Voici deux exemples d'instructions données à ce robot.

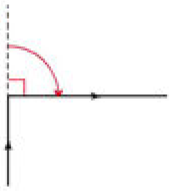
Virage de +30°



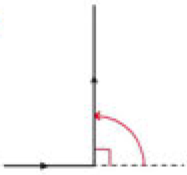
Virage de −30°

1. Retrouver les ordres donnés au robot.

a.

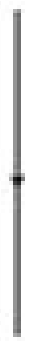


b.



2. Reproduire la figure ci-contre, puis représenter le déplacement du robot avec les instructions :

- virage de +60 ° ;
- virage de −110 °.



96 Conjecturer, puis prouver

1. a. Tracer un repère orthogonal sur papier quadrillé avec 2 carreaux pour unité sur chaque axe.

b. Placer les points M(1,5 ; 1,5), N(−2,5 ; 1,5), P(−2,5 ; −2,5), Q(1,5 ; −2,5).
Quelle est la nature du quadrilatère MNPQ ?

2. a. Placer les points A(1,5 ; 2,5), B(−3,5 ; 1,5), C(−2,5 ; −3,5), D(2,5 ; −2,5).
Conjecturer la nature du quadrilatère ABCD.

b. On considère les triangles AMB, BNC, CPD, AQD.
Quelle est leur nature ? Pourquoi sont-ils superposables ?

c. Que sait-on sur la somme des mesures des angles aigus d'un triangle rectangle ?
En déduire que $\widehat{BAD} = 90°$.

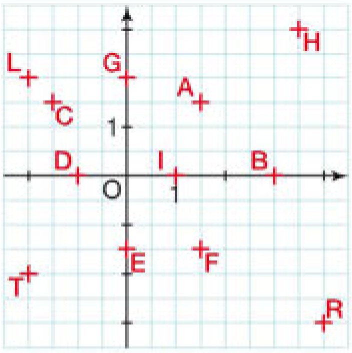
d. Prouver alors la conjecture émise à la question **a.**

Pour chercher

97 Décoder un message

a. Suivre le chemin donné par les points de coordonnées ci-dessous.

b. Quel mot utilisé dans ce chapitre obtient-on ?



- (4 ; −3)
- (0 ; −1,5)
- (−2 ; 2)
- (1,5 ; 1,5)
- (−2 ; −2)
- (1 ; 0)
- (1,5 ; −1,5)

98 Critiquer

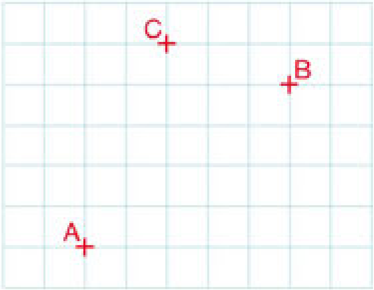
Qui a raison ?

99 Prendre une initiative

Dans un repère orthogonal dont les axes sont gradués en centimètres, on considère les points A(0 ; 4,5), B(3,5 ; 1) et C(−2 ; −1).
Quels sont tous les points à coordonnées entières situés à moins de 4 cm de chacun des points A, B et C ?

100 Imaginer une stratégie

Dans le repère ci-dessous, les axes ne sont pas tracés.



On sait que les coordonnées de A sont (−12 ; −13) et que celles de B sont (13 ; 11).
Quelles sont les coordonnées du point C ?

J'utilise mes compétences

101 Envisager tous les cas

Dans un repère orthogonal dont les axes sont gradués en centimètres, on considère les points A(−1 ; 2) et B(−1 ; −3).

Le rectangle ABCD a pour périmètre 18 cm.

Quelles sont les coordonnées des points C et D ?

102 Comprendre la localisation par GPS

a. Sur papier quadrillé, tracer un repère orthogonal d'origine O en prenant 1 carreau pour 10 km sur chaque axe.

b. Le GPS d'Oscar le situe à 30 km du satellite A de coordonnées (3 ; 5).

Construire l'ensemble des positions possibles d'Oscar.

c. Le satellite B de coordonnées (7 ; 2) indique une distance de 40 km avec Oscar.

À combien de points la localisation avec deux satellites est-elle réduite ?

d. Le satellite C de coordonnées (0 ; −2) qui indique 50 km permet de localiser Oscar.

Quelles sont donc les coordonnées du point où se trouve Oscar ?

e. Trois satellites suffisent mais, en pratique, cette localisation est vérifiée avec d'autres. Vérifier avec le satellite D de coordonnées (8 ; 14) qui indique une distance de 130 km avec le GPS d'Oscar.

103 Ranger en astronomie

La magnitude d'un astre est un nombre relatif qui mesure sa luminosité. Plus la magnitude est petite, plus l'étoile est brillante.

Astre	Magnitude	Astre	Magnitude
Soleil	−26,9	Véga	0
Vénus	−4,4	Sirius	−1,4
Proxima	11	Mars	−2,8
Neptune	8	Uranus	6
Grande Ourse	1,9	Lune (quartier)	−10
Aldébaran	1	Lune (pleine)	−12,6

a. Ranger ces nombres relatifs par ordre croissant.

b. Ranger ces astres du plus lumineux au moins lumineux.

104 Communiquer en anglais

−12,5   9,1   −0,47   −6,5   +71   −5,07

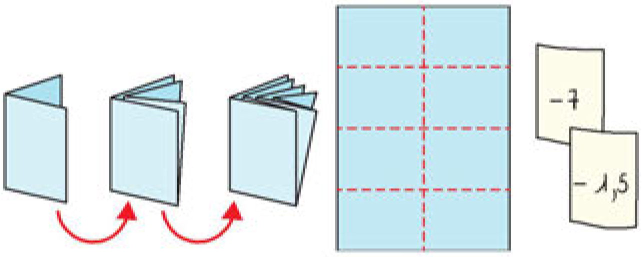
What are the positive relative numbers?

What are the negative relative numbers?

105 Travailler en groupe

On se propose de constituer un jeu de bataille. Chacun des 4 élèves du groupe va fabriquer 8 cartes de la façon suivante.

1. a. Plier en 8 une feuille de format A4 comme sur le modèle :



b. Découper les 8 rectangles obtenus.

c. Écrire sur chaque rectangle un nombre relatif en respectant la règle suivante :

- de 2 en 2 de −6 à 8 pour le 1^{er} élève ;
- de 2 en 2 de −7 à 7 pour le 2^e ;
- de 2 en 2 de −7,5 à 6,5 pour le 3^e ;
- de 2 en 2 de −6,5 à 7,5 pour le 4^e.

Le jeu est maintenant prêt.

2. Mélanger les cartes, faces cachées, distribuer 8 cartes à chaque élève et jouer à la bataille. Bien sûr, c'est la carte qui porte le plus grand nombre qui l'emporte.

106 Problème ouvert

Dans un repère orthogonal dont les axes sont gradués en centimètres, placer les points B(−2 ; −2) et C(4 ; −2).

Les coordonnées du point A sont deux nombres entiers relatifs et le triangle ABC est un triangle d'aire 12 cm^2.

Où se trouve le point A ?

107 Narration de recherche

▸ Problème

Les points A, B et C appartiennent à la même droite graduée.

Si l'on prend B pour origine, alors C a pour abscisse 9.

Si l'on prend A comme origine, alors B a pour abscisse −4.

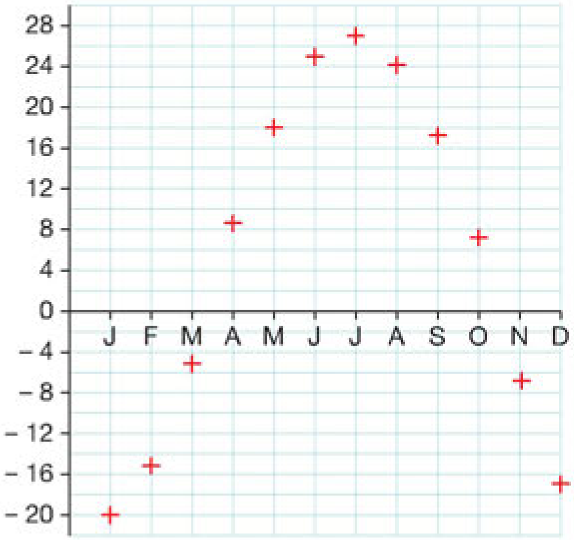
Quelle est l'abscisse de C, si A est l'origine ?

Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

J'utilise mes compétences

108 Lire un graphique

Ce graphique représente la température maximale moyenne pour chaque mois à Manzhouli, ville de Mongolie-Intérieure, en Chine.



Des festivals de sculpture sur glace se déroulent à Manzhouli durant certains mois.
Quels peuvent être ces mois ?

109 Creuser en archéologie

Quand les archéologues ouvrent un chantier de fouilles, ils déterminent le niveau 0 à partir duquel sera indiquée la profondeur à laquelle chaque objet a été trouvé. Voici la liste des découvertes faites sur un chantier préhistorique et leurs profondeurs.

Objet	Profondeur
Biface	–1,35 m
Perçoir	–0,56 m
Galet aménagé	–2,01 m
Harpon	–0,47 m
Racloir	–0,94 m

a. Ranger les objets du plus profond au moins profond.
b. Le niveau 0 de ce chantier correspond à l'altitude +84,50 m par rapport au niveau de la mer.
Calculer l'altitude à laquelle chaque objet a été découvert.

110 Connaître la géothermie

La géothermie est une énergie renouvelable qui utilise la chaleur naturelle produite à l'intérieur de la Terre. La température augmente, en moyenne, de 3 °C pour 100 m de profondeur. En supposant une température de 15 °C au sol, donner la température de l'eau située à :
a. –100 m **b.** –1 km **c.** –2 km **d.** –2,5 km

111 Résoudre une énigme

Yuna et sa petite sœur Maëlle jouent à un jeu. Yuna choisit un nombre relatif que Maëlle doit deviner en proposant des nombres.
Pour chaque nombre proposé, Yuna répond : « plus petit » ou « plus grand ». Voici leurs échanges :

Maëlle dit	Yuna répond
4	Plus petit
0	Plus petit
–5	Plus grand
–3	Plus petit
–4	Plus petit
–4,7	Plus grand
–4,5	Plus petit

a. Quel inconvénient présente ce jeu ?
b. Proposer une contrainte à imposer au nombre choisi pour éviter cet inconvénient.

Jeux & Casse-tête

112 Jouer d'un instrument

Émilien a un petit clairon qui n'a que 6 notes. Après avoir joué une note, il ne sait jouer que la même note (=) ou la note immédiatement au-dessus (+) ou immédiatement au-dessous (–).
Voici quatre partitions :

A	– – – = + – = – – = = = +
B	– – + – – + – – = – + – –
C	+ = = = + = = = + = = = + = = = +
D	– – – – – = + + + + + = – – – – –

Une de ces partitions ne peut pas être jouée par Émilien, laquelle ?

D'après concours Castor Informatique

113 Le nombre mystérieux

« Je suis un nombre entier relatif compris entre –29 et –13. Ma distance à 0 est divisible par 7 et par la somme de mes chiffres. Qui suis-je ? »

Tâches complexes

SOCLE Compétences : **114** C1-C2 **115** C1-C2-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

114 Plongée sous-marine

La situation-problème

Jack a des tympans sensibles et le médecin lui a conseillé de ne pas plonger **en mer** à plus de 30 m de profondeur. En vacances, il s'apprête à plonger dans un lac à 2 000 m d'altitude.

À quelle profondeur pourra-t-il descendre au maximum ?

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, le tableur.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 La pression atmosphérique

- L'unité de pression la plus utilisée est le bar.
- La pression atmosphérique est de 1 bar au niveau de la mer. Elle diminue de 0,1 bar chaque fois que l'on s'élève de 1 000 m (jusqu'à 5 000 m).

Doc. 2 La pression totale

Un plongeur subit, comme tout le monde, la pression atmosphérique à laquelle s'ajoute la pression due au poids de l'eau ou pression hydrostatique.

La pression totale à laquelle est soumise un plongeur est la somme de ces deux pressions.

Doc. 3 La pression en plongée

Ce tableau indique la pression hydrostatique à différentes profondeurs.

Profondeur (en m)	0	– 10	– 15	– 20	– 25	– 30	– 35
Pression hydrostatique (en bars)	0	1	1,5	2	2,5	3	3,5

115 Compter ses points sur son permis

La situation-problème

Le 26 juin 2014, Gaël, qui conduit d'habitude une voiture, vient d'être verbalisé en scooter.

Aider Gaël à déterminer s'il a encore le droit de conduire ou s'il doit repasser son permis.

Les supports de travail

Les documents.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 Les dates importantes pour Gaël

Date	Délit
18/06/2005	Obtention du permis
24/10/2008	Dépassement dangereux
12/05/2009	Circulation de nuit sans éclairage
13/01/2011	Chevauchement de ligne continue
08/09/2011	Stage de sensibilisation
08/01/2013	Téléphone au volant
26/06/2014	Défaut de port du casque

Doc. 2 Restitution des points du permis

- **Les points initiaux**
À l'obtention du permis, le jeune conducteur dispose de 6 points. Pendant 3 ans, son total de points augmente de 2 points par an pour atteindre un capital de 12 points en l'absence d'infraction.

- **Restitution des points**
Au bout de 6 mois : Si l'on n'a perdu qu'un seul point, on le récupère automatiquement en l'absence d'autre retrait.
Au bout de 2 ans : Si l'on ne commet pas d'infraction, on récupère tous les points.
Au bout de 3 ans : Si l'une des infractions est considérée comme un délit ou une contravention de 4^e ou 5^e classe, on récupère les points au bout de 3 ans.
Si l'on commet une nouvelle infraction pendant ces périodes, le délai recommence à courir à partir de la dernière condamnation.

- **Les stages de sensibilisation** permettent de récupérer immédiatement 4 points.

Doc. 3 Le barème des retraits de points pour certaines infractions

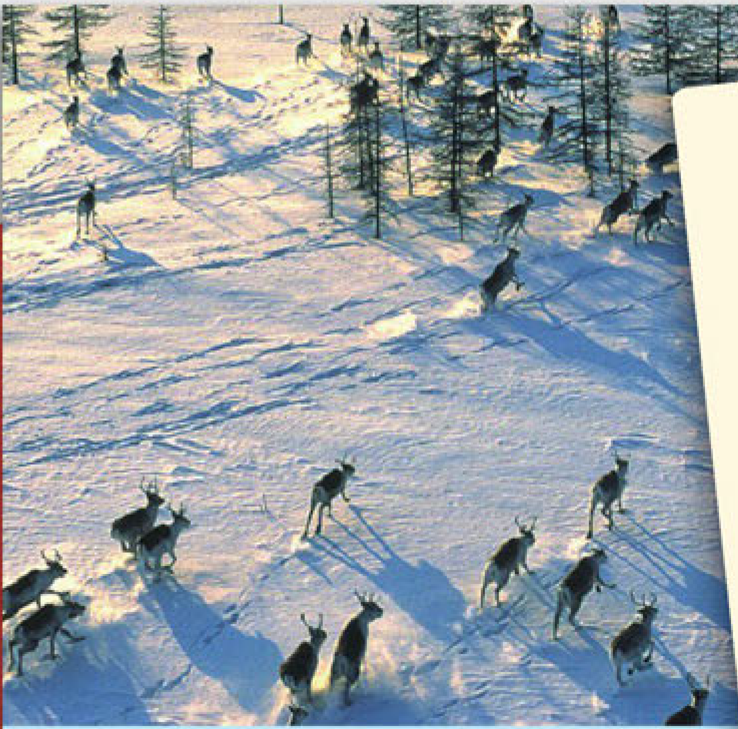
3^e, 4^e, 5^e désignent la classe de chaque contravention.

Téléphone au volant	–3	4^e
Défaut de port du casque	–3	4^e
Excès de vitesse > 20 km/h et < 30 km/h	–2	4^e
Circulation de nuit sans éclairage	–4	3^e

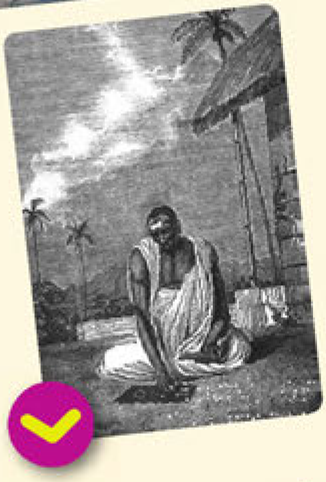
Alcoolémie positive (0,5 g/L à 0,8 g/L)	–6	5^e
Défaut de ceinture de sécurité	–3	4^e
Chevauchement de ligne continue	–1	4^e
Dépassement dangereux	–3	4^e

CHAPITRE 6

Addition, soustraction de nombres relatifs



Le nord-est de la Sibérie connaît l'amplitude thermique la plus forte de la planète.
Les températures peuvent varier de –64 °C en hiver à +38 °C en été, soit une différence de 102 °C.



Au fil des siècles

Au VII^{e} siècle, le mathématicien indien Brahmagupta (représenté ci-dessus) fut le premier à donner des règles de calcul sur les profits et les pertes dans les échanges commerciaux.
Il énonça : « Une dette retranchée du néant devient un bien et un bien retranché du néant devient une dette. »

→ Quels nombres représentent les dettes ? les biens ? le néant ?

Les capacités du programme	SOCLE 5^{e}	Choix d'exercices
• Calculer la somme de deux nombres relatifs.		19-34
• Calculer la différence de deux nombres relatifs.		26-49
• Déterminer la distance de deux points d'abscisses données sur une droite graduée.		29-66
• Calculer une expression dans laquelle interviennent les signes + , – et éventuellement des parenthèses.		2-70
• Écrire un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs en utilisant correctement des parenthèses.		11-15

Je découvre

ACTIVITÉ 1 Addition de deux nombres relatifs

Joueur	Partie 1	Partie 2
Mathéo	5	–25
Inès	–19	–32
Éloïse	22	–12
Romain	–19	65
Francisca	–10	8
Farès	4	–4

Un jeu se joue en deux parties.

1. Mathéo a gagné 5 points à la 1^{re} partie et perdu 25 points à la 2^e partie.

a. Quel est le bilan des points de Mathéo après ces deux parties ?

Info
Pour éviter la succession de deux signes, on met des parenthèses.

b. Recopier et compléter :

5 + (– 25) = ...

2. Pour chacun des autres joueurs du tableau ci-dessus, écrire une égalité indiquant son bilan après les deux parties.

3. a. En observant les égalités précédentes, faire des remarques sur le calcul d'une somme de deux nombres relatifs selon qu'ils ont le même signe ou non.

b. Que peut-on dire de la somme de deux nombres relatifs opposés ?

ACTIVITÉ 2 Suite d'additions

Calculer habilement :

- A = –2 + 7 + (–5) + (–7)
- B = 2,8 + (–19) + 3,2 + (–1)
- C = 12,4 + (–7) + 5 + 7 + (–2,4)

Info
Lorsque l'on additionne des nombres relatifs, on peut :
- changer l'ordre des termes,
- regrouper différemment les termes.

ACTIVITÉ 3 Soustraction de nombres relatifs

Le tableau ci-dessous donne les températures moyennes relevées (en °C) dans certaines villes du monde pour les mois de janvier et d'août.

	Paris	New York	Johannesbourg	Dumont d'Urville	Sidney
Janvier (J)	5	–1	20	–2	22
Août (A)	19	25	10	–16	12,5
Écart A – J	19 – 5 = ...	25 – (–1) = ...	10 – 20 = ...	–16 – (–2) = ...	12,5 – 22 = ...

a. Calculer l'écart A – J pour Paris.

b. Pour calculer cet écart pour New York, on peut utiliser le fait que (–1) + 1 = 0 et procéder comme ci-dessous.

25 – (–1) = 25 – (–1) + 0
25 – (–1) = 25 – (–1) + (–1) + 1
25 – (–1) = 25 + 1

Quel est cet écart pour New York ?

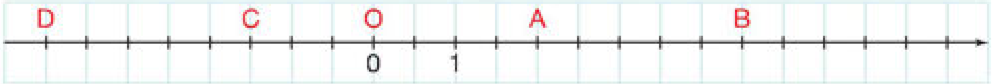
c. Recopier et compléter : 10 – 20 = 10 – 20 + 0 = 10 – 20 + 20 + (–20) = ...

Quel est l'écart A – J pour Johannesbourg ?

d. Calculer l'écart A – J pour Dumont d'Urville (Antarctique), puis pour Sidney.

e. Recopier et compléter : « Soustraire un nombre relatif revient à additionner ... ».

ACTIVITÉ 4 Distance sur une droite graduée



1. a. Donner les abscisses des points A, B, C, D de la droite graduée ci-dessus.

b. Donner la distance AB. Comment retrouver cette distance à l'aide des abscisses de A et B ?

c. Donner les distances CD, AC et BD.

Retrouver ces distances à l'aide d'une soustraction des abscisses des points.

d. Énoncer une règle pour déterminer la distance de deux points d'abscisses données sur une droite graduée.

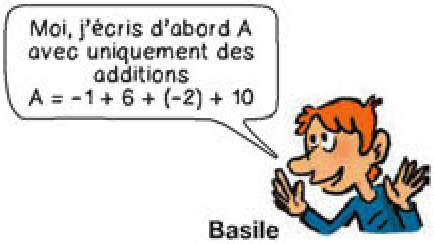
2. M et N sont les points de la droite graduée ci-dessus situés à la distance 8,5 du point A. Déterminer les abscisses de ces points :

a. par lecture sur la droite graduée ;

b. par le calcul.

ACTIVITÉ 5 Suite d'additions et de soustractions

Fatou et Basile doivent calculer l'expression suivante : A = –1 + 6 – 2 – (–10).



1. a. Calculer A avec la méthode de Fatou.

b. Quelle propriété de la soustraction Basile utilise-t-il pour transformer l'écriture de A ? Calculer alors A comme l'indique Basile.

c. Que constate-t-on ?

2. Calculer l'expression B à la main : B = –0,6 + 4,5 – (8,2 – 2,8) – (8,5 – 10).

ACTIVITÉ 6 Avec une écriture simplifiée

1. Pour calculer l'expression A de l'activité **5**, Louise commence par écrire :

A = –1 + 6 – 2 + 10

Justifier cette écriture de A.

Calculer alors A en effectuant les calculs de la gauche vers la droite.

2. Voici un extrait du relevé de compte de M. Ixezed.

Pour connaître son nouveau solde, il doit calculer :

E = –20 + 70 + (–108) + 128 + (–64) + 300

a. Expliquer pourquoi E peut aussi s'écrire :

E = –20 + 70 – 108 + 128 – 64 + 300

b. Calculer alors E.

Date	Débit	Crédit
1/01	–20	70
4/01	–108	128
7/01	–64	300

J'apprends

1 Addition de nombres relatifs

a Règles de calcul

RÈGLE 1 La somme de deux nombres relatifs de **même signe** :
- a pour signe, le signe commun aux deux nombres ;
- a pour distance à zéro, la somme des distances à zéro.

EXEMPLES

Somme de nombres positifs.
3,4 + 2,25 = **5,65**

Somme positive

Somme de nombres négatifs.
–6,3 + (–3,7) = **–10**

Somme négative
6,3 + 3,7 = 10

RÈGLE 2 La somme de deux nombres relatifs de **signes contraires** :
- a pour signe, le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro ;
- a pour distance à zéro, la différence des distances à zéro.

EXEMPLES

Somme de 3,5 et –2.
3,5 + (–2) = **1,5**

3,5 > 2 donc la somme est du signe de 3,5.
3,5 - 2 = 1,5

Somme de –3,5 et 2.
–3,5 + 2 = **–1,5**

3,5 > 2 donc la somme est du signe de -3,5.
3,5 - 2 = 1,5

b Nombres opposés

PROPRIÉTÉ La somme de deux nombres relatifs **opposés** est égale à **0**.

EXEMPLES
- –4 + 4 = 0
- 3,2 + (–3,2) = 0

c Propriétés de l'addition

PROPRIÉTÉS Pour calculer une somme de plusieurs termes, on peut :
- **modifier l'ordre** des termes ;
- **regrouper** différemment les termes.

EXEMPLE 1 5 + (–7) = –2 et –7 + 5 = –2

Modifier l'ordre des termes d'une somme ne change pas le résultat.

EXEMPLE 2

A = –5 + 3,4 + (–2,4)
A = –7,4 + 3,4
A = –4

ou

A = –5 + 3,4 + (–2,4)
A = –5 + 1
A = –4

Exercice résolu Additionner des nombres relatifs

1 Énoncé

Calculer à la main chaque expression en détaillant les étapes.

- A = −5,1 + 6,3 + (−4,2) + 2,1
- B = −7,1 + (−3,6) + (−4,3) + 3,6

Solution

- A = −5,1 + 6,3 + (−4,2) + 2,1

  A = −5,1 + (−4,2) + 6,3 + 2,1

  A = −9,3 + 8,4

  A = −0,9
- B = −7,1 + (−3,6) + (−4,3) + 3,6

  B = −7,1 + (−4,3) + (−3,6) + 3,6

  B = −7,1 + (−4,3)

  B = −11,4

Nos conseils

- Pour calculer une telle expression :

  – on peut effectuer les calculs de la gauche vers la droite ;

  – ou bien, comme ici, regrouper les nombres positifs et regrouper les nombres négatifs.
- Pour B, on peut regrouper les nombres opposés −3,6 et 3,6 pour profiter du fait que :

  (−3,6) + 3,6 = 0.

Exercices d'application

2 Dans chaque cas, calculer à la main en détaillant les étapes.

A = −2,8 + (−5,1) + (−1,1) + 7

B = 6,2 + (−8) + 4,2 + (−1,5)

C = −7,2 + 22,12 + 7,2 + (−19)

D = 2,3 + 4,45 + (−2,7) + (−4,45)

3 Dans chaque cas, calculer de la gauche vers la droite.

A = −18 + (−20) + (−2) + 50

B = 32 + (−41) + 42 + (−63) + 25

C = −70 + 65 + 23 + (−31)

4 Dans chaque cas, calculer après avoir regroupé les nombres de même signe.

A = −3,2 + 8,7 + (−6,8) + 5,3

B = −2 + (−3) + 17 + (−5) + 3

5 Dans chaque cas, calculer habilement.

A = 3,56 + (−6,5) + 7,5 + (−3,56) + 9

B = −4,4 + (−7,3) + (−1,7) + 5,4

6 Dans chaque cas, calculer à la main de deux façons différentes.

A = 1,7 + 2,5 + (−3,4) + (−2,6)

B = −42 + (−21) + 61 + 11

C = 2,5 + (−3) + 7 + (−4,5)

7 Vrai ou faux ?

Meddy affirme : « Deux de ces expressions donnent le même résultat ».

Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Expliquer.

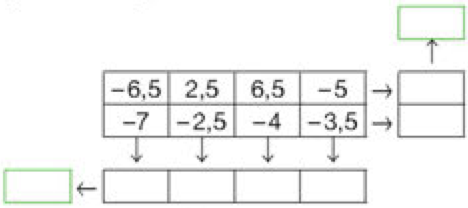
A = 14 + (−20) + 1 + (−14) + (−7)

B = 18 + (−20) + 2 + 14 + (−7)

C = −7 + 14 + (−8) + (−20) + (−5)

8 Chaque flèche indique qu'il faut additionner les nombres de la ligne ou de la colonne correspondante.

a. Recopier et compléter.



						↑
	−6,5	2,5	6,5	−5	→	
	−7	−2,5	−4	−3,5	→	
	↓	↓	↓	↓		
←						

b. Que remarque-t-on ?

9 Voici les bilans des points obtenus à trois parties d'un jeu vidéo par trois participantes.

Calculer le bilan des trois parties pour chacune.

	Partie 1	Partie 2	Partie 3
Maëva	+15	−6	+76
Albane	−14	−8	+14
Virginie	+5	+34	−11

2 Soustraction de nombres relatifs

a Nombre manquant

DÉFINITION a et b désignent deux nombres relatifs.
La différence $b - a$ est le nombre manquant dans l'égalité $a + \ldots = b$.

EXEMPLE Différence 8 – (–2).
–2 + 10 = 8 donc la différence 8 – (–2) est égale à 10. Ainsi 8 – (–2) = 10.

b Règle de calcul

PROPRIÉTÉ Pour soustraire un nombre relatif, **on ajoute son opposé**.

EXEMPLES

- $2 - 7 = 2 + (-7)$
  $2 - 7 = -5$

L'opposé de 7 est −7.

- $8 - (-2) = 8 + 2$
  $8 - (-2) = 10$

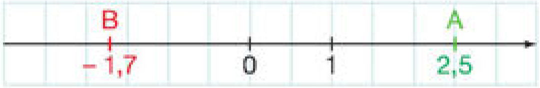
L'opposé de −2 est 2.

Attention ! Il ne faut pas changer l'ordre des termes d'une différence.
En effet, 2 – 7 = –5 mais 7 – 2 = 5.

c Distance sur une droite graduée

PROPRIÉTÉ Sur une droite graduée, la distance de deux points est égale à **la différence entre la plus grande abscisse et la plus petite**.

EXEMPLE Distance des points A d'abscisse 2,5 et B d'abscisse –1,7.



$2{,}5 > -1{,}7$ donc : $AB = 2{,}5 - (-1{,}7)$ c'est-à-dire $AB = 2{,}5 + 1{,}7 = 4{,}2$

Remarques. Les distances AB et BA sont égales. Une distance est toujours **positive**.

d Suite d'additions et de soustractions

EXEMPLE Calcul de A = –6 + (–5) – 4 – (–3).

- **1**

Exercice résolu Écrire un programme de calcul

10 **Énoncé**

Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Ajouter –3.
- Soustraire la différence entre 5 et –11.
- Soustraire –6.

On choisit le nombre 10.

a. Écrire l'expression A qui permet de calculer le nombre obtenu avec ce programme.

b. Calculer le nombre obtenu.

Solution

a.

10

Ajouter – 3

$10 + (-3)$

Soustraire la différence entre 5 et –11

$10 + (-3) - (5 - (-11))$

Soustraire –6

$A = 10 + (-3) - (5 - (-11)) - (-6)$

b. $5 - (-11) = 5 + 11 = 16$

donc $A = 10 + (-3) - 16 - (-6)$

$A = 10 + (-3) + (-16) + 6$

$A = \underbrace{10 + 6 + (-16)} + (-3)$

$A = 0 + (-3)$

$A = -3$

Nos conseils

- Pour soustraire une différence (ou une somme), il faut penser à l'écrire entre parenthèses.
- Pour calculer A, on commence par effectuer les calculs écrits entre parenthèses.
- On écrit A avec des additions uniquement.
- On change l'ordre des termes et on profite du fait que : $10 + 6 + (-16) = 16 + (-16) = 0$.

Exercices d'application

11 Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Ajouter la différence entre 4 et 15.
- Soustraire la différence entre –3 et –8.

Adeline choisit le nombre –5.

a. Écrire l'expression B qui permet de calculer le nombre obtenu avec ce programme.

b. Calculer le nombre obtenu.

12 Rémy affirme : « Au nombre 9, je soustrais la différence entre –3 et –5, puis j'ajoute la somme de –4 et 7 ».

Écrire l'expression C qui permet de calculer le nombre obtenu par Rémy, puis la calculer.

13 Charlène : « À un nombre, j'ajoute –4, puis je soustrais la différence entre 2 et –7. Je trouve 0. Quel nombre ai-je choisi au départ ? »

14 Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Soustraire –5.
- Ajouter la différence entre 2 et –3.
- Soustraire la somme de –9 et –11.

Claire affirme : « Ce programme revient à soustraire 2 au nombre choisi ».

A-t-elle raison ? Expliquer.

15 Voici une expression : D = … + (–7) – (–2 – 7) – 3.

a. Rédiger un programme de calcul conduisant à cette expression.

b. Calculer D lorsque l'on remplace … par –2.

16 Voici une expression : E = … – (3 – (–7)) + 5 – 6.

a. Rédiger un programme de calcul conduisant à cette expression.

b. Calculer E lorsque l'on remplace … par 20.

Je m'entraîne À L'ORAL

Addition de nombres relatifs

17 Compléter les phrases suivantes.

a. La somme de deux nombres négatifs est … .
b. La somme de deux nombres positifs est … .
c. La somme de deux nombres … est égale à 0.

18 Dans chaque cas, donner le signe de la somme.

a. −19 + (−52) **b.** 7,5 + (−1,4)
c. −1,2 + 3,4 **d.** −42 + 7
e. −1,3 + (−2,7) **f.** 8 + (−7,5)

19 **CALCUL MENTAL** Calculer mentalement :

a. 27 + 33 **b.** −18 + (−25)
c. −7 + 42 **d.** 12 + (−45)
e. 16 + (−30) **f.** −14 + 20

20 **CALCUL MENTAL** Calculer mentalement :

a. 7,3 + 2,4 **b.** −3,1 + (−2,7)
c. −2,5 + 3 **d.** 1,9 + (−2,8)
e. 1 + (−7) **f.** −2 + 1,5

21 **CALCUL MENTAL** Calculer mentalement :

a. 2 + (−11) + 8 **b.** −9 + 4 + (−5)
c. −2,5 + (−3,5) + 14 **d.** 3,6 + (−2,1) + 1,5

22 **CALCUL MENTAL** Calculer habilement :

a. 3,4 + 5,7 + (−1,7) + (−1,7) + 0,3
b. −3,25 + (−7) + (−2,65) + 3,25
c. 7,15 + 8,4 + (−7) + (−8)

Soustraction de nombres relatifs

23 Lire chaque phrase en complétant les pointillés.

a. 15 + … = 12 donc 12 − 15 = …
b. −4 + … = −19 donc −19 − (−4) = …
c. … + 10 = −25 donc … − … = …
d. … + (−7) = −20 donc … − … = …

24 Lire chaque phrase en complétant les pointillés.

a. Soustraire −10 revient à ajouter … .
b. Soustraire 4 revient à ajouter … .
c. Soustraire −11 à 5 revient à ajouter … à … .
d. Soustraire 7 à 3 revient à ajouter … à … .

25 Lire chaque phrase en complétant les pointillés.

a. −11 − 2 = −11 + (…) = …
b. 7 − (−3) = 7 + … = …
c. −15 − (−8) = −15 + … = …
d. 7 − 15 = 7 + (…) = …

26 **CALCUL MENTAL** Transformer les soustractions suivantes en additions, puis calculer mentalement.

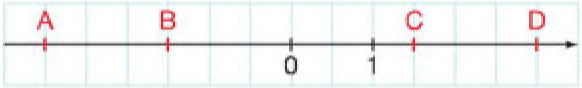
a. 6,5 − (−3,1) **b.** −1,4 − 5
c. −4 − (−2,5) **d.** 8,2 − 10

27 **CALCUL MENTAL** Calculer mentalement :

a. 7 − 12 **b.** −7 + 12 **c.** −7 − 12

Distance sur une droite graduée

28



1. Lire les abscisses des points A, B, C, D sur cette droite graduée.
2. Donner les distances :
a. AB **b.** CA **c.** CD **d.** AD

29 **CALCUL MENTAL** Sur une droite graduée, M est le point d'abscisse −75 et N est le point d'abscisse −50. Quel calcul permet de connaître la distance MN ? Effectuer ce calcul mentalement.

30 **CALCUL MENTAL** Sur une droite graduée, on considère les points : E d'abscisse 11, F d'abscisse −15, G d'abscisse −2, H d'abscisse −8,5.

a. Calculer les distances EG et FG.
Que peut-on en déduire ?
b. Calculer les distances FH et GH.
Que peut-on en déduire ?

Suite d'additions et de soustractions

31 **CALCUL MENTAL** Calculer mentalement :

a. −2 + 6 − (12 − 15) + 3
b. 5 − 7 + 6 − (−3 + 9)
c. −14 − (−8) + 6 − 5

32 **CALCUL MENTAL** Le 10 février à 18 h, la température était de 2° C.
De 18 h à 22 h, elle a baissé de 4 °C.
De 22 h à 0 h, elle a baissé de 2 °C.
De 0 h à 2 h, elle a augmenté de 3 °C.
De 2 h à 4 h, elle a baissé de 5 °C.
De 4 h à 7 h, elle a augmenté de 1 °C.
Calculer mentalement la température relevée à 7 h le 11 février.

Addition de nombres relatifs

33 Associer une somme de deux nombres relatifs à chaque phrase. Calculer cette somme et traduire le résultat obtenu pour la situation.

a. Ce matin, la température a augmenté de 7,5 °C et cette après-midi, elle a augmenté de 5,6 °C.

b. Au mois de janvier, le prix de ce manteau a baissé de 7,50 € et au mois de février, il a baissé de 18,50 €.

c. L'ascenseur est monté de 4 étages, puis est descendu de 7 étages.

d. Le sous-marin a plongé de 100 m, puis est remonté de 300 m.

Pour les exercices 34 à 37, calculer à la main.

34 **a.** −2,5 + (−7,5) **b.** −7,3 + 6,4 **c.** −4,1 + 2,25 **d.** 8,2 + (−4,7)

35 **a.** −15,7 + 4,3 **b.** −213 + (−321) **c.** 9 + (−7,8) **d.** 6,1 + (−5,3)

36 **a.** 12,4 + (−12,4) **b.** 54 + (−34,2) **c.** −74,5 + 46,3 **d.** −26 + (−17)

37 **a.** −37 + (−76) **b.** −3,57 + 3,57 **c.** −9 + 7,35 **d.** −159,1 + 357,9

38 Recopier, puis relier les nombres dont la somme est égale à − 20.

−23,6 • −4,7 • 11,3 • −12,6 • −27,2 •

• −7,4 • 3,6 • −15,3 • −31,3 • 7,2

39 **a.** Jules César est né en −100. Il avait 48 ans lorsqu'il a battu Vercingétorix à Alésia.
En quelle année, la bataille d'Alésia a-t-elle eu lieu ?

b. Cléopâtre est née en −69.
Elle est devenue reine d'Égypte à l'âge de 18 ans.
En quelle année, son règne a-t-il débuté ?

c. Marc Antoine est né en −83. Il a rencontré Cléopâtre alors qu'il avait 42 ans.
En quelle année, cette rencontre a-t-elle eu lieu ?

40 Recopier et compléter en écrivant dans chaque case la somme des nombres écrits dans les deux cases précédentes.

a.

−18	11				

b.

8,2	−5,4				

c.

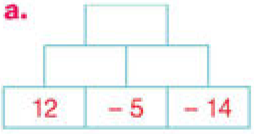
−1,7	−3,4				

41 Adrien, Mathilde et Faïza font le bilan de leurs comptes à la fin de chaque quinzaine.
Recopier et compléter ce tableau.

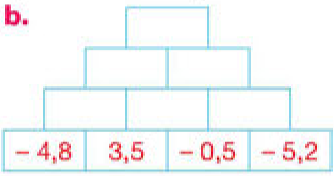
	1re quinzaine	2e quinzaine	Bilan mensuel
Adrien	+325,00	−152,40	
Mathilde	−137,50	+224,00	
Faïza	+254,50	−292,70	
Bilan du groupe			

42 Dans chaque brique, le nombre à inscrire est la somme des deux nombres situés en dessous.
Recopier et compléter chaque mur de briques.

a.



b.



43 Dans chaque cas, remplacer les pointillés par le signe + ou le signe − de façon à obtenir une égalité vraie.

a. 6,2 + (… 3,5) = … 2,7
b. … 5,4 + (… 3,2) = −8,6
c. … 15 + (… 5,4) = −9,6
d. −7,3 + (… 2,8) = … 10,1
e. … 5,4 + (… 6,7) = 12,1

44 Calculer chaque expression en regroupant les nombres positifs et en regroupant les nombres négatifs.

A = 13 + (−12) + 26 + (−18)
B = −3,2 + (−10) + 7,6 + (−9,4) + 5,4
C = 15 + (−8) + 3 + (−2,75) + (−6,25)
D = −32 + 14 + 7 + (−20) + (−18) + 60

45 Calculer le plus simplement possible.

a. 8 + (−12) + (−3) + 12
b. 12,5 + (−8,3) + (−6,7) + (−4,5)
c. −508 + 1014 + (−100) + 0 + (−14) + 508
d. 20,4 + (−12,1) + 7,6 + 3,5 + (−6,9) + (−3,5)
e. −28 + 35 + (−22) + (−3) + 25 + (−47)

Je m'entraîne

46 Dans un carré magique, on obtient le même résultat en additionnant les nombres de chaque ligne, de chaque colonne, de chaque diagonale.

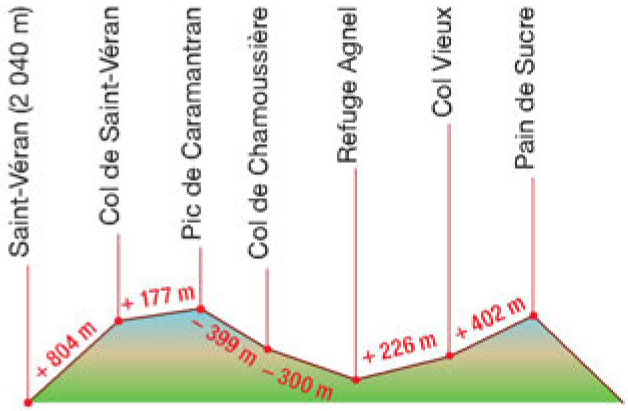
a. Le carré de gauche est-il magique ?

b. Recopier et compléter le carré de droite pour qu'il soit magique.

–9	16	–19
–14	–4	6
11	–24	–1

–3		–1
	0	
1		

47 Le croquis ci-contre indique la dénivellation en mètres entre deux points successifs.
À quelle altitude culmine le Pain de sucre ?



Soustraction de nombres relatifs

48 Recopier et relier chaque différence du tableau du haut à son résultat dans le tableau du bas.

–6 – 2	4 – 7	9 – 2	2 – 6	–9 – 3
•	•	•	•	•

•	•	•	•	•
7	–8	–12	–3	–4

Pour les exercices 49 à 52, calculer à la main.

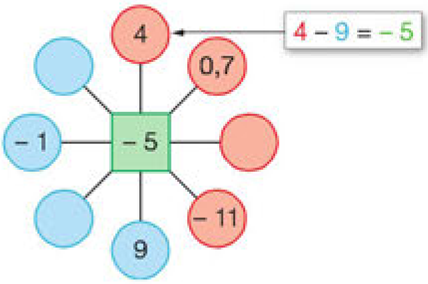
49 **a.** 12,5 – (–3,7) **b.** –9,6 – 0,5
c. –17,2 – (–6,3) **d.** 14,4 – 5,5

50 **a.** 35,4 – 92,3 **b.** –73 – 70,9
c. –39,6 – (–79,3) **d.** –47,5 – (–46,6)

51 **a.** –3,75 – 0,25 **b.** –7,09 – 1,1
c. 6,82 – (–9,21) **d.** –10,08 – (–4,35)

52 **a.** 32,5 – (–419) **b.** –50 – 25,4
c. –48 – 117 **d.** 74,5 – 100

53 Un nombre écrit dans un cercle rouge moins le nombre écrit dans le cercle bleu diamétralement opposé doit donner –5.
Recopier et compléter.



54 Recopier et remplacer ... par + ou – pour que l'égalité soit vraie.

a. 9 – (... 15) = –6

b. 9,3 – (... 4) = 5,3

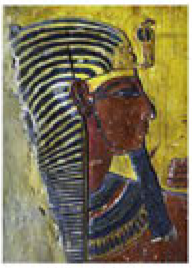
c. –7 – (... 11) = 4

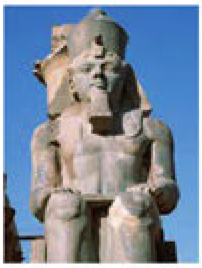
d. –12,3 – (... 18,7) = –31

e. ... 1,5 – (–3,2) = 4,7

f. ... 20 – (–6,4) = –13,6

55 Dans l'Égypte ancienne, deux pharaons célèbres se sont succédés : Séthi Iᵉʳ qui régna de –1294 à –1279 et Ramsès II de –1279 à –1213.


Séthi Iᵉʳ


Ramsès II

a. Lequel des deux pharaons régna le plus longtemps ?

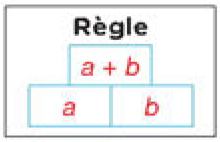
b. Combien durèrent leurs deux règnes au total ?

56 On estime que la température diminue de 0,5 °C lorsque l'on monte de 100 m.
La ville de Chamonix se trouve à 1 000 m d'altitude au pied du mont Blanc et il y fait 5 °C.

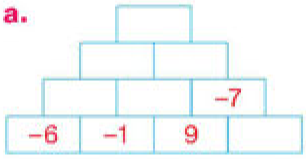
a. L'aiguille du Midi a une altitude de 3 850 m environ.
Estimer la température à son sommet.

b. Le mont Blanc culmine à 4 800 m.
Estimer la température à son sommet.

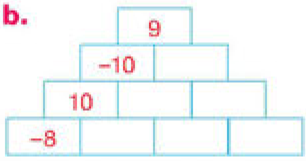
57 Recopier et compléter en utilisant la règle ci-contre.



a.



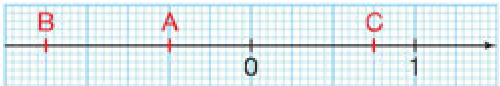
b.



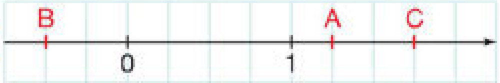
Distance sur une droite graduée

Pour les exercices 58 à 62, lire les abscisses des points A, B et C, puis calculer les distances AB, BC et CA.

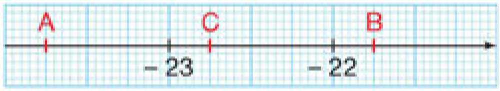
58



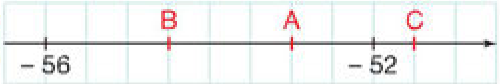
59



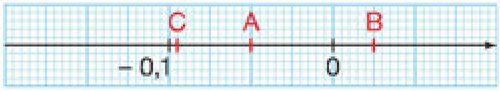
60



61



62



63 Recopier et compléter le tableau suivant :

Abscisse de			Distance AB	Distance AC	Distance BC
A	B	C			
1,5	−2	−1,5			
−1,25	−0,5	5,75			
−101	−69	−7			
−11,3	−27,1	−17,9			

64 **a.** Sur une droite graduée, A est le point d'abscisse 10,4.

Qu'en pensez-vous ?

b. M est le point d'abscisse −1,8.

Donner les abscisses des points de la droite graduée situés à 2,5 unités de M.

65 Sur une droite graduée, A, B, C sont les points d'abscisses respectives −4,5 ; −9,1 et −6,8.

a. Calculer les distances AC et BC.

b. Que peut-on dire alors du point C ?

c. Calculer la distance AB de deux façons différentes.

66 Sur une droite graduée, A est le point d'abscisse 2 015, B est le point d'abscisse −1 808 et C est celui d'abscisse 105.

Lequel des points A ou B est le plus éloigné de C ?

67 Sur une droite graduée, A est le point d'abscisse −6,5 et B le point d'abscisse −2.

a. Calculer la distance AB.

b. A' est le symétrique de A par rapport à B.
Calculer l'abscisse de A'.

c. B' est le symétrique de B par rapport à A.
Calculer l'abscisse de B'.

Suite d'additions et de soustractions

68 On donne A = 5 − 9 − (−15) + (−20).

Calculer l'expression A en effectuant les calculs de la gauche vers la droite.

69 On donne B = 7 − 11 − (−2) + (−5) − 4.

a. Écrire B avec uniquement des additions.

b. Calculer alors cette expression de la gauche vers la droite.

70 On donne C = −5 + 8 − 10 − (−9).

a. Écrire C avec uniquement des additions.

b. Regrouper alors les nombres positifs, regrouper les nombres négatifs, puis calculer C.

71 On donne D = −5 − (−2) + (−10) − 3.

a. Expliquer pourquoi D = −5 + 2 − 10 − 3.

b. Calculer cette expression de la gauche vers la droite.

Pour les exercices 72 à 75, calculer à la main.

72 A = 7 − (−6) + (−12) − 7
B = 19 + (−7) − (−1) + (−9)

73 C = −1,23 + 4,7 − (−5) − 10
D = 10 − (−2) + (−0,8) − (−0,2)

74 E = −15 + 19 − 12 − 7 + 14 − 20
F = −6,3 + 24 − 36,7 + 19

75 G = 4,5 − 18,1 + 0,25 + 9 − 1,9
H = 6,7 − 3,4 + (−15) − 0,6 + 3,3

76 Recopier et remplacer ... par + ou − pour que l'égalité soit vraie.

a. 10 ... 15 ... 1 = −4
b. −5 ... 10 ... 8 = −3
c. −0,3 ... 4 ... 2,3 = 1,4

Je m'entraîne

Pour les exercices 77 et 78, calculer à la main.

77 A = 7 − 5 + (2 − 3) − (−7 + 5 − 3)
B = −10 − (5 − 3 + 2) + (−13 + 12)

78 C = 12 − (−8 + 4 − 7) − (9 + 3 − 4)
D = 5 − [12 + 5 − 11 − (7 − 14)]

79 Le cinéma « Le Palace » a projeté pendant 4 semaines le film *La Grande Aventure Lego*.

Voici le nombre d'entrées pour chaque jour de la première semaine.

Jour	L	M	M	J	V	S	D
Nombre d'entrées	285	Relâche	325	162	307	348	148

Pour les trois autres semaines, le tableau suivant donne les variations du nombre d'entrées **par rapport à la première semaine**.

Jour	2e semaine	3e semaine	4e semaine
L	−4	−18	−32
M	Relâche	Relâche	Relâche
M	+7	−4	−18
J	+13	+9	−56
V	+11	+2	−20
S	−10	−13	−41
D	+23	−28	−47

Exemple : d'après la case verte, le lundi de la 2e semaine, il y a eu 4 entrées de moins que le lundi de la 1re semaine ; il y a donc eu 281 entrées.

a. Quelle semaine y a-t-il eu le moins d'entrées ? le plus d'entrées ? Expliquer.

b. Calculer le nombre total d'entrées au cours des quatre semaines.

Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C2-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

80 La grille magique

La situation-problème

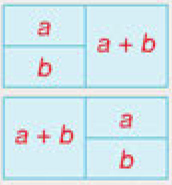
Recopier et compléter la grille du doc. 2 en respectant les règles indiquées. Plusieurs solutions sont possibles.

Les supports de travail

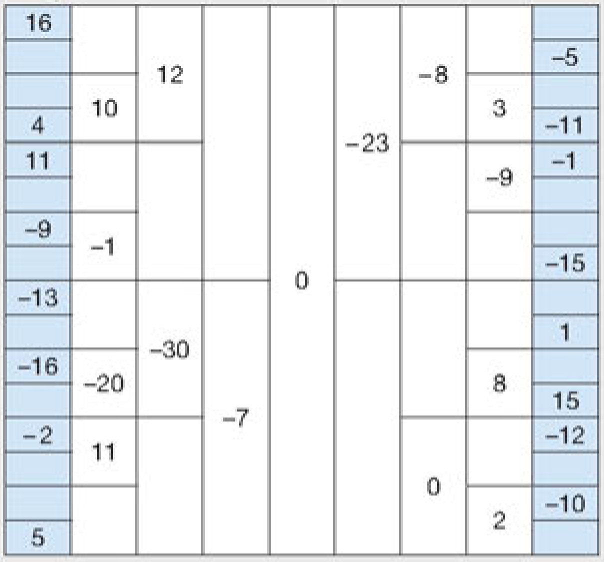
Les documents, la calculatrice.

Doc. 1 Les règles

- Dans les colonnes bleues, les nombres entiers de −16 à 16 (sauf 0) sont écrits une seule fois.
- On complète les cases blanches avec la règle ci-contre.
- La case centrale « 0 » est la somme des quatre nombres qui l'entourent.



Doc. 2 La grille



Calcul mental et réfléchi

81 Calculer mentalement :

a. −1 − 2 − 3
b. −1 + 2 − 3
c. 1 − 2 − 3
d. −1 − 2 + 3

82 Calculer mentalement :

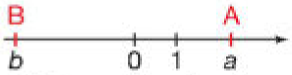
A = − 7− 8 + 9 + 6 − (11 + 14)
B = 5 − 8 + 14 − (2 − 14)
C = (4 − 5) + (6 − 7) + (8 − 9) + (9 − 10) + (11 − 12)

83 On affirme que 3 657 − 4 285 = −628.
Calculer alors mentalement :

a. 36 570 − 42 850
b. 42 850 − 36 570
c. 36,57 − 42,85
d. 4,285 − 3,657
e. 3 660 − 4 288

Je m'évalue

Pour ces questions, une seule réponse est exacte.

	a	b	c	En cas d'erreur
84 4,7 + (–10) est égal à…	–14,7	–5,3	5,3	→ § 1.a. p. 108
85 –7,2 + (–6,8) est égal à…	14	–0,4	–14	→ § 1.a. p. 108
86 –8 + 2 est égal à…	–6	6	–10	→ § 1.a. p. 108
87 –3,1 + 12,4 + (–5,3) est égal à…	4	–4	0,4	→ § 1.c. p. 108 et exercice résolu 1 p. 109
88 –2 – (–4) est égal à…	–2 – 4	2 + 4	–2 + 4	→ § 2.b. p. 110
89 10 – 100 est…	égal à 90	égal à –90	impossible à calculer	→ § 2.b. p. 110
90 Archimède est mort à Syracuse en –212 à l'âge de 75 ans. Il est né en…	–137	–138	–287	→ § 2.b. p. 110
91  *a* et *b* désignent les abscisses respectives de A et B. La distance BA est égale à…	*a* – *b*	*b* – *a*	*a* + *b*	→ § 2.c. p. 110
92 17 – 5 – 57 est égal à…	45	35	–45	→ § 2.d. p. 110
93 2 – [1 – 4 – (–11 + 8)] est égal à…	–4	2	4	→ § 2.d. p. 110

Pour ces questions, plusieurs réponses sont exactes.

	a	b	c	En cas d'erreur
94 A = –8 + 14 B = 8 – 14 Alors…	A et B sont égaux	A et B sont opposés	A + B = 0	→ § 1.b. p. 108
95 Le nombre manquant dans l'égalité 52 + … = –13 est…	–65	–13 – 52	–13 + 52	→ § 2.a. p. 110
96 Sur une droite graduée, A est le point d'abscisse –5. Un point B de cette droite à la distance 3,5 de A a pour abscisse…	–1,5	8,5	–8,5	→ § 2.c. p. 110

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▸ p. 291

Avec une calculatrice

97 Utiliser des nombres relatifs

Exemple Calculer :

A = 3,2 + (−5,3)   B = −5,7 − 8,4

Pour effectuer ces calculs avec la calculatrice, il faut bien distinguer :

- le – qui indique une soustraction ;
- le – qui indique qu'un nombre relatif est négatif.

Casio *fx*-92 Collège 2D+

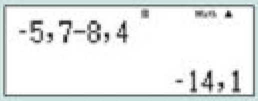
Le signe moins de la soustraction : −.

Le signe moins d'un nombre négatif : SECONDE Simp

Réglages : SECONDE MODE 1 (Mth IO) 2(LineO)

- 3,2 + (SECONDE Simp 5,3) EXE
- SECONDE Simp 5,7 − 8,4 EXE

```
3,2+(-5,3)
                -2,1
```



```
-5,7-8,4
               -14,1
```

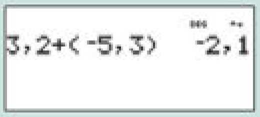
Donc A = −2,1 et B = −14,1.

TI-Collège Plus Solaire

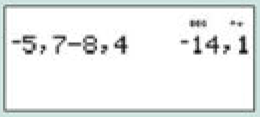
Le signe moins de la soustraction : −.

Le signe moins d'un nombre négatif : (−)

- 3,2 + ((−) 5,3) entrer
- (−) 5,7 − 8,4 entrer

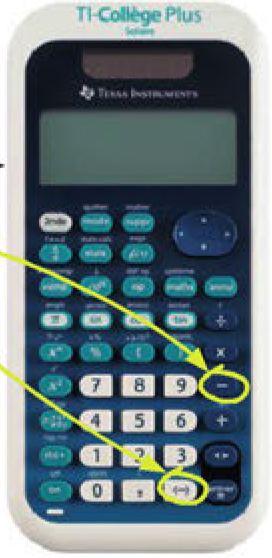


```
3,2+(-5,3)     -2,1
```



```
-5,7-8,4      -14,1
```

Donc A = −2,1 et B = −14,1.



1. Utiliser la calculatrice pour calculer :

A = 2 650 + (−453) + 267 − 1 793   B = −120,9 − 98,3 + (−57,2) + 111,5

C = 7,8 − (13,4 − 8) + (−16,3 − 36)   D = −2 − [7 − (11 − 53)] − (−145 + 74)

2. a. Recopier et compléter ce tableau à l'aide de la calculatrice :

a	b	c	a − b + c	a − b − c	a − (b + c)	a − (b − c)
122,4	87,5	−15,8				
−3,8	51,3	−34,6				
25,4	−75,8	47,2				
−5,8	0,59	7,9				

b. Que peut-on conjecturer ? Tester ces conjectures avec des valeurs de a, b, c de son choix.

3. x désigne un nombre relatif et A = 521,3 − 2 381 + 95,5 − x.

Avec la calculatrice, calculer la valeur de A lorsque :

- $x = 76$
- $x = -456$
- $x = 98{,}09$
- $x = -2\,154{,}83$

J'utilise mes compétences

S'initier au raisonnement

98 Envisager tous les cas

Les signes des nombres ont été effacés.

Pour chaque égalité, retrouver les signes en envisageant tous les cas possibles.

a. ■9,1 + (■1,5) = ■7,6

b. ■7,6 + (■2,9) = ■10,5

c. ■24 + (■6,7) = ■17,3

d. ■5,4 + (■4,3) = ■9,7

Nos conseils

Il faut d'abord trouver si les deux termes sont de même signe ou de signes différents.

Selon le signe de la somme, plusieurs cas sont envisageables.

99 Justifier une affirmation

Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre relatif.
- Ajouter −3.
- Soustraire 10.
- Ajouter l'opposé du nombre choisi.
- Ajouter 4.

a. Appliquer ce programme de calcul aux nombres :

- 2
- −5
- −10
- 100

b. Désigner par *n* le nombre choisi et écrire avec une seule expression le nombre obtenu.

c. Sarah dit : « Quel que soit le nombre choisi, le nombre obtenu est égal à −9. »

A-t-elle raison ? Justifier la réponse

Nos conseils

Si l'on pense que l'affirmation de Sarah est vraie, il faut la prouver quel que soit le nombre choisi. On utilise pour cela l'expression obtenue au **b.**

Des exemples, même nombreux, ne suffisent pas.

100 Conjecturer

a. Calculer :

- $1 - 2 + 3$
- $1 - 2 + 3 - 4$
- $1 - 2 + 3 - 4 + 5$
- $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6$

b. Sans calculer, prévoir le résultat de :

$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7$ et $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8$.

Vérifier par le calcul.

c. Conjecturer le résultat de :

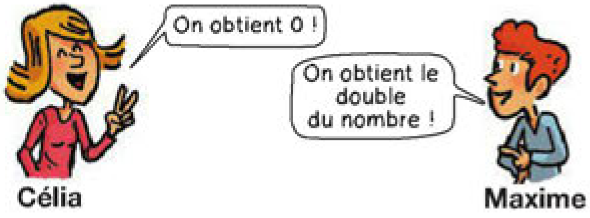
$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + \ldots - 2014 + 2015$.

Expliquer la réponse.

Pour chercher

101 Critiquer

À un nombre, on soustrait son opposé.

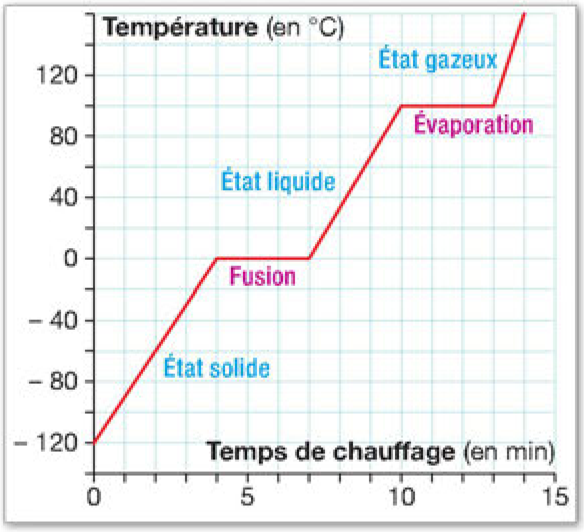


Qui a raison ?

102 Lire des informations sur un graphique

Un bloc de glace est conservé à la température de −120 °C. On le chauffe pendant 14 min.

Le graphique ci-dessous représente ses différents états pendant cette expérience.



1. a. Au bout de combien de minutes, la glace commence-t-elle à fondre ? Quelle est la température ?

b. Dans quel état le bloc de glace se trouve-t-il au bout de 9 min ? Estimer sa température.

c. Au bout de combien de minutes le bloc de glace se trouve-t-il à l'état gazeux ? Quelle est la température ?

2. a. Quelle est l'augmentation de la température entre les 2^e et 8^e minutes ?

b. Quelle a été l'augmentation de la température pendant l'expérience ?

c. Pendant combien de minutes la température a-t-elle été de 100 °C au moins ?

103 Communiquer en anglais

Find the missing number in the following equalities.

a. −13,1 + (...) = 24,5

b. ... + 1,7 = −3,4

c. 7,7 + (...) = −1,1

d. ... + (−6,4) = 2

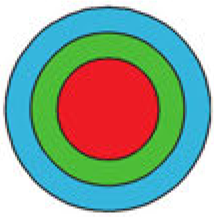
J'utilise mes compétences

104 Compléter un carré magique

Recopier et compléter de sorte que ce carré soit un carré magique sachant que l'on n'utilise que les nombres entiers de −8 compris à 7 compris.

		− 7	4
	1	2	− 1
		− 2	3
		5	

105 Calculer des scores



Des amis jouent aux fléchettes sur la cible représentée ci-contre.

Règle du jeu :

- tir dans le rouge : +5 points
- tir dans le vert : + 2 points
- tir dans le bleu : −1 point
- tir en dehors de la cible : −10 points

Chaque personne lance 4 fléchettes, voici les résultats :

Lilian : dehors, vert, rouge, vert ;

Axelle : vert, dehors, bleu, rouge ;

Victor : dehors, rouge, dehors, rouge ;

Lorraine : vert, dehors, bleu, vert.

1. a. Écrire une expression qui permet de calculer le score de chaque personne, puis calculer ce score.

b. Donner le classement de la partie (du 4^e^ au 1^er^).

2. Une 5^e^ personne joue et obtient un score de −31.

a. Proposer des résultats possibles pour ses 4 lancers.

b. Calculer son écart avec le score d'Axelle.

106 Comprendre le rôle des parenthèses

Les égalités suivantes sont fausses. Ajouter des parenthèses pour que ces égalités soient vraies.

a. − 5 − 7 + 11 − 4 − 6 = 1

b. 2,6 − 3,5 − 9,1 + 7 = 15,2

c. − 8,5 − 4,7 − 6 − 3,2 + 0,8 = − 11,2

d. 1,4 − 5 − 6,3 − 9 = − 6,3

107 Faire des choix

Voici cinq nombres : −5 ; 6,7 ; 9,4 ; −1 ; −0,9.

Utiliser uniquement des additions, des soustractions, des parenthèses pour obtenir :

a. le plus grand résultat possible ;

b. le plus petit résultat possible ;

c. le résultat le plus proche de 0.

108 Connaître l'histoire d'un édifice

Math & Arts

Le Parthénon est un édifice entièrement réalisé en marbre sur l'acropole d'Athènes. Il fut construit de −447 à −438 à l'initiative de Périclès (−495 ; −429). Après sa construction, sa décoration se termina en −432.

a. Combien d'années la construction du Parthénon a-t-elle duré ?

b. Quel était l'âge de Périclès lorsque la construction du Parthénon fut terminée ?

c. Pendant combien d'années, Périclès a-t-il pu voir le Parthénon entièrement construit et décoré ?

109 Argumenter

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

a. La somme de − 8,7 et 0,3 est égale à − 9.

b. La différence 3,7 − (−1,7) est égale à 3,7 + 1,7.

c. La différence entre 4 et la somme de − 3 et 5 s'écrit 4 − (−3) + 5.

d. À un nombre, on soustrait − 3 et on ajoute − 4, alors on obtient la somme du nombre et de −7.

110 Travailler en groupe

Pour transmettre des messages secrets, les espions de Mathville ont inventé le codage suivant :

- chaque lettre est remplacée par un nombre ;
- la 1^re^ lettre d'un mot est remplacée par son rang dans l'alphabet :

A → 1 ; B → 2 ; C → 3 ; D → 4 ; ... ; Z → 26

- à partir de la 2^e^ lettre du mot, chaque lettre est remplacée par son rang dans l'alphabet auquel on soustrait le nombre précédent obtenu dans le codage.

Par exemple, le mot MATH est remplacé par la liste :

« 13 ; −12 ; 32 ; − 24 »

M est la 13^e^ lettre de l'alphabet ;

A est la 1^re^ et 1 − 13 = −12 ;

T est la 20^e^ et 20 − (−12) = 20 + 12 = 32 ;

H est la 8^e^ et 8 − 32 = − 24.

a. Chaque groupe choisit un mot et le remplace par une liste de nombres relatifs en utilisant le codage des espions de Mathville.

b. Chaque groupe transmet sa liste de nombres aux autres groupes.

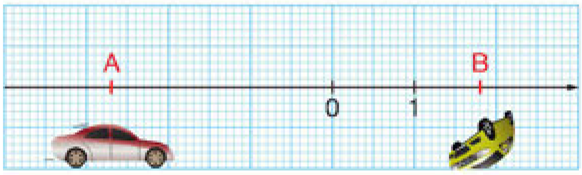
c. Chaque groupe décode les listes de nombres reçues pour retrouver les mots choisis par les autres groupes.

111 S'arrêter à temps

La distance d'arrêt d'un véhicule est la distance parcourue par le véhicule entre le moment où le conducteur voit un obstacle et freine et le moment où le véhicule s'arrête.

Sur une route sèche, avec un véhicule en bon état et un conducteur en pleine possession de ses moyens, cette distance est de 109 m pour une vitesse de 110 kilomètres par heure et de 145 m pour une vitesse de 130 kilomètres par heure.

Laura roule sur une autoroute. Sa voiture est au point A lorsqu'elle voit un obstacle au point B.



Sur la droite graduée ci-dessus, l'unité représente 25 m. Laura pourra-t-elle s'arrêter à temps :

a. si elle roule à 130 kilomètres par heure ?

b. si elle roule à 110 kilomètres par heure ?

112 Narration de recherche

> **▶ Problème**
> « Je pense à quatre nombres entiers relatifs consécutifs (qui se suivent). Je les additionne et trouve −42. Quels sont ces nombres ? »

Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

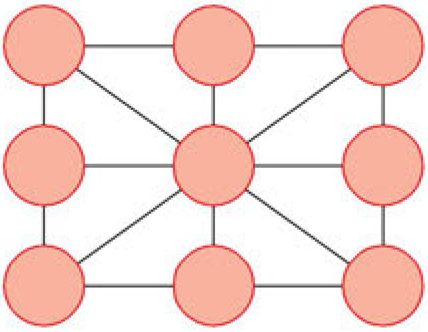
113 Problème ouvert

Sur une droite graduée, A est le point d'abscisse 14,3 et B est le point d'abscisse −162.

Calculer l'abscisse du milieu M du segment [AB].

114 Imaginer une stratégie

Placer dans les disques, neuf nombres entiers relatifs consécutifs de façon que les sommes sur chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale soient égales à 0.



115 Prendre les trois quarts

1. Tracer une droite graduée en centimètres et d'origine O.

Placer les points A d'abscisse 8 et B d'abscisse −8.

2. A_1 est le point du segment [AB] tel que :

$$BA_1 = \frac{3}{4} BA.$$

a. Calculer la distance BA_1, puis l'abscisse de A_1.

b. Placer le point A_1.

3. A_2 est le point du segment [AB] tel que :

$$BA_2 = \frac{3}{4} BA_1.$$

Calculer l'abscisse du point A_2 et placer A_2.

4. A_3 est le point du segment $[A_1A_2]$ tel que :

$$A_2A_3 = \frac{3}{4} A_1A_2.$$

a. Calculer l'abscisse du point A_3 et placer A_3.

b. Recopier et compléter : $A_2A_3 = \frac{\dots}{\dots} BA$.
Justifier.

116 Calculer des distances dans un repère

Dans un repère du plan, on donne les points :

M(−6,3 ; 5,8), N(3,8 ; 5,8) et P(−6,3 ; −4,3).

a. Faire une figure sur papier millimétré en prenant le centimètre pour unité sur chaque axe.

b. Calculer les distances MN et PM.

c. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre M et qui passe par le point P.
Pourquoi ce cercle passe-t-il par N ?

d. La droite (MP) recoupe le cercle $\mathscr{C}$ en Q.
Quelles sont les coordonnées de Q ?

Jeux & Casse-tête

117 Histoire de signes

Plusoumoins et Plusémoins sont deux nombres relatifs. À midi, ils sont positifs.

Puis Plusoumoins change de signe toutes les 5 min, et Plusémoins toutes les 15 min.

À 13 h 17, quel sera le signe de leur somme ?

D'après Concours Intégral

118 Les opposés

A, B, C et D désignent quatre nombres relatifs opposés deux à deux tels que :

- A − B + C − D = −8
- A + B = 12

Quels sont les nombres A, B, C et D ?

Tâches complexes

SOCLE Compétences : **119** C1-C2-C3 **120** C1-C2

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

119 Le jeu des relatifs

La situation-problème

Retrouver la stratégie qui a permis à Lola de gagner au « Jeu des relatifs » avec ses 3 premiers tirages.

Jouer ensuite avec des camarades et imaginer une stratégie qui vous permette d'avoir le plus de chances de gagner.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, le tableur.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 2 **La règle du jeu**

- Un joueur tire au hasard un papier dans chacun des deux tas. Il peut entourer sur la grille un nombre obtenu en ajoutant ou en soustrayant les deux nombres tirés.
- Le gagnant est le premier à réaliser une ligne de trois, horizontalement, verticalement ou en diagonale.

Doc. 3 **Les trois premiers tirages de Lola**

① –4 et –3 ② –5 et –2 ③ –4 et –1

Source : http://nrich.maths.org/5864

Doc. 1 **Le plateau de jeu et les deux tas**

–12	–11	–10	–9	–8
–7	–6	–5	–4	–3
–2	–1	0	1	2
3	4	5	6	7
8	9	10	11	12

- Le premier tas contient six papiers sur lesquels sont inscrits les nombres 1 ; 2 ; 3 ; –4 ; –5 ; –6.
- Le second tas contient six papiers sur lesquels sont inscrits les nombres –1 ; –2 ; –3 ; 4 ; 5 ; 6.

120 Le message codé

La situation-problème

Aider l'agent secret James 007 à décoder le message qu'il vient de recevoir.

Les supports de travail

Les documents, papier et crayon.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 2 **La grille de décodage**

–13	–12	–11	–10	–9	–8	–7	–6	–5
A	B	C	D	E	F	G	H	I

–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
J	K	L	M	N	O	P	Q	R

5	6	7	8	9	10	11	12
S	T	U	V	W	X	Y	Z

Doc. 1 **Le message**

–8 ▲ (–4) ♥ (–3) ◇ (–8), –2 ▲ 7, –3 ◇ 7, –4 ◇ 2, –3 ▲ 16, –12 ◇ (–2) ♥

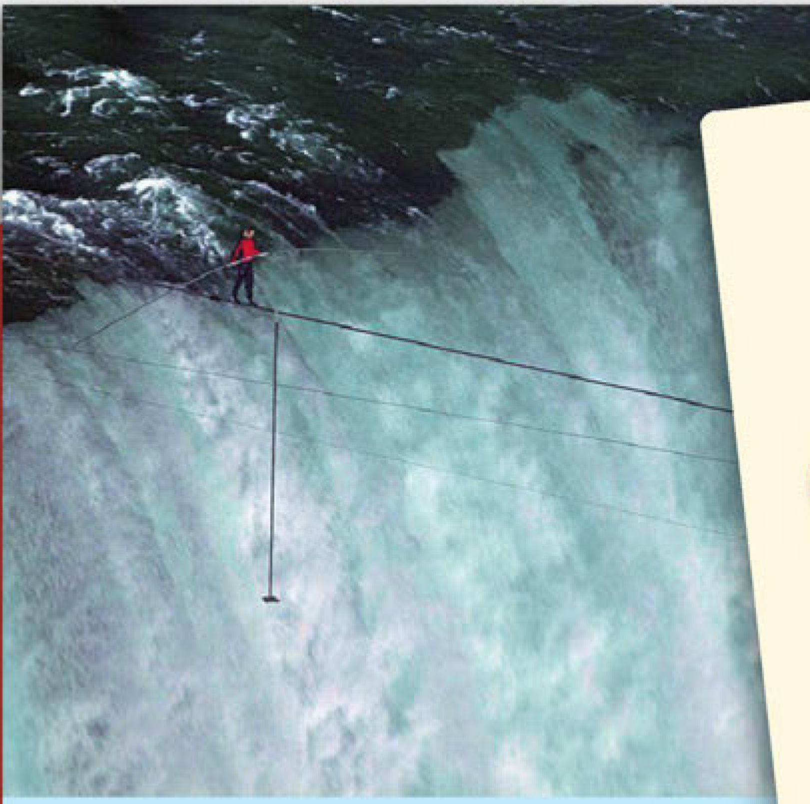
–5 ◇ 2, –5 ▲ (–3), 6 ▲ 2, –7 ◇ (–10), –15 ◇ (–5), –2 ▲ 8

Doc. 3 **Les indices pour le décodage**

- ▲ et ◇ désignent une addition et une soustraction modifiées.
Ainsi :
2 ▲ 3 = 4 ; 3 ▲ 5 = 7 ; 3 ▲ (–7) = –5 ;
–2 ▲ (–4) = –7 ; 8 ▲ (–7) = 0
4 ◇ (–2) = 7 ; 7 ◇ (–2) = 10 ; 1 ◇ 1 = 1 ;
2 ◇ (–3) = 6 ; 0 ◇ 4 = –3
- Une virgule sépare deux lettres.
- ♥ désigne un espace.

CHAPITRE 7

Proportionnalité



Le 15 Juin 2012, le funambule américain Nik Wallenda a traversé sur un fil les chutes du Niagara.
Lors de cette traversée de plus de 550 m, il a parcouru chaque seconde environ 0,3 m.

Au fil des siècles

Au XVIII^{e} siècle, la carte de Cassini est la première carte du royaume de France.
À l'époque, les unités de longueur sont la ligne et la toise (1 toise c'est 864 lignes).
Sur la carte de Cassini, 1 ligne représente 100 toises.

→ **Exprimer l'échelle de cette carte sous la forme 1/…**

Les capacités du programme	SOCLE 5^{e}	Choix d'exercices
• Compléter un tableau de nombres représentant une relation de proportionnalité, en particulier déterminer une quatrième proportionnelle.	✓	2 – 14
• Reconnaître si un tableau complet de nombres est ou non un tableau de proportionnalité.	✓	12 – 24
• Comparer des proportions. Utiliser un pourcentage.	✓	44 – 51
• Calculer un pourcentage.		48 – 50
• Utiliser et calculer l'échelle d'une carte ou d'un dessin.		7 – 22
• Calculer des durées, des horaires.	✓	41 – 42

Je découvre

ACTIVITÉ 1 Reconnaître un tableau de proportionnalité

Afin d'évaluer la qualité d'une plage, une association a effectué différents types de prélèvements :

- sur la plage, elle a compté le nombre de mégots dans le sable dans différentes zones ;
- dans la mer, elle a étudié le nombre de bactéries dans différentes quantités d'eau de mer.

Voici les résultats de ces prélèvements.

Aire de la zone (en m²)	5	10	40
Nombre de mégots	8	16	62

Quantité d'eau (en mL)	150	250	400
Nombre de bactéries	135	225	360

1. Le nombre de mégots est-il proportionnel à l'aire de la zone étudiée ? Expliquer.

2. a. Le nombre de bactéries est-il proportionnel à la quantité d'eau de mer prélevée ? Expliquer.

b. Une eau de mer est d'excellente qualité si le nombre de bactéries pour 100 mL est inférieur à 95.
Est-ce le cas de l'eau de cette plage ?

Info
Un mégot met entre 6 mois et 10 ans pour disparaître selon qu'il a un filtre ou non et selon les conditions climatiques.

ACTIVITÉ 2 Compléter un tableau de proportionnalité

1. Une famille décide de préparer un risotto. Elle sait que la masse de riz est proportionnelle au nombre de personnes prévues.

× ...

Nombre de personnes	4	9	🟩
Masse (en g)	500	🟨	875

a. Recopier et compléter ce tableau.

b. Que signifie le nombre inscrit :

- sur les pointillés rouges ?
- dans la case jaune ?
- dans la case verte ?

2. Ce tableau de proportionnalité permet de connaître le nombre de calories (en kilocalories, kcal) apportées par ce risotto selon la masse (en grammes) préparée.

Masse (en g)	90	75	165	15	150
Calories (en kcal)	300	250	🟨	🟩	🟦

a. Recopier ce tableau et compléter les cases jaune et verte en effectuant uniquement des additions et des soustractions.

b. Proposer trois méthodes différentes pour calculer mentalement le nombre de la case bleue.

Aide
Pense à passer à l'unité ou à utiliser une règle de trois.

c. François, le fils de cette famille, sait qu'il dépense 504 kilocalories (kcal) lorsqu'il court 6 km.

Distance (en km)	6	10
Calories (en kcal)	504	x

Aujourd'hui, il prévoit de courir 10 km. Utiliser le tableau de proportionnalité ci-dessus pour calculer le nombre x de calories qu'il peut espérer perdre.

ACTIVITÉ

3 Comparer des proportions

En mars 2014, 79 femmes siègent au Sénat parmi les 347 sénateurs, et à l'Assemblée nationale, on compte 151 femmes parmi les 577 députés.

a. Exprimer sous forme de fractions les proportions de femmes au Sénat et à l'Assemblée nationale.

b. Avec la calculatrice, déterminer si la proportion de femmes est plus importante au Sénat ou à l'Assemblée nationale.

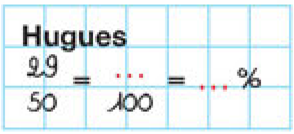
ACTIVITÉ

4 Calculer avec des pourcentages

1. En tennis, la finale du Masters 2013 a opposé Novak Djokovic à Rafaël Nadal.

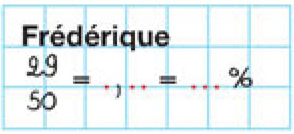
a. Novak Djokovic a réussi 68 % de ses 75 premiers services.
Combien a-t-il réussi de premiers services ?

b. Rafaël Nadal a réussi 29 premiers services sur les 50 qu'il a effectués.
Recopier et compléter les travaux de Hugues et Frédérique pour écrire cette proportion avec un pourcentage.



Hugues

$\frac{29}{50} = \frac{...}{100} = ... \%$



Frédérique

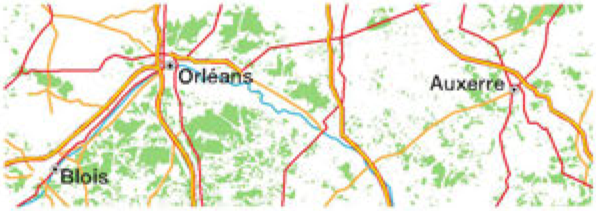
$\frac{29}{50} = ...,... = ... \%$

c. Qui de Novak Djokovic ou Rafaël Nadal a eu une meilleure réussite au premier service ?

2. Lors d'un match, un joueur de tennis réussit 48 premiers services et en rate 27.
Quel pourcentage de ses premiers services ce joueur a-t-il réussi ?

ACTIVITÉ

5 Utiliser une échelle



1. Cette carte est à l'échelle $\frac{1}{3\,000\,000}$ c'est-à-dire que 1 cm sur la carte représente 3 000 000 cm dans la réalité.

a. • Recopier et compléter :
3 000 000 cm = ... km donc 1 cm sur la carte représente ... km dans la réalité.

b. Déterminer dans la réalité, les distances en kilomètres, à vol d'oiseau, entre :
- Blois et Auxerre ;
- Orléans et Auxerre.

c. La distance à vol d'oiseau entre Blois et Marseille est 570 km.

Quelle distance, en cm, sépare Marseille de Blois sur cette carte ?

2. La distance à vol d'oiseau entre Sallanches et Annecy est 40 km.
Quelle est l'échelle de la carte ci-contre ?

1 Tableaux de proportionnalité

a Reconnaître un tableau de proportionnalité

DÉFINITION Un tableau est dit de **proportionnalité**, lorsque l'on obtient chaque nombre d'une ligne en multipliant le nombre correspondant de l'autre ligne par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

EXEMPLE 1 Ce tableau est un tableau de proportionnalité.

En effet : $\frac{9}{2} = 4{,}5$; $\frac{13{,}5}{3} = 4{,}5$; $\frac{18}{4} = 4{,}5$.

Le coefficient de proportionnalité 4,5 signifie ici que 1 kg d'orange coûte 4,50 €.

Masse d'oranges (en kg)	2	3	4
Prix (en €)	9	13,5	18

× 4,5

EXEMPLE 2 Ce tableau **n'est pas** un tableau de proportionnalité.

En effet : $\frac{100}{5} = 20$; $\frac{130}{10} = 13$ et $20 \neq 13$.

Âge (en années)	5	10
Taille (en cm)	100	130

b Compléter un tableau de proportionnalité

- **Vocabulaire.** Dans un tableau de proportionnalité, lorsque l'on connaît trois nombres non nuls (dont deux se correspondent), on peut calculer le quatrième nombre manquant.
Ce nombre manquant est appelé **une quatrième proportionnelle**.

EXEMPLE Calcul d'une quatrième proportionnelle.

La quantité d'eau, en litres, qui s'écoule d'un robinet est proportionnelle à la durée, en minutes, d'ouverture du robinet.

Durée (en min)	4	6
Quantité d'eau (en L)	12	a

Voici plusieurs méthodes pour calculer la **quatrième proportionnelle** a.

- **Coefficient de proportionnalité**

× 3

4	6
12	a

$a = 6 \times 3 = 18$

- **Multiplication d'une quantité**

× 1,5

4	6
12	a

$a = 12 \times 1{,}5 = 18$

- **Passage à l'unité ou règle de trois**

En 4 min, il s'écoule 12 L, donc en 1 min, il s'en écoule 4 fois moins et en 6 min, 6 fois plus.

$a = \frac{12 \times 6}{4}$ c'est-à-dire $a = \frac{72}{4} = 18$

Conclusion : en 6 min d'ouverture, il s'écoule 18 L d'eau de ce robinet.

c Additivité de la proportionnalité

EXEMPLE On reprend l'exemple du paragraphe b.

En 4 min d'ouverture, il s'écoule 12 L d'eau du robinet et en 6 min d'ouverture, il s'écoule 18 L d'eau.

4 min + 6 min = 10 min et 12 L + 18 L = 30 L

donc en 10 min d'ouverture, il s'écoule 30 L d'eau de ce robinet.

\+

Durée (en min)	4	6	10
Quantité d'eau (en L)	12	18	?

\+

Exercice résolu Utiliser un tableau de proportionnalité

1 Énoncé

En septembre, Claire fait les vendanges et son salaire est proportionnel au nombre d'heures qu'elle effectue. Lundi, elle a travaillé 8 h et gagné 60 €.

a. Quel sera son salaire pour une journée de 5 h de travail ?

b. Combien d'heures Claire devra-t-elle effectuer pour gagner 900 € ?

Solution

La situation se traduit par le tableau de proportionnalité ci-dessous.

Nombre d'heures	8	5	
Salaire (en €)	60		900

a. $\frac{60}{8} = 7{,}5$ donc on peut compléter le tableau par le coefficient de proportionnalité (①).

$5 \times 7{,}5 = 37{,}5$ donc le salaire de Claire pour une journée de 5 h de travail est 37,50 €.

On complète la case correspondante du tableau (②).

b. On cherche le nombre manquant dans l'égalité $\ldots \times 7{,}5 = 900$.

Or $900 : 7{,}5 = 120$ donc Claire devra travailler 120 h pour gagner 900 €.

On complète la case correspondante du tableau (③).

Nombre d'heures	8	5	120 ③
Salaire (en €)	60	37,50 ②	900

× 7,5 ①

Nos conseils

- Ce coefficient signifie que le salaire pour 1 h de travail est 7,50 €.
- À la question **b.** on peut procéder autrement :
  $900 = 15 \times 60$
  et $15 \times 8 = 120$
  ou bien avec une règle de trois :
  pour 1 € le temps de travail est 60 fois moins long et pour 900 € il est 900 fois plus long :
  $$\frac{8 \times 900}{60} = 120$$
- Sur une copie, on fait un seul tableau que l'on complète au fur et à mesure.

Exercices d'application

2 Avec 15 kg de blé, on obtient 12 kg de farine. On suppose qu'il y a proportionnalité entre la quantité de blé et la quantité de farine obtenue.

a. Quelle quantité de farine obtient-on avec 25 kg de blé ?

b. Quelle quantité de blé faut-il pour obtenir 36 kg de farine ?

3 Voici deux extraits d'un jeu vidéo.

a. Le nombre de points est-il proportionnel au nombre de coupes ? Expliquer.

b. Combien de coupes faut-il pour obtenir 4 000 points ?

c. Louise a gagné 9 coupes.
Combien de points a-t-elle obtenus ?

4 Avec 8 L de vernis, on peint 120 m² de bois. On suppose qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité.

a. Quelle surface peut-on peindre avec un pot de 10 L de ce vernis ?

b. Quelle quantité de vernis faut-il prévoir pour vernir une surface de 180 m² ?

5 Lorsque l'on fait évaporer de l'eau de mer, la masse de sel obtenue est proportionnelle à la quantité d'eau évaporée.
Ainsi avec 10 L d'eau, on obtient 400 g de sel.

a. Quelle masse de sel obtient-on par évaporation de 700 L d'eau de mer ?
Exprimer cette masse en kg.

b. Quelle quantité d'eau de mer faut-il faire évaporer pour obtenir 50 kg de sel ?

2 Utilisation de la proportionnalité

a Comparer des proportions

EXEMPLE Comparaison de deux concentrations.
Dans 25 cL de boisson A, il y a 5 cL de sirop.
Dans 75 cL de boisson B, il y a 12 cL de sirop.

$$\frac{5}{25} = 0{,}2 \quad \text{et} \quad \frac{12}{75} = 0{,}16$$

Cela signifie que :

- 1 cL de boisson A contient 0,2 cL de sirop,
- 1 cL de boisson B contient 0,16 cL de sirop,

$0{,}2 > 0{,}16$ donc la boisson A contient proportionnellement plus de sirop que la boisson B.

Remarque. Au lieu de se ramener à 1 cL de chaque boisson, on peut se ramener à 75 cL de chaque boisson, par exemple. En effet, 75 cL de A contiennent 15 cL de sirop et 15 cL > 12 cL.

b Pourcentages

PROPRIÉTÉ t désigne un nombre.
Prendre t % d'une quantité, c'est **multiplier** cette quantité par $\frac{t}{100}$.

EXEMPLE Une tablette de 125 g de chocolat contient 28 % de sucre.

$$\frac{28}{100} \times 125 \text{ g} = 0{,}28 \times 125 \text{ g} = 35 \text{ g}.$$

Donc il y a 35 g de sucre dans cette tablette de 125 g.

Sucre (en g)	28	35
Chocolat (en g)	100	125

$\times \frac{28}{100}$

MÉTHODE Calculer un pourcentage revient à calculer un coefficient de proportionnalité sous la forme $\frac{t}{100}$.

EXEMPLE Dans une classe de 28 élèves, 7 élèves sont gauchers.

$$\frac{7}{28} = 0{,}25 = \frac{25}{100} = 25\ \%.$$

Donc 25 % des élèves de cette classe sont gauchers.

7	...
28	100

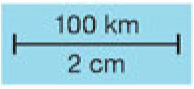
$\times$?

c Échelles

DÉFINITION L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les distances sur le plan et les distances réelles, exprimées avec la **même unité** : $\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$.

En pratique, l'échelle d'une carte s'exprime par une fraction de numérateur 1.

EXEMPLE Lecture d'une échelle.



Sur une carte, 2 cm représentent 100 km, soit 10 000 000 cm.
L'échelle est : $\frac{2}{10\,000\,000} = \frac{1}{5\,000\,000}$.
On dit que la carte est au « cinq millionièmes » et l'on note parfois l'échelle : 1/5 000 000.

Exercice résolu Utiliser une échelle

6 Énoncé

a. Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{5\,000\,000}$, la distance entre deux villes est 4,8 cm.

Quelle est en réalité la distance à vol d'oiseau entre ces deux villes ?

b. Quelle longueur sur cette carte sépare deux villes distantes à vol d'oiseau de 360 km ?

Solution

L'échelle est $\frac{1}{5\,000\,000}$.

Cela signifie que 1 cm sur la carte représente 5 000 000 cm dans la réalité soit 50 km.

On peut donc créer le tableau de proportionnalité suivant :

Distance sur la carte (en cm)	1	4,8	y
Distance dans la réalité (en km)	50	x	360

$\times 50$

$\times \frac{1}{50}$

a. $x = 4{,}8 \times 50 = 240$.

Donc la distance à vol d'oiseau entre ces deux villes est en réalité 240 km.

b. $y = 360 \times \frac{1}{50} = \frac{360}{50} = 7{,}2$.

Donc la distance sur la carte entre ces deux villes est 7,2 cm.

Nos conseils

- On pourrait conserver les distances réelles en centimètres, mais cela impliquerait de travailler avec de grands nombres.
- On peut aussi utiliser le fait que $\frac{1}{50} = 0{,}02$ et calculer $360 \times 0{,}02$.

Exercices d'application

7 Une carte est à l'échelle $\frac{1}{4\,000\,000}$.

a. Quelle longueur sur cette carte sépare les villes de Lyon et Bollène, distantes à vol d'oiseau de 164 km ?

b. Sur cette carte, 2,1 cm séparent les villes d'Avignon et de Montpellier.

Quelle est en réalité la distance à vol d'oiseau entre ces deux villes ?

8 Une maquette d'un véhicule de 5 m de long et de 2 m de large est fabriquée à l'échelle $\frac{1}{50}$.

Quelles sont la longueur et la largeur de la maquette ?

9 Le collège d'André occupe un terrain rectangulaire de 120 m de long.

Sur un plan, il est représenté par un rectangle de longueur 4 cm.

Quelle est l'échelle de ce plan ?

10 Éva se rend au collège à vélo.

Voici une représentation de son vélo.

Le diamètre d'une roue est 70 cm.

a. Cette représentation est à l'échelle 1/25.

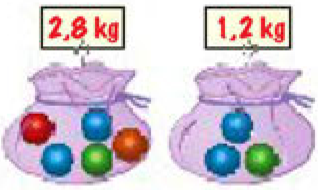
Expliquer pourquoi en mesurant ci-dessus le diamètre d'une roue.

b. Calculer les longueurs réelles h et ℓ, en cm.

Je m'entraîne À L'ORAL

Proportionnalité

11 La masse d'un sac est-elle proportionnelle au nombre de boules qu'il contient ? Expliquer.



12 Dans chaque cas, dire si le tableau est un tableau de proportionnalité.

a.

Masse (en kg)	3	5	6
Prix (en €)	21	35	43

b.

Durée (en min)	2	3	7
Masse (en g)	1,6	2,4	5,6

13 Qui d'Inès ou de Jonas a raison ? Expliquer.

14 CALCUL MENTAL Voici un tableau de proportionnalité.

× …

Durée (en min)	9	30	y	18
Distance (en m)	450	x	1 950	z

Calculer mentalement les quatre nombres manquants.

15 CALCUL MENTAL La quantité d'eau versée dans un aquarium est proportionnelle à la hauteur d'eau dans l'aquarium.

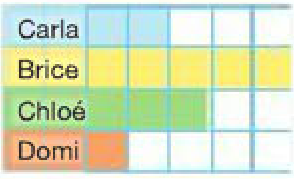
a. Calculer mentalement les deux nombres manquants.

Hauteur d'eau (en cm)	7	60	
Nombre de litres	56		320

b. Que signifie le nombre manquant :
- dans la case jaune ?
- dans la case bleue ?

16 CALCUL MENTAL

Calculer mentalement la distance parcourue par Brice, Chloé et Domi sachant que Carla a parcouru 24 km.



Pourcentages

17 CALCUL MENTAL Calculer mentalement :

a. 50 % de 58 élèves ;
b. 25 % de 200 L ;
c. 10 % de 90 € ;
d. 70 % de 9 kg.

18 **Vrai ou faux ?**

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse. Expliquer.

a. Prendre 20 % d'une quantité revient à diviser cette quantité par 5.

b. 30 % de 8 kg, c'est aussi 40 % de 6 kg.

19 CALCUL MENTAL Associer chaque fraction au pourcentage qui lui correspond.

$\frac{3}{4}$ • $\frac{3}{10}$ • $\frac{2}{5}$ • $\frac{3}{2}$ • $\frac{7}{20}$ •

• 150 % • 35 % • 75 % • 30 % • 40 %

20 CALCUL MENTAL Exprimer chaque nombre sous la forme d'un pourcentage.

a. $\frac{9}{10}$ **b.** $\frac{39}{50}$ **c.** $\frac{28}{400}$ **d.** 0,6 **e.** 0,09 **f.** 0,27

21 Dans une classe de 25 élèves, il y a 12 filles. 12 % des élèves de cette classe sont gauchers.
Que calcule-t-on quand on effectue :

a. $\frac{12}{100} \times 25$? **b.** $\frac{12}{25} \times 100$?

Échelles

22 Déterminer l'échelle de chacune de ces cartes.

a. 1 cm ⟷ 20 km

b. 2 cm ⟷ 500 m

23 CALCUL MENTAL Une carte est à l'échelle : 1/20 000 000.

a. Lire en complétant : « 1 cm sur la carte représente … cm soit … km dans la réalité ».

b. Sur la carte, 6,5 cm séparent Paris et Naples. Calculer mentalement la distance à vol d'oiseau entre ces deux villes dans la réalité.

c. En réalité, il y a 700 km à vol d'oiseau entre Bordeaux et Lille. Calculer mentalement la distance qui sépare ces deux villes sur la carte.

Reconnaître un tableau de proportionnalité

24 Dans une station de ski, on a compté le nombre de personnes qui prennent un remonte-pente.

Durée (en min)	10	20	30	45	50
Nombre de personnes	8	16	24	35	40

Le nombre de personnes est-il proportionnel à la durée ? Expliquer.

25 Dans ce tableau, les prix sont-ils proportionnels aux masses ? Expliquer.

Masse (en g)	100	125	300	540
Prix (en €)	2,80	3,50	8,40	15,12

26 Voici un tableau concernant des pizzas.

Diamètre (en cm)	26	30	32	36
Masse (en g)	273	315	336	378

La masse est-elle proportionnelle au diamètre ?

27 @ssr

Ce schéma illustre la violence des chocs subis par les piétons renversés par une voiture.

a. Expliquer la signification de ce schéma.

b. Présenter les données de ce schéma dans un tableau.

c. La violence du choc subi par un piéton est-elle proportionnelle à la vitesse de la voiture ?

28 Qui de Léa ou de Louise a raison ? Expliquer.

Fitness
8 séances : 34 €
20 séances : 85 €
30 séances : 120 €

29 On a relevé à trois reprises la hauteur d'eau dans un bassin.

Quantité d'eau versée	40 L	4,5 hL	6 m³
Hauteur d'eau	0,8 cm	9 cm	1,2 m

La hauteur d'eau est-elle proportionnelle à la quantité d'eau versée ? Expliquer.

Compléter un tableau de proportionnalité

30 Recopier et compléter chacun des tableaux de proportionnalité ci-dessous.

a.

Volume (en m^3)	5	7	18
Masse (en kg)	400		

× …

b.

Distance (en km)	8	5	26
Durée (en min)	2		

× …

31 On considère le problème suivant.

Problème. Une recette de cuisine prévoit 210 g de fromage pour 6 personnes.
- Quelle masse de fromage faut-il pour 14 personnes ?
- Combien de personnes peut-on prévoir avec 350 g de fromage ?

a. Recopier ce tableau et placer les nombres du problème.

Nombre de personnes			
Masse (en g)			

b. Compléter le tableau, puis répondre au problème.

32 Recopier et compléter ce tableau de proportionnalité sans effectuer de multiplications ou de divisions.

Tours de pédaliers	5	8	13	3	2
Distance (en m)	11,25	18			

33 Agathe a mesuré chaque mois la longueur de ses cheveux (sans les couper).

Nombre de mois	1	2	3
Longueur (en cm)	1,3	2,6	3,9

a. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

b. Au bout de combien de temps la longueur des cheveux d'Agathe sera-t-elle de 50 cm si elle ne les coupe pas ?
Exprimer la réponse en années et mois à l'aide de la valeur approchée par excès à 1 mois près.

Info
Une personne a entre 100 000 et 200 000 cheveux et un cheveu pousse de 0,7 cm à 2 cm par mois.

34 Le pouce (") est une unité de longueur anglaise utilisée pour mesurer les diagonales des écrans.
Sachant que 5" correspondent à 12,7 cm, construire un tableau de proportionnalité afin d'exprimer en cm la diagonale de chaque écran.

a. 15,7" **b.** 17,3" **c.** 37"

Je m'entraîne

Utiliser la proportionnalité

35 **1.** Quelle distance parcourt cette voiture avec :
a. 1 L de carburant ?
b. 18 L de carburant ?
2. Quelle quantité de carburant cette voiture consomme-t-elle pour parcourir :
a. 1 km ? **b.** 320 km ?

4 L pour 100 km

36

Tony affirme : « Un litre de *Gel Max* est moins cher qu'un litre de *Méga Gel* ».
Sarah répond : « Une application de *Méga Gel* est moins chère qu'une application de *Gel Max* ».
Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ?

37 Des amis sont en voyage à San Francisco.
Lola a changé 150 € contre 200 $.
a. Mario change 240 €. Combien de dollars aura-t-il ?
b. En partant, Lola change les 26 $ qu'il lui reste. Combien d'euros aura-t-elle ?

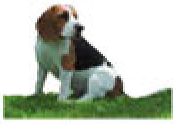
38 Aider Pascale à convertir en km/h (kilomètre par heure) ces panneaux de limitation de vitesse qui sont en mph (mile per hour) sachant que 50 mph correspondent à 80 km/h.

a.


b.


c.


39 La quantité de croquettes que Valérie donne chaque jour a ses deux chiens, Gipsy et Yannos, est proportionnelle à leurs poids.
Ainsi chaque jour, Gipsy a 150 g de croquettes.



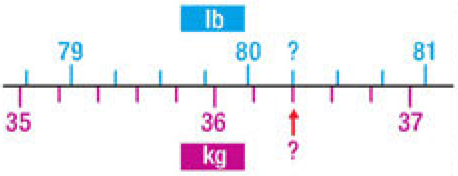
Gispsy : 12 kg

Yannos : 40 kg

1. Quelle quantité de croquettes Valérie donne-t-elle chaque jour à Yannos ?

2. Pendant combien de jours, Valérie peut-elle nourrir ses deux chiens avec un sac de croquettes :
a. de 2,5 kg ? **b.** de 20 kg ?

40 Ce graphique visualise pour une masse, la correspondance entre les kilogrammes (kg) et les livres (lb).
1. Exprimer la masse repérée par la flèche rouge en kilogrammes, puis en livres.



2. **a**. Exprimer 25 lb en kilogrammes. Donner la valeur approchée par défaut au dixième près.
b. Exprimer 5 kg en livres. Donner la valeur approchée par défaut au centième près.

Avec des durées

41 **1.** Dans chaque cas, convertir en heures.
a. 12 min **b.** 54 min **c.** 1 h 42 min **d.** 4 h 18 min
2. Dans chaque cas, convertir en minutes.
a. 3 h **b.** 4,5 h **c.** 2 h 35 min **d.** 600 s

42 Anouar met 1 min 50 s pour effectuer un tour de stade de 400 m.
À cette allure, combien de temps Anouar devrait-il mettre pour parcourir 10 km ?

43 Trois amis ont laissé leurs voitures sur un parking payant, puis ils ont comparé leurs tickets.

	Lucas	Emma	Océane
Durée	50 min	1 h 20 min	2 h
Prix	1 €	1,60 €	2,40 €

a. Le prix à payer est-il proportionnel à la durée de stationnement ? Expliquer.
b. Victoria laisse sa voiture sur le parking à 14 h 45 et la reprend à 17 h 15. Combien devrait-elle payer ?

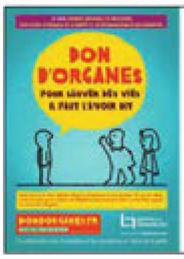
Proportions et pourcentages

44 Les jeunes âgés de 11 à 14 ans passent en moyenne 12,5 % d'une journée de 24 h devant un écran.
70 % de ce temps est passé devant la télévision et le reste est passé devant un ordinateur.
Combien d'heures les jeunes âgés de 11 à 14 ans passent-ils en moyenne chaque jour devant :
a. un écran ? **b.** la télévision ? **c.** un ordinateur ?

45 En 2010, 20 millions de Français (de plus de 13 ans) étaient inscrits sur un réseau social.
En 2012, ce nombre avait augmenté de 60 %.
Combien de Français de plus de 13 ans étaient inscrits sur un réseau social en 2012 ?

46 Après un match de tennis, Enzo qui pèse habituellement 70 kg a perdu 3 % de son poids.
Quel était le poids d'Enzo à la fin du match ?

47 Retrouver le nombre manquant.



+ 40 % de greffes d'organes en 21 ans
1991 : 3 520 greffes
2012 : ... greffes

48 Lionel a marqué du pied gauche 54 de ses 75 buts. Calculer de deux façons le pourcentage de buts qu'il n'a pas marqués du pied gauche.

49 Pour une personne qui habite en ville, les trajets pour aller au travail et en revenir occupent en moyenne 54 minutes par jour.
Quel pourcentage d'une journée de 24 heures, cela représente-t-il ?

50 Quel est le pourcentage de voyelles dans chacun des mots suivants ?

a. QUINZE **b.** CENT
c. DIFFÉRENCE **d.** SOMME

51 Quelle crème de beauté contient la plus grande proportion d'eau ?

52 **1.** Le corps d'une personne A qui pèse 60 kg contient 36 kg d'eau. Celui d'une personne B qui pèse 80 kg contient 55 kg d'eau.
Quelle est la personne dont le corps contient la plus grande proportion d'eau ?
2. On suppose dans cette question que le pourcentage d'eau dans le corps est 65 %.
Quelle masse d'eau contient le corps d'une personne qui pèse :
a. 40 kg ? **b.** 50 kg ? **c.** 75 kg ?

53 Dans les Landes, les forêts recouvrent 5 703 km^2 des 9 243 km^2 du département.
Dans le Var, les forêts recouvrent 3 482 km^2 des 5 973 km^2 du département.
Dans quel département la forêt occupe-t-elle la plus grande proportion du territoire ?

Échelles

54 La plus grande place de Paris, la place de la Concorde, est un rectangle de 360 m sur 212 m.
Réaliser un plan de cette place à l'échelle $\frac{1}{4\,000}$.

55 Sur un plan à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$ la plus grande avenue du monde, *Avenida de los Insurgentes* à Mexico, mesure 14,4 cm de long.
Quelle est, dans la réalité, la longueur de cette avenue ?

56 **a.** Une maquette de la tour Eiffel à l'échelle $\frac{1}{1\,200}$ a une hauteur de 27 cm.

Quelle est la hauteur réelle de la tour Eiffel ?
b. Le pont de l'île de Ré a une longueur de 2 926,5 m. Quelle serait sa longueur, en cm, sur une maquette à la même échelle que celle du **a.** ? Donner la valeur approchée par excès à l'unité près.

57 **Calculer une échelle** Math & Arts

Ce tableau mesure en réalité 108 cm de large.

Marc Chagall, *Pluie*, 1911.

a. Calculer l'échelle de son image ci-dessus.
b. En déduire une estimation de la hauteur réelle, en cm, du tableau.

58 La place Tian'anmen à Pékin est la plus grande du monde. Sur un plan, cette place rectangulaire de 880 m de longueur a pour dimensions 2,5 cm et 4,4 cm.
a. Quelle est l'échelle de ce plan ?
b. Calculer la largeur, puis l'aire de cette place dans la réalité.

Je m'entraîne

59 Sur une photographie réalisée avec un microscope, un microbe mesure 6 cm.
La taille réelle de ce microbe est 0,2 mm.

a. Quelle est l'échelle d'agrandissement ?

b. La taille réelle d'un second microbe est 0,08 mm. Quelle serait sa taille avec l'échelle d'agrandissement de la question **a.** ?

60 La carte de la Corse peut s'inscrire dans un rectangle, dont la longueur réelle est 180 km.

1. Mesurer la longueur du rectangle, puis calculer l'échelle de la carte.

2. a. La largeur réelle du rectangle est 84 km.
Calculer la largeur sur la carte.

b. Vérifier le résultat précédent en mesurant sur la carte.

c. Mesurer la distance Bastia-Ajaccio à vol d'oiseau et calculer la distance réelle.

61 **a.** Quelle est l'échelle de cette carte ?

b. Calculer la distance à vol d'oiseau entre Le Saint-Esprit et Les Trois-Îlets en kilomètres, puis en miles.

Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C2

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

62 Prévoir les médailles

La situation-problème

Aider les organisateurs d'une compétition de ski à déterminer les médailles que six concurrents vont peut-être obtenir lors du test de « La Flèche ».

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, le tableur.

Doc. 1 **Le règlement**

25 à 35 portes et un dénivelé de 200 à 250 m.

- **Or :** 0 à 15 %
- **Vermeil :** 15,01 à 28 %
- **Argent :** 28,01 à 40 %
- **Bronze :** 40,01 à 50 %
- **Fléchette :** 50,01 à 55
- **Non classé :** + de 55 %

Le barème indique le pourcentage du temps en plus d'un candidat par rapport au temps de base réalisé par un ouvreur qui est un moniteur de l'école de ski français.

Doc. 2 **Les temps de course**

Ouvreur : Clara Direz : 52 s

Concurrents :

Amza : 1 min	Brice : 1 min 4 s
Chloé : 59,5 s	Denis : 1 min 18 s
Émilia : 1 min 20 s	François : 1 min 7 s

Calcul mental et réfléchi

63 Déterminer mentalement les nombres x, y, z.

Nombre de perles	12	11	24	1	23
Masse (en g)	360	330	x	y	z

64 Sur 300 arbres plantés, 15 n'ont pas pris racine. Calculer mentalement le pourcentage d'arbres qui n'ont pas pris racine.

65 Un bateau parcourt 30 km par heure.
Calculer mentalement la distance (en km) que parcourt ce bateau en :

a. 1 h 30 min **b.** 1 min **c.** 7 min **d.** 1 h 37 min

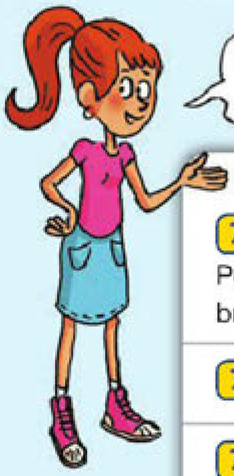
66 Sur une carte à l'échelle 1/2 000 000, quelle distance sépare deux villes distantes en réalité de :

a. 200 km ? **b.** 600 km ? **c.** 50 km ?

Je m'évalue

Pour ces questions, une seule réponse est exacte.

	a	b	c	En cas d'erreur
67 Le tableau de proportionnalité est le tableau …	5 6 7 13 14 15	3 5 0 24 40 8	4 6 16 10 15 40	→ § 1.a. p. 126
68 Pour ce tableau de proportionnalité, le coefficient de proportionnalité manquant est … 600 700 375 × …	1,6	0,625	225	→ § 1.a. p. 126
69 20 boîtes identiques pèsent 8 kg. Alors 45 de ces boîtes pèsent …	16 kg	18 kg	28 kg	→ § 1.b. p. 126
70 30 % de 80 km est égal à …	24 km	50 km	50 % de 60 km	→ § 2.b. p. 128
71 Soufien bénéficie d'une réduction de 20 % pour l'achat d'un jeu qui coûte 70 €. Soufien paie ce jeu …	14 €	50 €	56 €	→ exercice 46 p. 133
72 Julien a 80 amis dont 30 qu'il ne contacte que sur Internet. Le pourcentage d'amis qu'il ne contacte que sur Internet est …	30 %	37,5 %	62,5 %	→ § 2.b. p. 128
73 Sur un plan, une longueur de 600 m est représentée par 3 cm. L'échelle de ce plan est …	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{2\,000}$	$\frac{1}{20\,000}$	→ § 2.c. p. 128

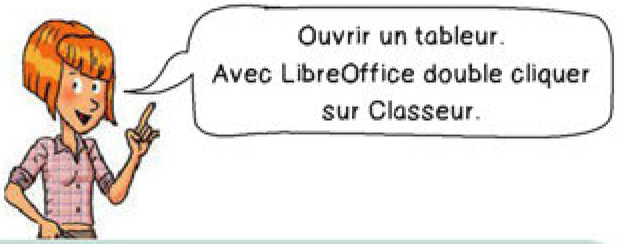


Pour ces questions, plusieurs réponses sont exactes.

	a	b	c	En cas d'erreur
74 8 bracelets coûtent 5 €. Pour calculer le prix de 12 de ces bracelets, on peut effectuer …	$5 + \frac{5}{2}$	$12 \times \frac{5}{8}$	$12 \times \frac{8}{5}$	→ § 1.b. p. 126
75 3 h 12 min, c'est aussi …	192 min	3,12 h	11 520 s	→ exercice 41 p. 132
76 Anne met 6 cL de fraise pour 24 cL d'eau et Ben met 8 cL de fraise pour 42 cL d'eau. Alors la boisson …	d'Anne contient 20 % de fraise	de Ben contient 30 % de fraise	d'Anne est plus concentrée en fraise que celle de Ben	→ § 2.a. p. 128
77 Dans un club de tennis, il y a 15 filles et 25 garçons. Le pourcentage de …	filles est 60 %	filles est 37,5 %	garçons est 62,5 %	→ § 2.b. p. 128

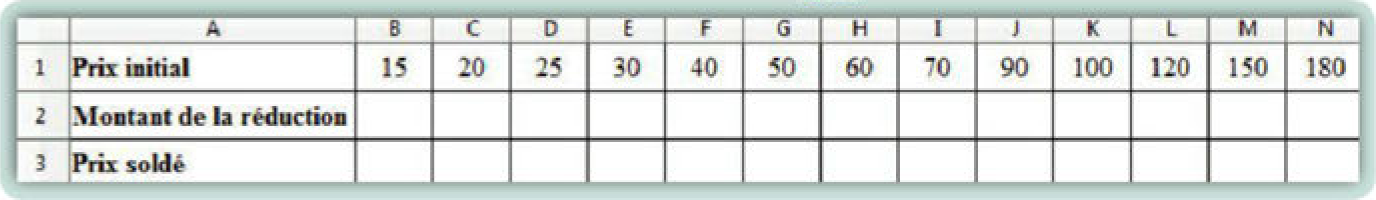
VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▶ p. 291

Avec un tableur



78 Appliquer un pourcentage de réduction

Pendant les soldes, un commerçant diminue de 30 % les prix de ses articles.
Il a créé cette feuille de calcul pour déterminer les prix soldés.



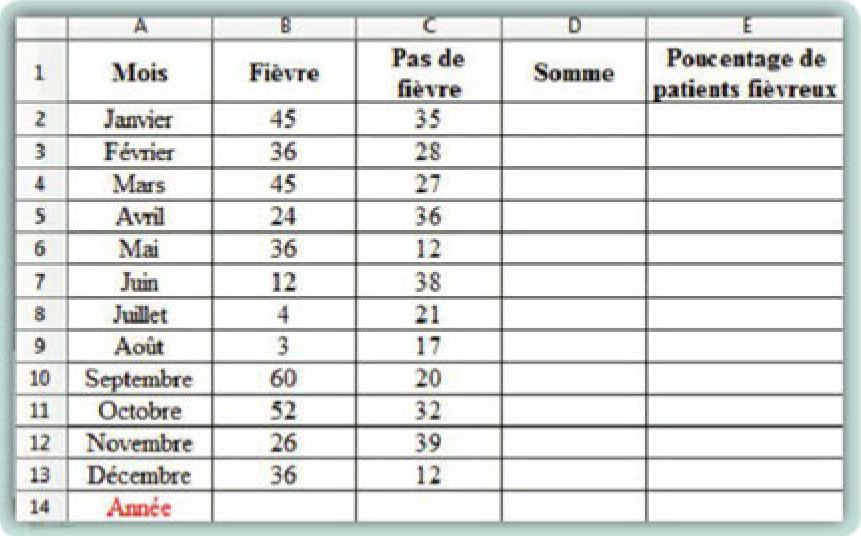
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	**Prix initial**	15	20	25	30	40	50	60	70	90	100	120	150	180
2	**Montant de la réduction**													
3	**Prix soldé**													

a. Saisir la feuille de calcul ci-dessus.
b. Dans la cellule B2, saisir la formule `=B1*30/100`, puis `Entrée`.
c. Sélectionner cette cellule B2, puis tirer la poignée jusqu'à la cellule N2.
d. • Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B3, avant de copier cette formule vers la droite ?
• Saisir cette formule, sélectionner la cellule B3, puis tirer la poignée jusqu'à la cellule N3.

79 Comparer des proportions

Un médecin a reporté chaque mois de l'année, sur la feuille de calcul ci-dessous, le nombre de patients qui avaient de la fièvre ou qui n'en avaient pas.

On se propose de déterminer pour chaque mois le pourcentage de patients qui avaient de la fièvre, puis de déterminer ce pourcentage sur l'année entière.

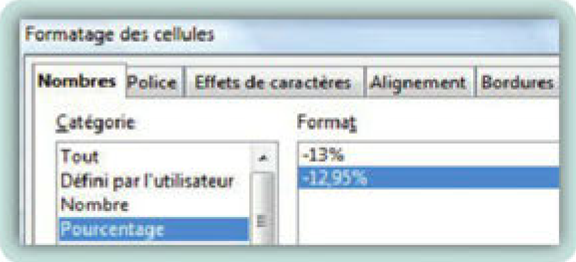


	A	B	C	D	E
1	**Mois**	**Fièvre**	**Pas de fièvre**	**Somme**	**Poucentage de patients fièvreux**
2	Janvier	45	35		
3	Février	36	28		
4	Mars	45	27		
5	Avril	24	36		
6	Mai	36	12		
7	Juin	12	38		
8	Juillet	4	21		
9	Août	3	17		
10	Septembre	60	20		
11	Octobre	52	32		
12	Novembre	26	39		
13	Décembre	36	12		
14	Année				

1. Saisir la feuille de calcul ci-contre.

2. a. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule D2, avant de copier cette formule vers le bas ?
b. Saisir cette formule, sélectionner la cellule D2, puis tirer la poignée jusqu'à la cellule D13.

3. a. Dans la cellule E2, saisir la formule `= B2/D2`, puis `Entrée`.
b. Sélectionner la cellule E2.
Cliquer sur **Format**, puis sur **Cellules**... et renseigner la boîte de dialogue comme ci-dessous.
Tirer la poignée jusqu'à la cellule E13.



Catégorie : Pourcentage
Format : -12,95%

c. Déterminer le (ou les) mois où la proportion de patients ayant de la fièvre était la plus importante.

4. a. Dans la cellule B14, saisir la formule `=SOMME(B2 : B13)`, puis `Entrée`.
b. Sélectionner cette cellule B14, puis tirer la poignée jusqu'à la cellule D14.
c. Sélectionner la cellule E13, puis tirer la poignée jusqu'à la cellule E14.
Quel était le pourcentage de patients sur l'année entière qui avaient de la fièvre ?

S'initier au raisonnement

80 Calculer un pourcentage d'augmentation

Entre 1950 et 2012, l'espérance de vie des femmes à la naissance en France est passée de 69 ans à 85 ans.
Exprimer cette augmentation en pourcentage.
Donner la valeur approchée par défaut à l'unité près.

Nos conseils

Calculer, dans un premier temps, l'augmentation en nombre d'années.

81 Calculer un pourcentage de diminution

En 40 ans, la surface de la forêt amazonienne est passée de 6,75 millions à 5,5 millions de km^2.
Exprimer cette diminution en pourcentage.
Donner la valeur approchée par excès à l'unité près.

82 Critiquer une affirmation

Ce tableau résume les prélèvements d'eau potable en France en 1999 et en 2009.

Année	1999	2009
Population (en millions)	55	62,5
Millions de m^3 d'eau prélevés	5940	5625

Un journaliste affirme :
« *En 10 ans, la quantité d'eau potable prélevée par habitant a diminué de plus de 25 %* ».
L'affirmation de ce journaliste est-elle exacte ? Expliquer.

83 Étudier une variation

a. Adèle affirme : « Un prix qui baisse deux fois de suite de 10 % a baissé en tout de 20 % ».
Qu'en pensez-vous ?

b. Si un prix augmente de 12 % par an, augmente-t-il de 24 % en deux ans ?

c. Si un prix augmente de 10 % une année, puis baisse de 10 % l'année suivante, revient-il au prix initial ?

Nos conseils

a. Faire un essai avec un prix initial de 100 €, puis conclure.

84 Représenter une situation

90 % du volume d'un iceberg est situé sous la surface de l'eau et la partie hors de l'eau mesure environ 35 m.
Représenter cette situation et déterminer la hauteur totale de cet iceberg.

Pour chercher

85 Faire preuve d'esprit critique

En 1946, la population française était de 40 millions d'habitants. Entre 1946 et 1969, cette population a augmenté de 25 %, puis elle a augmenté de 30 % entre 1969 et 2012.
Est-il vrai que la population française a augmenté de 55 % entre 1946 et 2012 ? Expliquer.

86 Exprimer en pourcentage

En 2002, 10,65 milliards de sacs plastique ont été distribués en France par les grands magasins.
En 2009, le nombre de sacs plastique distribués a diminué de 90 % et en 2012 on n'a distribué que 0,71 milliard de sacs plastiques.

a. Combien de sacs ont été distribués en 2009 ?

b. Exprimer la diminution de sacs plastique entre 2002 et 2012 en pourcentage. Donner la valeur approchée par défaut à l'unité près.

Source : Éco-Emballages

87 Respecter la parité

Seulement 12,5 % des 40 entreprises du CAC40 ont une femme pour directeur général.
Quelle devrait être l'augmentation en pourcentage du nombre de femmes au poste de directeur général d'une entreprise du CAC40 pour que la parité soit respectée ?

88 Comprendre une promotion

Quel est le pourcentage de réduction accordé sur le prix d'une rose ?

89 Exploiter une hypothèse

Afin de pouvoir déterminer l'évolution d'une colonie de manchots, un chercheur fait les hypothèses suivantes.

- Au début de l'année, la colonie comporte 10 000 manchots soit 5 000 couples.
- Chaque couple de manchots élève un poussin chaque printemps.
- À la fin de l'année, 20 % de tous les manchots (adultes et poussins) seront morts.

a. À la fin de la première année, combien de manchots (adultes et poussins) y aura-t-il dans cette colonie ?

b. Exprimer en pourcentage l'augmentation ou la diminution du nombre de manchots dans cette colonie.

D'après PISA 2012

J'utilise mes compétences

90 TICE Problème ouvert

Nils prépare une boisson qui contiendra 40 % d'oranges pressées. Pour cela, il verse dans un récipient 1 L d'un jus A qui contient 75 % d'oranges pressées et une certaine quantité d'un jus B qui contient 30 % d'oranges pressées.

Utiliser le tableur pour calculer la quantité de jus B que Nils doit verser dans le récipient.

91 Prévoir les quantités

Pour réaliser son cocktail préféré, Manon mélange 3 doses de jus d'ananas et 7 doses de jus d'orange. Dans chaque cas, calculer la quantité de jus d'orange que Manon doit prévoir.

a. Manon dispose de 75 cL de jus d'ananas.

b. Manon doit préparer 4 L de cocktail.

92 Relier le numérique et la géométrie

Voici les dimensions (en cm) et les puissances (en watts) de trois panneaux solaires.

54 × 20 9 W	300 × 100 250 W	600 × 140 700 W

a. La puissance d'un panneau est-elle proportionnelle à son périmètre ? Expliquer.

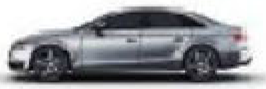
b. La puissance d'un panneau est-elle proportionnelle à son aire ? Expliquer.

c. Quelle devrait être la longueur d'un panneau qui a pour largeur 1,80 m et pour puissance 300 W ?

93 Comparer

Voici des renseignements sur deux voyages.

Distance : 8 000 km
Passagers : 320
Carburant : 76 800 L
CO_2 émis : 35,84 t



Distance : 200 km
Passagers : 4
Carburant : 8,8 L
CO_2 émis : 28 kg

Pour un trajet de 700 km, quel est le moyen de transport qui pour une personne :

a. est le plus économique en carburant ?

b. émet le moins de CO_2 ?

94 Utiliser des informations

À Alicante en Espagne, une usine futuriste produit du pétrole à partir d'algues sur une superficie de 40 hectares.

Chaque année, cette usine neutralise 405 000 tonnes de CO_2 et produit 225 000 barils (1 baril équivaut à 159 litres) de pétrole soit la consommation annuelle moyenne de 20 000 personnes.

1. Quelle devrait être la superficie d'une telle usine pour alimenter en pétrole :

a. 7 000 personnes ? **b.** 13 millions de personnes ?

2. Une voiture émet en moyenne 135 g de CO_2 par kilomètre. À combien de kilomètres correspond le CO_2 capturé en un an par l'usine ?

95 Prévoir l'heure d'arrivée

Juliette va du Mans à Brest pour assister à un concert. Elle a quitté Le Mans à 15 h 45 et elle passe à Rennes à 17 h 21. Pour sa sécurité, elle doit faire une pause de 15 min toutes les 3 h.

Si Juliette conserve la même vitesse, sera-t-elle à Brest pour le début du concert à 20 h 30 ?

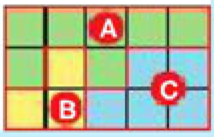
96 Narration de recherche

▸ Problème

On a partagé un champ en 3 parcelles A, B et C.

Les aires de deux de ces parcelles sont 210 m² et 294 m².

Quelle est l'aire du champ ?



Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

97 Communiquer en anglais

Emma is on holiday in France and she exchanged 10 £ for 12 €.

Help Emma to translate these prices into British pounds.

98 Prévoir le nombre de gouttes

Une infirmière doit perfuser à un patient 1,5 L de solution en 10 h.

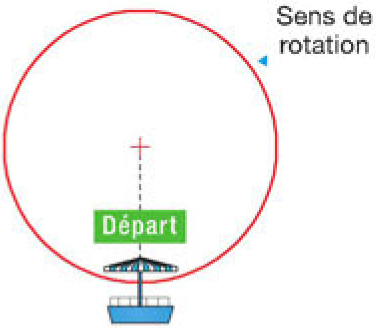
1 mL de cette solution correspond à 20 gouttes.

La perfusion se règle en fixant le nombre de gouttes à perfuser en 1 min.

Combien de gouttes l'infirmière doit-elle fixer ?

99 Travailler en groupe

Un tour de cette grande roue dure 24 min.



1. Chaque groupe traite les deux questions suivantes.

a. Tracer un cercle de rayon 5 cm qui représente la grande roue, puis construire le point qui représente l'emplacement de la cabine 17 min après le départ.

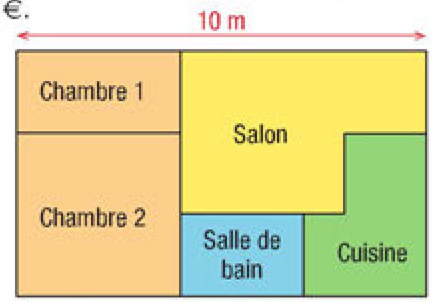
b. Choisir un nombre entier *t* inférieur à 24.

- Tracer un nouveau cercle de rayon 5 cm qui représente la grande roue.
- Construire le point qui correspond à la position de la cabine *t* min après le départ.

2. Les groupes échangent leurs figures et doivent retrouver le nombre *t* qui avait été choisi par leurs camarades.

100 Interpréter un plan

Voici le plan de l'appartement que Capucine va acheter 171 000 €.



1. a. Quelle est l'échelle de ce plan ?

b. Déterminer les dimensions réelles des chambres.

c. Calculer la surface au sol de l'appartement.

d. Capucine va-t-elle payer plus de 3 000 € par m^2 ?

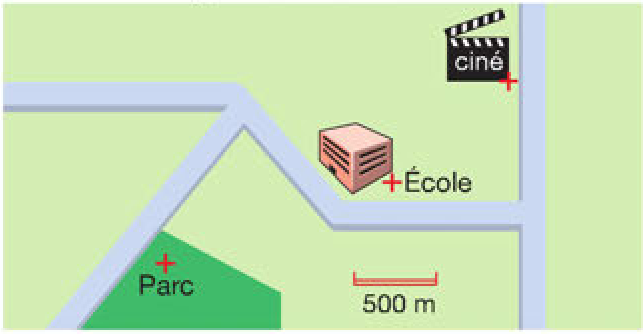
2. Lors de l'achat Capucine doit verser 6,9 % du prix d'achat en plus pour les frais de notaire.

a. Combien Capucine va-t-elle payer au total ?

b. Finalement, Capucine aura-t-elle payé plus ou moins de 3 000 € par m^2 ?

101 Imaginer une stratégie

Voici l'extrait du plan d'une ville.



Lise a mis 4 min, à scooter, pour aller du parc au cinéma. Pensez-vous qu'elle a respecté les limitations de vitesse ? Justifier votre réponse.

102 Changer d'échelle

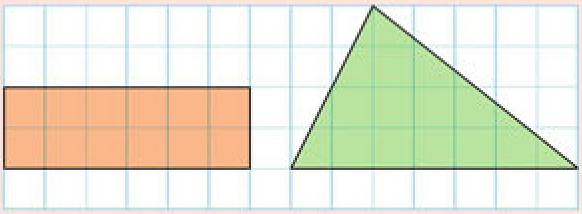
Quelle serait, sur une carte à l'échelle $\frac{1}{400\,000}$, la distance, en cm, entre St-Paul et St-Philippe ?

Donner la valeur approchée par défaut au dixième près.

Jeux & Casse-tête

103 Le rectangle et le triangle

Le rectangle représenté sur ce plan a pour périmètre 4 km en réalité.



Peut-on calculer l'aire du triangle en réalité ?

104 Avec des machines

3 machines produisent 600 pièces en 4 jours.

Combien de pièces produisent 2 de ces machines en 7 jours ?

Tâches complexes

SOCLE Compétences : **105** C1-C2-C3 **106** C1-C2-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

105 Optimiser le montant des travaux

La situation-problème

Anaïs fait poser du carrelage sur le sol d'une pièce rectangulaire.
Aider Anaïs à calculer le montant probable de sa facture avec le système de facturation le plus avantageux pour elle.
Expliquer ensuite sa démarche.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, la règle.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 **L'avancée des travaux au bout de 4 h de travail**

La pièce est à l'échelle $\frac{1}{100}$.

Doc. 2 **Les deux modes de facturation proposés par le carreleur**

- À l'heure : 15 € par heure de travail.
- Au m^2 : 10 € par m^2.

106 Le paquebot du futur

La situation-problème

Le propriétaire du paquebot « Free Ocean » souhaite équiper son navire avec des voiles de la société « Voiles Futur ».
Aider ce propriétaire à savoir si l'un des deux modèles de voiles sera rentable d'ici 5 ans.
Si c'est le cas, indiquer celui des deux qui sera le plus intéressant sur cette période.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 **Les équipements de la société « Voiles Futur »**

Les « Grandes voiles »

- Coût de l'équipement : 3,5 millions d'euros.
- Diminution des émissions des gaz à effet de serre de 70 %.
- Économie de 60 % du carburant.

Le « Kite surf »

- Coût de l'équipement : 850 000 euros.
- Diminution des émissions des gaz à effet de serre de 15 %.
- Économie de 20 % du carburant.

Doc. 2 **Le paquebot actuellement**

- Type : paquebot
- Longueur : 120 m
- Largeur : 18 m
- Capacité de transport : 12 000 t
- Consommation annuelle de fioul : 2 500 000 L

Doc. 3 **Le prix du fioul**

- Actuellement : 0,50 € le litre
- On prévoit une augmentation du prix du fioul de 0,02 € par an.

CHAPITRE 8

Représentation et traitement de données

Espèce protégée, la tortue d'Hermann a néanmoins perdu le tiers de ses effectifs en 30 ans, pour de multiples raisons (incendies, urbanisation…). Elle survit en Corse et dans le Var, où l'on essaie de la préserver.

Au fil des siècles

L'extrait ci-dessus d'un ouvrage de William Playfair, publié à Londres en 1801, est le premier exemple de diagramme circulaire. Il montre la répartition de l'empire turc en Asie, Europe et Afrique avant 1789.

→ **Sur quel continent l'empire turc s'étendait-il le plus ?**

Les capacités du programme	SOCLE 5e	Choix d'exercices
• Calculer des effectifs.	✓	4-15
• Calculer des fréquences.		2-8
• Regrouper des données en classes d'égale amplitude.	✓	6-23
• Lire et interpréter des informations à partir d'un tableau ou d'une représentation graphique (diagrammes divers, histogramme).	✓	12-21
• Présenter des données sous la forme d'un tableau, les représenter sous la forme d'un diagramme ou d'un histogramme.	✓	16-28-30

Je découvre

ACTIVITÉ 1 Effectifs et fréquences

Le tableau ci-dessous présente la direction et la vitesse du vent (en kilomètres par heure) relevées chaque jour de septembre, à 14 h, à Groix (Morbihan).

Date	Direction	Vitesse
01	N	21
02	NE	17
03	NE	13
04	NE	17
05	SO	22
06	O	32
07	S	10
08	SO	20
09	O	43
10	NO	20
11	NO	25
12	O	26
13	SO	22
14	N	37
15	SO	30
16	NO	43
17	O	44
18	O	39
19	SO	28
20	NE	13
21	S	13
22	SO	18
23	E	24
24	E	11
25	O	20
26	E	37
27	SO	22
28	E	13
29	E	11
30	SE	25

Pour l'instant, on s'intéresse à la colonne « Direction ».

1. a. Recopier et compléter le tableau ci-contre en relevant, pour chaque direction, le nombre de jours correspondant.

Direction	N	NE	E	SE	S	SO	O	NO
Effectif								

b. Vérifier que la somme des nombres écrits sur la ligne « Effectif » est bien égale au nombre de jours du mois de septembre.

2. a. Exprimer à l'aide d'un pourcentage la fréquence des jours où le vent a soufflé de l'ouest (direction O).

b. Recopier le tableau ci-contre, puis compléter la 2ᵉ ligne à l'aide de fractions, les plus simples possibles.

Direction	N	NE	E	SE	S	SO	O	NO
Fréquence (fraction)								
Fréquence (en %)								

c. Corentin affirme : « La somme de toutes les fréquences est égale à 1 ». Qu'en pensez-vous ?

d. Compléter la 3ᵉ ligne du tableau à l'aide de pourcentages, en donnant éventuellement la valeur approchée par excès au dixième près.

ACTIVITÉ 2 Regroupement de données en classes

On reprend le tableau donné au début de l'activité 1 et on s'intéresse à la colonne « Vitesse ».

1. a. Faire un tableau tel que celui commencé ci-contre et le compléter.

Vitesse (en kilomètres par heure)	10	11	12	13
Effectif				

b. Citer un inconvénient de ce tableau.

2. a. On regroupe les données en classes d'amplitude 10 kilomètres par heure, comme indiqué dans le tableau ci-dessous. Le recopier et le compléter.

Vitesse v	$10 \leqslant v < 20$	$20 \leqslant v < 30$	$30 \leqslant v < 40$	$40 \leqslant v < 50$
Effectif				

b. Citer un avantage et un inconvénient de ce tableau par rapport à celui du 1.

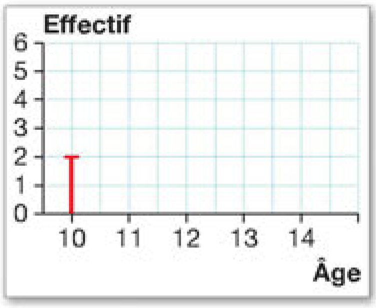
c. La pratique du kitesurf n'est possible que si la vitesse du vent est comprise entre 20 et 50 kilomètres par heure.

Pendant combien de jours était-il possible de surfer au cours de ce mois ?

ACTIVITÉ 3 Diagramme en bâtons

Le tableau ci-dessous indique la répartition des membres d'un atelier pâtisserie selon leur âge.

Âge	10	11	12	13	14
Effectif	2	6	3	4	1



On se propose de représenter ces données sous la forme d'un diagramme en bâtons comme commencé ci-contre.

a. Qu'indique la hauteur du bâton « 10 » ?

b. Reproduire et compléter ce diagramme.

ACTIVITÉ 4 Diagramme circulaire

Un département a recensé, dans le tableau ci-dessous, la répartition des quantités de piles et batteries usagées collectées en une année selon les points de dépôt.

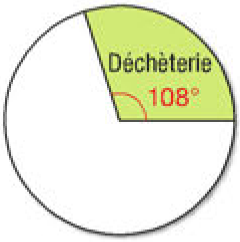
a. Recopier ce tableau et compléter la case « Total » de la 2^e ligne.

Point de dépôt	Déchèterie	École	Magasin	Autre	Total
Quantité (en t)	45	35	60	10	
Mesure de l'angle (en °)	108				360

b. On se propose de représenter ces données par un diagramme circulaire.

- Expliquer pourquoi l'angle correspondant à « Déchèterie » mesure 108°.
- Compléter la 3^e ligne du tableau.

c. Construire un diagramme circulaire de rayon 3 cm.



ACTIVITÉ 5 Histogramme

Une enquête a été réalisée auprès des élèves de 5^{e}A d'un collège pour connaître la durée de leur trajet pour venir au collège.

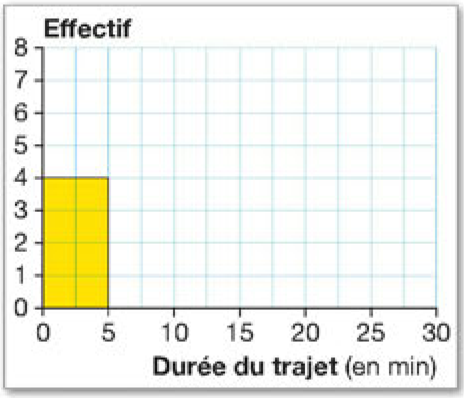
Les réponses ont été regroupées par classes d'amplitude 5 min dans le tableau ci-dessous.

Durée du trajet d (en min)	$0 \leqslant d < 5$	$5 \leqslant d < 10$	$10 \leqslant d < 15$	$15 \leqslant d < 20$	$20 \leqslant d < 25$	$25 \leqslant d < 30$
Effectif	4	5	7	3	4	2

1. a. Combien d'élèves de cette 5^{e}A mettent entre 10 min (inclus) et 15 min (exclu) pour venir au collège ?

b. Pour combien d'élèves le trajet dure-t-il au moins 20 min ?

c. Oscar affirme : « Pour 70 % des élèves, le trajet dure moins d'un quart d'heure ». Est-ce exact ?



Info
Un histogramme est un diagramme dont les barres sont accolées.

2. On se propose de représenter les données de ce tableau par un histogramme comme commencé ci-contre.

a. Qu'indique la hauteur du rectangle coloré en jaune ?

b. Reproduire et compléter cet histogramme.

1 Tableaux : effectifs, fréquences, classes

a Effectifs

DÉFINITIONS Lors d'une enquête, une liste de données a été relevée.

- **L'effectif** d'une donnée est le nombre de fois où cette donnée apparaît dans la liste.
- **L'effectif total** est le nombre total de données dans la liste.

EXEMPLE « Combien avez-vous de prénoms ? »
Voici les réponses des élèves d'une classe de 5^{e}.

2 2 3 4 1 2 2 4 3 2 3 2 4 2 3
3 1 3 2 4 2 3 2 4 1 4 2 3 3 2

Nombre de prénoms	1	2	3	4	Total
Effectif	3	12	9	6	30

Effectif des élèves qui ont 2 prénoms.

Effectif total.

b Fréquences

DÉFINITION **La fréquence** d'une donnée est le **quotient** de son effectif par l'effectif total.

EXEMPLE On reprend l'exemple du paragraphe a.
12 élèves sur 30 ont deux prénoms, donc la fréquence des élèves qui ont deux prénoms peut s'écrire :

- $\frac{12}{30}$ ou $\frac{2}{5}$ (avec une fraction)
- 0,4 (avec une écriture décimale)
- 40 % (avec un pourcentage)

Nombre de prénoms	1	2	3	4	Total
Fréquence	0,1	0,4	0,3	0,2	1

Chaque fréquence est un nombre compris entre 0 et 1.
Leur somme est égale à 1.

c Regroupement de données en classes

Dans le cas de nombreuses données numériques, on peut les regrouper en classes pour faciliter la présentation de leurs effectifs et de leurs fréquences.

EXEMPLE Taille (en m) des joueurs d'un club de rugby.

1,92	1,79	1,80	1,94	1,85	1,79	1,84	1,90	1,84	1,88	1,76	1,83
1,82	1,85	1,80	1,78	1,91	1,88	1,97	1,75	1,98	1,93	1,97	1,92
1,90	1,80	1,86	1,96	1,93	1,82	1,98	1,82	1,95	1,96	1,86	1,76

On présente les effectifs en regroupant les tailles en classes de même amplitude, par exemple ici 5 cm.

Taille *t* (en m)	$1{,}75 \leqslant t < 1{,}80$	$1{,}80 \leqslant t < 1{,}85$	$1{,}85 \leqslant t < 1{,}90$	$1{,}90 \leqslant t < 1{,}95$	$1{,}95 \leqslant t < 2$
Effectif	6	9	6	8	7

Effectif des tailles supérieures ou égales à 1,80 m et strictement inférieures à 1,85 m.

Remarque. Ce tableau est plus lisible que la liste des tailles, mais on ne sait plus combien de joueurs mesurent 1,80 m ou 1,88 m ou…

Exercice résolu Calculer des effectifs et des fréquences

1 Énoncé

Dans un club d'arts martiaux, les enfants ont le choix entre trois sports.
Ce tableau donne leur répartition.
Le compléter.

	Aïkido	Judo	Capoeira	Total
Effectif		90	36	150
Fréquence (en %)				

Solution

❶ On calcule l'effectif de l'aïkido.
150 – (90 + 36) = 24 donc 24 enfants font de l'aïkido.
❷ On calcule les fréquences.

- $\frac{24}{150} = 0{,}16$ donc 16 % des enfants du club font de l'aïkido.
- $\frac{90}{150} = 0{,}6$ donc 60 % des enfants du club font du judo.
- 100 % – (16 % + 60 %) = 24 %

Donc 24 % des enfants du club font de la capoeira.
❸ On complète le tableau.

	Aïkido	Judo	Capoeira	Total
Effectif	24	90	36	150
Fréquence (en %)	16	60	24	100

Nos conseils

- **On peut compléter cet effectif car il y a une seule case non remplie sur la ligne « Effectif ».**
- **$0{,}16 = \frac{16}{100}$ et $0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{60}{100}$**
- **Pour calculer la fréquence des enfants du club qui font de la capoeira, on peut aussi effectuer : $\frac{36}{150} = 0{,}24$.**

Exercices d'application

2 Une enquête auprès des 800 élèves d'un collège sur leur fréquentation du restaurant scolaire par semaine a donné les résultats suivants :

Nombre de repas	0	1	2	3	4	5	Total
Effectif	120	144		148	192	116	
Fréquence (en %)							

1. a. Quel est l'effectif total des élèves interrogés ?
b. Quel est l'effectif des élèves qui prennent deux repas par semaine au restaurant scolaire ?
2. Calculer la fréquence des élèves qui prennent un seul repas par semaine au restaurant scolaire :
a. sous forme fractionnaire ;
b. sous forme décimale ;
c. sous forme de pourcentage.
3. Recopier et compléter le tableau.
4. Romain a-t-il raison ? Expliquer.

3 Le tableau ci-dessous donne la répartition des temps obtenus par les participants à une course.

Temps (en min)	20	21	22	23	24	25	26
Effectif	5	9	10	12	4	7	3

a. Quel est l'effectif total des coureurs ?
b. Calculer, sous forme fractionnaire, la fréquence des coureurs qui ont réalisé un temps de 22 min.
c. Recopier le tableau ci-dessus en créant une troisième ligne intitulée « Fréquence ».
Compléter cette ligne par des nombres décimaux.
d. Calculer le pourcentage de coureurs ayant réalisé un temps compris entre 21 min (inclus) et 24 min (inclus).

4 Ce tableau donne les fréquences des résultats d'une série de lancers d'un dé.

a. Retrouver la fréquence manquante.

Résultat	1	2	3	4	5	6
Fréquence	0,15	0,18	0,22		0,23	0,13

b. Recopier ce tableau en créant une troisième ligne « Effectif ». La compléter en sachant que le dé a été lancé 1 500 fois.

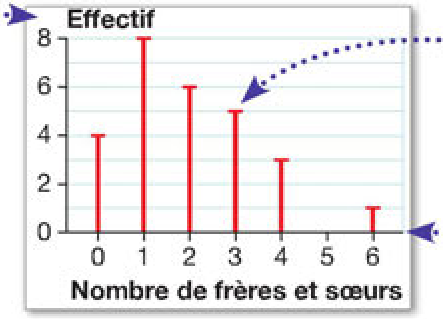
2 Représentations graphiques

a Diagramme en bâtons

On utilise ce type de diagramme pour représenter des **données numériques** peu nombreuses.

PROPRIÉTÉ Dans un diagramme en bâtons, les hauteurs des bâtons sont **proportionnelles** aux nombres qu'ils représentent.

EXEMPLE Répartition d'un groupe d'élèves selon le nombre de frères et sœurs.



Sur l'axe vertical, on lit l'effectif.

Ce bâton indique que 5 élèves ont 3 frères et sœurs.

Sur l'axe horizontal, on lit le nombre de frères et sœurs.

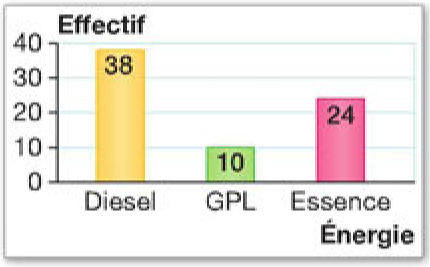
b Diagramme en barres, diagramme circulaire

On utilise ce type de diagramme pour représenter des **données non numériques**.

PROPRIÉTÉS Dans un diagramme en barres, les hauteurs des barres sont **proportionnelles** aux effectifs de chaque catégorie.

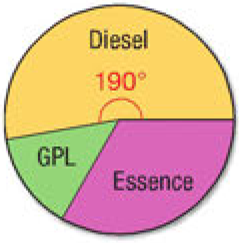
Dans un diagramme circulaire, les mesures des angles des secteurs sont **proportionnelles** aux effectifs de chaque catégorie.

EXEMPLE Répartition des voitures d'occasion en vente dans un garage selon le mode d'énergie.



	Diesel	Total
Effectif	38	72
Mesure de l'angle (en °)	190	360

× 5

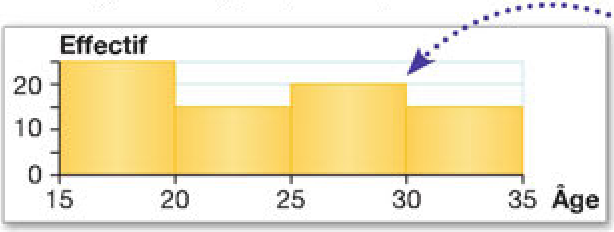


c Histogramme

On utilise un histogramme pour représenter des **données numériques regroupées en classes**.

PROPRIÉTÉ Lorsque les classes ont **la même amplitude**, les hauteurs des barres d'un histogramme sont **proportionnelles** aux effectifs de chaque classe.

EXEMPLE Répartition des âges d'un groupe de sportifs lors d'une compétition.



Ce rectangle indique que 20 sportifs ont un âge a compris entre 25 ans (inclus) et 30 ans (exclu) : $25 \leqslant a < 30$

Exercice résolu Regrouper des données en classe

5 **Énoncé**

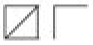
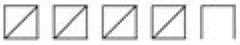
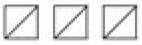
Pour vendre ses pommes, un producteur doit les calibrer selon leur masse.
Il a relevé la masse m, en grammes, des pommes d'un lot.

140	120	153	127	112	130	121	135	132	95	125	140	128	130	152
95	115	154	135	125	128	110	120	143	129	148	117	135	102	134
130	145	105	116	115	138	134	118	150	125	132	98	122	137	142

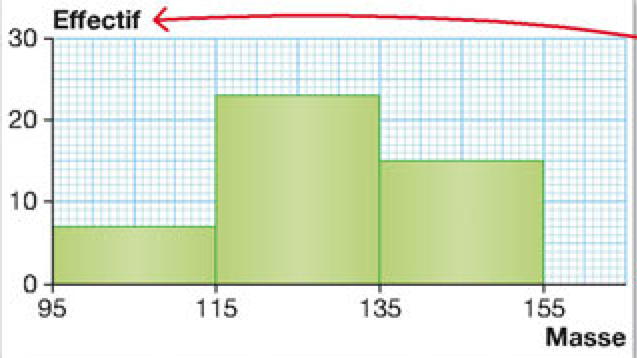
a. Regrouper ces données en classes d'amplitude 20 g ($95 \leqslant m < 115$; $115 \leqslant m < 135$; ...) et présenter les effectifs de ces classes dans un tableau.
b. Représenter les données de ce tableau par un histogramme.

Solution

a.

Masse m (en g)	$95 \leqslant m < 115$	$115 \leqslant m < 135$	$135 \leqslant m < 155$
Dépouillement			
Effectif	7	23	15

b.



Nos conseils

- À la lecture de chaque masse, on trace I dans la classe correspondante. On regroupe les traits par 5 pour faciliter la lecture des effectifs.
- On porte les masses sur l'axe des abscisses : 1 cm représente 100 g.
- On porte les effectifs sur l'axe des ordonnées : 1 cm représente 10 pommes.

Exercices d'application

6 Un entrepreneur en bâtiment a noté la quantité q, en litres, de peinture utilisée sur ses 20 chantiers en une semaine.

250	310	410	370	360	350	420	320	460	375
350	445	390	345	400	260	355	380	390	430

a. On se propose de regrouper ces quantités en classes d'amplitude 50 L.
Recopier et compléter le tableau commencé ci-dessous.

Quantité q (en L)	$250 \leqslant q < 300$	$300 \leqslant q < 350$
Effectif		

b. Représenter les données de ce tableau par un histogramme. Choisir 1 cm pour 50 L sur l'axe horizontal et 0,5 cm pour 1 chantier sur l'axe vertical.
c. Sur combien de chantiers a-t-on utilisé moins de 400 L de peinture au cours de la semaine ?

7 On a relevé la longueur ℓ, en mm, de la grande nervure de 28 feuilles de platane.

174	161	155	136	149	146	154
145	157	133	163	153	122	131
175	162	133	131	152	135	138
162	171	128	165	172	124	169

a. Regrouper ces longueurs en classes d'amplitude 10 mm ($120 \leqslant \ell < 130$; $130 \leqslant \ell < 140$; ...) et présenter les effectifs de ces classes dans un tableau.
b. Représenter les données de ce tableau par un histogramme.
c. Jonas remarque : « Pour 18 de ces feuilles, la grande nervure mesure au moins 14 cm ».
Denys répond : « Donc 10 de ces feuilles ont une grande nervure qui mesure moins de 14 cm ».
Ont-ils raison ? Justifier.

Je m'entraîne À L'ORAL

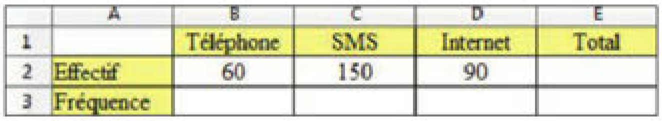
Effectifs - Fréquences

8 CALCUL MENTAL Voici la répartition des élèves de 5ᵉ d'un collège qui participent à un cross.

Classe	5ᵉ A	5ᵉ B	5ᵉ C	5ᵉ D	5ᵉ E	Total
Effectif	9	25	16	10	20	

a. Calculer l'effectif total.
b. Calculer la fréquence des élèves de 5ᵉ E.
c. Antoine affirme : « Les élèves de 5ᵉ E constituent 25 % des participants du collège ». A-t-il raison ?

9 CALCUL MENTAL Avec le tableur, on a présenté les résultats d'un sondage sur le moyen préféré par des collégiens pour communiquer avec leurs amis.



	A	B	C	D	E
1		Téléphone	SMS	Internet	Total
2	Effectif	60	150	90	
3	Fréquence				

1. a. Combien de collégiens ont été interrogés ?
b. Parmi les formules ci-dessous, indiquer celle(s) qu'on a pu saisir dans la cellule E2.

`=B2+C2+D2` `=B2:D2` `=SOMME(B2:D2)`

2. a. Quelle est la fréquence en pourcentage des élèves qui préfèrent envoyer un SMS ?
b. Dans la cellule B3, on saisit la formule `=B2/E2`.
- Quel nombre décimal lira-t-on ?
- Interpréter ce nombre pour la situation.

10 CALCUL MENTAL Ce tableau donne les fréquences des avis à l'issue d'une enquête de satisfaction. Retrouver la fréquence manquante.

Avis	Très satisfait	Satisfait	Peu satisfait	Pas satisfait
Fréquence	0,35	0,18		0,32

Regroupement en classes

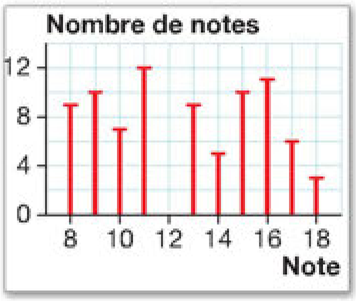
11 CALCUL MENTAL Voici la répartition des âges des enfants de moins de 10 mois d'une crèche.

Âge *a*	$2 \leqslant a < 4$	$4 \leqslant a < 6$	$6 \leqslant a < 8$	$8 \leqslant a < 10$
Effectif	3	5	4	8

a. Combien d'enfants ont moins de 6 mois mais au moins 4 mois ?
b. Lire la phrase ci-dessous en la complétant.
« L'âge de 4 enfants est ... entre ... mois inclus et ... mois exclu ».
c. Combien d'enfants ont moins de 10 mois ?
d. Combien d'enfants ont 4 mois ou plus de 4 mois et moins de 8 mois ?

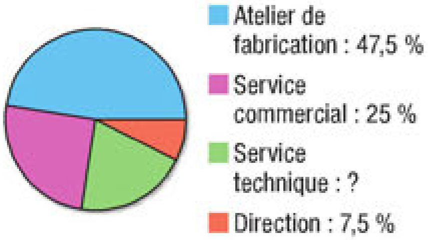
Représentations graphiques

12 CALCUL MENTAL Voici les notes obtenues à un devoir commun.



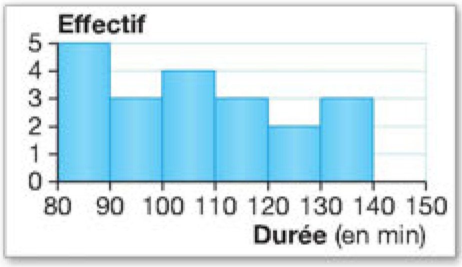
a. Quelle note a été obtenue le plus grand nombre de fois ?
b. Quel est l'effectif de la note 10 ?
c. Quelles notes ont pour effectif 10 ?
d. Combien d'élèves ont obtenu moins de 14 ?
e. Combien d'élèves ont obtenu au moins 13 ?
f. Quel est l'effectif total ?

13 CALCUL MENTAL Le diagramme ci-dessous donne la répartition du personnel d'une entreprise de 40 salariés.



a. Calculer le pourcentage manquant.
b. Calculer l'effectif du Service technique.
c. Calculer la mesure de l'angle :
- du secteur « Service commercial »,
- du secteur « Service technique ».

14 CALCUL MENTAL La répartition de la durée des films à l'affiche un samedi dans un complexe de cinémas est représentée ci-dessous.



1. Citer trois durées *d* possibles pour la classe $90 \leqslant d < 100$.
2. Eddy affirme : « La moitié des films durent au moins 1 h et demie mais moins de 2 h ». Est-ce exact ?
3. Si les durées étaient regroupées par classes d'amplitude 20 min ($80 \leqslant d < 100$...) :
a. combien de classes aurait-on ?
b. quel serait l'effectif de chacune d'elles ?

Effectifs - Fréquences

15 Les élèves de deux classes de 5^e doivent choisir leur chant préféré parmi les chants A, B, C, D et E pour une journée portes ouvertes.
Voici leurs réponses.

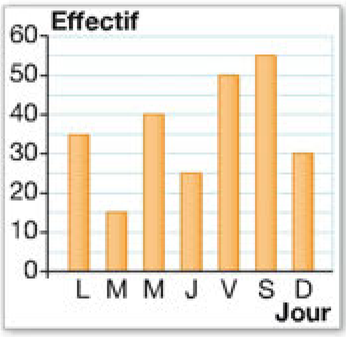
A	B	C	E	D	D	A	D	E	A	C	B
E	C	A	D	E	D	B	D	A	E	D	A
D	A	B	D	A	C	E	A	D	D	A	D
B	D	E	E	D	A	D	B	C	A	D	E

1. Recopier et compléter ce tableau des effectifs et des fréquences. On donnera les fréquences sous forme fractionnaire simplifiée.

	A	B	C	D	E	Total
Effectif						
Fréquence						

2. Calculer :
a. le pourcentage d'élèves ayant choisi le chant A ;
b. le nombre d'élèves n'ayant pas choisi le chant A.
3. Quel chant a été le plus choisi ? Dans quelle proportion ?

16 Ce diagramme donne le nombre de retraits d'argent à un distributeur automatique de billets au cours d'une semaine.



a. Présenter ces données dans un tableau de deux lignes. Créer une colonne « Total ».
b. Créer une 3^e ligne intitulée « Fréquence » et la compléter par des nombres décimaux.

17 Lors des J.O. d'hiver de Sotchi, en février 2014, la France a remporté 15 médailles, dont 4 d'or et 7 de bronze.

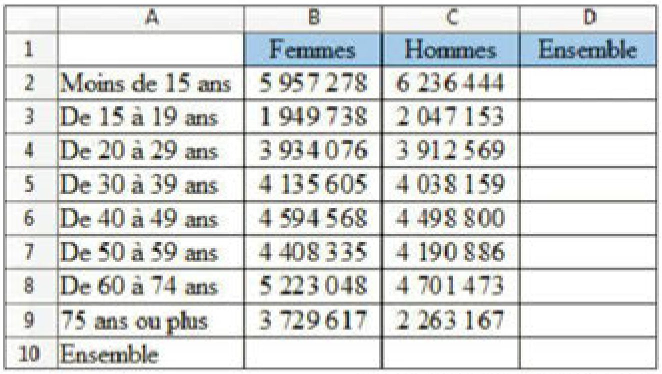
a. Combien de médailles d'argent a-t-elle remportées ?
b. Quelle est la fréquence des médailles de bronze :
- en écriture fractionnaire ?
- en pourcentage (en donner la valeur approchée par excès au dixième près) ?

c. Présenter les données de cette situation dans un tableau comportant trois lignes, dont une pour les effectifs et une pour les fréquences en pourcentages.

18 @ssr Une enquête de la Prévention Routière « Être visible à vélo » en 2013 a révélé les résultats suivants : sur les 1 466 vélos personnels contrôlés dans 11 villes de France, 1 114 vélos avaient un défaut d'éclairage à l'avant ou à l'arrière, 235 cyclistes portaient un vêtement rétroréfléchissant et 191 portaient un casque.

Le bilan de ces observations fit apparaître que trois vélos sur quatre présentaient un défaut d'éclairage et que moins d'un cycliste sur cinq était équipé d'un gilet rétroréfléchissant.
Le bilan vous paraît-il correct ? Justifier.

19 TICE Le tableau ci-dessous donne la répartition de la population française (hors Mayotte) par tranches d'âge au 1^{er} janvier 2014.



	A	B	C	D
1		Femmes	Hommes	Ensemble
2	Moins de 15 ans	5 957 278	6 236 444	
3	De 15 à 19 ans	1 949 738	2 047 153	
4	De 20 à 29 ans	3 934 076	3 912 569	
5	De 30 à 39 ans	4 135 605	4 038 159	
6	De 40 à 49 ans	4 594 568	4 498 800	
7	De 50 à 59 ans	4 408 335	4 190 886	
8	De 60 à 74 ans	5 223 048	4 701 473	
9	75 ans ou plus	3 729 617	2 263 167	
10	Ensemble			

Source : INSEE, estimation

1. Donner l'effectif :
a. des femmes de 40 à 49 ans ;
b. des hommes de 20 à 29 ans.
2. Flora affirme : « Pour chaque tranche d'âge, les femmes sont plus nombreuses que les hommes ».
A-t-elle raison ?
3. a. Ouvrir une feuille de calcul de tableur et réaliser le tableau ci-dessus.
b. Laquelle de ces formules peut-on saisir dans la cellule B10 pour calculer l'effectif total des femmes ?

=SOMME(B2:B9)   =SOMME(B2:B10)

c. Recopier cette formule dans la cellule C10.
d. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule D2 avant de la recopier vers le bas ?
e. Quelle est la population française totale (hors Mayotte) au 1^{er} janvier 2014 ?
4. Calculer la fréquence en pourcentage :
a. des filles de moins de 15 ans parmi :
- les femmes, en cellule B12 ;
- l'ensemble de la population, en cellule B13.

b. des garçons de moins de 15 ans parmi :
- les hommes, en cellule C12 ;
- l'ensemble de la population, en cellule C13.

Je m'entraîne

20 On s'intéresse aux cent premiers chiffres de la valeur approchée ci-dessous du nombre π :

3,141592653589793238462643
3832795028841971693993751
0582097494459230781640686
2089986280348253421170679

a. Quelle est la fréquence du chiffre 1 ?

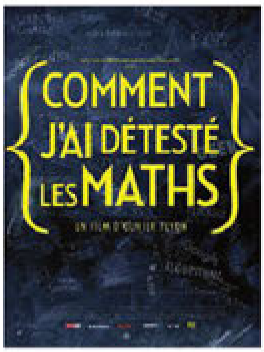
b. Calculer la fréquence des chiffres impairs ; en déduire celle des chiffres pairs.

21 Ce diagramme montre la répartition des marins pêcheurs embarqués sur les navires français en 2012.

Source : DPMA

a. Calculer la fréquence de la catégorie « Pêche au large ».

b. Calculer l'effectif de chaque catégorie, sachant que l'effectif total est 13 700 marins pêcheurs.



22 Voici la composition d'une salle de cinéma lors de la projection en avant-première du film *Comment j'ai détesté les maths*.

	Effectif	Fréquence
Scientifiques		$\frac{3}{7}$
Autres		
Total	126	

a. Calculer la fréquence des spectateurs « Autres ».

b. Recopier et compléter le tableau ci-dessus.

Regroupement en classes

23 Voici les temps de jeu (en min) des joueurs d'une équipe de basket pendant un match.

22	19	6	24	20	22	22	17	19	9	15	5

a. Combien de joueurs ont joué pendant plus de 20 min ? pendant moins de 10 min ?

b. On décide de regrouper ces durées dans des classes d'amplitude 5 min.
Recopier et compléter ce tableau.

Durée d (en min)	$5 \leqslant d < 10$	$10 \leqslant d < 15$	$15 \leqslant d < 20$	$20 \leqslant d < 25$
Effectif				

24 Voici le nombre d'infractions constatées à un feu rouge au cours de 50 journées.

25	30	32	17	28	35	12	25	43	21
18	36	26	23	16	24	30	31	22	19
24	38	27	19	44	28	34	23	33	27
11	17	26	20	38	30	14	43	15	29
32	32	14	40	24	16	25	37	41	36

1. Pendant combien de jours a-t-on constaté :

a. moins de 15 infractions ?

b. 40 infractions et plus ?

2. a. Regrouper ces données dans des classes d'amplitude 5 ($10 \leqslant n < 15$; $15 \leqslant n < 20$...).
Présenter les effectifs de ces classes dans un tableau.

b. Olivier affirme : « Ce feu rouge n'est pas respecté : on a relevé au moins 30 infractions deux jours sur cinq ». A-t-il raison ? Expliquer.

25 Le tableau ci-dessous donne la répartition des salaires des 25 salariés d'une entreprise.

Salaire S (en €)	**Effectif**	**Fréquence** (en %)
$900 \leqslant S < 1\,000$	2	
$1\,000 \leqslant S < 1\,100$	3	
$1\,100 \leqslant S < 1\,200$	6	
$1\,200 \leqslant S < 1\,300$		
$1\,300 \leqslant S < 1\,400$	5	
Total		

1. Combien de salariés gagnent moins de 1 200 € ?

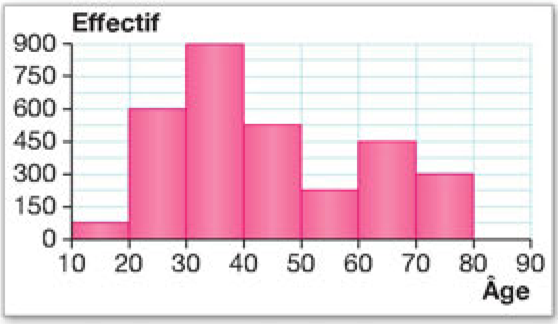
2. Recopier et compléter ce tableau.

3. Calculer la fréquence en pourcentage de salariés dont le salaire :

a. est supérieur ou égal à 1 100 € ;

b. est strictement inférieur à 1 300 €.

26 Le président d'un club sportif sollicite plusieurs entreprises de sa région pour sponsoriser le club. L'une d'elles se dit intéressée si les spectateurs âgés de 30 à 50 ans (30 ans inclus) représentent plus de 50 % des spectateurs.
Cette entreprise va-t-elle sponsoriser le club ?
Expliquer.



27 Voici la répartition des temps de skieurs lors d'un slalom géant.

Durée d	Effectif
$2'\,45'' \leqslant d < 2'\,46''$	3
$2'\,46'' \leqslant d < 2'\,47''$	9
$2'\,47'' \leqslant d < 2'\,48''$	9
$2'\,48'' \leqslant d < 2'\,49''$	2
$2'\,49'' \leqslant d < 2'\,50''$	6
$2'\,50'' \leqslant d < 2'\,51''$	2
$2'\,51'' \leqslant d < 2'\,52''$	2
$2'\,52'' \leqslant d < 2'\,53''$	2
$2'\,53'' \leqslant d < 2'\,54''$	3
$2'\,54'' \leqslant d < 2'\,55''$	2

a. Calculer le nombre de skieurs qui ont mis moins de 2' 48''.

b. Calculer la fréquence des skieurs qui ont mis 2' 50'' et plus.

c. Faire un tableau en regroupant les durées par classes d'amplitude deux secondes au lieu d'une.

Représentations graphiques

28 Réaliser un diagramme en bâtons pour représenter la répartition des bébés nés dans une maternité pendant une semaine, selon leur taille.

Taille (en cm)	47	48	49	50	51	52	53
Effectif	6	4	10	6	5	3	4

29 Représenter par un diagramme en barres ce tableau qui donne le moyen de transport utilisé par des élèves de 5^e pour se rendre au collège.

	À pied	À vélo	En tramway	En voiture
Effectif	8	6	7	5

30 Voici les résultats d'une enquête sur le temps mis par les employés d'une grande surface pour se rendre à leur travail.

Représenter ces données par un histogramme.

Temps t (en min)	Effectif
$0 \leqslant t < 10$	4
$10 \leqslant t < 20$	16
$20 \leqslant t < 30$	18
$30 \leqslant t < 40$	10
$40 \leqslant t < 50$	2

31 Ce tableau donne les réponses d'un panel de personnes à la question :
« Prenez-vous des photos avec votre téléphone ? ».

	Tous les jours	Souvent	Rarement	Jamais	Total
Nombre de réponses	36	28	10	6	80

On se propose de représenter ces données par un diagramme circulaire.

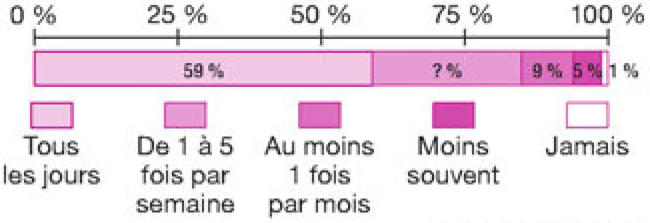
a. Recopier ce tableau en le complétant par une ligne intitulée « Mesure de l'angle (en °) ».

b. Vérifier que l'angle de la catégorie « Souvent » mesure 126°.

c. Compléter la troisième ligne du tableau.

d. Représenter les données par un diagramme circulaire (choisir un rayon de 3 cm).

32 Le diagramme en bande ci-dessous présente les résultats d'une enquête sur la fréquence d'utilisation d'un réseau social par ses abonnés.



Source : CSA/NPA

1. a. Calculer le pourcentage manquant.

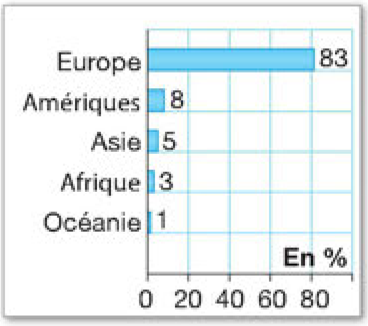
b. Quel est le rythme majoritairement utilisé ?

2. On se propose de représenter ces données par un diagramme circulaire.

a. Calculer la mesure de chaque angle. Présenter les résultats dans un tableau en donnant, si nécessaire, la valeur approchée par défaut à l'unité près.

b. Construire ce diagramme circulaire (choisir un rayon de 3 cm).

33 Ce diagramme représente la répartition des touristes venus en France en 2012 selon le continent où ils habitent.



a. Représenter ces données par un diagramme demi-circulaire.

b. Calculer le nombre de touristes de chaque continent, sachant que le nombre total de touristes était de 83 millions. Présenter les résultats dans un tableau.

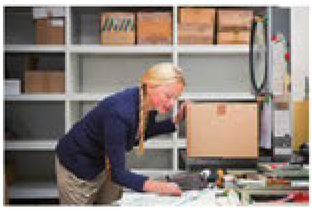
Je m'entraîne

34 Le tableau ci-dessous donne la répartition du temps passé par les utilisateurs de tablettes entre différents usages.

	Fréquence (en %)
Regarder des vidéos	16
Lire	10
S'informer	13
Écouter de la musique	15
Jouer à des jeux vidéo	19
Faire autre chose	27

a. Représenter ce tableau par un diagramme en barres, puis par un diagramme demi-circulaire.
b. Lequel de ces deux diagrammes apporte le plus d'informations sur le temps passé entre les différents usages ? Expliquer.

35 Le service statistique d'une entreprise a réalisé une étude portant sur la masse des colis expédiés depuis l'entrepôt.
Représenter les résultats de cette étude par un histogramme.



Masse m (en kg)	Effectif
$0 \leqslant m < 4$	150
$4 \leqslant m < 8$	360
$8 \leqslant m < 12$	60
$12 \leqslant m < 16$	30

Aide
Choisis pour unités sur l'axe horizontal : 1 cm pour 4 kg et sur l'axe vertical : 1 cm pour 60 colis.

Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C2-C3
Indicateurs de réussite sur le site compagnon

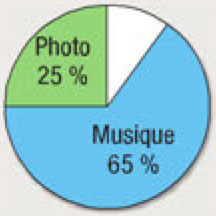
36 La clé USB

La situation-problème
Ivan possède une clé USB. Il y stocke uniquement sa musique et ses photos.
Son frère lui donne une nouvelle clé USB d'une capacité de 2 Go, entièrement vide.
Ivan transfère le contenu de son ancienne clé sur la nouvelle.
Représenter l'occupation de l'espace sur la nouvelle clé par un diagramme circulaire.

D'après Évaluation Pisa 2012

Les supports de travail
La calculatrice, les instruments de géométrie.

Doc. 1 **L'ancienne clé d'Ivan de 1 Go**



Doc. 2 **Unités de mesure en informatique**

- 1 Mo (mégaoctet) = 1 000 ko (kilooctet)
- 1 Go (gigaoctet) = 1 000 Mo

Calcul mental et réfléchi

37 Ce tableau présente la répartition des fromages de chèvre confectionnés dans une ferme un lundi. Il est incomplet.

	Bûches	Crottins	Tommes	Total
Effectif	❶	30	❷	50
Fréquence	$\frac{3}{10}$	❸	❹	❺

Déterminer mentalement les nombres manquants.

38 La fréquence du prénom Lucas parmi les prénoms des élèves d'un collège est 0,05.
Expliquer pourquoi un élève sur vingt dans ce collège s'appelle Lucas.

39 On a demandé à un groupe de personnes leur couleur préférée. Voici leurs réponses.
Calculer mentalement les mesures des angles qui seraient nécessaires pour représenter les données de ce tableau par un diagramme circulaire.

Couleur	Effectif
Bleu	47
Jaune	9
Noir	15
Rouge	20
Vert	29

40 Déterminer mentalement les nombres manquants.

Effectif	72	48	❷	❺	❸
Fréquence (en %)	❶	12	10	❹	28

Je m'évalue

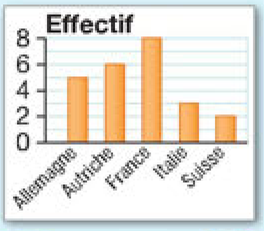
Pour les exercices **41** à **47**, le tableau ci-contre donne la répartition d'un groupe de personnes selon le nombre de livres lus au cours d'un mois.

Nombre de livres lus	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de personnes	11	6	9	15	8	4	5	2

Pour ces questions, une seule réponse est exacte.

	a	b	c	En cas d'erreur
41 Le nombre de personnes interrogées est…	28	38	60	→ **§ 1.a. p. 144**
42 L'effectif de la catégorie « 5 livres » est…	4	6	20	→ **§ 1.a. p. 144**
43 Le nombre total de livres lus est…	60	165	176	→ **§ 1.a. p. 144**
44 La fréquence de la catégorie « 1 livre » est…	$\frac{1}{10}$	6	$\frac{6}{100}$	→ **§ 1.a. p. 144**
45 La fréquence de la catégorie « 3 livres » est…	15 %	20 %	25 %	→ **§ 1.b. p. 144**
46 Si l'on regroupe les données par classes d'amplitude 3, on obtient le tableau, où *n* désigne le nombre de livres lus…	$0 \leqslant n < 3$ 3 $3 \leqslant n < 6$ 12 $6 \leqslant n < 9$ 13	$0 \leqslant n < 3$ 41 $3 \leqslant n < 6$ 17 $6 \leqslant n < 9$ 2	$0 \leqslant n < 3$ 26 $3 \leqslant n < 6$ 27 $6 \leqslant n < 9$ 7	→ **§ 1.c. p. 144**
47 Si l'on regroupe les données par classes d'amplitude 4, on obtient le tableau, où *n* désigne le nombre de livres lus…	$0 \leqslant n < 4$ 30 $4 \leqslant n < 8$ 30	$0 \leqslant n < 4$ 41 $4 \leqslant n < 8$ 19	$0 \leqslant n < 4$ 26 $4 \leqslant n < 8$ 34	→ **§ 1.c. p. 144**

Pour les exercices **48** à **50**, le diagramme ci-contre donne la répartition des artistes selon leur pays d'origine lors d'une exposition de peinture.



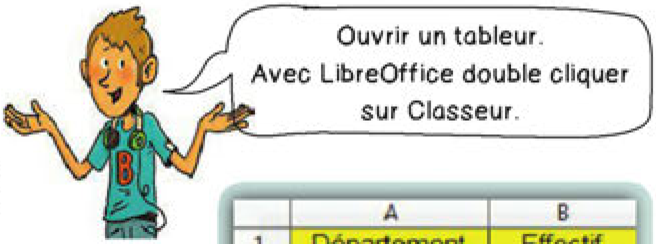
Pour ces questions, plusieurs réponses sont exactes.

	a	b	c	En cas d'erreur
48 Lors de cette exposition…	6 artistes sont autrichiens	6 % des artistes sont autrichiens	25 % des artistes sont autrichiens	→ **§ 2.b. p. 146**
49 Lors de cette exposition…	12,5 % des artistes sont italiens	$\frac{5}{24}$ des artistes sont allemands	un artiste sur trois est français	→ **§ 1.b. p. 144**
50 Si l'on représente la répartition de ces artistes par un diagramme circulaire…	l'angle pour la Suisse mesure 30°	l'angle pour l'Autriche mesure 90°	l'angle pour l'Allemagne mesure 75°	→ **§ 2.b. p. 146**

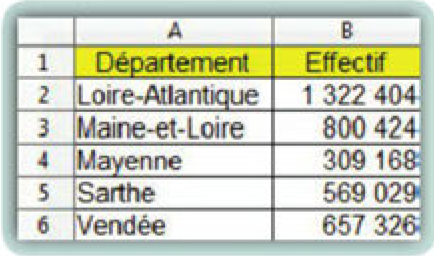
VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▶ p. 291

Avec un tableur

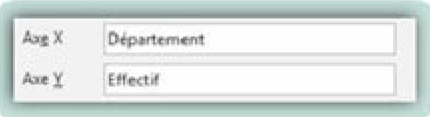
51 Passer d'un tableau à un diagramme en barres



Le tableau ci-contre donne le nombre d'habitants dans les cinq départements de la région Pays de la Loire au 1er janvier 2013 (*Source : INSEE*).



	A	B
1	Département	Effectif
2	Loire-Atlantique	1 322 404
3	Maine-et-Loire	800 424
4	Mayenne	309 168
5	Sarthe	569 029
6	Vendée	657 326



Axe X: Département

Axe Y: Effectif

a. Réaliser ce tableau.

b. Sélectionner la plage A1:B6 et cliquer sur pour insérer un diagramme.

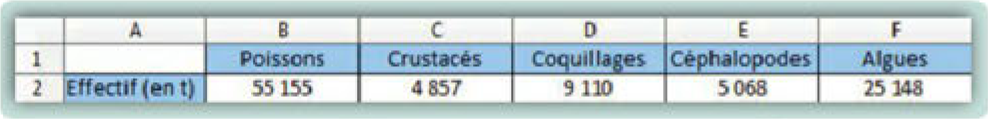
c. Dans l'assistant de diagramme qui s'ouvre :

- à l'étape 1 (Type du diagramme), cliquer sur Colonne, puis Normal,
- à l'étape 4, décocher Afficher la légende ; compléter les titres des axes comme ci-contre, puis cliquer sur Terminer.

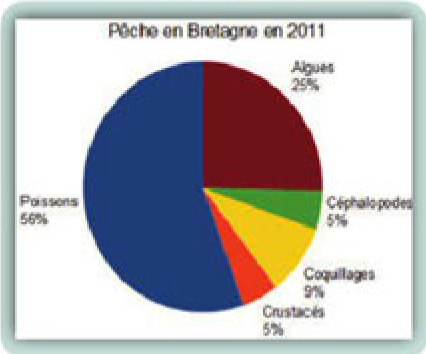
d. Après avoir réorganisé les données du tableau grâce à un tri selon les effectifs décroissants, faire apparaître en rouge les barres du diagramme correspondant aux départements dont le nombre d'habitants est compris entre 500 000 et 1 000 000 habitants.

52 Passer d'un tableau à un diagramme circulaire

a. Réaliser ce tableau des tonnages de pêche en Bretagne en 2011, selon la catégorie (*Source : INSEE*).



	A	B	C	D	E	F
1		Poissons	Crustacés	Coquillages	Céphalopodes	Algues
2	Effectif (en t)	55 155	4 857	9 110	5 068	25 148



b. Sélectionner la plage A1:F2 et cliquer sur pour insérer un diagramme.

c. Dans l'assistant de diagramme qui s'ouvre :

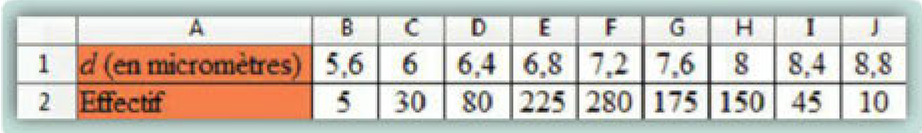
- à l'étape 1 (Type du diagramme), cliquer sur Secteur, puis Normal,
- à l'étape 4, décocher Afficher la légende ; compléter le titre comme ci-contre.

d. Sélectionner le diagramme et faire un clic droit sur les secteurs. Insérer des étiquettes de données. Explorer les fonctionnalités pour afficher comme ci-contre les catégories et les pourcentages.

e. Quelles informations que ne donne pas le tableau, ce diagramme apporte-t-il ?

53 Passer d'un tableau à un histogramme

On observe une goutte de sang au microscope et on mesure le diamètre (en micromètres) de certains globules rouges. Les données ont été regroupées en classes d'amplitude 0,4 micromètre et dans le tableau ci-dessous, on indique le centre de chaque classe (par exemple 5,6 est le centre de la classe $5{,}4 \leqslant d < 5{,}8$).



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	*d* (en micromètres)	5,6	6	6,4	6,8	7,2	7,6	8	8,4	8,8
2	Effectif	5	30	80	225	280	175	150	45	10

a. Réaliser ce tableau, sélectionner la plage A1:J2 et cliquer sur pour insérer un diagramme.

b. Dans l'assistant de diagramme qui s'ouvre :

- à l'étape 1 (Type du diagramme), cliquer sur Colonne, puis Normal,
- à l'étape 2 cocher Série de données en ligne et Première ligne comme étiquette,
- à l'étape 4, décocher Afficher la légende ; compléter Axe X par Diamètre et Axe Y par Effectif.

c. Faire un clic droit sur les barres du diagramme.

Dans la fenêtre qui s'ouvre, cliquer sur Formater les séries de données…, puis dans l'onglet Options, régler « Espacement » sur 0 %.

S'initier au raisonnement

54 Analyser des informations

▶ Problème

Pour informer leurs parents qu'ils étaient bien arrivés dans un centre nautique, pour un séjour d'une semaine en classe de mer, 60 % des élèves ont envoyé un SMS, 24 % en ont envoyé deux et les 12 élèves restants en ont envoyé trois.
Combien de SMS ont été envoyés en tout ?

a. Jérémy affirme : « Les 12 élèves restants représentent 16 % des élèves ».
L'énoncé ne le dit pas. Pourquoi est-ce exact ?

b. Recopier et compléter ce tableau des effectifs et des fréquences.

Nombre de SMS	1	2	3	Total
Effectif				
Fréquence (en %)				

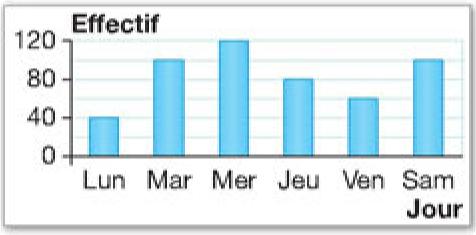
c. En déduire le nombre total de SMS envoyés.

Nos conseils

Pour répondre à une question, il est parfois utile d'effectuer des calculs intermédiaires, comme ici, pour déterminer le nombre d'élèves ayant envoyé un SMS et deux SMS.

55 Lire des informations sur un diagramme

Le directeur d'un magasin a relevé chaque jour d'une semaine le nombre de clients. Le diagramme ci-dessous représente cette répartition.



1. Quel est le nombre total de clients venus pendant cette semaine ?

2. Quel est le jour où il y a un maximum de clients ?

3. Pour chacune des affirmations ci-dessous, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier.

a. Un client sur cinq est venu le mardi.

b. 8 % des clients sont venus le lundi.

c. $\frac{3}{25}$ des clients sont venus le jeudi.

Nos conseils

Pour justifier une réponse, on peut utiliser des définitions ou des propriétés énoncées en cours.

Pour chercher

56 Extraire des informations d'un tableau

Le tableau ci-dessous indique le nombre de voitures (en milliers) immatriculées en France en 2013.

Groupe PSA		Groupe Renault		Groupes étrangers
Peugeot	Citroën	Renault	Dacia	
290	238	338	90	835

Source : CCFA

Dans chaque cas, calculer la fréquence indiquée en pourcentage (on donnera la valeur approchée par défaut au dixième près).

a. Fréquence des voitures Peugeot parmi les voitures du groupe PSA.

b. Fréquence des voitures du groupe PSA parmi les voitures françaises.

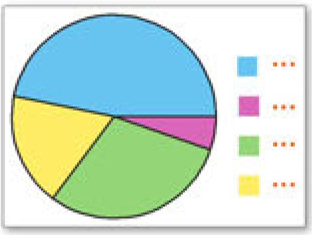
c. Fréquence des voitures Dacia parmi les voitures du groupe Renault.

d. Fréquence des voitures du groupe Renault parmi les voitures françaises.

e. Fréquence de chaque type de voiture parmi la totalité des voitures.

57 Faire le lien entre plusieurs informations

Le diagramme et le tableau ci-dessous donnent la répartition des modes de réception de la télévision sur l'écran principal des habitants d'une commune.



Mode de réception	ADSL	Câble	TNT	Satellite
Fréquence (en %)	30	5	47	18

a. Recopier et compléter la légende du diagramme circulaire.

b. Faire un diagramme en barres représentant cette répartition.

58 Porter un regard critique

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

a. Dans une classe, 70 % des filles et 30 % des garçons ont un téléphone. Donc il y a plus de filles que de garçons qui ont un téléphone.

b. Au camping A, 30 % des campeurs ont moins de 15 ans. Au camping B, 20 % des campeurs ont moins de 15 ans. Donc il y a plus de campeurs de moins de 15 ans au camping A qu'au camping B.

J'utilise mes compétences

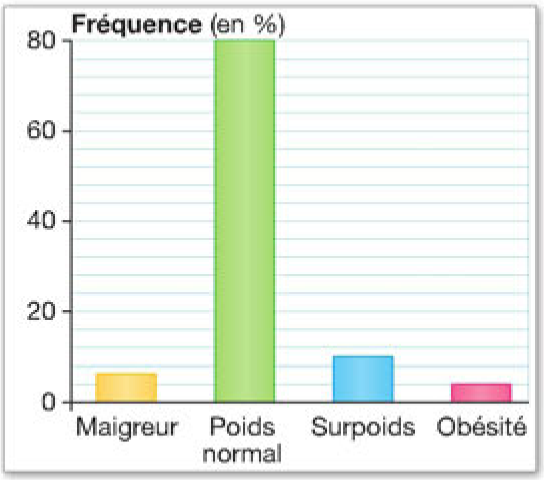
59 Imaginer une stratégie

Le diagramme ci-dessous représente les réponses d'un panel de 900 personnes à la question : « Partez-vous en vacances l'été ? ».

Calculer le nombre de personnes ayant répondu :
a. Toujours **b.** Rarement

60 Réfléchir

Selon un sondage IPSOS de 2012, près d'un jeune Français sur cinq, âgé de 15 à 25 ans, est en surpoids ou obèse. En 2002, une étude semblable avait donné les résultats ci-dessous.



La fréquence de jeunes en surpoids ou obèses a-t-elle changé entre 2002 et 2012 ? Expliquer.

61 Suivre des consignes

Un institut de sondage a demandé à un panel de personnes : « Comment vous occupez-vous quand vous êtes dans les transports en commun ? ».
Voici les réponses.

Source : CREDOC	Souvent	Parfois	Jamais
Écouter de la musique	26 %	22 %	52 %
Observer autour de soi	65 %	30 %	5 %

a. La ligne « Écouter de la musique » est représentée par le diagramme en bande ci-dessous.

On suppose que la longueur de la bande est 8 cm. Calculer la longueur de chacun des trois rectangles.
b. Construire un diagramme en bande de longueur 8 cm, représentant la ligne « Observer autour de soi ».

62 Communiquer en anglais

Fahim played Alex in a chess tournament. They played a total of 48 games. The results were : Fahim won 26 games, Alex won 14 games, and 8 games were a draw.
A pie chart is to be drawn to show this information.
a. Calculate the angle, in degrees, of the sector representing the number of games won by Fahim.
b. Using the circle, draw an accurate pie chart illustrating the information.

63 Travailler en groupe

Ce tableau donne la répartition des Français par région au 31 décembre 2011 (*Source : INSEE*).

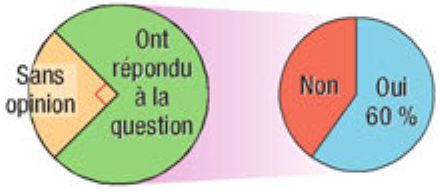
Alsace	1 852 500
Aquitaine	3 254 000
Auvergne	1 350 500
Basse-Normandie	1 475 500
Bourgogne	1 642 500
Bretagne	3 218 000
Centre	2 557 000
Champagne-Ardenne	1 336 000
Corse	314 500
Franche-Comté	1 173 500
Haute-Normandie	1 839 500
Guadeloupe	404 500
Guyane	237 500
Île-de-France	11 853 000

Languedoc-Roussillon	2 670 000
Limousin	741 000
Lorraine	2 350 500
Martinique	392 000
Midi-Pyrénées	2 903 500
Nord-Pas-de-Calais	4 042 000
Pays de la Loire	3 601 000
Picardie	1 918 000
Poitou-Charentes	1 778 000
Provence-Alpes-Côte d'Azur	4 916 000
Réunion	828 500
Rhône-Alpes	6 283 500

a. À l'aide du tableur ou à la main, regrouper ces données dans un tableau par classes d'amplitude 500 000 pour une moitié du groupe, par classes d'amplitude 1 000 000 pour l'autre moitié du groupe.
b. Représenter ces données par un histogramme.
c. Comparer les deux histogrammes ; commenter leurs ressemblances et leurs différences.

64 Problème ouvert

Ces deux diagrammes représentent les réponses à une question d'un sondage d'opinion.

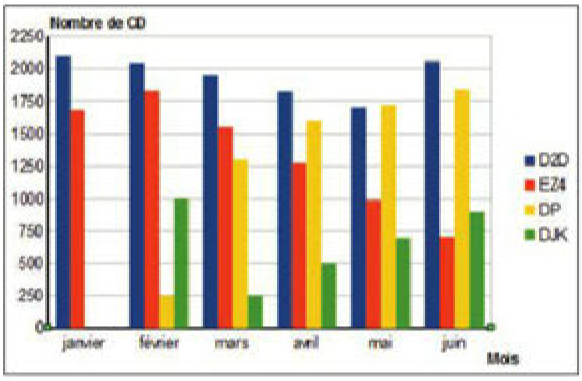


Plus de 50 % des personnes interrogées ont-elles répondu Oui à cette question ?

65 Extraire des informations d'un diagramme

En janvier, les groupes D2D et EZ4 ont chacun sorti un nouveau CD. En février, c'était au tour des groupes DP et DJK de sortir chacun leur CD.

Le diagramme ci-dessous montre les ventes de ces CD de janvier à juin.



Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le diagramme.

a. Combien de CD le groupe DJK a-t-il vendus en février ?

b. Au cours de quel mois le groupe DP a-t-il vendu pour la première fois plus de CD que le groupe EZ4 ?

c. Le producteur du groupe EZ4 s'inquiète car le nombre de CD vendus a diminué de février à juin.
À combien peut-on estimer leurs ventes au mois de juillet si cette tendance à la baisse continue ?

D'après Évaluation PISA 2012

66 TICE Construire un diagramme

Math & Arts

Vers 1935, aux États-Unis, la sécheresse et des vents violents ont provoqué des tempêtes de poussières qui ont détruit les récoltes et ruiné les fermiers, qui partirent à la recherche d'autres terres.

John Steinbeck s'en est inspiré dans son roman *Les Raisins de la colère*, adapté au cinéma par John Ford.

Aujourd'hui, voici le palmarès sur un an des dix plus importants produits agricoles des États-Unis.

Représenter ces données par un diagramme en barres, à l'aide du tableur.

	Quantité (en t)
Bœuf	11 173 000
Lait	90 865 000
Poulet	17 038 000
Maïs	273 832 130
Soja	82 054 800

	Quantité (en t)
Porc	9 921 970
Blé	61 755 240
Coton	3 598 000
Tomate	13 206 950
Œufs	5 435 168

Source : FAO

67 TICE Construire un graphique

« Le marché des tablettes explose » lit-on souvent.

a. Réaliser cette feuille de calcul qui donne une estimation du nombre de tablettes et de PC vendus dans le monde de 2010 à 2017 (en millions).

	A	B	C
1	Année	Tablettes	PC
2	2010	19	358
3	2011	76	364
4	2012	145	349
5	2013	229	322
6	2014	287	318
7	2015	332	323
8	2016	375	329
9	2017	410	333

b. Sélectionner la plage A1:C9 et cliquer sur .

c. Dans l'assistant de diagramme qui s'ouvre :

- à l'étape 1 (Type du diagramme), cliquer sur XY dispersion, puis Points et lignes,
- à l'étape 4, compléter les titres des axes.

d. Commenter ce graphique.

68 Narration de recherche

▶ Problème

Au péage d'une autoroute, on a relevé le passage de 235 voitures, de 97 motos et de camions.
Sur le diagramme circulaire qui représente ces données, l'un des secteurs a un angle de 180°.
Combien de véhicules sont passés à ce péage ?
On donnera toutes les solutions possibles.

Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

Jeux & Casse-tête

69 Vrai ou faux ?

René : « J'ai 2 petits-fils et 6 petites-filles. Le tiers de mes petits-enfants sont donc des garçons ».
Est-ce vrai ou faux ?

70 Le double et la moitié

À l'issue de deux jours de jeu, Enzo explique à ses amis Tom et Gil : « Hier, chacun de vous a gagné deux fois plus souvent que moi, mais aujourd'hui j'ai gagné deux fois plus souvent que chacun de vous ».
Le même nombre de parties a été joué chaque jour.
Qui a gagné le plus souvent pendant ces deux jours ?

Tâches complexes

SOCLE Compétences : **71** C1-C2-C3 **72** C1-C2

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

71 Le journaliste

La situation-problème

En imaginant être journaliste sur Internet, résumer dans un seul diagramme circulaire les différents sondages effectués par trois instituts sur le temps de trajet domicile-travail.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, le tableur, les instruments de géométrie.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 Le sondage Ifop

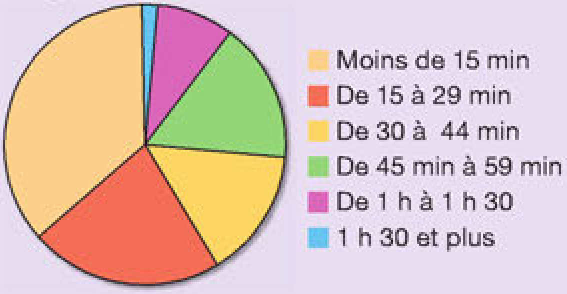
Moins de 15 min	39 %
De 15 à 29 min	28 %
De 30 à 44 min	10 %
De 45 à 59 min	6 %
1 h et plus	4 %
Pas de trajet	12 %
Ne sait pas	1 %

Sondage réalisé auprès de 1 125 actifs.

Doc. 2 Le sondage Imagine

	Nombre de réponses
Moins de 15 min	320
De 15 à 29 min	360
De 30 à 59 min	210
1 h et plus	120

Doc. 3 Le sondage du Huffington Post



645 votes.

72 Les provinces de Nouvelle-Calédonie

D'après Académie de Nouméa

La situation-problème

La Nouvelle-Calédonie est découpée en trois provinces.

- Recopier et compléter le tableau du doc. 2.
- Réaliser deux diagrammes demi-circulaires, l'un pour représenter les superficies des trois provinces, l'autre pour représenter la répartition des habitants selon la province.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, les instruments de géométrie.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 Une carte

Doc. 2 Un tableau des provinces

Emblème	Nom	Nombre d'habitants	Superficie (en km²)	Densité (en habitants par km²)

Doc. 3 Des informations (recensement 2009)

- La Province des îles Loyauté a une superficie de 1 980,9 km² et 17 436 habitants.
- La Province Nord compte 45 137 habitants pour une superficie de 9 582,6 km².
- La Province Sud compte 183 007 habitants. Elle a une superficie de 7 012 km².

CHAPITRE 9

Symétrie centrale

Dans de nombreux pays, il reste des moulins à vent. En voici un exemple en Grèce pour lequel les ailes munies d'une voile sont deux à deux symétriques par rapport à leur point de fixation.

Au fil des siècles

Voici l'un des 4 carrés qui composent les « jardins d'Amour » du château de Villandry (bâti à la Renaissance dans le Val de Loire).

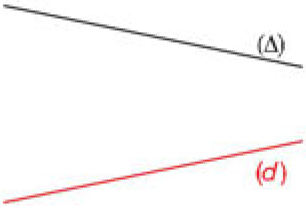
→ Comment passe-t-on du motif ❶ au motif ❷ ?

Les capacités du programme	SOCLE 5e	Choix d'exercices
• Construire la symétrique d'une droite par une symétrie axiale.	✓	22-34
• Connaître et utiliser la définition de la médiatrice, ainsi que la caractérisation de ses points par la propriété d'équidistance.	✓	4-23
• Utiliser différentes méthodes pour tracer la médiatrice d'un segment.	✓ (une méthode)	2-37
• Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle par une symétrie centrale.	✓	46-49-53
• Construire la symétrique d'une demi-droite par une symétrie centrale.		55
• Construire ou compléter à l'aide des instruments usuels la figure symétrique par une symétrie centrale d'une figure donnée.	✓	9-39

Je découvre

ACTIVITÉ 1 Symétrie axiale : rappels

Voici des méthodes proposées par des élèves pour construire la symétrique de la droite (Δ) par rapport à la droite (*d*).



1. a. Amélie : « J'utilise les symétriques de deux points de (Δ). »
Reproduire la figure ci-contre et suivre la méthode d'Amélie.

b. Chris : « J'utilise le point d'intersection des deux droites et le symétrique d'un autre point de (Δ) ».
Reproduire la figure ci-contre et suivre la méthode de Chris.

2. a. Tracer deux droites parallèles (*d*) et (Δ).

b. Utiliser l'une des méthodes ci-dessus pour construire (*d'*), la symétrique de (*d*) par rapport à (Δ).

c. Proposer une autre méthode pour construire (*d'*).

ACTIVITÉ 2 Axes de symétrie d'un segment

1. a. Tracer un segment [AB].

b. La droite (AB) est un axe de symétrie de ce segment.
Éric affirme : « Le segment [AB] admet un second axe de symétrie, (*d*) ».
Le construire. Sous quel nom connaît-on ce second axe de symétrie ?

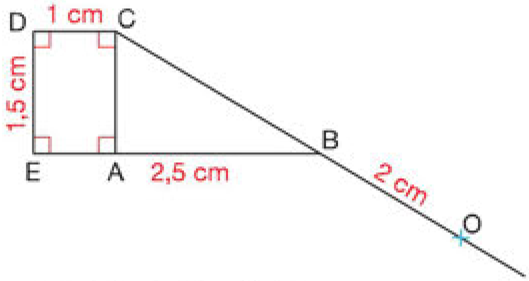
c. Placer un point M qui appartient à la droite (*d*). Que peut-on dire du triangle AMB ?
Quelle propriété de (*d*), énoncée en 6^e, permet de l'affirmer ?

2. a. Tracer un segment [CD] de longueur 5 cm. Placer des points M, N, P tels que :

- CM = DM = 3 cm ;
- CN = DN = 8 cm ;
- CP = DP = 4,5 cm.

b. Que peut-on dire des points M, N, P ? Quelle propriété, énoncée en 6^e, permet de l'affirmer ?

ACTIVITÉ 3 Une nouvelle symétrie



1. a. Tracer cette figure sur papier uni.

b. Faire un calque de cette figure, piquer la pointe du compas en O et tourner le calque d'un demi-tour autour de O.
Coller ce calque dans cette position.

2. Noter A', B', C', D', E' les points qui correspondent respectivement à A, B, C, D, E par le demi-tour. Que peut-on dire :

a. des longueurs AB et A'B', BC et B'C' ?

b. des droites (A'B') et (A'C') ?

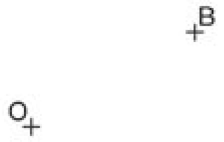
c. des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{A'B'C'}$?

3. a. Quel rôle semble jouer le point O pour le segment [BB'] ?
Le vérifier avec les instruments de géométrie.

b. En est-il de même pour le point O et le segment [AA'] ? le segment [EE'] ?

ACTIVITÉ 4 Symétrique d'un point

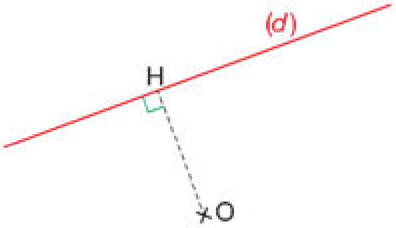
1. a. Placer deux points O et A comme ci-contre.
b. Pour construire le symétrique A' du point A par rapport au point O, Paul affirme : « J'utilise la règle graduée ».
Expliquer sa méthode et effectuer la construction.



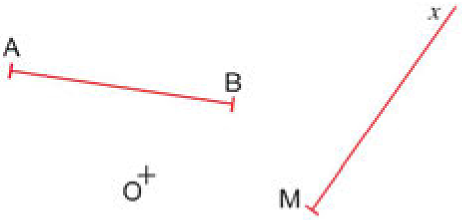
2. a. Placer deux points O et B comme ci-contre.
b. La règle de Mélissa est en mauvais état : les graduations ne sont plus lisibles. Comment peut-elle tout de même construire le symétrique B' du point B par rapport au point O ? Réaliser la construction.

ACTIVITÉ 5 Symétrique d'un segment, d'une droite, …

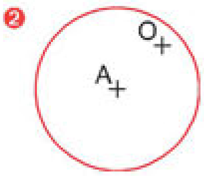
1. a. Tracer la figure ci-dessous sur papier uni et construire la symétrique (*d'*) de la droite (*d*) par rapport à O.
Que peut-on dire des droites (*d*) et (*d'*) ?

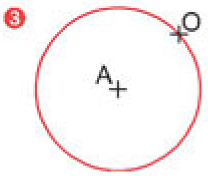


b. Tracer la figure ci-dessous sur papier uni et construire les symétriques du segment [AB] et de la demi-droite [Mx) par rapport à O.



c. Reproduire les trois figures ci-dessous :



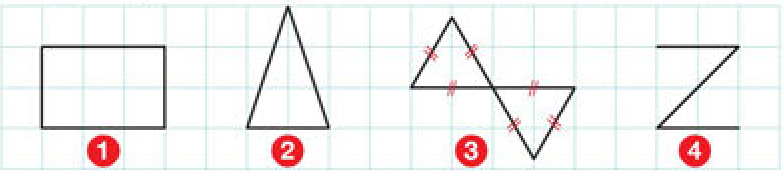


- Dans chaque cas, construire le symétrique du cercle de centre A par rapport au point O.
- Où placer le point O pour que le cercle et son symétrique se superposent ?

2. Citer des points communs et des différences entre les symétries axiale et centrale.

ACTIVITÉ 6 Reconnaître un centre ou un axe de symétrie

a. Reproduire chaque figure sur papier quadrillé et construire, s'ils existent, ses centre et axe(s) de symétrie.



Info
Lorsqu'une figure F et sa symétrique par rapport à un point O se superposent, on dit que O **est centre de symétrie** de F.

b. Mehdi : « Un triangle ne peut pas avoir de centre de symétrie ».
Aurélie : « Mais si, lorsqu'il est équilatéral ! ». Qui a raison ? Expliquer la réponse.

J'apprends

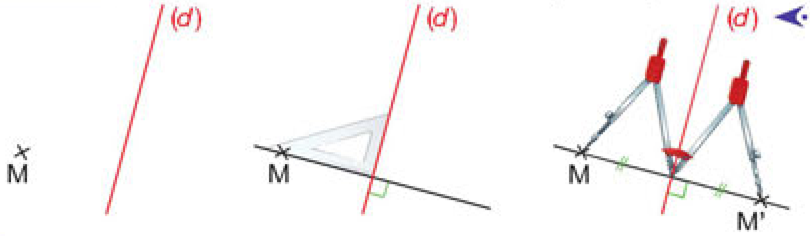
1 Symétrie axiale : rappels

a Symétrique d'un point

DÉFINITION M est un point qui **n'appartient pas à une droite (*d*)**.
Le symétrique du point M par rapport à la droite (*d*) est le point M' tel que la droite (*d*) est **la médiatrice du segment [MM']**.

M est un point qui **appartient à une droite (*d*)**.
Le symétrique du point M par rapport à la droite (*d*) est le point **M lui-même**.

EXEMPLE Étapes de la construction du symétrique M' de M par rapport à (*d*).



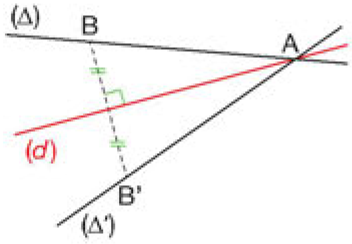
La médiatrice (*d*) du segment [MM'] est la perpendiculaire à ce segment en son milieu.

b Symétrique d'une droite

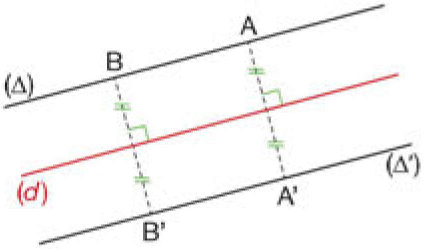
PROPRIÉTÉ La symétrique d'**une droite** par rapport à une droite est **une droite**.

EXEMPLES Symétrique (Δ') d'une droite (Δ) par rapport à une droite (*d*).

(Δ) et (*d*) sont sécantes en A. Alors (Δ') coupe aussi (*d*) en A.



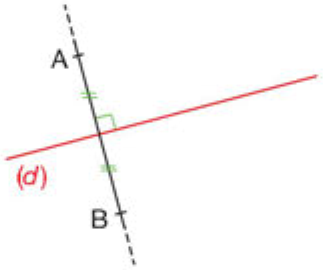
(Δ) et (*d*) sont parallèles. Alors (Δ') et (Δ) sont parallèles.



c Axes de symétrie d'un segment

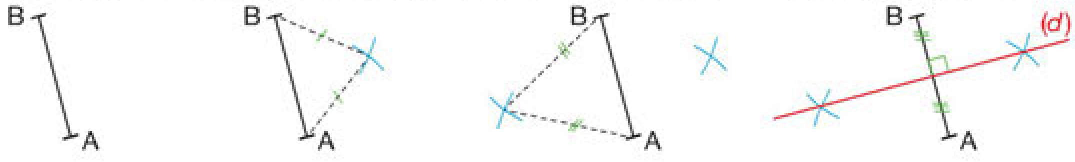
PROPRIÉTÉ La **médiatrice d'un segment** est un **axe de symétrie** de ce segment.

<u>**Remarque.**</u> La droite (AB) est aussi un axe de symétrie du segment [AB].



PROPRIÉTÉS
- Si un point M appartient à la médiatrice d'un segment [AB], alors MA = MB.
- Si un point M vérifie MA = MB, alors il appartient à la médiatrice du segment [AB].

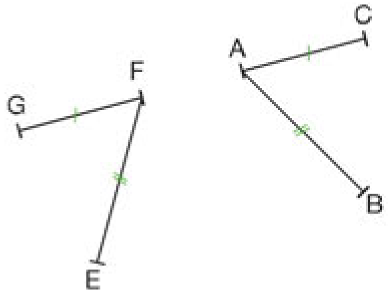
EXEMPLE Étapes de la construction de la médiatrice (*d*) de [AB] à la règle et au compas.



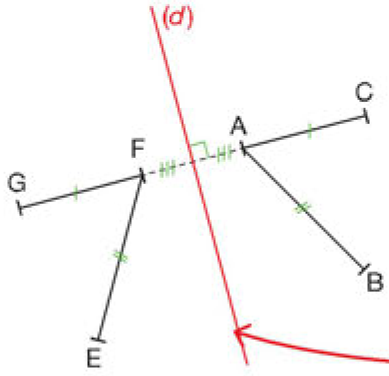
Exercice résolu Utiliser la médiatrice d'un segment

1 Énoncé

La figure ci-contre possède un axe de symétrie (*d*).
Construire cet axe de symétrie.



Solution

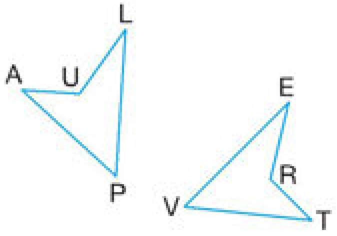


Nos conseils

- On imagine superposer les deux parties de la figure en pliant le long d'une droite. On conçoit que les points A et F, les points B et E, les points C et G vont se superposer.
- On construit la médiatrice du segment [AF] (ou [BE] ou [CG]).

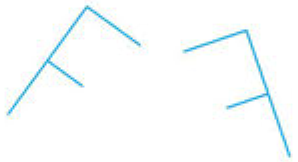
Exercices d'application

2 Ces quadrilatères PAUL et VERT sont symétriques par rapport à une droite (*d*) qui a été effacée.



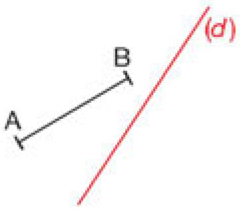
Sur une photocopie, construire la droite (*d*).

3 Cette figure admet un axe de symétrie.

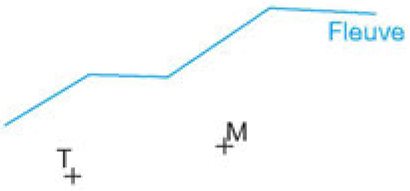


Construire cet axe sur une photocopie.

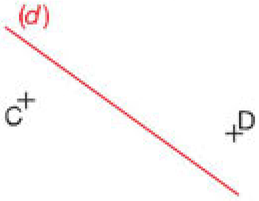
4 Reproduire cette figure et construire le point M de la droite (*d*) à égale distance des points A et B.



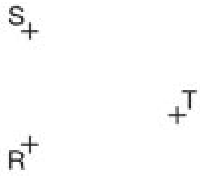
5 Reproduire cette figure et déterminer l'emplacement d'un pont sur le fleuve à égale distance des deux villes Transcity (T) et Mathville (M).



6 Reproduire cette figure et construire le point P de la droite (*d*) équidistant des points C et D.



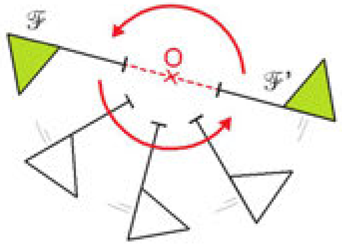
7 **a.** Reproduire cette figure et construire la médiatrice de chacun des segments [RS] et [RT].
b. Pourquoi leur point d'intersection I est-il à égale distance de S et R ? de R et T ?



2 Symétrie centrale

a Une nouvelle symétrie

DÉFINITION Deux figures sont symétriques par rapport **à un point O** lorsqu'elles se superposent en effectuant un demi-tour autour de ce point.
On dit que O est **le centre** de la symétrie.



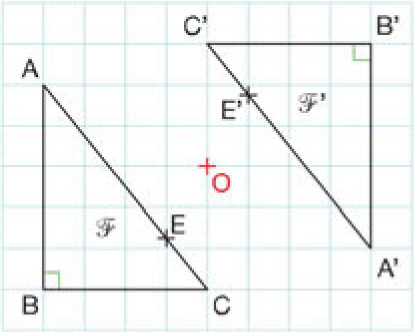
- Vocabulaire. Les figures ℱ et ℱ' ci-contre sont **symétriques par rapport au point O**.

La symétrie par rapport à un point est aussi appelée symétrie centrale.

b Conservations par symétrie centrale

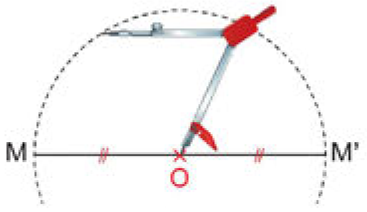
PROPRIÉTÉ La symétrie centrale conserve :
- les longueurs,
- l'alignement,
- les mesures d'angles,
- les aires.

EXEMPLE
Les figures ℱ et ℱ' ci-contre sont symétriques par rapport au point O.
- AB = 2,5 cm et A'B' = 2,5 cm. De même BC = B'C' et AC = A'C'.
- Les points A, E, C sont alignés, il en est de même des points A', E', C'.
- $\widehat{ABC} = 90°$, de même $\widehat{A'B'C'} = 90°$.
- Les triangles ABC et A'B'C' ont la même aire (2,5 cm^2).



c Symétrique d'un point

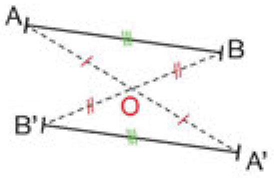
DÉFINITION Par la symétrie de centre O, le symétrique :
- d'un point M distinct de O est le point M' tel que O soit **le milieu du segment [MM']** ;
- du point O est le point O lui-même.



d Symétrique d'un segment

PROPRIÉTÉ Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment **parallèle** et de **même longueur**.

EXEMPLE Le symétrique du segment [AB] par rapport au point O est le segment [A'B'] où A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B.

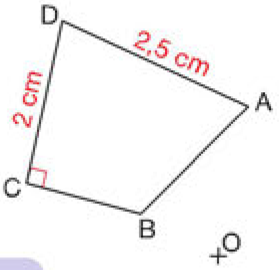


Remarque. Le symétrique du milieu d'un segment est le milieu du segment symétrique.

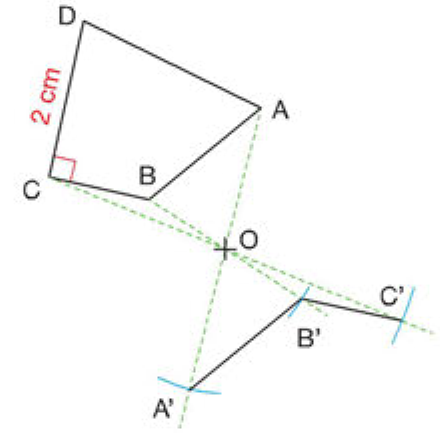
Exercice résolu Construire la symétrique d'une figure

8 Énoncé

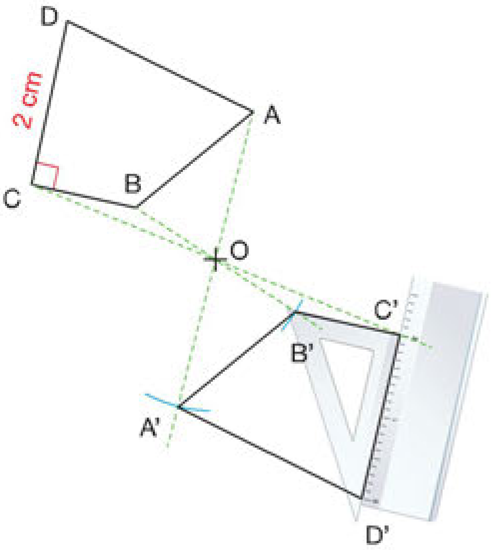
Avec les instruments de géométrie, construire le symétrique du quadrilatère ABCD par rapport au point O.



Solution



① Avec la règle et le compas, on construit les symétriques A', B', C' de A, B, C, par rapport à O.
On trace les segments [A'B'] et [B'C'].



② Une symétrie centrale conserve les mesures d'angles et les longueurs.
Donc $\widehat{B'C'D'} = \widehat{BCD} = 90°$
et C'D' = CD = 2 cm.
D'où la construction de D'.
On trace le segment [A'D'].

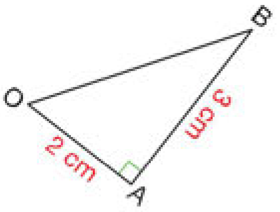
Nos conseils

- Le symétrique d'un quadrilatère par rapport à un point est un quadrilatère.
- On aurait pu construire le point D' en traçant des arcs de cercle de centre A' et de rayon 2,5 cm, puis de centre C' et de rayon 2 cm.

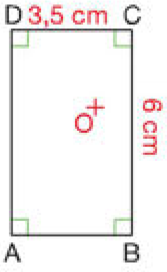
Exercices d'application

Pour les exercices 9 à 12, tracer la figure en vraie grandeur et construire sa symétrique par rapport au point O.

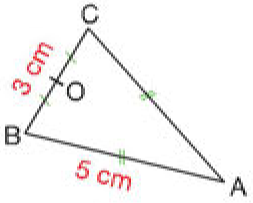
9



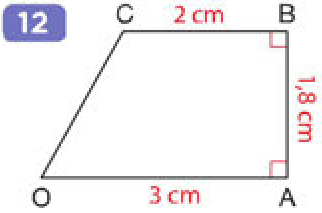
10



11



12



13 **a.** Construire un triangle équilatéral ABC de côté 3 cm.
b. Placer un point O à l'extérieur de ce triangle.
Construire le symétrique A'B' C' du triangle ABC par rapport à O.

14 **a.** Construire un carré MNPQ de côté 4 cm.
b. Placer un point O à l'extérieur de ce carré.
Construire le symétrique M'N'P'Q' du carré MNPQ par rapport à O.

15 **a.** Construire un rectangle EFGH tel que :
EH = 4 cm et EF = 6 cm.
b. Placer le point O à l'extérieur du rectangle de façon que OE = 2 cm et OH = 3 cm.
c. Construire le symétrique E'F'G'H' du rectangle EFGH par rapport à O.

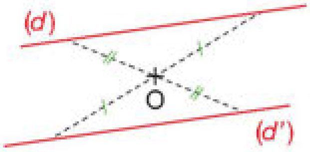
3 Symétriques de figures usuelles

a Symétrique d'une droite

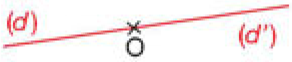
PROPRIÉTÉ La symétrique d'**une droite** par rapport à un point est **une droite parallèle**.

EXEMPLE Symétrique (*d'*) d'une droite (*d*) par rapport à O.

Le point O n'appartient pas à (*d*).

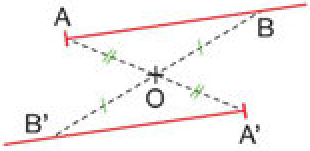


Le point O appartient à (*d*). Alors (*d*) et (*d'*) sont confondues.



b Symétrique d'une demi-droite

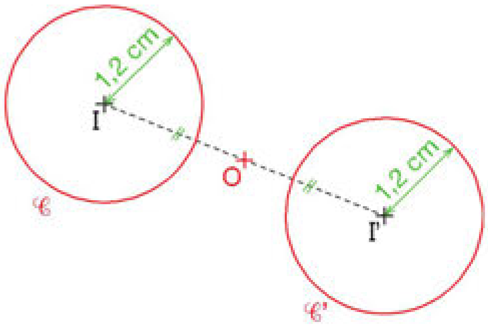
PROPRIÉTÉ La symétrique d'**une demi-droite** par rapport à un point est **une demi-droite parallèle**.



c Symétrique d'un cercle

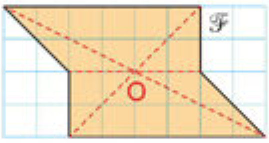
PROPRIÉTÉ Le symétrique d'**un cercle** par rapport à un point est **un cercle de même rayon**. Leurs centres sont symétriques par rapport à ce point.

EXEMPLE 𝒞 est un cercle de centre I et de rayon 1,2 cm.
I' est le symétrique du point I par rapport au point O.
Le symétrique 𝒞' du cercle 𝒞 par rapport au point O est le cercle de centre I' et de rayon 1,2 cm.



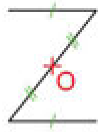
d Centre et axe(s) de symétrie d'une figure

PROPRIÉTÉ Un point O est **centre de symétrie** d'une figure lorsque cette figure est sa propre symétrique par rapport à O.



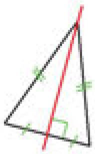
EXEMPLES Éléments de symétrie de figures usuelles.

Lettre Z



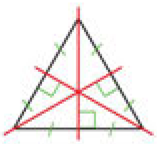
- Pas d'axe de symétrie.
- Un centre de symétrie O.

Triangle isocèle



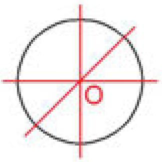
- Un axe de symétrie.
- Pas de centre de symétrie.

Triangle équilatéral



- Trois axes de symétrie.
- Pas de centre de symétrie.

Cercle



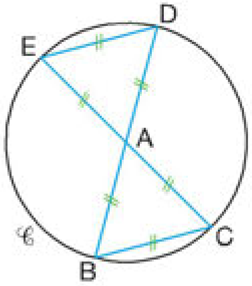
- Une infinité d'axes de symétrie : toute droite passant par O.
- Un centre de symétrie O.

Exercice résolu

Reconnaître et tracer des éléments de symétrie

16 **Énoncé**

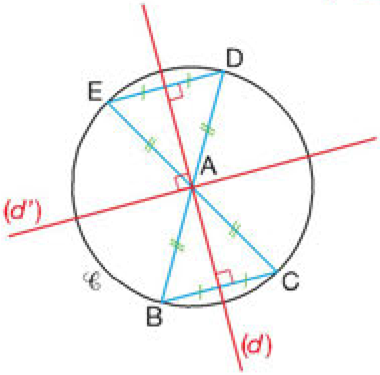
ABC et ADE dont des triangles équilatéraux tels que [BD] et [CE] sont deux diamètres d'un même cercle $\mathscr{C}$ de centre A.
Indiquer les éléments de symétrie de cette figure et les tracer.



Solution

Cette figure admet :

- deux axes de symétrie : la médiatrice (*d*) du côté [BC] (ou [DE]) et la droite (*d'*) perpendiculaire à (*d*) en A ;
- un centre de symétrie : le point A.



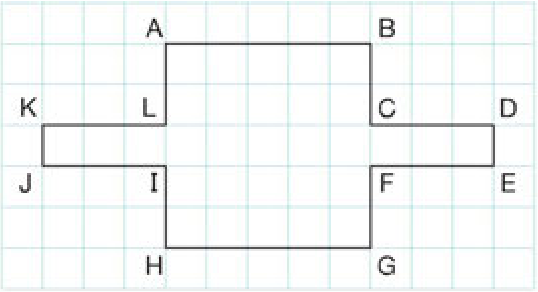
Nos conseils

- Toute droite passant par A est axe de symétrie du cercle $\mathscr{C}$.
– La droite (*d*) est l'une de ces droites : elle est aussi axe de symétrie des triangles ABC et ADE.
– La droite (*d'*) est l'une de ces droites : ADE est le symétrique de ABC par rapport à (*d'*).
- Le centre A du cercle $\mathscr{C}$ est son centre de symétrie.
De plus, A est le milieu de [BD] et [CE], donc ADE et ABC sont symétriques par rapport à A.

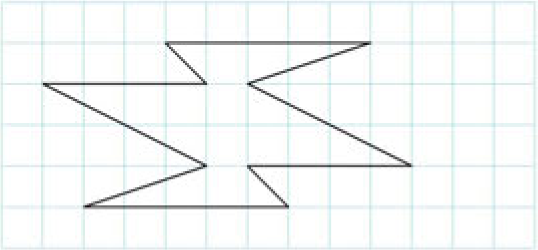
Exercices d'application

Pour les exercices 17 et 18, reproduire la figure et tracer ses éléments de symétrie.

17

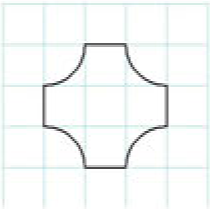


18

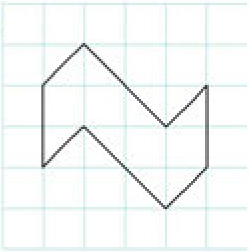


Pour les exercices 19 et 20, reproduire la figure et tracer ses éléments de symétrie.

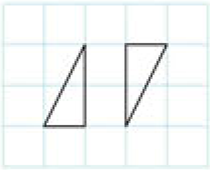
19 **a.**



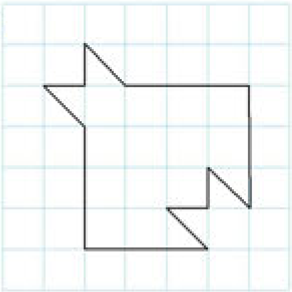
b.



20 **a.**



b.



Je m'entraîne À L'ORAL

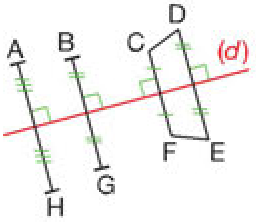
Symétrie axiale : rappels

21 **1.** Lire chaque phrase en la complétant à l'aide de la figure.

a. A et ... sont symétriques par rapport à la droite (*d*).

b. G est le symétrique de ... par rapport à la droite (*d*).

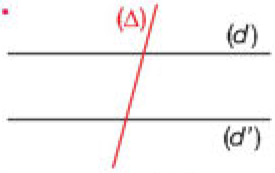
c. Les segments ... et ... sont symétriques par rapport à la droite (*d*).



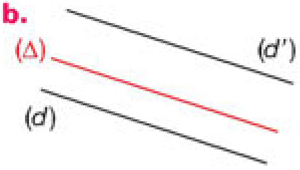
2. Proposer d'autres phrases à partir de la figure.

22 Dans chaque cas, dire si les droites (*d*) et (*d'*) semblent symétriques ou non par rapport à la droite (Δ).

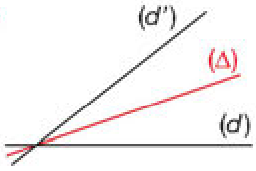
a.



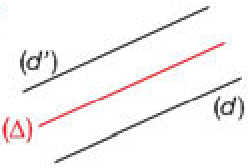
b.



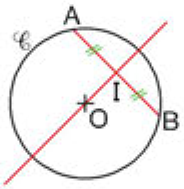
c.



d.



23 Sur la figure ci-contre, O est le centre du cercle $\mathscr{C}$ et [AB] est une corde de milieu I.
Expliquer pourquoi la droite (OI) est perpendiculaire à la corde [AB].



24 Deux cercles de centre O et O' se coupent en I et J.

Qui a raison ? Expliquer.

Symétrie centrale

25 ABC est un triangle tel que :

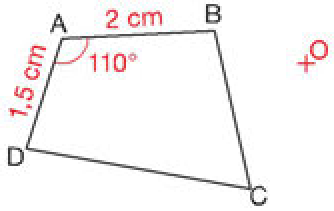
AB = 7,5 cm, AC = 3 cm, BC = 5,5 cm.

Éléna construit le symétrique du triangle ABC par rapport à un point.
Quel est le périmètre de ce triangle symétrique ?

26 A', B', C' et D' sont les symétriques respectifs des points A, B, C, D ci-dessous par rapport au point O.
Sans construire les points A', B', C', D' :

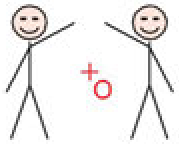
a. donner des informations sur le quadrilatère A'B'C'D' ;

b. que peut-on dire des segments [AA'], [BB'], [CC'], [DD'] ?

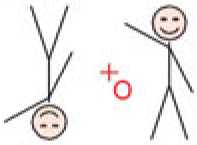


27 Des élèves ont voulu représenter un personnage et son symétrique par rapport à un point O.
Sur quelles figures est-on certain qu'ils ont commis une erreur ?

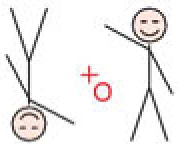
a.



b.



c.

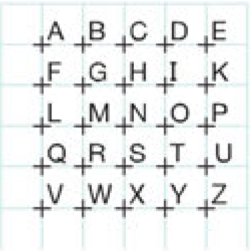


28 Lire chaque phrase en la complétant à l'aide de la figure.

a. L est le symétrique de ... par rapport au point G.

b. Z et A sont symétriques par rapport au point ... .

c. ... et X sont symétriques par rapport au point O.

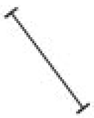


Centre et axe(s) de symétrie

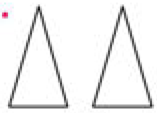
Pour les exercices 29 et 30, **indiquer si la figure semble admettre ou non un centre de symétrie.**

29 **a.**

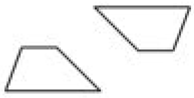
b.



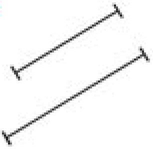
c.



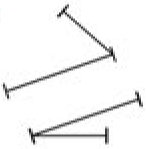
30 **a.**



b.

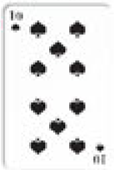


c.



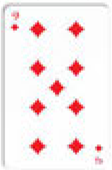
31 Pour chaque carte, dire si elle admet un centre de symétrie, un (ou des) axe(s) de symétrie.

a.



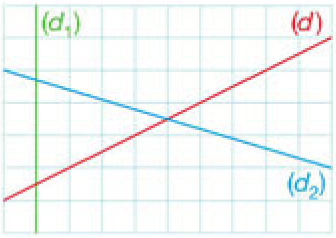
b.

c.

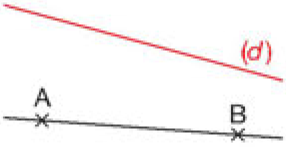


Symétrie axiale : rappels

32 Reproduire la figure, puis construire les symétriques des droites (d_1) et (d_2) par rapport à la droite (d).

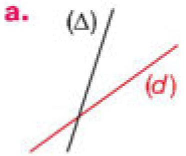


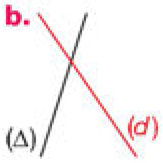
33 **a.** Reproduire cette figure.

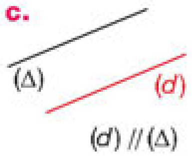


b. Construire les symétriques A' et B' des points A et B par rapport à la droite (d). Tracer la droite (A'B').
c. Marie affirme : « Je peux donner une consigne plus courte que celle du **b** ». Laquelle ?

34 Dans chaque cas, tracer la figure sur papier uni et construire la symétrique de la droite (Δ) par rapport à la droite (d).

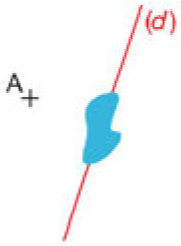




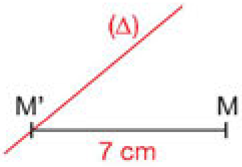


35 Qui a raison ? Expliquer avec une figure.

36 La droite (d) est la médiatrice d'un segment [AB].
Sur un calque de cette figure, retrouver le point B sans effectuer de tracé ou poser d'instrument dans la zone bleue.



37 **a.** Construire une figure analogue en vraie grandeur.

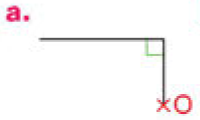


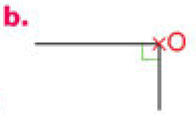
b. Les points M et M' sont symétriques par rapport à une droite (d) qui a été effacée. Tracer la droite (d).
c. Construire, le plus simplement possible, la symétrique (Δ') de la droite (Δ) par rapport à (d). Expliquer la construction.

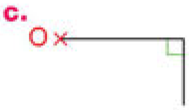
Symétrie centrale

Pour les exercices 38 et 39, **tracer la figure, puis dessiner à main levée sa symétrique par rapport au point O. Vérifier avec un calque.**

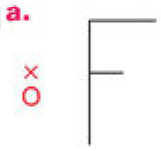
38

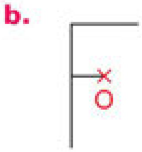


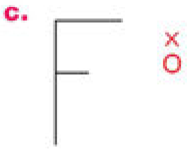




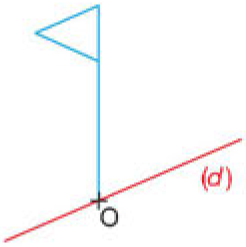
39



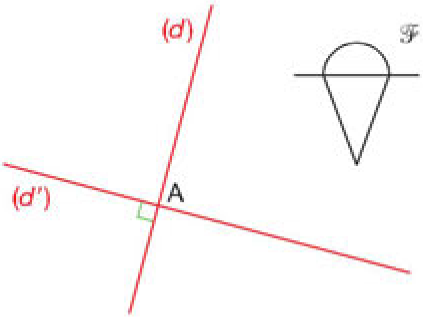




40 Tracer cette figure, puis dessiner à main levée le symétrique du drapeau :
a. par rapport au point O ;
b. par rapport à la droite (d).

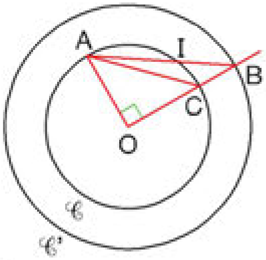


41 **a.** Tracer cette figure sur papier calque. Tracer la symétrique $\mathscr{F}'$ de $\mathscr{F}$ par rapport à la droite (d).
b. Tracer la symétrique $\mathscr{F}''$ de $\mathscr{F}'$ par rapport à la droite (d').
c. Que semble-t-on pouvoir dire des figures $\mathscr{F}$ et $\mathscr{F}''$?



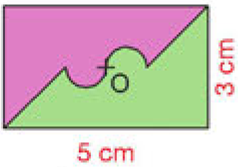
Je m'entraîne

42 $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ sont deux cercles de centre O et de rayons respectifs 4 cm et 6 cm.
Les points A et C appartiennent au cercle $\mathscr{C}$.
La demi-droite [OC) coupe $\mathscr{C}'$ en B et le segment [AB] coupe $\mathscr{C}$ en I.
Aline construit les symétriques respectifs A', B', C', I' des points A, B, C, I par rapport à O.



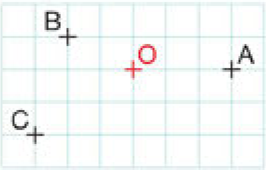
1. Sans tracer la figure, mais en citant la propriété utilisée, donner :
a. les longueurs OB', AA' et B'C' ;
b. la mesure de l'angle $\widehat{C'OA'}$;
c. l'aire du triangle OA'B'.
2. Cédric affirme : «Les points A', B', C' sont alignés ». A-t-il raison ?

43 Les zones en rose et en vert sont symétriques par rapport au point O.

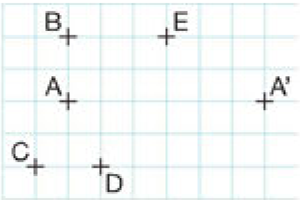


Qui a raison ?
Expliquer la réponse et déterminer, si possible, l'aire cherchée.

44 Reproduire cette figure et construire les symétriques respectifs A', B', C' des points A, B, C rapport au point O.

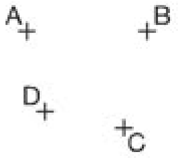


45 Les points A et A' sont symétriques par rapport à un point O.



a. Reproduire la figure et placer le point O.
b. Placer les symétriques respectifs B', C', D', E' des points B, C, D, E par rapport à O.

46 **a.** Sur papier uni, placer des points A, B, C, D comme ci-contre.



b. Construire le symétrique de A par rapport à B.
c. Construire le symétrique C' de C par rapport à D.
d. Construire le symétrique C" de C par rapport à B.
e. Écrire deux phrases utilisant le mot « milieu ».

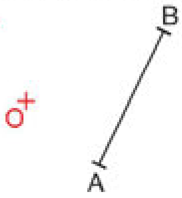
47 **a.** Tracer un segment [AB] de longueur 4 cm, puis construire :
- le symétrique C du point A par rapport à B ;
- le symétrique D du point B par rapport à A.

b. Calculer la longueur CD.

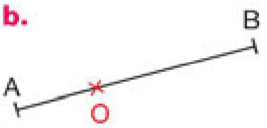
48 **a.** Construire un triangle RST isocèle en R et tel que : RT = 7 cm, TS = 4 cm.
b. Construire le symétrique S' du point S par rapport au point T.
c. Construire le symétrique T' du point T par rapport à la droite (RS).

49 Tracer chaque figure sur papier uni et construire le symétrique du segment [AB] par rapport au point O.

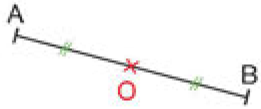
a.



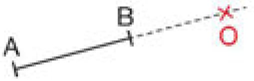
b.



c.



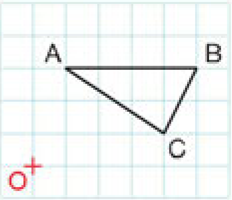
d. A, B, O alignés



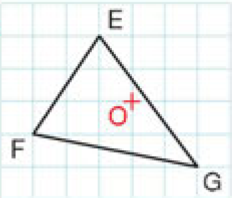
Symétriques de figures usuelles

Pour les exercices 50 et 51, reproduire la figure et construire la symétrique de la figure en noir par rapport au point O.

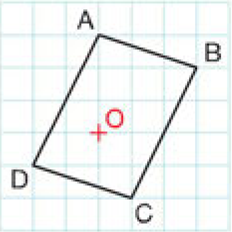
50 **a.**



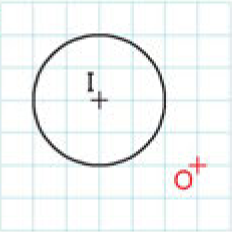
b.



51 **a.**

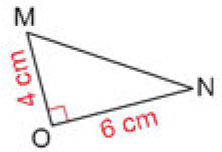


b.



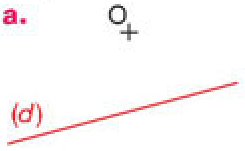
52 **a.** Construire la figure ci-contre en vraie grandeur.
b. Déterminer la symétrique par rapport au point O de la droite :
- (MO)
- (NO)

c. Construire la symétrique de la droite (MN) par rapport au point O.

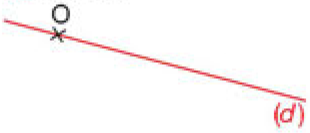


53 Tracer chaque figure sur papier uni et construire la symétrique de la droite (*d*) par rapport au point O.

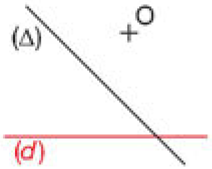
a.



b. O ∈ (*d*)

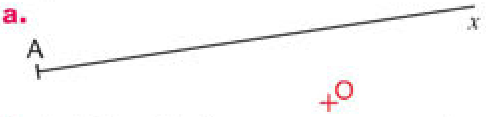


54 **a.** Tracer la figure ci-contre sur papier uni.
b. Construire la droite (d_1) symétrique de la droite (*d*) par rapport au point O.
c. Construire la droite (d_2) symétrique de la droite (*d*) par rapport à la droite (Δ).
d. Citer deux droites parallèles en énonçant la propriété utilisée.



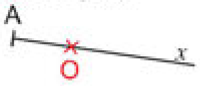
55 Tracer chaque figure sur papier uni et construire la symétrique de la demi-droite d'origine A par rapport au point O.

a.



b. O et A confondus

c. O ∈ [A*x*)

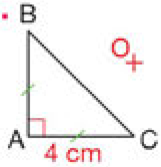


56 **a.** Tracer un cercle de centre A et de rayon 3 cm.
Placer un point O_1 tel que $O_1A = 5$ cm.
Construire le symétrique de ce cercle par rapport à O_1.
b. Tracer un cercle de centre B et de rayon 4 cm.
Placer un point O_2 tel que $O_2B = 3$ cm.
Construire le symétrique de ce cercle par rapport à O_2.
c. Tracer un cercle de centre C et de rayon 3,5 cm.
Placer un point O_3 qui appartient à ce cercle.
Construire le symétrique de ce cercle par rapport à O_3.

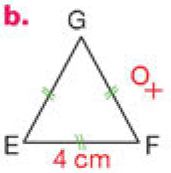
57 **a.** Tracer un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et placer deux points A et B de ce cercle.
b. Construire le symétrique $\mathscr{C}_1$ du cercle $\mathscr{C}$ par rapport au point A.
c. Construire le cercle $\mathscr{C}_2$ de centre B passant par O.
$\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}_2$ sont symétriques par rapport au point I.
Placer le point I en expliquant.

58 Construire chaque figure en vraie grandeur, puis construire le symétrique du polygone en noir par rapport au point O.

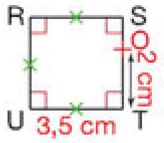
a.



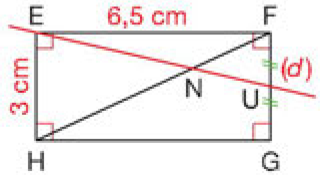
b.



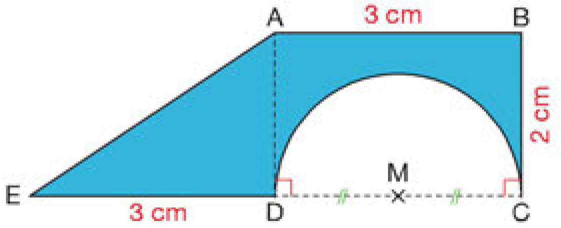
c.



59 **a.** Construire la figure ci-contre en vraie grandeur.
b. Construire en vert le symétrique du rectangle EFGH par rapport à la droite (*d*).
c. Construire en rouge le symétrique du rectangle EFGH par rapport au point N.

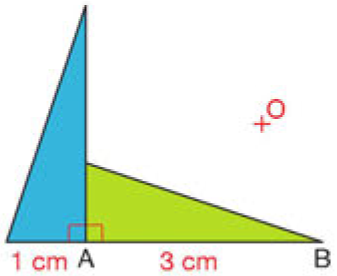


60 **a.** Construire cette figure en vraie grandeur où le demi-cercle a pour diamètre [CD].



b. Construire la symétrique de cette figure par rapport au point M.

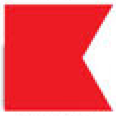
61 Ces deux triangles rectangles sont superposables.
a. Tracer cette figure.
b. Construire sa symétrique par rapport à O en n'utilisant que les symétriques de A et B.



Centre et axe(s) de symétrie

62 Pour chaque pavillon, dire s'il possède un centre de symétrie, un ou des axes de symétrie.
Si la réponse est oui, les tracer sur une photocopie.

a.



Bravo

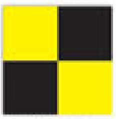
b.

Charlie

c.

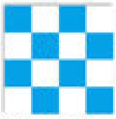
Foxtrot

d.



Lima

e.



November

f.

Yankee

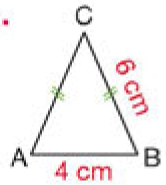
Je m'entraîne

63 @ssr **a.** Quelles sont les 5 grandes familles de panneaux de la signalisation routière ?
b. Pour chaque famille, indiquer la forme des panneaux, la couleur de leur bordure, celle de leur fond et celle du dessin.
c. Pour chacun des panneaux ci-dessous, indiquer sa famille et sa signification.

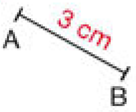
d. Dans chaque cas, dire si le panneau a un centre de symétrie, un (ou des) axe(s) de symétrie.
Si la réponse est oui, les tracer sur une photocopie.

Pour les exercices 64 et 65, construire chaque figure et dire si elle possède des éléments de symétrie. Si la réponse est oui, les décrire par une phrase ou les tracer.

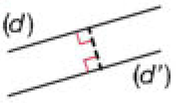
64 **a.**



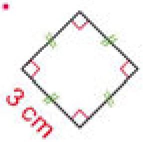
b.



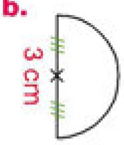
c.



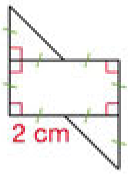
65 **a.**



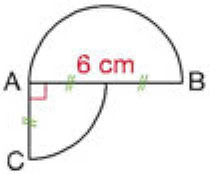
b.



c.



66 **a.** Construire en vraie grandeur cette figure formée d'un demi-cercle et d'un quart de cercle.
b. Compléter la figure pour que le point C en soit le centre de symétrie.
c. Calculer l'aire de la figure obtenue.



Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C2-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

67 La salle de spectacle

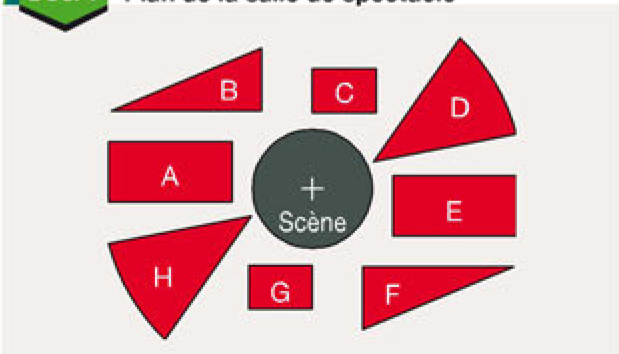
➔ La situation-problème

Une nouvelle salle de spectacle vient d'être construite.
Calculer le nombre de places que contient la zone D.

➔ Les supports de travail

Les documents, la calculatrice.

Doc. 1 **Plan de la salle de spectacle**



Doc. 2 **Indications de l'architecte**

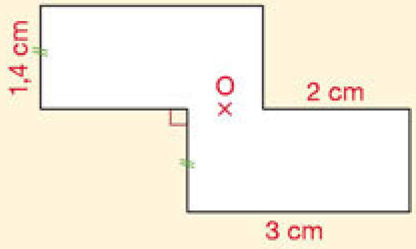
La salle est symétrique par rapport au centre de la scène.

Doc. 3 **Indications de la billetterie**

La capacité totale de la salle est de 2 320 places.
La zone B contient 254 places.
La zone A contient deux fois plus de places que la zone G.
92 billets sont vendus quand la zone C est remplie à moitié.

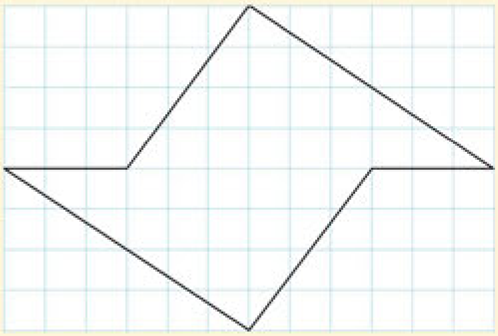
Calcul mental et réfléchi

68 Le point O est centre de symétrie de la figure ci-dessous.



Calculer mentalement le périmètre et l'aire de cette figure.

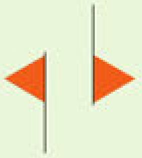
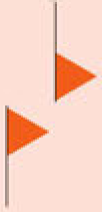
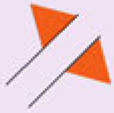
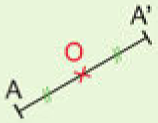
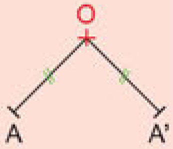
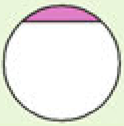
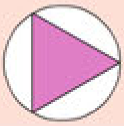
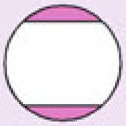
69



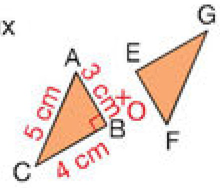
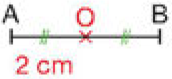
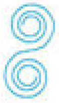
Calculer l'aire en cm^2 de cette figure.

Je m'évalue

Pour ces questions,
une seule réponse est exacte.

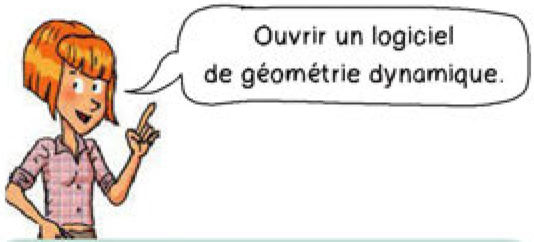
	a	b	c	En cas d'erreur
70 Les deux drapeaux sont symétriques par rapport à un point sur la figure…				→ § 2.a. p. 164
71 Deux polygones symétriques par rapport à un point ont…	la même aire mais des périmètres différents	la même aire et le même périmètre	le même périmètre mais des aires différentes	→ § 2.b. p. 164
72 Les points A et A' sont symétriques par rapport au point O sur la figure…				→ § 2.c. p. 164
73 Deux droites symétriques par rapport à un point sont…	perpendiculaires	parallèles	sécantes	→ § 3.a. p. 166
74 Parmi ces figures, celle qui a un centre de symétrie est la figure…				→ § 3.d. p. 166

Pour ces questions,
plusieurs réponses sont exactes.

	a	b	c	En cas d'erreur
75 Ces deux triangles sont symétriques par rapport à O. Alors… 	l'aire du triangle EFG est 6 cm^2	les droites (AE) et (BF) sont parallèles	$\widehat{ACB} = \widehat{EFG}$	→ § 2.b. p. 164
76 Le symétrique par rapport au point O du cercle de centre A et de rayon 2 cm est… 	un cercle de centre O	un cercle de rayon 2 cm	un cercle de centre B	→ § 3.c. p. 166
77 Une figure est constituée de deux cercles de centres M et N et de même rayon. Cette figure admet pour …	axe de symétrie la droite (MN)	centre de symétrie le milieu de [MN]	axe de symétrie la médiatrice de [MN]	→ § 3.d. p. 166
78 Cette figure… 	n'a pas d'axe de symétrie	a deux axes de symétrie	a un centre de symétrie	→ § 3.d. p. 166

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▶ p. 291

Avec un logiciel



79 Découvrir des propriétés de la symétrie centrale

a. Réaliser la figure ci-contre.

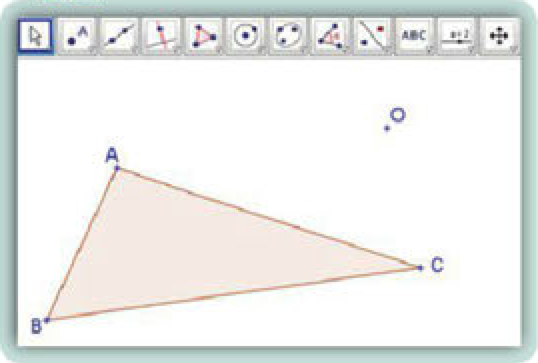
b. Créer le symétrique A' du point A par la symétrie centrale de centre O (utiliser Symétrie centrale et cliquer sur A, puis sur le point O).
Le logiciel nomme automatiquement A' le symétrique de A.

c. Créer de même les symétriques B', C' de B et C par rapport à O.
Déplacer les points A, B, C.
Que peut-on dire des longueurs d'un segment et de son symétrique ? (Utiliser Distance ou Longueur)

d. Afficher et comparer :

- les mesures de l'angle $\widehat{ABC}$ et de son symétrique (utiliser Angle) ;
- les aires du triangle ABC et de son symétrique (utiliser Aire).

e. Mathias affirme : « Sur la figure, les points A, O et A' sont alignés ».
Sa voisine Anissa ajoute : « Je peux être plus précise ! ».
Expliquer l'intervention d'Anissa et vérifier les conjectures à l'aide du logiciel, en créant les segments nécessaires.

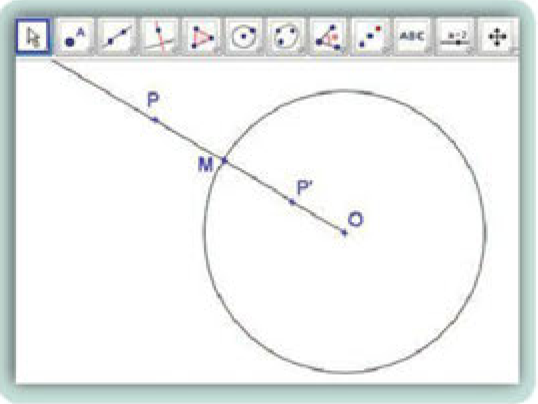


80 Anamorphose Math & Arts

1. a. Construire un cercle de centre O.

b. Placer un point quelconque P et construire la demi-droite [OP).
Elle coupe le cercle en M.

c. Construire le symétrique P' de P par rapport au point M.



d. Placer trois points A, B et C quelconques et construire les points A', B', et C' obtenus par anamorphose.

e. Que se passe-t-il si le point de départ appartient au cercle ?

2. a. Construire un segment [EF] extérieur au cercle et placer un point S qui appartient au segment [EF].

b. Construire le point S' obtenu par anamorphose. Faire un clic droit sur le point S' et cliquer sur Trace activée.

c. Déplacer le point S sur le segment [EF].

d. L'anamorphose conserve-t-elle l'alignement ? Expliquer.

e. Faire de même avec un segment [GH] intérieur au cercle, puis un segment [TU] sécant au cercle.

3. a. Rechercher l'étymologie et la définition du mot « anamorphose ».

b. Ce tableau contient, près de sa base, l'anamorphose d'un crâne.
Rechercher sur Internet ou dans la vie courante d'autres exemples d'anamorphoses.

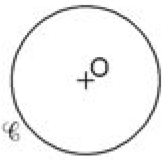
Hans Holbein le Jeune,
***Les Ambassadeurs*, 1533**

On peut voir une anamorphose d'un crâne.

S'initier au raisonnement

81 Utiliser un contre-exemple

Boris et Julien discutent à propos de ce cercle 𝒞 de centre O.



Boris : « Dans la symétrie de centre O, le cercle 𝒞 est inchangé ».
Julien : « Alors, dans la symétrie de centre O, les points du cercle 𝒞 sont inchangés ».
Boris : « Non ! ».
Expliquer ce dialogue.

82 Distinguer données et conséquences

1. Construire un triangle ABC rectangle isocèle en C tel que AC = 6 cm.

2. Les points A', B' et C' sont les symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à un point O.
Voici des affirmations ; elles sont toutes vraies. Pour chacune d'elles, dire s'il s'agit d'une donnée de l'énoncé ou bien s'il s'agit d'une conséquence de ces données.

a. Les points B et B' sont symétriques par rapport à O.
b. BC = 6 cm.
c. $\widehat{B'A'C'} = \widehat{BAC}$.
d. (BC) // (B'C').
e. C'A' = C'B'.
f. CA = CB.

3. Pour les réponses qui sont des conséquences des données, les justifier en citant la propriété utilisée.

83 Prouver que des droites sont parallèles

a. Construire un triangle équilatéral ABC tel que BC = 7,5 cm.
b. Placer les points I et J, milieux respectifs des segments [AB] et [AC].
c. Construire le symétrique :
- R de B par rapport à J,
- S de C par rapport à I.

d. Que peut-on dire des droites (SA) et (BC) ? Expliquer.
e. Que peut-on dire des droites (AR) et (BC) ? Expliquer.
f. Que peut-on alors dire des points S, A, R ? Expliquer.

Nos conseils

À la question d. on utilisera les symétriques de B et C par rapport au point I.
Que sait-on de deux droites symétriques par rapport à un point ?

84 Conjecturer, puis prouver

a. Tracer un triangle RST qui n'est pas rectangle.
b. Construire :
- le symétrique U de R par rapport à la droite (ST),
- le symétrique V de S par rapport au point T,
- le symétrique W de R par rapport au point T.

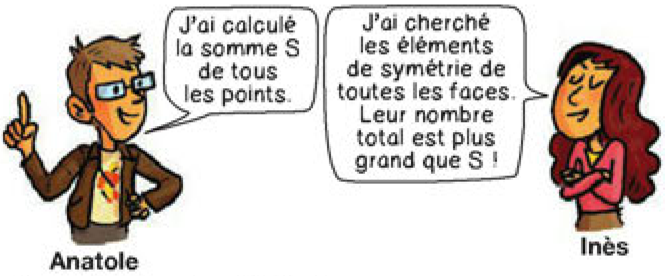
c. Tracer les segments [SU] et [VW].
Que peut-on conjecturer pour leurs longueurs ?
d. Énoncer les propriétés des symétries (axiale ou centrale) qui permettent d'affirmer que :
- RS = SU ;
- RS = VW.

Prouver alors la conjecture émise au **c**.

Pour chercher

85 Prendre des initiatives

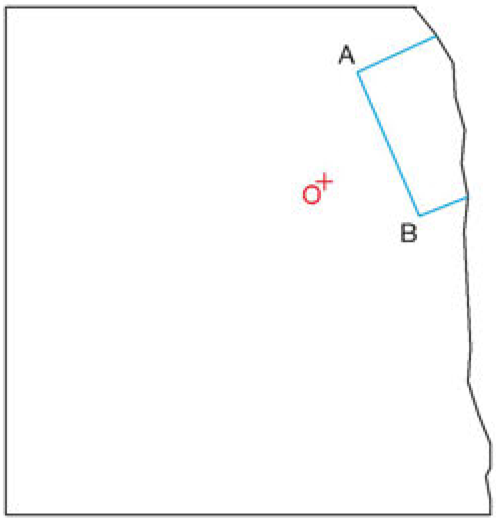
Anatole et Inès ont examiné les six faces d'un dé.



Inès a-t-elle raison ? Expliquer.

86 Rédiger un programme

La feuille sur laquelle est dessiné un carré ABCD a été déchirée.



Sur une photocopie, construire malgré tout le symétrique de ce carré par rapport au point O sans sortir du cadre.
Rédiger un programme de construction.

J'utilise mes compétences

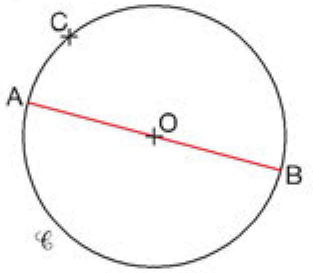
87 Communiquer en anglais

a. For each of these calligraphic designs, find its geometrical characteristic.

b. These pictures are called ambigrams. Look for the definition of this word.

88 Imaginer une stratégie

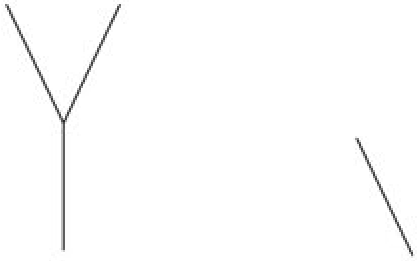
𝒞 est un cercle de centre O et [AB] est l'un de ses diamètres.
C est un autre point du cercle 𝒞.



Tracer une figure.
Avec la règle uniquement, construire la parallèle à la droite (AC) passant par B.
Expliquer la construction.

89 Compléter par symétrie

Gabin a commencé à construire le symétrique du « Y » par rapport à un point O.
Mais ce point O a été effacé.



Sur un calque ou une photocopie de cette figure, terminer la construction de ce symétrique.
Expliquer.

90 Relever un défi

On place sur une feuille de papier calque deux points A et B.

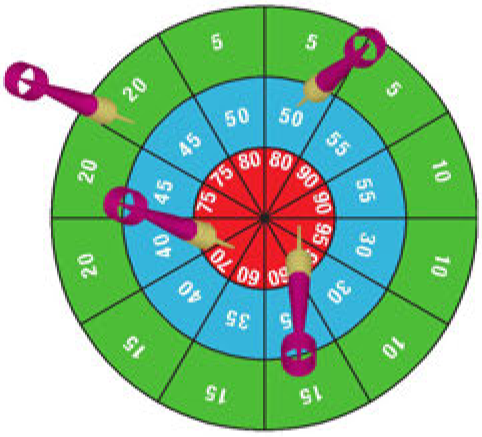
Relever le défi de Nicolas.

91 Construire à la règle non graduée

a. Tracer trois cercles $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$ de même centre O.
b. Placer trois points non alignés : A qui appartient au cercle $\mathscr{C}_1$, B au cercle $\mathscr{C}_2$ et C au cercle $\mathscr{C}_3$.
c. Construire, à la règle non graduée, le symétrique A'B'C' du triangle ABC par rapport au point O.

92 Comprendre des informations

Dans une fête foraine, un joueur lance quatre fléchettes sur la cible représentée ci-dessous.

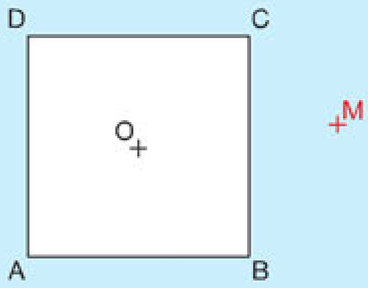


Par erreur, la cible avait été fixée dans une mauvaise position. Pour la mettre correctement en place, il faut lui faire effectuer un demi-tour autour de son centre.
Le joueur aurait-il obtenu un meilleur score avec une cible correctement placée ?

93 Narration de recherche

▶ **Problème**

ABCD est un carré dont les diagonales se coupent en O.



Avec la règle non graduée et l'équerre, construire le symétrique de M par rapport à O.

Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

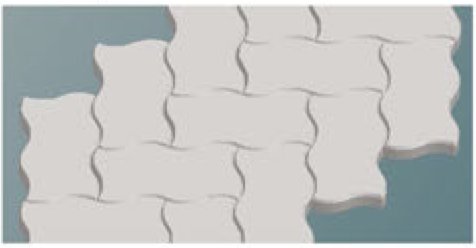
94 Problème ouvert

Quelle(s) condition(s) doit respecter un polygone pour avoir un centre de symétrie ?
Un tel polygone est dit **centrosymétrique**.

J'utilise mes compétences

95 Travailler en groupe

Paver une surface, c'est la recouvrir à l'aide d'un ou plusieurs motifs. Par exemple, on peut utiliser des pavés autobloquants.



On peut aussi créer des pavages plus décoratifs, avec des motifs plus originaux.

Info
Les pavés autobloquants s'emboîtent facilement et bougent moins en cas de pluie.

a. Chaque membre du groupe :

- construit un rectangle ABCD tel que:
  AB = 8 cm et BC = 5 cm ;
- place les milieux respectifs E, F, G, H des côtés [AB], [BC], [CD], [DA].

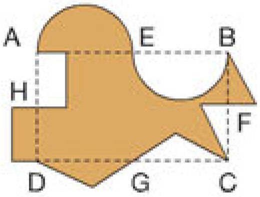
b. Chaque membre du groupe réalise les constructions suivantes en choisissant un même motif à chaque étape.

① Construire à l'extérieur du rectangle une ligne reliant A à E (polygone, arc de cercle…).

② Construire la symétrique de la ligne précédente par rapport à E.

③ Refaire les étapes ① et ② sur les autres côtés du rectangle en veillant à ce que les lignes tracées ne se coupent pas.

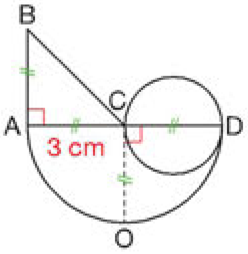
④ Découper le motif ainsi obtenu.



c. Chaque groupe réalise un pavage à l'aide des motifs obtenus.

96 Compléter une figure

a. Construire la figure ci-dessous en vraie grandeur.



b. Construire la symétrique de cette figure par rapport au point O.

97 Utiliser la symétrie

Gaëlle aperçoit sa pendule dans le miroir de sa chambre (c'est une pendule à aiguilles et elle est à l'heure). Il est exactement l'heure de partir au cinéma, mais elle n'est pas prête ! Elle jette alors un coup d'œil par la fenêtre à l'horloge de la mairie (qui est à l'heure), et elle constate qu'elle dispose encore d'exactement une heure pour se préparer.

Dessiner les positions des aiguilles de l'horloge de la mairie.

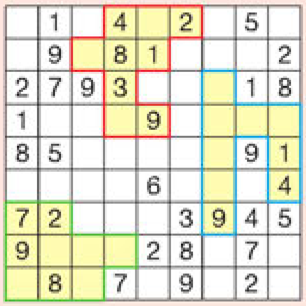
D'après Tangente

Jeux & Casse-tête

98 Sudoku symétrique

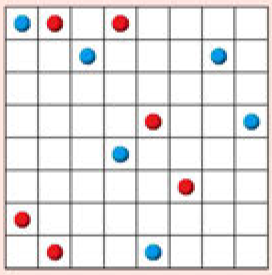
La grille ci-dessous est partagée en 9 zones de 9 cases. Ces zones, de formes irrégulières, sont symétriques les unes des autres par rapport au centre de la grille.

Délimiter toutes les zones, puis compléter la grille en respectant les règles du sudoku classique.



	1		4		2		5	
	9		8	1				2
2	7	9	3				1	8
1				9				
8	5						9	1
				6				4
7	2				3	9	4	5
9				2	8		7	
	8		7		9		2	

99 Avec des jetons



Modifier cette grille en respectant les règles suivantes :

- on ne peut pas supprimer de jeton mais on peut en ajouter ;
- on peut modifier la couleur des jetons rouges, mais pas celle des bleus ;
- il doit y avoir autant de jetons rouges que de jetons bleus ;
- il doit y avoir un minimum de jetons sur la grille ;
- la grille doit avoir un centre de symétrie.

Tâches complexes

SOCLE Compétences : **100** C1-C2 **101** C1-C2-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

100 La typographie

La situation-problème

Vers 1450, Gutenberg invente les premiers caractères mobiles d'imprimerie.

Ce sont des reproductions de la textura, l'écriture gothique utilisée à l'époque.

Aider un imprimeur à compléter le modèle de la lettre s.

Exemple de caractères mobiles en plomb.

Doc. 1 La textura

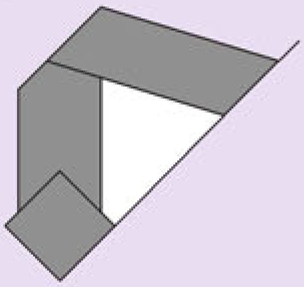
Les supports de travail

Une photocopie du modèle incomplet, les instruments de géométrie.

Doc. 2 Les éléments mathématiques

Certains caractères possèdent des éléments de symétrie. En effet, les lettres m, n, o, s et z possèdent un centre de symétrie.

Doc. 3 Modèle incomplet de la lettre s



Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

101 Le radar défectueux

La situation-problème

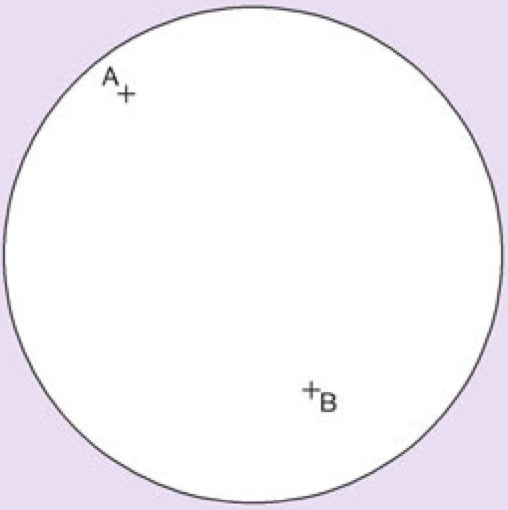
Deux avions (représentés par les points A et B) approchent de la tour de contrôle d'un aéroport. L'écran de contrôle de l'aéroport est défectueux : il n'indique pas la position de l'aéroport qui est le centre de l'écran.

Aider le contrôleur aérien à communiquer au pilote de l'avion B la distance le séparant de l'aéroport.

Les supports de travail

Une photocopie de l'écran de radar défectueux, les instruments de géométrie.

Doc. 1 Écran défectueux



Doc. 2 Message radio envoyé par le pilote de l'avion A

« Nous nous trouvons actuellement à 22,5 km de l'aéroport. »

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

CHAPITRE 10

Angles

Ce gratte-ciel de Londres a une forme incurvée. Sa façade renvoie les rayons du Soleil vers le sol où la température peut alors atteindre 100 °C. Le verre de la façade va être sablé pour diminuer ce phénomène. En étudiant les angles de réflexion, cela aurait pu être évité.

Au fil des siècles

Il y a environ 4 000 ans, les Babyloniens ont pensé à diviser un tour en 360 degrés. Depuis, de nombreux instruments ont été imaginés pour mesurer des angles. Ci-dessus un graphomètre datant du XVIII^{e} siècle, après sa restauration. Il a été retrouvé sur l'épave de la Boussole partie de Brest en 1785 et échouée dans le Pacifique.

→ À quel instrument moderne fait penser ce graphomètre ?

Les capacités du programme	SOCLE 5^{e}	Choix d'exercices
● Maîtriser l'utilisation du rapporteur.	✓	17-28
● Reproduire un angle.	✓	2-3
● Connaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproques.		6-22
● Connaître et utiliser le résultat sur la somme des angles d'un triangle.	✓	11-52
● Connaître les propriétés relatives aux angles d'un triangle isocèle, équilatéral, rectangle et savoir appliquer la propriété précédente à ces triangles.	✓	15-27

Je découvre

ACTIVITÉ 1 Vocabulaire des angles

1. a. Sur papier uni, tracer les cinq angles suivants :

$$\widehat{ABC} = 34°,\ \widehat{DEF} = 108°,\ \widehat{GHI} = 82°,\ \widehat{JKL} = 72°,\ \widehat{MNO} = 56°.$$

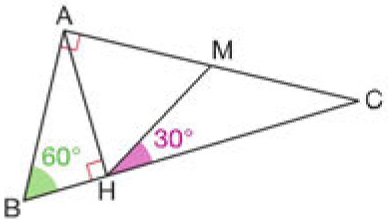
b. Citer deux de ces angles dont la somme des mesures est 90°.
On dit que ces deux angles sont **complémentaires**.

c. Citer deux de ces angles dont la somme des mesures est 180°.
On dit que ces deux angles sont **supplémentaires**.

2. Deux angles sont **adjacents** lorsqu'il ont le même sommet, un côté en commun et sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

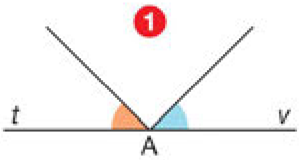
Sur la figure ci-contre, nommer deux angles :

a. complémentaires et adjacents ;
b. complémentaires et non adjacents ;
c. supplémentaires et adjacents ;
d. supplémentaires et non adjacents ;
e. adjacents ni complémentaires ni supplémentaires.



ACTIVITÉ 2 Angles opposés par le sommet

①

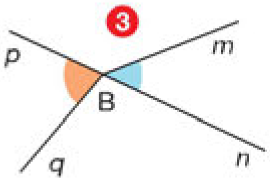


A appartient à (*vt*).

②

(*sx*) et (*ry*) se coupent en O.

③



a. Laquelle de ces figures admet un centre de symétrie ? Quel est ce centre ?

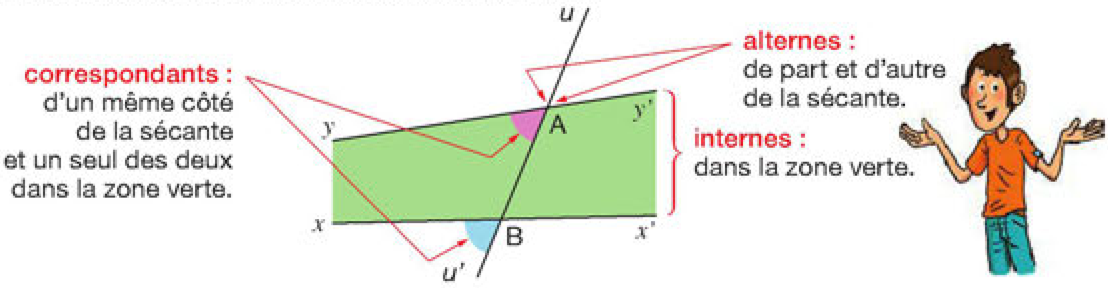
b. Pour cette figure, que peut-on dire alors des deux angles codés ?
On dit que ces deux angles sont **opposés par le sommet**.

c. Tracer deux droites sécantes en E et coder les angles opposés par le sommet.

ACTIVITÉ 3 Angles alternes-internes, correspondants

Info

La droite (*uu'*) est sécante aux droites (*xx'*) et (*yy'*).



correspondants : d'un même côté de la sécante et un seul des deux dans la zone verte.

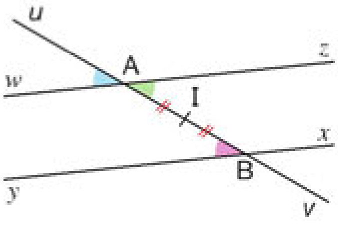
alternes : de part et d'autre de la sécante.

internes : dans la zone verte.

Dans chaque cas, dire si les angles sont alternes-internes ou correspondants ou ni l'un ni l'autre.

a. $\widehat{uAy}$ et $\widehat{uBx}$
b. $\widehat{uAy}$ et $\widehat{uBx'}$
c. $\widehat{ABx'}$ et $\widehat{BAy}$
d. $\widehat{ABx}$ et $\widehat{BAy'}$
e. $\widehat{uAy}$ et $\widehat{xBu'}$
f. $\widehat{BAy'}$ et $\widehat{u'Bx'}$

ACTIVITÉ 4 Angles formés par deux parallèles et une sécante



Les droites (xy) et (zw) sont parallèles.
La droite (uv) coupe (zw) en A et (xy) en B.
I est le milieu du segment [AB].

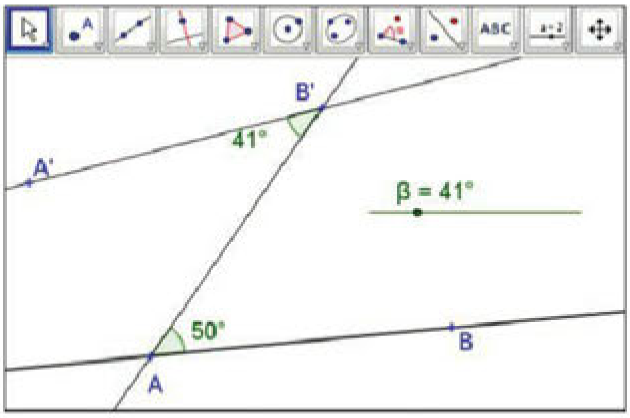
a. Que peut-on dire des angles alternes-internes $\widehat{ABy}$ et $\widehat{BAz}$? Expliquer en pensant à utiliser une symétrie centrale.

b. Que peut-on dire des angles correspondants $\widehat{ABy}$ et $\widehat{uAw}$? Expliquer.

ACTIVITÉ 5 Reconnaître des droites parallèles

a. Avec un logiciel de géométrie :

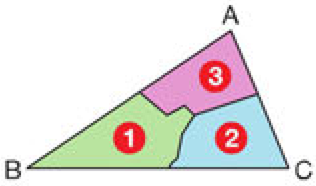
- créer une droite (AB) ;
- créer un angle $\widehat{BAB'}$ de mesure 50° (utiliser Angle de mesure donnée, cocher Sens antihoraire) ;
- créer un curseur β allant de 0° à 180° avec pour incrément 0,1° (utiliser Curseur, cocher Angle) ;
- créer un angle $\widehat{AB'A'}$ de mesure β (cocher Sens horaire et pour entrer β cliquer sur α), puis créer la droite (A'B').



b. Déplacer le curseur et conjecturer la valeur de β pour laquelle les droites (AB) et (A'B') sont parallèles (utiliser Relations entre deux objets pour tester le parallélisme de ces droites).

ACTIVITÉ 6 Somme des mesures des angles d'un triangle

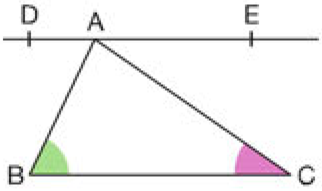
1. Expérimentation



a. Tracer sur papier uni un triangle ABC.

b. Découper ses trois angles comme ci-contre et les assembler pour qu'ils soient deux à deux adjacents. Que peut-on conjecturer sur la somme des mesures de ces angles ?

2. Une preuve



ABC est un triangle et (DE) est la droite parallèle à (BC) passant par A.

a. Que peut-on dire des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{DAB}$? Justifier.

b. Que peut-on dire des angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{EAC}$? Justifier.

c. Déterminer la somme $\widehat{ABC}+\widehat{BAC}+\widehat{CAB}$.

d. Énoncer la propriété ainsi démontrée pour un triangle quelconque.

J'apprends

1 Vocabulaire des angles

a Angles complémentaires, angles supplémentaires

DÉFINITIONS
- Deux angles **complémentaires** ont la somme de leurs mesures égale à **90°**.
- Deux angles **supplémentaires** ont la somme de leurs mesures égale à **180°**.

EXEMPLE $\widehat{ACB} = 37°$, $\widehat{FDE} = 53°$ et $\widehat{IJK} = 127°$.

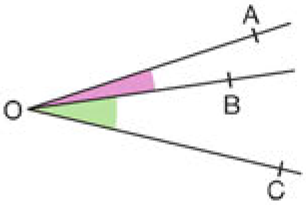
Les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{FDE}$ sont complémentaires car $37° + 53° = 90°$.

Les angles $\widehat{IJK}$ et $\widehat{FDE}$ sont supplémentaires car $53° + 127° = 180°$.

b Angles adjacents

DÉFINITION Deux angles **adjacents** ont un sommet commun, un côté commun et sont situés de part et d'autre de ce côté.

EXEMPLE Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont adjacents :
ils ont le sommet O en commun, le côté [OB] en commun et ils sont de part et d'autre du côté [OB].
Dans ce cas : $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} = \widehat{AOC}$.

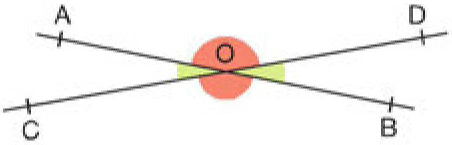


c Angles opposés par le sommet

DÉFINITION Deux angles **opposés par le sommet** ont le même sommet et des côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

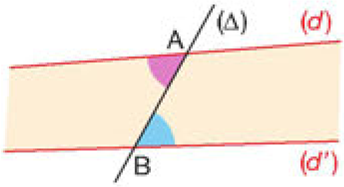
PROPRIÉTÉ Si deux angles sont opposés par le sommet, alors ils ont la même mesure.

EXEMPLE Deux droites (AB) et (CD) sécantes en O, déterminent des angles opposés par le sommet :
- $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$
- $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$

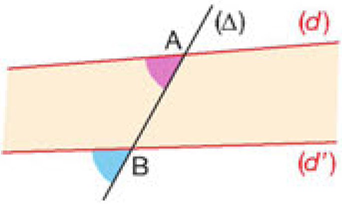


d Angles alternes-internes, angles correspondants

DÉFINITION La sécante (Δ) coupe les droites (*d*) et (*d'*) en A et B. Deux angles **alternes-internes** ont pour sommets A et B, sont situés de part et d'autre de (Δ) et sont dans la zone colorée ci-contre.



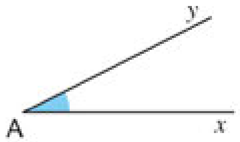
DÉFINITION La sécante (Δ) coupe les droites (*d*) et (*d'*) en A et B. Deux angles **correspondants** ont pour sommets A et B, sont situés d'un même côté de (Δ) et un seul des deux est dans la zone colorée ci-contre.



Exercice résolu Reproduire un angle avec un rapporteur

1 Énoncé

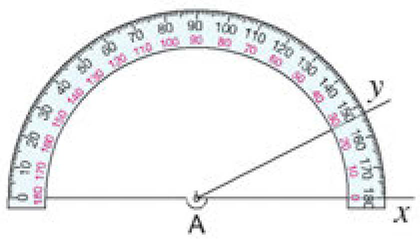
Reproduire l'angle $\widehat{xAy}$ ci-contre avec la règle et le rapporteur.



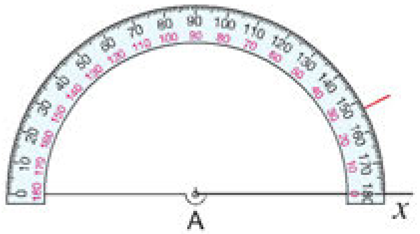
Solution

❶ On mesure l'angle $\widehat{xAy}$ avec le rapporteur :

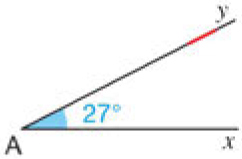
$\widehat{xAy} = 27°$.



❷ Sur une feuille, on trace un côté de l'angle, ici [Ax). On utilise le rapporteur pour faire une marque à la graduation 27°.



❸ On trace le deuxième côté de l'angle passant par la marque.



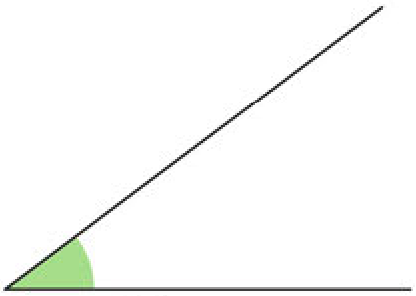
Nos conseils

- À l'étape ❷ on trace le côté [Ax) avant de placer le rapporteur.
- Une autre méthode de reproduction d'un angle est proposée à l'exercice 39 p. 208.

Exercices d'application

2 Reproduire l'angle $\widehat{uOv}$ avec la règle et le rapporteur.

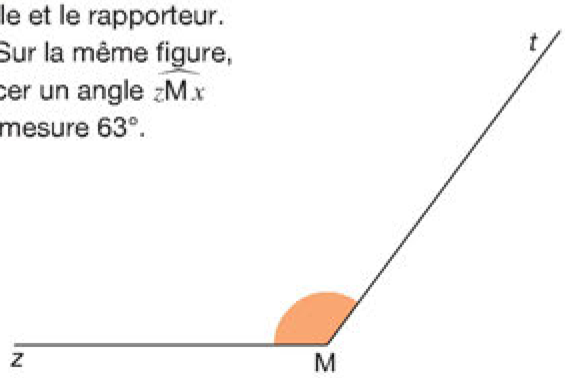
3 **a.** Reproduire cet angle avec la règle et le rapporteur.



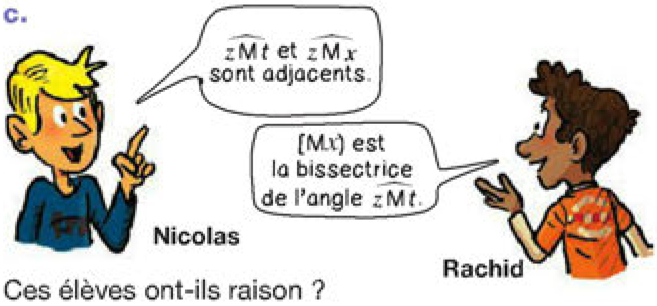
b. Tracer un angle $\widehat{ABC}$ dont la mesure est le double de celle de l'angle ci-dessus.

4 **a.** Reproduire l'angle $\widehat{zMt}$ ci-dessous avec la règle et le rapporteur.

b. Sur la même figure, tracer un angle $\widehat{zMx}$ de mesure 63°.



c.

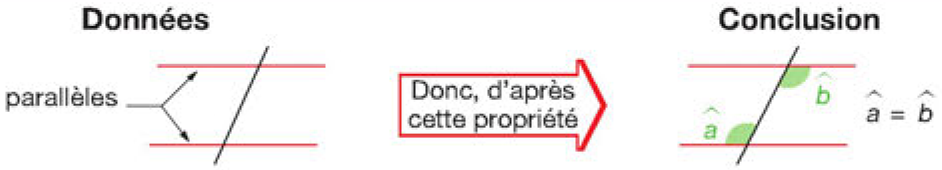


Ces élèves ont-ils raison ?

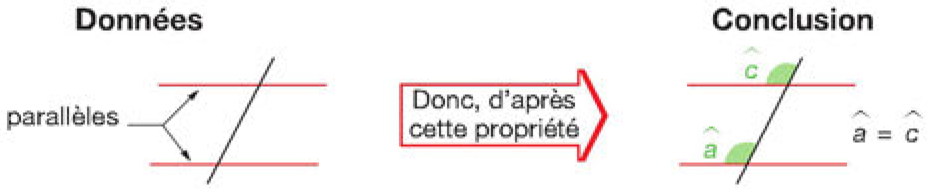
2 Parallèles, sécante et angles

a Angles formés par deux parallèles et une sécante

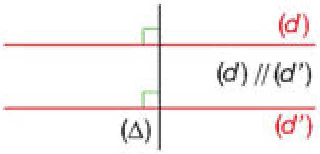
PROPRIÉTÉ Si deux droites **parallèles** sont coupées par une sécante, alors les **angles alternes-internes** qu'elles forment ont **même mesure**.



PROPRIÉTÉ Si deux droites **parallèles** sont coupées par une sécante, alors les **angles correspondants** qu'elles forment ont **même mesure**.

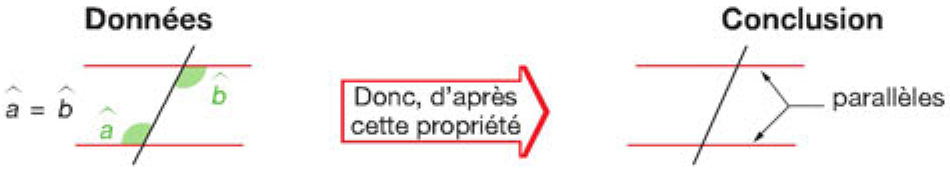


- **Cas particulier.** Si les droites (d) et (d') sont parallèles et si leur sécante (Δ) est perpendiculaire à (d), alors (Δ) est aussi perpendiculaire à (d').

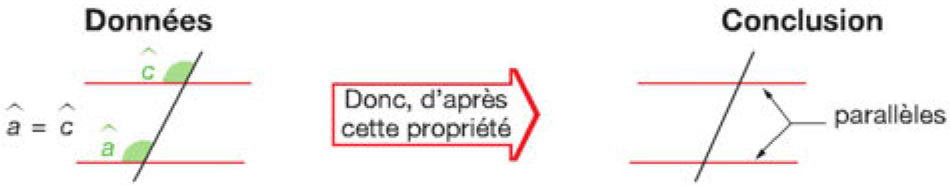


b Reconnaître des droites parallèles

PROPRIÉTÉ (ADMISE) Si deux droites coupées par une sécante forment deux **angles alternes-internes** de même mesure, alors ces droites sont **parallèles**.

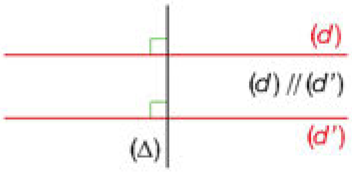


PROPRIÉTÉ (ADMISE) Si deux droites coupées par une sécante forment deux **angles correspondants** de même mesure, alors ces droites sont **parallèles**.



Remarque. Ces deux propriétés sont les **réciproques** de celles énoncées au a.

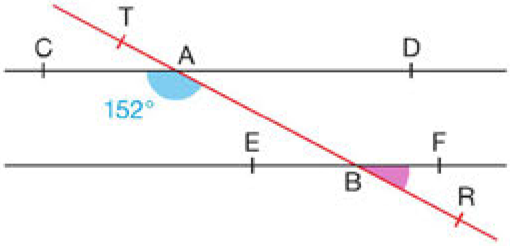
- **Cas particulier.** Si deux droites (d) et (d') sont perpendiculaires à une même droite (Δ), alors (d) et (d') sont parallèles.



Exercice résolu Reconnaître des angles de même mesure

5 **Énoncé**

La droite (TR) coupe les deux droites parallèles (CD) et (EF) respectivement en A et B.
L'angle $\widehat{CAB}$ mesure 152°.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{FBR}$.

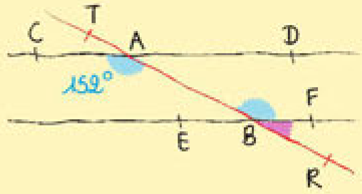


Solution

- Les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{ABF}$ sont alternes-internes.
- Or les droites (CD) et (EF) sont parallèles, donc $\widehat{CAB}$ et $\widehat{ABF}$ ont la même mesure.
D'où $\widehat{CAB} = \widehat{ABF} = 152°$.
- Les points A, B, R sont alignés, donc les angles $\widehat{ABF}$ et $\widehat{FBR}$ sont supplémentaires.
Ainsi $\widehat{ABF} + \widehat{FBR} = 180°$.
Donc $\widehat{FBR} = 180° - 152° = 28°$.

Nos conseils

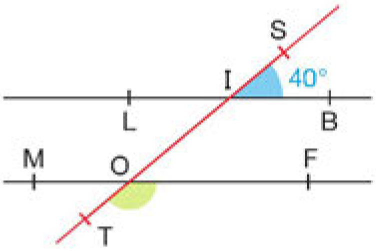
- On peut marquer les angles utilisés sur une figure à main levée.



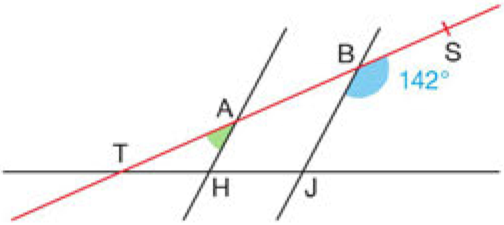
- On aurait pu aussi commencer par remarquer que $\widehat{CAB}$ et $\widehat{EBR}$ sont correspondants, puis utiliser l'alignement des points E, B, F.

Exercices d'application

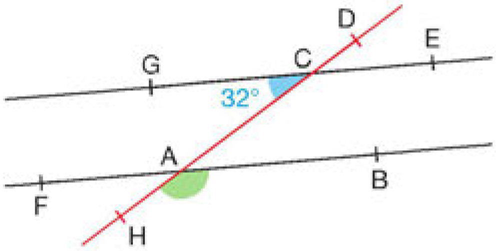
6 La droite (TS) coupe les deux droites parallèles (LB) et (MF) respectivement en I et O.
L'angle $\widehat{SIB}$ mesure 40°.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{TOF}$.



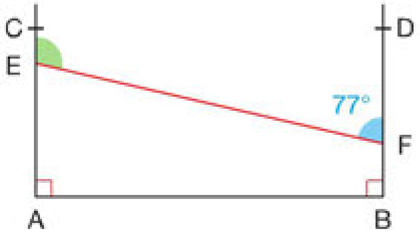
7 Les droites (AH) et (BJ) sont parallèles.
Les droites (AB) et (HJ) se coupent en T.
S est un point de (AB) tel que $\widehat{JBS} = 142°$.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{TAH}$.



8 La droite (HD) coupe les deux droites parallèles (GE) et (FB) respectivement en C et A.
L'angle $\widehat{GCA}$ mesure 32°.
Paul affirme : « Alors je sais que $\widehat{HAB} = 158°$ ».
A-t-il raison ? Expliquer.



9 Avec les données de la figure ci-dessous, calculer la mesure de l'angle $\widehat{FEC}$.



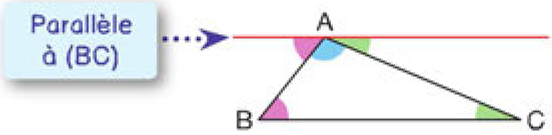
3 Somme des mesures des angles d'un triangle

ⓐ Triangle quelconque

PROPRIÉTÉ Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à **180°**.

EXEMPLE
Dans le triangle ABC :

$$\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180°$$

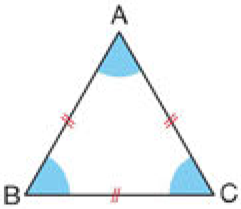


Remarque. On peut donc dire aussi que les trois angles d'un triangle sont supplémentaires.

ⓑ Triangle équilatéral

PROPRIÉTÉ Si un triangle est équilatéral, alors chacun de ses angles mesure 60°.

EXEMPLE ABC est un triangle **équilatéral**.
On sait donc que $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.
D'après la propriété du paragraphe ⓐ, $3 \times \widehat{BAC} = 180°$.
Donc, $\widehat{BAC} = 180° : 3 = 60°$.
Ainsi, $\mathbf{\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 60°}$.

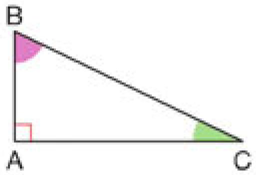


PROPRIÉTÉ Si un triangle a deux angles de mesure 60°, alors c'est un triangle équilatéral.

ⓒ Triangle rectangle

PROPRIÉTÉ Si un triangle est rectangle, alors ses deux angles aigus sont **complémentaires**.

EXEMPLE ABC est un triangle **rectangle en A**.
D'après la propriété du paragraphe ⓐ, $90° + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°$.
Donc $\mathbf{\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°}$, c'est-à-dire les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont complémentaires.

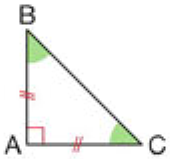


PROPRIÉTÉ Si un triangle a deux angles complémentaires, alors c'est un triangle rectangle.

ⓓ Triangle rectangle isocèle

PROPRIÉTÉ **Si** un triangle est rectangle isocèle, **alors** chacun de ses angles aigus mesure **45°**.

EXEMPLE ABC est un triangle **rectangle isocèle en A**.
ABC est isocèle, donc $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.
On sait aussi d'après la propriété du paragraphe ⓒ que $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°$.
Donc $\mathbf{\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 45°}$.



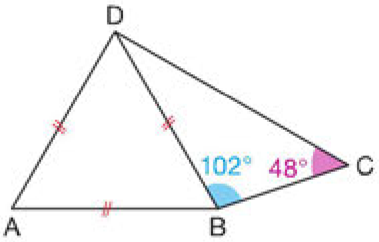
Exercice résolu

Calculer la mesure d'un angle dans un triangle

10 **Énoncé**

a. À l'aide des informations codées sur la figure, calculer la mesure de l'angle $\widehat{BDC}$.

b. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ADC}$?



Solution

a. La somme des mesures des angles du triangle BCD est égale à 180°, donc :

$$\widehat{BDC} = 180° - (102° + 48°)$$

$$\widehat{BDC} = 180° - 150° = 30°.$$

La mesure de l'angle $\widehat{BDC}$ est 30°.

b. Le triangle ABD a ses trois côtés de même longueur, donc il s'agit d'un triangle équilatéral.

Donc chacun de ses angles a pour mesure 60°.

Ainsi $\widehat{ADB} = 60°$.

Les angles $\widehat{ADB}$ et $\widehat{BDC}$ sont adjacents, donc :

$$\widehat{ADC} = \widehat{ADB} + \widehat{BDC} = 60° + 30° = 90°.$$

La mesure de l'angle $\widehat{ADC}$ est 90°, c'est donc un angle droit.

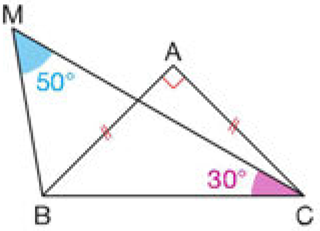
Nos conseils

- $\widehat{BDC} + 102° + 48° = 180°$.
La mesure de $\widehat{BDC}$ est donc le nombre à ajouter à (102° + 48°) pour trouver 180°. Ainsi la mesure de $\widehat{BDC}$ est la différence entre 180° et (102° + 48°).
- On utilise la première propriété énoncée au paragraphe ⓑ.
- Les droites (DA) et (DC) sont donc perpendiculaires en D et le triangle ADC est rectangle en D.

Exercices d'application

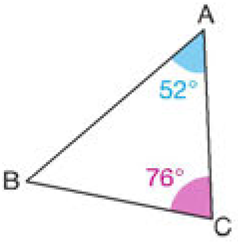
11 **a.** À l'aide des informations codées sur la figure, calculer la mesure de l'angle $\widehat{CBM}$.

b. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABM}$?



12 **a.** À l'aide des informations codées sur la figure, calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

b. Quelle est la nature du triangle ABC ?



13 FDT est un triangle isocèle en D tel que :

$$\widehat{FTD} = 64°.$$

a. Tracer une figure à main levée.

b. Déterminer la mesure de chacun des angles $\widehat{DFT}$ et $\widehat{FDT}$.

14 ISO est un triangle isocèle en S tel que :

$$\widehat{ISO} = 100°.$$

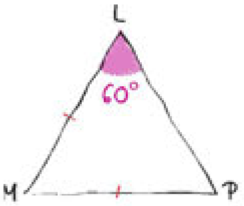
a. Tracer une figure à main levée.

b. Calculer la mesure de chacun des angles $\widehat{IOS}$ et $\widehat{OIS}$.

15 Nelly a tracé ci-contre à main levée, un triangle PLM isocèle en M tel que $\widehat{MLP} = 60°$.

Nelly affirme : « Ce triangle est équilatéral ».

A-t-elle raison ?



16

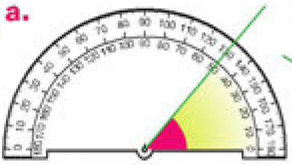
Cet élève a-t-il raison ?

Je m'entraîne À L'ORAL

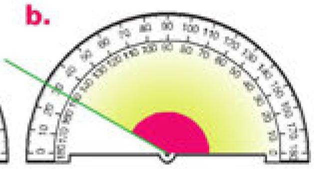
Mesure d'un angle

Pour les exercices 17 et 18, dire si l'angle est aigu ou obtus, puis donner sa mesure.

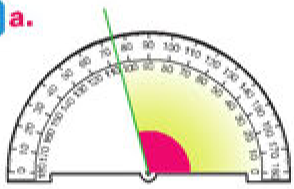
17 **a.**



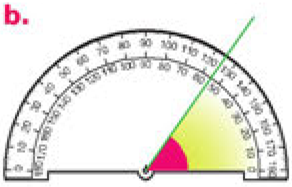
b.



18 **a.**



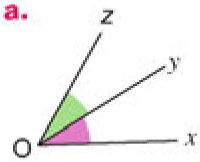
b.



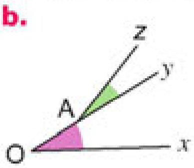
Vocabulaire des angles

19 Dans chaque cas, dire si les angles codés en violet et en vert sont adjacents. Expliquer.

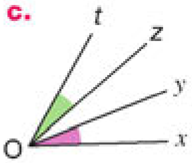
a.



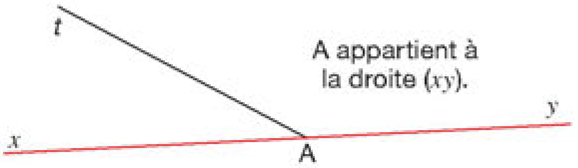
b.



c.



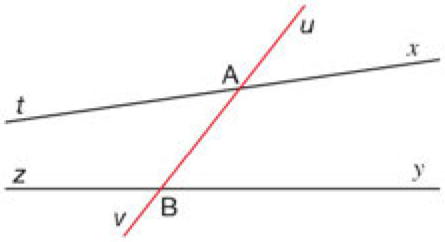
20 **Vrai ou faux ?**



Pour chaque affirmation dire si elle est vraie ou fausse.
« Les angles $\widehat{xAt}$ et $\widehat{tAy}$ sont ...

a. adjacents » ;
b. opposés par le sommet » ;
c. complémentaires » ;
d. supplémentaires ».

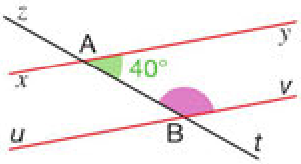
21



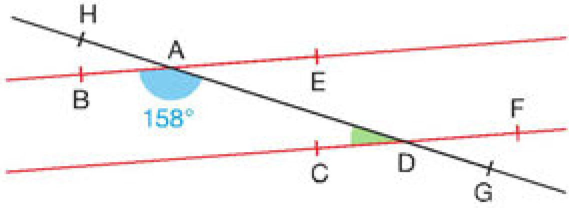
Citer deux angles :
a. alternes-internes ;
b. correspondants ;
c. opposés par le sommet ;
d. supplémentaires.

Parallèles, sécante et angles

22 Les droites (xy) et (uv) sont parallèles. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABv}$?

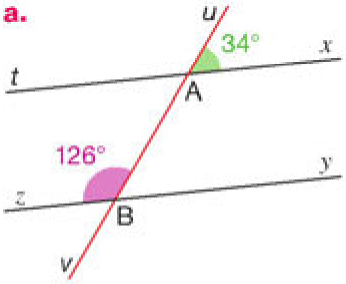


23 Les droites (BE) et (CF) sont parallèles. La droite (GH) coupe (BE) en A et (CF) en D. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CDA}$?

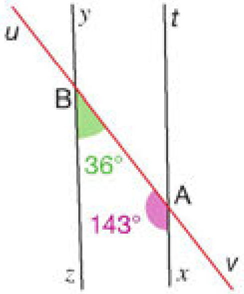


24 La droite (uv) coupe la droite (tx) en A et la droite (yz) en B.
Dans chaque cas, utiliser les codages de la figure pour dire si les droites (tx) et (yz) sont parallèles.

a.



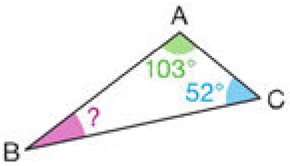
b.



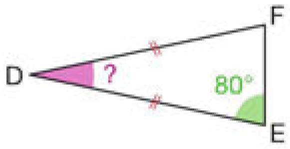
Angles d'un triangle

25 CALCUL MENTAL Célia a-t-elle raison ?

26 CALCUL MENTAL
Calculer mentalement la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

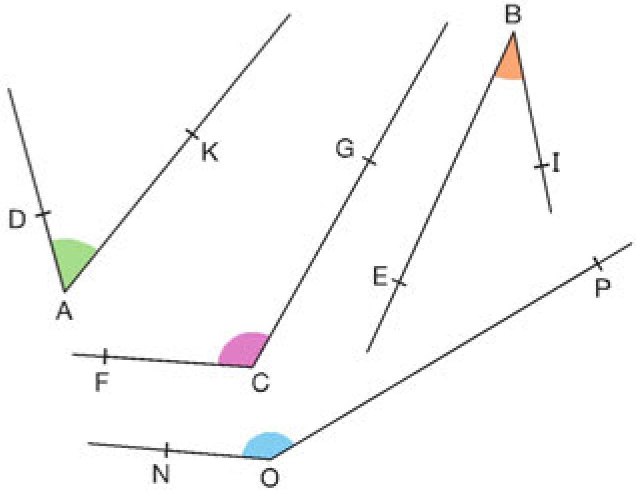


27 CALCUL MENTAL
Calculer mentalement la mesure de l'angle $\widehat{FDE}$.



Vocabulaire des angles

28 **1.** Mesurer chacun de ces angles.



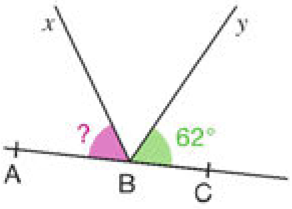
2. À l'aide des mesures trouvées ci-dessus, nommer :
a. deux angles qui semblent être complémentaires ;
b. deux angles qui semblent être supplémentaires.

29 **a.** Tracer un angle $\widehat{ABC}$ qui mesure 58°.
b. Tracer un angle $\widehat{HIJ}$ complémentaire et non adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$ dont on précisera la mesure.
c. Tracer un angle $\widehat{KLM}$ supplémentaire et non adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$ dont on précisera la mesure.

30 **a.** Tracer un angle $\widehat{SUT}$ qui mesure 54°.
b. Tracer à la règle un angle supplémentaire et adjacent à l'angle $\widehat{SUT}$.
Quelle est sa mesure ?
c. Tracer avec une équerre un angle complémentaire et adjacent à l'angle $\widehat{SUT}$.
Quelle est sa mesure ?
d. Tracer un angle opposé par le sommet à l'angle $\widehat{SUT}$.
Quelle est sa mesure ?

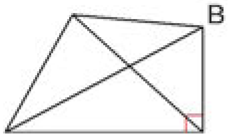
31 **a.** Tracer deux angles adjacents $\widehat{KLM}$ et $\widehat{MLN}$ qui mesurent chacun 82°.
b. Que peut-on dire de la demi-droite [LM) ?

32 Les points A, B et C sont alignés.
[Bx) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABy}$.



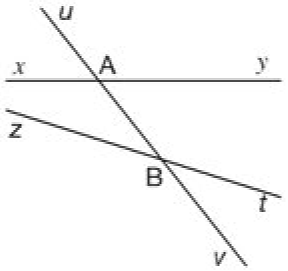
a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABx}$. Expliquer.
b. Construire cette figure en prenant AB = 5 cm et BC = 3 cm.

33 Sur cette figure, les points A, C, D, E ont été effacés.
Tracer cette figure à main levée et retrouver leurs positions sachant que :

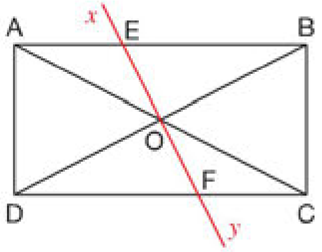


- les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{DAC}$ sont complémentaires et adjacents ;
- les angles $\widehat{CEA}$ et $\widehat{AEB}$ sont supplémentaires et adjacents.

34 Tracer cette figure à main levée et coder :
a. deux angles alternes-internes en rouge ;
b. deux angles correspondants en vert ;
c. deux angles opposés par leur sommet commun A en bleu.



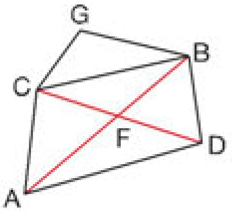
35 ABCD est un rectangle dont les diagonales se coupent en O.
Une droite (xy) qui passe par O coupe [AB] en E et [CD] en F.



Recopier et compléter chaque phrase par :
alternes-internes, correspondants, opposés par le sommet, complémentaires.

a. $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ sont …
b. $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont …
c. $\widehat{ABD}$ et $\widehat{BDC}$ sont …
d. $\widehat{xEB}$ et $\widehat{EFC}$ sont …
e. $\widehat{ABD}$ et $\widehat{CBD}$ sont …
f. $\widehat{AEx}$ et $\widehat{DFO}$ sont …

36 Les diagonales du quadrilatère ACBD se coupent en F.



Recopier et compléter chaque phrase par :
alternes-internes, correspondants, opposés par le sommet, supplémentaires.

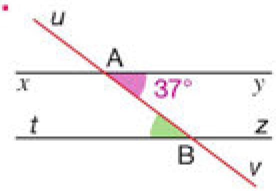
a. $\widehat{BFC}$ et $\widehat{AFD}$ sont …
b. $\widehat{BFC}$ et $\widehat{CFA}$ sont …
c. $\widehat{CAB}$ et $\widehat{FBD}$ sont …
d. $\widehat{GCB}$ et $\widehat{ABC}$ sont …
e. $\widehat{BFD}$ et $\widehat{CFA}$ sont …
f. $\widehat{ACD}$ et $\widehat{CDB}$ sont …

Je m'entraîne

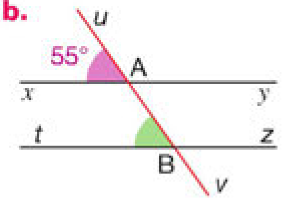
Parallèles, sécante et angles

37 Les droites (xy) et (tz) sont parallèles. La droite (uv) coupe (xy) en A et (tz) en B.
Dans chaque cas, donner la mesure de l'angle $\widehat{tBu}$ en citant la propriété utilisée.

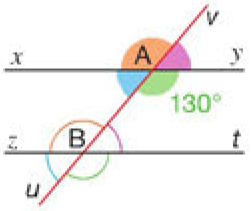
a.



b.

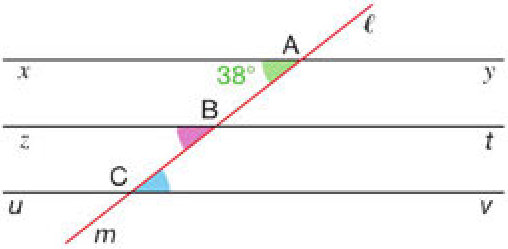


38 La droite (uv) coupe les droites parallèles (xy) et (tz) respectivement en A et B.



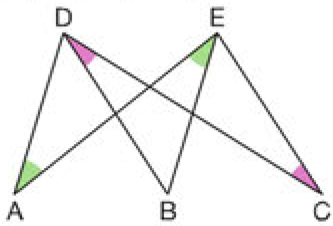
Donner la mesure de chacun des sept autres angles codés sur la figure.

39 La droite (ℓm) coupe les droites parallèles (xy), (zt) et (uv) respectivement en A, B et C.



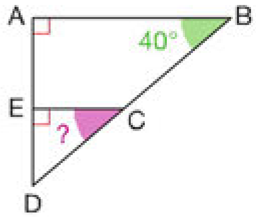
Donner les mesures des angles $\widehat{zBm}$ et $\widehat{\ell Cv}$ en citant les propriétés utilisées.

40 Les droites (AD) et (BE) sont parallèles.
Les droites (BD) et (CE) sont parallèles.

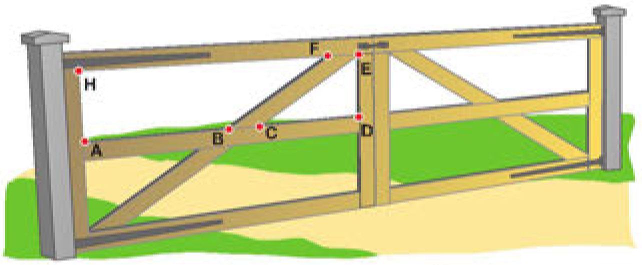


a. Pourquoi les angles $\widehat{EAD}$ et $\widehat{AEB}$ sont-ils alternes-internes ?
b. Les angles $\widehat{EAD}$ et $\widehat{AEB}$ ont-ils la même mesure ?
c. Emma a écrit : « Les angles $\widehat{BDC}$ et $\widehat{ECD}$ ont la même mesure car ils sont alternes-internes. »
La justification d'Emma est-elle suffisante ?

41 Les points B, C, D sont alignés.
Avec les informations codées sur cette figure, peut-on trouver la mesure de l'angle $\widehat{ECD}$? Expliquer.

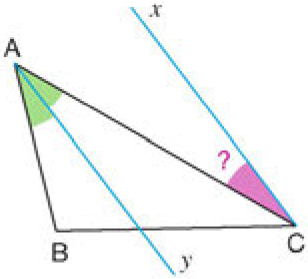


42 Le portail ci-dessous a été fabriqué de façon que $\widehat{DCE}$ = 31°. Les droites qui semblent parallèles sont supposées ainsi.



a. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CBF}$?
b. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABF}$?
c. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BFH}$?

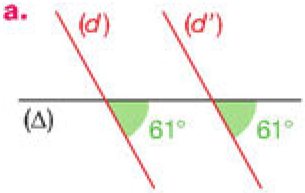
43 $\widehat{BAC}$ est un angle de mesure 46°.
Sa bissectrice [Ay) est parallèle à la demi-droite [Cx).
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACx}$.



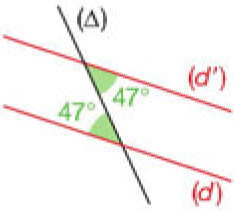
Reconnaître des droites parallèles

44 Dans chaque cas, expliquer pourquoi les droites (d) et (d') sont parallèles.

a.

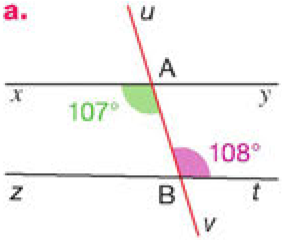


b.

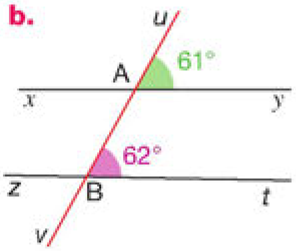


45 Dans chaque cas, expliquer pourquoi les droites (xy) et (tz) ne sont pas parallèles.

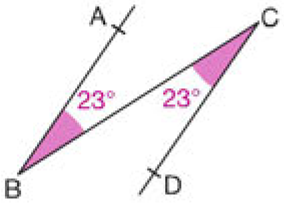
a.



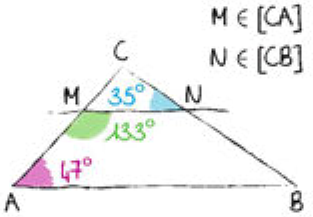
b.



46 **a.** Les informations codées sur la figure ci-contre permettent-elles d'affirmer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles ? Expliquer.
b. Peut-on affirmer que les droites (BD) et (AC) sont parallèles ?

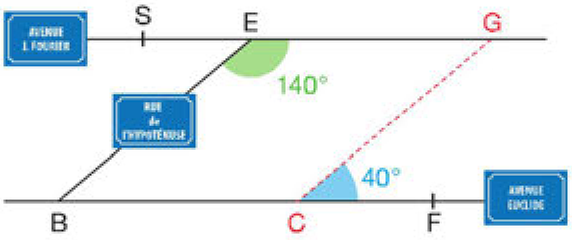


47 **a.** Les informations codées sur cette figure à main levée permettent-elles d'affirmer que les droites (MN) et (AB) sont parallèles ? Expliquer.



b. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$?

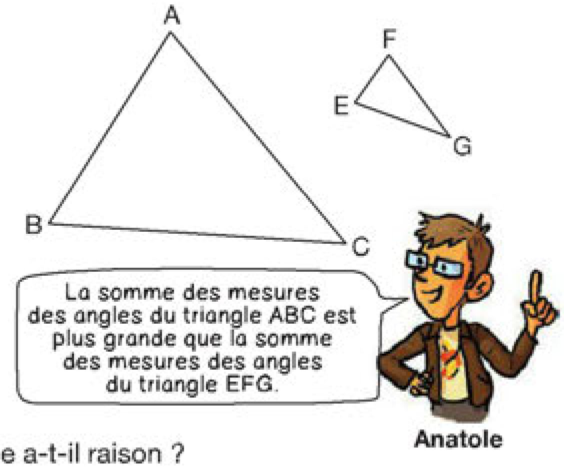
48 Les avenues J. Fourier et Euclide sont parallèles. La rue de l'hypoténuse permet de passer d'une avenue à l'autre.



Il est prévu de construire une deuxième rue [CG] parallèle à la rue de l'hypoténuse.
D'après le plan donné par les géomètres, les deux rues seront-elles parallèles ?
Justifier.

Angles d'un triangle

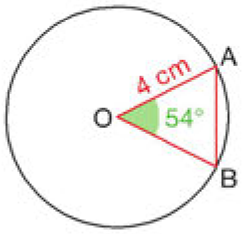
49 Voici deux triangles ABC et EFG.



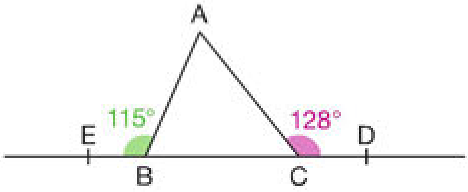
Anatole a-t-il raison ?

50 Léa a construit un triangle et a mesuré deux angles du triangle. Elle a obtenu les mesures suivantes : 34° et 112°.
Son triangle est-il particulier ?

51 Les points A et B appartiennent à ce cercle de centre O.
a. Tracer cette figure.
b. Calculer la mesure de chacun des angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OBA}$.

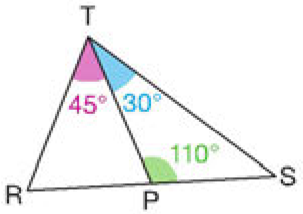


52 Les points E, B, C et D sont alignés.



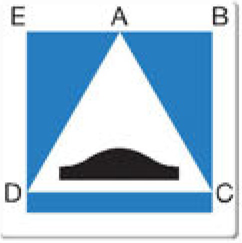
Calculer la mesure de chaque angle du triangle ABC.

53 Les points R, P, S sont alignés.



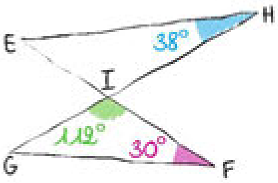
Calculer la mesure de l'angle :
a. $\widehat{PST}$ **b.** $\widehat{TRS}$

54 @ssr
Sur ce panneau :
- le triangle ACD est équilatéral ;
- les triangles rectangles AED et ABC sont superposables ;
- BCDE est un rectangle.



1. Calculer la mesure de l'angle :
a. $\widehat{EAD}$ **b.** $\widehat{ADE}$
2. Qu'indique ce panneau ?

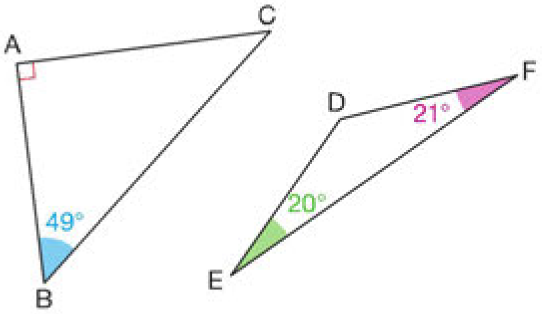
55 Sur cette figure à main levée, les droites (EF) et (GH) se coupent en I.



a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{IGF}$.
b. Que peut-on dire alors des droites (EH) et (GF) ?
c. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{HEI}$?

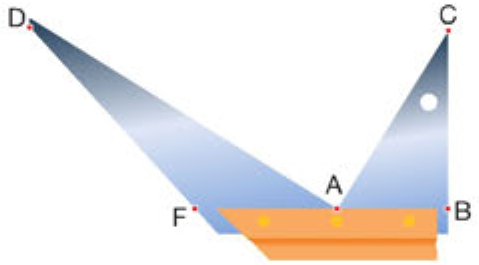
Je m'entraîne

56 Julia voudrait disposer les deux triangles ci-dessous en superposant les sommets C et D et en collant le côté [DE] sur [CB].



Les points A, C et F seront-ils alignés ?

57 L'équerre à onglet est utilisée par les menuisiers pour tracer des angles particuliers.
$\widehat{ABC}$ et $\widehat{CAD}$ sont des angles droits et $\widehat{FAD} = 30°$

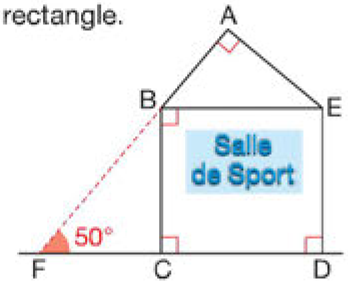


Calculer la mesure de l'angle :

a. $\widehat{BAC}$ **b.** $\widehat{ACB}$

58 La façade de cette salle de sport est formée d'un rectangle et d'un triangle rectangle.
Le versant (AB) du toit fait un angle de 50° avec le sol.
Calculer la mesure de :

a. $\widehat{ABE}$ **b.** $\widehat{AEB}$



Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

59 Économie d'énergie

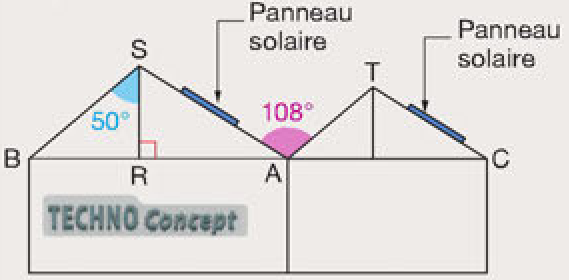
La situation-problème

Pour économiser de l'électricité, Romain se demande s'il pourra installer des panneaux photovoltaïques sur les deux pans de toits [SA] et [TC] de son usine versant sud. Aider Romain à répondre.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, le matériel de géométrie.

Doc. 1 **Croquis de l'usine**



Les pans de toits [SA] et [TC] sont parallèles ainsi que les pans [SB] et [TA].
L'angle $\widehat{SAB}$ désigne la pente du toit [SA] et l'angle $\widehat{TCA}$ la pente du toit [TC].

Doc. 2 **Conseils du poseur de panneaux solaires**

Pour installer des panneaux photovoltaïques, l'idéal est d'avoir une pente de toit comprise entre 30° et 35° avec l'horizontale.

Calcul mental et réfléchi

60 $\widehat{ABC}$ et $\widehat{FED}$ sont deux angles complémentaires.
Donner, dans chaque cas, la mesure de l'angle $\widehat{FED}$.

a. $\widehat{ABC} = 27°$ **b.** $\widehat{ABC} = 48°$
c. $\widehat{ABC} = 55°$ **d.** $\widehat{ABC} = 7°$

61 $\widehat{ABC}$ et $\widehat{FED}$ sont deux angles supplémentaires.
Donner, dans chaque cas, la mesure de l'angle $\widehat{FED}$.

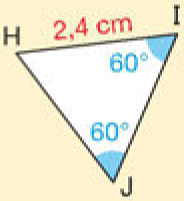
a. $\widehat{ABC} = 115°$ **b.** $\widehat{ABC} = 98°$
c. $\widehat{ABC} = 29°$ **d.** $\widehat{ABC} = 153°$

62 ABC est un triangle tel que :

$$\widehat{ABC} = 25° \text{ et } \widehat{ACB} = 4 \times \widehat{ABC}.$$

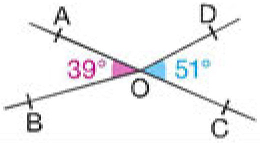
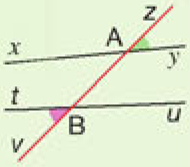
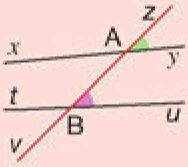
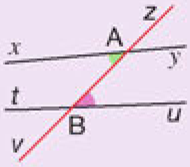
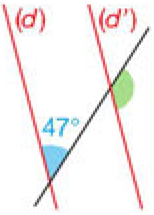
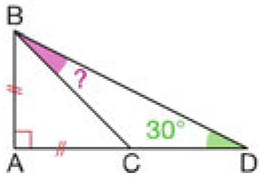
Donner la mesure de chaque angle du triangle ABC.

63 À partir des informations codées sur cette figure, calculer le périmètre du triangle HIJ.

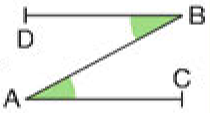
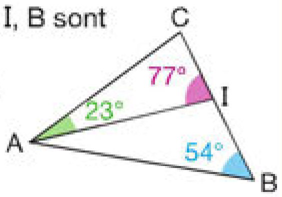
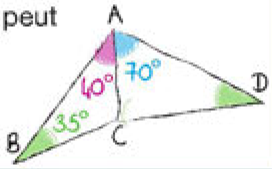


Je m'évalue

Pour ces questions, une seule réponse est exacte.

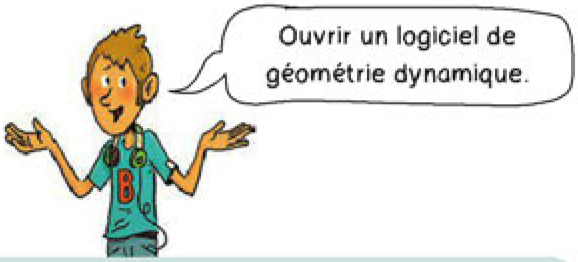
	a	b	c	En cas d'erreur
64 Sur la figure ci-dessous les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOC}$ sont… 	opposés par le sommet	complémentaires	supplémentaires	→ § 1.a. c. p. 182
65 Les angles codés sont alternes-internes sur la figure…				→ § 1.d. p. 182
66 Les angles codés sont correspondants sur la figure…				
67 Les droites (d) et (d') sont parallèles. L'angle codé en vert mesure… 	47°	133°	143°	→ § 2.a. p. 184 et exercice résolu 5 p. 185
68 Les points A, C, D sont alignés. L'angle $\widehat{CBD}$ mesure… 	15°	25°	30°	→ § 3.a. d. p. 186 et exercice résolu 10 p. 187

Pour ces questions, plusieurs réponses sont exactes.

	a	b	c	En cas d'erreur
69 On peut affirmer que… 	(DA) // (BC)	(DB) // (AC)	$\widehat{CDB} = \widehat{ACD}$	→ § 2. p. 184
70 C, I, B sont alignés. On peut affirmer que… 	$\widehat{BIA} = 103°$	[AI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$	$\widehat{BAC} = 46°$	→ § 3.a. p. 186
71 On peut affirmer que… 	B, C, D sont alignés	$\widehat{BCD} = 180°$	ABD est un triangle isocèle en A	→ § 3.a. p. 186

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▶ p. 291

Avec un logiciel



72 Tracer, conjecturer, prouver

1 Réaliser une figure

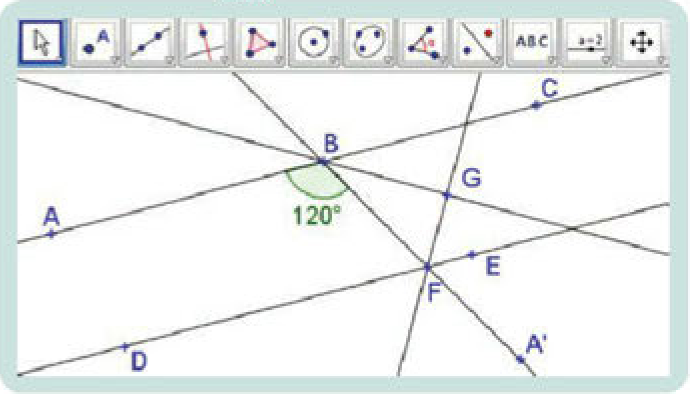
a. Tracer une droite (AB).
Placer un point C de cette droite avec A, B, C dans cet ordre.

b. Placer un point D qui n'appartient pas à (AB).
Tracer par D, la parallèle à la droite (AB).
Placer un point E de cette droite.

c. Tracer un angle $\widehat{ABA'}$ de mesure 120°
(utiliser Angle de mesure donnée).
Tracer la droite (BA') et noter F son point d'intersection avec la droite (DE).

d. Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{CBF}$ et la bissectrice de l'angle $\widehat{BFE}$ (utiliser Bissectrice).
Noter G le point d'intersection de ces deux bissectrices.

e. Afficher la mesure de l'angle $\widehat{BGF}$.



2 Conjecturer

a. Déplacer le point B et observer l'angle $\widehat{BGF}$.

b. Que peut-on conjecturer pour les droites (BG) et (GF) ?

3 Une preuve

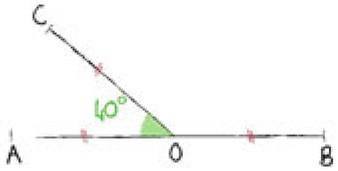
a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{CBF}$, puis de l'angle $\widehat{FBG}$.

b. Donner la mesure de l'angle $\widehat{BFE}$, puis calculer la mesure de l'angle $\widehat{BFG}$.

c. Prouver la conjecture émise à la question **2. b**.

73 Étudier la nature d'un triangle

Line a tracé la figure à main levée ci-dessous avec les points A, O, B alignés.



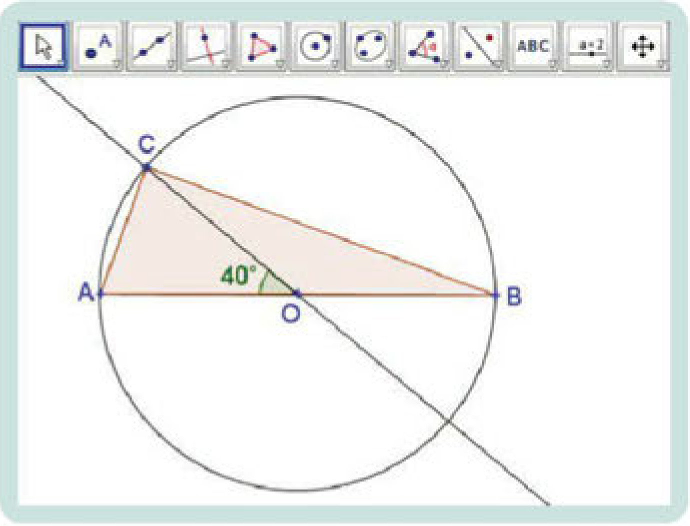
Elle affirme : « Le triangle ABC est rectangle en C ».

1 Avec un logiciel de géométrie

a. Réaliser la figure ci-contre.

b. Afficher la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

c. Déplacer les points A et B et observer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.
Ces observations confirment-elles l'affirmation faite par Line ?



2 Une preuve

a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OCA}$.

b. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OCB}$.

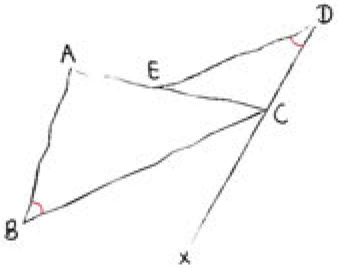
c. En déduire la nature du triangle ABC.

S'initier au raisonnement

74 Déduire à partir des données

Pour cette figure dessinée à main levée, on sait que :

$AB = AC$, $CE = CD$ et $\widehat{ABC} = \widehat{CDE}$.



a. Avec AB = AC, que peut-on déduire pour le triangle ABC ?
Citer alors deux angles de même mesure.

b. Avec CE = CD, déduire de la même façon deux angles de même mesure.

c. Avec $\widehat{ABC} = \widehat{CDE}$ et avec les questions précédentes, déduire tous les angles de même mesure de la figure.

d. Citer la propriété énoncée en cours qui permet de conclure que les droites (ED) et (BC) sont parallèles.

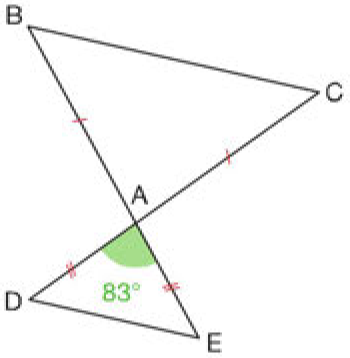
e. Peut-on savoir si les droites (AB) et (CD) sont parallèles ? Justifier la réponse.

Nos conseils

Lors de la résolution d'un exercice, on s'appuie sur les données de l'énoncé et sur les définitions et propriétés énoncées en cours pour répondre aux questions.

75 Utiliser différentes propriétés

Les droites (BE) et (CD) sont sécantes en A.
Les triangles ABC et ADE sont isocèles en A.



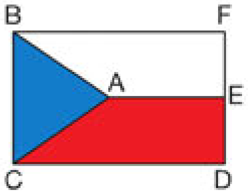
À l'aide des informations codées sur la figure, démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Nos conseils

- **Commencer par déterminer les mesures des angles du triangle ADE.**
- **Pourquoi peut-on affirmer que $\widehat{BAC} = 83°$?**
- **Déterminer alors les mesures des angles du triangle ABC.**

Pour chercher

76 Calculer avant de construire



Le drapeau rectangulaire de la République tchèque est constitué de deux bandes rouge et blanche symétriques par rapport à (AE) et d'un triangle bleu isocèle en A avec $\widehat{BAC} = 70°$.

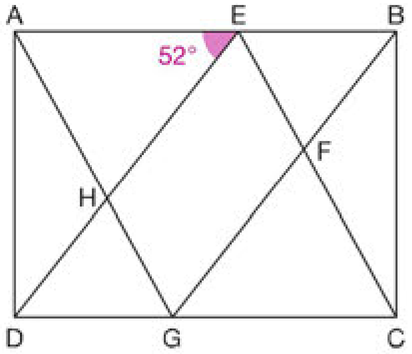
1. Déterminer la mesure de chacun des angles :

a. $\widehat{ABC}$ **b.** $\widehat{ACB}$ **c.** $\widehat{BAE}$ **d.** $\widehat{CAE}$

2. Dessiner ce drapeau avec BC = 6 cm et $CD = \frac{3}{2} \times BC$.

77 Réfléchir avant de construire

ABCD est un rectangle tel que AB = 8 cm et AD = 6 cm.
E est le point du côté [AB] tel que $\widehat{AED} = 52°$.
G est le point du côté [CD] tel que les droites (DE) et (BG) sont parallèles.



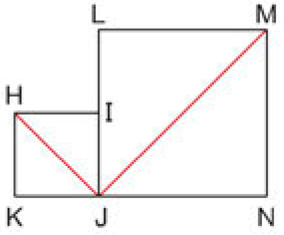
Pour construire cette figure, la difficulté est de savoir où placer le point E.

a. Quel calcul faut-il effectuer pour pouvoir placer le point E ? Effectuer ce calcul.

b. Construire la figure en vraie grandeur et rédiger un programme de construction.

78 Analyser une figure

HIJK et JLMN sont deux carrés.
Les points J, I, L sont alignés.



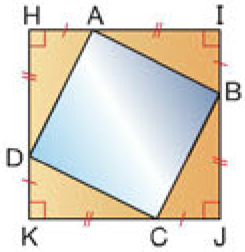
a. Julie affirme : « $\widehat{HJI} = 45°$ ».
A-t-elle raison ? Expliquer.

b. Mélina affirme : « Les droites (HJ) et (JM) sont perpendiculaires ».
A-t-elle raison ? Expliquer.

J'utilise mes compétences

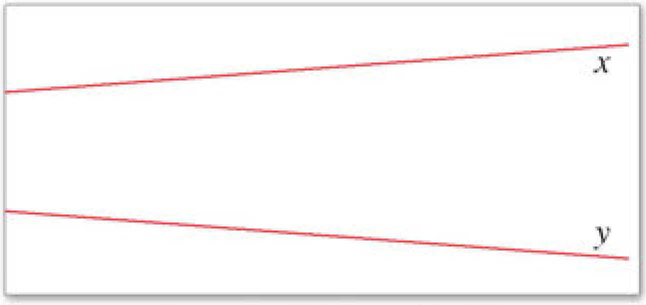
79 Problème ouvert

Magali découpe dans du bois quatre triangles rectangles superposables et les assemble comme ci-contre.
Ensuite, elle souhaite insérer un miroir carré ABCD.
Le pourra-t-elle, c'est-à-dire le quadrilatère ABCD est-il un carré ?



80 Travailler en groupe

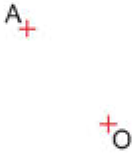
Le sommet A de cet angle $\widehat{xAy}$ est en dehors de la feuille (matérialisée par ce cadre).



En groupes de quatre élèves, rechercher comment mesurer cet angle, sans effectuer de tracé à l'extérieur du cadre.
Chaque groupe désigne un rapporteur pour exposer sa méthode au tableau.

81 Imaginer une stratégie

Placer deux points comme ci-dessous.

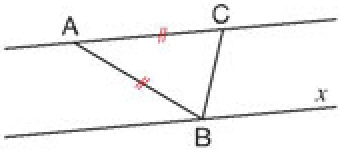


Construire le symétrique de A par rapport à O avec le compas uniquement.

Killian

82 Organiser la recherche

Les droites (AC) et (Bx) sont parallèles.
Utiliser les informations codées sur la figure pour démontrer que [BC) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABx}$.



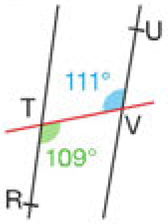
83 Communiquer en anglais

What is the correct answer ?
The straight lines (TR) and (UV) are not parallel because:

a. the two given consecutive interior angles do not add to 180°;

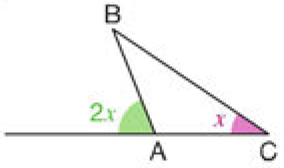
b. the two given corresponding angles are not equal;

c. the two given alternate angles are not equal.



84 Généraliser un résultat (1)

a. Donner la mesure de chaque angle du triangle ABC lorsque $x = 36°$.



b. Peut-on affirmer que le triangle ABC est isocèle quel que soit le choix de la mesure x ? Justifier.

85 Généraliser un résultat (2)

$\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ sont deux cercles de centre O et de rayons respectifs 3 cm et 4 cm.

1. A et B sont deux points de $\mathscr{C}$ tels que $\widehat{AOB} = 80°$.

a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OAB}$.

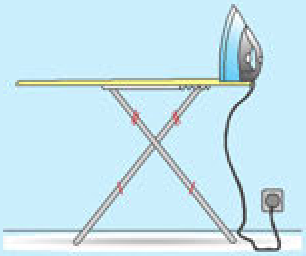
b. Les demi-droites [OA) et [OB) coupent $\mathscr{C}'$ respectivement en C et D.
Expliquer pourquoi les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2. Reprendre la question **1** lorsque $\widehat{AOB} = a°$ (avec $0 < a < 180$).

86 Narration de recherche

▶ Problème

Une table à repasser repose sur le sol horizontal. On peut régler cette table à différentes hauteurs grâce à une crémaillère qui permet de changer l'écartement des pieds.
Pourquoi cette table reste-t-elle horizontale ?



Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

J'utilise mes compétences

87 Réaliser une rosace

Math & Arts

Dans les jardins de la Fontaine à Nîmes, on trouve cette rosace appelée rosace du temple de Diane.

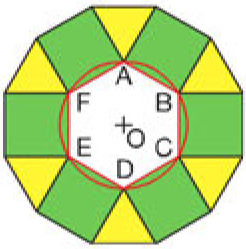
a. Tracer un cercle de centre O et de rayon 4 cm.

b. Construire un hexagone régulier ABCDEF inscrit dans ce cercle.

c. Construire les six carrés verts ci-contre.

d. Tracer enfin les six triangles jaunes.

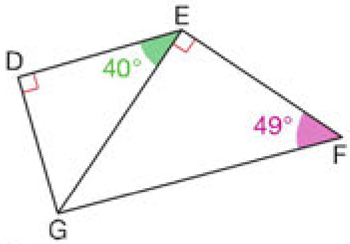
e. Ces triangles sont-ils équilatéraux ? Justifier.



D'après Petit x

88 Chercher l'erreur

La figure a été réalisée en respectant les mesures d'angles données.



Basile a-t-il raison ? Expliquer.

89 Conjecturer, puis prouver

1. Conjecture

Faire les constructions suivantes avec les instruments de géométrie ou avec un logiciel de géométrie.

a. Construire un triangle OAB tel que :

$$OB = 4 \text{ cm}, \ \widehat{AOB} = 50° \text{ et } \widehat{OBA} = 65°.$$

b. Construire les symétriques A' et B' des points A et B par rapport à O. Tracer le triangle A'B'O.

c. Construire la bissectrice [Ox) de l'angle $\widehat{AOB'}$.

d. Que peut-on conjecturer pour les droites (A'B') et (Ox) ?

2. Une preuve

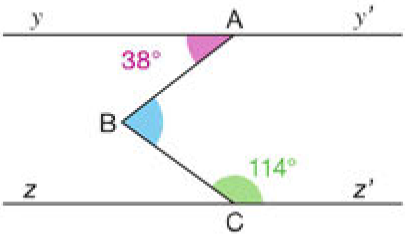
a. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{A'B'O}$? Justifier.

b. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{B'Ox}$? Justifier.

c. La droite (A'B') est-elle parallèle à la droite (Ox) ? Justifier.

90 Penser à un tracé supplémentaire

Les droites (yy') et (zz') sont parallèles.
A est un point de (yy') et C un point de (zz').



Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

91 Utiliser des bissectrices

Dans un triangle ABC, les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ se coupent en K.
La parallèle à la droite (BC) passant par K coupe le côté [AB] en L et le côté [AC] en M.

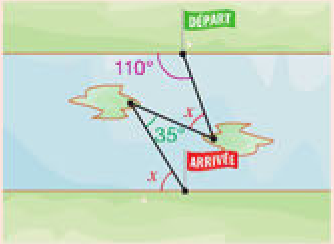
a. Tracer une figure.

b. Expliquer pourquoi LM = BL + CM.

Jeux & Casse-tête

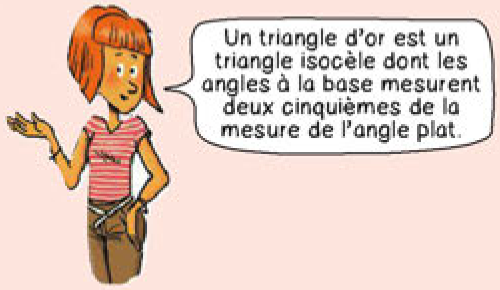
92 Traverser une rivière

La figure ci-dessous représente le trajet effectué pour traverser une rivière (on suppose les rives parallèles).
Calculer x.



D'après Géométrie classique et mathématiques modernes*, Brigitte Sénéchal, Éd. Hermann.*

93 Comprendre des informations



Construire un triangle d'or ABC avec AB = AC. Construire la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$, elle coupe [AC] en I. Que peut-on dire du triangle BCI ?

Tâches complexes

SOCLE Compétences : **94** C1-C2-C3 **95** C1-C2-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

94 Les boucles d'oreilles

La situation-problème

La créatrice de bijoux Héloïse a imaginé deux modèles de boucles d'oreilles à partir de cinq triangles isocèles identiques.

Aider Héloïse à compléter le tableau du doc. 2 qu'elle doit envoyer au fabricant.

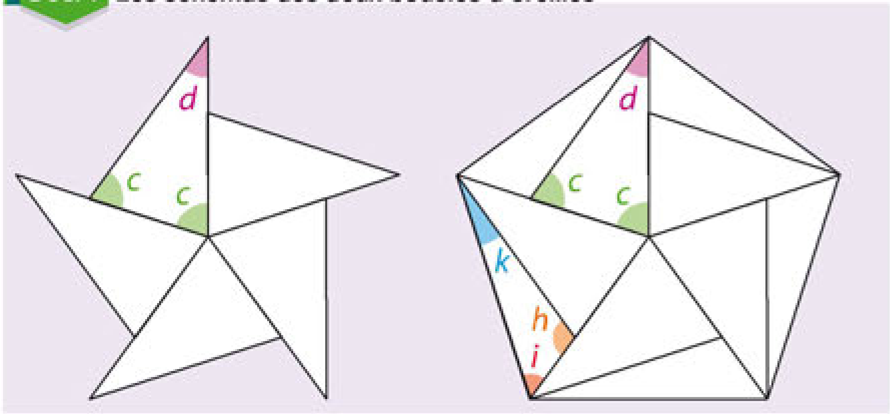
Construire ces bijoux avec les instruments de géométrie dans le cas où les triangles isocèles ont deux côtés de longueur 4 cm.

Les supports de travail

Les documents, les instruments de géométrie.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 Les schémas des deux boucles d'oreilles



Doc. 2 La fiche technique

Angle	*c*	*d*	*h*	*i*	*k*
Mesure en degrés					

95 Dans un cube

La situation-problème

ABCDEFGH est un vase cubique d'arête 20 cm.

Zig la puce s'est déplacée sur les parois intérieures du vase selon la ligne brisée HFGIJKA.

Arrivée en A, elle s'écrit : « Je suis épuisée, j'ai parcouru plus d'un mètre ! ».

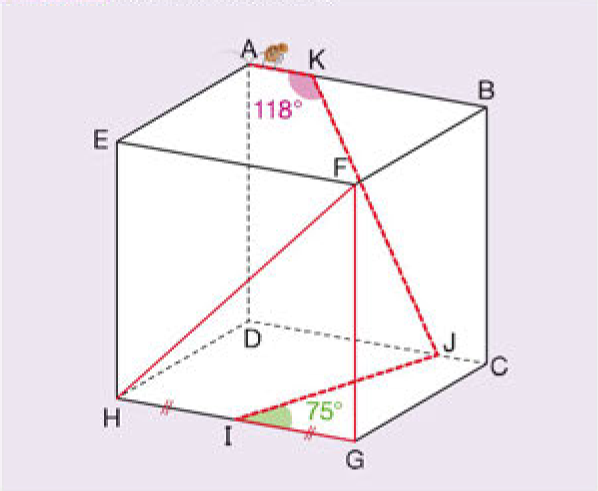
Zig a-t-elle raison ?

Les supports de travail

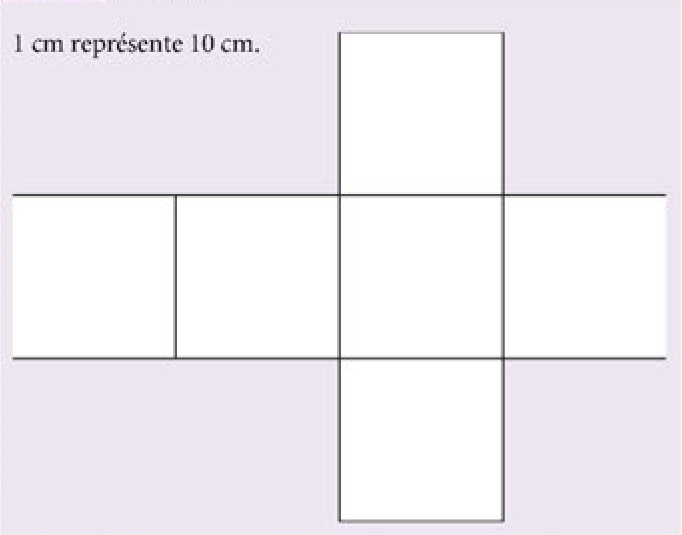
Les documents, les instruments de géométrie.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 Le parcours de Zig

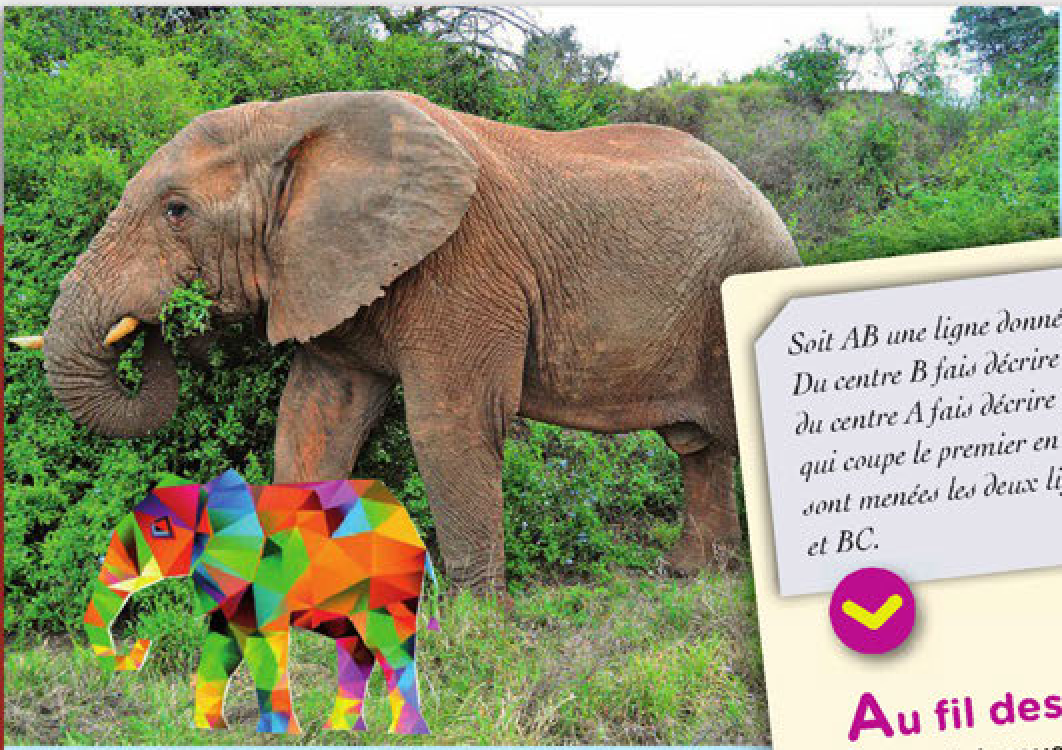


Doc. 2 Un patron



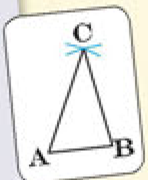
CHAPITRE 11

Triangles : constructions



L'image numérique vectorielle de cet éléphant est composée de triangles définis par leur position, leur couleur...
On peut la redimensionner sans perte de résolution, contrairement à une image constituée de pixels.

Soit AB une ligne donnée et finie. Du centre B fais décrire un arc, puis du centre A fais décrire un autre arc qui coupe le premier en C, auquel point sont menées les deux lignes droites AC et BC.



Au fil des siècles

Voici ci-dessus comment le mathématicien grec Euclide (IIIe siècle avant notre ère) décrivait la construction d'un triangle.

→ Écrire ce texte avec le vocabulaire actuel.

Les capacités du programme	SOCLE 5e	Choix d'exercices
• Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire.	✓	26–29
• Construire un triangle connaissant : – la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents, – les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés, – les longueurs des trois côtés.	✓	46 40 2–33
• Construire le cercle circonscrit à un triangle.	✓	9–55
• Reproduire un angle au compas, sur papier uni.	✓	39
• Connaître et utiliser la définition d'une médiane et d'une hauteur d'un triangle.		23–61

ACTIVITÉ 1 Triangles dont on connaît les longueurs des côtés

1. **Construire des triangles**

a. Tracer un segment [AB] de longueur 7 cm.

b. Placer un point C tel que AC = 5 cm et BC = 4 cm. Tracer le triangle ABC.

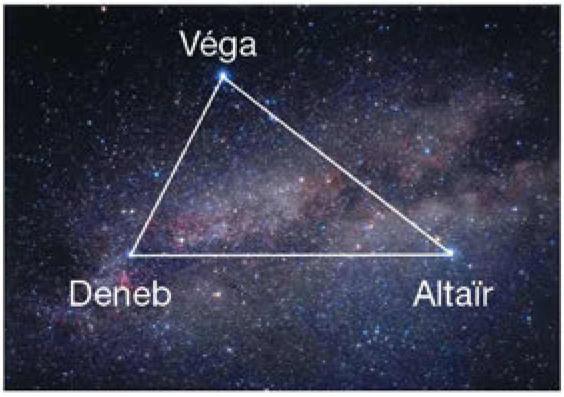
c. Sur cette figure, construire trois autres triangles dont un côté est [AB] et dont les autres côtés ont pour longueurs 5 cm et 4 cm.

d. Comment passe-t-on du triangle ABC à chacun des autres ?

2. **Reproduire un triangle**

En se promenant en juillet, vers minuit, on peut observer dans le ciel « le triangle de l'été », dont les sommets sont les étoiles Véga, Deneb et Altaïr.

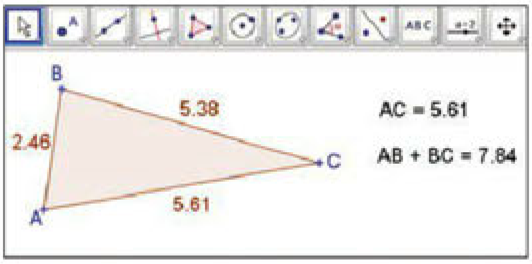
Reproduire le triangle ci-contre avec le compas et la règle non graduée.



ACTIVITÉ 2 L'inégalité triangulaire

1. **Observer des triangles**

a. Avec un logiciel de géométrie :
- créer un triangle ABC ;
- afficher les longueurs des trois côtés du triangle ;
- afficher la longueur AC et la somme AB + BC ;
- déplacer les points A, B, C et observer AB + BC et AC.



AC = 5.61

AB + BC = 7.84

b. Que peut-on conjecturer pour la comparaison de AB + BC et AC ?

c. Peut-on avoir AB + BC = AC ? Quand cela se produit-il ?

2. **Étudier d'autres cas**

a. Dans chaque cas, dire s'il est possible de construire un triangle ABC tel que :
- AB = 5 cm, BC = 2 cm, AC = 8 cm ;
- AB = 5 cm, BC = 9 cm, AC = 3 cm.

b. Conjecturer à quelle(s) condition(s) trois nombres donnés peuvent être les longueurs des côtés d'un triangle.

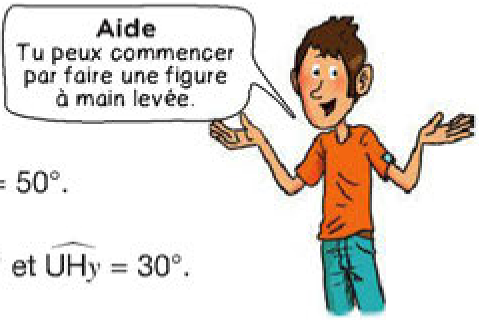
ACTIVITÉ 3 Avec la règle et le rapporteur

1. On se propose de construire un triangle TRM tel que TR = 7 cm, TM = 5 cm, $\widehat{RTM} = 125°$.

a. Tracer un segment [TR] de longueur 7 cm.

b. Tracer une demi-droite [Tx) telle que $\widehat{RTx} = 125°$.

c. Terminer la construction du triangle TRM.



2. On se propose de construire un triangle UHD tel que :

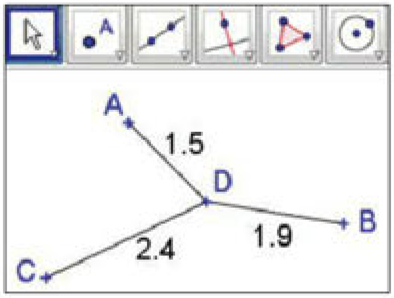
$$UH = 8\text{ cm},\ \widehat{UHD} = 30°,\ \widehat{HUD} = 50°.$$

a. Tracer un segment [UH] tel que UH = 8 cm.

b. Tracer les demi-droites [Ux) et [Hy) telles que $\widehat{HUx} = 50°$ et $\widehat{UHy} = 30°$.

c. Terminer la construction du triangle UHD.

ACTIVITÉ 4 Cercle circonscrit à un triangle



1. a. Avec un logiciel de géométrie, créer trois points A, B, C non alignés.

b. Créer un point D et afficher les longueurs DA, DB et DC.

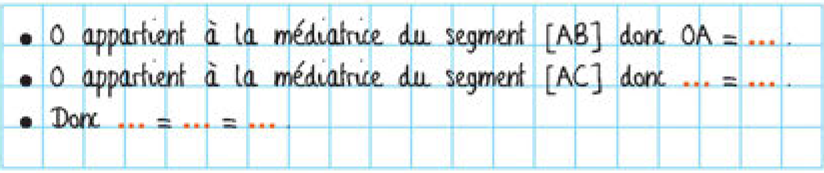
c. Déplacer le point D de façon à trouver un emplacement pour lequel DA = DB = DC.

d. Pour ce point D trouvé, où se situent tous les points M à la même distance de D que les points A, B, C ?

Info
À la question 1., tu as conjecturé l'existence d'un point situé à égale distance de trois points non alignés. Ici, tu vas l'expliquer.

2. a. • Tracer un triangle ABC sur papier uni.
- Construire la médiatrice du côté [AB].
- Construire la médiatrice du côté [AC].
- Nommer O le point d'intersection de ces deux droites.

b. Voici la copie de Daphné.



- O appartient à la médiatrice du segment [AB] donc OA = ...
- O appartient à la médiatrice du segment [AC] donc ... = ...
- Donc ... = ... = ...

Recopier ce que Daphné a écrit en le complétant.

Pourquoi peut-on en déduire que le point O appartient à la médiatrice du côté [BC] ?

Recopier et compléter : « Les médiatrices des trois côtés d'un triangle ... ».

c. Tracer le cercle 𝒞 de centre O passant par A.

Pourquoi passe-t-il aussi par les points B et C ?

Info
On dit que le cercle 𝒞 est **circonscrit** au triangle ABC.

3. Tracer un cercle 𝒞 de centre O et de rayon 2,5 cm.

Tracer deux triangles DEF et GHI qui ont ce cercle 𝒞 pour cercle circonscrit.

ACTIVITÉ 5 Hauteurs et médianes d'un triangle

1. a. • Tracer un triangle ABC.
- Construire la droite (d) perpendiculaire à la droite (BC) et passant par A.

On dit que la droite (d) est la **hauteur** issue de A (ou relative au côté [BC]).

b. Nommer H le point d'intersection des droites (d) et (BC).

Le segment [AH] est aussi appelé la hauteur issue de A.

Aurélie affirme : « Une hauteur relie un sommet à son pied ».

Que veut-elle dire ?

c. • Construire un triangle DEF tel que DF = 3 cm, DE = 7,5 cm, EF = 6 cm.
- Construire en vert la hauteur issue de F et en bleu la hauteur issue de D.

2. • Tracer un triangle MNP.
- Construire la droite (d') passant par M et par le milieu du segment [NP].

On dit que la droite (d') est la **médiane** issue de M.

- La médiane issue de N passe par le milieu d'un côté. Lequel ?

3. Adrien affirme : « J'ai construit un triangle TRI dont la médiane issue de T est aussi la hauteur relative au côté [RI] ».

Est-ce possible ?

1 Construction de triangles

a Inégalité triangulaire

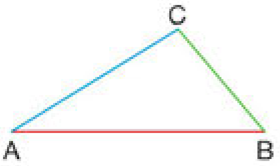
INÉGALITÉ TRIANGULAIRE (ADMISE) Quels que soient les points A, B, C, on a : $\mathbf{AB + BC \geqslant AC}$.

• Cas d'inégalité

PROPRIÉTÉ Dans un triangle, la somme des longueurs de deux côtés est **supérieure** à la longueur du troisième côté.

EXEMPLE Dans un triangle ABC :

$$AC + BC > AB$$
$$AB + BC > AC$$
$$AB + AC > BC$$

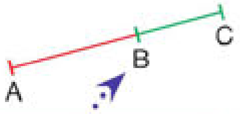


CONSÉQUENCE Pour savoir s'il est possible de construire un triangle dont on donne les longueurs des trois côtés, il suffit de vérifier que **la somme des deux plus petites longueurs est supérieure à la troisième**.

• Cas d'égalité

PROPRIÉTÉS • Si un point B appartient à un segment [AC], alors $AB + BC = AC$.

• Si A, B, C sont trois points tels que $AB + BC = AC$, alors le point B appartient au segment [AC].



B n'est pas nécessairement le milieu de [AC].

Remarque. Dans ce cas, on dit parfois que le triangle ABC est **aplati**.

b Construction de triangles

On peut construire un triangle lorsque l'on connaît :

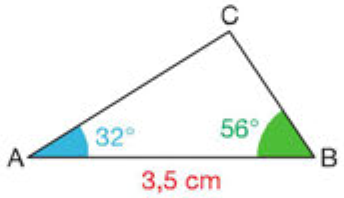
❶ la longueur d'un côté et les mesures des deux angles qui lui sont adjacents ;

❷ les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle compris entre ces côtés ;

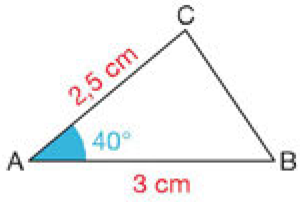
❸ les longueurs des trois côtés (dans le cas où la somme des deux plus petites longueurs est supérieure à la troisième longueur).

EXEMPLES

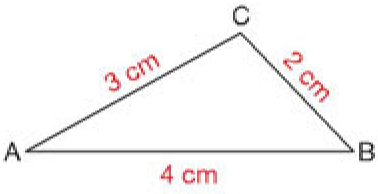
❶ ABC est un triangle tel que :
$AB = 3{,}5$ cm,
$\widehat{BAC} = 32°$, $\widehat{ABC} = 56°$.



❷ ABC est un triangle tel que :
$AB = 3$ cm, $AC = 2{,}5$ cm,
$\widehat{BAC} = 40°$.



❸ ABC est un triangle tel que :
$AB = 4$ cm, $BC = 2$ cm,
$AC = 3$ cm.
$\mathbf{3 + 2 > 4}$



Exercice résolu Utiliser l'inégalité triangulaire

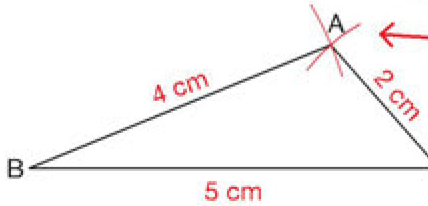
1 Énoncé

Dans chaque cas, dire s'il est possible de construire un triangle ABC.
Si cela est possible, le construire.

a. AB = 4 cm, BC = 5 cm, AC = 2 cm.
b. AB = 1,5 cm, BC = 4,5 cm, AC = 8 cm.
c. AB = 7 cm, BC = 4 cm, AC = 3 cm.

Solution

a. Le plus grand côté est [BC] et 2 + 4 > 5, donc on peut construire un tel triangle ABC.



b. Le plus grand côté est [AC] mais 1,5 + 4,5 < 8 donc on ne peut pas construire un tel triangle ABC.

c. 4 + 3 = 7 donc AC + CB = AB. Le point C appartient au segment [AB] et le triangle ABC est aplati.

Nos conseils

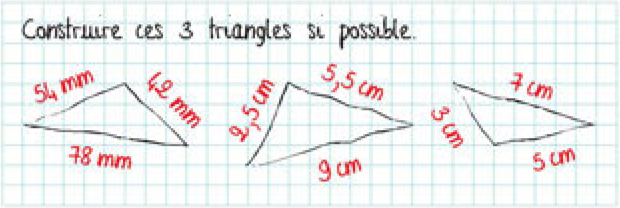
- On compare la somme des deux plus petites longueurs à la troisième longueur.
- Si l'on peut effectuer la construction, on laisse apparents les traits de construction.
- Dans ce cas, les trois points A, B, C sont alignés.

Exercices d'application

2 Dans chaque cas, dire s'il est possible de construire un triangle ABC.
Si cela est possible, le construire.

a. AB = 9 cm, BC = 5 cm, AC = 1 cm.
b. AB = 6,5 cm, BC = 7 cm, AC = 5 cm.
c. AB = 3,7 cm, BC = 2,3 cm, AC = 6 cm.

3 Voici un extrait du cahier de textes de Manon.


Construire ces 3 triangles si possible.

a. Dire si elle peut construire ces triangles.
b. Construire le(s) triangle(s) qu'elle peut tracer.

4 Peut-on construire un triangle ISO isocèle en O, tel que IS = 6,9 cm et IO = 3,2 cm ?
Expliquer.

5 Dans chaque cas, dire si les points A, B et C sont alignés.
Si oui, préciser quel point est entre les deux autres.

a. AB = 5,9 cm, BC = 2,5 cm, AC = 3,4 cm.
b. AB = 7,4 cm, BC = 10 cm, AC = 3,6 cm.
c. AB = 2,7 cm, BC = 93 mm, AC = 0,12 m.

6 **1.** Tracer un segment [AB] de longueur 8 cm.
2. Dans chaque cas, dire s'il est possible de placer le point indiqué.
Si cela est possible, effectuer la construction.

a. C tel que AC = 3,4 cm et BC = 4,2 cm.
b. D tel que AD = 3,4 cm et BD = 4,6 cm.
c. E tel que AE = 3,4 cm et BE = 5 cm.

7 Tatiana affirme : « On peut construire un triangle dont le périmètre est 20 cm et dont deux côtés mesurent 7 cm et 8 cm ».
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?
Expliquer.

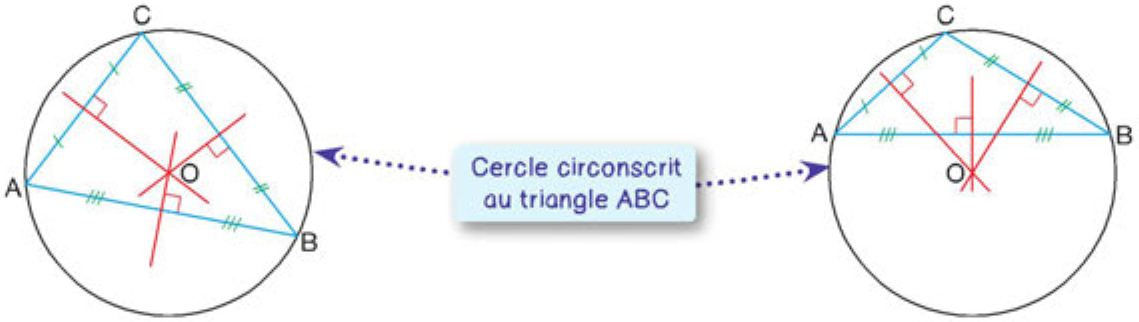
2 Droites remarquables d'un triangle

a Cercle circonscrit à un triangle

PROPRIÉTÉS • DÉFINITIONS • Les **médiatrices** des trois côtés d'un triangle se coupent en un même point. On dit qu'elles sont **concourantes**.

• Ce point d'intersection est le **centre d'un cercle qui passe par les trois sommets** du triangle. Ce cercle est **le cercle circonscrit** au triangle.

EXEMPLES Cercle circonscrit de centre O à un triangle ABC.



Cercle circonscrit au triangle ABC

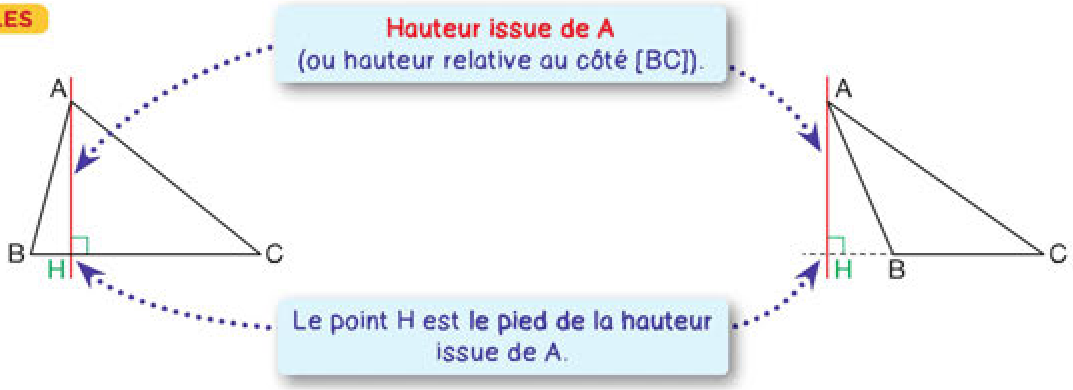
O est à l'intérieur du triangle ABC.

O est à l'extérieur du triangle ABC.

b Hauteurs et médianes d'un triangle

DÉFINITION Dans un triangle, une **hauteur** est une droite qui passe par un sommet et qui est **perpendiculaire au côté opposé**.

EXEMPLES



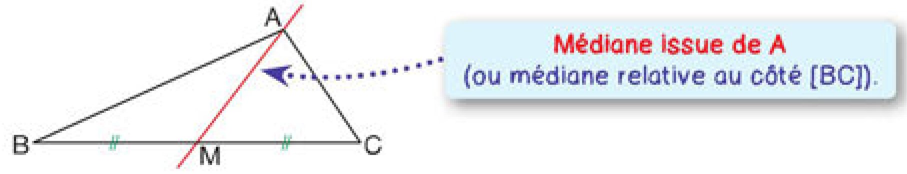
Hauteur issue de A (ou hauteur relative au côté [BC]).

Le point H est **le pied de la hauteur** issue de A.

Remarque. Le mot **hauteur** désigne la droite (AH), mais aussi le segment [AH] ou la longueur AH.

DÉFINITION Dans un triangle, une **médiane** est une droite qui passe par un sommet et par le **milieu du côté opposé**.

EXEMPLE

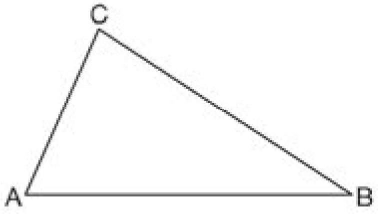


Médiane issue de A (ou médiane relative au côté [BC]).

Exercice résolu Construire le cercle circonscrit à un triangle

8 **Énoncé**

Construire le cercle circonscrit à ce triangle ABC.



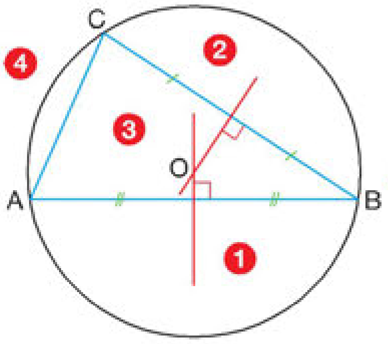
Solution

① On trace la médiatrice d'un côté, par exemple [AB].

② On trace la médiatrice d'un autre côté, par exemple [BC].

③ Ces deux droites se coupent en un point O, qui est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

④ On trace le cercle de centre O, qui passe par A.
Ce cercle passe aussi par les points B et C.



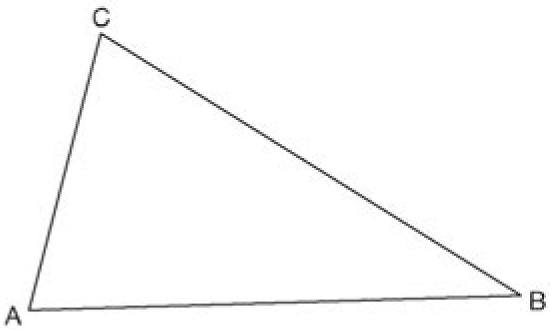
Nos conseils

- Il suffit de tracer les médiatrices de deux côtés du triangle pour obtenir le centre du cercle.
- On peut vérifier la précision des tracés lorsque l'on trace le cercle : il doit passer par A, B et C.

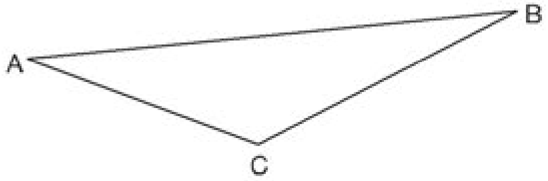
Exercices d'application

9 Sur un calque ou une photocopie, construire le cercle circonscrit au triangle ABC.

a.



b.



10 **a.** Construire un triangle ABC tel que :
AB = 6 cm, BC = 12 cm, AC = 9 cm.

b. Construire le cercle circonscrit à ce triangle.

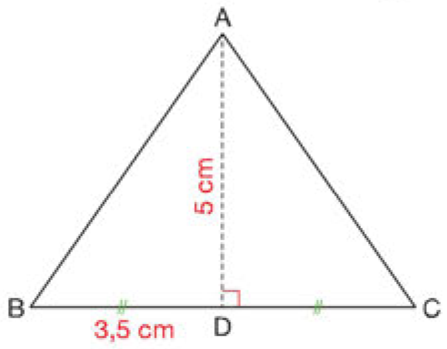
11 **a.** Construire un triangle LOI tel que :
LO = 5 cm, LI = 7 cm, $\widehat{OLI} = 65°$.

b. Construire le cercle circonscrit à ce triangle.

12 **a.** Construire un triangle SEL tel que :
SL = 6 cm, $\widehat{SLE} = 35°$, $\widehat{ESL} = 100°$.

b. Construire le cercle circonscrit à ce triangle.

13 **a.** Construire cette figure en vraie grandeur.



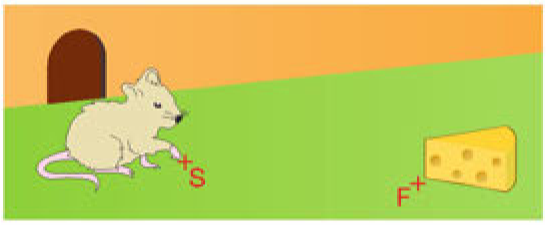
b. Construire le cercle circonscrit au triangle ABC.

c. Pourquoi le centre de ce cercle appartient-il à la droite (AD) ?

Je m'entraîne À L'ORAL

Inégalité triangulaire

14 Quelle plus courte distance va parcourir la souris (S) pour aller manger le fromage (F) ?



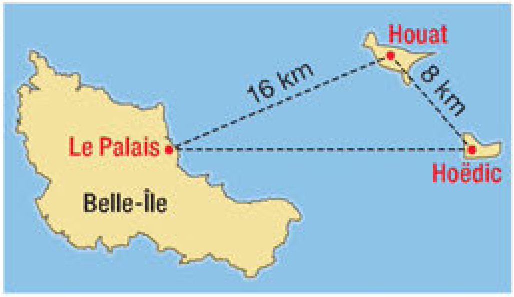
15 Lire la phrase en complétant par : *est supérieur à*, *est inférieur à*.

a. AB + AC … BC
b. AC … AB + BC
c. AB … AC + CB

16 CALCUL MENTAL M, T et A sont trois points alignés dans cet ordre tels que MA = 7 cm et MT = 2,6 cm. Calculer AT.

17 D, E et F sont trois points.
Lire la phrase en complétant par : *appartient à*, *n'appartient pas à*.
a. Si DE + EF > DF, alors E … [DF].
b. Si DE + EF = DF, alors E … [DF].
c. Si DE < DF + FE, alors F … [DE].
d. Si EF = ED + DF, alors D … [EF].

18



Lila : « De Hoëdic à Le Palais, il y a environ 24 km. »
Tom : « Mais non ! C'est à peu près 20 km. »
Lucas : « Vous vous trompez tous les deux. C'est 25 km ! »
L'un des trois amis a raison. Lequel ? Expliquer.

Construction de triangles

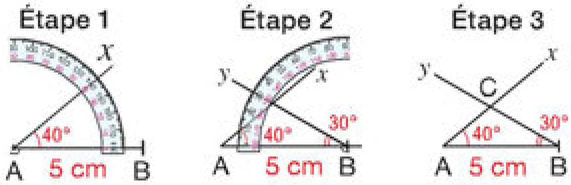
19 CALCUL MENTAL Dans chaque cas, dire s'il est possible de construire un triangle dont les côtés ont pour longueurs :

a. 6 cm ; 10 cm ; 5 cm	**b.** 75 mm ; 45 mm ; 25 mm
c. 5 cm ; 38 mm ; 2 cm	**d.** 8 cm ; 6,5 cm ; 12 cm

20 CALCUL MENTAL TRI est un triangle tel que :
TR = 10 cm et RI = 6 cm.
Parmi les longueurs ci-dessous, lesquelles peuvent être celle du côté [TI] ?

a. 3 cm	**b.** 4 cm	**c.** 5 cm
d. 10 cm	**e.** 15 cm	**f.** 17 cm

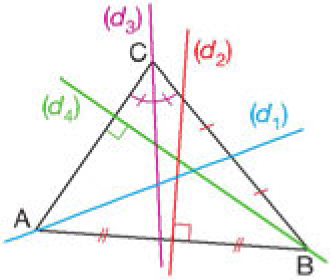
21 Donner une consigne pour chaque étape.



22 **Vrai ou faux ?**
Pierre affirme : « Pour reproduire un triangle, il suffit de mesurer ses trois angles ».
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Expliquer.

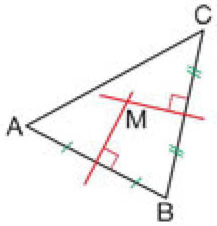
Droites remarquables d'un triangle

23

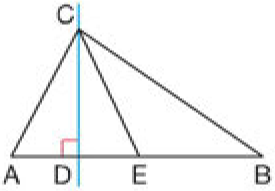


1. Parmi les droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) tracées sur la figure ci-dessus, dire quelle est celle qui, pour le triangle ABC :
a. est une hauteur ; **b.** est une médiane ;
c. est une médiatrice ; **d.** porte une bissectrice.
2. Pour chacune de ces droites, faire une phrase qui décrit ce qu'elle représente pour le triangle ABC.

24 Que représente le point M pour le triangle ABC ci-contre ? Expliquer.



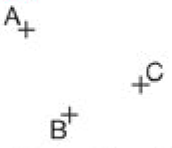
25 Sur la figure ci-contre, les points A, D, E et B sont alignés.
En utilisant des points de la figure, citer six triangles ayant la droite bleue pour hauteur.



Inégalité triangulaire

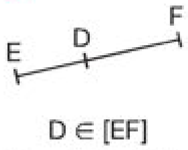
26 Recopier et compléter par < ou > ou =.

a.



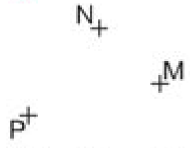
AB … AC + CB

b.



EF … ED + DF

c.



NM + MP … NP

27 Dans chaque cas, dire s'il est possible de placer trois points A, B et C vérifiant les données.
Si oui, dire si les points sont alignés ou non.

a. AB = 3 cm, BC = 10 cm, AC = 7 cm.
b. AB = 63 mm, BC = 36 mm, AC = 25 mm.
c. AB = 4,5 cm, BC = 1,5 cm, AC = 6 cm.
d. AB = 57 mm, BC = 28 mm, AC = 7 cm.

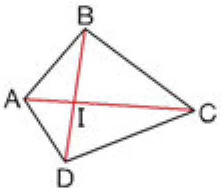
28 Deux amis se sont installés au bord d'un canal, sur une portion rectiligne comprise entre deux écluses nommées « écluse 5 » et « écluse 6 », distantes de 1 km.
Malo dit : « Je suis à 600 m de l'écluse 5 et à 400 m de l'écluse 6. »
Aurélien dit : « Et moi à 300 m de l'écluse 6 et à 800 m de l'écluse 5. »
L'un des deux se trompe. Lequel ? Expliquer.

29 Sur la figure ci-dessous, les points A, B, C sont alignés dans cet ordre.

a. Calculer AC lorsque AB = 3,7 cm et BC = 1,9 cm.
b. Calculer AB lorsque AC = 10 cm et BC = 2,4 cm.
c. Calculer BC lorsque AC = 8 cm et AB = 7 mm.

30 ABCD est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en I.
Recopier et compléter par < ou = ou >.

a. AB + AD … BD
b. AC … AB + BC
c. BI + ID … BD
d. BC … BI + IC



31 ABC est un triangle isocèle en A avec BC = 9 cm.
Expliquer alors pourquoi :

$$AB > 4{,}5 \text{ cm.}$$

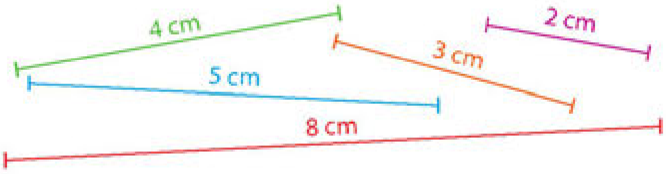
32 **1.** Placer deux points A et B distincts.
2. a. Placer un point C tel que AC + CB > AB.
b. Le point C peut-il appartenir :
- au segment [AB] ?
- à la droite (AB) ?

3. a. Placer un point D tel que AD + DB = AB.
b. Que sait-on du point D ?

Construction de triangles

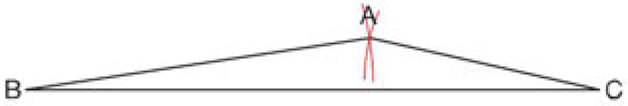
33 **a.** Vérifier que l'on peut construire un triangle ABC tel que AB = 8,4 cm, AC = 3,4 cm, BC = 7 cm.
b. Construire un tel triangle ABC.
c. Sur la figure, peut-on placer :
- un point D tel que AD = 4 cm et DB = 3 cm ?
- un point E tel que BE = 4 cm et EC = 3 cm ?

34 Voici cinq segments.



Construire les triangles dont les côtés sont trois de ces segments. Indiquer toutes les solutions possibles.

35 Voici la figure réalisée par Thomas pour cet énoncé :
« Construire trois points A, B, C tels que :
AB = 4,2 cm, BC = 7 cm, AC = 2,8 cm. »



Manuela : « Ta figure est fausse. »
Thomas mesure les trois côtés du triangle avec sa règle graduée et dit : « Non ! Ma figure est exacte. »
Qui a raison ? Expliquer.

36 Ce timbre a la forme d'un triangle.
Construire ce triangle sur papier uni, en utilisant uniquement la règle non graduée et le compas.

Je m'entraîne

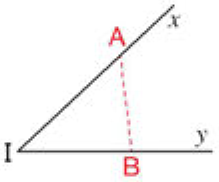
37 Construire un triangle équilatéral de 12 cm de périmètre.

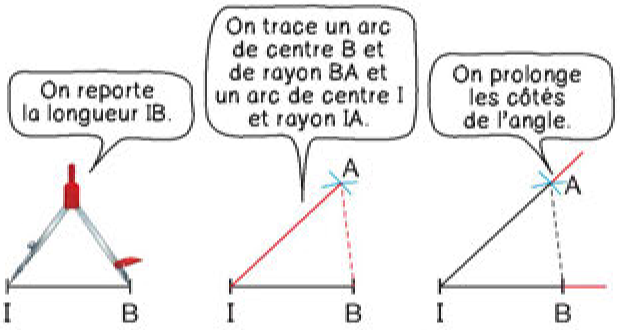
38 **a.** Tracer un segment [LU] de longueur 6 cm.
b. Construire un point O tel que :

LO = 4,7 cm et OU = 3,5 cm.

c. Y a-t-il plusieurs positions possibles ? Si oui, faire les tracés sur la figure.
d. Qu'a de particulier la figure obtenue ?

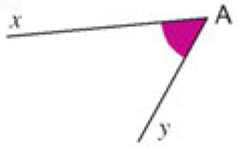
39 Pour reproduire l'angle $\widehat{xIy}$ ci-contre, Sacha marque deux points A et B sur les côtés et elle procède comme ci-dessous.



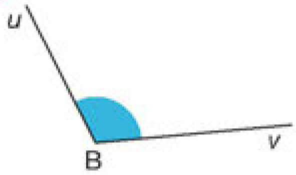


Utiliser cette méthode pour reproduire sur papier uni, avec la règle non graduée et le compas, les angles ci-dessous.

a.

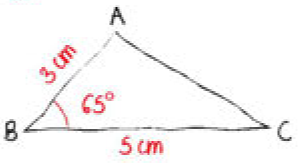


b.

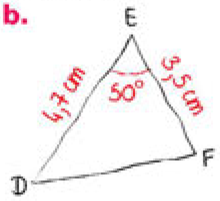


40 Construire en vraie grandeur les triangles ABC et DEF tracés ci-dessous à main levée.

a.



b.



Pour les exercices 41 et 42, tracer une figure à main levée, puis la construire en vraie grandeur.

41 NPR est un triangle tel que :

PR = 6,4 cm, NR = 8,7 cm, $\widehat{NRP} = 35^\circ$.

42 ULM est un triangle tel que :

UL = 3,5 cm, UM = 6 cm, $\widehat{LUM} = 110^\circ$.

43 Construire un triangle REC rectangle en C tel que :

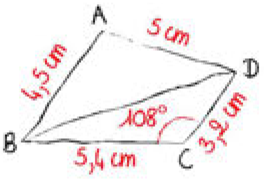
RC = 4,5 cm et CE = 2 cm.

44 **a.** Construire un triangle HIJ isocèle en H tel que :

HI = 4,8 cm et $\widehat{IHJ} = 120^\circ$.

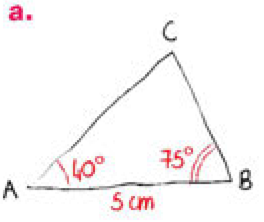
b. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HIJ}$.

45 Construire en vraie grandeur le quadrilatère tracé ci-dessous à main levée.

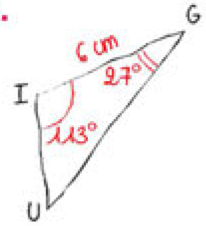


46 Construire en vraie grandeur les triangles ABC et GUI tracés ci-dessous à main levée.

a.



b.



Pour les exercices 47 à 49, tracer une figure à main levée, puis la construire en vraie grandeur.

47 MNP est un triangle tel que :

MN = 5,7 cm, $\widehat{PNM} = 38^\circ$, $\widehat{NMP} = 62^\circ$.

48 EFG est un triangle tel que :

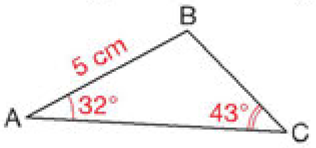
FG = 4,5 cm, $\widehat{EGF} = 44^\circ$, $\widehat{EFG} = 106^\circ$.

49 KLM est un triangle rectangle en L tel que :

LM = 4 cm et $\widehat{KML} = 50^\circ$.

50 Dans chaque cas, construire le triangle ABC, puis indiquer sa nature en la justifiant.
a. BC = 7,8 cm, $\widehat{ABC} = 28^\circ$, $\widehat{ACB} = 62^\circ$.
b. AB = 5,4 cm, $\widehat{ABC} = 25^\circ$, $\widehat{BAC} = 130^\circ$.

51 **a.** Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ du triangle ABC représenté ci-dessous.
b. Construire ce triangle ABC en vraie grandeur.



52 ABS est un triangle rectangle en S tel que :

SA = 3,5 cm et $\widehat{SBA} = 30^\circ$.

a. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{SAB}$?
b. Construire le triangle ABS.

53 **a.** Construire un triangle ABC tel que :

$AC = 6{,}5$ cm, $\widehat{BAC} = 60°$, $\widehat{BCA} = 45°$.

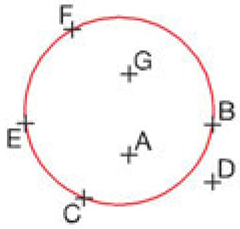
b. Placer le point D tel que :
- les points B et D sont de part et d'autre de la droite (AC) ;
- $\widehat{CAD} = 30°$ et $\widehat{ACD} = 40°$.

c. Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier.

Cercle circonscrit à un triangle

54 **Vrai ou faux?**

Hosna : « En prenant pour sommets trois des points nommés sur la figure, j'ai trouvé trois triangles ayant le cercle rouge pour cercle circonscrit. »
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?



Pour les exercices 55 à 57, **construire le triangle indiqué, puis le cercle circonscrit à ce triangle.**

55 ABC est un triangle tel que :

$AB = 6{,}2$ cm, $AC = 5$ cm, $BC = 7{,}4$ cm.

56 DEF est un triangle tel que :

$DE = 3{,}6$ cm, $DF = 6{,}6$ cm, $\widehat{EDF} = 102°$.

57 GHI est un triangle tel que :

$GI = 5{,}8$ cm, $\widehat{HGI} = 77°$, $\widehat{HIG} = 43°$.

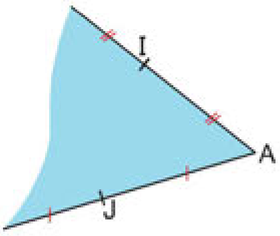
58 **a.** Tracer un cercle de centre O et de rayon 3 cm, puis placer trois points A, B, C sur ce cercle de sorte que AB = 5 cm et AC = 3,8 cm.

b. En utilisant **uniquement l'équerre**, construire les médiatrices des cordes [AB] et [AC].

59 **a.** Construire un triangle JLK rectangle en K tel que JK = 3,6 cm et JL = 6,6 cm.

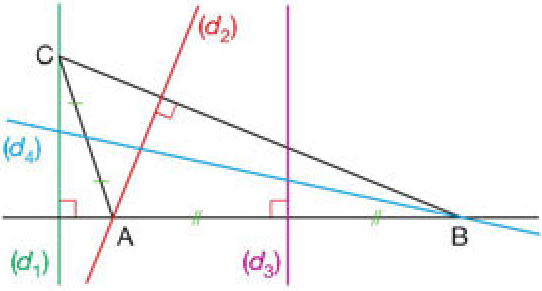
b. Construire son cercle circonscrit.
Que peut-on conjecturer pour son centre ?

60 Voici ce qu'il reste d'un triangle ABC.
I et J sont les milieux de deux côtés.
Sur un calque ou une photocopie de cette figure, et sans placer les sommets B et C du triangle, construire son cercle circonscrit.



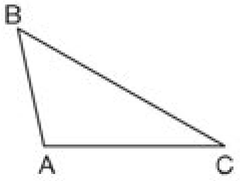
Hauteurs et médianes d'un triangle

61 Pour chacune des droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) tracées sur la figure ci-dessous, écrire une phrase qui explique ce que représente cette droite pour le triangle ABC.

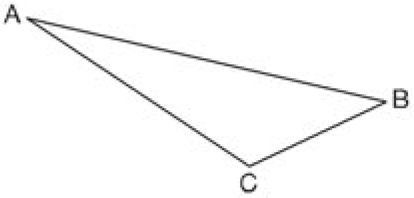


62 Dans chaque cas, sur un calque ou une photocopie de la figure, construire :
- en bleu, la hauteur issue de A ;
- en vert, la médiane issue de B.

a.



b.



63 **a.** Construire un triangle MIN tel que :

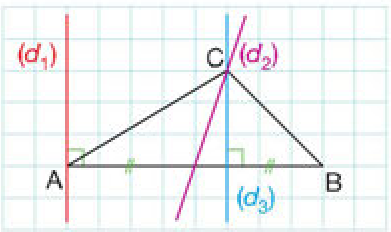
$MN = 5{,}4$ cm, $\widehat{IMN} = 32°$, $\widehat{INM} = 108°$.

b. Construire, pour ce triangle :
- en bleu, la médiane relative au côté [IN] ;
- en vert, la hauteur relative au côté [IM] ;
- en rouge, la hauteur issue de I ;
- en noir, la médiatrice du côté [MN].

64 **a.** Construire un triangle BIO rectangle en I tel que BI = 3 cm et BO = 4,5 cm.

b. Construire, pour ce triangle :
- en vert, la hauteur issue de O ;
- en bleu, la hauteur issue de I.

65 Voici la copie de Lola en réponse à cette consigne : « Construire pour ce triangle ABC, la hauteur (d_1) issue de A, la médiane (d_2) issue de B et la hauteur (d_3) issue de C. »



Trouver les erreurs dans la figure de Lola.

Je m'entraîne

66 Sur un calque ou une photocopie de cette carte de la région Pays de la Loire, trouver :

a. la ville qui se trouve à la fois sur la médiane issue de C (Cholet) dans le triangle CMN (où M désigne Mamers et N, Nantes) et sur la hauteur issue de S (Saumur) dans le triangle SBM (où B désigne La Baule) ;

b. une ville qui est à égale distance de Mamers et de La Roche-sur-Yon (R).

67 **a.** Construire un triangle CAR isocèle en A tel que AR = 4 cm et CR = 5 cm.

b. Construire la médiane (*d*) issue de A.

Noter M le point d'intersection de (*d*) et de (CR).

c. Que peut-on dire de plus de la droite (*d*) ? Expliquer.

68 **a.** Tracer un triangle ABC.

b. Construire le point D, symétrique de B par rapport au point C.

c. Que représente la droite (AC) pour le triangle ABD ? Expliquer.

Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C2-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

69 Un tournoi de curling

La situation-problème

Lors d'une manche de curling, aux JO de Sotchi en 2014, Brad, Éric, Ryan et Caleb ont déjà lancé leurs premières pierres B, E, R, C ; elles sont toutes à égale distance du bouton.

C'est au tour de John, de l'équipe adverse.

« Shot Rock ! » s'exclame-t-il.

Trouver tous les emplacements possibles de sa pierre.

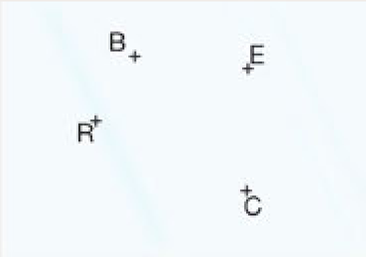
Les supports de travail

Une photocopie du doc. 2, les instruments de géométrie.

Doc. 1 **Petit lexique du curling**

- Bouton : centre d'une cible dessinée sur la glace dont il faut s'approcher le plus possible.
- Shot Rock : se dit de la pierre qui fait marquer un point pour une équipe.

Doc. 2 **Emplacements des premières pierres**



Calcul mental et réfléchi

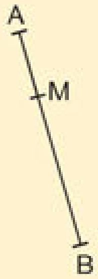
70 Dans chaque cas, décider mentalement s'il est possible de construire un triangle dont les côtés ont pour longueurs :

a. 15 cm ; 6 cm ; 7 cm
b. 7,8 cm ; 12 cm ; 4,9 cm
c. 5 cm ; 9 cm ; 14 cm
d. 8 cm ; 27 mm ; 63 mm

71 Dans chaque cas, décider mentalement si le point A appartient au segment [BC].

a. AB = 2 cm, BC = 3 cm, AC = 5 cm.
b. AB = 5 cm, AC = 4 cm, BC = 9 cm.

72 Les points A, M et B sont alignés dans cet ordre comme indiqué sur la figure ci-dessous.



1. Calculer mentalement AB lorsque :

a. AM = 5,3 cm et MB = 2,9 cm ;
b. AM = 6 cm et MB = $\frac{3}{4}$ AB.

2. Calculer mentalement AM lorsque :

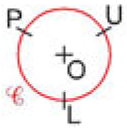
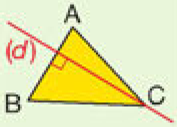
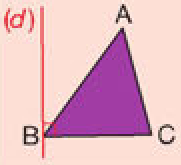
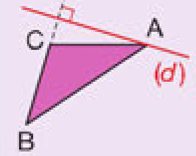
a. MB = 7,2 cm et AB = 10 cm ;
b. AB = 18 cm et MB = 2 × AM.

Je m'évalue

Pour ces questions, une seule réponse est exacte.

	a	b	c	En cas d'erreur
73 Si L, A et C sont trois points non alignés, alors …	LA + AC > LC	LA + AC < LC	LA + AC = LC	→ § 1.a. p. 202
74 Si AB = 10 cm, AC = 2 cm et BC = 8 cm, alors …	les points A, B et C sont alignés dans cet ordre	le point C appartient au segment [AB]	le triangle ABC n'est pas aplati	→ § 1.a. p. 202
75 Un point Q appartient à un segment [PR]. Donc …	PR = PQ + QR	PQ = PR + RQ	RQ = RP + PQ	→ § 1.a. p. 202
76 On peut construire un triangle non aplati dont les côtés ont pour longueurs …	5 cm, 6 cm, 11 cm	15 cm, 3 cm, 10 cm	6,6 cm, 8 cm, 3,4 cm	→ § 1.b. p. 202
77 Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point d'intersection de ses …	médianes	médiatrices	hauteurs	→ § 2.a. p. 204
78 Dans un triangle ABC, la hauteur issue de B est perpendiculaire à …	(AC)	(BC)	(AB)	→ § 2.b. p. 204
79 Dans un triangle ABC non isocèle, la médiane issue de A …	est perpendiculaire à (BC)	coupe le côté [AB] en son milieu	coupe le côté [BC] en son milieu	→ § 2.b. p. 204

Pour ces questions, plusieurs réponses sont exactes.

	a	b	c	En cas d'erreur
80 Un triangle peut avoir pour longueurs de côtés 6 cm, 13 cm et …	20 cm	13 cm	10 cm	→ § 1.b. p. 202
81 On peut construire en vraie grandeur un triangle ABC tel que …	AB = 5 cm BC = 8 cm AC = 4 cm	$\widehat{ABC} = 30^\circ$ $\widehat{ACB} = 70^\circ$ $\widehat{BAC} = 80^\circ$	BC = 6 cm $\widehat{ABC} = 50^\circ$ $\widehat{ACB} = 60^\circ$	→ § 1.b. p. 202
82 O est le centre du cercle $\mathscr{C}$ auquel appartiennent les points L, U et P. Alors … 	O est à égale distance des points L, U et P	$\mathscr{C}$ est le cercle circonscrit au triangle LUP	O est le point commun aux médiatrices de [LU], [UP] et [LP]	→ § 2.a. p. 204
83 La droite (*d*) est une hauteur du triangle ABC sur les figures …				→ § 2.b. p. 204

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▶ p. 291

Avec un logiciel

84 Construire un triangle

On se propose de construire un triangle ABC tel que :

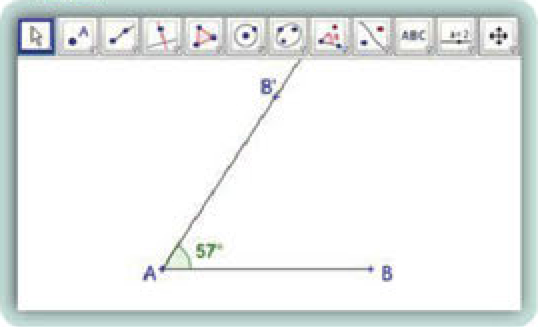
AB = 5 cm, AC = 3,5 cm, $\widehat{BAC}$ = 57°.

a. Tracer un segment [AB] de longueur 5 cm (utiliser Segment de longueur donnée).

b. Construire un angle $\widehat{BAB'}$ tel que $\widehat{BAB'}$ = 57° (utiliser Angle de mesure donnée).

c. Placer le troisième sommet du triangle (utiliser Cercle (centre-rayon)).

d. Tracer le triangle ABC.



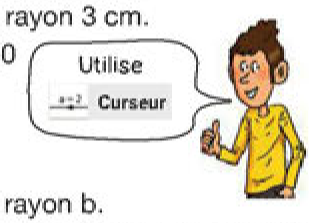
85 Utiliser l'inégalité triangulaire

1 Réaliser une figure

a. Tracer un segment [AB] de longueur 8 cm.

b. Tracer le cercle de centre B et de rayon 3 cm.

c. Créer un curseur b allant de 0 à 20 avec pour incrément 0,1.

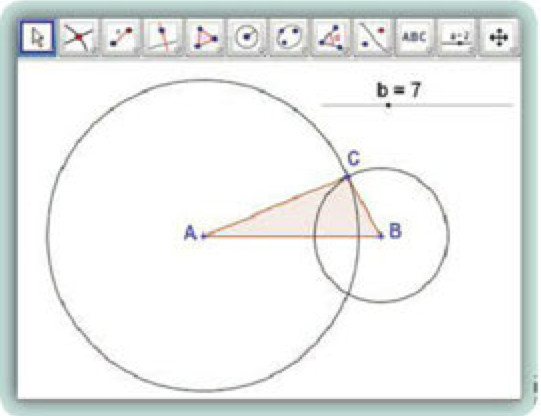


d. Tracer le cercle de centre A et de rayon b.

e. Déplacer le curseur pour que le rayon du deuxième cercle soit 7 cm.

f. Nommer C l'un des points d'intersection des deux cercles.

g. Tracer le triangle ABC.



2 Animer

a. En déplaçant le curseur, conjecturer les valeurs de b pour lesquelles les deux cercles ont deux points d'intersection.

b. Justifier en utilisant l'inégalité triangulaire.

86 Construire le cercle circonscrit à un triangle

1 Réaliser une figure

a. Tracer un triangle ABC.

b. Construire les médiatrices (utiliser Médiatrice) de deux côtés du triangle, puis construire son cercle circonscrit et nommer D son centre.

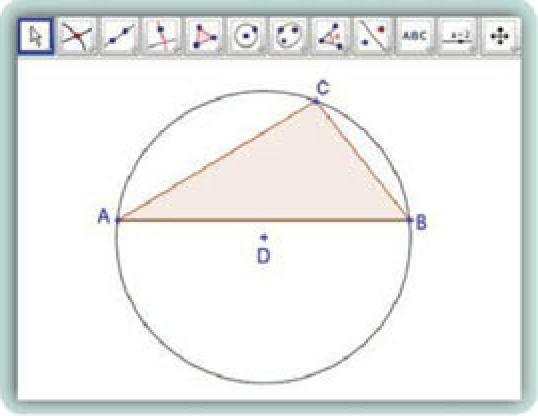
2 Déplacer

a. Déplacer le point C et observer la position du point D. Que constate-t-on ?

b. Afficher les mesures des angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$.

c. Dans quels cas, le point D semble-t-il être à l'extérieur du triangle ABC ?

d. Le point D peut-il se trouver sur un côté du triangle ? Si oui, dans quels cas ?



3 Un raccourci

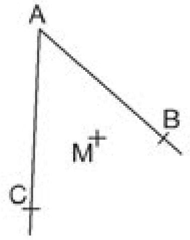
a. Tracer un triangle MNP.

b. Construire son cercle circonscrit (utiliser Cercle passant par trois points).

J'utilise mes compétences

S'initier au raisonnement

87 Se référer au cours



1. L'énoncé

a. Tracer une telle figure.

b. Construire le symétrique N de M par rapport à la droite (AB).

c. Construire le symétrique P de N par rapport à la droite (AC).

2. Déduire

a. Kahina affirme : « La droite (AB) est la médiatrice du segment [MN] ».
L'énoncé ne donne pas cette information.
Pourquoi est-ce exact ?

b. Victor affirme : « La droite (AC) est la médiatrice du segment [NP] ».
L'énoncé ne donne pas cette information.
Pourquoi est-ce exact ?

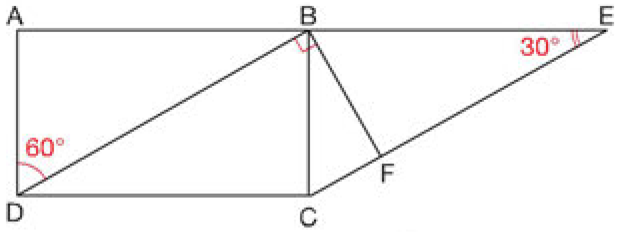
c. Ariane affirme : « Le point A est le centre du cercle circonscrit au triangle MNP ».
Qu'en pensez-vous ?

Nos conseils

Pour résoudre un problème, on peut effectuer des déductions à partir d'informations données dans l'énoncé.
On essaie de reconnaître le(s) thème(s) dont il s'agit ; on utilise alors les définitions et/ou propriétés étudiées en cours, récemment ou non (penser à utiliser le formulaire dans ce cas).

88 Utiliser différentes propriétés

ABCD est un rectangle tel que $\widehat{ADB} = 60°$.
Le point E appartient à la droite (AB) et $\widehat{AEC} = 30°$.
La perpendiculaire en B à la droite (BD) coupe la droite (EC) en F.



a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABD}$.

b. Expliquer pourquoi les droites (BD) et (CE) sont parallèles.

c. Jules affirme : « La droite (BF) est une hauteur du triangle BCE ».
A-t-il raison ? Expliquer.

89 Envisager plusieurs cas (1)

a. Construire un triangle isocèle ayant 10 cm de périmètre et dont un côté mesure 4 cm.

b. En existe-t-il un autre ? Si oui, le construire.

90 Envisager plusieurs cas (2)

LMP est un triangle isocèle dont le côté [LM] mesure 4 cm. Un de ses angles mesure 50°.
Construire tous les triangles possibles avec ces informations.

Pour chercher

91 Réfléchir

1. Dans chaque cas, dire s'il est possible de construire un triangle ABC dont le périmètre est 15 cm.

a. AB = 4 cm et BC = 3 cm.

b. AC = 4,5 cm et BC = 3,5 cm.

c. AB = 6 cm et AC = 4 cm.

2. Si oui, construire le triangle.

92 Suivre des consignes

a. Construire un triangle ABC rectangle en B tel que :
$\widehat{BAC} = 50°$ et AC = 4 cm.

b. À l'extérieur du triangle ABC, construire un triangle équilatéral BCD.

c. À l'extérieur du triangle BCD, construire un triangle CDE tel que :
$\widehat{DCE} = 80°$ et CE = 2,4 cm.

d. Calculer la longueur AE. Expliquer.

93 Organiser une recherche

Un triangle possède un côté de longueur 20 cm et un autre côté de longueur 12 cm.
Trouver un encadrement de la longueur du troisième côté de ce triangle.

94 Comprendre des informations

Sur la figure ci-dessous, B et C désignent les emplacements de Bastien et de Camille, sur le bord d'un marais, et E celui d'une échasse blanche.

Données

- BC = 14 m
- $\widehat{CBE} = 28°$
- $\widehat{BCE} = 19°$

1. Construire le triangle BCE (prendre 1 cm pour 1 m).

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BEC}$.

3. a. Mesurer la longueur CE sur la figure obtenue.

b. En déduire une valeur approchée de la distance réelle entre Camille et l'échasse.

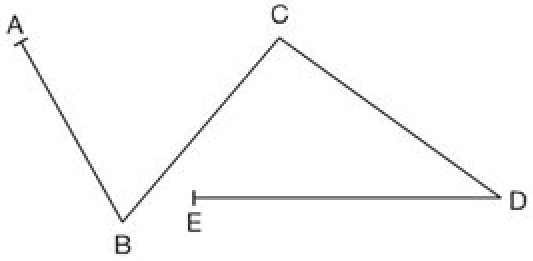
J'utilise mes compétences

95 Reproduire une figure

Reproduire sur papier uni la figure ci-dessous de deux façons différentes :

a. avec la règle graduée et le rapporteur ;

b. avec la règle non graduée et le compas.



96 Construire une figure

Math & Arts

Matt W. Moore est un artiste et designer américain. Voici une fresque murale qu'il a peinte à la bombe sur le mur d'une école parisienne en 2010.

MWM - Crystals and Lasers Mural

Réaliser l'extrait ci-contre en prenant 1 cm pour 0,2 m grâce aux informations :

AB = AC = 1,6 m ;

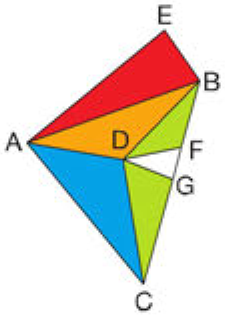
AD = 0,84 m ; BD = 0,96 m ;

$\widehat{BAC} = 70°$; $\widehat{BAE} = 20°$;

$\widehat{ABE} = 75°$; $\widehat{CDG} = 60°$;

$\widehat{BDF} = 35°$.

Les points B, F, G, C sont alignés.



97 Utiliser une symétrie

1. Construire un triangle LMN tel que :

LM = 3,7 cm, LN = 7 cm, $\widehat{MLN} = 45°$.

2. a. Placer le milieu I du côté [LN].

b. Construire le point P, symétrique de M par rapport au point I.

c. Sans mesurer et en expliquant, donner :

- la longueur PN ;
- la mesure de l'angle $\widehat{LNP}$.

98 Narration de recherche

▶ **Problème**

a. Tracer un triangle ABC.

b. Placer deux points E et F tels que les triangles BEC et BFC soient isocèles, respectivement en E et en F.

c. Construire la droite (*d*) parallèle à la droite (EF) et passant par A.

Quel est le rôle de cette droite (*d*) dans le triangle ABC ?

Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

99 Justifier la réponse

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse. Justifier.

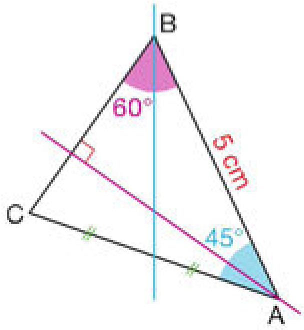
a. Dans tout triangle ABC, la hauteur issue de A et la médiatrice du segment [BC] sont des droites sécantes.

b. Dans tout triangle ABC, la médiane issue de A et la médiatrice du segment [BC] sont des droites sécantes.

100 Écrire un programme de construction

Charles a été absent à un cours.

Son amie Lucie lui envoie par courriel un programme de construction pour qu'il puisse réaliser en vraie grandeur la figure ci-contre. Imaginer les consignes écrites par Lucie et écrire son courriel.



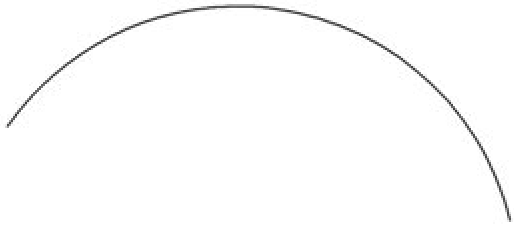
101 S'aider d'une figure à main levée

a. Construire un triangle ABC isocèle en A dont le centre O du cercle circonscrit vérifie OB = 4 cm et $\widehat{OBC} = 25°$.

b. Tifenn affirme : « J'ai trouvé deux triangles ». Qu'en pensez-vous ?

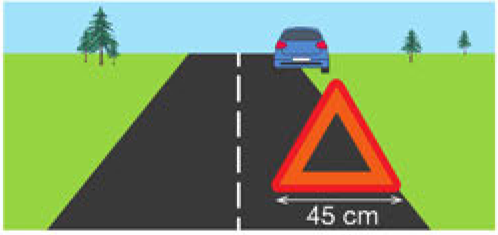
102 Problème ouvert

Sur un calque ou une photocopie de cet arc de cercle, trouver son centre pour reconstituer le cercle entier.



103 Travailler en groupe

Depuis le 1er juillet 2008, en cas de panne, le conducteur doit placer un triangle de présignalisation à une distance d'au moins 30 m du véhicule.
Il s'agit d'un triangle équilatéral, de 45 cm de côté, dont le bord extérieur (en rouge) a 3 cm de large et le réflecteur intérieur (en orange) 5 cm de large.



Chaque groupe doit représenter ce triangle en prenant 1 cm pour 2 cm sur une feuille de format A4.

Après discussion, un rapporteur est désigné pour présenter la démarche suivie.

104 Communiquer en anglais

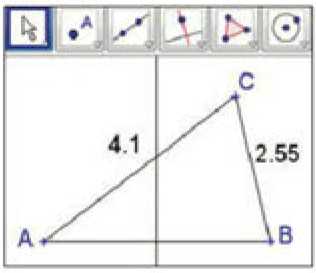
a. Draw a segment [AB] of length 6 cm.
b. ABC is a triangle. AC = 3 cm and BC = 7,5 cm.
Use a ruler and compass to construct a triangle ABC with [AB] as side. You must show all construction lines.

105 Expliquer un raisonnement

a. Tracer un triangle ABC.
Construire son cercle circonscrit $\mathscr{C}$ de centre O.
b. Construire le symétrique DEF du triangle ABC par rapport au point O.
c. Pourquoi le cercle $\mathscr{C}$ est-il le cercle circonscrit au triangle DEF ?

106 Expliquer une conjecture TICE

1. a. Avec un logiciel de géométrie,
- tracer un segment [AB],
- tracer sa médiatrice,
- placer un point C non situé sur cette droite,
- tracer les segments [CA] et [CB],
- afficher les longueurs CA et CB.



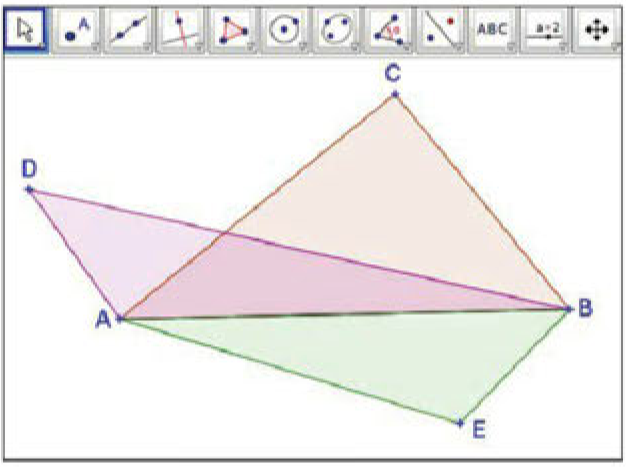
b. Déplacer le point C. Que peut-on conjecturer pour la comparaison de CA et CB ?
2. La médiatrice de [AB] délimite deux régions.
On note I le point d'intersection du segment [CA] et de cette médiatrice lorsque C est situé dans la même région que B.
a. Expliquer pourquoi CA = CI + IA.
b. Expliquer pourquoi IA = IB.
c. En déduire l'inégalité CB < CA.

107 Imaginer une stratégie

Tracer deux droites (*d*) et (*d'*) sécantes.
Construire un triangle ABC de façon que (*d*) soit une hauteur et (*d'*) une médiatrice de ce triangle.

108 Conjecturer, puis prouver TICE

a. Avec un logiciel de géométrie, construire trois triangles ABC, ABD et ABE comme ci-dessous.



b. Construire les centres respectifs F, G et H des cercles circonscrits à ces trois triangles.
c. Que semble-t-on pouvoir dire des points F, G et H ?
d. Vérifier cette conjecture en déplaçant les sommets des triangles.
e. Justifier cette conjecture.

Jeux & Casse-tête

109 Critiquer

Amélie affirme : « Le rayon du cercle circonscrit à un triangle est inférieur à la longueur de chaque côté ».
A-t-elle raison ?

110 Triangles de Sierpinski

La figure de départ est un triangle équilatéral.
Les triangles blancs ont pour sommets les milieux des côtés des triangles bleus.

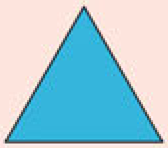


Figure de départ

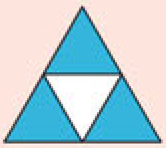


Figure 1

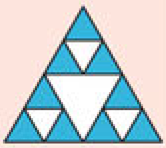


Figure 2

En continuant ainsi, combien de triangles blancs voit-on dans la figure 4 ?
Remarque. À l'exercice 121 p. 83, on propose une construction analogue dénommée le tapis de Sierpinski.

Tâches complexes

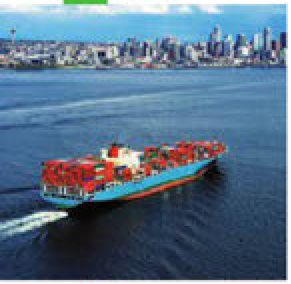
SOCLE Compétences : **111** C1-C2-C3 **112** C1-C2

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

111 La trajectoire du cargo

D'après Mathématiques sans frontières

La situation-problème



À la barre de son cargo, qui longe une côte, un capitaine garde un cap constant et maintient une vitesse constante de 36 km par heure.

La visibilité est excellente. Il observe plusieurs alignements :

- à 8 h, il voit un phare (P) devant une tour (T) ;
- à 8 h 05, il voit le même phare devant une église (E) ;
- à 8 h 15, il voit la tour devant l'église.

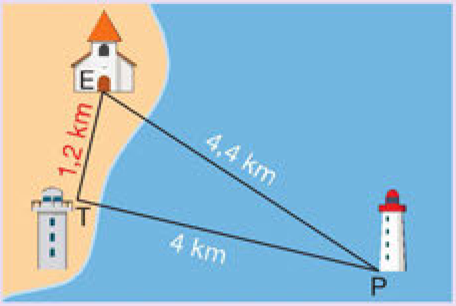
Représenter cette situation en prenant 1 cm pour 500 m et tracer le mieux possible la route suivie par le cargo (C).

Les supports de travail

Les documents, une feuille de papier au format A4, la calculatrice, les instruments de géométrie.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 **Une carte de la région**



Doc. 2 **Vocabulaire maritime**

Garder un cap constant : ne pas changer de route, maintenir la direction.

112 Le vainqueur de la régate

La situation-problème

Une régate se déroule sur un parcours ayant la forme d'un triangle dont les sommets sont trois bouées A, B et C. À quelques minutes de l'arrivée, on repère les positions de trois voiliers par les angles qu'ils forment avec les bouées A et D, extrémités de la ligne d'arrivée.

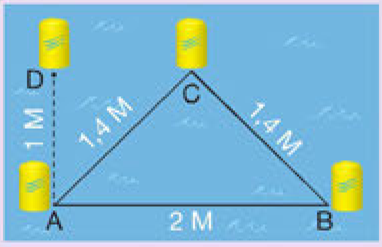
Lequel de ces trois voiliers paraît le mieux placé pour l'emporter ?

Les supports de travail

Les documents, une feuille de papier au format A4, la calculatrice, les instruments de géométrie.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 **La zone de régate**



Les distances affichées sont en milles marins.

Doc. 2 **Le mille marin**

Le mille marin (M) est une unité de mesure de distance utilisée en navigation maritime et aérienne, valant 1 852 mètres.

Doc. 3 **Les positions des voiliers**

Écume (E) : $\widehat{ADE} = 105°$ et $\widehat{DAE} = 50°$

Grain de sel (G) : $\widehat{ADG} = 120°$ et $\widehat{DAG} = 35°$

Sirius (S) : $\widehat{ADS} = 145°$ et $\widehat{DAS} = 23°$

CHAPITRE 12

Parallélogrammes et cas particuliers

Réalisé avec des morceaux de tissus, ce patchwork utilise des figures géométriques, en particulier des carrés.

Au fil des siècles

Le pantographe est un instrument qui sert à copier, réduire ou agrandir un dessin.
Il est composé de tiges qui forment un parallélogramme.
Il était déjà utilisé par le mathématicien grec Héron.

→ Rechercher sur Internet des applications concrètes du pantographe.

Les capacités du programme	SOCLE 5e	Choix d'exercices
• Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles) du parallélogramme.	✓	2-23
• Connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales, aux éléments de symétrie) du carré, du rectangle, du losange.	✓	7-27
• Construire, sur papier uni, un parallélogramme donné (et notamment dans les cas particuliers du carré, du rectangle, du losange) en utilisant ses propriétés.	✓	13-74
• Calculer le périmètre d'une figure.	✓	37-51

Je découvre

ACTIVITÉ 1 Parallélogrammes et parallèles

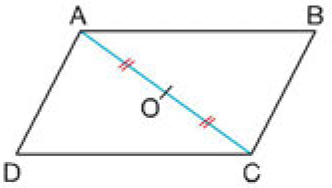
1. a. Placer trois points A, B et C non alignés, comme ci-contre.
b. Tracer la parallèle à la droite (AB) passant par le point C.
c. Tracer la parallèle à la droite (AC) passant par le point B.
d. Nommer D le point d'intersection de ces deux droites.
Le quadrilatère ABDC ainsi construit est **un parallélogramme**.

Info
Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

2. Sur la même figure, construire :
a. le point E tel que ABCE soit un parallélogramme ;
b. le point F tel que ABFD soit un parallélogramme.

3. Que constate-t-on pour les points C, D, E, F ? Expliquer.

ACTIVITÉ 2 Propriétés d'un parallélogramme



ABCD est un parallélogramme.
O est le milieu de la diagonale [AC].

a. Quel est le symétrique par rapport à O :
- du point A ?
- du point C ?
- de la droite (AB) ?
- de la droite (CB) ?

b. Quel est alors le symétrique :
- du point B ?
- du parallélogramme ABCD ?

c. En déduire une propriété pour :
- les diagonales ;
- les longueurs des côtés opposés ;
- les mesures des angles opposés.

d. En utilisant deux droites parallèles et une sécante de cette figure, expliquer pourquoi $\widehat{ADC}+\widehat{BCD}=180°$.

Aide
Si deux droites sont sécantes en B, alors, le symétrique de B est le point d'intersection des symétriques de ces droites.

ACTIVITÉ 3 Des parallélogrammes particuliers

1. a. Réaliser ce programme de construction lorsque l'étape ❷ est : Tracer la perpendiculaire (d) à (AB) en A.
Placer un point D de (d) distinct de A.
b. Pourquoi ABCD est-il un parallélogramme ?
c. Que peut-on dire de plus de ABCD ?

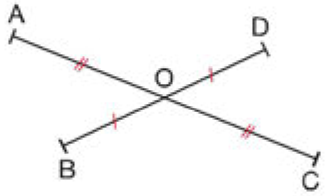
2. a. Réaliser ce programme de construction lorsque l'étape ❷ est : Tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre A passant par B.
Placer un point D de $\mathscr{C}$ distinct de B.
b. Pourquoi ABCD est-il un parallélogramme ?
c. Que peut-on dire de plus de ABCD ?

Programme de construction
❶ Tracer une droite (AB).
❷ ....
....
❸ Tracer la parallèle à la droite (AD) passant par B.
❹ Tracer la parallèle à la droite (AB) passant par D.
❺ Nommer C, le point d'intersection de ces deux droites.

3. Quelle devrait être l'étape ❷ pour que le quadrilatère ABCD obtenu soit un carré ? Exécuter cette construction.

ACTIVITÉ 4 Reconnaître un parallélogramme : diagonales

Les segments [AC] et [BD] ci-contre ont le même milieu O.



1. Conjecture
Quelle semble être la nature du quadrilatère ABCD ?

2. Une preuve
a. Quelle est la symétrique par rapport à O :
- de la droite (AB) ?
- de la droite (AD) ?

b. En déduire que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme. Expliquer.
c. Recopier et compléter : « Si un quadrilatère a ..., alors c'est un parallélogramme. »

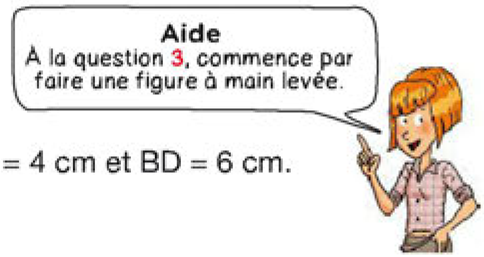
3. Une application
Sur papier uni, placer trois points M, N et R non alignés. En utilisant la propriété précédente, construire le quatrième sommet S du parallélogramme MNRS.

ACTIVITÉ 5 Reconnaître un rectangle : diagonales

EFGH est un parallélogramme dont les diagonales ont pour longueur 8 cm et se coupent en O.

1. Conjecture
Tracer une figure et conjecturer une précision supplémentaire sur la nature de EFGH.

2. Une preuve
a. Quelle est la nature des triangles EOF et FOG ? Sur la figure, coder les angles de même mesure de ces deux triangles.
b. En utilisant la somme des mesures des angles du triangle EFG, déterminer $\widehat{EOF}+\widehat{FOG}$ pour en déduire que $\widehat{EFG}=90°$. Expliquer de même pourquoi $\widehat{FGH}=90°$ et $\widehat{GHE}=90°$. Conclure sur la nature de EFGH.
c. Recopier et compléter : « Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors ... ».


Aide
À la question 3, commence par faire une figure à main levée.

3. Une application
Sur papier uni, construire un rectangle ABCD tel que AB = 4 cm et BD = 6 cm.

ACTIVITÉ 6 Reconnaître un rectangle : angles

a. Construire un parallélogramme ABCD tel que $\widehat{ABC}=90°$.
b. Conjecturer la nature de ABCD. Prouver cette conjecture.
c. Recopier et compléter : « Si un parallélogramme a un angle droit, alors ... »

ACTIVITÉ 7 Reconnaître un losange : côtés

a. Construire un parallélogramme MNRS tel que MN = NR.
b. Conjecturer la nature de MNRS. Prouver cette conjecture.
c. Recopier et compléter : « Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors ... »

J'apprends

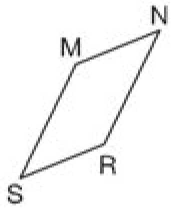
1 Parallélogrammes

a Côtés opposés parallèles

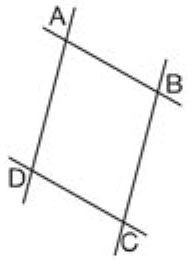
DÉFINITION Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés deux à deux parallèles.

EXEMPLES

MNRS est un parallélogramme.
On peut dire alors que :
(MN) // (SR)
et (MS) // (NR).

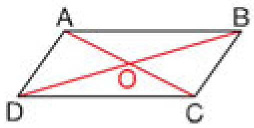


(AB) // (DC) et (AD) // (BC).
On peut dire alors que :
ABCD est un parallélogramme.



b Centre de symétrie

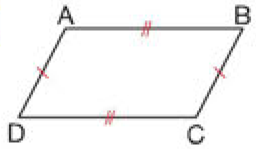
PROPRIÉTÉ Un parallélogramme a un **centre de symétrie** qui est le point d'intersection de ses diagonales.



c Conséquences

PROPRIÉTÉ Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont deux à deux la même longueur.

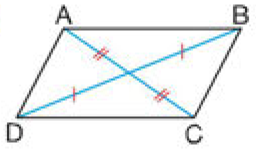
EXEMPLE



Données		**Conclusion**
ABCD est un parallélogramme.	Donc, d'après cette propriété	AB = DC et AD = BC.

PROPRIÉTÉ Dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu.

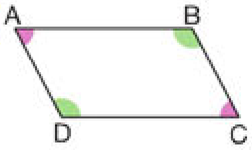
EXEMPLE



Données		**Conclusion**
ABCD est un parallélogramme.	Donc, d'après cette propriété	[AC] et [BD] se coupent en leur milieu.

PROPRIÉTÉ Dans un parallélogramme, les angles opposés ont deux à deux la même mesure.

EXEMPLE

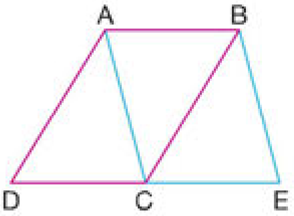


Données		**Conclusion**
ABCD est un parallélogramme.	Donc, d'après cette propriété	$\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.

PROPRIÉTÉ Dans un parallélogramme, deux angles consécutifs sont supplémentaires.

Exercice résolu Connaître les parallélogrammes

1 Énoncé



Sur la figure ci-contre, les quadrilatères ABCD et ABEC sont deux parallélogrammes.

a. Quelle position particulière semble occuper le point C ?

b. Prouver cette conjecture.

Solution

a. Il semble que les points D, C, E sont alignés et, plus précisément, que C est le milieu du segment [DE].

b. • ABCD est un parallélogramme, donc :

(1) (AB) // (DC)

(2) AB = DC

• ABEC est un parallélogramme, donc :

(3) (AB) // (CE)

(4) AB = CE

• De **(1)** et **(3)**, on déduit que les droites (DC) et (CE) sont parallèles.

Or C est un point commun à ces droites, donc les droites (DC) et (CE) sont confondues et les points D, C, E sont alignés.

• De **(2)** et **(4)**, on déduit que DC = CE.

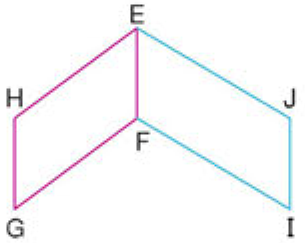
Or les points D, C, E sont alignés, donc C est le milieu du segment [DE].

Nos conseils

- Lorsque l'on émet une conjecture, la rédaction commence par « **Il semble** que ... »
- (AB) // (DC) se déduit de la définition d'un parallélogramme.
- AB = DC se déduit de la propriété « Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur ».
- On prouve que C est le milieu de [DE] en deux étapes :
  - D, C, E sont alignés
  - DC = CE.

Exercices d'application

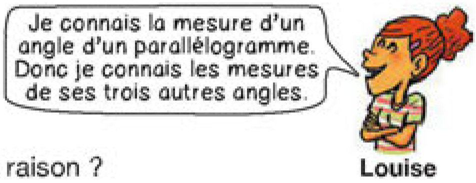
2 Sur la figure ci-dessous, les quadrilatères EFGH et EFIJ sont des parallélogrammes.



a. Que peut-on conjecturer, pour les longueurs IJ et GH ?

b. Prouver cette conjecture.

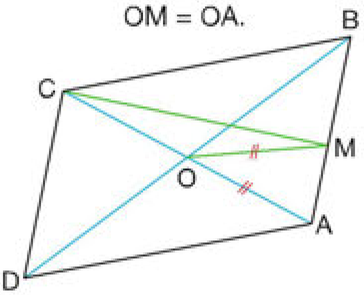
3



Louise a-t-elle raison ?

4 ABCD est un parallélogramme de centre O. M est un point du segment [AB] tel que :

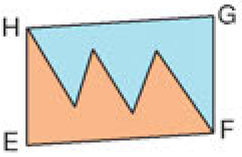
OM = OA.



a. Quelle semble être la nature du triangle OMC ?

b. Prouver cette conjecture.

5 EFGH est un parallélogramme.



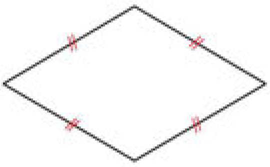
Laquelle des deux surfaces colorées a le plus grand périmètre ? Expliquer.

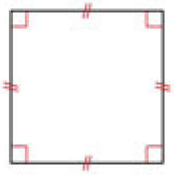
2 Parallélogrammes particuliers

a Rectangle, losange, carré

DÉFINITIONS

- Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits.
- Un **losange** est un quadrilatère qui a quatre côtés de la même longueur.
- Un **carré** est à la fois un rectangle et un losange.





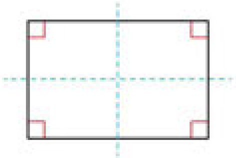
PROPRIÉTÉ (ADMISE) Un rectangle, un losange, un carré sont des parallélogrammes particuliers.

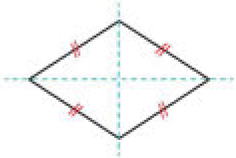
b Éléments de symétrie

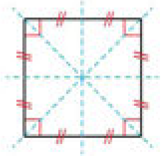
PROPRIÉTÉS

- Un rectangle a **deux axes de symétrie** (les médiatrices de ses côtés) et un **centre de symétrie**.
- Un losange a **deux axes de symétrie** (ses diagonales) et un **centre de symétrie**.
- Un carré admet **quatre axes de symétrie** (les diagonales et les médiatrices de ses côtés) et un **centre de symétrie**.

Comme tout parallélogramme, un rectangle, un losange, un carré ont pour centre de symétrie le point d'intersection de leurs diagonales.



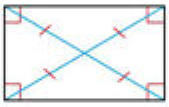


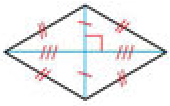


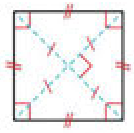
c Diagonales, côtés, angles

PROPRIÉTÉS

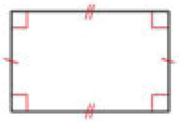
- Les diagonales d'un **rectangle** ont la même longueur.
- Les diagonales d'un **losange** sont perpendiculaires.
- Les diagonales d'un **carré** ont la même longueur et sont perpendiculaires.



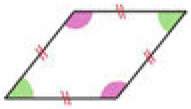




PROPRIÉTÉ Un **rectangle** a ses côtés opposés deux à deux parallèles et de même longueur.



PROPRIÉTÉ Un **losange** a ses angles opposés deux à deux de même mesure.



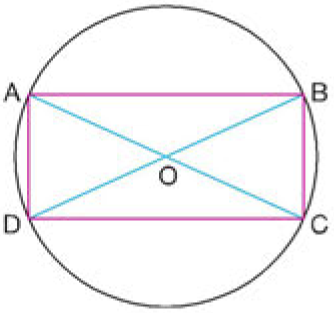
Exercice résolu Connaître les parallélogrammes particuliers

6 **Énoncé**

a. Tracer un rectangle ABCD. Nommer O le point d'intersection de ses diagonales. Tracer le cercle de centre O passant par le point A.
b. Expliquer pourquoi ce cercle passe aussi par les points B, C et D.

Solution

a.



b. • ABCD est un rectangle.
Or, un rectangle est un parallélogramme et les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
Donc le point d'intersection O des diagonales de ABCD est le milieu de [AC] et [BD].
Par conséquent OA = OC et OB = OD.
• ABCD est un rectangle.
Or, les diagonales d'un rectangle ont la même longueur.
Donc AC = BD et par conséquent OA = OB.
• On en déduit donc que OA = OB = OC = OD.
Donc le cercle de centre O qui passe par A, passe aussi par les points B, C, D.

Nos conseils

Dans la rédaction d'une preuve :
- on cite d'abord la donnée de l'énoncé utilisée ;
- on cite les propriétés (ou les définitions) que l'on utilise ;
- on explicite la (ou les) conséquence(s) que l'on en tire.

Exercices d'application

7 **a.** Tracer un rectangle ABCD dont les diagonales se coupent en E.
b. Quelle est la nature du triangle ABE ? Expliquer.

8 **a.** Tracer un losange EFGH dont les diagonales se coupent en O.
b. Quelle est la nature du triangle EFO ? Expliquer.

9 **a.** Tracer un losange AIRE.
b. Quelle est la nature du triangle IRE ? Expliquer.

10 **a.** Tracer un carré MINE dont les diagonales se coupent en A.
b. Quelle est la nature du triangle MAI ? Expliquer.

11 IJKL est un rectangle.

Commenter ce dialogue.

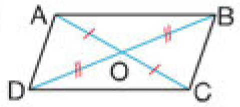
3 Reconnaître la nature d'un quadrilatère

a Reconnaître un parallélogramme

PROPRIÉTÉ Si un quadrilatère a ses côtés opposés deux à deux parallèles, alors c'est un **parallélogramme**.

PROPRIÉTÉ Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu, alors c'est un **parallélogramme**.

EXEMPLE



Données
O est le milieu
de [AC] et [BD].

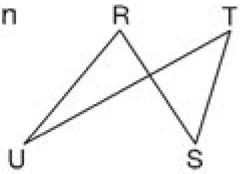
Donc, d'après cette propriété

Conclusion
ABCD est un
parallélogramme.

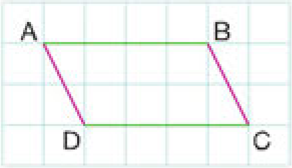
PROPRIÉTÉS (ADMISES)

- Si un quadrilatère non croisé a deux côtés parallèles et de même longueur, alors c'est un **parallélogramme**.
- Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés deux à deux de même longueur, alors c'est un **parallélogramme**.

EXEMPLES RSTU est un quadrilatère **croisé**.



ABCD **non croisé**,
AD = BC et AB = DC
donc ABCD est un
parallélogramme.



b Reconnaître un parallélogramme particulier

PROPRIÉTÉ Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un **rectangle**.

EXEMPLE

Données
ABCD est un parallélogramme.
$\widehat{ABC} = 90°$.

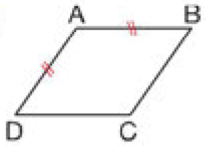
Donc, d'après cette propriété

Conclusion
ABCD est un
rectangle.

PROPRIÉTÉ Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un **rectangle**.

PROPRIÉTÉ Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un **losange**.

EXEMPLE



Données
ABCD est un parallélogramme.
AB = AD.

Donc, d'après cette propriété

Conclusion
ABCD est un
losange.

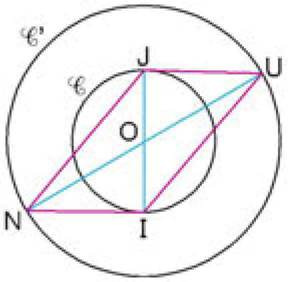
PROPRIÉTÉ Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un **losange**.

Remarque. Une preuve de cette propriété est proposée à l'exercice 101 p. 233.

Exercice résolu Reconnaître un quadrilatère particulier

12 Énoncé

$\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ sont les deux cercles ci-contre de centre O.
[IJ] est un diamètre de $\mathscr{C}$.
[UN] est un diamètre de $\mathscr{C}'$.
a. Quelle semble être la nature du quadrilatère JUIN ?
b. Prouver cette conjecture.



Solution

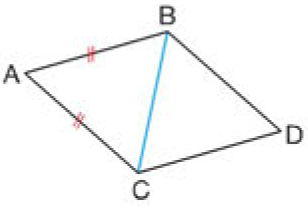
a. Il semble que JUIN est un parallélogramme.
b. • [IJ] et [UN] sont des diamètres de cercles de centre O.
Or, le centre d'un cercle est le milieu de ses diamètres.
Donc O est le milieu de [IJ] et de [UN].
• Les diagonales du quadrilatère JUIN se coupent en leur milieu.
Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.
Donc JUIN est un parallélogramme.

Nos conseils

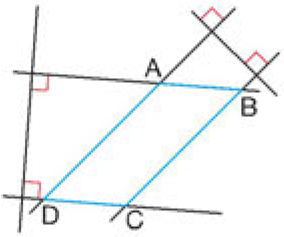
- La conclusion de la 1re étape est devenue le point de départ de la 2^{e} étape.
- La présence des diagonales du quadrilatère JUIN sur la figure peut faire penser à l'utilisation de cette propriété pour reconnaître un parallélogramme.

Exercices d'application

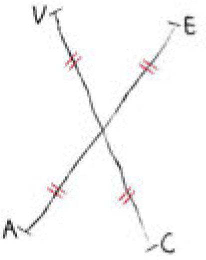
13 ABC est un triangle isocèle en A.
D est le point tel que BACD est un parallélogramme.
Chloé affirme : « Mais BACD est un losange ! »
A-t-elle raison ?
Expliquer.



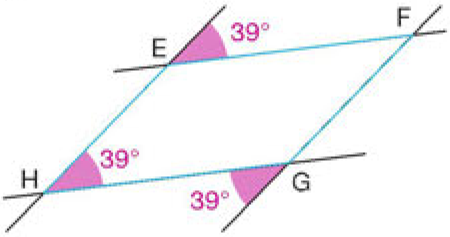
14 Utiliser les données codées sur cette figure pour expliquer pourquoi le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



15 D'après les informations codées sur cette figure à main levée, que peut-on dire du quadrilatère AVEC ?
Énoncer la propriété utilisée.

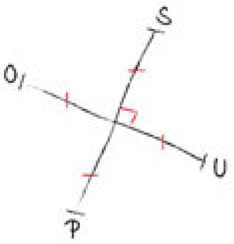


16 Utiliser les données codées sur cette figure pour expliquer pourquoi le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.



17 ABC est un triangle rectangle en A.
D est le point tel que BACD soit un parallélogramme.
a. Tracer une figure.
b. Conjecturer une précision supplémentaire sur la nature de BACD. Prouver cette conjecture.

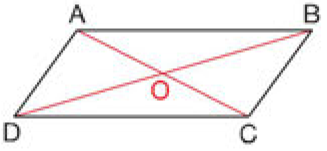
18 D'après les informations codées sur cette figure à main levée, que peut-on dire du quadrilatère OPUS ?
Énoncer les propriétés utilisées.



Je m'entraîne À L'ORAL

Parallélogrammes

Pour les exercices 19 à 22, **ABCD est un parallélogramme de centre O.**



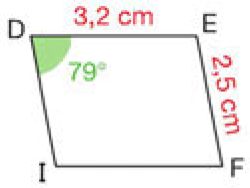
19 Que peut-on dire des droites (AB) et (DC) ? Citer deux autres droites qui ont cette propriété.

20 Que peut-on dire des longueurs AB et DC ? Citer deux autres côtés dont les longueurs vérifient la même propriété.

21 Que représente le point O pour les diagonales [BD] et [AC] ?

22 Que peut-on dire des angles $\widehat{DAB}$ et $\widehat{BCD}$? Que peut-on dire des angles $\widehat{DAB}$ et $\widehat{ADC}$?

23 Le quadrilatère DEFI est un parallélogramme.



Donner, en justifiant :

a. la longueur du côté [IF] ;

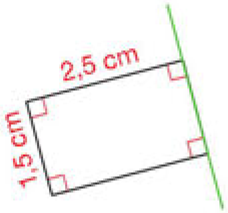
b. la longueur du côté [DI] ;

c. la mesure de l'angle $\widehat{EFI}$;

d. la mesure de l'angle $\widehat{DEF}$.

Parallélogrammes particuliers

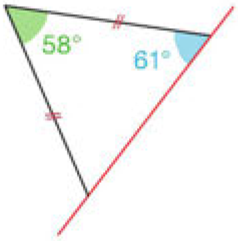
24 En complétant cette figure par symétrie par rapport à la droite verte, on obtient un quadrilatère.



a. Quelle est sa nature ?

b. Quelles sont ses dimensions ?

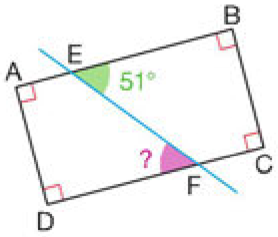
25 En complétant cette figure par symétrie par rapport à la droite rouge, on obtient un quadrilatère.



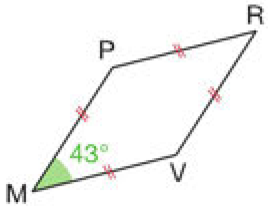
a. Quelle est sa nature ?

b. Quelles sont les mesures de ses angles ?

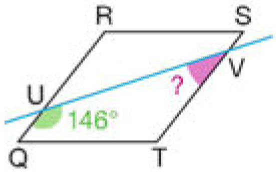
26 ABCD est un rectangle. Une droite coupe les côtés [AB] et [CD] en E et F. On sait que $\widehat{BEF} = 51°$. Peut-on donner la mesure de l'angle $\widehat{EFD}$? Si oui, donner la mesure en justifiant.



27 Utiliser les codages de cette figure pour donner les mesures des angles $\widehat{PRV}$, $\widehat{MPR}$ et $\widehat{MVR}$. Expliquer.



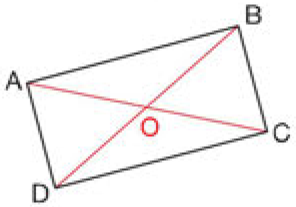
28 QRST est un losange. Une droite coupe les côtés [QR] et [ST] en U et V. On sait que $\widehat{QUV} = 146°$.



Peut-on donner la mesure de l'angle $\widehat{UVT}$? Si oui, donner la mesure en justifiant.

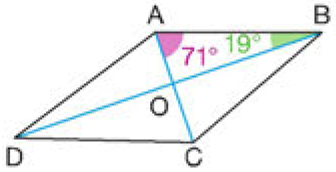
Reconnaître la nature d'un quadrilatère

29 ABCD est un parallélogramme de centre O tel que AC = 7,2 cm et OD = 3,6 cm.



Ce parallélogramme est-il particulier ? Si oui, quelle est sa nature ? Justifier la réponse.

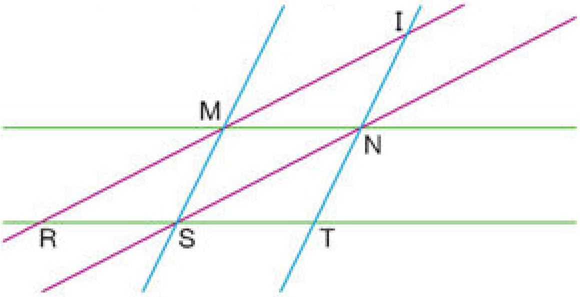
30 ABCD est un parallélogramme de centre O. On sait que $\widehat{OAB} = 71°$ et $\widehat{OBA} = 19°$.



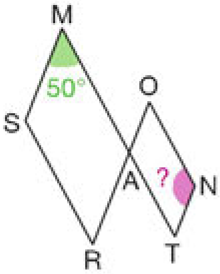
Ce parallélogramme est-il particulier ? Si oui, quelle est sa nature ? Justifier la réponse.

Parallélogrammes

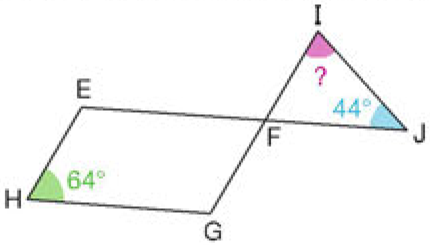
31 Sur la figure, les droites de la même couleur sont parallèles. Reconnaître et nommer tous les parallélogrammes que l'on peut distinguer.



32 MARS et TAON sont deux parallélogrammes tels que les droites (MT) et (OR) se coupent en A.
Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ONT}$.
Expliquer.



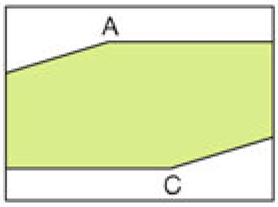
33 EFGH est un parallélogramme et FIJ un triangle tel que les droites (EJ) et (GI) se coupent en F.



Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{FIJ}$. Expliquer.

34 Un parallélogramme NOIR de centre C est tel que OR = 9,6 cm. Calculer la longueur CO.

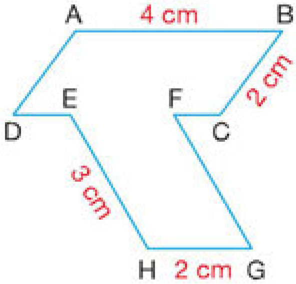
35 ABCD est un parallélogramme mais les points B et D sont en dehors de la feuille.



Malgré tout, peut-on construire le point d'intersection de ses diagonales ? Si oui, comment ?

36 ABCD est un parallélogramme de centre O.
M est un point du côté [AB].
Avec une règle non graduée, construire le symétrique M' de M par rapport à O.

37 ABCD et EFGH sont des parallélogrammes.
Les points E et F appartiennent au segment [CD].



a. Donner les longueurs des segments [AD], [DC] et [FG] en expliquant la réponse.
b. Calculer le périmètre du parallélogramme ABCD.
c. Calculer le périmètre de la figure.

38 **a.** Construire un parallélogramme ABCD tel que :
AB = 5 cm, BC = 3 cm et $\widehat{ABC}$ = 60°.
b. Calculer son périmètre.

39 **a.** Construire un parallélogramme ROME tel que :
RO = 4 cm, OM = 5 cm, RM = 6 cm.
b. Calculer son périmètre.

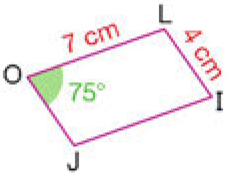
40 **a.** Tracer un angle $\widehat{xMt}$ de mesure 135°.
Placer le point A du côté [Mx) tel que AM = 5,3 cm et le point I du côté [Mt) tel que MI = 2,7 cm.
b. Construire le parallélogramme AMIE.
c. Calculer le périmètre de ce parallélogramme.

41 **a.** Tracer un angle $\widehat{IJK}$ de mesure 125°.
b. Avec la règle non graduée et le rapporteur, construire le parallélogramme IJKL. Expliquer.

42 **a.** Construire un parallélogramme AZUR tel que :
AU = 7 cm et AZ = 5 cm.
b. Tous les parallélogrammes construits dans la classe sont-ils superposables ?
Quelle indication pourrait-on donner en plus pour qu'ils le soient ?

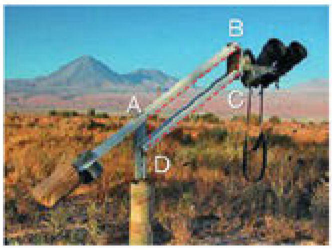
43 **a.** Construire un parallélogramme KART tel que :
KA = 4 cm et KT = 5 cm.
b. Tous les parallélogrammes construits dans la classe sont-ils superposables ?
Quelle indication pourrait-on donner en plus pour qu'ils le soient ?

44 Construire en vraie grandeur le parallélogramme JOLI représenté ci-dessous.



Je m'entraîne

45 Un ornithologue est un scientifique qui étudie les oiseaux. Il les photographie ou les observe à l'aide de binoculaires comme celui représenté ci-contre.



Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
Expliquer pourquoi il garde la même direction d'observation lorsqu'il fait pivoter (AB) autour de A.

Parallélogrammes particuliers

46 **a.** Construire un rectangle ASIE tel que :
AS = 4,3 cm et AE = 6,1 cm.
b. Tracer le plus simplement possible le cercle de diamètre [AI]. Expliquer.

47 Construire un rectangle REMI tel que :
RE = 4,9 cm et RM = 6,3 cm.

48 **a.** Construire un segment [RS] de longueur 6 cm.
b. Construire les carrés RSTU et PQRS.
c. Quelle est la nature du quadrilatère TUQP ?

49 **a.** Construire un losange FAON tel que :
FA = 5,5 cm.
b. Quelle indication supplémentaire faudrait-il donner pour que tous les losanges construits par les élèves de la classe soient superposables ?

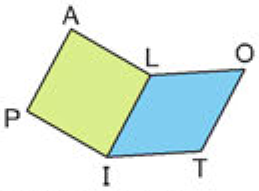
50 Construire un losange EFGH tel que :
EF = 4 cm et $\widehat{EFG} = 55°$.

51 Construire un losange RIME tel que RI = 6 cm et RM = 4 cm.
Calculer son périmètre.

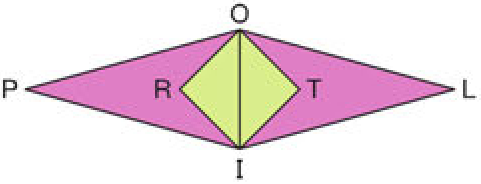
52 Construire un rectangle AEIO de centre S tel que :
AI = 6 cm et $\widehat{SAE} = 35°$.

53 Construire un rectangle ROUX tel que :
OU = 3,5 cm et $\widehat{OXU} = 65°$.

54 APIL est un carré et ILOT est un losange.
Expliquer pourquoi :
a. les droites (PA) et (TO) sont parallèles ;
b. les droites (TL) et (IO) sont perpendiculaires ;
c. le triangle ALO est isocèle.

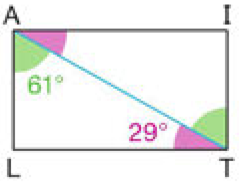


55 Le losange POLI et le carré ROTI ont en commun la diagonale [OI].

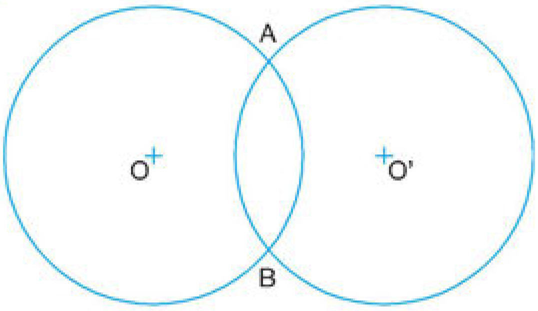


Pourquoi les droites (RT) et (PL) sont-elles confondues ?

56 En utilisant les informations codées sur la figure ci-contre, démontrer que ALTI est un rectangle.



57 Voici deux cercles de même rayon.

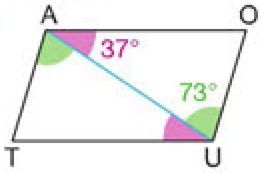


Que peut-on dire du quadrilatère AOBO' ? Pourquoi ?

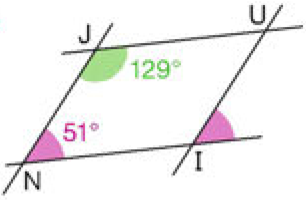
Reconnaître la nature d'un quadrilatère

58 Dans chaque cas, utiliser les informations codées sur la figure pour démontrer que le quadrilatère est un parallélogramme.

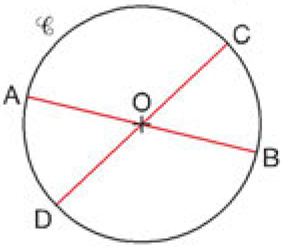
a.



b.



59 [AB] et [CD] sont deux diamètres du cercle $\mathscr{C}$ ci-dessous de centre O.
a. Pourquoi ACBD est-il un parallélogramme ?
b. Pourquoi ACBD est-il un rectangle ?



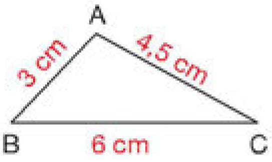
60 ABCD est un parallélogramme tel que AB = 7,5 cm.
E est le point du côté [AB] tel que AE = 4,5 cm.
F est le point du côté [CD] tel que CF = 3 cm.
a. Tracer une figure.
b. Quelle est la nature du quadrilatère AEFD ? Expliquer.

61 Un parallélogramme AILE est tel que :

$$\widehat{IEL} = 27^\circ \text{ et } \widehat{EIL} = 63^\circ.$$

Expliquer pourquoi AILE est un rectangle.

62 **a.** Construire ce triangle ABC en vraie grandeur.

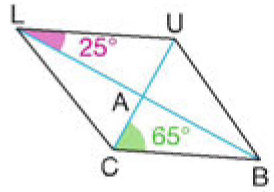


b. Construire le symétrique D de B par rapport au milieu I du côté [AC].
c. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Expliquer.

63 MITE est un parallélogramme.
L est le symétrique de T par rapport au point E.
a. Tracer une figure.
b. Expliquer pourquoi MIEL est un parallélogramme.

64 **a.** Tracer un triangle SOI.
b. Tracer le cercle de centre I et de rayon SO, puis le cercle de centre S et de rayon OI.
c. Nommer E le point d'intersection des deux cercles tel que le quadrilatère SOIE soit non croisé.
d. Expliquer pourquoi SOIE est un parallélogramme.

65



CLUB est un parallélogramme. En utilisant les informations codées sur la figure, expliquer pourquoi CLUB est un losange.

66 **a.** Construire un triangle BAC isocèle en B tel que AB = 4,5 cm et AC = 3 cm.
b. Construire les points E et F symétriques respectifs des points A et C par rapport à B.
c. Quelle est la nature du quadrilatère FACE ? Expliquer.

67 **a.** Construire le triangle EAU isocèle en U tel que :

AU = 5 cm et AE = 8 cm.

b. Construire par E la parallèle à (AU) et par A la parallèle à (EU). Ces deux droites se coupent en T.
c. Quelle est la nature du quadrilatère ETAU ? Expliquer.

68 Les diagonales d'un parallélogramme ABCD se coupent en O.
On sait que AC = 7 cm et OB = 3,5 cm.
Quelle est la nature du parallélogramme ABCD ? Expliquer.

69 Les diagonales d'un parallélogramme ABCD se coupent en O. On sait que :

$$\widehat{AOB} = 110^\circ \text{ et } \widehat{OAB} = 35^\circ.$$

Prouver que le parallélogramme est en fait un rectangle.

70 SAUF est un parallélogramme tel que la demi-droite [FA] est la bissectrice de l'angle $\widehat{SFU}$:
Prouver que ce parallélogramme est un losange.

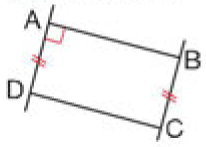
71 EXIL est un parallélogramme de centre O tel que :

$$\widehat{OEX} = 45^\circ \text{ et } \widehat{OXE} = 45^\circ.$$

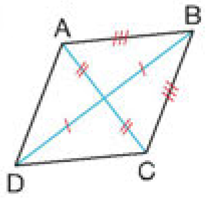
Quelle est la nature de ce parallélogramme ? Expliquer.

72 Dans chaque cas, énoncer la propriété qui permet de conclure sur la nature du quadrilatère.

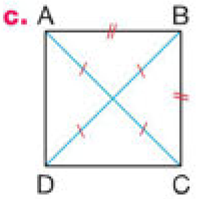
a. (AD) // (BC)



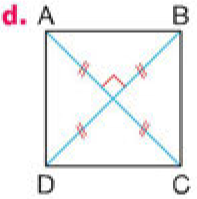
b.



c.



d.



73 **a.**

Qui a raison ?

b.

Qu'en pensez-vous ?

Je m'entraîne

74 Construire un parallélogramme RIME de centre O tel que OR = 2,5 cm, OI = 3,5 cm et $\widehat{ROI}$ = 130°.
Justifier que la figure obtenue est bien un parallélogramme.

75 **a.** Construire un parallélogramme UNIE tel que :
UI = 5 cm, EN = 7 cm.
Justifier que la figure obtenue est bien un parallélogramme.
b. Toutes les figures construites dans la classe sont-elles superposables ? Quelle information pourrait-on donner en plus pour qu'elles le soient ?

76 **a.** Tracer un segment [AB] de longueur 5 cm.
b. Construire le carré AMBN de diagonale [AB].
Justifier que la figure obtenue est bien un carré.

77 Construire un losange FIER tel que :
FE = 3,6 cm et RI = 6,6 cm.
Justifier que la figure obtenue est bien un losange.

78 CLOU est un rectangle. Dans la symétrie de centre O, G est le symétrique de L et E est celui de U.
a. Tracer une figure.
b. Quelle est la nature du quadrilatère LUGE ?
c. Quelle doit être la nature de CLOU pour que LUGE soit un carré ?

79 **a.** Construire un parallélogramme ABCD tel que :
$\widehat{ADC}$ = 115°, DA = 5 cm et DC = 9 cm.
b. La bissectrice de l'angle $\widehat{ADC}$ coupe le côté [AB] en E et la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe le côté [DC] en F.
c. Démontrer que les angles $\widehat{EDC}$ et $\widehat{ABF}$ ont la même mesure.
d. Démontrer que BEDF est un parallélogramme.

Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C2-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

80 Les balises temporaires

La situation-problème

Les balises du doc. 1 signalent les limites d'obstacles temporaires (travaux par exemple).
Construire une telle balise en prenant 1 cm pour 5 cm et préciser la nature des triangles et quadrilatères tracés, ainsi que les mesures de leurs angles.

Les supports de travail

Les documents, le matériel de géométrie.

Doc. 1 Les balises

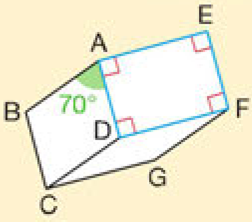
Dimensions de la plaque rectangulaire :
- hauteur : 1 000 mm
- largeur : 250 mm

Les côtés les plus longs de la plaque sont partagés en 4 segments de même longueur.

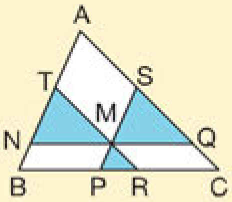
Doc. 2 Un agrandissement

Calcul mental et réfléchi

81 ABCD est un losange et AEFD est un rectangle. Calculer mentalement la mesure de l'angle $\widehat{CDF}$.



82 ABC est un triangle de périmètre 14 cm. Les quadrilatères ATMS, BNMP et CRMQ sont des parallélogrammes. Calculer mentalement le périmètre de la figure formée par les trois triangles bleus.



Je m'évalue

Pour ces questions, une seule réponse est exacte.

	a	b	c	En cas d'erreur
83 Un quadrilatère est un parallélogramme lorsque…	deux côtés opposés sont parallèles	deux côtés opposés ont la même longueur	les côtés opposés sont deux à deux parallèles	→ § 1.a. p. 220
84 ABCD est un parallélogramme non rectangle de centre O. Alors…	OA = OC	AC = BD	OA = OB	→ § 1.c. p. 220
85 EFGH est un parallélogramme ni losange ni rectangle. Alors…	EF = FG	EF = GH	EG = FH	→ § 1.c. p. 220
86 Dans un parallélogramme, les angles opposés sont…	complémentaires	supplémentaires	de même mesure	→ § 1.c. p. 220
87 Les diagonales d'un losange non carré…	sont perpendiculaires	ont la même longueur	ne se coupent pas en leur milieu	→ § 2.c. p. 222
88 Un quadrilatère non croisé est un parallélogramme lorsque…	deux côtés opposés sont parallèles	les côtés opposés ont deux à deux la même longueur	deux côtés opposés ont la même longueur	→ § 3.a. p. 224
89 Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de la même longueur est toujours…	un carré	un losange	un rectangle	→ § 3.b. p. 224
90 Un parallélogramme qui a un angle droit est toujours…	un carré	un losange	un rectangle	→ § 3.b. p. 224

Pour ces questions, plusieurs réponses sont exactes.

	a	b	c	En cas d'erreur
91 ABCD est un parallélogramme tel que AB = 5 cm et $\widehat{ABC} = 80°$. Alors…	CD = 5 cm	$\widehat{ADC} = 80°$	$\widehat{BAD} = 100°$	→ § 1.c. p. 220
92 Les diagonales sont des axes de symétrie d'un…	carré	rectangle non carré	losange	→ § 2.b. p. 222
93 Les diagonales d'un rectangle non carré …	sont perpendiculaires	se coupent en leur milieu	ont la même longueur	→ § 2.c. p. 222
94 Les diagonales d'un carré …	sont perpendiculaires	se coupent en leur milieu	ont la même longueur	→ § 2.c. p. 222

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▸ p. 291

Avec un logiciel

95 Triangle et symétrie centrale

1 Réaliser une figure

a. Créer un triangle ABC (utiliser Polygone).

b. Créer le symétrique de ce triangle par rapport au point B (utiliser Symétrie centrale), noter A' le symétrique de A et C' celui de C.

c. Tracer le polygone ACA'C'.

Quelle est la nature de ce quadrilatère ? Expliquer.

2 Conjecturer

Modifier le triangle ABC afin que le quadrilatère ACA'C' soit un rectangle.

Quelle semble être la nature du triangle ABC dans ce cas ?

3 Une preuve

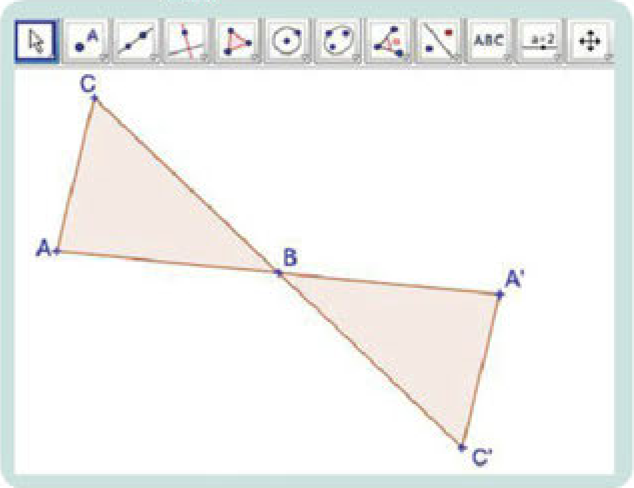
Prouver cette conjecture.

4 Pour aller plus loin

Comment choisir le triangle ABC pour que le quadrilatère ACA'C' soit :

a. un losange ?

b. un carré ?



96 Parallélogramme et côtés

On se propose de construire un parallélogramme dont deux côtés consécutifs ont pour longueurs 5 cm et 3 cm en formant un angle de mesure 130°.

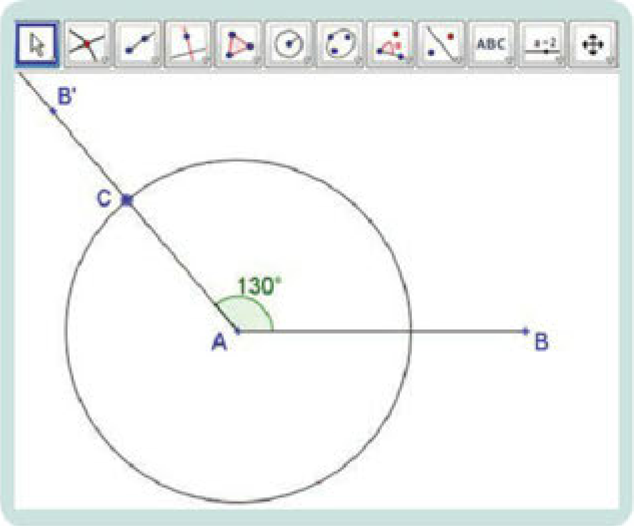
a. Créer un segment [AB] de longueur 5 cm (utiliser Segment de longueur donnée).

b. Créer un angle $\widehat{BAB'}$ de mesure 130° (utiliser Angle de mesure donnée).

c. Créer la demi-droite [AB'), puis le cercle de centre A et de rayon 3 cm (utiliser Cercle (centre-rayon)).

d. Créer le point d'intersection C de ce cercle et de la demi-droite [AB').

e. Construire le point D tel que ABDC soit un parallélogramme.



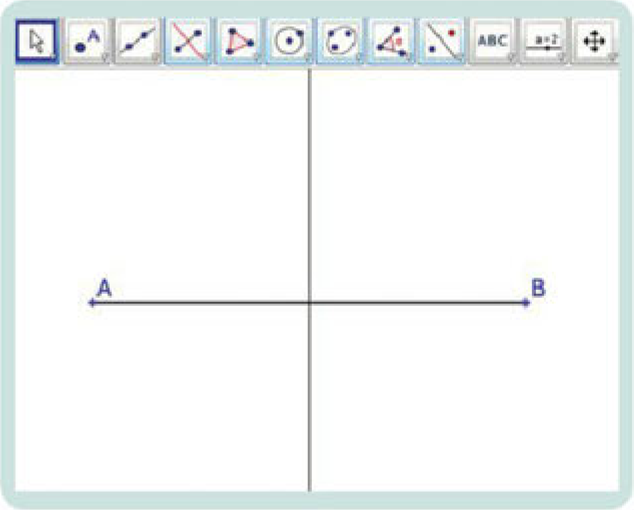
97 Losange et diagonales

On se propose de construire un losange dont les diagonales ont pour longueurs 10 cm et 6 cm.

a. Créer un segment [AB] de longueur 10 cm.

b. Créer la médiatrice de ce segment (utiliser Médiatrice).

c. Terminer la construction d'un losange répondant aux contraintes initiales.



S'initier au raisonnement

98 Enchaîner les déductions (1)

a. Compléter les phrases suivantes :

- Si un quadrilatère a ses côtés deux à deux parallèles, alors c'est un …
- ❶ Si, de plus, il a un angle droit, alors c'est un …
- ❷ Si, de plus, il a deux côtés consécutifs de la même longueur, alors c'est un …

b. Reprendre en permutant les phrases ❶ et ❷. Le dernier mot trouvé est-il le même que précédemment ?

99 Enchaîner les déductions (2)

a. Recopier et compléter les phrases suivantes :

- Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un …
- ❶ Si, de plus, ses diagonales ont la même longueur, alors c'est un …
- ❷ Si, de plus, ses diagonales sont perpendiculaires, alors c'est un …

b. Reprendre en permutant les phrases ❶ et ❷. Le dernier mot trouvé est-il le même que précédemment ?

100 Prouver qu'une affirmation est fausse

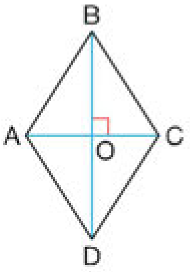
Pour chacune des affirmations suivantes, dessiner un contre-exemple afin de montrer qu'elles sont fausses.

a. Un quadrilatère qui a des diagonales perpendiculaires possède un centre de symétrie.

b. Un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et sont de la même longueur est un carré.

c. Un quadrilatère qui a deux côtés consécutifs de la même longueur est un losange.

101 Prouver une propriété



ABCD est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires en O.

On se propose de prouver que ABCD est un losange.

a. Pourquoi peut-on affirmer que O est le milieu de [AC] et de [BD] ?

b. Que peut-on dire alors de la droite (BD) pour le segment [AC] ?

c. Quelle propriété permet alors d'en déduire que BA = BC et DA = DC ?

d. De façon analogue, expliquer pourquoi AB = AD et CB = CD.

e. En déduire que ABCD est un losange.

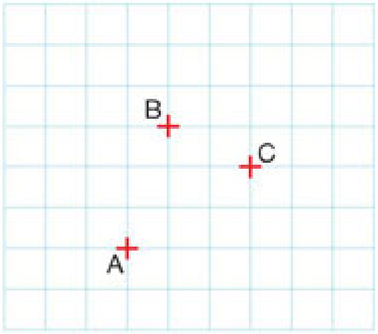
Nos conseils

b. La droite (BD) est perpendiculaire au segment [AC] en son milieu, donc (BD) est la …

Pour chercher

102 Envisager tous les cas

Reproduire sur papier quadrillé la figure suivante sur laquelle figurent trois points qui sont trois sommets d'un parallélogramme.

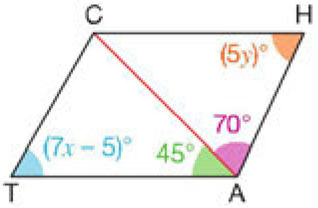


Placer un 4^{e} point pour obtenir un parallélogramme et le nommer. Envisager tous les cas.

103 Trouver des inconnues

CHAT est le parallélogramme ci-dessous.

Déterminer les nombres entiers non nuls x et y.

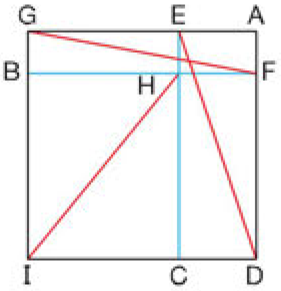


104 Observer

Cette figure est composée uniquement de rectangles.

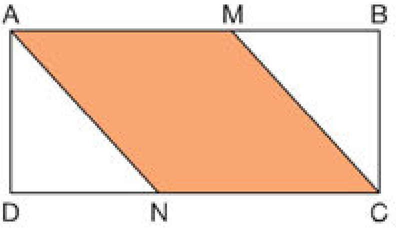
On sait que GF = IH = ED.

Pourquoi le triangle ABC est-il équilatéral ?



105 Utiliser des éléments non dessinés

Le rectangle ABCD contient un parallélogramme AMCN.



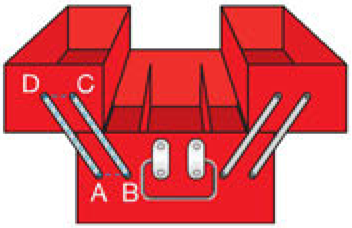
a. Comment doit-on placer M sur le segment [AB] pour que ce parallélogramme soit un losange ?

b. Construire ce losange dans un rectangle de dimensions AB = 9 cm et AD = 4 cm.

J'utilise mes compétences

106 Étudier un mécanisme

Pour cette caisse à outils, les tiges [AD] et [BC] sont parallèles et de même longueur.

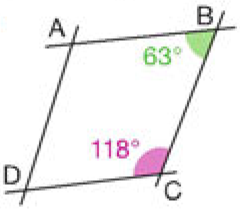


Expliquer, à l'aide du quadrilatère ABCD pourquoi les tiroirs restent toujours horizontaux à condition que la boîte soit posée sur un plan horizontal.

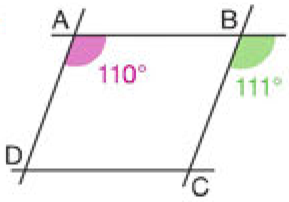
107 Raisonner avec un seul argument

Dans chaque cas, expliquer pourquoi le quadrilatère ABCD n'est pas un parallélogramme en utilisant un raisonnement sur le modèle suivant : « Si ABCD était un parallélogramme, on aurait ..., or ... donc ... »

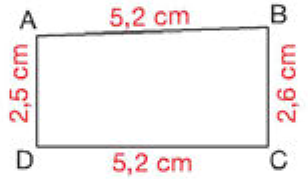
a.



b.

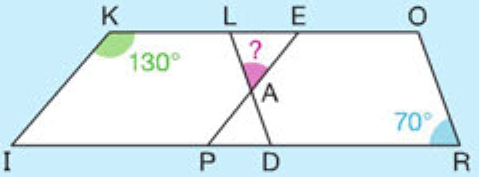


c.



108 Narration de recherche

▸ Problème



Les quadrilatères KEPI et LORD sont deux parallélogrammes. Les côtés [LD] et [EP] se coupent en A. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{LAE}$.

Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

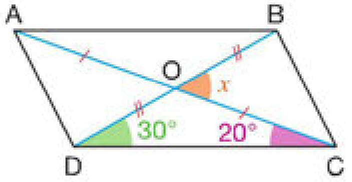
109 Rédiger un programme de construction

Construire et rédiger un programme de construction d'un parallélogramme ABCD tel que :

AD = 5 cm, AC = 6 cm et $\widehat{ACB} = 50°$.

110 Communiquer en anglais

The points A, O, C are collinear, as are the points B, O, D.



First, prove that ABCD is a parallelogram and then determine the value of x.

111 Travailler en groupe

Il faut deux dés de couleurs différentes (couleur 1 et couleur 2).

Chaque élève lance à son tour les deux dés, il obtient deux nombres qui correspondent à deux propriétés du tableau ci-dessous.

Dé de couleur 1		Dé de couleur 2	
1	diagonales de même milieu	1	côtés deux à deux parallèles
2	diagonales perpendiculaires	2	diagonales perpendiculaires
3	diagonales de même longueur	3	diagonales de même longueur
4	deux côtés consécutifs perpendiculaires	4	deux côtés consécutifs perpendiculaires
5	deux côtés consécutifs de la même longueur	5	deux côtés consécutifs de la même longueur
6	deux côtés parallèles et de même longueur	6	deux angles consécutifs supplémentaires

L'élève complète alors une phrase du type :
« Mon quadrilatère a **...** et **...** donc c'est **...** » avec les deux propriétés tirées au sort.

Selon les propriétés, s'il peut dire :

- parallélogramme, il gagne 1 point ;
- rectangle, il gagne 5 points ;
- losange, il gagne 5 points ;
- carré, il gagne 8 points.

En cas d'erreur, il perd 3 points.

Lorsque le jeu s'arrête, tous les élèves doivent avoir joué le même nombre de fois.

Gagne celui qui a le plus grand nombre de points.

112 Chercher un intermédiaire

ABCD est un rectangle et BDEF est un parallélogramme.

a. Tracer une figure

b. Démontrer que AC = FE.

113 Problème ouvert

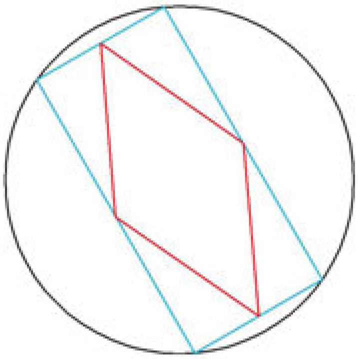
E et F sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [CD] d'un parallélogramme ABCD.

Démontrer que les segments [AF] et [EC] coupent la diagonale [BD] en trois segments de même longueur.

114 Reproduire une figure

Construire un rectangle et un losange semblables à ceux ci-dessous à partir d'un cercle de rayon 5 cm.

Quel est le périmètre de ce losange ?



115 Analyser pour reproduire

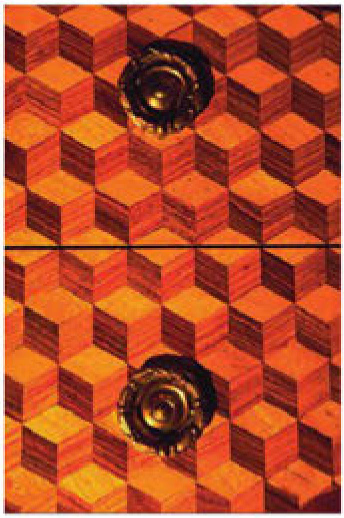
Math & Arts

La marqueterie est un assemblage de pièces découpées dans des essences de bois différentes.

Ci-contre, on peut observer un exemple de marqueterie à cubes d'un meuble d'angle.

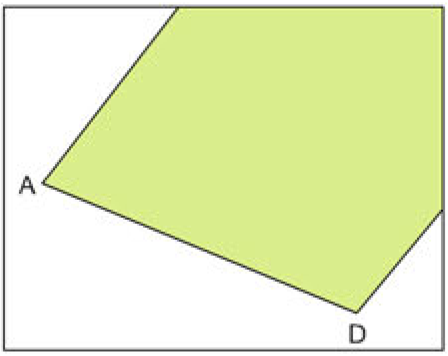
Quelle est la forme des pièces assemblées ?

Construire un assemblage de 12 de ces pièces.



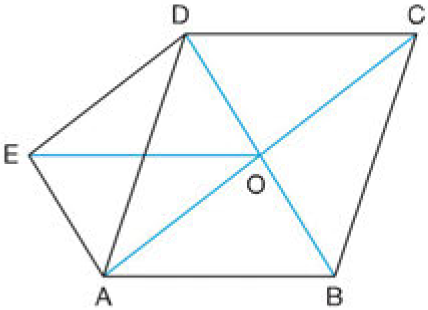
116 Imaginer une stratégie

Ce losange est en partie en dehors de la feuille.



Comment peut-on faire pour trouver malgré tout son centre, sans utiliser l'extérieur du cadre ?

117 Prendre des initiatives



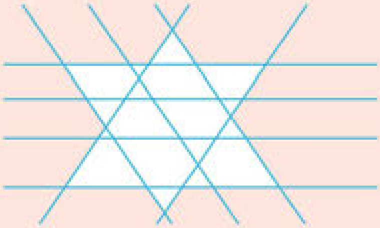
ABCD et ABOE sont des parallélogrammes.

Démontrer que le quadrilatère EAOD est aussi un parallélogramme.

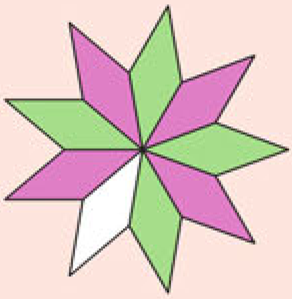
Jeux & Casse-tête

118 Dénombrer

Combien de parallélogrammes peut-on voir ?
(les droites qui semblent parallèles le sont !)



119 Faire des étoiles



Oscar a essayé d'assembler des losanges de deux couleurs différentes pour former une étoile, mais il s'aperçoit qu'il ne peut y parvenir. Deux losanges de la même couleur seraient côte à côte.

Il dispose de collections de losanges superposables dont les mesures des angles sont des nombres entiers et ne veut pas en utiliser plus de 12 pour former une étoile. Peut-il y arriver ? Si oui, donner toutes les solutions.

Réaliser une de ces étoiles avec les instruments de géométrie ou avec un logiciel de géométrie.

SOCLE Compétences : **120** C1-C2-C3 **121** C1-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

120 Le tapis

La situation-problème

Clémentine veut réaliser un tapis.
L'aider à calculer le prix de revient de son tapis et aussi à réaliser une maquette de son motif en prenant 1 cm pour 10 cm.

Les supports de travail

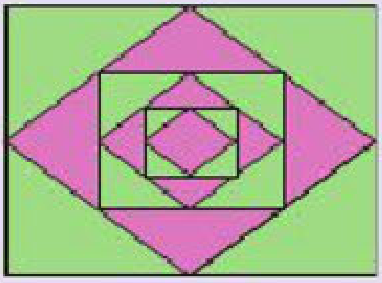
Les documents, la calculatrice, un logiciel de géométrie.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 Informations sur le tapis

Chaque tapis rectangulaire mesure 110 cm sur 80 cm.

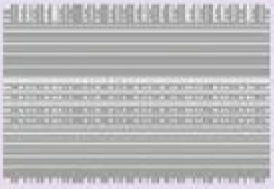
Les sommets d'un quadrilatère sont les milieux des côtés du quadrilatère immédiatement plus grand.



Doc. 2 Le matériel

Un fagot de laine coûte 2,50 € et permet de couvrir un carré de 10 cm de côté.

Un crochet pour nouer les brins de laine du fagot sur le tapis coûte 1,95 €.



Le canevas coûte 8,95 € le mètre en 80 cm de large.

121 Le rectangle en pratique

La situation-problème

Pierre décide d'installer une piscine dans son jardin. Il doit creuser un trou afin d'y installer une coque rectangulaire. Il veut placer sur le sol des cordes pour délimiter un rectangle aux bonnes dimensions.

Doc. 1 Dimensions de la coque rectangulaire de la piscine

Intérieur	Extérieur
Longueur : 7,05 m Largeur : 3,50 m Profondeur : 1,46 m	Longueur : 7,10 m Largeur : 3,70 m Profondeur : 1,60 m

Doc. 2 Les cordes et les outils

- Dimensions des cordes

Diamètre	Longueur
10 mm	10 m
10 mm	5 m
8 mm	20 m
9,8 mm	80 m

- Les outils : Pierre dispose d'un décamètre et de piquets.

Dessiner un plan de ce rectangle en prenant 1 cm pour 1 m, puis expliquer comment Pierre peut délimiter ce rectangle avec des cordes.

Les supports de travail

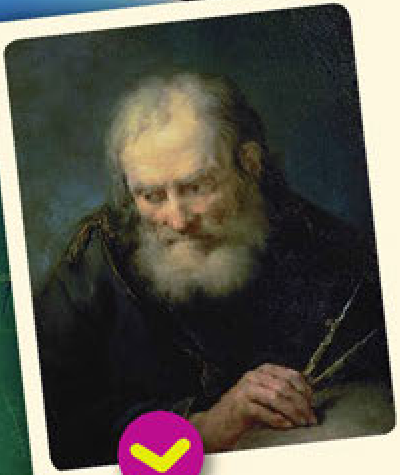
Les documents, la calculatrice, les instruments de géométrie.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

CHAPITRE 13

Aires

En Amérique du Sud, la forêt amazonienne recouvre 5,5 millions de km^2.
En 10 ans, cette forêt a perdu près de 50 millions d'hectares.



Au fil des siècles

Archimède (III^e siècle av. J.-C.) est le premier à affirmer : « L'aire d'un disque est égale à celle d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit ont pour longueurs : le rayon et le périmètre du disque ».

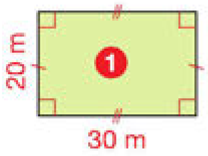
→ Retrouver ainsi la formule de l'aire d'un disque de rayon R.

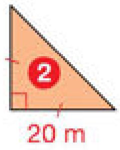
Les capacités du programme	SOCLE 5^e	Choix d'exercices
• Calculer l'aire d'un parallélogramme.		6-14
• Calculer l'aire d'un triangle connaissant un côté et la hauteur associée.	✓	10-23
• Calculer l'aire d'un disque.	✓	12-35
• Calculer l'aire d'une surface plane par décomposition en surfaces d'aires facilement calculables.	✓	2-39

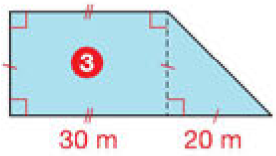
Je découvre

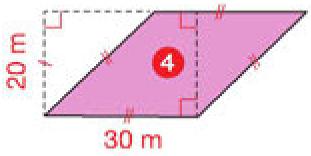
ACTIVITÉ 1 Retrouver des figures usuelles

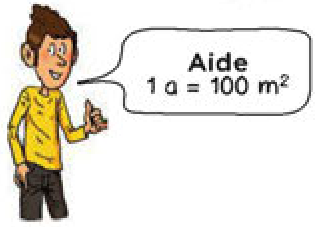
a. Calculer l'aire de chacun des terrains colorés représentés ci-dessous.











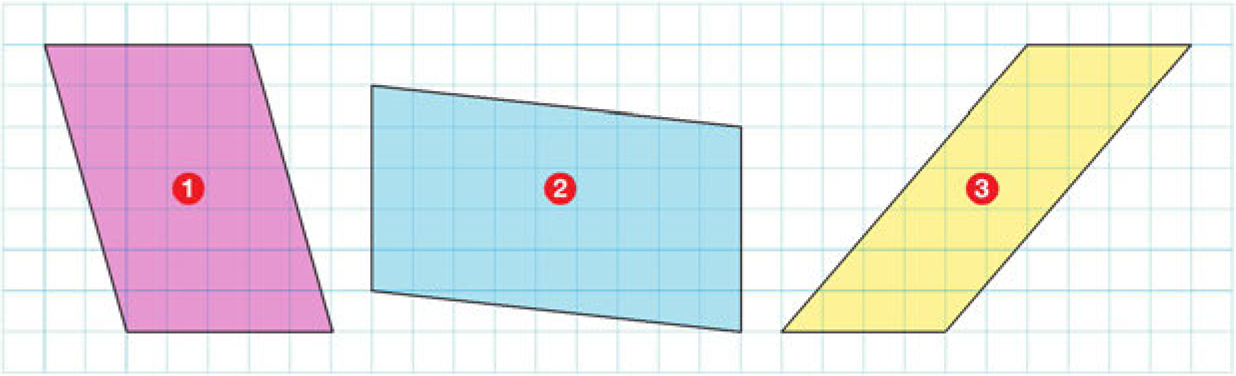
b. Ces terrains sont à vendre.
Calculer le prix de chacun d'eux.

ACTIVITÉ 2 Avec un quadrillage

L'unité de longueur est le côté d'un carreau et l'unité d'aire est le carreau.

a. Reproduire chaque parallélogramme et le découper en deux morceaux de façon à obtenir un rectangle en les recollant.

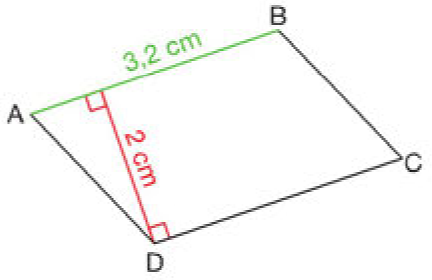
b. Déterminer alors l'aire de chaque parallélogramme.

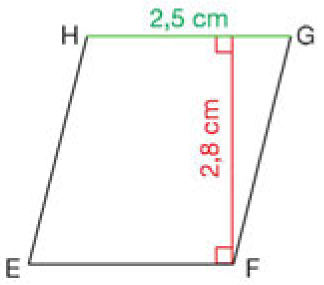


ACTIVITÉ 3 Aire d'un parallélogramme

1. a. Sur un calque ou une photocopie de chaque parallélogramme, tracer un rectangle de même aire que le parallélogramme.

b. Calculer alors l'aire de chacun de ces parallélogrammes.



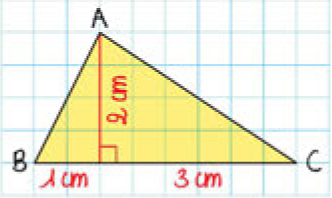


2. Recopier et compléter : « Pour calculer l'aire d'un parallélogramme, on multiplie **...** ».

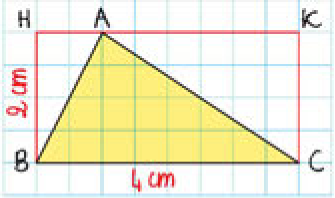
ACTIVITÉ 4 Aire d'un triangle

1. Trois élèves expliquent leurs procédés pour calculer l'aire d'un même triangle ABC.

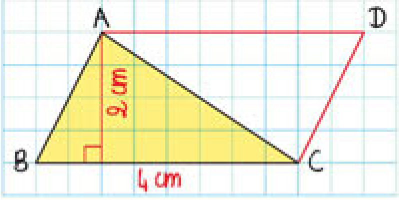
Ariane : « J'utilise les aires de deux triangles rectangles ».



Blaise : « J'utilise l'aire d'un rectangle ».



Carine : « J'utilise l'aire d'un parallélogramme ».



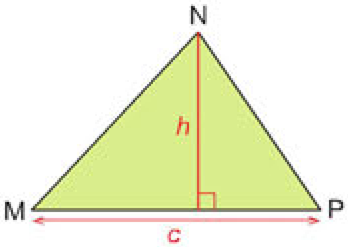
a. Chaque groupe utilise l'une de ces méthodes pour calculer l'aire du triangle ABC, en détaillant les calculs.

b. Chaque méthode est exposée au tableau par un rapporteur.

2. a. Tracer un tel triangle MNP. Construire le symétrique O de M par rapport au milieu du segment [NP].

b. Quelle propriété de la symétrie permet d'affirmer que les triangles MNP et NOP ont la même aire ?

c. Expliquer pourquoi l'aire du triangle MNP est $\frac{c \times h}{2}$.

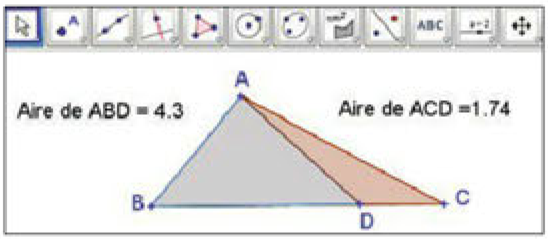


ACTIVITÉ 5 Partage équitable

a. Avec un logiciel de géométrie :

- créer un triangle ABC,
- créer un point D qui appartient à [BC],
- créer les triangles ABD et ACD, puis afficher leurs aires,
- déplacer le point D et conjecturer sa position pour que les aires des triangles ABD et ACD soient égales.

b. Démontrer cette conjecture.


Aire de ABD = 4.3
Aire de ACD =1.74

ACTIVITÉ 6 Aire d'un disque

André Agassi et Roger Federer ont disputé un match de tennis sur l'héliport de l'hôtel Burj Al Arab à Dubaï.

Cet héliport a un diamètre de 24 m.

Calculer son aire en m^2.

Donner la valeur approchée par défaut à l'unité près avec la calculatrice.

J'apprends

1 Formulaire

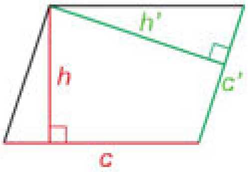
a Aire d'un parallélogramme

PROPRIÉTÉ L'aire d'un parallélogramme est égale au **produit** de la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté.

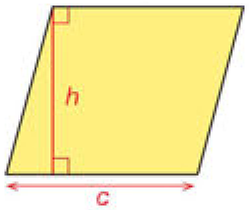
Les longueurs c et h doivent être exprimées dans la même unité.

Remarque. Avec les notations ci-contre, l'aire $\mathcal{A}$ de ce parallélogramme est donnée par :

$$\mathcal{A} = c \times h \quad \text{ou} \quad \mathcal{A} = c' \times h'$$



Parallélogramme



Aire : $\mathcal{A} = c \times h$

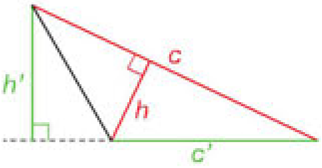
b Aire d'un triangle

PROPRIÉTÉ L'aire d'un triangle est égale à **la moitié du produit** de la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté.

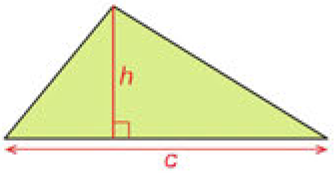
Les longueurs c et h doivent être exprimées dans la même unité.

Remarque. Avec les notations ci-contre, l'aire $\mathcal{A}$ de ce triangle est donnée par :

$$\mathcal{A} = \frac{c \times h}{2} \quad \text{ou} \quad \mathcal{A} = \frac{c' \times h'}{2}$$



Triangle

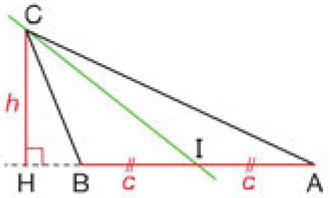


Aire : $\mathcal{A} = c \times h : 2$

$$\mathcal{A} = \frac{c \times h}{2}$$

PROPRIÉTÉ Chaque **médiane** d'un triangle le partage en deux triangles de **même aire**.

EXEMPLE I est le milieu du côté [AB] du triangle ABC ci-contre.
La droite (CI) est la médiane issue du sommet C.
Les triangles ACI et BCI ont donc la même aire.
[CH] est la hauteur relative au côté [AI] de ACI et au côté [BI] de BCI, donc l'aire de chacun de ces deux triangles est $\frac{c \times h}{2}$.

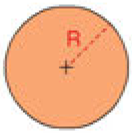


c Aire d'un disque

PROPRIÉTÉ L'aire d'un disque est égale au **produit** du nombre π par le carré de son rayon.

EXEMPLE L'aire d'un disque de rayon 3 cm est :
$\mathcal{A} = \pi \times 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$, c'est-à-dire $\mathcal{A} = 9\pi \text{ cm}^2$.
Avec la touche π de la calculatrice, on obtient :
$\mathcal{A} \approx 28{,}27 \text{ cm}^2$
(valeur approchée par défaut au centième près).

Disque



Aire : $\mathcal{A} = \pi \times R \times R$

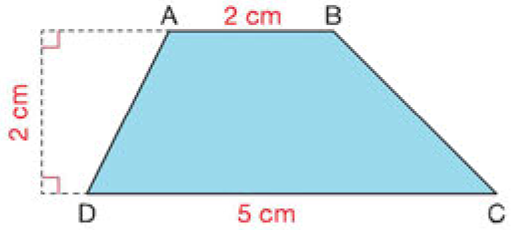
$\mathcal{A} = \pi \times R^2$

On dit que R^2 est « le carré » du rayon R.

Exercice résolu Utiliser les formules d'aire

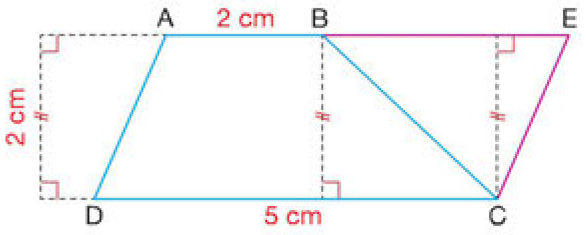
1 Énoncé

ABCD est le trapèze ci-contre où les côtés [AB] et [CD] sont parallèles.
Calculer l'aire de ce trapèze.



Solution

On construit le point E tel que AECD soit un parallélogramme.



- Aire $\mathcal{A}_1$ du parallélogramme AECD.

La hauteur relative au côté [CD] de ce parallélogramme est 2 cm.
Donc :

$$\mathcal{A}_1 = \text{CD} \times 2 \text{ cm} = 5 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 10 \text{ cm}^2.$$

- Aire $\mathcal{A}_2$ du triangle BCE.

La hauteur relative au côté [BE] de ce triangle est 2 cm.
Or, BE = AE – AB = 5 cm – 2 cm = 3 cm.

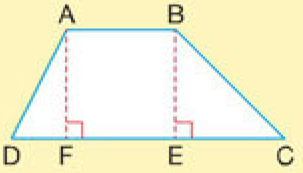
Donc $\mathcal{A}_2 = \dfrac{3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}}{2} = 3 \text{ cm}^2$.

- Aire $\mathcal{A}$ du trapèze ABCD.

$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 - \mathcal{A}_2 = 10 \text{ cm}^2 - 3 \text{ cm}^2 = 7 \text{ cm}^2$.
Donc le trapèze ABCD a pour aire 7 cm².

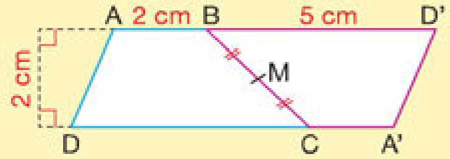
Nos conseils

• On peut aussi penser à décomposer le trapèze ABCD en un rectangle et deux triangles rectangles.



Cette idée ne convient pas ici car on ne connaît pas les longueurs DF et EC.

• On peut aussi penser à compléter la figure par le symétrique de ABCD par rapport au milieu M de [BC].

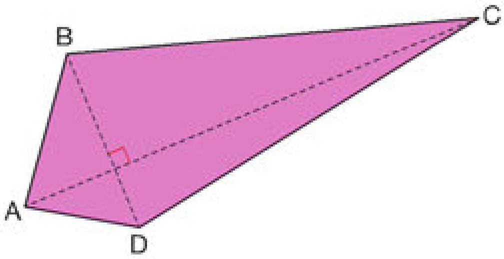


Aire de AD'A'D : 2 cm × 7 cm = 14 cm².

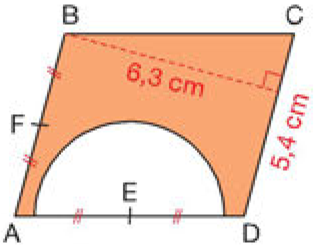
Aire de ABCD : 14 cm² : 2 = 7 cm².

Exercices d'application

2 ABCD est le quadrilatère ci-dessous.
AC = 6 cm et BD = 2,3 cm.
Calculer l'aire de ce quadrilatère.



3 ABCD est un parallélogramme.
E et F sont les milieux respectifs des côtés [AD] et [AB].
Le demi-disque a pour centre E et rayon AF.
Calculer l'aire en cm² de la surface colorée.
Donner la valeur approchée par excès au centième près.

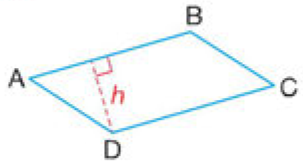


Je m'entraîne À L'ORAL

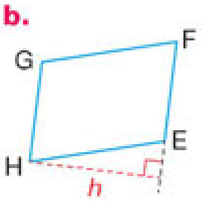
Aire d'un parallélogramme

4 Pour chaque parallélogramme, citer un côté auquel la hauteur *h* est relative.

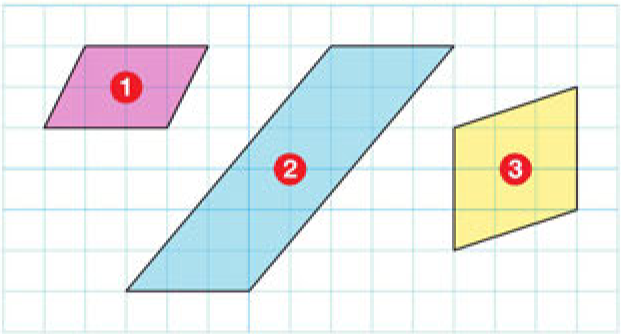
a.



b.

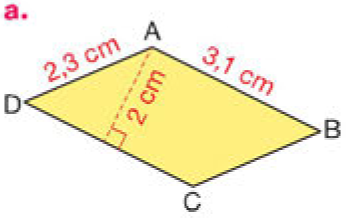


5 **CALCUL MENTAL** L'unité de longueur est le côté du carreau et l'unité d'aire est le carreau.
Calculer mentalement l'aire de chaque parallélogramme.

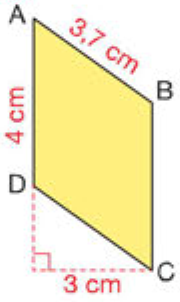


6 **CALCUL MENTAL** Dans chaque cas, calculer mentalement l'aire du parallélogramme.

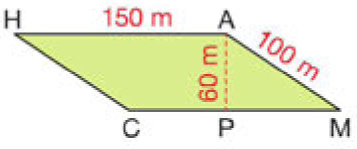
a.



b.



7 **CALCUL MENTAL** CHAM représente un champ de M. Pré. Ce champ a la forme d'un parallélogramme. Déterminer mentalement si M. Pré à raison.

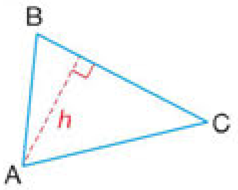


M. Pré

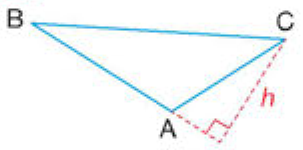
Aire d'un triangle

8 Pour chaque triangle, citer le côté auquel la hauteur *h* est relative.

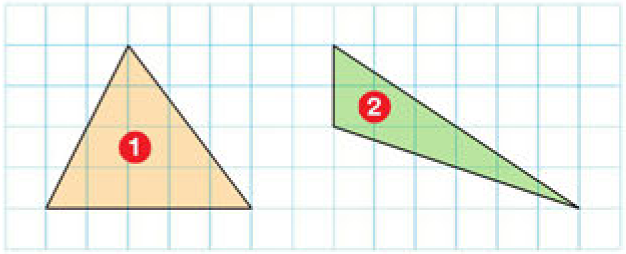
a.



b.

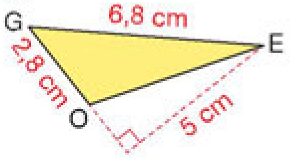


9 **CALCUL MENTAL** L'unité de longueur est le côté du carreau et l'unité d'aire est le carreau.
Calculer mentalement l'aire de chaque triangle.

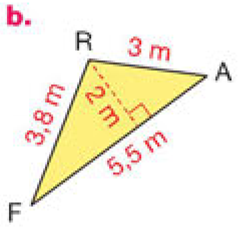


10 **CALCUL MENTAL** Dans chaque cas, calculer mentalement l'aire du triangle.

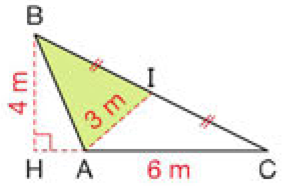
a.



b.



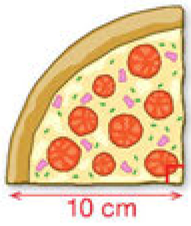
11 **CALCUL MENTAL**
Calculer mentalement l'aire du triangle ABI.



Aire d'un disque

12 Donner la valeur exacte de l'aire d'un disque :
a. de rayon 5 cm ; **b.** de diamètre 6 hm.

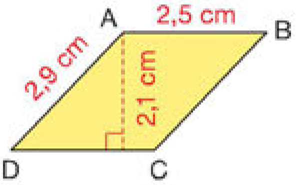
13 Une pizza circulaire a un rayon de 10 cm.
Calculer la valeur exacte de l'aire de la part ci-contre.



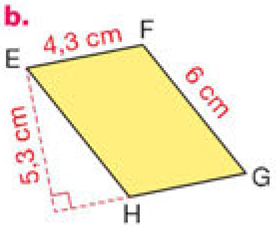
Aire d'un parallélogramme

14 Calculer l'aire et le périmètre de chaque parallélogramme représenté.

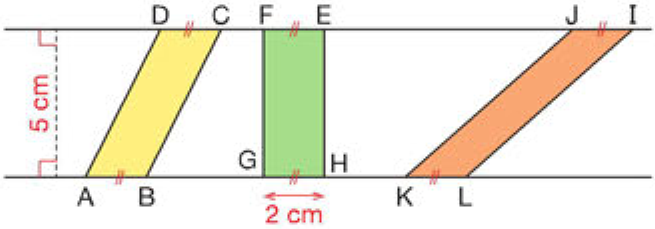
a.



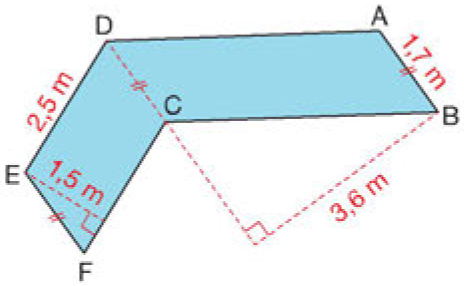
b.



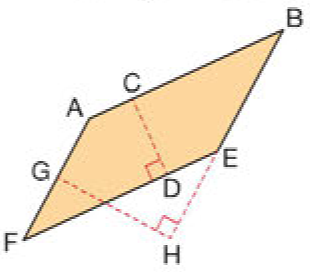
15 Comparer les aires des trois parallélogrammes représentés ci-dessous.



16 Dans un jardin, un bassin d'agrément a la forme indiquée ci-dessous, où ABCD et CDEF sont deux parallélogrammes.
Calculer l'aire de ce bassin.



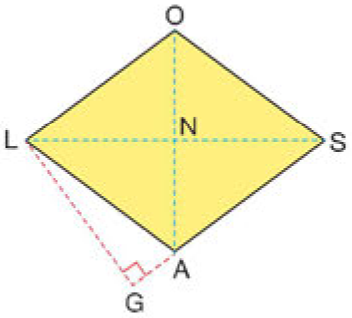
17 ABEF est un parallélogramme tel que :
AB = 7,5 cm ; BE = 5 cm ; CD = 3 cm ; GH = 4,5 cm.



Calculer son aire de deux façons différentes.

18 **a.** Construire un triangle ABC rectangle en B tel que AB = 3 cm et BC = 2 cm.
b. Placer le point D de la demi-droite [BC) tel que BD = 5 cm. Construire le point E tel que ACDE soit un parallélogramme.
c. Calculer l'aire du parallélogramme ACDE.

19 LOSA est le losange représenté ci-dessous.
OA = 9 cm ; LS = 12 cm ; OS = 7,5 cm ; LG = 7,2 cm.

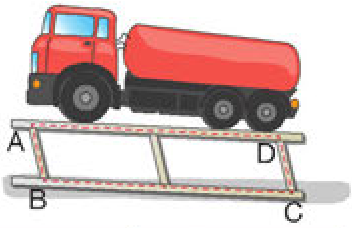


Calculer son aire de deux façons différentes.

20 Construire un parallélogramme BCDE d'aire 12 cm² et dont un côté mesure 4 cm.

21 Construire un parallélogramme DFGH d'aire 10 cm² et dont une hauteur mesure 4 cm.

22 Un pont élévateur pour camions a la forme d'un parallélogramme ABCD.
Voici quelques informations sur ce pont.



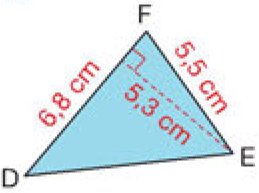
Longueur AD	Hauteur minimale	Hauteur maximale
7 m	310 mm	1 850 mm

Angel affirme : « De la hauteur minimale à la hauteur maximale, ce parallélogramme multiplie son aire par 6 ». A-t-il raison ?

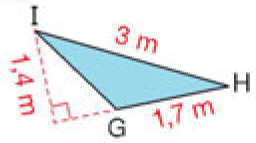
Aire d'un triangle

23 Dans chaque cas, calculer l'aire du triangle.

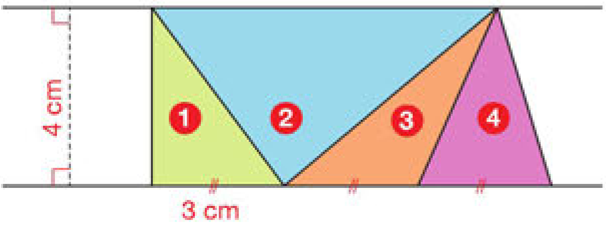
a.



b.

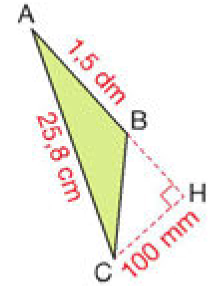


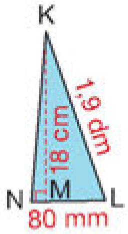
24 Comparer les aires des triangles ❶, ❷, ❸ et ❹.

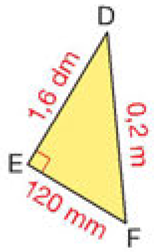


Je m'entraîne

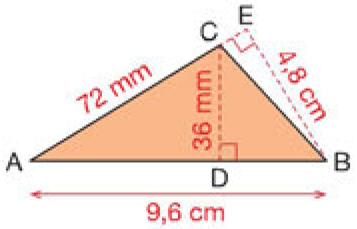
25 Calculer les aires de ces triangles, puis ranger ces aires par ordre croissant.





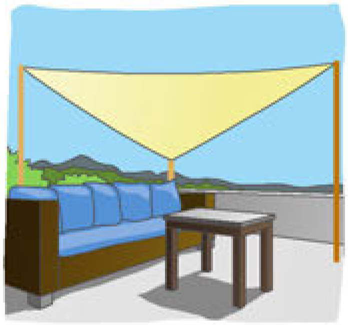


26 Calculer l'aire du triangle ABC de deux façons différentes.



27 Les boucles d'oreille de Juliette sont constituées de triangles équilatéraux de côté 22 mm et de hauteur 1,9 cm.
Calculer en cm^2, la surface de métal qui a été utilisée pour la fabrication de la paire.

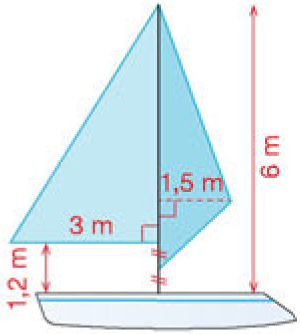
28 Pour abriter sa terrasse, Pierre a le choix entre deux modèles de voiles.
Le modèle A a la forme d'un triangle isocèle de base 5 m et de hauteur relative 3,44 m.
Le modèle B a la forme d'un triangle rectangle isocèle dont les côtés de l'angle droit mesurent 4,2 m.
Il souhaite acheter le modèle ayant la plus grande superficie. Lequel doit-il choisir ?



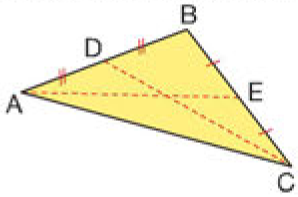
29 Construire deux triangles non superposables ayant chacun une aire égale à 20 cm^2 et un côté de 8 cm.

30 **a.** Construire un triangle ISO isocèle en I d'aire 12 cm^2 et tel que SO = 6 cm.
b. Placer le milieu M du côté [IO] et calculer l'aire du triangle SOM.

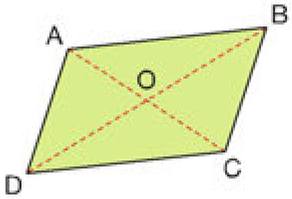
31 Calculer l'aire de chacune des deux voiles de ce bateau.



32 L'aire du triangle ABC représenté ci-dessous est égale à 2,4 cm^2.
Calculer l'aire du triangle ADC et celle du triangle ABE.



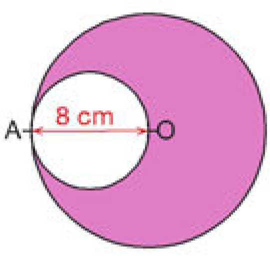
33 ABCD est un parallélogramme de centre O et d'aire 3,8 cm^2.
Dans chaque cas, calculer l'aire du triangle et expliquer :
a. ABC **b.** ABO
c. ABD **d.** AOD



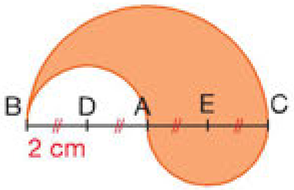
Aire d'un disque

34 Calculer la valeur exacte en cm^2 et donner la valeur approchée par défaut au centième près de l'aire d'un disque :
a. de rayon 2,8 cm ; **b.** de diamètre 46 mm.

35 [OA] est un rayon du grand disque et un diamètre du petit disque.
Calculer l'aire en cm^2 de la surface colorée.
Donner la valeur approchée par excès au centième près.



36 Cette figure est formée de trois demi-disques de centres A, D et E.

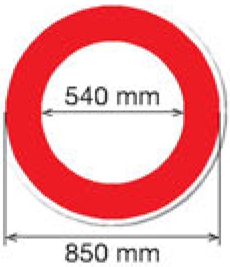


Calculer l'aire en cm^2 de la surface colorée.
Donner la valeur approchée par excès au centième près.

37 Une antenne-relais de téléphonie mobile émet sur 120° dans un rayon de 30 km maximum.

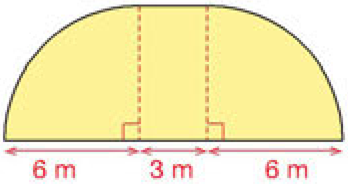
Calculer l'aire en km^2 de la surface maximale couverte par cette antenne.
Donner la valeur approchée par défaut à l'unité près.

38 Ce panneau indique que la circulation est interdite à tout véhicule dans les deux sens.
Calculer l'aire en cm^2 de la surface rouge.
Donner la valeur approchée par défaut à l'unité près.



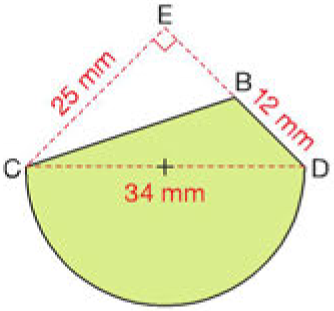
Aire d'une surface plane

39 Au handball, la « surface de but » est constituée de deux quarts de disque et d'un rectangle.

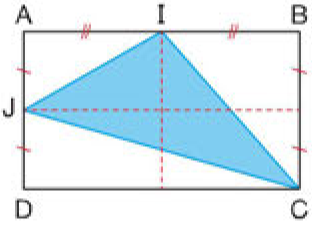


Calculer l'aire en m^2 de cette « surface de but ».
Donner la valeur approchée par défaut au centième près.

40 Calculer l'aire en cm^2 de la surface colorée.
Donner la valeur approchée par excès au centième près.

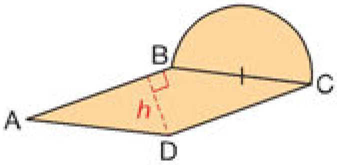


41 ABCD est un rectangle de dimensions 36 cm et 20 cm.



Calculer l'aire du triangle CIJ.

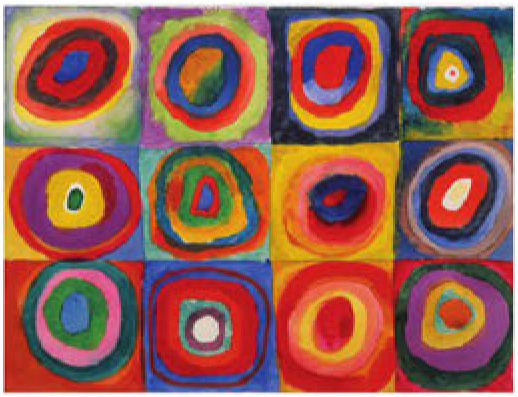
42 ABCD est un parallélogramme.
[BC] est le diamètre du demi-disque ci-contre.
BC = 2,8 cm ; CD = 3 cm ;
h = 1,2 cm.



Calculer l'aire en cm^2 de la surface colorée.
Donner la valeur approchée par excès au centième près.

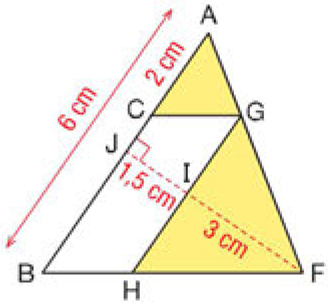
43 **Tracer des cercles**

Carrés avec cercles concentriques est une huile sur toile de 23,9 cm sur 31,6 cm réalisée en 1913 par le peintre russe Wassily Kandinsky (1866-1944).

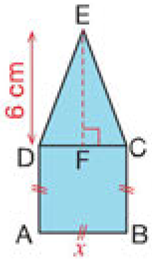


a. Dans un carré de côté 8 cm, tracer un cercle de plus grand diamètre possible. Préciser son centre O et son rayon.
b. Tracer plusieurs cercles concentriques de centre O tous entièrement à l'intérieur du carré et colorer les différentes couronnes obtenues.
c. Calculer l'aire en cm^2 de la partie du carré non colorée.
Donner la valeur approchée par excès à l'unité près.

44 Sur la figure représentée ci-contre : C, G et H appartiennent aux côtés du triangle ABF ; CGHB est un parallélogramme ; F, I et J sont alignés.
Calculer de deux façons différentes la somme des aires des triangles ACG et FGH.

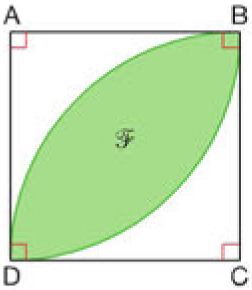


45 ABCD est un carré de côté variable de longueur x en cm.
a. Exprimer en fonction de x l'aire de la figure colorée.
b. Calculer cette aire pour :
- $x = 3$
- $x = 7$

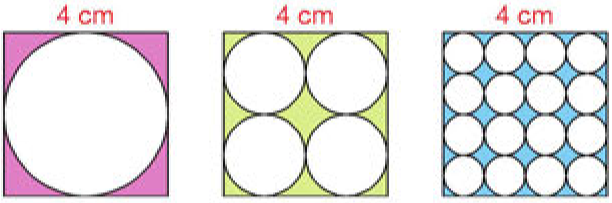


Je m'entraîne

46 ABCD est un carré de 3 cm de côté. La figure $\mathcal{F}$ colorée en vert est délimitée par un arc de cercle de centre A et un arc de cercle de centre C de rayon 3 cm.
Calculer l'aire en cm² de la figure $\mathcal{F}$.
Donner la valeur approchée par excès au centième près.

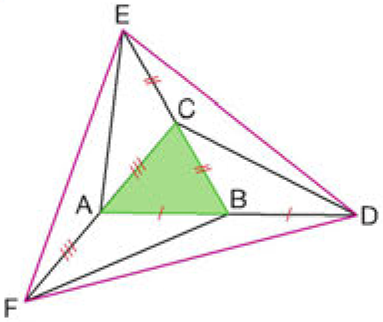


47 Sur les figures ci-dessous, des cercles sont inscrits dans un carré de côté 4 cm.
Jean-Lou affirme : « C'est la surface rose qui a la plus grande aire ».
A-t-il raison ? Expliquer.



48 Vrai ou faux ?

Zoé affirme :
« L'aire du triangle DEF est 7 fois plus grande que l'aire du triangle ABC ».



Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?
Expliquer.

Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

49 Une place triangulaire

La situation-problème

La place Duroc à Pont-à-Mousson (Meurthe-et-Moselle) est une place triangulaire.
C'est la seule place triangulaire d'Europe entourée d'arcades et de bâtiments datant du XVIe au XVIIIe siècle.
Estimer la superficie de cette place délimitée en rouge sur le document.

Les supports de travail

Le document, la règle graduée, la calculatrice.

Doc. Une photo de la place (*Source : Géoportail*)

Calcul mental et réfléchi

50 $\mathcal{A}$ est l'aire d'un parallélogramme dans lequel h est la hauteur relative à un côté de longueur c.
Recopier et compléter le tableau sans poser l'opération et sans calculatrice.

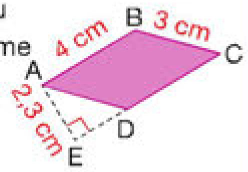
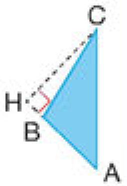
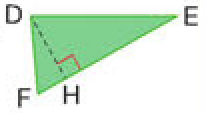
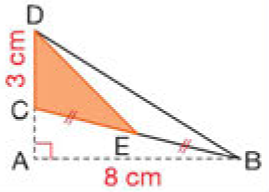
c	5 cm		90 dm	4,5 m
h	3 cm	40 mm		
$\mathcal{A}$		28 cm²	126 m²	13,5 m²

51 On note $\mathcal{P}$ et $\mathcal{A}$ les valeurs exactes du périmètre et de l'aire d'un disque de rayon R.
Recopier et compléter le tableau sans poser l'opération et sans calculatrice.

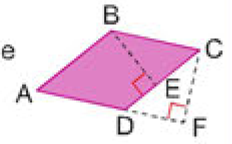
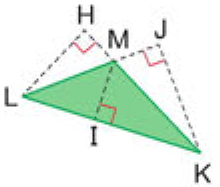
R	8 cm			
$\mathcal{P}$		14 π cm		π cm
$\mathcal{A}$			36 π cm²	

Je m'évalue

Pour ces questions, une seule réponse est exacte.

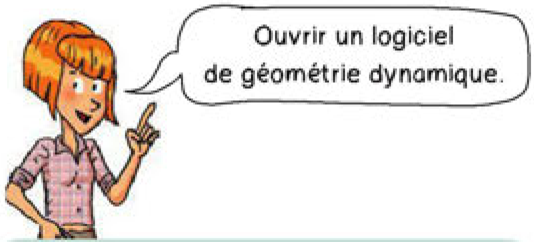
	a	b	c	En cas d'erreur
52 L'aire du parallélogramme ABCD est égale à… 	$12\ \text{cm}^2$	$9{,}2\ \text{cm}^2$	$6{,}9\ \text{cm}^2$	→ § 1.a. p. 240
53 Dans le triangle ABC, CH est la hauteur relative au côté… 	[AB]	[BC]	[AC]	→ § 1.b. p. 240
54 DE = 6 cm, EF = 6,5 cm et DH = 3 cm. L'aire du triangle DEF est égale à… 	$9\ \text{cm}^2$	$97{,}5\ \text{mm}^2$	$9{,}75\ \text{cm}^2$	→ § 1.b. p. 240
55 L'aire du triangle CDE est égale à… 	$12\ \text{cm}^2$	$3\ \text{cm}^2$	$6\ \text{cm}^2$	→ § 1.b. p. 240
56 La valeur exacte, en m^2, de l'aire d'un disque de diamètre 6 m est égale à…	$9\ \pi$	$12\ \pi$	$36\ \pi$	→ § 1.c. p. 240

Pour ces questions, plusieurs réponses sont exactes.

	a	b	c	En cas d'erreur
57 L'aire du parallélogramme ABCD est égale à… 	$AB \times BE$	$BC \times CF$	$AD \times CF$	→ § 1.a. p. 240
58 Un parallélogramme GHIJ a une aire égale à $16\ \text{m}^2$. GH = 5 m et HI = 8 m. Alors …	la hauteur relative à [GH] mesure 3,2 m	la hauteur relative à [IH] mesure 2 m	la hauteur relative à [IJ] mesure 2 m	→ § 1.a. p. 240
59 L'aire du triangle KLM est égale à… 	$\frac{KL \times MI}{2}$	$\frac{LH \times HK}{2}$	$\frac{LM \times JK}{2}$	→ § 1.b. p. 240

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▶ p. 291

Avec un logiciel



60 Comparer des aires de parallélogrammes

1 Réaliser une figure

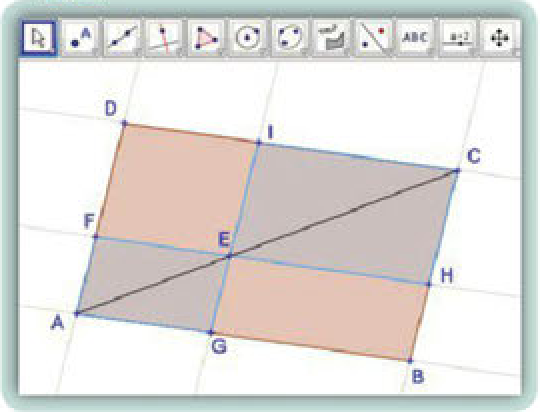
a. Construire un parallélogramme ABCD.

b. Tracer la diagonale [AC] et placer un point E de cette diagonale.

c. Tracer la parallèle à la droite (AB) passant par E.
Noter F son point d'intersection avec le côté [AD] et H son point d'intersection avec le côté [BC].

d. Tracer la parallèle à la droite (AD) passant par E.
Noter G son point d'intersection avec le côté [AB] et I son point d'intersection avec le côté [CD].

e. Créer les parallélogrammes EFDI et EGBH.
Afficher les aires de ces deux parallélogrammes.



2 Conjecturer

Déplacer le point E sur la diagonale [AC].
Émettre une conjecture pour les aires des parallélogrammes EFDI et EGBH.

3 Une preuve

a. Comparer les aires des triangles ABC et ADC.

b. Comparer les aires des triangles AEF et AEG, puis les aires des triangles CEH et CEI.

c. Prouver la conjecture émise à la question **2**.

4 Dans un autre langage

Dans son livre les *Éléments*, le mathématicien grec Euclide (vers –300) énonce la propriété établie ci-dessus sous la forme : « Dans tout parallélogramme, les compléments des parallélogrammes autour du diamètre sont égaux entre eux ».
D'après vous, qu'appelle-t-il « diamètre d'un parallélogramme » ?

61 Résoudre un problème

M. Seguin a un champ carré de 20 m de côté. Il attache sa chèvre Honorine avec une corde à l'un des sommets de son champ.
M. Seguin souhaite connaître la longueur maximale de la corde pour que Honorine ne puisse pas brouter plus de la moitié du champ.

1 Réaliser une figure

a. Tracer un segment [DC] de longueur 20
(Segment de longueur donnée).

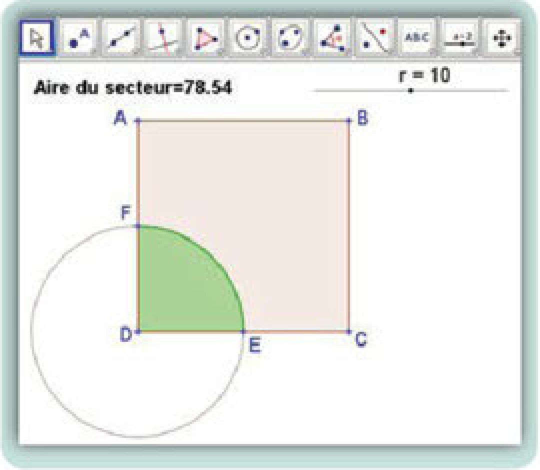
b. Tracer un carré ABCD (utiliser Polygone régulier).

c. Créer un curseur r allant de 0 à 20 avec pour incrément 0,01 (utiliser Curseur).

d. Tracer le cercle de centre D et de rayon r (Cercle (centre-rayon)).

e. Nommer E et F ses points d'intersection avec les côtés du carré.

f. Créer le quart de disque à l'intérieur du carré
(Secteur circulaire (centre-2 points)).


Aire du secteur=78.54

r = 10

2 Estimer la longueur

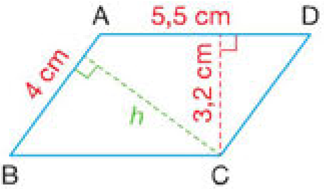
a. Afficher l'aire du quart de disque.

b. Déplacer le curseur et déterminer la longueur maximale, en m, de la corde pour que Honorine ne puisse pas brouter plus de la moitié du champ.
Donner la valeur approchée par défaut au centième près.

S'initier au raisonnement

62 Utiliser une formule (1)

ABCD est un parallélogramme.
Avec les informations données sur la figure, calculer la hauteur *h* relative au côté [AB].



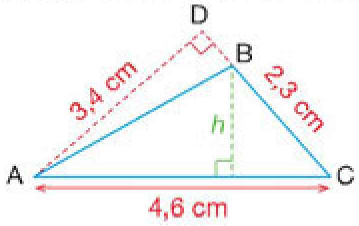
Nos conseils

Dans une formule telle que $\mathcal{A} = c \times h$, dès que l'on connaît les valeurs de deux des trois nombres, on peut calculer la valeur du troisième.

Ici, calculer $\mathcal{A}$, puis remplacer *c* par la longueur AB et calculer *h*, c'est-à-dire la hauteur relative à [AB].

63 Utiliser une formule (2)

Utiliser les informations données sur la figure ci-dessous, pour calculer la hauteur *h* relative au côté [AC].



64 Justifier l'emploi d'une formule

a. Tracer un triangle ABC rectangle en C tel que BC = 2,7 cm et AC = 4,1 cm.

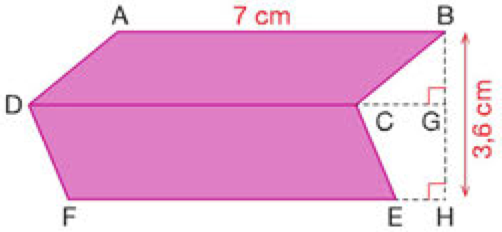
b. Sur la droite (*d*) parallèle à (AC) passant par B, placer le point D tel que BD = 4,1 cm de sorte que A et D soient de part et d'autre de la droite (BC).

c. Calculer l'aire du quadrilatère ABDC. Justifier.

65 Penser à factoriser

ABCD et DCEF sont les deux parallélogrammes ci-dessous.

Avec les données de la figure, calculer l'aire de la surface colorée.

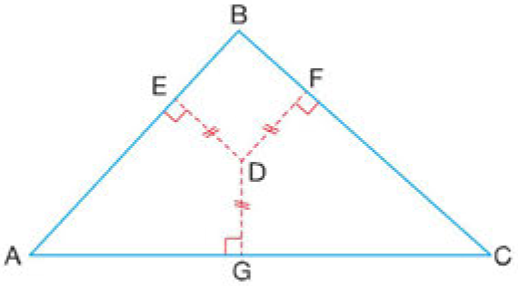


Nos conseils

Écrire l'aire de chacun des parallélogrammes ABCD et DCEF en utilisant les lettres de la figure.

Factoriser ensuite la somme de ces aires.

66 Penser à compléter une figure



Le point D est tel que DE = DF = DG = 1,8 cm.
Le périmètre du triangle ABC est égal à 9,5 cm.
Calculer l'aire du triangle ABC.

Nos conseils

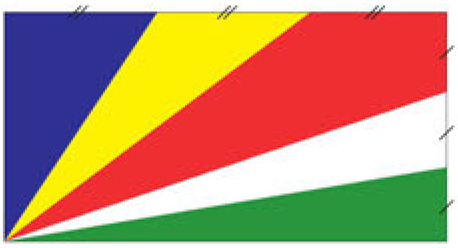
Il faut penser à exprimer l'aire du triangle ABC à partir des aires des triangles ADB, BDC et CDA.

Factoriser ensuite la somme obtenue.

Pour chercher

67 Calculer des proportions

Depuis le 18 juin 1996, le drapeau des Seychelles se compose de 5 écharpes obliques de couleurs bleue, jaune, rouge, blanche et verte.



Calculer la proportion du drapeau que représente chacune de ces écharpes.

68 Retrouver les données manquantes

$\mathcal{A}$ est l'aire d'un triangle dans lequel *h* est la hauteur relative au côté de longueur *c*.
Recopier et compléter ce tableau.

c	7 cm		3 dm
h		80 mm	
$\mathcal{A}$	28 cm^2	36 cm^2	3 m^2

69 Utiliser une symétrie

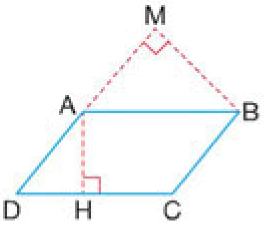
ABCD est un parallélogramme et I est le milieu du côté [BC].
La droite (AI) coupe la droite (CD) en E.
Comparer l'aire du triangle ADE et l'aire du parallélogramme ABCD. Justifier.

J'utilise mes compétences

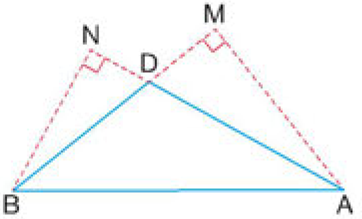
70 Calculer une longueur

Dans chaque cas, calculer la longueur AD.

a. ABCD est un parallélogramme.
AB = 6 cm ; AH = 3 cm ;
MB = 4,5 cm.



b. BD = 5 cm ;
BN = 4 cm ;
AM = 4,8 cm.



71 Imaginer une stratégie

a. Construire un parallélogramme ABCD.

b. Avec une règle graduée, construire un quadrilatère ABED ayant une aire égale au quart de celle du parallélogramme ABCD.

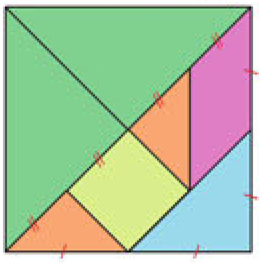
72 Travailler en groupe

Le jeu de tangram consiste à imaginer ou reproduire des figures avec 7 pièces obtenues à partir d'un carré.

1. a. Chaque membre du groupe, dessine un carré de côté 16 cm.

Dans chaque carré, dessiner les 7 formes comme représentées ci-dessous et les colorier.

On obtient : 5 triangles rectangles isocèles de 3 tailles différentes, 1 carré et 1 parallélogramme.



b. Découper et assembler ces 7 formes pour réaliser la figure ci-dessous représentant un chat assis.

c. Calculer l'aire de cette figure.

2. Chaque groupe imagine d'autres figures réalisées à partir des 7 pièces du tangram.

Un représentant vient présenter à la classe les figures imaginées par son groupe.

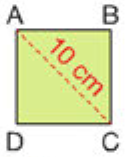
73 Critiquer

Qui a raison ?

74 Argumenter

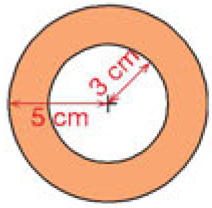
Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

a. L'aire du carré ABCD représenté ci-contre est égale à 50 cm^2.



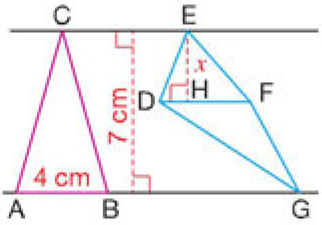
b. L'aire d'un disque de rayon 2,2 cm est égale à l'aire d'un carré de côté 3,9 cm.

c. L'aire de la couronne représentée ci-contre est égale à 16 π cm^2.



75 Conjecturer, puis prouver

ABC est le triangle et DEFG le quadrilatère représentés ci-dessous avec AB = DF = 4 cm.



On note x la longueur EH en cm.

x peut varier de 0 à 7.

1. Dans cette question, on suppose que $x = 3$.

a. Calculer l'aire du triangle DEF, puis celle du triangle DFG.

b. En déduire l'aire du quadrilatère DEFG et la comparer à celle du triangle ABC.

2. a. Choisir une valeur de x strictement comprise entre 0 et 7 et reprendre les questions du **1**.

b. Que peut-on conjecturer ?

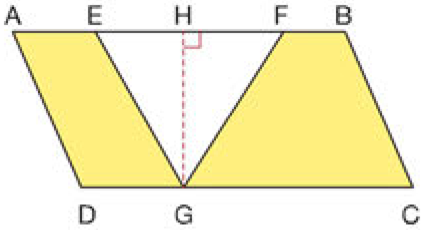
3. Quentin affirme : « Quelle que soit la valeur de x comprise entre 0 et 7, le quadrilatère DEFG et le triangle ABC ont la même aire. » A-t-il raison ?

76 Réfléchir avant de construire

Construire deux parallélogrammes différents ayant chacun un périmètre de 28 cm et une aire de 24 cm^2.

77 Communiquer en anglais

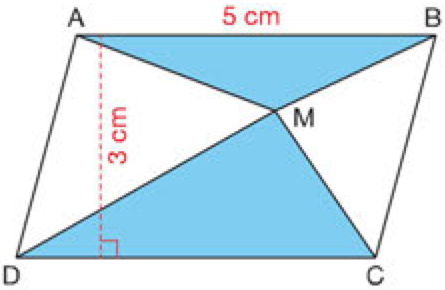
ABCD is the parallelogram represented below:



AB = 3,5 cm; HG = 1,5 cm et EF = 2 cm.
Calculate the area of the yellow surface.

78 TICE Résoudre un problème

ABCD est un parallélogramme pour lequel AB = 5 cm et la hauteur relative au côté [AB] mesure 3 cm.
M est un point à l'intérieur du parallélogramme ABCD.

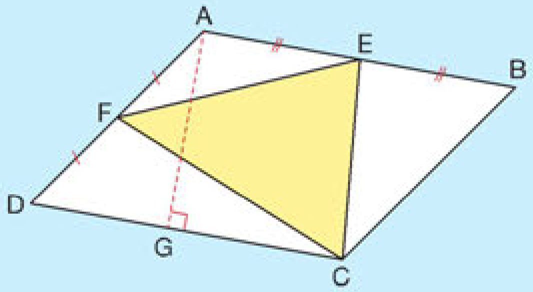


> **▶ Problème**
> Est-il possible de calculer l'aire de la surface bleue sans autres données ?

1. **a.** Réaliser cette figure avec un logiciel de géométrie.
b. Déplacer le point M à l'intérieur du parallélogramme et conjecturer la réponse au problème ci-dessus.
2. Prouver la conjecture précédente.

79 Narration de recherche

> **▶ Problème**
> ABCD est un parallélogramme tel que AB = 7,6 cm et AG = 4,8 cm.

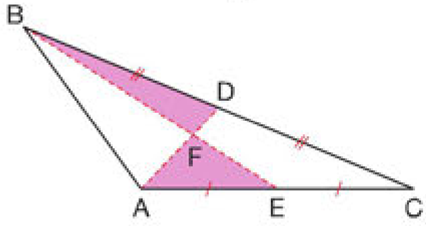


> Calculer l'aire du triangle EFC.

Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

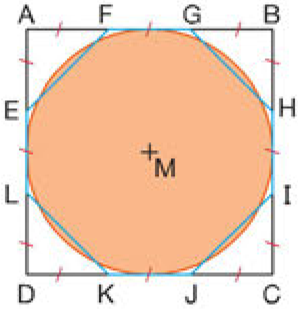
80 Problème ouvert

Comparer les aires des triangles BDF et AFE.



81 Comparer des aires

ABCD est un carré de côté 3 cm et de centre M.
EFGHIJKL est un octogone dont les sommets appartiennent aux côtés du carré.

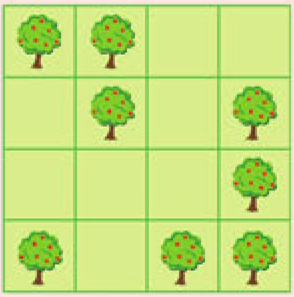


Comparer les aires de cet octogone et du disque de centre M et de diamètre 3 cm.

Jeux & Casse-tête

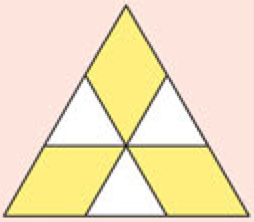
82 Le verger

Partager ce champ en quatre parcelles de même aire et de même forme de façon que chacune d'elles contienne le même nombre de pommiers.



D'après Tangente

83 Le triangle partagé



Le grand triangle est équilatéral et a une aire égale à 9. Les segments tracés sont parallèles aux côtés et les partagent en trois parties égales.
Quelle est l'aire de la partie colorée en jaune ?

D'après Kangourou des mathématiques

Tâches complexes

SOCLE Compétences : **84** C1-C2 **85** C1-C2

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

84 Les vendanges

La situation-problème

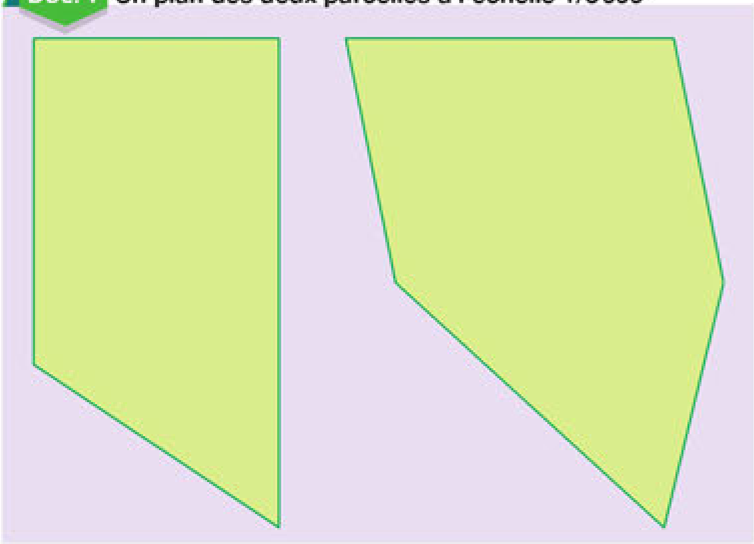
Un viticulteur hésite à vendanger deux parcelles avec une machine.
Aider ce viticulteur à calculer le coût de telles vendanges ainsi que la quantité de vin perdu.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, la règle graduée.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 Un plan des deux parcelles à l'échelle 1/5000



Doc. 2 Le rendement des parcelles

Lors des vendanges à la main, le rendement de ces parcelles est de 60 hectolitres par hectare.

Doc. 3 Caractéristiques des vendanges avec la machine

- La machine met 2 heures par hectare.
- Le prix de location de la machine avec son conducteur est de 150 € l'heure.
- Avec la machine, les pertes sont d'environ 6 % par rapport aux vendanges à la main.

85 Le concert

La situation-problème

Une association organise un concert dans une salle prêtée par la commune.
Aider le trésorier de l'association à calculer le montant de la recette dans le cas où la salle est pleine.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, la règle graduée.

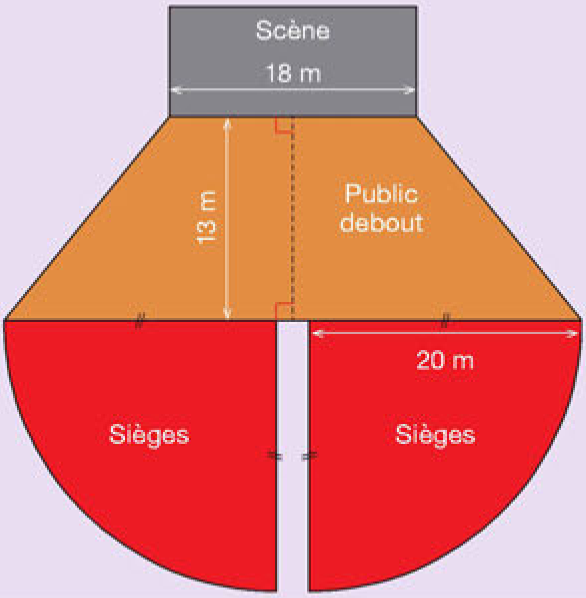
Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 2 Des renseignements sur les places

- On peut placer en moyenne 1,7 siège par m^2 dans les zones « Sièges ».
- On compte en moyenne 3 personnes par m^2 dans la zone « Public debout ».
- Les tarifs seront les suivants :
Place debout : 50 € la place ;
Place assise : 90 € la place.

Doc. 1 Le plan de la salle

La salle est composée d'un trapèze et de deux quarts de disque séparés par une allée de 2 m de large.



CHAPITRE 14

Prismes et cylindres. Volumes

L'aménagement hydroélectrique Romanche Gavet en Isère est un grand chantier EDF qui s'achèvera en 2017. Le tunnelier Lilorosa de forme cylindrique (ci-dessus) creusera une galerie de 9,4 km.

Au fil des siècles

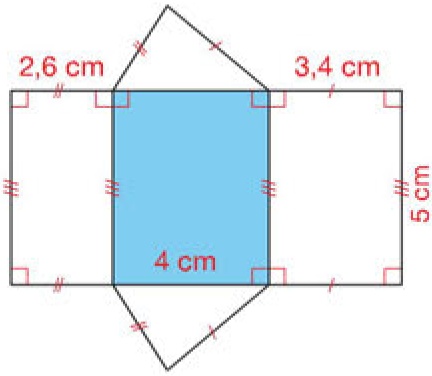
Cette tablette babylonienne (–1800) a la forme d'un prisme droit à base hexagonale.
Elle comporte en particulier des inscriptions sur les mesures de longueurs et leurs conversions.

→ Où rencontre-t-on des prismes droits dans la vie courante ?

Les capacités du programme	SOCLE 5^e	Choix d'exercices
• Fabriquer un prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme et dont les dimensions sont données, en particulier à partir d'un patron.		33–35
• Fabriquer un cylindre de révolution dont le rayon du cercle de base est donné.		50
• Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière de ces deux solides.	✓	2–30
• Reconnaître dans une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires.	✓	18–19
• Calculer l'aire d'un solide par décomposition en surfaces dont les aires sont facilement calculables.	✓	9–40
• Calculer le volume d'un parallélépipède rectangle.	✓	15–59
• Calculer le volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution.		14–62
• Effectuer pour des volumes des changements d'unité de mesure.	✓	56–57

ACTIVITÉ 1 Du patron au prisme droit

1. a. Construire en vraie grandeur le patron ci-contre. Le découper et le replier.
On obtient un **prisme droit**.

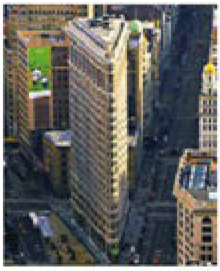


Aide
Tu peux utiliser du papier adhésif pour refermer le patron.

b. Les deux bases de ce prisme droit sont des faces parallèles. Quelle est leur forme ?
c. Les autres faces sont dites **latérales**. Quelle est leur forme ?
d. Calculer la somme des aires des faces latérales.
Cette aire est appelée **l'aire latérale** du prisme droit.

2. Chacun de ces objets peut-être assimilé à un prisme droit.
Quelle est la nature des bases de chacun d'eux ?

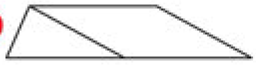
①

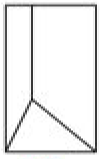

②


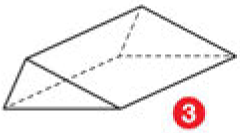
③


ACTIVITÉ 2 Du prisme droit à la perspective cavalière

a. Le prisme droit obtenu à l'activité 1 **1.** est posé sur sa face bleue.
Parmi les dessins ci-contre, lequel représente le mieux ce prisme droit ? Expliquer son choix.
b. Poser le prisme droit sur l'une de ses bases. À votre tour, de le représenter en perspective cavalière, à main levée, dans cette position.

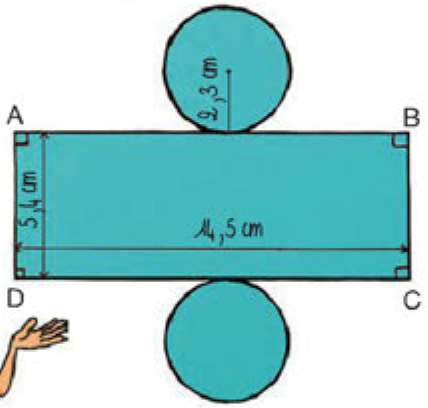
①


②


③


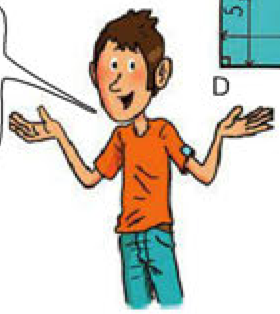
ACTIVITÉ 3 Du patron au cylindre de révolution

1. a. Construire en vraie grandeur le patron ci-contre.
Le découper et le replier.
On obtient **un cylindre de révolution** de rayon 2,3 cm et de hauteur 5,4 cm.



b. Que représente la longueur 14,5 cm pour chacun des deux cercles ?

Info
Pourquoi ce cylindre est-il dit « de révolution » ?
La réponse est à l'exercice résolu 8 p.259.

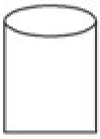


2. Calculer l'aire du rectangle ABCD. Cette aire est appelée **l'aire latérale** du cylindre de révolution.

ACTIVITÉ 4 Du cylindre de révolution à la perspective cavalière

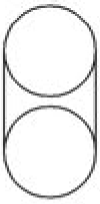
a. On assimile cette boîte de conserve à un cylindre de révolution.
Parmi les dessins ci-contre, lequel représente le mieux ce cylindre ?
Expliquer son choix.

①



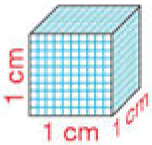
②

③

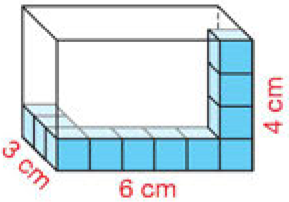


b. On a posé la boîte de conserve dans la position ci-contre.
Représenter ce cylindre en perspective cavalière, à main levée, dans cette position.

ACTIVITÉ 5 Volume d'un parallélépipède rectangle



1. a. Un cube d'arête 1 cm est rempli de petits cubes d'arête 1 mm.
Combien ce cube contient-il de petits cubes ?
Recopier et compléter : 1 cm^3 = **...** mm^3.
b. Un cube d'arête 1dm est rempli de cubes d'arête 1 cm.
Combien en faut-il ? Recopier et compléter : 1 dm^3 = **...** 1 cm^3.
c. Recopier et compléter : 1 m^3 = **...** dm^3 = **...** cm^3.



2. Écrire le volume du parallélépipède rectangle ci-contre à l'aide d'une seule expression. Calculer ce volume en cm^3.

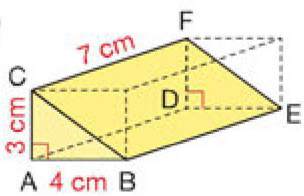
Aide
1 L = 1 dm^3

3. Un bassin a la forme d'un parallélépipède rectangle de dimensions 2,5 m, 1,2 m, 0,8 m.
Calculer le volume en m^3 de ce bassin.
Donner sa contenance en litres.

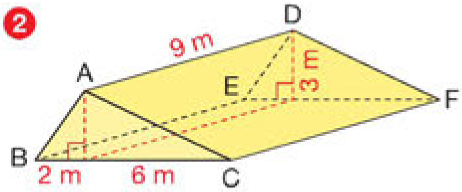
ACTIVITÉ 6 Calculs de volumes

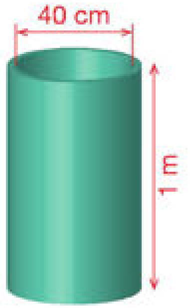
1. Dans chaque cas, utiliser l'assemblage ou le découpage suggéré pour calculer le volume $\mathcal{V}$ du prisme droit ABCDEF.

①



②





2. On admet que le volume $\mathcal{V}$ d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution est égal au produit de l'aire $\mathcal{B}$ d'une base par la hauteur *h* du solide.
a. Vérifier qu'il en est bien ainsi pour les prismes droits de la question **1**.
b. Calculer le volume en m^3 du pot de fleurs cylindrique ci-contre.
Donner la valeur approchée par défaut au millième près.

J'apprends

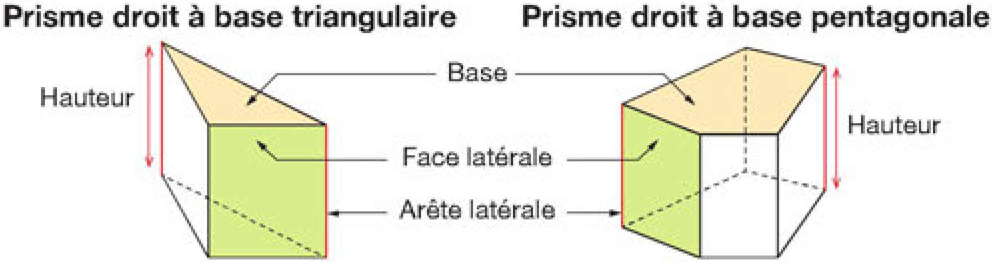
1 Prismes droits

a Description

DÉFINITION Un **prisme droit** est un solide qui a :

- deux polygones superposables pour faces parallèles ; on les appelle les **bases** ;
- des rectangles pour autres faces ; on les appelle les **faces latérales**.

EXEMPLES Représentations en perspective cavalière.



DÉFINITIONS • Les arêtes qui relient les bases sont appelées **les arêtes latérales** ; elles ont toutes **la même longueur**.

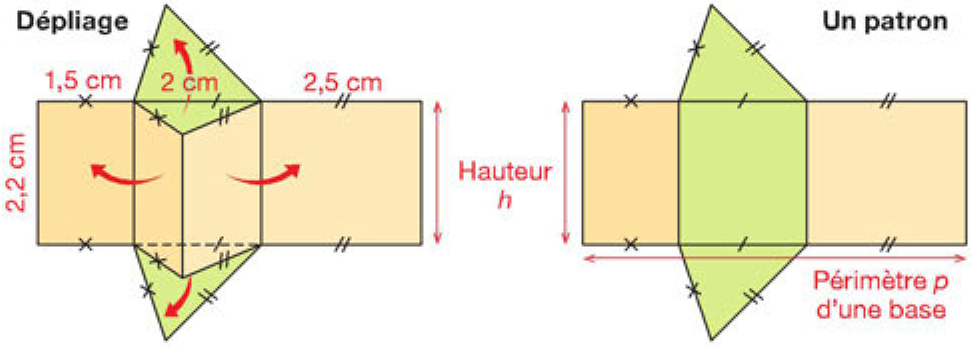
- La longueur commune des arêtes latérales est **la hauteur** du prisme droit.

Cas particulier

Lorsque les bases sont des rectangles, le prisme droit est un **parallélépipède rectangle**.

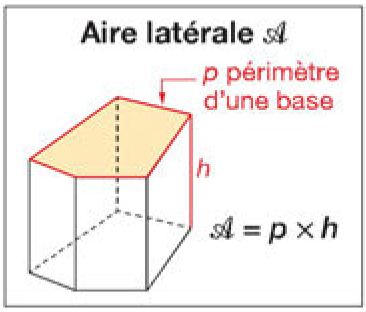
b Patrons

EXEMPLE Prisme droit à base triangulaire.



c Aire latérale

PROPRIÉTÉ L'aire latérale $\mathscr{A}$ d'un prisme droit, c'est-à-dire la somme des aires de ses faces latérales, est égale au **produit** du périmètre p d'une base par la hauteur h du prisme.



EXEMPLE Pour le prisme droit de l'exemple du paragraphe **b** :

$p = 1{,}5 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2{,}5 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$.

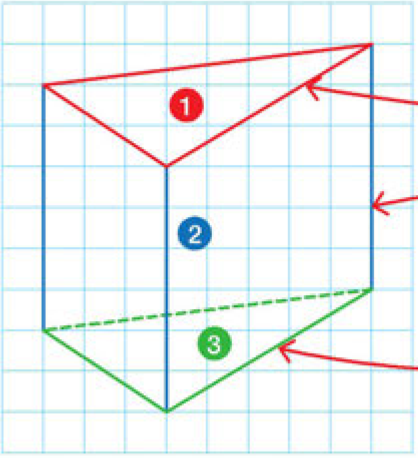
$\mathscr{A} = 6 \text{ cm} \times 2{,}2 \text{ cm} = 13{,}2 \text{ cm}^2$.

Exercice résolu Représenter en perspective cavalière

1 **Énoncé**

Dessiner à main levée en perspective cavalière, sur papier quadrillé, un prisme droit à base triangulaire posé sur une base et avec une arête latérale en premier plan.

Solution



Nos conseils

- On dessine un triangle dont les sommets sont à des nœuds du quadrillage, l'un des sommets étant au premier plan.
- On trace trois segments parallèles, de même longueur situés sur les lignes verticales du quadrillage à partir des trois sommets du triangle.
- On joint les extrémités des segments tracés afin d'obtenir un triangle : ses côtés sont deux à deux parallèles à ceux du triangle ① (et de mêmes longueurs). On trace l'arête cachée en pointillés.

Exercices d'application

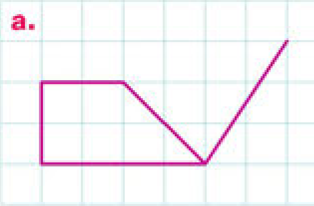
2 Dessiner à main levée en perspective cavalière sur papier quadrillé, un prisme droit posé sur une base rectangulaire et avec une arête latérale au premier plan.

3 Dessiner à main levée en perspective cavalière, sur papier quadrillé, un prisme droit posé sur une face latérale avec au premier plan une base en forme de trapèze.

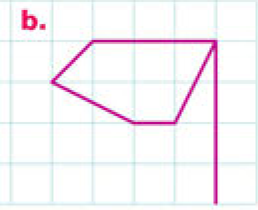
Pour les exercices 4 et 5, reproduire le dessin sur papier quadrillé et le compléter à main levée pour obtenir une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit.

4

a.

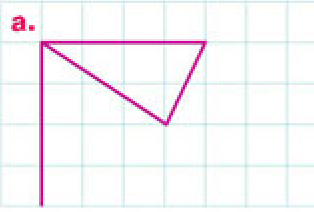


b.

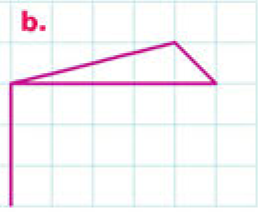


5

a.

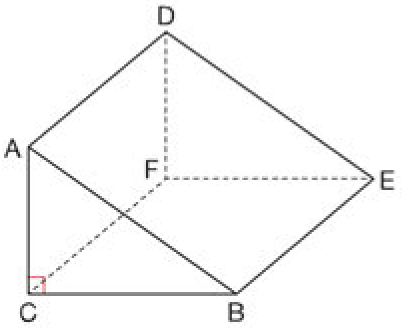


b.



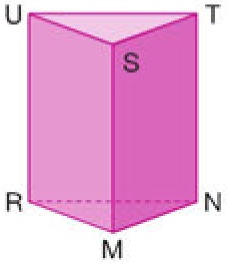
6 ABCDEF est le prisme droit représenté ci-dessous.

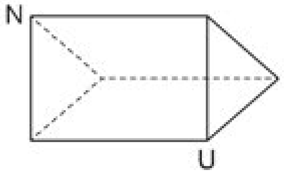
Tracer à main levée sa représentation en perspective cavalière avec la face ADFC au premier plan.



7 Voici ci-contre un prisme droit à base triangulaire.

Tracer à main levée sa représentation en perspective cavalière ci-dessous et inscrire les noms des sommets effacés.



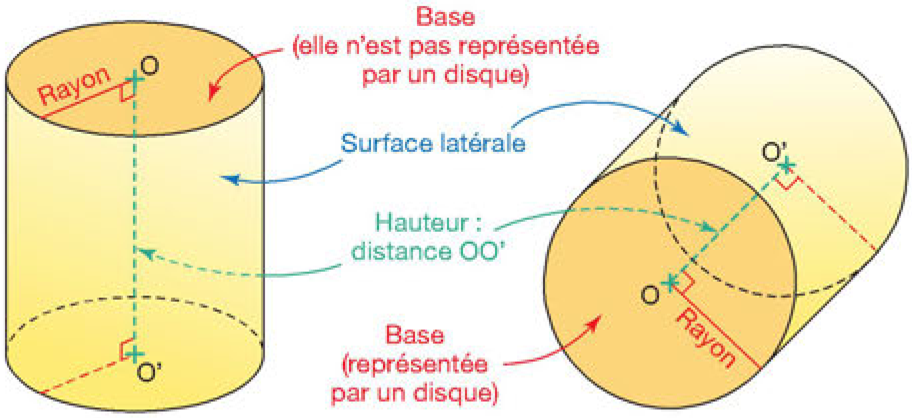


2 Cylindres de révolution

a Description

DÉFINITION Un **cylindre de révolution** est un solide qui a :
- deux disques de même rayon pour faces parallèles ; on les appelle les **bases** ;
- une **surface latérale** qui peut-être déroulée en un rectangle.

EXEMPLES Représentations en perspective cavalière.

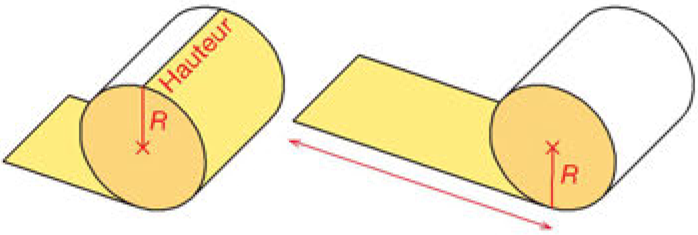


DÉFINITION La **hauteur** d'un cylindre de révolution est la longueur du segment qui joint les centres des bases.

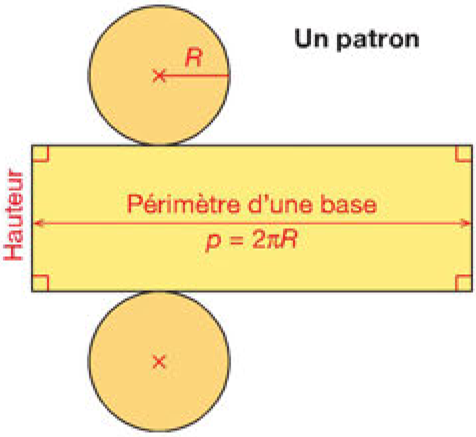
b Patrons

EXEMPLE

Dépliage



Un patron

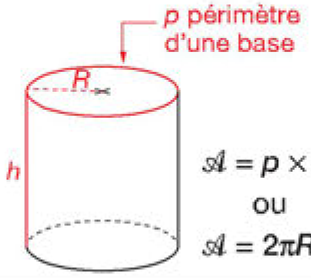


c Aire latérale

PROPRIÉTÉ L'aire latérale $\mathcal{A}$ d'un cylindre de révolution, c'est-à-dire l'aire de sa surface latérale, est égale au **produit** du périmètre p d'une base par la hauteur h du cylindre.

Lorsque le rayon du cylindre est R, le périmètre d'une base est $\boldsymbol{p = 2\pi R}$.
Donc l'aire latérale du cylindre de révolution est $\mathcal{A} = 2\pi R \times h$.

Aire latérale $\mathcal{A}$



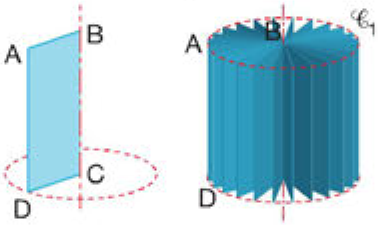
$\mathcal{A} = p \times h$
ou
$\mathcal{A} = 2\pi Rh$

Exercice résolu Calculer une aire latérale

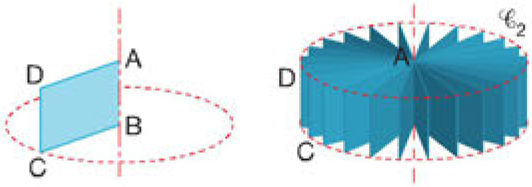
8 **Énoncé**

ABCD est un rectangle tel que AB = 2,3 cm et BC = 4 cm.

Lorsque ce rectangle tourne autour de [BC], il engendre un cylindre de révolution $\mathscr{C}_1$.



Lorsque ce rectangle tourne autour de [AB], il engendre un cylindre de révolution $\mathscr{C}_2$.



a. Pour chacun des cylindres $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$, donner son rayon et sa hauteur.

b. Comparer les aires latérales de ces deux cylindres.

Solution

a. Cylindre $\mathscr{C}_1$
- Rayon : AB = 2,3 cm
- Hauteur : BC = 4 cm

Cylindre $\mathscr{C}_2$
- Rayon : BC = 4 cm
- Hauteur : AB = 2,3 cm

b. • **Aire latérale de $\mathscr{C}_1$**

$p_1 = 2\pi \times AB = 2\pi \times 2{,}3\text{ cm} = 4{,}6\pi\text{ cm}$

$\mathscr{A}_1 = p_1 \times BC = 4{,}6\pi\text{ cm} \times 4\text{ cm} = 18{,}4\pi\text{ cm}^2$

• **Aire latérale de $\mathscr{C}_2$**

$p_2 = 2\pi \times BC = 2\pi \times 4\text{ cm} = 8\pi\text{ cm}$

$\mathscr{A}_2 = p_2 \times AB = 8\pi\text{ cm} \times 2{,}3\text{ cm} = 18{,}4\pi\text{ cm}^2$

• **Conclusion :** les deux cylindres $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ ont la même aire latérale.

Nos conseils
- Révolution : mouvement d'un objet autour d'un axe, le ramenant au même point.
- Ici, il est inutile de calculer une valeur approchée de l'aire latérale.

Exercices d'application

9 MNPR est un rectangle tel que MN = 4,5 cm et MR = 3,4 cm.

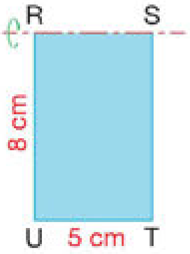
Lorsque ce rectangle tourne autour :
- de [MN], il engendre un cylindre de révolution $\mathscr{C}_1$;
- de [MR], il engendre un cylindre de révolution $\mathscr{C}_2$.

Comparer les aires latérales de $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$.

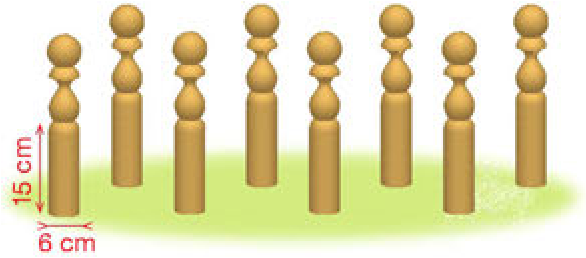
10 RSTU est un rectangle tel que RS = 5 cm et RU = 8 cm.

Calculer l'aire latérale en cm² du cylindre de révolution engendré par la rotation du rectangle autour de [RS].

Donner la valeur approchée par excès au centième près.



11 Herbert possède un jeu de 8 quilles en bois.



Il décide de peindre la surface latérale de la partie cylindrique de ses quilles.

Calculer l'aire totale en cm² de la surface à peindre.

Donner la valeur approchée par excès à l'unité près.

12 Calculer l'aire latérale en cm² d'un cylindre de révolution de rayon 10 cm et de hauteur 10 cm.

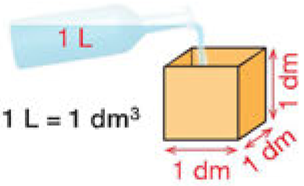
Donner la valeur approchée par défaut à l'unité près.

3 Volumes

a Unités de volume et contenance

Chaque unité de volume est **1 000 fois plus grande** que celle de rang immédiatement inférieur.
Chaque unité de contenance est **10** fois plus grande que celle de rang immédiatement inférieur.

1 m³			1 dm³			1 cm³			1 mm³		
			1 hL	1 daL	1 L	1 dL	1 cL	1 mL			

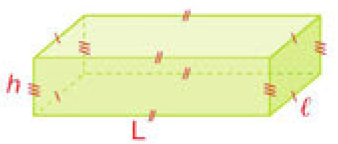
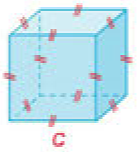


1 L = 1 dm³

EXEMPLES
- 1 m³ = **1 000** dm³ • 1 dm³ = **1 000** cm³ • 1 cm³ = **1 000** mm³
- 1 hL = **10** daL • 1 daL = **10** L • 1 L = **10** dL

b Volume d'un parallélépipède rectangle

Il faut penser à exprimer L, ℓ, h dans une même unité.

	Parallélépipède rectangle	Cube
		
Volume $\mathscr{V}$	$\mathscr{V} = L \times \ell \times h$	$\mathscr{V} = c \times c \times c$ ou $\mathscr{V} = c^3$

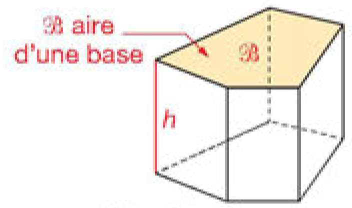
Remarque. Lorsque $\mathscr{B}$ désigne l'aire d'une base de dimensions L et ℓ du parallélépipède rectangle, alors $\mathscr{V} = \mathscr{B} \times h$.

c Volume d'un prisme droit

PROPRIÉTÉ Le volume d'un prisme droit est égal au **produit** de l'aire $\mathscr{B}$ d'une base par la hauteur h du prisme.

EXEMPLE Un prisme droit a pour base un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit ont pour longueurs 3 cm et 4 cm.
Sa hauteur est 10 cm.
$\mathscr{B}$ = (3 cm × 4 cm) : 2 = 6 cm².
$\mathscr{V} = \mathscr{B} \times h$ = 6 cm² × 10 cm = 60 cm³.

Volume $\mathscr{V}$



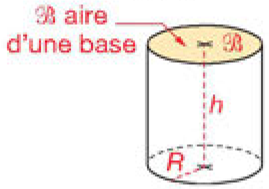
$\mathscr{V} = \mathscr{B} \times h$

d Volume d'un cylindre de révolution

PROPRIÉTÉ Le volume d'un cylindre de révolution est égal au **produit** de l'aire $\mathscr{B}$ d'une base par la hauteur h du cylindre.

Lorsque le rayon du cylindre est R, l'aire d'une base est $\mathscr{B} = \pi R^2$.
Donc le volume du cylindre de révolution est $\mathscr{V} = \pi R^2 \times h$.

Volume $\mathscr{V}$

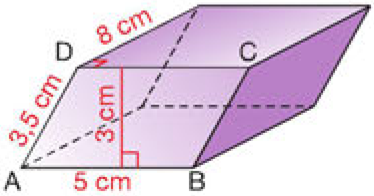


$\mathscr{V} = \mathscr{B} \times h$ ou $\mathscr{V} = \pi R^2 h$

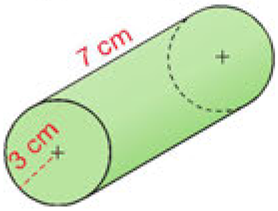
Exercice résolu Calculer un volume

13 **Énoncé**

a. Ce prisme droit a pour base un parallélogramme ABCD.
Calculer son volume.



b. Calculer le volume en cm^3 de ce cylindre de révolution.
Donner la valeur approchée par excès à l'unité près.



Solution

a. Aire du parallélogramme ABCD
La hauteur relative au côté [AB] est 3 cm.
Donc $\mathcal{B}$ = 5 cm × 3 cm = 15 cm^2.

Volume du prisme droit
La hauteur du prisme droit est h = 8 cm.
Donc $\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$ = 15 cm^2 × 8 cm = 120 cm^3.

b. Aire d'une base
$\mathcal{B} = \pi \times 3^2$ cm^2 = 9π cm^2

Volume du cylindre de révolution
La hauteur du cylindre de révolution est h = 7 cm.
Donc $\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$ = 9π cm^2 × 7 cm = 63π cm^3.
Avec la calculatrice, on obtient $\mathcal{V}$ = 198 cm^3.

Nos conseils

- Il ne faut pas confondre une hauteur d'une base et la hauteur du prisme droit. Cette dernière est la longueur d'une arête reliant les deux bases.

63π

197,9203372

Exercices d'application

14 **a.** Un prisme droit de hauteur 8 cm a pour bases des triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit mesurent 5 cm et 6 cm.
Calculer le volume de ce prisme droit.
b. Un cylindre de révolution a pour rayon 5 cm et pour hauteur 11 cm.
Calculer son volume en cm^3. Donner la valeur approchée par excès à l'unité près.

15 Un pot de fleurs extérieur a la forme d'un parallélépipède rectangle de dimensions intérieures 25 cm, 30 cm et 40 cm.
Calculer le volume de terre que l'on peut mettre à l'intérieur. Exprimer sa contenance en L.

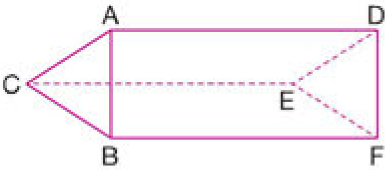
16 Une tasse a la forme d'un cylindre de révolution de hauteur 4,5 cm et de base un disque de diamètre 7 cm.

a. Calculer le volume de cette tasse en cm^3. Donner la valeur approchée par défaut à l'unité près.
b. Exprimer sa contenance en cL.

Je m'entraîne À L'ORAL

Prismes droits

Pour les exercices 17 à 19, on utilise le prisme droit représenté ci-dessous.



17 Citer :

a. les bases ;

b. les arêtes latérales ;

c. les faces latérales.

18 Citer :

a. deux arêtes de même longueur ;

b. deux arêtes parallèles ;

c. deux arêtes perpendiculaires.

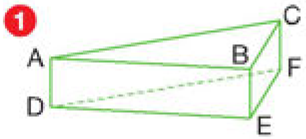
19 Citer :

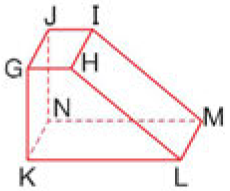
a. deux angles droits ;

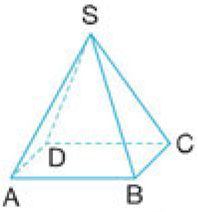
b. deux faces parallèles ;

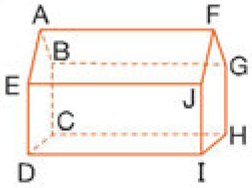
c. deux faces perpendiculaires.

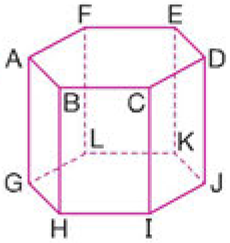
20 Reconnaître les prismes droits parmi les solides représentés et indiquer la nature de leurs bases.

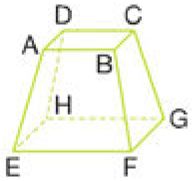
①


②


③


④


⑤


⑥


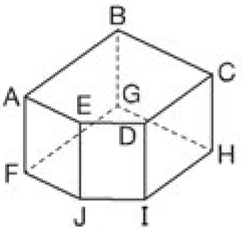
21 CALCUL MENTAL Pour le prisme droit représenté ci-dessous :

AF = 2 cm CD = 2 cm

AB = 3,5 cm DE = 1,5 cm

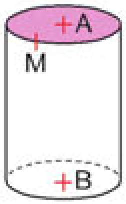
BC = 3 cm AE = 1 cm

Calculer mentalement l'aire latérale de ce prisme droit.



Cylindres de révolution

22 Voici une représentation en perspective cavalière d'un cylindre de révolution.



a. En réalité, quelle est la forme de la base en rose ?

b. Nommer la hauteur de ce cylindre.

c. Si AM = 3 cm et AB = 5 cm, quel est le rayon de la base de centre B ?

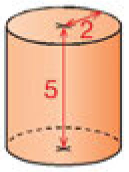
d. Donner la valeur exacte de l'aire latérale du cylindre de révolution.

23 On fait tourner un carré de 2,5 cm de côté autour de l'un de ses côtés.

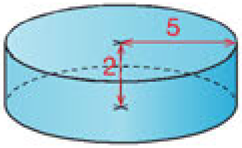
a. Quelle est la hauteur du cylindre de révolution ainsi obtenu ?

b. Quel est son rayon ?

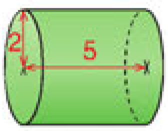
24 Voici des représentations en perspective cavalière d'un cylindre de révolution de rayon 2 cm et de hauteur 5 cm.
L'une d'elles est incorrecte. Laquelle ?



①



②



③

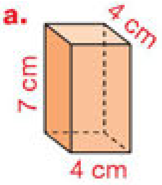
Volumes

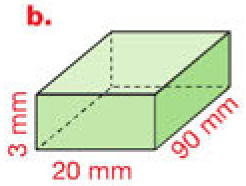
25 Lire l'égalité en la complétant.

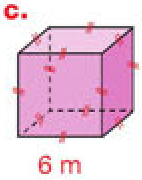
a. 75 cm^3 = … dm^3 **b.** 2 m^3 = … cm^3

c. 1 m^3 = … L **d.** 5 L = … cm^3

26 CALCUL MENTAL Dans chaque cas, calculer le volume du parallélépipède rectangle.

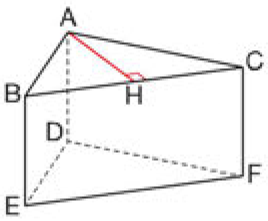
a.


b.


c.


27 CALCUL MENTAL

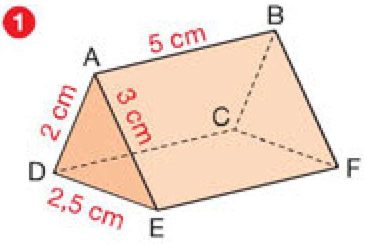
Calculer le volume de ce prisme droit sachant que : BC = 4 cm, AH = 1,5 cm, BE = 2 cm.



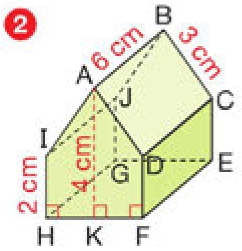
Prismes droits

28 Pour chacun de ces prismes droits, représenter en vraie grandeur la face latérale ABCD.

❶



❷



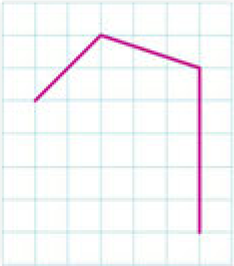
29 Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière de chacune de ces boîtes en forme de prisme droit sans tenir compte des décorations.

❶

❷

❸

30 Reproduire deux fois ce dessin et le compléter de façon à obtenir deux représentations différentes en perspective cavalière d'un prisme droit à base triangulaire.



31 Un prisme droit possède 20 sommets.

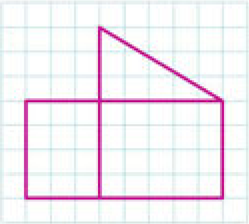
a. Combien a-t-il d'arêtes ?

b. Combien a-t-il de faces ?

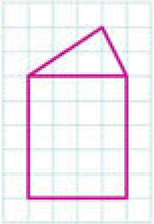
32 Un prisme droit possède 8 arêtes latérales. Combien a-t-il d'arêtes ? de faces ?

Pour les exercices 33 et 34, reproduire la figure et la compléter de manière à obtenir un patron d'un prisme droit à base triangulaire.

33



34



35 Un prisme droit de hauteur 4 cm a pour base un triangle ABC tel que :

BC = 3 cm, BA = 4 cm et AC = 6 cm.

a. Construire un patron de ce prisme droit.

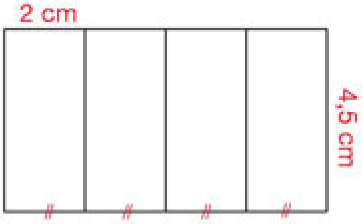
b. Calculer la longueur totale de ses arêtes.

36 Un prisme droit de hauteur 5 cm a pour base un triangle ABC tel que :

BC = 4 cm, BA = 3 cm et $\widehat{ABC} = 40°$.

Construire un patron de ce prisme droit.

37 **a.** Tracer en vraie grandeur la surface latérale ci-contre d'un prisme droit.



b. Les bases de ce prisme droit possèdent un angle de 30°.

Compléter la figure de façon à obtenir un patron de ce prisme droit.

38 Un professeur a demandé aux élèves de réaliser une boîte en carton avec couvercle, ayant la forme d'un prisme droit.

La boîte de Selia a une hauteur de 9 cm et une base en forme de parallélogramme dont les côtés mesurent 2,5 cm et 3,5 cm.

La boîte de Sibela a une hauteur de 8 cm et une base en forme de triangle équilatéral de 6 cm de côté.

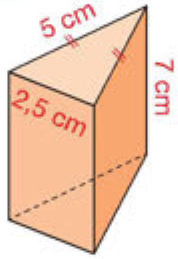
a. Représenter à main levée, en perspective cavalière, chacune des boîtes posées sur une base.

b. Selia et Sibela construisent leur boîte et renforcent les arêtes avec du papier adhésif.

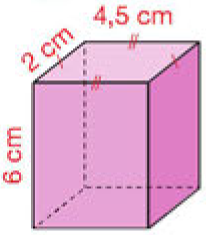
Qui a utilisé le plus de ruban ?

39 Calculer l'aire latérale de chacun des prismes droits suivants.

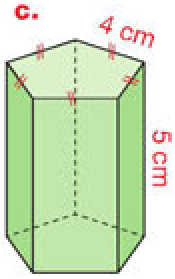
a.



b.



c.



40 Un parallélogramme de côtés 5,3 cm et 2,7 cm est une base d'un prisme droit de hauteur 8 cm. Calculer l'aire latérale de ce prisme droit.

41 Sous le toit de cette maison, on reconnaît un prisme droit de 10 panneaux de bois de 2,40 m de large sur 3 m de haut. On souhaite peindre ces panneaux.

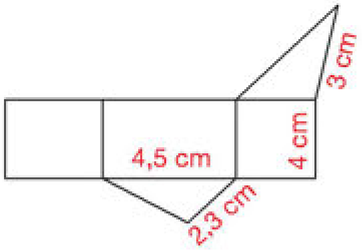
Calculer l'aire de la surface à peindre.

Je m'entraîne

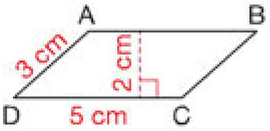
42 Un prisme droit a un périmètre de base de 12 cm et une aire latérale de 96 cm^2.
Quelle est sa hauteur ?

43 Un prisme droit de hauteur 7 cm a une aire latérale de 154 cm^2 ; sa base est un losange.
Quelle est la longueur d'un côté de ce losange ?

44 Voici un patron d'un prisme droit.
Calculer son aire latérale.



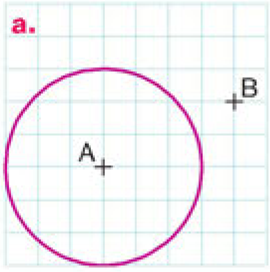
45 Un prisme droit de hauteur 4 cm a pour base le parallélogramme ABCD représenté ci-contre.
Calculer son aire latérale, puis son aire totale.

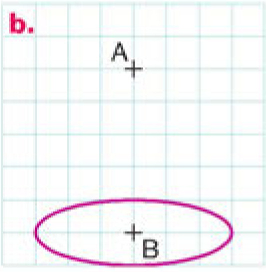


46 Un prisme droit de hauteur 4 cm a pour base un triangle rectangle dont les côtés ont pour longueurs 2 cm ; 2,1 cm ; 2,9 cm.
Calculer son aire latérale, puis son aire totale.

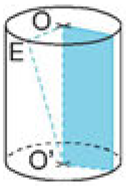
Cylindres de révolution

47 Reproduire chaque figure et la compléter pour obtenir une représentation en perspective cavalière d'un cylindre de révolution dont les bases ont pour centres A et B.





48 La figure ci-contre représente un cylindre de révolution de rayon 1,5 cm et de hauteur 3 cm. Les points O et O' sont les centres des disques de base.
E est un point de la base de centre O situé à 1,5 cm de O.



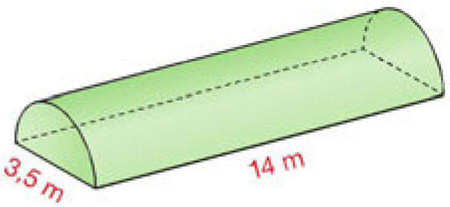
1. a. Quelle est la nature du triangle EOO' ?
b. Représenter le triangle EOO' en vraie grandeur.
2. a. Quelle est la nature du quadrilatère coloré ?
b. Représenter ce quadrilatère en vraie grandeur.

49 Voici un paquet cadeau qui a la forme d'un cylindre de révolution de diamètre 24 cm et de hauteur 19 cm.
Calculer la longueur du ruban nécessaire pour entourer le paquet en sachant que le nœud nécessite 45 cm de ruban.
Exprimer le résultat en mètres.

50 Un cylindre de révolution de hauteur 6 cm a pour diamètre 5 cm.
a. Calculer le périmètre, en cm, d'un disque de base. Donner la valeur approchée par défaut au dixième près.
b. Construire un patron de ce cylindre.

51 Un cylindre de révolution a pour hauteur 7 cm et le périmètre d'un des disques de base est 12,56 cm.
a. Calculer le rayon, en cm, du cylindre.
Donner la valeur approchée par excès à l'unité près.
b. Construire un patron de ce cylindre.

52



Calculer l'aire totale en m^2 de ce demi-cylindre.
Donner la valeur approchée par excès à l'unité près.

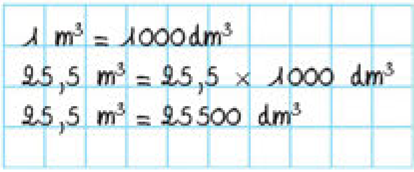
53 Un cylindre de révolution a une aire latérale égale à 97,4 m^2. Son rayon est 2,5 m.
On note h la hauteur, en m, de ce cylindre.
a. Expliquer pourquoi $5\pi \times h = 97{,}4$.
b. Donner la valeur approchée de h par défaut au dixième près.

54 Un cylindre de révolution a une aire latérale de 204 cm^2. Sa hauteur est 6,4 cm.
a. Calculer son périmètre de base, en cm.
b. Calculer le diamètre, en cm, de ce cylindre de révolution et donner sa valeur approchée par défaut à l'unité près.

55 Une casserole a la forme d'un cylindre de révolution (avec la seule base du fond) de diamètre 14 cm et de hauteur 7 cm.
Calculer la valeur exacte de l'aire de métal utilisée pour la fabriquer.

Volumes

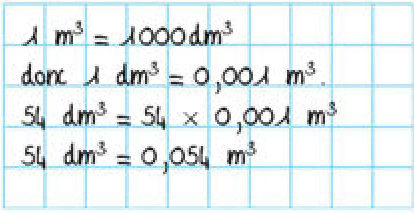
56 Voici la copie de Clara.


1 m^3 = 1000 dm^3
25,5 m^3 = 25,5 × 1000 dm^3
25,5 m^3 = 25500 dm^3

Convertir de façon analogue :

a. 1,35 m^3 en dm^3 **b.** 0,75 m^3 en cm^3
c. 24,8 dm^3 en cm^3 **d.** 0,06 dm^3 en mm^3

57 Voici la copie de Marco.


1 m^3 = 1000 dm^3
donc 1 dm^3 = 0,001 m^3.
54 dm^3 = 54 × 0,001 m^3
54 dm^3 = 0,054 m^3

Convertir de façon analogue :

a. 58 500 dm^3 en m^3 **b.** 25 400 cm^3 en m^3
c. 45 cm^3 en dm^3 **d.** 27 mm^3 en cm^3

58 **1.** Convertir en litres.

a. 75 dL **b.** 50 cL **c.** 2 hL

2. Convertir en centilitres.

a. 4 L **b.** 305 mL **c.** 0,75 dL

59 Un aquarium en forme de parallélépipède rectangle a pour dimensions 0,7 m, 40 dm et 30 cm. Combien de litres peut-il contenir ?

60 Un parallélépipède rectangle a pour largeur 4,5 m et pour longueur 6 m. Son volume est 81 m^3. On ne connaît pas sa hauteur h, en cm.

a. Expliquer pourquoi $27h = 81$.

b. Calculer h.

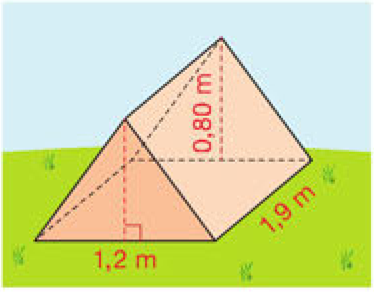
61 Le tableau ci-dessous contient des informations relatives à quatre parallélépipèdes rectangles. Recopier, puis compléter ce tableau.

Largeur	3 dm	4 cm	3,2 m	… dm
Longueur	40 cm	3,5 cm	… m	6,5 dm
Hauteur	1,2 m	… cm	0,9 dam	80 cm
Volume	… dm^3	105 cm^3	216 m^3	0,13 m^3

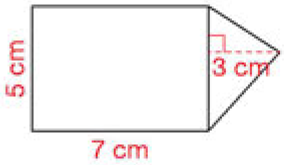
62 Cette tente a la forme d'un prisme droit.

a. Calculer son volume.

b. Donner sa contenance en litres.

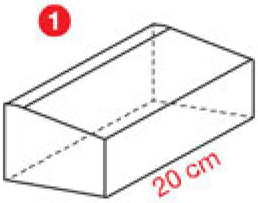


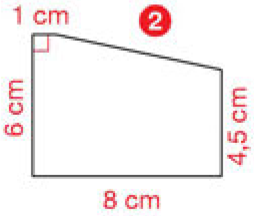
63 On a commencé le patron d'un prisme droit.



Calculer le volume de ce prisme droit.

64 Le coffret de la figure ❶ a la forme d'un prisme droit dont la base est représentée sur la figure ❷.

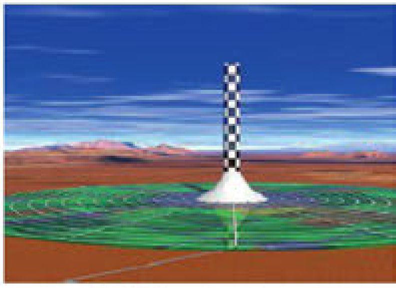
❶


❷


Calculer le volume de ce coffret.

65 Le tambour d'une machine à laver a la forme d'un cylindre de révolution. Son diamètre est égal à 30 cm et sa profondeur à 0,5 m.
Calculer la contenance, en L, de ce tambour. Donner la valeur approchée par défaut au dixième près.

66 En Australie, un projet de tour solaire est à l'étude. Il s'agit d'une cheminée cylindrique de 1 000 m de haut et 200 m de diamètre. Calculer la quantité d'air, en hL, que pourrait contenir cette cheminée.
Donner la valeur approchée par excès à la centaine près.

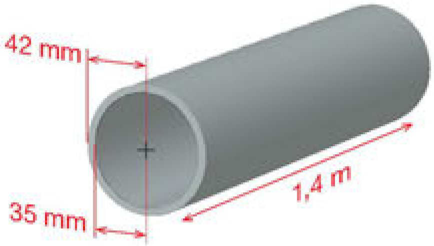


67 Voici les dimensions d'une pièce de 2 €.
Diamètre : 25,75 mm
Épaisseur : 2,20 mm
Calculer le volume, en cm^3, d'une pile de pièces de 2 € dont la valeur est de 30 €.
Donner la valeur approchée par défaut à l'unité près.

68 Un borne constituée d'un parallélépipède rectangle surmonté d'un demi-cylindre est scellée dans le sol.
Calculer le volume en cm^3 de cette borne.
Donner la valeur approchée par défaut à l'unité près.

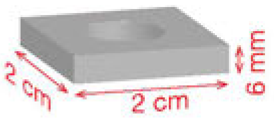
Je m'entraîne

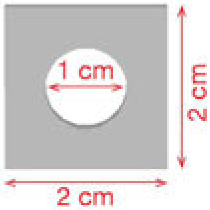
69 Un tube en plastique a la forme d'un cylindre creux de longueur 1,4 m, de rayon intérieur 35 mm, de rayon extérieur 42 mm.



Calculer le volume en dm^3 de plastique nécessaire à la réalisation de ce tube.
Donner la valeur approchée par excès au dixième près.

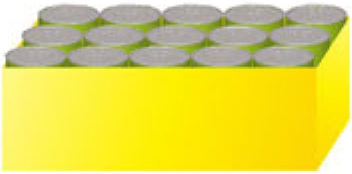
70 Un écrou en métal est constitué d'un parallélépipède rectangle auquel on a enlevé un cylindre de diamètre 1 cm.





Calculer le volume, en cm^3, de cet écrou.
Donner la valeur approchée par excès à l'unité près.

71 Un carton contient exactement deux rangées de quinze boîtes de conserve chacune.
Chaque boîte cylindrique de hauteur 11,5 cm a un diamètre de 10 cm.
Calculer le volume en cm^3 laissé libre autour des boîtes de conserve.
Donner la valeur approchée par excès à l'unité.



Tâche complexe

SOCLE Compétences C1-C2-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

72 L'emballage

La situation-problème

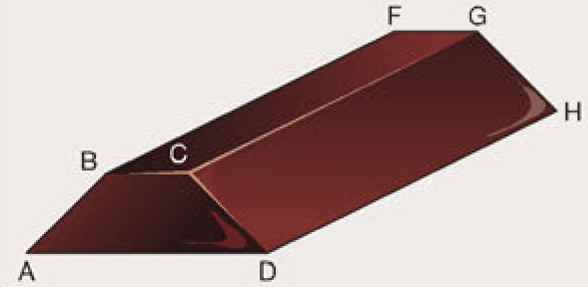
M. Gourmet fabrique des barres de chocolat.
Il veut les vendre par deux dans une boîte en forme de prisme droit.
Aider M. Gourmet à imaginer et à construire différents types de boîtes pour ranger les chocolats par deux sans espace vacant à l'intérieur de la boîte.

Les supports de travail

Les documents, les instruments de géométrie, du carton, des ciseaux, de la colle.

Doc. 1 **La barre chocolatée**

Elle a la forme d'un prisme droit.



Doc. 2 **Informations techniques**

Chaque base est un trapèze isocèle avec les côtés [BC] et [AD] parallèles.

- $\widehat{BAD}$ = 45°
- AD = 24 mm
- FG = 8 mm
- DH = 48 mm

Calcul mental et réfléchi

73 On verse de l'eau dans un prisme droit dont l'aire d'une base est 2,5 cm^2.
Calculer mentalement le volume d'eau versé pour les hauteurs suivantes :

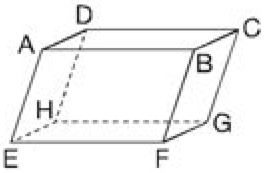
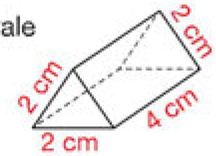
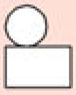
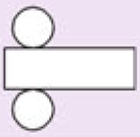
a. 2 cm **b.** 4 cm **c.** 3 cm
d. 6 cm **e.** 10 cm **f.** 13 cm

74 On considère un cylindre de révolution de hauteur 5 cm et de rayon 4 cm.
Indiquer ce que permet de calculer chacune des expressions.

a. $\pi \times 4 \times 4$ **b.** $2 \times \pi \times 4$ **c.** $\pi \times 4 \times 4 \times 5$
d. $2 \times \pi \times 4 \times 5$ **e.** $2 \times \pi \times 4 \times 4 + 2 \times \pi \times 4 \times 5$

Je m'évalue

Pour ces questions, une seule réponse est exacte.

	a	b	c	En cas d'erreur
75  Dans ce prisme droit dont les bases sont des parallélogrammes…	les faces ABCD et BCGF sont des rectangles	les faces ABCD et BCGF sont perpendiculaires	les faces ABFE et DCGH sont des rectangles	→ § 1.a. p. 256
76 Dans le prisme droit précédent, l'arête [AB] est perpendiculaire à…	l'arête [AD]	l'arête [AE]	l'arête [EF]	→ § 1.a. p. 256
77 L'aire latérale du prisme droit ci-contre est égale à… 	24 cm^2	12 cm^2	4 cm^2	→ § 1.c. p. 256
78 Un patron d'un cylindre de révolution est…				→ § 2.b. p. 258
79 53,9 dm^3 est égal à…	539 cm^3	5 390 cm^3	53 900 cm^3	→ § 3.a. p. 260
80 Le volume d'un parallélépipède rectangle de dimensions 2,5 m, 7 dm et 40 cm est égal à…	700 m^3	700 dm^3	700 cm^3	→ § 3.b. p. 260
81 Le volume d'un prisme droit de hauteur 4 cm et de base un triangle rectangle de côtés de l'angle droit 4 cm et 2 cm est égal à…	32 cm^3	16 cm^3	24 cm^3	→ § 3.c. p. 260 et exercice résolu 13 p. 261
82 Le volume d'un cylindre de révolution de diamètre 3 cm et de hauteur 10 cm est…	90π cm^3	$22{,}5\pi$ cm^3	30π cm^3	→ § 3.d. p. 260

Pour ces questions, plusieurs réponses sont exactes.

	a	b	c	En cas d'erreur
83 3,5 dm^3 est égal à…	3,5 L	350 cL	3 500 cm^3	→ § 3.a. p. 260
84 Un cylindre de révolution de rayon 1 cm a un volume de 3 cm^3. Sa hauteur…	est 3 cm	est $\frac{3}{\pi}$ cm	a pour valeur approchée par excès 1 cm à l'unité près	→ § 3.d. p. 260

VÉRIFIEZ VOS RÉPONSES ▶ p. 291

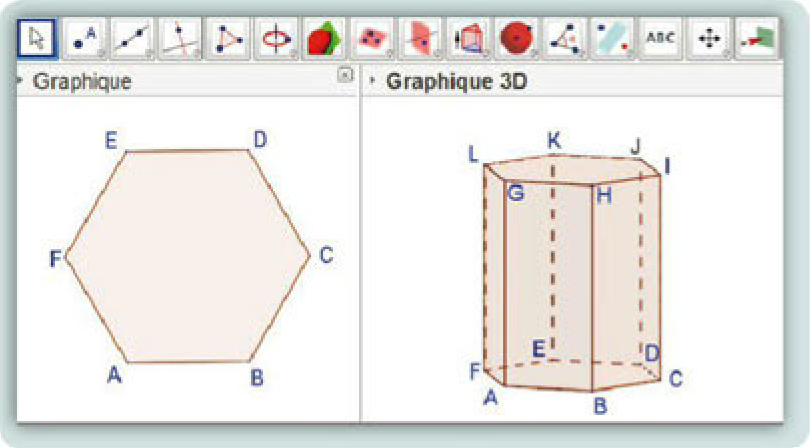
Avec un logiciel

85 Construire un prisme droit

On se propose de construire un prisme droit à base hexagonale ainsi qu'un patron de ce prisme droit avec un logiciel de géométrie dans l'espace.

a. Créer deux points A et B, puis créer un hexagone régulier ABCDEF (utiliser **Polygone régulier** puis entrer 6 dans la boîte de dialogue).

b. Dans Affichage cliquer sur Graphique 3D.
Cliquer sur la flèche de ▸ Graphique 3D et ne pas afficher les axes, ne pas afficher la grille, cacher le plan xOy (▱) et cliquer sur ✗.
Cliquer sur **Extruder en Prisme ou Cylindre**, puis cliquer sur l'hexagone ABCDEF et entrer 6, par exemple, dans la boîte de dialogue demandant la hauteur.



c. Afficher le volume de ce prisme droit (utiliser **Volume** et cliquer sur le prisme).

d. Créer un patron de ce prisme droit (utiliser **Patron** et cliquer sur le prisme).

86 Construire un cylindre de révolution

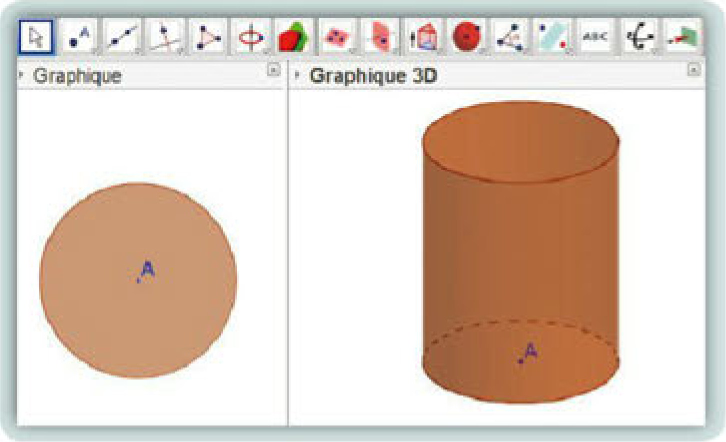
a. Créer un cercle de centre A et de rayon 2 cm.

b. Dans Affichage cliquer sur Graphique 3D.
Cliquer sur la flèche de ▸ Graphique 3D et ne pas afficher les axes, ne pas afficher la grille, cacher le plan xOy (▱) et cliquer sur ✗.

c. Cliquer sur **Extruder en Prisme ou Cylindre**, puis cliquer sur le cercle et entrer 5, par exemple, dans la boîte de dialogue qui s'affiche demandant la hauteur.

d. Afficher le volume de ce cylindre de révolution.

e. Créer un patron de ce cylindre de révolution.

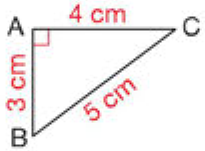


J'utilise mes compétences

S'initier au raisonnement

87 Envisager une étape intermédiaire

Un prisme droit a pour base le triangle ABC représenté ci-dessous.



L'aire latérale de ce prisme est égale à 96 cm^2.
Calculer son volume.

Nos conseils

Pour calculer $\mathcal{V}$ à l'aide de la formule $\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$, il faut connaître $\mathcal{B}$ et h.
Or ici, on peut aisément calculer $\mathcal{B}$ mais on ne connaît pas h.
Par contre, l'énoncé donne l'aire latérale ($\mathcal{A} = p \times h$) ; c'est cette information qui va permettre de calculer h.
Que faut-il calculer auparavant ?

88 Tirer des conséquences

Un réservoir d'eau a la forme d'un prisme droit.
Lorsque la hauteur d'eau dans le réservoir est de 1,2 m, il contient 60 m^3 d'eau.
Quel volume d'eau contient-il lorsque la hauteur d'eau est de 1,75 m ?

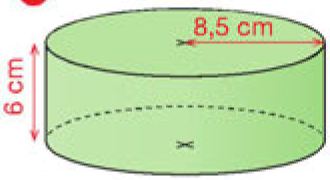
Nos conseils

On ne connaît pas la forme de la base de ce prisme droit, mais une information donnée dans l'énoncé permet de calculer son aire $\mathcal{B}$. Laquelle et comment ?

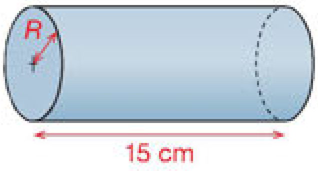
89 Analyser des informations

Ces deux cylindres de révolution ont la même aire latérale.
Peut-on connaître le rayon R du cylindre ② ?

①

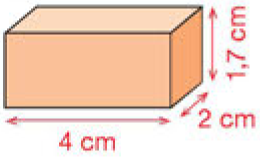


②

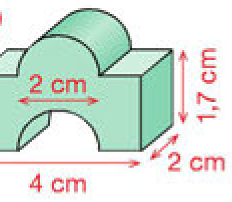


90 Observer pour comparer

①



②

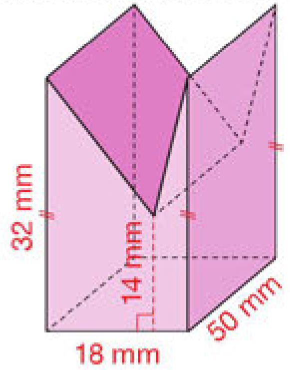


Comparer les volumes des solides ① et ②.

Pour chercher

91 Découper un solide

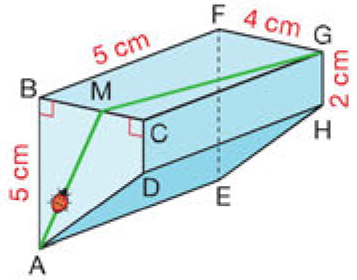
Voici une pièce mécanique qui a la forme d'un prisme droit.



Calculer le volume, en cm^3, de cette pièce mécanique.

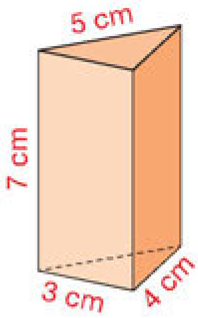
92 Utiliser un patron

Une coccinelle se déplace sur le prisme droit à base trapézoïdale représenté ci-dessous.



Elle va du point A au point G en coupant l'arête [BC] en un point M.
S'aider d'un patron pour déterminer la position du point M afin que le chemin de la coccinelle soit le plus court possible.

93 Travailler en groupe



a. Consigne pour chaque élève du groupe.
Construire un patron pour fabriquer ce prisme droit.

b. Consignes pour le groupe.

- Assembler deux de ces prismes pour former de nouveaux prismes droits et les représenter à main levée en perspective en indiquant leurs dimensions.
- Reprendre en assemblant 3 ou 4 prismes droits.

c. Dans la classe, quel est le groupe qui a trouvé le plus de solutions avec 2 ; 3 ou 4 prismes ?

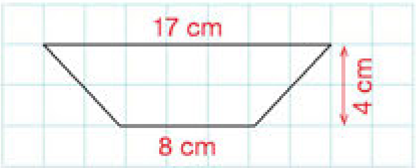
94 Établir des formules

F est le nombre de faces d'un prisme droit.
Exprimer, en fonction de F, le nombre S de sommets de ce prisme droit et le nombre A de ses arêtes.

J'utilise mes compétences

95 Étudier un vase

Un vase a la forme d'un prisme droit de hauteur 32 cm. Sa base est la surface représentée ci-dessous.



a. Calculer la contenance du vase en L.

b. Calculer la hauteur d'eau dans le vase lorsque l'on verse :

- $\frac{1}{4}$ L
- 30 cL
- $\frac{1}{2}$ L
- 60 cL

c. Recopier et compléter le tableau suivant :

Quantité d'eau (en L)	$\frac{1}{4}$	0,3	$\frac{1}{2}$	0,6	…
Hauteur d'eau dans le vase (en cm)	…	…	…	…	32

d. Est-ce un tableau de proportionnalité ?

e. Quelle est la hauteur d'eau lorsque l'on verse 70 cL ? Expliquer.

f. Quelle quantité d'eau a-t-on versée lorsque la hauteur d'eau est 16 cm ? Expliquer.

96 Retrouver les dimensions

Les dimensions d'un prisme droit à base triangulaire sont quatre nombres entiers consécutifs.

La hauteur est la plus grande des dimensions.

La somme des longueurs de toutes les arêtes de ce prisme droit est de 150 cm.

Quelles sont les dimensions de ce prisme droit ?

97 Communiquer en anglais

The base of a right triangular prism is a right triangle whose dimensions are 5 cm, 4 cm and 3 cm.

We know that the volume of this prism is 60 cm^3.

Can you find its height?

98 Narration de recherche

▶ Problème

Des petits cubes sont assemblés pour former un grand cube sans vide à l'intérieur. On peint certaines faces du grand cube ainsi formé.

Lorsque la peinture est sèche, le grand cube est démonté et on compte 45 petits cubes qui ne portent aucune trace de peinture.

Combien de faces du grand cube ont été peintes ?

Raconter sur la feuille les différentes étapes de la recherche, les remarques qui ont fait changer de méthode ou qui ont permis de trouver.

99 Étudier un tuyau d'arrosage

Un tuyau d'arrosage a une longueur de 10 m.

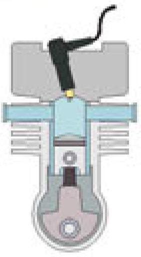
Son diamètre extérieur est de 19 mm et son épaisseur est de 2 mm.

Par la suite, on donnera les valeurs approchées par excès au dixième près.

a. Quelle quantité d'eau, en L, contient-il lorsqu'il est rempli ?

b. Quel volume de plastique, en dm^3, a-t-il fallu pour le fabriquer ?

100 Déterminer une hauteur



Dans un moteur de véhicule à deux roues, un piston se déplace dans un cylindre. Le cylindre a un diamètre de 40 mm et un volume de 50 cm^3.

Calculer la hauteur, en cm, du cylindre.

Donner la valeur approchée par excès au dixième près.

101 Critiquer

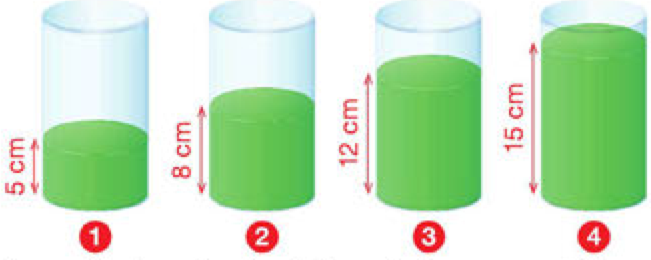
Qu'en pensez-vous ?

102 Imaginer une stratégie

Deux glaçons sont posés au fond d'un verre cylindrique de 3 cm de rayon. Les glaçons sont des cubes de 3 cm d'arête. On sait que la glace en fondant donne un volume d'eau égal à 90 % de celui des glaçons.

Quelle est la hauteur d'eau obtenue dans le verre après la fonte des glaçons ?

103 Vrai ou faux ?



Les cylindres de révolution ci-dessus sont identiques. On verse un liquide à l'intérieur à des hauteurs différentes.

Mickaël affirme : « Les volumes de liquide sont proportionnels à leurs hauteurs ».

Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

104 Des colonnes rénovées

Math & Arts

En 1986, l'artiste français Daniel Buren a réalisé au Palais Royal à Paris, 260 colonnes en forme de prismes droits.

Elles ont été rénovées en 2009.

Chacune des 20 faces latérales de chaque colonne a 8,7 cm de côté et une hauteur variable.

Calculer l'aire latérale d'une colonne de hauteur 3 m.

105 Faire des prévisions

Le volume des glaciers continentaux (Antarctique et Groenland) est estimé à un peu plus de 30 millions de km^3.

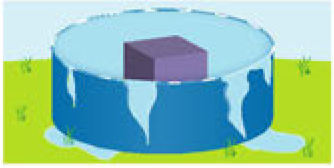
Sur Terre, la surface couverte par les océans est de 357 millions de km^2.

De quelle hauteur s'élèveraient les océans si tous les glaciers continentaux fondaient ?

106 Comprendre une situation

Une piscine pleine d'eau a la forme d'un cylindre de rayon 3,50 m et de hauteur 1,50 m.

En y plongeant une caisse cubique de 1,20 m de côté, l'eau déborde.



Calculer en litres la quantité d'eau restant dans la piscine.

Donner la valeur approchée par excès à l'unité près.

107 TICE Problème ouvert

Un gâteau d'anniversaire est formé de cylindres de révolution superposés dont le diamètre et la hauteur sont égaux.

D'un étage à l'autre, la hauteur du cylindre diminue de moitié.

Utiliser le tableur pour déterminer la hauteur, en cm, du cylindre de l'étage du bas afin que le volume du gâteau soit 7 750 cm^3.

Donner la valeur approchée par défaut à l'unité près.

108 Se chauffer

Pour l'hiver, André commande du bois de chauffage vendu par stère (unité de mesure correspondant à 1 m^3 de bois) mais 30 % de vide existe entre les bûches.

Si les troncs d'arbre de ce stère sont des cylindres de 24 cm de diamètre et de longueur 1 m, combien de bûches rentre-t-il ?

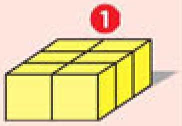
Jeux & Casse-tête

109 La bouteille retournée

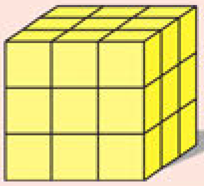
Une bouteille formée d'un cylindre de révolution et d'un goulot a une capacité de 1,5 L.

Quelle est la quantité de liquide contenue dans la bouteille ?

110 Dénombrer



Combien de parallélépipèdes rectangles de la forme ❶ peut-on compter dans le cube ci-dessous ?



Tâches complexes

SOCLE Compétences : **111** C1-C2 **112** C1-C2-C3
Indicateurs de réussite sur le site compagnon

111 La citerne de gaz

La situation-problème

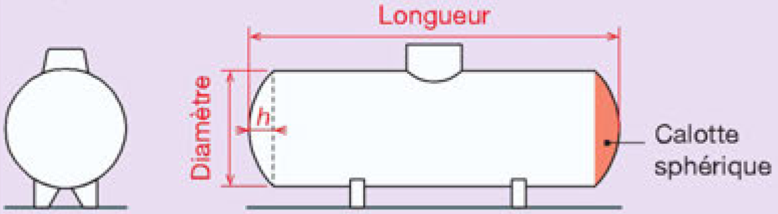
M. Michel veut installer une citerne de gaz pour tous ses besoins domestiques : chauffage, eau chaude et cuisine.
Aider M. Michel à choisir la citerne la plus adaptée à la consommation de sa famille qui est de 2 000 L par an.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice.

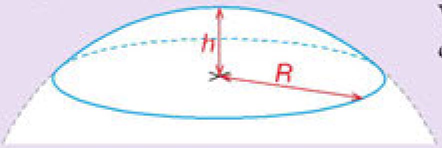
Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 **Plan de la citerne**



La citerne est formée d'un cylindre de révolution et de deux calottes sphériques de hauteur h.

Doc. 2 **Calotte sphérique**



Volume d'une calotte sphérique de rayon R et de hauteur h :

$$V = \pi h^2 \times \left(R - \frac{h}{3}\right)$$

Doc. 3 **Deux modèles**

Citerne ① Longueur : 2,5 m
Diamètre : 0,8 m
Hauteur de la calotte sphérique : 30 cm

Citerne ② Longueur : 3,2 m
Diamètre : 1 m
Hauteur de la calotte sphérique : 40 cm.

112 Le coffret

La situation-problème

Lola veut réaliser un coffret en forme de parallélépipède rectangle qui contiendra 6 flacons qui sont des échantillons de son célèbre « Parfum des Îles ».
Le vide dans les coffrets sera le plus petit possible et sera comblé par du sable fin de l'île de la Réunion.
Calculer le volume de sable nécessaire pour ce coffret.

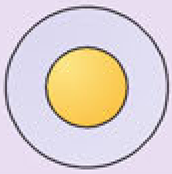
Les supports de travail

Les documents, la calculatrice.

Doc. 1 **Vue de face d'un flacon**

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 2 **Vue de dessus d'un flacon**



Un plant de vanille.

Tâches complexes transversales

Tâche	Notions abordées	SOCLE Compétences
① **Le glacier**	Fraction d'une quantité, enchaînement d'opérations.	C1-C2-C3
② **La jupe**	Lecture de tableaux, longueur d'un arc de cercle, échelle.	C1-C2
③ **Les smoothies**	Fractions, proportionnalité, pourcentages.	C1-C2
④ **La course d'orientation**	Échelle, construction de triangles, centre du cercle circonscrit à un triangle, symétrie centrale, parallélogramme.	C1-C2-C3
⑤ **Le carré magique**	Trouver des nombres inconnus.	C1-C3
⑥ **Les archéologues**	Construction d'un rectangle, symétrie centrale.	C1-C2-C3
⑦ **Le bon moyen de transport**	Échelle, proportionnalité, calculs de durées.	C1-C2-C3
⑧ **Enquête policière**	Proportionnalité, calculs de durées.	C1-C2-C3
⑨ **Le sauvetage**	Repérage dans le plan, centre du cercle circonscrit à un triangle.	C1-C2
⑩ **Les tonneaux**	Volume d'un cylindre, appliquer une formule, enchaînement d'opérations.	C1-C2
⑪ **Le couloir**	Calculs d'aires, enchaînement d'opérations, proportionnalité, pourcentages.	C1-C2-C3

SOCLE Compétences : 1 C1-C2-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

1 Le glacier

La situation-problème

Thomas a décidé de vendre des glaces du 1^er^ juin au 1^er^ octobre inclus à Soulac-sur-Mer. Aider Thomas à choisir parmi les trois emplacements proposés par la mairie celui qui devrait être le plus rentable.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, le tableur.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 Les trois emplacements proposés à Thomas

- A : Le Kiosque
  Loyer : 3 000 € par mois
- B : La Paillotte
  Loyer : 14 000 € pour les 4 mois
- C : La Brasserie
  Loyer : 2 250 € par mois

Doc. 2 Prévisions des ventes par jour selon la météo

	☀	☁
Le Kiosque	400 €	200 €
La Paillotte	500 €	50 €
La Brasserie	300 €	300 €

Doc. 3 La météo à Soulac

De juin à octobre :
- le soleil brille les deux tiers du temps ;
- le temps est nuageux sinon.

Tâches complexes transversales

SOCLE Compétences : 2 C1-C2 3 C1-C2

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

2 La jupe

La situation-problème

Aider la créatrice Héloïse à tracer le patron à l'échelle 1/10 de sa célèbre jupe « QuartdeCercle » pour une cliente qui habite Tokyo et dont la taille japonaise est 5.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice.

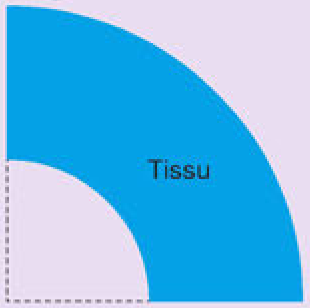
Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 Correspondance entre les tailles

France	34	36	38	40	42	44	46	48
USA	4	6	8	10	12	14	16	18
Japon	3	5	7	9	11	13	15	17

Doc. 2 Une représentation de la jupe

Doc. 3 Un patron de la jupe



Doc. 4 Les mesures de la jupe en fonction de la taille française

Taille française	34	36	38	40	42	44	46	48
Tour de taille (en cm)	60	64	68	72	76	80	84	88
Longueur de la jupe (en cm)	43	44	45	46	47	48	49	50

3 Les smoothies

La situation-problème

Un fabricant décide de lancer deux nouveaux smoothies. Lequel de ces deux smoothies sera le moins calorique ? le moins sucré ?

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, le tableur.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 Les compositions des smoothies

« Zumo »	« Jugo »
• 35 % de fraises.	• 30 % de pêches.
• 15 % de bananes.	• 50 % de poires.
• Le reste est de la pêche.	• Le reste est de la fraise.

Doc. 2 Les bouteilles

Doc. 3 Les fruits qui seront dans les smoothies

Pour 100 cL de fruits	Pêche	Fraise	Poire	Banane
Calories	47 kcal	33 kcal	60 kcal	96 kcal
Protéines	0,5 g	0,5 g	0,4 g	1,5 g
Glucides	11 g	12 g	14 g	20 g
Lipides	0 g	0 g	0 g	0 g

SOCLE Compétences : **4** C1-C2-C3 **5** C1-C3

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

Tâches complexes transversales

4 La course d'orientation

La situation-problème

Les professeurs d'EPS et de mathématiques d'une classe de 5e ont préparé le parcours d'une course d'orientation. Placer les points qui représentent les 6 balises sur la carte qui a été distribuée aux élèves.

Les supports de travail

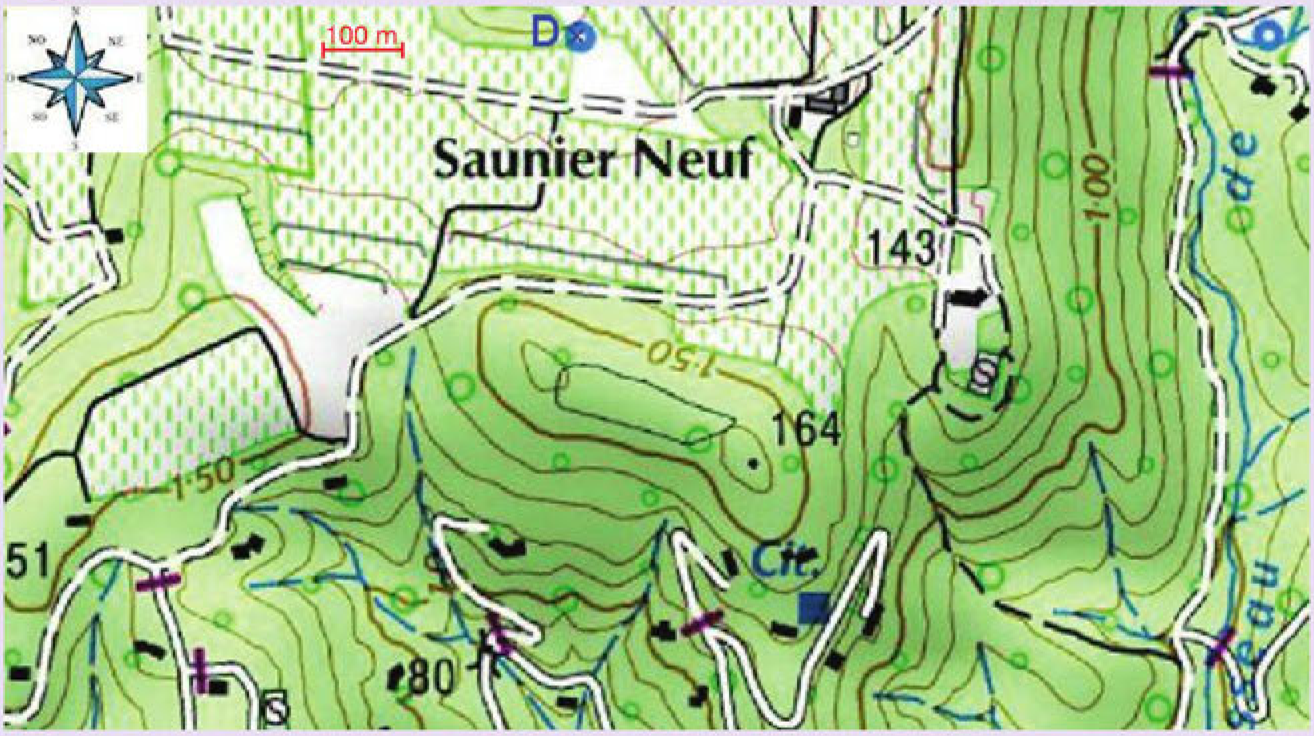
Une photocopie du doc. 2, les instruments de géométrie.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 Les renseignements donnés aux élèves

- Le point D représente l'emplacement où vous êtes actuellement et les points B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 et B_6 désignent les emplacements des 6 balises.
- $DB_1 = 1$ km et B_1 est dans le lit du ruisseau.
- $\widehat{B_1DB_2} = 60°$; $\widehat{DB_1B_2} = 40°$ et B_2 est à l'ouest de B_1.
- $DB_3 = B_1B_3 = B_2B_3$.
- B_2 et B_4 sont symétriques par rapport à B_3.
- $B_1B_2B_5B_3$ est un parallélogramme.
- B_4, B_5, B_6 sont alignés et $\widehat{B_1B_6D} = 180°$.

Doc. 2



5 Le carré magique

La situation-problème

Reproduire le carré du doc. 2.
Aider Charlotte à le compléter par les nombres entiers de 1 à 16.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, le tableur.

Doc. 1 Les règles

Les sommes des nombres sur chaque ligne, sur chaque colonne et sur chaque diagonale sont égales.

Doc. 2 Le carré magique

	3		8
	16		11
		4	14

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

6 Les archéologues

La situation-problème

Un nouveau site archéologique a été découvert au fin fond d'une forêt d'Asie.
Des archéologues ont commencé à réaliser un plan de ce site tel qu'il devait être dans l'antiquité.
Sur une photocopie du doc. 2, terminer le plan de ces archéologues.

Les supports de travail

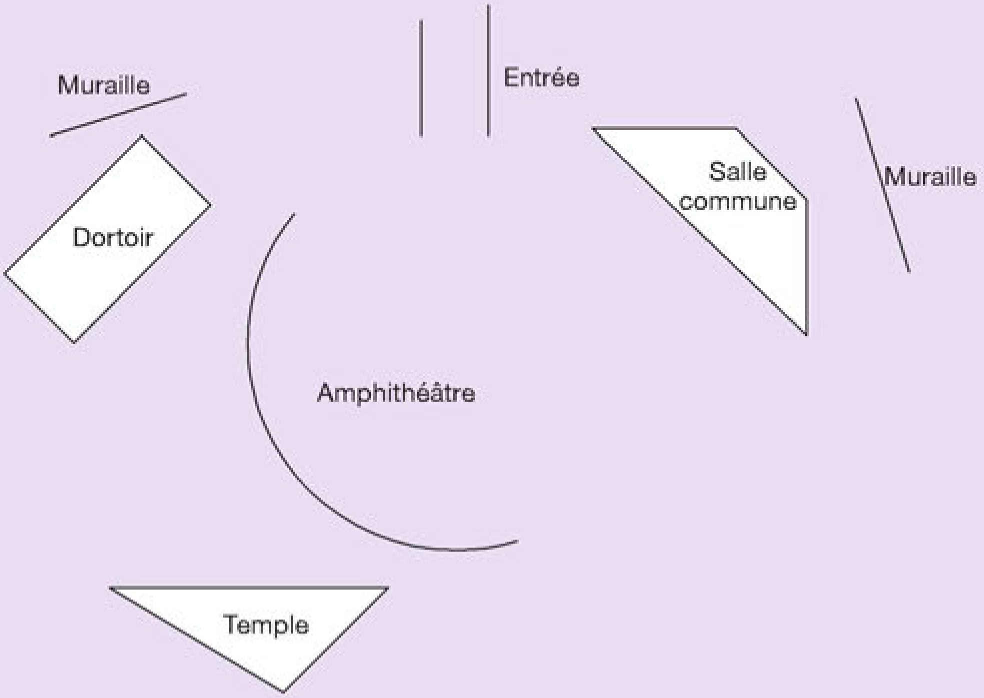
Une photocopie du doc. 2, les instruments de géométrie, la calculatrice.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 **Les conclusions des archéologues**

- Ce site a été construit en 100 av. J.-C.
- Le site était entouré d'une muraille de 3 m de hauteur qui formait un rectangle.
- Un amphithéâtre circulaire se trouvait au centre du site. C'est dans cet amphithéâtre que toutes les décisions importantes se prenaient.
- Le site admettait un centre de symétrie qui était à la fois le centre de l'amphithéâtre et le centre du rectangle formé par les murailles.
- Les six bâtiments autres que l'amphithéâtre avaient des formes géométriques bien particulières.
- On peut ainsi supposer que deux communautés distinctes cohabitaient sur ce site.

Doc. 2



7 Le bon moyen de transport

La situation-problème

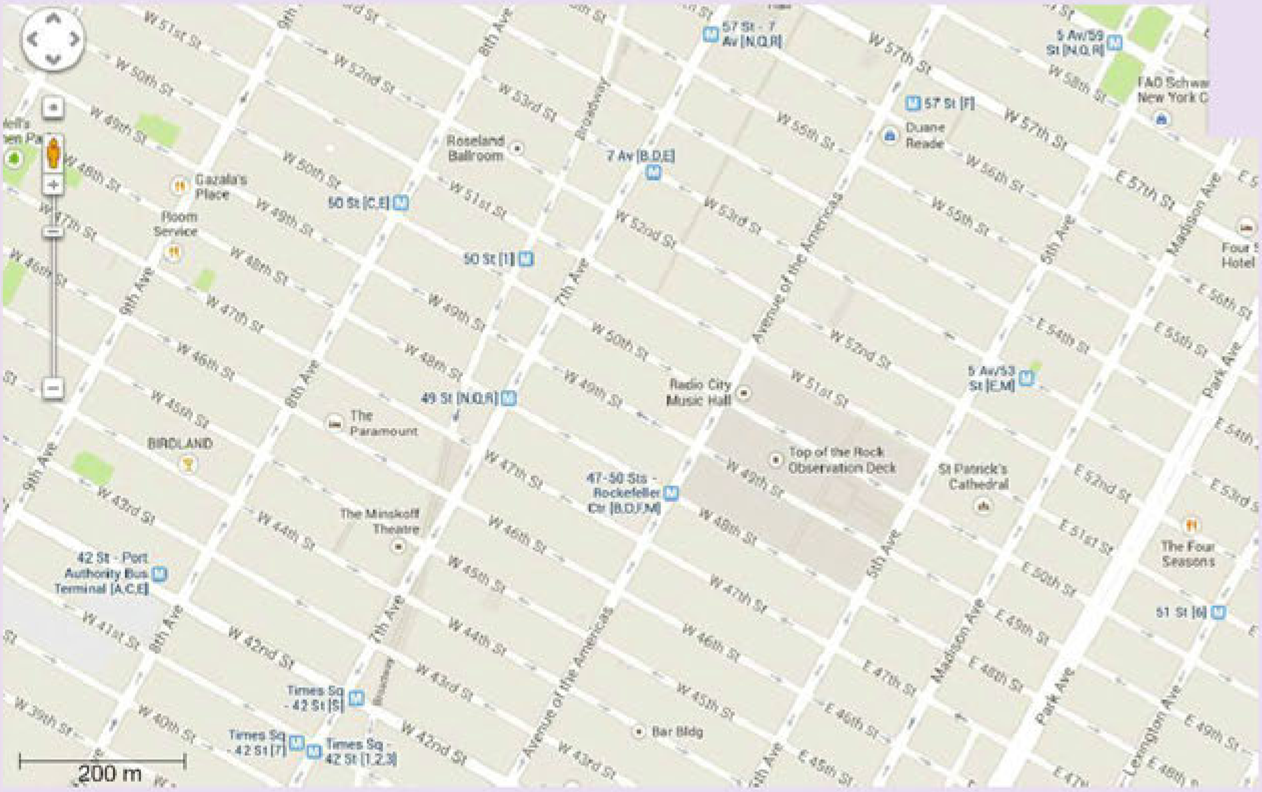
Il est 13 h 45 et Steve se trouve à New York à l'angle de Madison Avenue et de la 56^e rue (56th St).
Le bus qui doit l'amener à l'aéroport part à 14 h 30 de l'angle de la 9^e avenue (9th Avenue) et de la 46^e rue (46th St).
Aider Steve à déterminer le moyen de transport qui lui permettrait de prendre ce bus.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, le tableur.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 **Un plan de New York**



Doc. 2 **La marche de Steve**

Comme il est chargé, Steve marche assez lentement et il parcourt 2,7 km par heure.

Doc. 3 **Les taxis**

Un taxi peut prendre Steve à 14 h 20 mais pas avant.

À cette heure-là, les taxis roulent à la vitesse moyenne de 10 km par heure et ils respectent les sens de circulation.

Tâches complexes transversales

SOCLE Compétences : **8** C1-C2-C3 **9** C1-C2

Indicateurs de réussite sur le site compagnon

8 Enquête policière

La situation-problème

Un vol a été commis au magasin les « Immenses galeries ».
Aider la police à retrouver le coupable parmi les six suspects appréhendés.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 **Caméras de surveillance et renseignements**

- Le magasin est situé à Nîmes près de l'autoroute A9.
- Le voleur portait une écharpe rouge et une capuche sur la tête.
- La hauteur des portes du magasin est 2,40 m.

Doc. 2 **Les suspects**

Alex Z.
1,82 m - 75 kg
Arrêté à 14 h 45
à Montpellier.

Benoît W.
1,78 m - 70 kg
Arrêté à 14 h 15
à Nîmes.

Claude V.
1,68 m - 60 kg
Arrêté à 15 h
à Nîmes.

Didier R.
1,95 m - 80 kg
Arrêté à 15 h 15
à Beaucaire.

Étienne M.
1,79 m - 68 kg
Arrêté à 14 h 50
à Arles.

Fabio L.
1,82 m - 75 kg
Arrêté à 14 h 55
à Sète.

Doc. 3 **Une carte de la région à l'échelle 1/1 250 000**

9 Le sauvetage

La situation-problème

Un ouragan est annoncé et le navire « Pacha » doit affréter de toute urgence le bateau « Rescue » pour secourir trois navigateurs.
Déterminer sur le radar du « Pacha » les coordonnées du point où le bateau « Rescue » récupérera les trois navigateurs.

Les supports de travail

Les documents, les instruments de géométrie.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 1 **La situation**

Sur le radar du « Pacha », les coordonnées des navigateurs représentés par les points A, B, C sont A (–5 ; 3), B (–8,5 ; –1,5), C (–2,5 ; –4,5).

Doc. 2 **Les ordres du capitaine du « Pacha »**

Les trois navigateurs devront parcourir la même distance pour se rendre au point où ils seront récupérés par le bateau « Rescue ».

Communiquer immédiatement les coordonnées de ce point aux trois navigateurs.

Tâches complexes transversales

10 Les tonneaux

La situation-problème

Les vendanges terminées, M. Hugues se demande combien de tonneaux en chêne il doit utiliser pour faire vieillir le vin contenu dans ses 6 cuves et quel sera son bénéfice lors de la vente en bouteilles de ce vin. Aider M. Hugues.

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice, le tableur.

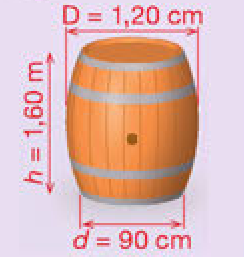
Doc. 1 **Une formule**

Le volume V en m^3 d'un tonneau est donné par la formule : $V = \frac{\pi h}{12}(d^2 + 2D^2)$ où h, d et D désignent respectivement la hauteur et les deux « diamètres » du tonneau exprimés en mètres.

Doc. 2 **Les 6 cuves**

Les 6 cuves sont des cylindres de diamètre 3 m et de hauteur 4 m.

Doc. 3 **Les tonneaux**



Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 4 **La mise en bouteilles**

Après avoir vieilli 2 ans dans les tonneaux, le vin est mis dans des bouteilles de 0,75 L.

Le bénéfice de M. Hugues par bouteille est 0,20 €.

11 Le couloir

La situation-problème

Harry doit commander de drôles de dalles pour carreler un couloir. Aider Harry à compléter le bon de commande de façon à ce que le coût des dalles soit le plus petit possible.

Les supports de travail

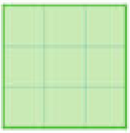
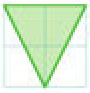
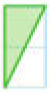
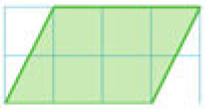
Les documents, la calculatrice, les instruments de géométrie.

Doc. 1 **Les règles à respecter**

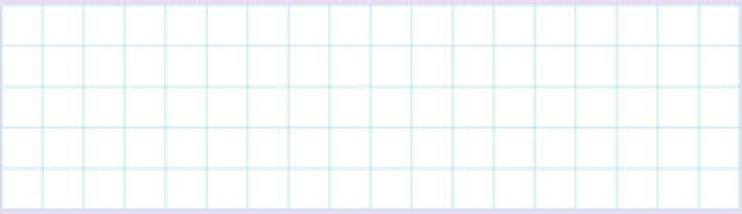
- Une dalle ne peut pas être coupée mais elle peut être retournée.
- Les dalles sont vendues uniquement par boîte entière.

Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Doc. 2 **Le bon de commande**

Description des dalles				
Conditionnement	3 dalles par boîte	12 dalles par boîte	4 dalles par boîte	1 dalle par boîte
Prix d'une dalle	8 €	2 €	2 €	9 €
Nombre de boîtes				
Prix à payer				
TVA à 20 %				
Total TTC				

Doc. 3 **Le couloir**



Je fais le point

Fiche 1 Comparaison

- Pour comparer deux nombres décimaux positifs en écriture décimale :
  - on compare leurs parties entières ;
  - si les parties entières sont égales, on compare les chiffres des dixièmes ;
  - si les chiffres des dixièmes sont les mêmes, on compare les chiffres des centièmes ;
  - et ainsi de suite…

Exemples

- 5,39 < 50,2 : ils sont dans le même ordre que leurs parties entières (5 < 50).
- 23,48 > 23,473 : ils ont la même partie entière (23), le même chiffre des dixièmes (4) ; ils sont dans le même ordre que leurs chiffres des centièmes (8 > 7).

- Ranger des nombres dans l'ordre **croissant** signifie les ranger du plus petit au plus grand.
Ranger des nombres dans l'ordre **décroissant** signifie les ranger du plus grand au plus petit.

1 Recopier, puis compléter avec le symbole <, = ou > qui convient.

a. 131,4 **...** 13,14 **b.** 19,20 **...** 19,3
c. 17,1 **...** 17,10 **d.** 57,51 **...** 57,509

2 Recopier, puis compléter avec le symbole <, = ou > qui convient.

a. 18,34 **...** 5,6 **b.** 13,18 **...** 13,2
c. 2,83 **...** 5,3 **d.** 0,05 **...** 0,005

3 Ranger dans l'ordre décroissant les nombres décimaux suivants :

99,27 3,275 9,17 44,65 32,098
9 99,3 3,08 32,75 44,563

4 Ranger dans l'ordre croissant les nombres décimaux suivants :

13,143 13,1425 1,32
13,133 13,142

Fiche 2 Addition et soustraction

- **Addition**
Lorsque l'on additionne deux nombres, on obtient la **somme** de ces nombres.

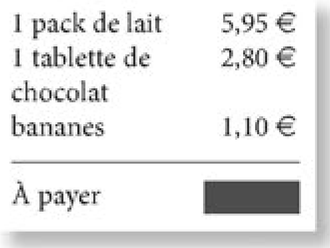
$$\underbrace{11{,}8 + 5{,}3}_{\text{termes}} = \underbrace{17{,}1}_{\text{somme}}$$

- **Soustraction**
Lorsque l'on soustrait deux nombres, on obtient la **différence** de ces nombres.

$$\underbrace{36}_{\text{1}^{\text{er}}\text{ terme}} - \underbrace{9{,}2}_{\text{2}^{\text{e}}\text{ terme}} = \underbrace{26{,}8}_{\text{différence}}$$

- **Ordre de grandeur d'une somme**
Pour obtenir un ordre de grandeur d'une somme, on additionne un ordre de grandeur de chaque terme.

Pour les exercices 5 et 6, utiliser les informations du ticket de caisse suivant.

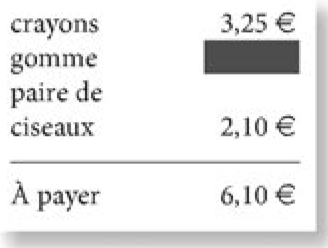


1 pack de lait	5,95 €
1 tablette de chocolat	2,80 €
bananes	1,10 €
À payer	

5 Déterminer un ordre de grandeur du montant « À payer ».

6 Calculer le montant « À payer ».

Pour les exercices 7 et 8, utiliser les informations du ticket de caisse suivant.



crayons	3,25 €
gomme	
paire de ciseaux	2,10 €
À payer	6,10 €

7 Calculer le prix de la gomme.

8 La personne donne à la caisse un billet de 20 €. Combien lui rend-on ?

Fiche 3 Multiplication

- Lorsque l'on multiplie deux nombres, on obtient le **produit** de ces nombres.

$$\underbrace{5,85 \times 0,8}_{\text{facteurs}} = \underbrace{4,680}_{\text{produit}} = 4,68$$

- **Ordre de grandeur d'un produit**

Pour obtenir un ordre de grandeur d'un produit, on multiplie un ordre de grandeur de chaque facteur.

- **Technique de la multiplication**

$$\begin{array}{r} 5,85 \\ \times \quad 0,8 \\ \hline 4,680 \end{array}$$

5,85 → 2 chiffres après la virgule dans le 1er facteur.

0,8 → 1 chiffre après la virgule dans le 2e facteur.

4,680 ← 3 chiffres après la virgule dans le produit.

9 On sait que 275 × 18 = 4 950. En déduire :
a. 2,75 × 18 **b.** 1,8 × 2,75 **c.** 0,275 × 1,8

10 Donner, en expliquant, un ordre de grandeur des produits suivants :
a. 38,63 × 1,92 **b.** 302,5 × 2,4 × 9,1

11 Poser et effectuer :
a. 7,83 × 0,4 **b.** 45,8 × 0,15

12 Calculer habilement :
a. 2 × 75,9 × 5 **b.** 4 × 319 × 25 × 10

13 Ling a constaté que, dans sa chambre, elle doit faire 7 pas pour aller de la porte à la fenêtre.
Elle mesure la longueur d'un de ses pas et trouve 0,65 m.
Calculer la distance entre la porte et la fenêtre dans la chambre de Ling.

14 Dans une salle de cinéma, il y a 35 rangées de 12 fauteuils.
Le prix d'une place est 8,50 €.
Quelle est la recette pour une séance où toutes les places sont occupées ?

Fiche 4 Division

- **Division euclidienne de nombres entiers**

Jules a 17 cartes et souhaite faire des tas de 5 cartes.

dividende → 17 ; diviseur → 5 ; quotient → 3 ; reste → 2

$$\begin{array}{rr|l} 1 & 7 & 5 \\ \hline -\,1 & 5 & 3 \\ \hline & 2 & \end{array}$$

17 = 5 × **3** + 2 et **2** < 5
Il pourra réaliser **3** tas de 5 cartes chacun et il lui restera **2** cartes.

- **Division décimale d'un nombre décimal**

Cinq amis ont cueilli 17,3 kg d'abricots. Ils veulent répartir **équitablement** cette cueillette entre eux.

$$\begin{array}{r|l} 17,3\,0 & 5 \\ \hline -\,15 & 3,46 \\ 2\,3 & \\ -\,2\,0 & \\ 3\,0 & \\ -\,3\,0 & \\ 0 & \end{array}$$

17,3 : 5 = 3,46.
Chaque ami recevra 3,46 kg d'abricots.

15 David a préparé 33 crêpes pour ses 7 cousins et lui. Ses cousins se partagent équitablement les crêpes et lui laissent celles qui restent.
David aura-t-il plus de crêpes que ses cousins ?

16 Pour survoler le Canyon du Colorado, une compagnie aérienne utilise des avions de 12 places. Combien doit-elle en prévoir pour transporter 102 passagers ?

17 Lauren achète un lot de 3 mangas à 17,40 €.
Calculer le prix d'un manga.

18 Avec 2 packs de 6 bouteilles, Luna a acheté 15 L d'eau. Quelle est la contenance d'une bouteille ?

19 Dans une baguette de longueur 1,85 m Erwan découpe 25 morceaux de même longueur.
Quelle est la longueur d'un morceau ?

Je fais le point

Fiche 5 Multiples et diviseurs

Exemples

- Dire que 15 est un **multiple** de 3 signifie que 15 est le produit de 3 par un nombre entier ($15 = 3 \times 5$) ou bien que le quotient de 15 par 3 est un nombre entier ($15 : 3 = 5$).

On dit aussi que 3 est un **diviseur** de 15 ou que 15 est **divisible** par 3.

- L'égalité $28 = 4 \times 7$ peut se traduire par « 28 est un multiple de 4 et de 7 » ou « 4 et 7 sont des diviseurs de 28 » ou « 28 est divisible par 4 et par 7 ».

20 Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

a. 18 est un multiple de 6.
b. 30 est divisible par 4.
c. 8 a 3 diviseurs.
d. 6 est égal à la somme de ses diviseurs autres que lui-même.

21 Recopier la liste de nombres ci-dessous, puis entourer en rouge les multiples de 5, en vert les multiples de 2 et en bleu les multiples de 13.
17 ; 25 ; 65 ; 56 ; 35 ; 29 ; 73 ; 130 ; 78.

22 Chloé pense à un nombre compris entre 50 et 90. Ce nombre est un multiple de 3, il n'est divisible ni par 5 ni par 9, mais 4 en est un diviseur.
Quel est le nombre auquel pense Chloé ?

23 Britney affirme : « Tout nombre divisible par 3 est aussi divisible par 9 ».
A-t-elle raison ? Expliquer la réponse.

24 « Sur le ticket gagnant est inscrit un nombre qui est à la fois multiple de 4 et de 9 ».

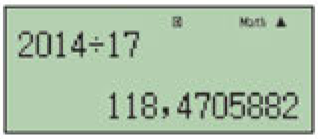
3 762 53 724 9 756 7 002

Quel est le ticket gagnant ?

Fiche 6 Valeurs approchées

On a calculé ci-contre le quotient 2014 : 17 avec la calculatrice.

	Valeurs approchées du quotient	
	par défaut	**par excès**
À l'unité près	118	119
Au dixième près	118,4	118,5
Au centième près	118,47	118,48
Au millième près	118,470	118,471


2014÷17
118,4705882

25


193,41÷23
8,409130435

Quelle est la valeur approchée du quotient ci-dessus :
a. par excès à l'unité près ?
b. par excès au centième près ?
c. par défaut au dixième près ?

26 Recopier et compléter chaque phrase par : **défaut, excès, dixième près, l'unité près**.
a. 3 est la valeur approchée par **...** à **...** de 2,64.
b. 2,6 est la valeur approchée par **...** au **...** de 2,64.
c. 2 est la valeur approchée par **...** à **...** de 2,64.
d. 2,7 est la valeur approchée par **...** au **...** de 2,64.

27 Sonia affirme : « 11,9 est le plus grand nombre dont la valeur approchée par excès au dixième près est 12 ».
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?

28 Ilyes pense à un nombre. Sa valeur approchée par excès à l'unité près est 18, sa valeur approchée par défaut au centième près est 17,43, sa valeur approchée par excès au millième près est 17,438.
Retrouver dans la liste ci-dessous le nombre auquel pense Ilyes.

- 16,436 4
- 17,436 1
- 17,439 1
- 17,427 8
- 17,437 2
- 18,437 6

Fiche 7 Quotient et écriture fractionnaire

- **Le quotient de 3 par 5 est le nombre qui multiplié par 5 donne 3.** Ce quotient est noté 3 : 5 ou $\frac{3}{5}$ **en écriture fractionnaire** ou 0,6 **en écriture décimale** (lorsqu'elle existe).

numérateur → 3

$\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0{,}6 \qquad 5 \times \frac{3}{5} = 3$

dénominateur → 5

- La division de 8 par 3 ne se termine pas, donc le quotient 8 : 3 **n'est pas** un nombre décimal.

Ainsi, la fraction $\frac{8}{3}$ ne possède pas d'écriture décimale exacte.

29 Lire chacune de ces fractions.

a. $\frac{7}{8}$ **b.** $\frac{2}{3}$ **c.** $\frac{11}{12}$ **d.** $\frac{5}{2}$ **e.** $\frac{9}{4}$

30 Recopier et compléter avec :
dénominateur, **quotient**, **écriture décimale**, **numérateur**, **fraction**.

a. 9 est le **...** et 5 est le **...** de la **...** $\frac{5}{9}$.

b. La **...** $\frac{13}{8}$ est une autre écriture du **...** 13 : 8.

c. 1,2 est l'**...** de la **...** $\frac{6}{5}$.

31 Dans chaque cas, donner l'écriture décimale exacte du quotient ou bien la valeur approchée par défaut au centième près.

a. $\frac{8}{5}$ **b.** $\frac{1}{3}$ **c.** $\frac{27}{10}$ **d.** $\frac{19}{19}$ **e.** $\frac{4}{7}$

32 Recopier et compléter.

a. ... × 3 = 5
b. 7 × ... = 11
c. 11 × ... = 7
d. 5 × ... = 6
e. 3 × ... = 7
f. ... × 5 = 3
g. 18 × ... = $\frac{18}{5}$
h. ... × 3 = $\frac{3}{8}$

Fiche 8 Nombres en écriture fractionnaire

- **Quotients égaux**

Un quotient ne change pas lorsque l'on multiplie ou divise son numérateur et son dénominateur **par un même nombre** différent de 0.

Exemples

- $\frac{0{,}6}{0{,}5} = \frac{0{,}6 \times 10}{0{,}5 \times 10} = \frac{6}{5}$
- $\frac{35}{14} = \frac{35 : 7}{14 : 7} = \frac{5}{2}$ ← fraction simplifiée
- Pour écrire sous forme fractionnaire le nombre 1,75, on peut procéder ainsi :

$$1{,}75 = \frac{175}{100} = \frac{175 : 25}{100 : 25} = \frac{7}{4}$$

- **Prendre une fraction d'une quantité**

Prendre une fraction d'une quantité, c'est **multiplier** cette fraction par cette quantité.

Exemple

Prendre les trois cinquièmes de 200 €, c'est calculer $\frac{3}{5} \times 200$. On peut procéder de trois façons :

- $\frac{3}{5} \times 200 = 0{,}6 \times 200 = 120$
- $\frac{3}{5} \times 200 = \frac{3 \times 200}{5} = \frac{600}{5} = 120$
- $\frac{3}{5} \times 200 = 3 \times \frac{200}{5} = 3 \times 40 = 120$

Ainsi les trois cinquièmes de 200 € représentent 120 €.

33 Écrire sous forme fractionnaire les nombres décimaux suivants :

a. 2,1 **b.** 1,23 **c.** 0,07

34 Écrire chaque quotient sous la forme d'une fraction, puis la simplifier.

a. $\frac{1{,}2}{1{,}5}$ **b.** $\frac{0{,}08}{2{,}4}$ **c.** $\frac{6{,}3}{9}$ **d.** $\frac{0{,}018}{0{,}02}$

35 François a escaladé les deux tiers du mur d'escalade du collège qui mesure 9 m de haut.
Il a réussi une escalade de :

- 2 m
- 6 m
- 7 m

36 Les deux tiers du corps humain sont constitués d'eau. Anaïs pèse 45 kg.
Quelle masse d'eau contient son corps ?

Je fais le point

Fiche 9 Trouver un nombre inconnu

• Quel nombre ■ ajouter à 8 pour trouver 20 ?	8 + ■ = 20	■ = 20 – 8 = 12
• Quel nombre ▲ soustraire à 20 pour trouver 5 ?	20 – ▲ = 5	▲ = 20 – 5 = 15
• Par quel nombre ◆ multiplier 3 pour trouver 4 ?	3 × ◆ = 4	◆ = $\frac{4}{3}$

37 Dans chaque cas, trouver la valeur du symbole.

a. 18 + ■ = 32
b. ▲ – 7,5 = 12,25
c. ● x 3 = 30,6
d. ■ + 3,8 = 5,01
e. 240 : ● = 5
f. 28 × ▲ = 7
g. 250 – ◆ = 100
h. ▬ : 5 = 14

38 Recopier et associer chaque égalité au nombre inconnu qui lui correspond.

11 × ▲ = 6 •
▲ + 6 = 11 •
6 × ▲ = 11 •

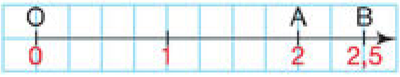
• ▲ = $\frac{11}{6}$
• ▲ = 11 – 6
• ▲ = $\frac{6}{11}$

Fiche 10 Repérage

• Sur une demi-droite graduée

Sur une demi-droite graduée, chaque point est repéré par un nombre appelé l'**abscisse** de ce point.

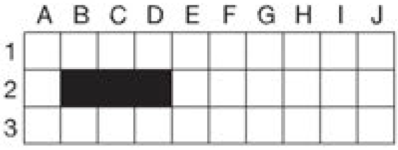
Exemples



Sur la figure ci-dessus, O a pour abscisse **0**, A a pour abscisse **2** et B a pour abscisse **2,5**.

• Sur un tableau

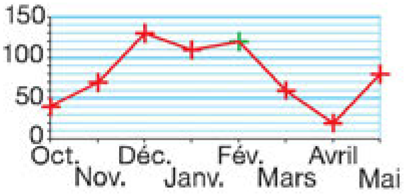
Exemple



Dans la grille ci-dessus, on a noirci les cases B2, C2 et D2.

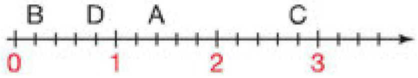
• Sur un graphique

Exemple



Ce graphique donne l'évolution des ventes du journal d'un collège pendant 8 mois.
La croix verte indique qu'il s'est vendu 120 exemplaires du journal en février.

39 Sur la demi-droite graduée ci-dessous, lire l'abscisse de chacun des points A, B, C et D.



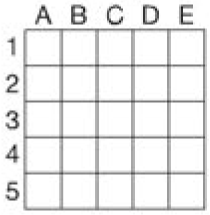
40 **a.** Réaliser cette figure avec AB = 10 cm.

b. Placer chaque point d'abscisse :
- 0,8
- 1,6
- 1,87
- 2,13

41 **a.** Réaliser cette figure avec AB = 10 cm.

b. Placer chaque point d'abscisse :
- 15,29
- 15,34
- 15,385
- 15,43

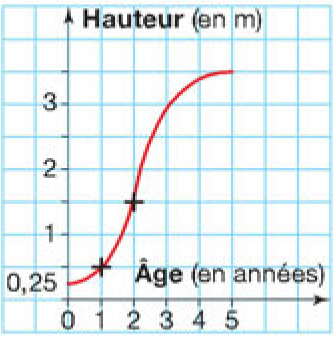
42 Reproduire la grille ci-contre et colorier :
a. en rouge la case B3 ;
b. en vert la case E4 ;
c. en bleu la case D1.



43 Ce graphique donne l'évolution au cours du temps de la hauteur d'un arbuste jusqu'à sa taille maximale.

a. Traduire par une phrase ce qu'indiquent les deux croix.

b. Quelle est la taille maximale de l'arbuste ?



Fiche 11 Proportionnalité

- **Coefficient de proportionnalité**

Au collège, le prix du ticket de cantine est 4,10 €.
Pour 3 tickets, on paie 3 fois plus que pour 1 ticket.
On dit que le **prix d'achat** (en €) **est proportionnel au nombre de tickets** et que 4,10 est le **coefficient de proportionnalité** entre le nombre de tickets et le prix payé.

Nombre de tickets	1	3
Prix (en €)	4,10	12,30

× 4,10

- **Passage à l'unité**

Un carnet de 10 tickets de bus coûte 16 €.
1 ticket coûte 10 fois moins que 10 tickets, donc 1 ticket coûte 1,60 €.
7 tickets coûtent 7 fois plus que 1 ticket, donc 7 tickets coûtent 11,20 €.

:10 × 7

Nombre de tickets	10	1	7
Prix (en €)	16	1,60	11,20

- **Multiplier ou diviser une quantité**

Sur un circuit, une automobile parcourt 200 km en 3 h, toujours à la même vitesse.
En 7,5 h, l'automobile parcourt 500 km.

× 2,5

Durée (en h)	3	7,5
Distance (en km)	200	500

× 2,5

44 Avec 5 L de peinture, on peut peindre 20 m^2.
1. Calculer la surface que l'on peut peindre avec :
a. 10 L de peinture ;
b. 12,5 L de peinture ;
c. 13 L de peinture.
2. Calculer la quantité de peinture nécessaire pour peindre :
a. 10 m^2 **b.** 22 m^2 **c.** 65 m^2

45 La durée d'enregistrement vidéo sur un disque dur est proportionnelle à la capacité de ce disque.
Sur un disque dur de 50 Go (gigaoctets), on peut stocker 75 h de vidéo.
a. Quelle durée de vidéo peut-on stocker sur un disque dur de 250 Go ? 300 Go ? 650 Go ?
b. Quelle doit être la capacité d'un disque dur si l'on souhaite stocker 210 h de vidéo ?

Fiche 12 Pourcentages

- **Appliquer un pourcentage**

Prendre 35 % de 140, c'est calculer : $\frac{35}{100} \times 140 = 0{,}35 \times 140 = 49$.

- **Pourcentages particuliers**

Prendre **50 %** d'une quantité, c'est en prendre **la moitié**.
Prendre **25 %** d'une quantité, c'est en prendre **le quart**.
Prendre **75 %** d'une quantité, c'est en prendre **les trois quarts**.

46 Une crème dessert contient 12 % de matières grasses.
Calculer la masse de matières grasses contenue dans un pot de 125 g.

47 Dans un collège de 660 élèves, 55 % des élèves sont des filles.
Quel est le nombre de filles de ce collège ?

48 Une boîte de chocolat en poudre pèse 600 g. Elle contient 70 % de cacao.
Calculer la masse de cacao.

49 Au 1er janvier 2014, la population de la France (hors Mayotte) est estimée à 65 821 000 habitants.
Les jeunes de moins de 20 ans représentent environ 24,6 % de cette population.
Combien sont-ils ?

50 **a.** Sur papier quadrillé, tracer un carré de côté 10 carreaux.
b. Colorier en rouge 12 % de l'aire de ce carré et en bleu 28 % de cette aire.
c. Quel pourcentage de l'aire de ce carré n'a pas été colorié ?

Fiche 13 Organisation et représentation de données

- **Tableau**

On a demandé à 40 élèves de 5^e, le temps qu'ils mettent pour aller au collège.

Durée (en min)	5	10	**15**	30
Nombre d'élèves	19	10	**7**	4

La colonne verte indique que 7 élèves vont au collège en 15 min.

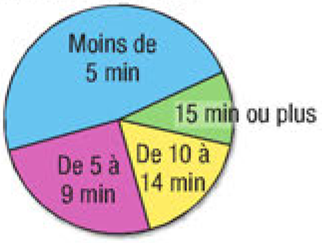
- **Diagramme en bâtons**

Répartition des notes sur 20 des élèves d'une classe à une évaluation.

Les longueurs des bâtons sont **proportionnelles** aux nombres d'élèves correspondants.

- **Diagramme circulaire**

Répartition des élèves d'une classe de 5^e selon la durée de leur petit-déjeuner.



Les mesures des angles des secteurs sont **proportionnelles** aux effectifs correspondants.

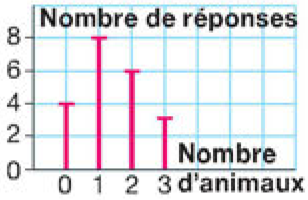
51 On a posé la question suivante à un groupe de collégiens : « Quelle discipline préférez-vous ? ».
Ce tableau indique la répartition des réponses.

Anglais	EPS	Français	Maths	SVT	Technologie	Autres
3	7	4	4	6	5	1

Combien de collégiens a-t-on interrogés ?

52 Sur Terre, 70 % de la surface est occupée par les eaux et 30 % par les terres.
Représenter cette répartition par un diagramme demi-circulaire.

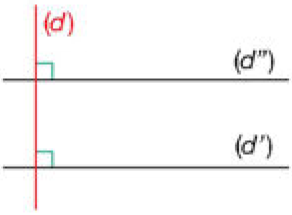
53 On a posé la question suivante à un groupe d'élèves : « Combien avez-vous d'animaux de compagnie ? ».
Ce diagramme en bâtons représente la répartition des réponses.



Déterminer le nombre d'élèves possédant au moins deux animaux.

Fiche 14 Parallèles et perpendiculaires

- Si deux droites (d') et (d'') sont perpendiculaires à une même droite (d), alors (d') et (d'') sont parallèles.



- Si deux droites (d') et (d'') sont parallèles, alors toute droite (d) perpendiculaire à (d') est perpendiculaire à (d'').

54 (d_1), (d_2), (d_3) sont trois droites telles que :

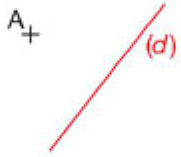
$$(d_1) \perp (d_2) \text{ et } (d_2) \perp (d_3).$$

Que peut-on dire des droites (d_1) et (d_3) ?

55 **1.** Reproduire cette figure et tracer :

a. la parallèle (d') à (d) passant par A ;

b. la perpendiculaire (d'') à (d) passant par A.



2. Que peut-on dire des droites (d') et (d'') ?

56 **a.** Tracer un segment [AB].

b. Tracer la perpendiculaire à la droite (AB) :

- passant par A
- passant par B

c. Que peut-on dire des deux droites tracées ?

57 **a.** Faire une figure à main levée d'après les informations suivantes : (d_1), (d_2), (d_3), (d_4) sont quatre droites telles que $(d_1) // (d_4)$, $(d_2) \perp (d_4)$ et $(d_3) \perp (d_4)$.

b. Compléter en justifiant à l'aide du symbole $\perp$ ou $//$.

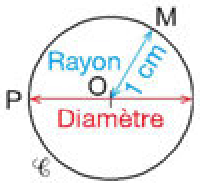
(d_1) **...** (d_2) (d_2) **...** (d_3) (d_1) **...** (d_3)

Fiche 15 Cercle

Un cercle de centre O est l'ensemble des points qui sont à une même distance de O.
Cette distance est le **rayon** du cercle.

Exemple

$\mathscr{C}$ est le cercle de centre O et de rayon 1 cm.
OM = 1 cm, donc M appartient au cercle $\mathscr{C}$.
P appartient au cercle $\mathscr{C}$, donc OP = 1 cm.



58 Le point O est le centre d'un cercle $\mathscr{C}$ de diamètre 6 cm.
Dans chaque cas, indiquer si le point appartient au cercle $\mathscr{C}$.
a. Le point A tel que OA = 6 cm.
b. Le point B tel que BO = 3 cm.
c. Le point D tel que O est le milieu du segment [BD].

59 **a.** Tracer un segment [AB] de longueur 6 cm.
b. Tracer le cercle de diamètre [AB].

60 **a.** Tracer un cercle de centre A et de rayon 4 cm.
b. Tracer un cercle de centre B et de diamètre 6 cm.

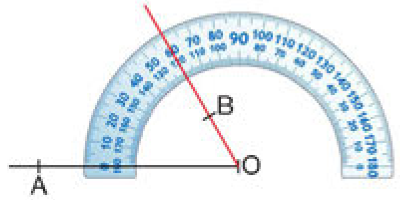
61 **a.** Tracer un segment [RS] de longueur 8 cm.
b. Représenter tous les points qui sont à 3 cm de R.
c. Représenter tous les points qui sont à 5 cm de S.

62 **a.** Tracer un cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon 3 cm.
b. B et C sont deux points de ce cercle $\mathscr{C}$.
Que peut-on dire du triangle ABC ?

Fiche 16 Angles

- L'angle $\widehat{AOB}$ a pour sommet O et pour côtés les demi-droites [OA) et [OB).

Pour mesurer un angle, on dispose le rapporteur comme ci-dessous et on lit $\widehat{AOB}$ = 60°.



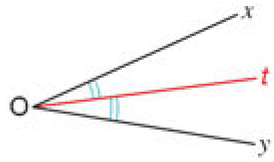
- **Nature d'un angle**

Un angle **aigu** mesure entre 0° et 90°.
Un angle **droit** a pour mesure 90°.
Un angle **obtus** mesure entre 90° et 180°.
Un angle **plat** mesure 180°.

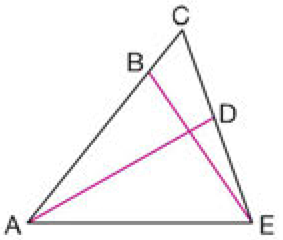
- **Bissectrice d'un angle**

La bissectrice d'un angle $\widehat{xOy}$ est la demi-droite [O*t*) telle que :

$$\widehat{xOt} = \widehat{tOy}.$$



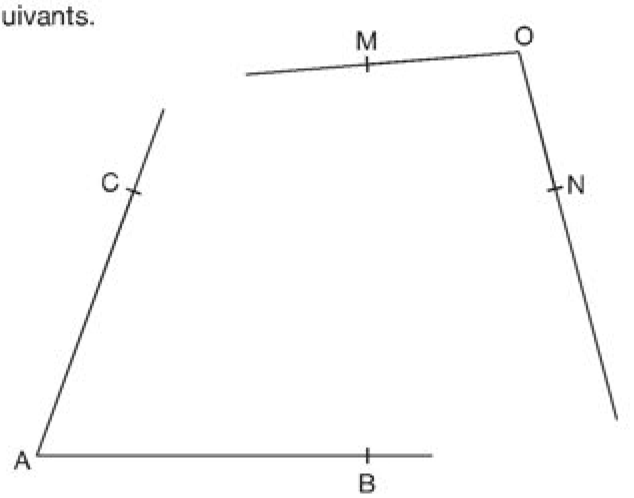
63 Donner plusieurs noms possibles pour l'angle $\widehat{ACD}$.



64 Sur la figure ci-dessus, indiquer la nature de chacun des angles suivants :
a. $\widehat{BAE}$ **b.** $\widehat{CBE}$ **c.** $\widehat{CDE}$

65 **a.** Tracer un angle $\widehat{MNP}$ de mesure 50°.
b. Avec la règle et le rapporteur, tracer la bissectrice [N*x*) de cet angle.

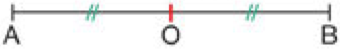
66 Avec le rapporteur, mesurer chacun des angles suivants.



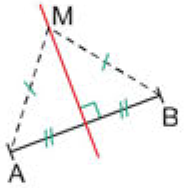
Je fais le point

Fiche 17 Segment : milieu, médiatrice

- Le **milieu O** d'un segment [AB] est le point O du segment tel que OA = OB.
La **longueur** du segment [AB] est notée **AB**.



- La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.



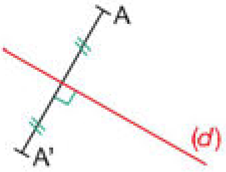
- **Propriété caractéristique d'une médiatrice**
Si un point M appartient à la médiatrice d'un segment [AB], alors MA = MB.
Si MA = MB, alors le point M appartient à la médiatrice du segment [AB].

67 **a.** Tracer un segment [AB] de longueur 5 cm.
b. Placer le milieu I de ce segment.
c. Tracer la médiatrice (*d*) du segment [AB].
d. Placer un point C de (*d*) tel que AC = 6 cm.
Quelle est la longueur BC ? Pourquoi ?

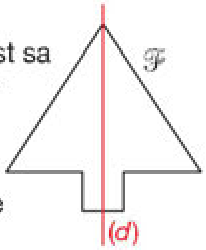
68 **a.** Tracer un segment [AB] de longueur 6 cm.
b. Placer deux points C et D tels que :
AC = BC = 4 cm AD = BD = 5 cm
c. Avec la règle uniquement, tracer la médiatrice du segment [AB]. Expliquer.

Fiche 18 Symétrie axiale

- **Symétrique d'un point**
Le symétrique par rapport à la droite (*d*) d'un point A :
  - est le point A' tel que (*d*) soit la médiatrice du segment [AA'] si A n'appartient pas à (*d*),
  - est le point A si A appartient à (*d*).

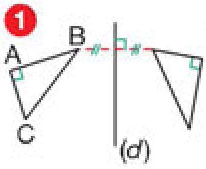


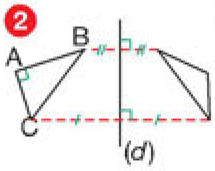
- **Axe de symétrie**
Lorsqu'une figure $\mathscr{F}$ est sa propre symétrique par rapport à (*d*), on dit que la droite (*d*) est un axe de symétrie de $\mathscr{F}$.

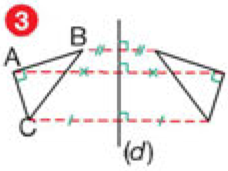


- **Une symétrie axiale** conserve les longueurs, l'alignement, les aires, les mesures d'angles.
- Par une symétrie axiale, la symétrique d'une droite est une droite, le symétrique d'un segment est un segment **de même longueur**, le symétrique d'un cercle est un cercle **de même rayon**.

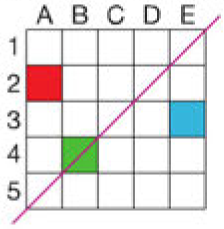
69 Le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (*d*) est correctement construit sur la figure…

①


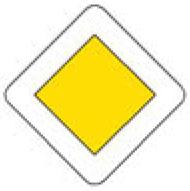
②


③


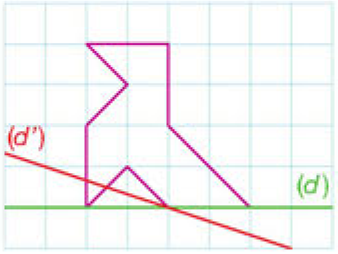
70 Nommer la case symétrique par rapport à la droite tracée de chacune des cases colorées.



71 Déterminer le nombre d'axes de symétrie de ce panneau et les décrire.

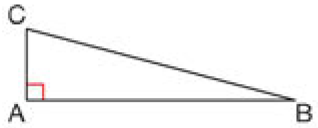


72 **1.** Reproduire cette figure sur papier quadrillé.
2. Tracer la symétrique de la « cocotte » par rapport :
a. à la droite (*d*) **b.** à la droite (*d'*)



Fiche 19 Triangles

- Dire qu'un triangle ABC est **rectangle en A** signifie que $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

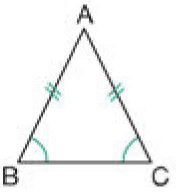


- Dire qu'un triangle ABC est **isocèle** en A signifie que :

AB = AC.

Alors $\widehat{ACB} = \widehat{ABC}$.

Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.

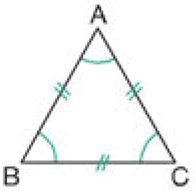


- Dire qu'un triangle ABC est **équilatéral** signifie que :

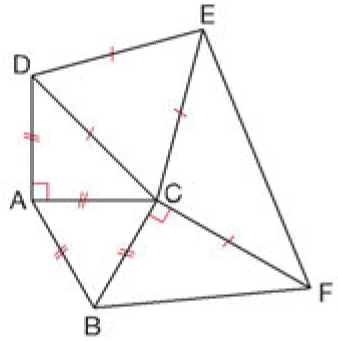
AB = AC = BC.

Alors $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC}$.

Si un triangle a trois angles de même mesure, alors il est équilatéral.



73 Sur la figure ci-contre, donner la nature de chaque triangle tracé.



74 En utilisant la figure ci-contre (de l'exercice **73**), écrire des égalités d'angles.

75 Amine affirme : « Un triangle ne peut pas être à la fois isocèle et rectangle ».

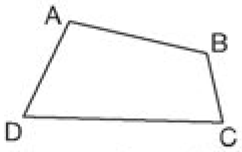
Pauline : « Tu te trompes, c'est possible. »

Marc prétend : « Un triangle rectangle n'est jamais équilatéral ».

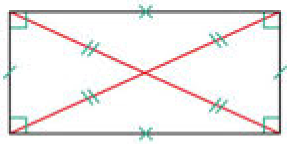
Qui a raison ? Expliquer la réponse.

Fiche 20 Quadrilatères

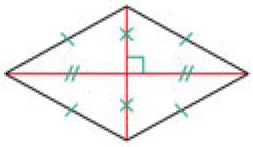
- Pour nommer un quadrilatère, on note les sommets dans l'ordre où on les rencontre en tournant dans un certain sens. Ainsi le quadrilatère ci-contre, peut se noter ABCD ou ADCB ou BCDA ou … Mais il ne **peut pas** se noter ACBD.



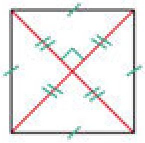
- Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits.
Ses diagonales ont la même longueur et se coupent en leur milieu.



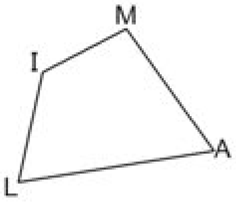
- Un **losange** est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.
Ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.



- Un **carré** est à la fois un rectangle et un losange.



76 Donner trois noms possibles du quadrilatère ci-contre.



77 Construire un rectangle ABCD de dimensions 5 cm et 3 cm.

78 Construire un losange MNPQ tel que :

$MN = 5$ cm et $\widehat{MNP} = 30^\circ$.

79 Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

Un losange est un quadrilatère qui a …

a. quatre côtés de la même longueur ;

b. des diagonales de la même longueur ;

c. quatre axes de symétrie.

80 ABCD est un carré de centre E.

a. Tracer une figure.

b. Quelle est la nature des triangles ABC et BCD ?

c. Quelle est la nature des triangles AEB et BEC ?

Je fais le point

Fiche 21 Unités usuelles

• De longueur

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		2	5,	0	0	

25 m = 2 500 cm

• D'aire

km^2		cm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
						2	5,	0	0	0	0		

25 m^2 = 250 000 cm^2

- 1 hm^2 = 1 ha (hectare)
- 1 dam^2 = 1 a (are)

• De volume et de contenance

1 dm^3 = 1 L

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
					L	dL	cL	mL			
	2	5,	0	0	0	0	0	0			

25 m^3 = 25 000 000 cm^3 = 25 000 L

• De durée

- 1 h = 60 min
- 1 min = 60 s
- 1 h 30 min = 1 h + $\frac{1}{2}$ h = 1,5 h
- 1,25 h = 1 h + $\frac{1}{4}$ h = 1 h 15 min

81 Convertir en m.

a. 0,23 km **b.** 58 mm **c.** 0,98 dm

82 Convertir en m^2.

a. 8,52 km^2 **b.** 172 cm^2 **c.** 52,3 hm^2

83 Recopier et compléter.

a. 280,5 m = 2,805 **...** **b.** 0,723 hm = 7,23 **...**

84 Recopier et compléter

a. 25,32 km^2 = **...** hm^2 **b.** 42 m^2 = **...** cm^2

c. 7,25 dam^2 = **...** m^2 **d.** 5 hm^2 = **...** m^2

85 Convertir en m^3.

a. 575 dm^3 **b.** 35 dam^3 **c.** 524 cm^3

86 Recopier et compléter.

a. 38,1 m^3 = **...** dm^3 **b.** 2,7 cm^3 = **...** mm^3

c. 47 cm^3 = **...** dm^3 **d.** 1,5 m^3 = **...** cm^3

87 Convertir en L.

a. 5,3 dm^3 **b.** 1 200 cm^3 **c.** 8,1 m^3

d. 7 dam^3 **e.** 35,5 m^3 **f.** 1 500 mm^3

88 Recopier et compléter.

a. 2 500 cL = **...** L **b.** 3,2 L = 0,032 **...**

c. 74 dL = **...** daL **d.** 0,85 hL = 85 **...**

89 Recopier et compléter.

a. 1 h 53 min = **...** min **b.** 1 h 10 min 5 s = **...** s

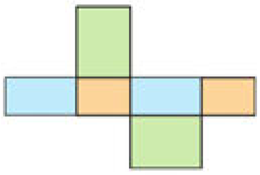
c. 75 min = **...** h **...** min **d.** 6 250 s = **...** h **...** min **...** s

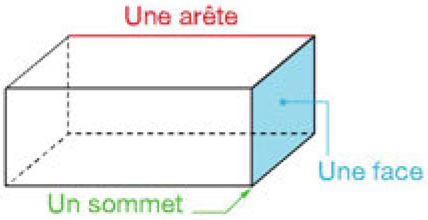
Fiche 22 Parallélépipède rectangle

- Un parallélépipède rectangle est un solide dont les six faces sont des rectangles.

Le parallélépipède rectangle ci-contre est représenté en perspective cavalière.

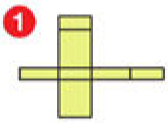
- Pour fabriquer un parallélépipède rectangle, on peut découper et replier un patron.



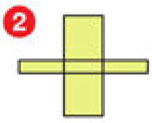


90 Parmi les trois figures suivantes, laquelle représente le patron d'un parallélépipède rectangle ?

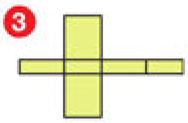
①



②



③



91 Déterminer le nombre de sommets, d'arêtes et de faces d'un parallélépipède rectangle.

92 Dessiner trois patrons différents d'un cube de 3 cm d'arête.

Fiche 23 Périmètre – Aire – Volume

Périmètre et aire

- **Rectangle**

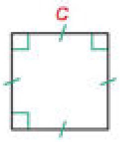
Périmètre : $2 \times \ell + 2 \times L$ ou $2 \times (\ell + L)$

Aire : $L \times \ell$

- **Carré**

Périmètre : $4 \times c$

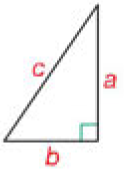
Aire : $c \times c$ ou c^2



- **Triangle rectangle**

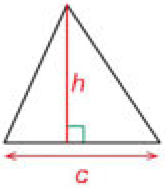
Périmètre : $a + b + c$

Aire : $\dfrac{a \times b}{2}$



- **Triangle**

Aire : $\dfrac{c \times h}{2}$

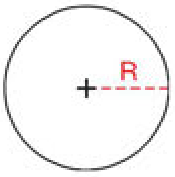


- **Cercle**

Longueur :

$2 \times \pi \times R$

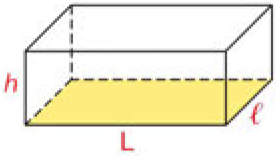
Aire : $\pi \times R^2$



Aire latérale $\mathcal{A}$ et volume $\mathcal{V}$ de solides

- **Parallélépipède rectangle**

$\mathcal{V} = L \times \ell \times h$



- **Prisme droit :**

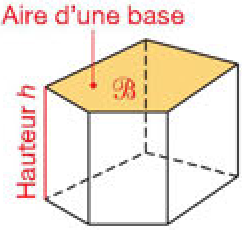
base d'aire $\mathcal{B}$

et de périmètre p,

hauteur h

$\mathcal{A} = p \times h$

$\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$

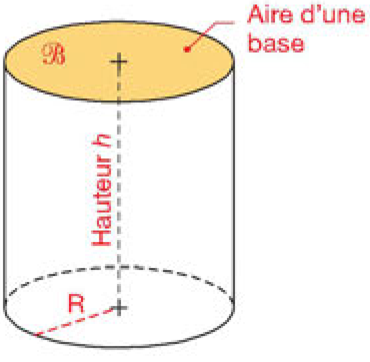


- **Cylindre de révolution :** rayon R, hauteur h

$\mathcal{A} = 2 \times \pi \times R \times h$

$\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$

ou $\mathcal{V} = \pi \times R^2 \times h$

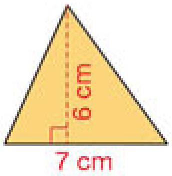


93 **a.** Construire un triangle ABC tel que :

AB = 5,5 cm ; AC = 7 cm ; BC = 4,5 cm.

b. Calculer le périmètre de ce triangle.

94 Calculer l'aire de ce triangle.

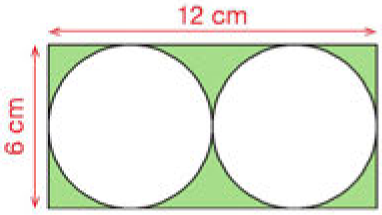


95 Déterminer la valeur exacte de l'aire, en cm², d'un disque de diamètre 10 cm.

Donner la valeur approchée par excès au centième près.

96 Calculer l'aire, en cm², de la surface colorée.

Donner la valeur approchée par excès au centième près.



97 Un parallélépipède rectangle a pour dimensions 2 cm, 3 m et 5 cm.

a. Calculer son volume.

b. Calculer l'aire totale de ses faces.

98 Un prisme droit de hauteur 8 cm a pour base un triangle rectangle dont les côtés ont pour longueurs 3 cm, 4 cm et 5 cm.

a. Calculer son volume.

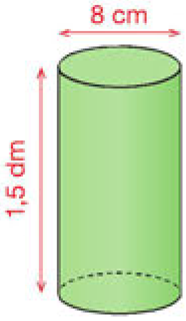
b. Calculer son aire latérale.

99 Un cylindre de révolution de hauteur 1,5 dm a pour base un disque de diamètre 8 cm.

Donner la valeur exacte, puis la valeur approchée par excès au centième près :

a. de son volume ;

b. de son aire latérale.



Corrigés

Je m'évalue

CHAPITRE 1 72 b. 73 b. 74 c. 75 a. 76 c. 77 c. 78 b. 79 c. 80 b. 81 a. 82 a., b., c. 83 a., c. 84 b., c.

CHAPITRE 2 81 c. 82 c. 83 c. 84 b. 85 a. 86 a. 87 a. 88 b. 89 c. 90 a., b. 91 a., b. 92 a., c. 93 a., b., c.

CHAPITRE 3 76 b. 77 c. 78 a. 79 b. 80 b. 81 b. 82 a. 83 c. 84 b., c. 85 a., c. 86 b., c. 87 a., b., c. 88 b., c.

CHAPITRE 4 87 c. 88 a. 89 b. 90 b. 91 c. 92 a. 93 c. 94 b. 95 a. 96 c. 97 b., c. 98 a., b., c. 99 b., c. 100 a., b., c. 101 a., b., c.

CHAPITRE 5 80 b. 81 b. 82 c. 83 b. 84 c. 85 b. 86 a., b., c. 87 a., b. 88 a., c. 89 a., c. 90 b., c.

CHAPITRE 6 84 b. 85 c. 86 a. 87 a. 88 c. 89 b. 90 c. 91 a. 92 c. 93 b. 94 b., c. 95 a., b. 96 a., c.

CHAPITRE 7 67 c. 68 b. 69 b. 70 a. 71 c. 72 b. 73 c. 74 a., b. 75 a., c. 76 a., c. 77 b., c.

CHAPITRE 8 41 c. 42 a. 43 b. 44 a. 45 c. 46 c. 47 b. 48 a., c. 49 a., b., c. 50 a., b., c.

CHAPITRE 9 70 a. 71 b. 72 a. 73 b. 74 c. 75 a., b. 76 b., c. 77 a., b., c. 78 a., c.

CHAPITRE 10 64 b. 65 c. 66 b. 67 b. 68 a. 69 b., c. 70 a., b., c. 71 a., b., c.

CHAPITRE 11 73 a. 74 b. 75 a. 76 c. 77 b. 78 a. 79 c. 80 b., c. 81 a., c. 82 a., b., c. 83 a., c.

CHAPITRE 12 83 c. 84 a. 85 b. 86 c. 87 a. 88 b. 89 b. 90 c. 91 a., b., c. 92 a., c. 93 b., c. 94 a., b., c.

CHAPITRE 13 52 b. 53 a. 54 c. 55 c. 56 a. 57 a., b., c. 58 a., b. 59 a., c.

CHAPITRE 14 75 a. 76 a. 77 a. 78 c. 79 c. 80 b. 81 b. 82 b. 83 a., b., c. 84 b., c.

Exercices d'application

CHAPITRE 1

2 • $D = \underbrace{2 \times 3{,}15} : 3$
$D = 6{,}3 : 3$
$D = 2{,}1$

• $E = \underbrace{7{,}5 \times 0{,}1} + 0{,}25$
$E = 0{,}75 + 0{,}25$
$E = 1$

• $F = \underbrace{3{,}25 \times 4} - 3 : 4$
$F = 13 - 0{,}75$
$F = 12{,}25$

5 $K = 7{,}5 + \underbrace{4{,}5 \times 2}$
$K = 7{,}5 + 9$
$K = 16{,}5$

10 • $D = 18{,}5 \times 83 + 18{,}5 \times 17$
$D = 18{,}5 \times \underbrace{(83 + 17)}$
$D = 18{,}5 \times 100$
$D = 1\,850$

• $E = 17 \times (100 - 2)$
$E = 17 \times 100 - 17 \times 2$
$E = 1\,700 - 34$
$E = 1\,666$

• $F = 85 \times 101$
$F = 85 \times (100 + 1)$
$F = \underbrace{85 \times 100} + \underbrace{85 \times 1}$
$F = 8\,500 + 85$
$F = 8\,585$

CHAPITRE 2

2 **a.** Pour $t = 3$:
$h = 60 \times 3 - 4{,}9 \times 3^2$
$h = 60 \times 3 - 4{,}9 \times 3 \times 3$
$h = 180 - 44{,}1$
$h = 135{,}9$
Donc 3 s après le lancement, la fusée se trouve à 135,9 m de hauteur.

b. Pour $t = 7$:
$h = 60 \times 7 - 4{,}9 \times 7^2$
$h = 60 \times 7 - 4{,}9 \times 7 \times 7$
$h = 420 - 240{,}1 = 179{,}9$
Donc 7 s après le lancement, la fusée se trouve à 179,9 m de hauteur.

7 **1. a.**	**Programme 1**	**Programme 2**
	• $5 \times 4 = 20$	• $5 - 2{,}5 = 2{,}5$
	• $20 - 10 = 10$	• $2{,}5 \times 4 = 10$
	On obtient 10.	On obtient 10.
b.	**Programme 1**	**Programme 2**
	• $8 \times 4 = 32$	• $8 - 2{,}5 = 5{,}5$
	• $32 - 10 = 22$	• $5{,}5 \times 4 = 22$
	On obtient 22.	On obtient 22.
c.	**Programme 1**	**Programme 2**
	• $4{,}9 \times 4 = 19{,}6$	• $4{,}9 - 2{,}5 = 2{,}4$
	• $19{,}6 - 10 = 9{,}6$	• $2{,}4 \times 4 = 9{,}6$
	On obtient 9,6.	On obtient 9,6.

2. a. On obtient le même nombre avec chacun de ces deux programmes.

b. On note x le nombre choisi au départ.

Programme 1

$$\begin{tikzcd} x \arrow[r, bend left, "\times 4"] & 4 \times x \arrow[r, bend left, "-10"] & 4 \times x - 10 \end{tikzcd}$$

On obtient $4x - 10$.

Programme 2

$$\begin{tikzcd} x \arrow[r, bend left, "-2{,}5"] & x - 2{,}5 \arrow[r, bend left, "\times 4"] & 4 \times (x - 2{,}5) \end{tikzcd}$$

On obtient $4(x - 2{,}5)$.

En développant $4(x - 2{,}5)$, il vient :
$4(x - 2{,}5) = 4 \times x - 4 \times 2{,}5 = 4x - 10$.
Donc, quel que soit le nombre choisi au départ, on obtient le même résultat $4x - 10$ avec chacun de ces deux programmes.

10 **a.** L'aire du rectangle vert est $4 \times 2x$ c'est-à-dire $8x$.
L'aire du rectangle orange est $5 \times (x + 1{,}5)$ c'est-à-dire $5(x + 1{,}5)$.
Cette égalité signifie donc que les deux rectangles ont la même aire.
b. • Pour $x = 2{,}5$:
$8x = 8 \times 2{,}5 = 20$
$5(x + 1{,}5) = 5(2{,}5 + 1{,}5) = 5 \times 4 = 20$.
On trouve le même résultat donc l'égalité est vraie pour $x = 2{,}5$ et il est possible que $x = 2{,}5$.

- Pour $x = 0{,}5$:

$8x = 8 \times 0{,}5 = 4$

$5(x + 1{,}5) = 5 \times (0{,}5 + 1{,}5) = 5 \times 2 = 10$.

$4 \neq 10$ donc l'égalité est fausse pour $x = 0{,}5$ et il est impossible que $x = 0{,}5$.

CHAPITRE 3

2 La proportion d'élèves ayant réussi l'ASSR en 5ᵉ C est égale à : $\frac{21}{25} = 0{,}84 = \frac{84}{100}$ soit 84%.

En 5ᵉ D, la proportion d'élèves ayant réussi l'ASSR est 84 %.

Chloé a donc raison : la proportion est la même dans les deux classes.

9 $\frac{950}{2{,}50} = \frac{950 \times 10}{2{,}5 \times 10} = \frac{9500}{25} = 380$ et $380 : 30 \approx 12{,}7$.

Marie aura fini de payer son ordinateur en 13 mois.

CHAPITRE 4

2 • Fraction de la composition représentée par la vanille et le muguet :

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$$

• Fraction de la composition représentée par la vanille, le muguet et le musc :

$$\frac{2}{6} + \frac{5}{12} = \frac{2 \times 2}{6 \times 2} + \frac{5}{12} = \frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12}$$

Or, $\frac{9}{12} = \frac{3 \times 3}{3 \times 4} = \frac{3}{4}$

• Fraction de la composition représentée par les fleurs d'oranger :

$$1 - \frac{3}{4} = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

• **Conclusion :** les fleurs d'oranger représentent $\frac{1}{4}$ de la composition.

8 **a.** $C = \frac{1}{2} \times \frac{24}{5} = \frac{1 \times 24}{2 \times 5} = \frac{1 \times 2 \times 12}{2 \times 5}$ donc $C = \frac{12}{5}$.

b. $D = 14 \times \frac{9}{7} = \frac{14 \times 9}{7} = \frac{7 \times 2 \times 9}{7 \times 1}$ donc $D = \frac{18}{1} = 18$.

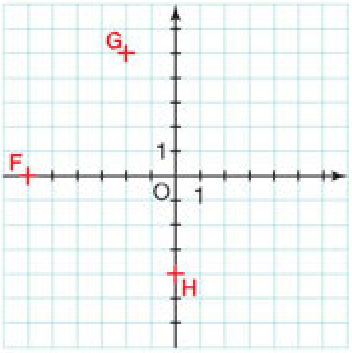
CHAPITRE 5

2 Les premiers Jeux olympiques antiques semblent s'être déroulés à Olympie, en Grèce en **–776**.

Le Pont du Gard a été édifié entre **40** et **50**.

7 **a.** A(–3 ; 3) B(5 ; 0) C(6 ; 2) D(2 ; –3) E(–2 ; –2)

b.



12 $-7{,}3 < -5{,}4 < -4{,}3 < 0{,}8 < 2{,}7 < 3{,}5$

CHAPITRE 6

2 A = –2,8 + (–5,1) + (–1,1) + 7

A = –7,9 + (– 1,1) + 7

A = –9 + 7

A = –2

B = 6,2 + 4,2 + (–8) + (–1,5)

B = 10,4 + (–9,5)

B = 0,9

C = –7,2 + 7,2 + 22,12 + (–19)

C = 22,12 + (–19)

C = 3,12

D = 2,3 + (–2,7) + 4,45 + (–4,45)

D = 2,3 + (–2,7)

D = –0,4

11 **a.** B = –5 + (4 – 15) – (–3 – (–8))

b. B = –5 + (4 – 15) – (–3 + 8)

B = –5 + (–11) – 5

B = –5 + (–11) + (–5)

B = –21

15 **a.**

- Choisir un nombre.
- Ajouter –7.
- Soustraire la différence entre –2 et 7.
- Soustraire 3.

b. En choisissant –2 :

D = –2 + (–7) – (–2 – 7) – 3

D = –2 + (–7) – (–2 + (– 7)) + (–3)

D = –2 + (–7) – (–9) + (–3)

D = –2 + (–7) + 9 + (–3)

D = –3

CHAPITRE 7

2 La situation se traduit par le tableau de proportionnalité ci-dessous :

Masse de blé (en kg)	15	25	
Masse de farine (en kg)	12		36

× 0,8

$\frac{12}{15} = 0{,}8$

a. 25 × 0,8 = 20.

Donc avec 25 kg de blé, on obtient 20 kg de farine.

b. • On cherche le nombre manquant dans l'égalité **...** × 0,8 = 36.

Or 36 : 0,8 = 45 donc il faut 45 kg de blé pour obtenir 36 kg de farine.

• On peut aussi remarquer que 36 = 3 × 12.

On effectue alors 3 × 15 = 45.

Donc il faut 45 kg de blé pour obtenir 36 kg de farine.

7 4 000 000 cm = 40 km, donc 1 cm sur la carte représente 40 km dans la réalité. On peut réaliser le tableau de proportionnalité ci-dessous :

× 40

Longueur sur le plan (en cm)	1	x	2,1
Longueur dans la réalité (en km)	40	164	y

$\times \frac{1}{40}$

a. $x = 164 \times \frac{1}{40} = 4{,}1$.

Sur la carte la distance entre les villes de Lyon et Bollène est de 4,1 cm.

b. $y = 2{,}1 \times 40 = 84$.

Dans la réalité la distance à vol d'oiseau entre Avignon et Montpellier est 84 km.

CHAPITRE 8

2 **1. a.** On a interrogé 800 élèves.

b. 800 – (120 + 144 + 148 + 192 + 116) = 80

80 élèves prennent deux repas par semaine au restaurant scolaire.

2. 144 élèves sur les 800 prennent un seul repas par semaine au restaurant scolaire donc la fréquence est :

a. $\frac{144}{800}$ ou $\frac{9}{50}$ **b.** 0,18 **c.** 18 %

3.

Nombre de repas	0	1	2	3	4	5	Total
Effectif	120	144	**80**	148	192	116	**800**
Fréquence (en %)	**15**	**18**	**10**	**18,5**	**24**	**14,5**	**100**

4. Les élèves qui prennent au moins 3 repas par semaine sont ceux qui prennent 3 ou 4 ou 5 repas par semaine.

18,5 % + 24 % + 14,5 % = 57 %

57 % ≠ 60 % donc Romain se trompe.

4 **a.** 1 − (0,15 + 0,18 + 0,22 + 0,23 + 0,13) = 0,09

b. Par exemple, 1 500 × 0,15 = 225.

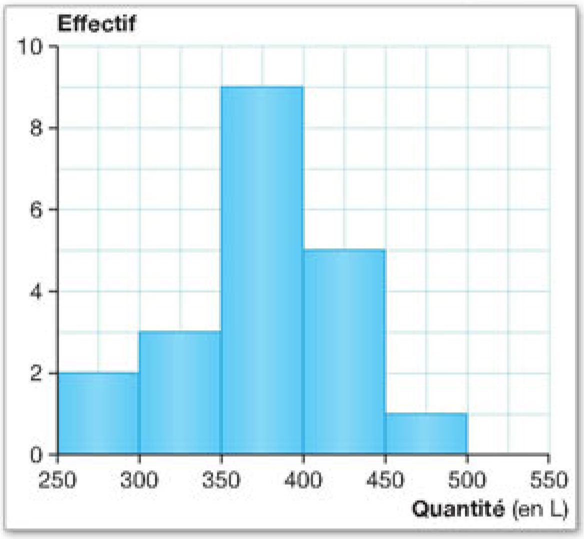
Résultat	1	2	3	4	5	6
Fréquence	0,15	0,18	0,22	**0,09**	0,23	0,13
Effectif	**225**	**270**	**330**	**135**	**345**	**195**

6 **a.**

Quantité q (en L)	$250 \leqslant q < 300$	$300 \leqslant q < 350$	$350 \leqslant q < 400$
Effectif	2	3	9

Quantité q (en L)	$400 \leqslant q < 450$	$450 \leqslant q < 500$
Effectif	5	1

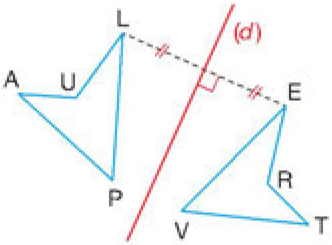
b.



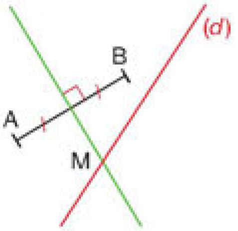
c. 2 + 3 + 9 = 14 donc on a utilisé moins de 400 L de peinture sur 14 chantiers au cours de la semaine.

CHAPITRE 9

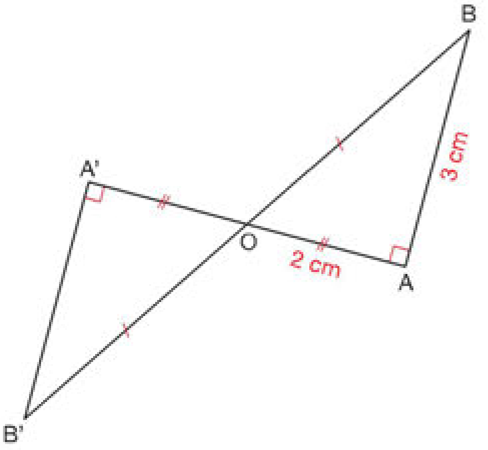
2



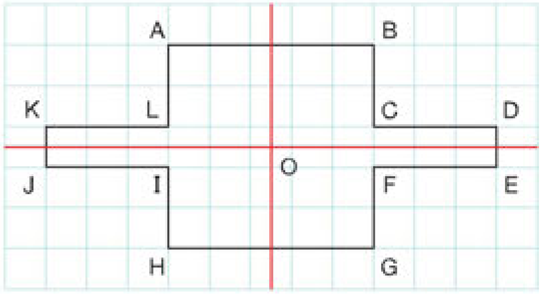
4



9



17



CHAPITRE 10

2 On mesure l'angle $\widehat{uOv}$ avec un rapporteur.

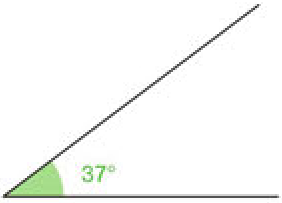
On obtient $\widehat{uOv} = 144°$.

On trace un côté de l'angle, par exemple [Ou).

Avec le rapporteur on fait une marque à la graduation 144° et on trace avec la règle le côté [Ov).

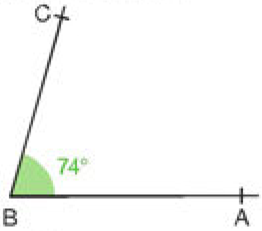
3 **a.** On mesure l'angle avec un rapporteur.

On obtient 37°. On trace un côté de l'angle. Avec le rapporteur, on fait une marque à la graduation 37° et on trace avec la règle le deuxième côté.



b. Le double de 37° est 74°.

On trace un angle $\widehat{ABC}$ de mesure 74°.



6 Les angles $\widehat{SIB}$ et $\widehat{IOF}$ sont correspondants.

Or les droites (LB) et (MF) sont parallèles, donc $\widehat{SIB}$ et $\widehat{IOF}$ ont la même mesure.

D'où $\widehat{SIB} = \widehat{IOF} = 40°$.

Les points I, O et T sont alignés, donc les angles $\widehat{TOF}$ et $\widehat{IOF}$ sont supplémentaires.

Ainsi $\widehat{TOF} + \widehat{IOF} = 180°$ c'est-à-dire $\widehat{TOF} + 40° = 180°$.

D'où $\widehat{TOF} = 180° - 40° = 140°$.

11 **a.** La somme des mesures des angles du triangle BMC est égale à 180°, donc :

$\widehat{CBM} = 180° - (50° + 30°)$

$\widehat{CBM} = 180° - 80° = 100°$

La mesure de l'angle $\widehat{CBM}$ est 100°.

b. Le triangle ABC est rectangle isocèle en A.

On en déduit que l'angle $\widehat{ABC}$ mesure 45°.

Or les angles $\widehat{ABM}$ et $\widehat{ABC}$ sont adjacents,

donc $\widehat{ABM} + \widehat{ABC} = 100°$.

D'où $\widehat{ABM} = 100° - 45° = 55°$.

15 Le triangle PLM est isocèle en M donc $\widehat{MLP} = \widehat{MPL} = 60°$.

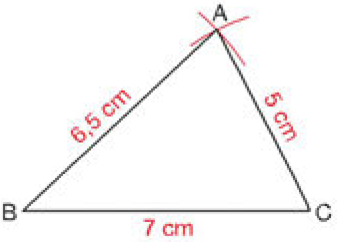
La somme des mesures des angles du triangle PLM est égale à 180° donc :

$\widehat{LMP} = 180° - 2 \times 60° = 60°$

Les trois angles du triangle PLM ont la même mesure donc c'est un triangle équilatéral. Nelly a raison.

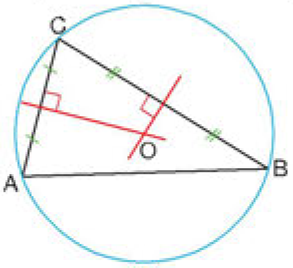
CHAPITRE 11

2 **a.** Impossible car $5 + 1 < 9$.
b. Possible car $5 + 6{,}5 > 7$.
Échelle ½
c. Impossible car $3{,}7 + 2{,}3 = 6$.

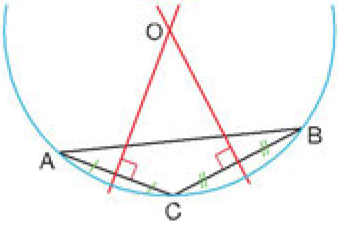


AB + BC = AC donc le point B appartient au segment [AC].

9 **a.** Échelle ½



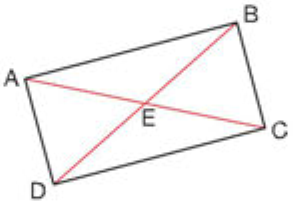
b. Échelle ½



CHAPITRE 12

2 **a.** Il semble que les longueurs IJ et GH sont égales.
b. EFGH est un parallélogramme.
Or, les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur, donc EF = GH. De même, EFIJ est un parallélogramme, donc EF = IJ. IJ et HG, toutes deux égales à EF, sont égales entre elles.

7 **a.**

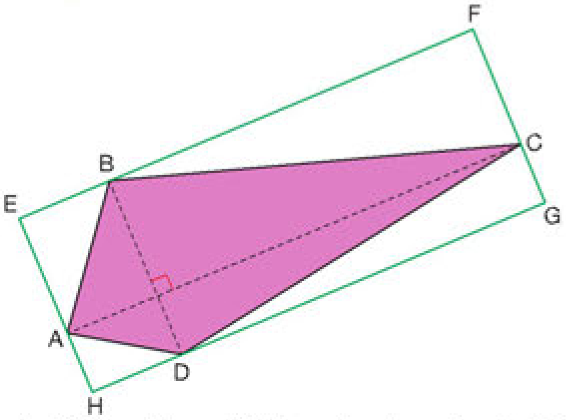


b. ABCD est un rectangle.
Or, un rectangle est un parallélogramme et les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
Donc, le point d'intersection E des diagonales est le milieu de [AC] et [BD]. Par conséquent EA = EC et EB = ED.
ABCD est un rectangle. Or, les diagonales d'un rectangle ont la même longueur.
Donc AC = BD et par conséquent EA = EB.
Or, un triangle qui a deux côtés de la même longueur est isocèle.
Donc, le triangle ABE est isocèle en E.

13 Le triangle ABC est isocèle en A, donc AB = AC.
BACD est donc un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de la même longueur.
Or, si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de la même longueur, alors c'est un losange.
Donc Chloé a raison : BACD est un losange.

CHAPITRE 13

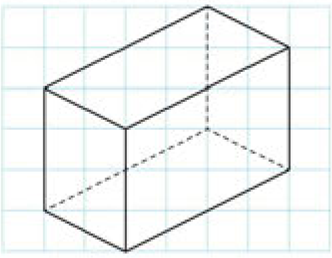
2



L'aire de ABCD est la moitié de celle du rectangle EFGH de dimensions 6 cm et 2,3 cm.
$6 \text{ cm} \times 2{,}3 \text{ cm} = 13{,}8 \text{ cm}^2$
Donc l'aire du rectangle EFGH est $13{,}8 \text{ cm}^2$.
$13{,}8 \text{ cm}^2 : 2 = 6{,}9 \text{ cm}^2$
Donc l'aire du quadrilatère ABCD est $6{,}9 \text{ cm}^2$.

CHAPITRE 14

2 Un prisme droit à base rectangulaire est un parallélépipède rectangle.



9 **Cylindre $\mathcal{C}_1$:** rayon : MR = 3,4 cm, hauteur : MN = 4,5 cm,
$\mathcal{A}_1 = 2\pi \times \text{MR} \times \text{MN} = 2\pi \times 3{,}4 \text{ cm} \times 4{,}5 \text{ cm}$ et $\mathcal{A}_1 = 30{,}6\pi \text{ cm}^2$
Cylindre $\mathcal{C}_2$: rayon : MN = 4,5 cm, hauteur : MR = 3,4 cm,
$\mathcal{A}_2 = 2\pi \times \text{MN} \times \text{MR} = 2\pi \times 4{,}5 \text{ cm} \times 3{,}4 \text{ cm}$ et $\mathcal{A}_2 = 30{,}6\pi \text{ cm}^2$
Les cylindres $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ ont la même aire latérale.

14 **a.** $\mathcal{B} = \dfrac{5 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}}{2} = 15 \text{ cm}^2$
$\mathcal{V} = 15 \text{ cm}^2 \times 8 \text{ cm}^2 = 120 \text{ cm}^3$
b. $\mathcal{B} = \pi \times 5^2 \text{ cm}^2 = 25\pi \text{ cm}^2$
$\mathcal{V} = 25\pi \text{ cm}^2 \times 11 \text{ cm} = 275\pi \text{ cm}^3$
$\mathcal{V} \approx 864 \text{ cm}^3$

15 $\mathcal{V} = 25 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} = 30\,000 \text{ cm}^3$
$\mathcal{V} = 30 \text{ dm}^3 = 30$ L
Ce pot de fleurs a une contenance de 30 L.

Je m'entraîne

CHAPITRE 1

21 Arthur ne dicte pas cette expression avec précision. On ne sait pas s'il s'agit de :
- $4 + 3 \times 5$ auquel cas Louise aurait raison.
- $(4 + 3) \times 5$ auquel cas Éthan aurait raison.

Arthur devrait dire :
« 4 plus le produit de 3 par 5 » ou bien « Le produit de 4 + 3 par 5 ».

28 **a.** 2,8
b. 8

33
- $D = \underbrace{5{,}5 \times 6}_{} : 4 \times 2$
  $D = \underbrace{33 \quad : 4}_{} \times 2$
  $D = \quad 8{,}25 \quad \times 2$
  $D = 16{,}5$
- $E = \underbrace{36 : 2}_{} \times 5 : 3$
  $E = \underbrace{18 \quad \times 5}_{} : 3$
  $E = \quad 90 \quad : 3$
  $E = 30$

- $F = \underbrace{7{,}5 \times 8} : 5 : 4$
  $F = \underbrace{60 \quad : 5} : 4$
  $F = 12 : 4$
  $F = 3$

- $G = \underbrace{45 : 3} : 5 \times 2{,}5$
  $G = \underbrace{15 \quad : 5} \times 2{,}5$
  $G = 3 \times 2{,}5$
  $G = 7{,}5$

35 **a.** 12 € + 2 × 4 € = 20 €
En remplaçant chaque prix par un prix proche mais supérieur, on obtient 20 €.
Donc Léa pourra payer avec un billet de 20 €.
b. 11,90 + 2 × 3,95 = 11,90 + 7,90 = 19,80
Donc Léa a dépensé 19,80 €.

39 **a.** 48 × 60 + 14 = 2 880 + 14 = 2 894
Donc 48 min 14 s équivalent à 2 894 s.
b. $3 \times 3\,600 + 27 \times 60 + 47 = \underbrace{10\,800 + 1\,620} + 47$
$= 12\,420 + 47$
$= 12\,467$
Donc 3 h 27 min 47 s équivalent à 12 467 s.

40 **a.** 2 × 6,4 + 7,5
b. 2 × 6,4 + 7,5 = 12,8 + 7,5 = 20,3
Le périmètre de ce triangle est 20,3 cm

52 **a.** $\underbrace{\underbrace{(1{,}45 - 1{,}38)}_{0{,}07} : \underbrace{(2\,020 - 2\,012)}_{8}}_{0{,}00875}$
Chaque année la population de la Chine augmenterait de 0,00875 milliard d'habitants.
b. 0,008 75 milliard = 8,75 millions
Chaque année la population de la Chine augmenterait de 8,75 millions d'habitants.

CHAPITRE 2

17 « Au lieu d'énoncer tous ces calculs, tu aurais pu dire que tu calculais l'expression **$7x + 5$** pour toutes valeurs entières de **3** à **11** ».

27 **a.** Pour $x = 2$:
- $3x - 5 = 3 \times 2 - 5 = 6 - 5 = 1$
- $x + 3 = 2 + 3 = 5$

$1 \neq 5$ donc l'égalité est fausse pour $x = 2$.
b. Pour $x = 4$:
- $3x - 5 = 3 \times 4 - 5 = 12 - 5 = 7$
- $x + 3 = 4 + 3 = 7$

On trouve le même résultat donc l'égalité est vraie pour $x = 4$.
c. Pour $x = 10$:
- $3x - 5 = 3 \times 10 - 5 = 30 - 5 = 25$
- $x + 3 = 10 + 3 = 13$

$25 \neq 13$ donc l'égalité est fausse pour $x = 10$.

30 Juliette : P = 1,5 × 22 + 2 = 33 + 2 = 35
Donc la pointure de Juliette est 35.
Louis : P = 1,5 × 24 + 2 = 36 + 2 = 38
Donc la pointure de Louis est 38.

42 **a.** 16 h + 3 h = 19 h donc il est 19 h à Moscou.
16 h − 5 h = 11 h donc il est 11 h à New York.
b. 9 h − 3 h = 6 h donc il est 6 h à Paris.
9 h − 8 h = 1 h donc il est 1 h à New York.
2. Heure à Moscou : $h + 3$
Heure à New York : $h - 5$
3. Heure à Paris : $t - 3$
Heure à New York : $t - 8$

44 **a.** $P_A = 26 \times n$
b. $P_Z = 100 + 15 \times n$
c. • Pour $n = 3$:
$P_A = 26 \times 3 = 78$
$P_Z = 100 + 15 \times 3 = 100 + 45 = 145$
• Pour $n = 5$:
$P_A = 26 \times 5 = 130$
$P_Z = 100 + 15 \times 5 = 100 + 75 = 175$
• Pour $n = 10$:
$P_A = 26 \times 10 = 260$
$P_Z = 100 + 15 \times 10 = 100 + 150 = 250$

47 $A = 8 \times x + 8 \times 5 = 8x + 40$
$B = 5 \times 9 - 5 \times b = 45 - 5b$
$C = 2y \times 4 - 1 \times 4 = 8y - 4$
$D = 10 \times 0{,}4a - 10 \times 6{,}3 = 4a - 63$

58 **1. a.** $P = x + x + 4 + x + 5$.
Donc $P = 3x + 9$.
b. $P = 3x + 9 = 3 \times x + 3 \times 3$.
Donc $P = 3(x + 3)$.
2. • Pour $x = 2$:
$P = 3x + 9 = 3 \times 2 + 9 = 6 + 9 = 15$.
• Pour $x = 3{,}5$:
$P = 3(x + 3) = 3 \times (3{,}5 + 3) = 3 \times 6{,}5 = 19{,}5$.

69 **a.** Maëlle a remarqué que $2 \times a = 26 - 17$
c'est-à-dire $2 \times a = 9$ et $a = 9 : 2 = 4{,}5$.
Donc $a = 4{,}5$.
b. BC = 3 × 4,5 + 17 = 13,5 + 17 = 30,5.
DE = 4,5 + 26 = 30,5.
Donc BC = DE = 30,5.

72 On peut compléter le schéma ainsi :

$$\begin{tikzcd}
8 \arrow[r, shift left, "\times 6"] & 48 \arrow[l, shift left, ": 6"] \arrow[r, shift left, "+ 4"] & 52 \arrow[l, shift left, "- 4"]
\end{tikzcd}$$

Christel a choisi 8.

CHAPITRE 3

15 **a.** $\frac{1}{4}$ **b.** $\frac{1}{3}$ **c.** $\frac{6}{16}$ **d.** $\frac{4}{7}$ **e.** $\frac{7}{8}$

20 La proportion de boules rouges dans le sac est $\frac{12}{18}$ (c'est-à-dire $\frac{2}{3}$).

24 Valentin et Flora ont tous les deux raison : $\frac{6}{8} = \frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}$.

33 **a.** $\square = \frac{1{,}6}{2} = 0{,}8$
b. $\square = \frac{1{,}2}{0{,}4} = 3$
c. $\square = \frac{9}{0{,}6} = 15$
d. $\square = \frac{7{,}2}{12} = 0{,}6$
e. $\square = \frac{0{,}35}{1{,}4} = 0{,}25$
f. $\square = \frac{1}{2{,}5} = 0{,}4$

43 **a.** 91 = 7 × 13 donc **7** est un diviseur de 91 ou **13** est un diviseur de 91
b. 204 = 12 × 17 donc 204 est divisible par **12** ou 204 est divisible par **17**
c. $\frac{117}{9} = 13$ donc **9** est un diviseur de 117.
d. $\frac{414}{23} = 18$ donc 414 est divisible par 23.

46 **a.** 70 = 7 × 10
b. 224 = 7 × 32
c. 385 = 7 × 55
d. 868 = 7 × 124
e. 2 415 = 7 × 345
f. 3 892 = 7 × 556

52 **a.** $\frac{8}{5} = \frac{\mathbf{72}}{45}$ **b.** $\frac{2}{3} = \frac{\mathbf{10}}{15}$ **c.** $\frac{1}{6} = \frac{\mathbf{3}}{18}$
d. $\frac{8}{12} = \frac{\mathbf{2}}{3}$ **e.** $\frac{6}{10} = \frac{\mathbf{3}}{5}$ **f.** $\frac{12}{27} = \frac{\mathbf{4}}{9}$

62 $\frac{11{,}70}{0{,}90} = \frac{11{,}70 \times 10}{0{,}9 \times 10} = \frac{117}{9} = 13$
Émilie consomme 13 cafés par semaine.

66 **a.** Chaque lundi, le cours de batterie de Léo dure **45 minutes**.
b. Lors de son évaluation de mathématiques, Elisa regarde sa montre et se dit « Les **40 minutes** se sont déjà écoulées ! »

69 **a.** $\frac{325}{12,5} = \frac{325 \times 10}{12,5 \times 10} = \frac{3250}{125} = 26$.

La durée de son parcours sera de 26 h soit 1 jour et 2 heures.
b. Il prévoit d'arriver dimanche à 12 h.

CHAPITRE 4

15 **a.** $\frac{9}{4} + \frac{7}{4} = \frac{16}{4}$ (c'est-à-dire 4). **b.** $\frac{14}{5} - \frac{3}{5} = \frac{11}{5}$

19 $1 - \left(\frac{4}{9} + \frac{2}{9}\right) = 1 - \frac{6}{9} = \frac{9}{9} - \frac{6}{9} = \frac{3}{9}$

Or, $\frac{3}{9} = \frac{3 \times 1}{3 \times 3} = \frac{1}{3}$· Donc Léa prend $\frac{1}{3}$ du gâteau.

24 **a.** $\frac{3}{10} + \frac{7}{100} = \frac{30}{100} + \frac{7}{100} = \frac{37}{100}$ **b.** $\frac{7}{10} - \frac{15}{100} = \frac{70}{100} - \frac{15}{100} = \frac{55}{100}$

28 **a.** $\frac{7}{10} \times \frac{11}{4} = \frac{77}{40}$ **b.** $\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{35}{48}$ **c.** $\frac{3}{10} \times \frac{7}{100} = \frac{21}{1000}$

34 **a.** $\frac{2}{7} + \frac{5}{21} = \frac{2 \times 3}{7 \times 3} + \frac{5}{21} = \frac{6}{21} + \frac{5}{21} = \frac{11}{21}$
b. $\frac{9}{5} - \frac{4}{15} = \frac{9 \times 3}{5 \times 3} - \frac{4}{15} = \frac{27}{15} - \frac{4}{15} = \frac{23}{15}$
c. $\frac{11,4}{2,5} - \frac{2,2}{5} = \frac{11,4 \times 2}{2,5 \times 2} - \frac{2,2}{5} = \frac{22,8}{5} - \frac{2,2}{5} = \frac{20,6}{5}$

51 **a.** $\frac{2}{7} + \frac{10}{21} = \frac{6}{21} + \frac{10}{21} = \frac{16}{21}$ · Donc $\frac{16}{21}$ du trajet est parcouru à vélo et à pied.

b. $1 - \frac{16}{21} = \frac{21}{21} - \frac{16}{21} = \frac{5}{21}$ · Donc $\frac{5}{21}$ du trajet est parcouru à la nage.

CHAPITRE 5

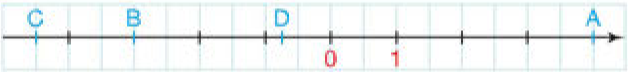
19 L'abscisse de A est 2. L'abscisse de B est –1,5.
L'abscisse de C est –3. L'abscisse de D est 0,5.
L'abscisse de E est 2,5.

23 A' est entre B et C, son abscisse est –2.

25 A(–1 ; 2) ; B(2,5 ; 1,5); C(0 ; 1,5) ; D(–3 ; –0,5) ; E(1 ; –2); F(3,5 ; 0).

30 **a.** 3,8 **b.** 7,1 **c.** 0,65
d. –1,45 **e.** –0,32 **f.** –75

45



58 **a.** **L'origine** d'un repère est le seul point dont les **coordonnées** sont égales à zéro.
b. Tous les points situés au-dessus de l'**axe** des abscisses ont une ordonnée **positive** et ceux situés au-dessous, une ordonnée **négative**.
c. Tous les points situés à gauche de l'**axe** des ordonnées ont **une abscisse** négative et ceux situés à droite, **une abscisse** positive.
d. Tous les points de l'axe des **ordonnées** ont une abscisse égale à zéro.
e. Tous les points de l'axe des **abscisses** ont une ordonnée égale à zéro.

CHAPITRE 6

19 **a.** 60 **b.** – 43 **c.** 35
d. – 33 **e.** – 14 **f.** 6

26 **a.** 6,5 + 3,1 = 9,6 **b.** –1,4 + (–5) = –6,4
c. –4 + 2,5 = –1,5 **d.** 8,2 + (–10) = –1,8

29 MN = –50 – (–75) = –50 + 75 = 25.

34 **a.** –10 **b.** –0,9 **c.** –1,85 **d.** 3,5

49 **a.** 12,5 + 3,7 = 16,2 **b.** –9,6 + (–0,5) = –10,1
c. –17,2 + 6,3 = –10,9 **d.** 8,9

66 AC = 2 015 – 105 = 1 910
BC = 105 – (–1 808) = 105 + 1 808
BC = 1 913
C'est le point B qui est le plus éloigné de C.

70 **a.** C = –5 + 8 + (–10) + 9
b. C = 8 + 9 + (–5) + (–10)
C = 17 + (–15)
C = 2

CHAPITRE 7

12 **a.** $\frac{21}{3} = 7$; $\frac{35}{5} = 7$ et $\frac{43}{6} \neq 7$.
Donc ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.
b. $\frac{1,6}{2} = 0,8$; $\frac{2,4}{3} = 0,8$ et $\frac{5,6}{7} = 0,8$.
Donc ce tableau est un tableau de proportionnalité.

14 450 : 9 = 50.

× 50

Durée (en min)	9	30	y	18
Distance (en m)	450	x	1 950	z

$x = 30 \times 50 = 1\,500$; $y = 1\,950 : 50 = 39$ et $z = 18 \times 50 = 900$.

22 **a.** 20 km = 2 000 000 cm donc l'échelle de cette carte est $\frac{1}{2\,000\,000}$.
b. 500 m = 50 000 cm donc l'échelle de cette carte est $\frac{2}{50\,000}$ c'est-à-dire $\frac{1}{25\,000}$.

24 $\frac{8}{10} = 0,8$; $\frac{16}{20} = 0,8$; $\frac{24}{30} = 0,8$; $\frac{35}{45} \neq 0,8$ et $\frac{40}{50} = 0,8$.
Donc le nombre de personnes n'est pas proportionnel à la durée.

41 **1. a.** 12 min = $\frac{12}{60}$ h = 0,2 h.
b. 54 min = $\frac{54}{60}$ h = 0,9 h.
c. 1 h 42 min = 1 h + $\frac{42}{60}$ h = 1 h + 0,7 h = 1,7 h.
d. 4 h 18 min = 4 h + $\frac{18}{60}$ h = 4 h + 0,3 h = 4,3 h.
2. a. 3 h = 3 × 60 min = 180 min.
b. 4,5 h = 4,5 × 60 min = 270 min.
c. 2 h 35 min = 2 × 60 min + 35 min = 155 min.
d. 600 s = $\frac{600}{60}$ min = 10 min.

42 • 10 km = 10 000 m et 10 000 m = 25 × 400 m.
De plus 25 × (1 min 50 s) = 25 min 1 250 s
Donc Anouar met 25 min 1 250 s pour parcourir 10 km.
• 1 250 = 20 × 60 + 50 donc 1 250 s = 20 min 50 s.
25 min 1 250 s = 25 min + 20 min + 50 s = 45 min 50 s.
Donc Anouar met 45 min 50 s pour parcourir 10 km.

44 **a.** $\frac{12,5}{100} \times 24\,\text{h} = 0,125 \times 24\,\text{h} = 3\,\text{h}$.
Donc les jeunes âgés de 11 à 14 ans passent en moyenne chaque jour 3 h devant un écran.
b. $\frac{70}{100} \times 3\,\text{h} = 0,7 \times 3\,\text{h} = 2,1\,\text{h}$.
Et 2,1 h = 2 h + 0,1 × 60 min = 2 h 6 min.
Donc les jeunes âgés de 11 à 14 ans passent en moyenne chaque jour 2 h 6 min devant la télévision.
c. 3 h – 2 h 6 min = 54 min.
Donc les jeunes âgés de 11 à 14 ans passent en moyenne 54 min chaque jour devant un ordinateur.

46 $\frac{3}{100} \times 70\,\text{kg} = 0,03 \times 70\,\text{kg} = 2,1\,\text{kg}$.
Donc Enzo a perdu 2,1 kg.
70 kg – 2,1 kg = 67,9 kg.
Donc Enzo pesait 67,9 kg après le match.

48 • Première méthode :
$\frac{54}{75} = 0,72 = \frac{72}{100} = 72\ \%$.

Donc Lionel a marqué 72 % de ses buts du pied gauche.
100 % – 72 % = 28 % donc 28 % des buts marqués par Lionel ne l'ont pas été du pied gauche.

- Deuxième méthode :

75 – 54 = 21 donc 21 buts n'ont pas été marqués du pied gauche.
$\frac{21}{75} = 0{,}28 = \frac{28}{100} = 28$ %.
Donc 28 % des buts marqués par Lionel ne l'ont pas été du pied gauche.

50 **a.** 3 des 6 lettres du mot QUINZE sont des voyelles.
$\frac{3}{6} = 50$ % donc le pourcentage de voyelles est 50 %.
b. Une des 4 lettres du mot CENT est une voyelle.
$\frac{1}{4} = 25$ % donc le pourcentage de voyelles est 25 %.
c. 4 des 10 lettres du mot DIFFERENCE sont des voyelles.
$\frac{4}{10} = 0{,}4 = 40$ % donc le pourcentage de voyelles est 40 %.
d. 2 des 5 lettres du mot SOMME sont des voyelles.
$\frac{2}{5} = 0{,}4 = 40$ % donc le pourcentage de voyelles est 40 %.

51
- $\frac{45}{60} = 0{,}75 = 75$ % donc la crème Brillance contient 75 % d'eau.
- $\frac{30}{50} = 0{,}6 = 60$ % donc la crème Claire contient 60 % d'eau.
- $\frac{70}{180} \approx 39$ % donc la crème Diurne contient environ 39 % d'eau.
- La crème Brillance contient la plus grande proportion d'eau.

CHAPITRE 8

8 **a.** 9 + 25 + 16 + 10 + 20 = 80. L'effectif total est 80.
b. Il y a 20 élèves de 5ᵉ E parmi 80 élèves, donc la fréquence des élèves de 5ᵉ E est $\frac{20}{80}$ ou $\frac{1}{4}$.
c. $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ donc Antoine a raison.

12 **a.** La note obtenue le plus grand nombre de fois est 11.
b. L'effectif de la note 10 est 7.
c. Les notes qui ont pour effectif 10 sont 9 et 15.
d. 9 + 10 + 7 + 12 + 9 = 47 donc 47 élèves ont obtenu moins de 14.
e. 9 + 5 + 10 + 11 + 6 + 3 = 44 donc 44 élèves ont obtenu au moins 13.
f. 47 + 5 + 10 + 11 + 6 + 3 = 82 (ou 47 + 44 – 9 = 82)
donc l'effectif total est 82 élèves.

15 **1.**

	A	B	C	D	E	Total
Effectif	12	6	5	16	9	48
Fréquence	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{48}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{16}$	1

2. a. $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ donc 25 % des élèves ont choisi le chant A.
b. 100 % – 25 % = 75 % donc 75 % des élèves n'ont pas choisi le chant A.
3. C'est le chant D qui a été le plus choisi.
Il a été choisi dans la proportion $\frac{1}{3}$, c'est-à-dire que un élève sur trois l'a choisi.

16 **a.** et **b.**

Jour	L	M	M	J	V	S	D	Total
Effectif	35	15	40	25	50	55	30	250
Fréquence	0,14	0,06	0,16	0,1	0,2	0,22	0,12	1

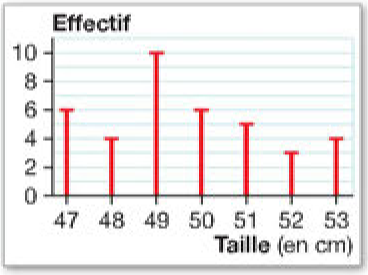
21 **a.** 100 % – (53 % + 6 % + 19 %) = 22 %
La fréquence de la catégorie « Pêche au large » est 22 %.
b. $\frac{53}{100} \times 13\,700 = 7\,261$; $\frac{22}{100} \times 13\,700 = 3\,014$; $\frac{6}{100} \times 13\,700 = 822$ et $\frac{19}{100} \times 13\,700 = 2\,603$ donc il y a 7 261 marins pêcheurs dans la catégorie « Petite pêche », 3 014 dans la catégorie « Pêche au large », 822 dans la catégorie « Grande pêche » et 2 603 dans la catégorie « Pêche côtière ».

23 **a.**
- Trois joueurs ont joué pendant 22 min et un joueur pendant 24 min, donc quatre joueurs ont joué pendant plus de 20 min.
- Trois joueurs ont joué pendant moins de 10 minutes (6 min, 9 min, 5 min).

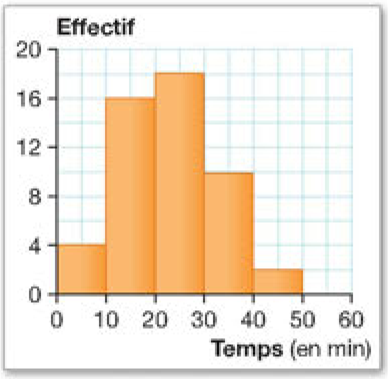
b.

Durée d (en min)	$5 \leqslant d < 10$	$10 \leqslant d < 15$	$15 \leqslant d < 20$	$20 \leqslant d < 25$
Effectif	3	0	4	5

28



30



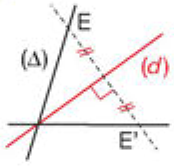
CHAPITRE 9

22 Les droites (d) et (d') semblent symétriques par rapport à la droite (Δ) dans les cas **c.** et **d.** Dans les autres cas, ces deux droites ne semblent pas se superposer par pliage le long de la droite (Δ).

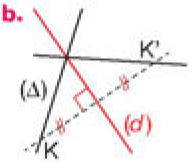
23 Les points A et B appartiennent au cercle, donc les longueurs OA et OB sont égales (elles sont toutes les deux égales au rayon du cercle). Ainsi le point O appartient à la médiatrice du segment [AB]. Le point I est le milieu du segment [AB], donc il appartient également à la médiatrice de ce segment. La droite (OI) est donc la médiatrice du segment [AB]. On peut donc affirmer qu'elle est perpendiculaire à [AB].

34

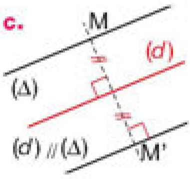
a.



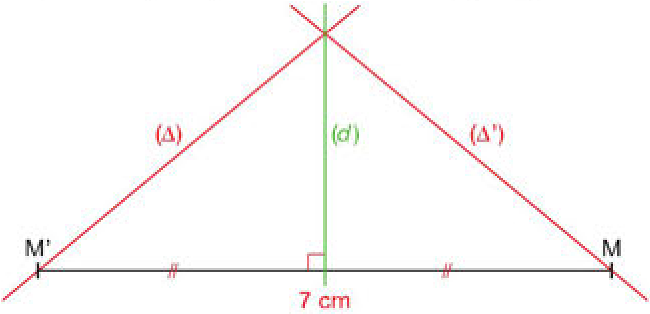
b.



c.

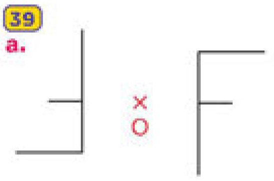


37 **b.** La droite (d) cherchée est la médiatrice du segment [MM']. Voir schéma ci-dessous.
c. La symétrique (Δ') de la droite (Δ) par rapport à la droite (d) passe par le point M et par le point d'intersection de (Δ) et (d).

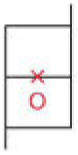


39

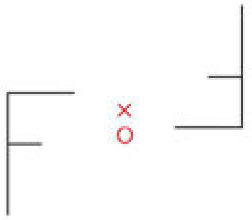
a.



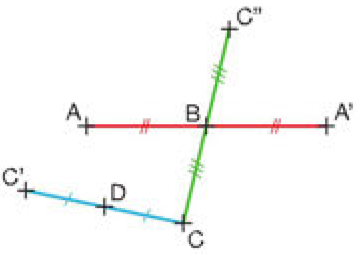
b.



c.

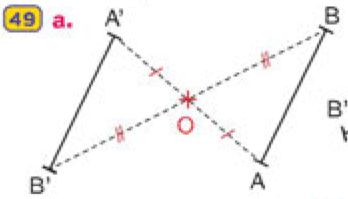


46 **a. b. c. d.**

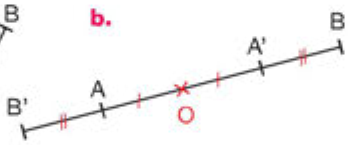


e. Le point B est le milieu du segment [AA']. Le segment [CC'] a pour milieu le point D.

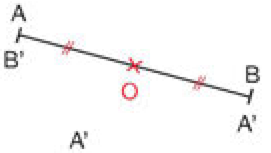
49 **a.**



b.

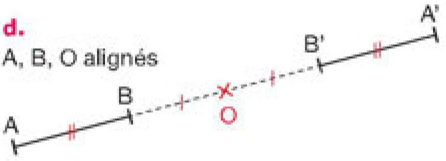


c.

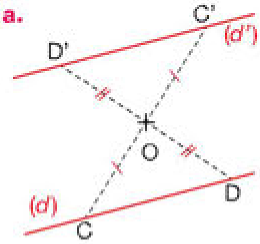


d.

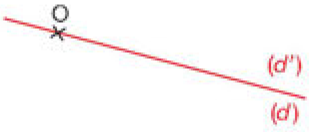
A, B, O alignés



53 **a.**

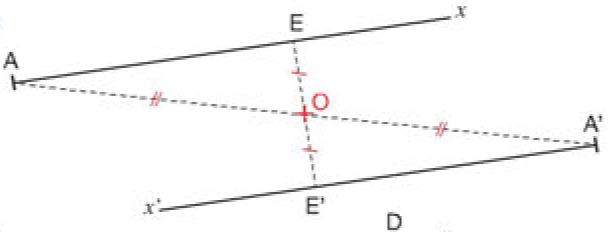


b.

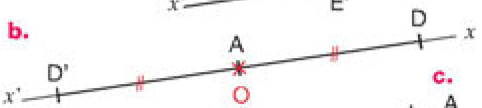


Dans le cas **b.**, la droite (*d*) passe par le centre de la symétrie, donc (*d*) et sa symétrique (*d'*) sont confondues.

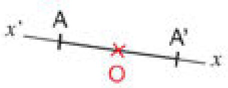
55 **a.**



b.



c.



b. La symétrique de la demi-droite [A*x*) est la demi-droite [A*x*').

c. La symétrique de la demi-droite [A*x*) est la demi-droite [A'*x*').

CHAPITRE 10

17 **a.** L'angle est aigu et mesure 50°.

b. L'angle est obtus et mesure 150°.

22 Les angles $\widehat{yAt}$ et $\widehat{uBz}$ sont alternes-internes. Or les droites (*xy*) et (*uv*) sont parallèles, donc $\widehat{yAt}$ et $\widehat{uBz}$ ont la même mesure.
D'où $\widehat{yAt} = \widehat{uBz} = 40°$.
Les angles $\widehat{uBz}$ et $\widehat{ABv}$ sont supplémentaires.
Ainsi $\widehat{uBz} + \widehat{ABv} = 180°$ c'est-à-dire $40° + \widehat{ABv} = 180°$.
D'où $\widehat{ABv} = 180° - 40° = 140°$.
L'angle $\widehat{ABv}$ mesure 140°.

27 Le triangle DFE est isocèle en D, donc les angles $\widehat{FED}$ et $\widehat{EFD}$ mesurent 80°. Comme la somme des mesures des angles du triangle DFE est égale à 180°, $\widehat{FDE} = 180° - (80° + 80°)$
$\widehat{FDE} = 180° - 160° = 20°$. Donc $\widehat{FDE} = 20°$.

28 **1.** $\widehat{DAK} = 54°$, $\widehat{FCG} = 116°$, $\widehat{EBI} = 36°$, $\widehat{NOP} = 144°$.

2. a. Les angles $\widehat{DAK}$ et $\widehat{EBI}$ sont complémentaires car $54° + 36° = 90°$.

b. Les angles $\widehat{EBI}$ et $\widehat{NOP}$ sont supplémentaires car $144° + 36° = 180°$.

52 Les points E, B, C sont alignés, donc les angles $\widehat{EBA}$ et $\widehat{CBA}$ sont supplémentaires. $\widehat{CBA} + 115° = 180°$. D'où $\widehat{CBA} = 65°$.
Les points B, C, D sont alignés, donc les angles $\widehat{BCA}$ et $\widehat{ACD}$ sont supplémentaires. $\widehat{BCA} + 128° = 180°$. D'où $\widehat{BCA} = 52°$.
Enfin, la somme des mesures des angles du triangle ABC est égale à 180°.
$\widehat{BAC} = 180° - (65° + 52°)$.
$\widehat{BAC} = 180° - 117° = 63°$.
L'angle $\widehat{BAC}$ mesure 63°.

CHAPITRE 11

23 **1. a.** (d_4) est une hauteur. **b.** (d_1) est une médiane.
c. (d_2) est une médiatrice. **d.** (d_3) porte une bissectrice.

2. • (d_4) est la hauteur issue de B (ou la hauteur relative au côté [AC]).
• (d_1) est la médiane issue de A (ou la médiane relative au côté [BC]).
• (d_2) est la médiatrice du côté [AB].
• (d_3) porte la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$.

26 **a.** AB < AC + CB **b.** EF = ED + DF **c.** NM + MP > NP

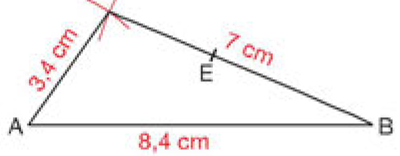
29 **a.** AC = AB + BC d'où AC = 3,7 cm + 1,9 cm = 5,6 cm.

b. AB + BC = AC d'où AB = AC − BC = 10 cm − 2,4 cm = 7,6 cm.

c. 7 mm = 0,7 cm.
AB + BC = AC d'où BC = AC − AB = 8 cm − 0,7 cm = 7,3 cm.

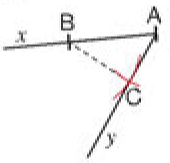
33 **a.** 3,4 + 7 = 10,4 et 10,4 > 8,4 donc on peut construire ce triangle ABC.

b. Échelle 1/2

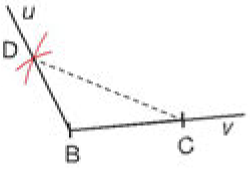


c. On ne peut pas placer le point D. En effet, 4 + 3 < 8,4
On peut placer le point E comme ci-dessus.

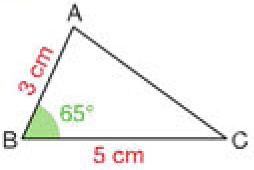
39 **a.** Sur une photocopie ou un calque de l'angle à reproduire, on place un point B et un point C sur les cotés [A*x*) et [A*y*).
Avec le compas, on reporte la longueur AB. Puis on trace un arc de cercle de centre B et de rayon BC et un arc de cercle de centre A et de rayon AC. On obtient ainsi le point C.
Puis on prolonge les côtés de l'angle.



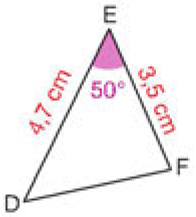
b. On procède de même.



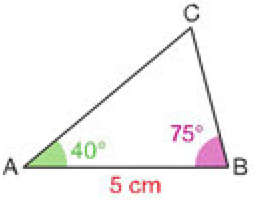
40 **a.** Échelle 1/2



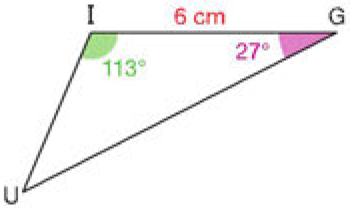
b. Échelle 1/2



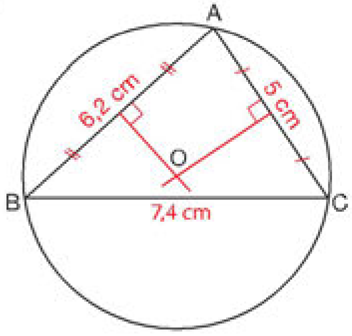
46 **a.** Échelle 1/2



b. Échelle 1/2



55 Échelle 1/2



61 • (d_1) est la hauteur issue de C (ou la hauteur relative au côté [AB]).

- (d_2) est la hauteur issue de A (ou la hauteur relative au côté [BC]).
- (d_3) est la médiatrice du côté [AB].
- (d_4) est la médiane issue de B (ou la médiane relative au côté [AC]).

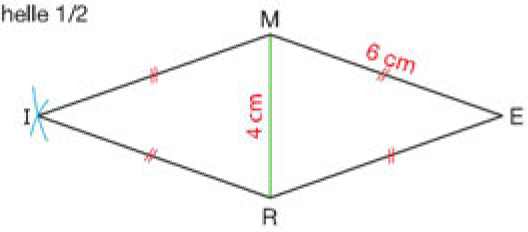
CHAPITRE 12

23 **a.** IF = 3,2 cm
En effet, DEFI est un parallélogramme, donc ses côtés opposés ont la même longueur, donc IF = DE = 3,2 cm.
b. De même DI = EF = 2,5 cm.
c. Dans le parallélogramme DEFI, les angles opposés ont deux à deux la même mesure, donc $\widehat{EFI} = \widehat{IDE} = 79°$.
d. Dans le parallélogramme DEFI, deux angles consécutifs sont supplémentaires, donc $\widehat{IDE} + \widehat{DEF} = 180°$.
De $\widehat{IDE} = 79°$ on déduit que $\widehat{DEF} = 180° - 79° = 101°$.

27 Le codage indique que les quatre côtés du quadrilatère PRVM ont la même longueur. On en déduit que c'est un losange.
Un losange est un parallélogramme, donc les angles opposés ont la même mesure et deux angles consécutifs sont supplémentaires
Donc $\widehat{PRV} = \widehat{PMV} = 43°$.
Et $\widehat{MPR} + \widehat{PMV} = 180°$ d'où $\widehat{MPR} = 180° - 43° = 137°$.
$\widehat{MVR} = 137°$.

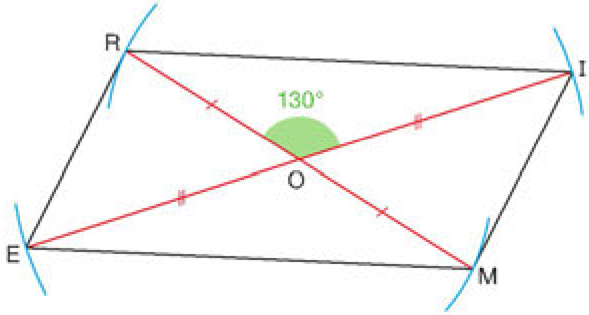
37 **a.** Les côtés opposés d'un parallélogramme ont deux à deux la même longueur. ABCD est un parallélogramme donc :
AB = DC = 4 cm et AD = BC = 2 cm.
EFGH est un parallélogramme donc EH = FG = 3 cm.
b. 2 × (4 cm + 2 cm) = 2 × 6 cm = 12 cm
Le périmètre du parallélogramme ABCD est 12 cm.
c. On remarque que DE + HG + GF = DC, donc le périmètre de la figure est égal à la somme du périmètre de ABCD et des longueurs EH et FG.
12 cm + 2 × 3 cm = 18 cm
Le périmètre de la figure est 18 cm.

51 Échelle 1/2



4 × 6 cm = 24 cm
Le périmètre du losange RIME est 24 cm.

74 On construit d'abord le triangle ROI tel que $\widehat{ROI} = 130°$ avec OR = 2,5 cm et OI = 3,5 cm.
On construit ensuite M et E symétriques respectifs de R et I par rapport à O. Ainsi les diagonales du quadrilatère RIME ont le même milieu donc RIME est un parallélogramme.



CHAPITRE 13

6 **a.** 3,1 cm × 2 cm = 6,2 cm^2.
Donc l'aire du parallélogramme ABCD est 6,2 cm^2.
b. 4 cm × 3 cm = 12 cm^2.
Donc l'aire du parallélogramme ABCD est 12 cm^2.

10 **a.** $\frac{2{,}8\,\text{cm} \times 5\,\text{cm}}{2} = 1{,}4\ \text{cm} \times 5\ \text{cm} = 7\ \text{cm}^2$.
Donc l'aire du triangle EGO est 7 cm^2.
b. $\frac{5{,}5\,\text{cm} \times 2\,\text{cm}}{2} = 5{,}5\ \text{cm}^2$.
Donc l'aire du triangle AFR est 5,5 cm^2.

12 **a.** $\pi \times 5$ cm × 5 cm = 25 π cm^2.
L'aire du disque est 25 π cm^2.
b. $\pi \times 3$ hm × 3 hm = 9 π hm^2.
L'aire du disque est 9 π hm^2.

14 **a.** 2,5 cm × 2,1 cm = 5,25 cm^2.
L'aire du parallélogramme ABCD est 5,25 cm^2.
2 × (2,9 cm + 2,5 cm) = 2 × 5,4 cm = 10,8 cm.
Le périmètre du parallélogramme ABCD est 10,8 cm.
b. 4,3 cm × 5,3 cm = 22,79 cm^2.
L'aire du parallélogramme EFGH est 22,79 cm^2.
2 × (4,3 cm + 6 cm) = 2 × 10,3 cm = 20,6 cm.
Le périmètre du parallélogramme EFGH est 20,6 cm.

23 **a.** $\frac{6{,}8\,\text{cm} \times 5{,}3\,\text{cm}}{2} = 18{,}02\ \text{cm}^2$.
L'aire du triangle DEF est 18,02 cm^2.
b. $\frac{1{,}7\,\text{m} \times 1{,}4\,\text{m}}{2} = 1{,}19\ \text{m}^2$. L'aire du triangle GHI est 1,19 m^2.

35 L'aire A_1 du grand disque est égale à $\pi \times 8$ cm $\times 8$ cm c'est-à-dire $64\ \pi$ cm^2.

L'aire A_2 du petit disque est égale à $\pi \times 4$ cm $\times 4$ cm c'est-à-dire $16\ \pi$ cm^2.

L'aire A de la surface colorée est égale à $A_1 - A_2$.

$A = 64\ \pi - 16\ \pi = 48\ \pi$ cm^2.

Avec la calculatrice, on trouve $A \approx 150{,}80$ cm^2.

39 Aire A_1 du rectangle : $A_1 = 3$ m $\times 6$ m $= 18$ m^2.

Aire A_2 des deux quarts de disque :

$A_2 = 2 \times (\pi \times 6$ m $\times 6$ m $) : 4 = 18\ \pi$ m^2.

Aire A de la « surface de but » : $A = A_1 + A_2 = (18 + 18\pi)$ m^2.

Avec la calculatrice, on trouve $A \approx 74{,}54$ m^2.

CHAPITRE 14

18 **a.** [AC] et [DE] sont des arêtes de même longueur ainsi que [AB] et [DF] ; [BC] et [FE] ; [AD], [BF] et [CE].

b. Les arêtes parallèles sont : [AB] et [DF] ; [AC] et [DE] ; [BC] et [EF] ; [AD], [BF] et [CE].

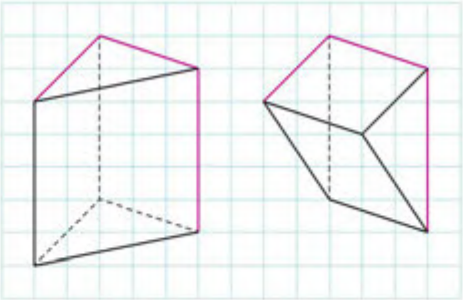
c. [AB] et [AD] sont des arêtes perpendiculaires ou [AC] et [CE] ou …

19 **a.** $\widehat{BAD}$ et $\widehat{DAC}$ sont des angles droits, mais aussi $\widehat{CBF}$, …

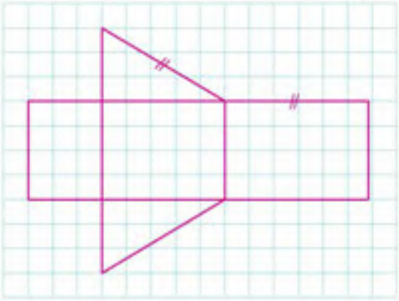
b. Les faces ABC et DEF sont parallèles.

c. ADEC et ABC sont des faces perpendiculaires, mais aussi ADFB et DEF ou …

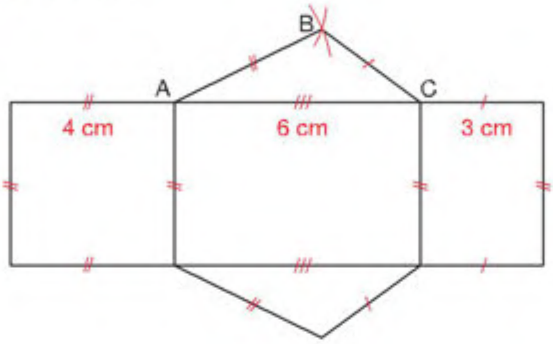
30



33



35 **a.** Échelle 1/2



b. $2 \times (4$ cm $+ 6$ cm $+ 3$ cm$) + 3 \times 4$ cm $= 38$ cm

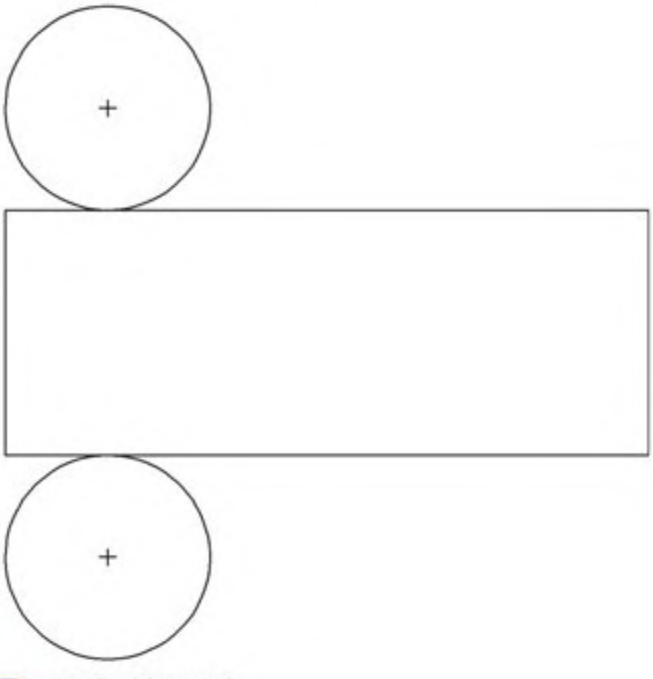
La longueur totale des arêtes du prisme droit est 38 cm.

40 $\mathcal{A} = 2 \times (5{,}3$ cm $+ 2{,}7$ cm$) \times 8$ cm $= 128$ cm^2.

L'aire latérale de ce prisme droit est 128 cm^2.

50 **a.** $p = \pi \times 5$ cm $= 5\pi$ cm soit $p \approx 15{,}7$ cm.

b. Échelle 1/2



56 **a.** 1 m^3 = 1000 dm^3

1,35 m^3 = 1,35 × 1000 dm^3 = 1350 dm^3

b. 1 m^3 = 1000 dm^3 = 1000000 cm^3

0,75 m^3 = 0,75 × 1000000 cm^3 = 750000 cm^3

c. 1 dm^3 = 1000 cm^3

24,8 dm^3 = 24,8 × 1000 cm^3 = 24800 cm^3

d. 1 dm^3 = 1000000 mm^3

0,06 dm^3 = 0,06 × 1000000 mm^3 = 60000 mm^3

57 **a.** 1 dm^3 = 0,001 m^3

58500 dm^3 = 58500 × 0,001 m^3 =58,5 m^3

b. 1 cm^3 = 0,000001 m^3

25400 cm^3 = 25400 × 0,000001 m^3 = 0,0254 m^3

c. 1 cm^3 = 0,001 dm^3

45 cm^3 = 45 × 0,001 dm^3 = 0,045 dm^3

d. 1 mm^3 = 0,001 cm^3

27 mm^3 = 27 × 0,001 cm^3 = 0,027 cm^3

59 $\mathcal{V} = 0{,}7$ m $\times 40$ dm $\times 30$ cm

$\mathcal{V} = 7$ dm $\times 40$ dm $\times 3$ dm

$\mathcal{V} = 840$ dm^3 = 840 L

L'aquarium peut contenir 840 L.

62 **a.** $\mathcal{V} = \dfrac{1{,}2\text{m} \times 0{,}80\text{m}}{2} \times 1{,}9\text{ m} = 0{,}912\text{ m}^3$.

Le volume de la tente est 0,912 m^3.

b. 0,912 m^3 = 912 dm^3 = 912 L.

Sa contenance est alors de 912 litres.

Index

A

- Abscisse ... 90
- Addition de nombres ... 14
  - en écriture fractionnaire ... 70
  - relatifs ... 108
- Additivité de la proportionnalité ... 126
- Aire
  - d’un disque ... 240
  - d’un parallélogramme ... 240
  - d’un triangle ... 240
  - latérale ... 256
- Anamorphose ... 174
- Angle(s)
  - adjacents ... 182
  - aigu ... 287
  - alternes-internes ... 182
  - complémentaires ... 182
  - correspondants ... 182
  - d’un triangle ... 186
  - droit ... 287
  - obtus ... 287
  - opposés par le sommet ... 182
  - plat ... 287
  - supplémentaires ... 182
- Adjacents (Angles) ... 182
- Alternes-internes (Angles) ... 182
- Aplati (Triangle) ... 202
- Arête latérale ... 256-258
- Axe(s) de symétrie ... 162-166-288
  - d’un carré ... 222
  - d’un losange ... 222
  - d’un rectangle ... 222

B

- Barres (Diagramme en) ... 146
- Base
  - d’un cylindre de révolution ... 258
  - d’un prisme droit ... 256
- Bâtons(Diagramme en) ... 146-286
- Bissectrice ... 287

C

- Calculatrice ... 24-62-80-118
- Carré ... 222-289
- Carré d’un nombre ... 32
- Centre de symétrie ... 164-166
  - d’un carré ... 222
  - d’un losange ... 222
  - d’un parallélogramme ... 220
  - d’un rectangle ... 222
- Cercle ... 287
  - circonscrit ... 204
- Circulaire (Diagramme) ... 146-286
- Classes (Regroupement en) ... 144
- Coefficient de proportionnalité126-285
- Comparer
  - des nombres décimaux ... 280
  - des nombres relatifs ... 92
  - des proportions ... 53-128
- Complémentaires (Angles) ... 182
- Concourantes (Droites) ... 204
- Conservations par symétrie... 164-288
- Contenance ... 260
- Coordonnées ... 90
- Correspondants (Angles) ... 182
- Critères de divisibilité ... 54
- Croissant (Ordre) ... 280
- Cube d’un nombre ... 32
- Cylindre de révolution ... 258
  - (Volume d’un) ... 260

D

- Décroissant (Ordre) ... 280
- Dénominateur ... 14-52-283
  - commun ... 70
- Développer ... 16-34
- Diagonales ... 220-222-224
- Diagramme
  - circulaire ... 146-286
  - en barres ... 146
  - en bâtons ... 146-286
- Diamètre ... 287
- Différence ... 14-280
- Disque (Aire d’un) ... 240
- Distance ...
  - à zéro ... 90
  - sur une droite graduée ... 110
- Distributivité ... 16-34
- Dividende ... 14-52-281
- Diviseur ... 14-52-54-281
- Divisible ... 54-282
- Division ... 52-281
  - euclidienne ... 281
  - par un nombre décimal ... 54
- Droite(s) ...
  - concourantes ... 204
  - graduée ... 90
  - parallèles (Reconnaître des) ... 184
  - perpendiculaires ... 286

E

- Échelle ... 128
- Écriture fractionnaire ... 52
- Effectif ... 144
  - total ... 144
- Égalité ... 36
  - de quotients ... 54
  - fausse ... 36
  - vraie ... 36
- Éléments de symétrie ... 167
- Équation ... 36
- Expression littérale ... 32
  - (Produire une) ... 35
  - (Réduire une) ... 34
- Expression numérique
  - avec parenthèses ... 16
  - sans parenthèses ... 14

F

- Face latérale ... 256
- Facteur ... 14-281
  - commun ... 16-34
- Factoriser ... 16-34
- Fonction de … ... 32
- Formules
  - d’aire ... 240-291
  - de périmètre ... 291
  - de volume ... 260-291
- Fraction ... 52-283
  - (Trait de) ... 16
- Fréquence ... 52-144

G

- Graduée (Droite) ... 90

H

- Hauteur
  - d’un cylindre de révolution ... 258
  - d’un prisme droit ... 256
  - d’un triangle ... 204
- Histogramme ... 146

I

- Identité ... 41
- Inégalité triangulaire ... 202

L

- Latérale
  - (Aire) ... 256-258
  - (Arête) ... 256
  - (Face) ... 256
- Litre ... 260-290
- Logiciel de géométrie ... 100-174-194-212-232-248-268
- Losange ... 222-289

M

- Médiane d’un triangle ... 204-240
- Médiatrice ... 162-288
- Membres d’une égalité ... 36
- Milieu ... 288
- Multiple ... 54-282
- Multiplication de nombres ... 14
  - en écriture fractionnaire ... 72
- Multiplier une quantité ... 126-285

N

Nature d'un quadrilatère 224
Négatif (Nombre) 88
Nombre(s)
  décimal...52
  en écriture fractionnaire 52-283
  entier 52
  négatif 88
  non décimal 52
  opposés 90-108
  positif 88
  relatif 88
Numérateur......................... 14-52-283

O

Opposés
  (Nombres) 90-108
  par le sommet (Angles) 182
Ordonnée...90
Ordre
  croissant 280
  de grandeur....................... 280-281
  décroissant 280
Origine 90

P

Parallélépipède rectangle...... 256-290
  (Volume d'un) 260
Parallélogramme 220
  (Aire d'un)...................................240
Parenthèses......................................16
Passage à l'unité 126-285
Patron.............................256-258-290
Perpendiculaires (Droites) 286
Perspective cavalière 256-258
Positif (Nombre)...............................88
Pourcentage...................... 52-128-285
Prendre une fraction
d'un nombre 72-283
Prisme droit 256
  (Volume d'un) 260
Produit.................................... 14-281
Proportion...52
Proportionnalité..................... 126-285
  (Coefficient de).................. 126-285
  (Tableau de) 126

Q

Quadrilatère...................................289
Quatrième proportionnelle.............126
Quotient(s)......................... 14-52-281
Quotient(s) égaux 54-283

R

Ranger ....
  des nombres décimaux............280
  des nombres relatifs...................92
Rapporteur 183-287
Rayon 287
Rectangle 222-289
Réduire
  au même dénominateur 70
  une expression 36
Règle de trois 126
Regrouper en classes....................144
Repère
  d'une droite.................................90
  du plan 90-284
Représentations graphiques 146
Reproduire un angle......................183
Reste 281
Révolution 259
  (Cylindre de) 258

S

Somme.................................... 14-280
Simplifier
  une écriture 32
  une fraction 54-283
Solution 36
Somme des mesures des angles
d'un triangle...................................186
Sommet
  d'un parallélépipède rectangle...290
  d'un prisme droit........................256
Soustractions
  de nombres en écriture
  fractionnaire 70
  de nombres relatifs 110
Suivant d'un nombre 32
Supplémentaire (Angles) 182
Symétrie
  axiale................................. 162-288
  centrale 164
Symétrique
  d'un cercle 166
  d'un point.................... 162-164-288
  d'un segment 164
  d'une demi-droite 166
  d'une droite........................ 162-166

T

Tableau de proportionnalité .. 144-286
Tableur 44-136-154
Terme 14-280
Tester une égalité 36
Trait de fraction 16
Triangle
  (Aire d'un)..................................240
  aplati 202
  équilatéral.......................... 186-289
  isocèle..289
  rectangle 186
  rectangle isocèle........................186

U

Unités
  d'aire 290
  de contenance 260-290
  de longueur 290
  de volume 260-290

V

Valeur approchée 282
Volume 260

Z

Zéro (Distance à) 90

Crédits photographiques

Couverture Le pont de l'île de Ré, France © Godard/Andia.fr;

11 d THE PICTURE DESK Ltd / Dagli-Orti; 11 g GELUCK Philippe; 13 Jean-Louis LOSI; 17 FOTOLIA / Africa Studio; 19 Securité Routière; 21 GETTY IMAGES France / Tuul; 25 SHUTTERSTOCK / Max Topchii; 28 Droits Réservés; 29 Droits Réservés; 33 FOTOLIA / Samott; 38 FOTOLIA / Phoenixpix; 41 SHUTTERSTOCK / Marcel Clemens; 48 CORBIS / Keith Levit; 49 d BNF; 49 g PHOTONONSTOP / Danièle Schneider; 51 FOTOLIA / TEA; 53 REA / Ian HANNING; 55 Droits Réservés; 57 bas PLAINPICTURE / OJO; 57 m LEEMAGE / Duvallon; 58 bas FOTOLIA / Photographee.eu; 58 ht TERZIAN ROBERT; 58 m AFP / SVEN NACKSTRAND; 59 FOTOLIA / Pascal Cribier; 63 ht d FOTOLIA / Studiophotopro; 63 ht g FOTOLIA / Vicente Simon; 64 d CORBIS / Yann Arthus-Bertrand; 64 g SHUTTERSTOCK / Blinka; 65 bas THE PICTURE DESK Ltd / Dagli-Orti; 65 ht SHUTTERSTOCK / Zick Svift; 67 d GETTY IMAGES France / Werner Forman; 67 g FOTOLIA / Olhaafanasieva; 68 GETTY IMAGES France / Victoria Firmston; 71 SHUTTERSTOCK; 75 REA / Patrick Allard; 77 bas g Photodisc; 77 ht d FOTOLIA / Neirfy; 77 m d CHRISTOPHE L; 82 bas ; 82 ht Extrait de : Lucien – tome IX © Frank Margerin/Fluide Glacial; 83 d SHUTTERSTOCK / Auremar; 83 g « Echo » 2005 - œuvre de Jean-Claude Meynard; 85 d ; 85 g GAMMA RAPHO / Michel JOZON/ JACANA; 87 g AGE FOTOSTOCK / Kul Bhatia; 87 g LEEMAGE; 87 m g LA COLLECTION / Artothek; 87 m BIS; 87 m d BIS; 87 d BIS / Ph. G. Tomsich © Archives Larbor; 87 d LEEMAGE / AGF / Campanini; 95 FOTOLIA / Kovalenko Inna; 103 CORBIS / Nick Ledger; 104 FOTOLIA / Dudarev Miktail; 105 d Droits Réservés; 105 g COLORISE / ALL OVER; 113 FOTOLIA / Kovalenko Inna; 114 d CORBIS / Tony Wilson-Bligh; 114 g LEEMAGE / DeA / S. Vannini; 116 CHRISTOPHE L; 120 GETTY IMAGES France / scott E. Barbour; 123 d BNF; 123 g SIPA PRESS / Frank Gunn/AP; 124 bas SHUTTERSTOCK / Valerio Pardi; 124 ht FOTOLIA / Arkna; 125 © Assemblée nationale; 127 Frédéric Hanoteau; 132 bas SHUTTERSTOCK; 132 ht AFP / Daniel Roland; 133 d LEEMAGE / Aisa; 133 g Agence de la biomédecine; 134 PANORAMIC / GEPA; 137 d SHUTTERSTOCK / BMJ; 137 g PHOTONONSTOP / Danièle Schneider; 138 d SHUTTERSTOCK / Zentilia; 138 g SHUTTERSTOCK / Kamenetskiy Konstantin; 140 bas SkySails / Mickeal A. ; 140 m Rendering Courtesy Dykstra Naval Architects; 141 d Droits Réservés; 141 g COLORISE / HOPKINS; 142 ANDIA / Alpaca / Deschamps; 149 bas AFP / Alberto Pizzoli; 149 ht REA / SHOUT/REPORT DIGITAL; 150 CHRISTOPHE L; 151 FOTOLIA / Nufar; 152 d SHUTTERSTOCK / C. Levers; 152 g GETTY IMAGES France / Nuilplus; 157 THE PICTURE DESK Ltd / The Kobal Collection; 159 d Château de Villandry; 159 g CORBIS / Katja Kreder; 174 BIS / Ph. Eileen Tweedy © Archives Larbor; 178 bas SHUTTERSTOCK / Andresr; 178 ht Musée de l'imprimerie Lyon; 179 d The Picture desk / gianni Dagli-Orti; 179 g REUTERS / Stefan Wermuth; 197 Droits Réservés; 199 ht SHUTTERSTOCK / J. M. E. Porter; 199 m SHUTTERSTOCK / Mw2st; 207 d FOTOLIA / Taigi; 207 g SHUTTERSTOCK / Cecoffmann; 210 SHUTTERSTOCK / Max Sudakov; 214 Matt W. MOORE; 216 bas FOTOLIA / Synto; 216 ht CORBIS / Pete Saloutos; 217 d BRIDGEMAN - GIRAUDON; 217 g SHUTTERSTOCK / Kle555; 228 Alain MAURY; 230 SHUTTERSTOCK / Eugene Sergeev; 235 REA / Benoit DECOUT; 236 COLORISE / Yang; 237 d BRIDGEMAN - GIRAUDON; 237 g FOTOLIA / JLV Image Works; 239 GETTY IMAGES France / David cannon; 244 GETTY IMAGES France / Popperfoto; 245 LA COLLECTION / Artothek; 249 FOTOLIA / Iakov Kalinin; 252 bas FOTOLIA / Stokkete; 252 ht BIOSPHOTO / Claudius Thiriet; 253 d RMN; 253 g EDF / Christophe Huret; 254 d Droits Réservés; 254 g Droits Réservés; 254 m SHUTTERSTOCK / Jorg Hackemann; 261 CORBIS / Tim Hill; 264 SHUTTERSTOCK / lunewind; 265 bas FOTOLIA / HP_Photo; 265 m AFP / STR; 271 d SHUTTERSTOCK / Digoarpi; 271 ht g ARTCOMART / Pascal Victor; 271 m g GAMMA RAPHO / Sylvain CORDIER/JACANA; 272 FOTOLIA

Nous avons cherché en vain les auteurs de certains documents reproduits dans ce livre. Leurs droits sont réservés aux Éditions Nathan.

Conception graphique : Élise Launay
Couverture : Frédéric Jély
Iconographie : Juliette Barjon

Édition : Carole Trierweiler
Mise en pages : Soft Office
Schémas : Soft Office
Illustrations : Olivier Deloye,
Dorothée Jost
et Laurent Blondel

FSC
www.fsc.org
MIXTE
Papier issu de sources responsables
FSC® C022030

Les calculatrices

Dans chaque chapitre, une page est consacrée à l'initiation pas à pas aux calculatrices, aux tableurs et aux logiciels de géométrie dynamique. Nous avons fait le choix d'utiliser :
- les deux calculatrices Casio *fx*-92 Collège 2D+ et TI-Collège Plus Solaire,
- le tableur LibreOffice,
- un logiciel de géométrie dynamique.

Éteindre : SECONDE ● OFF AC

Afficher une fraction
Pour afficher par exemple $\frac{5}{6}$ taper :
⊟ 5 ▼ 6 ▶ EXE

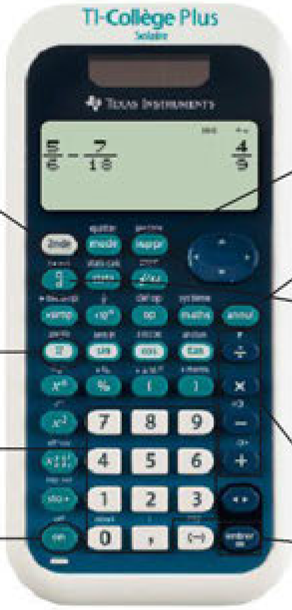
Pavé numérique

Allumer

Corriger, effacer
SUPPR : effacer le dernier caractère saisi
AC : effacer l'écran

Calculs de base

SECONDE ● π ×10ˣ
Afficher le nombre π à l'écran



Éteindre : 2nde off on

π
Afficher le nombre π

Pavé numérique

Allumer

Corriger, effacer
suppr : effacer le dernier caractère saisi
annul : effacer l'écran

Afficher une fraction
Pour afficher par exemple $\frac{5}{6}$ taper :
$\frac{n}{d}$ 5 ▼ 6 ▶ entrer

Calculs de base

Les logiciels

Tableur

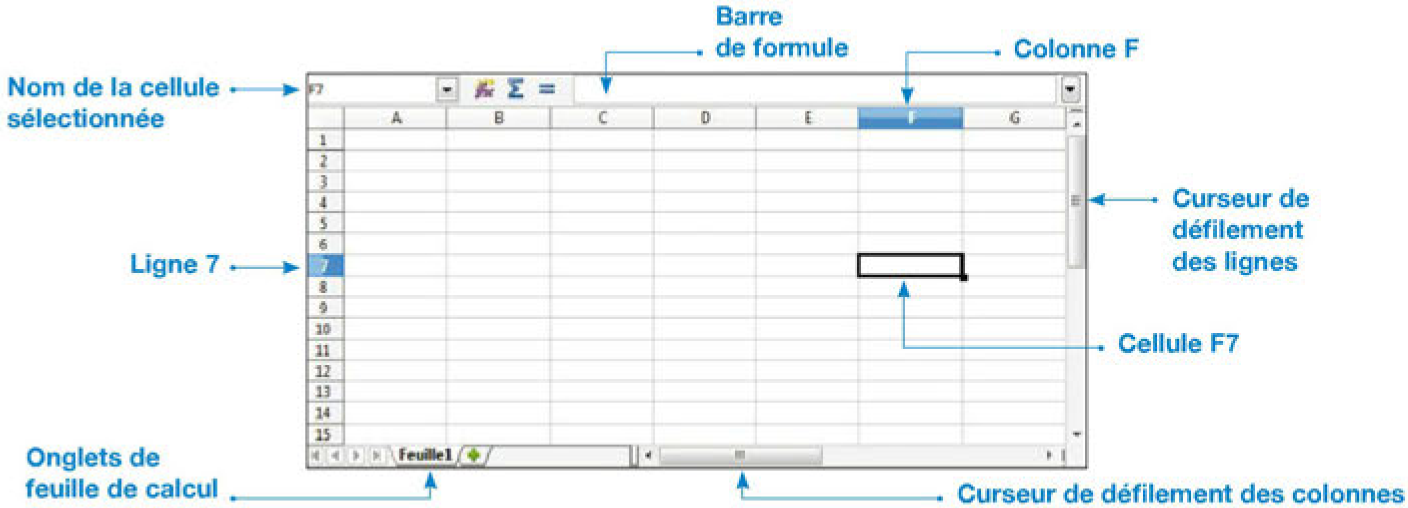
On peut télécharger le logiciel LibreOffice à l'adresse :

http://fr.libreoffice.org/telecharger/

Pour ouvrir LibreOffice, double cliquer sur .

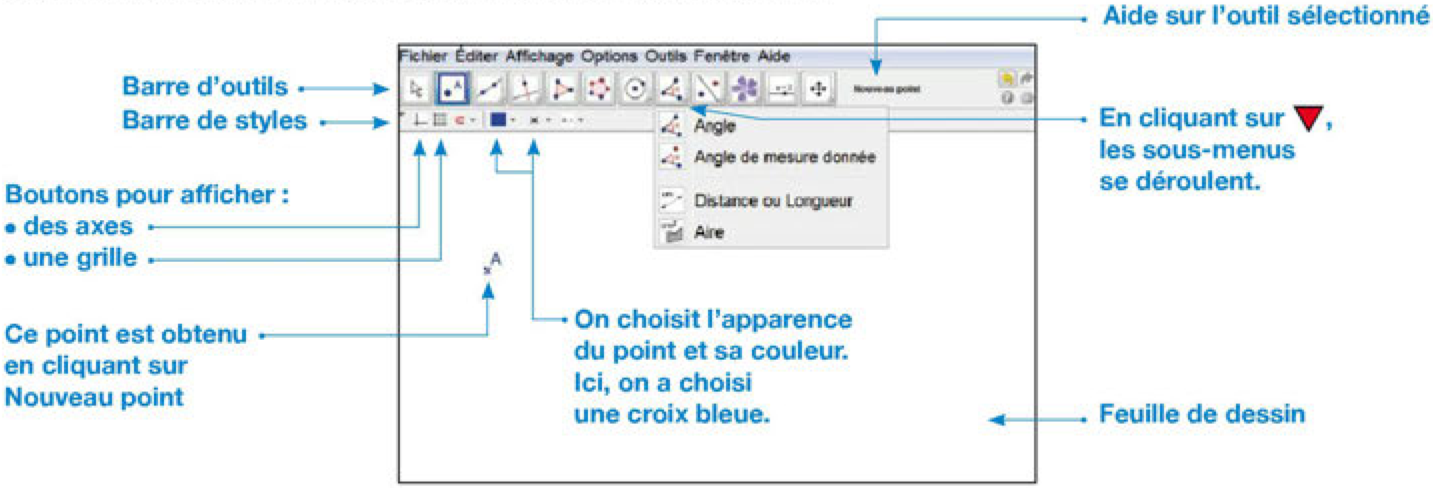
Dans le tableau qui s'ouvre, double cliquer sur Classeur pour accéder au **tableur**.

Un tableur permet de travailler dans des **feuilles de calcul**.
Une feuille de calcul se présente sous forme d'un tableau où chaque **ligne** est repérée par un nombre et chaque **colonne** est repérée par une lettre majuscule.
Les cases du tableau sont appelées des **cellules**.



Logiciel de géométrie dynamique

Un logiciel de géométrie dynamique permet de construire des figures de géométrie dans le plan ou dans l'espace, d'afficher des longueurs, des aires, des volumes, de déplacer des points, de mettre en évidence des propriétés…
C'est un outil qui permet d'expérimenter et de conjecturer.

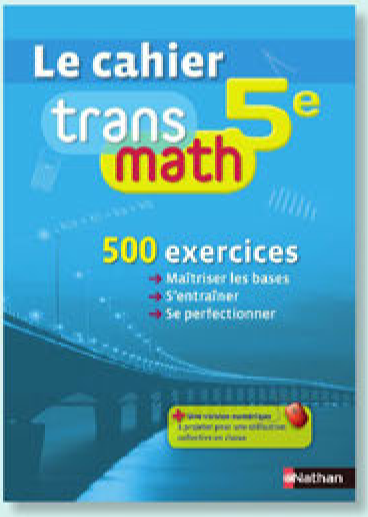


trans math 5e

Le cahier Transmath 5e

De nombreux exercices pour maîtriser les bases, faire des constructions, s'entraîner et se perfectionner :

- 500 **exercices différenciés** regroupés en fiches dans 14 chapitres
- une ***fiche QCM et jeux*** par chapitre pour se tester et s'amuser
- 10 **tâches complexes** en plus à la fin du cahier pour travailler ses compétences



NOUVEAU pour les élèves !

Les manuels numériques élève

Pour travailler en classe ou à la maison

- Des **manuels numériques** avec une sélection de **ressources multimédia**
- Consultables à **tout moment** et **partout**
- En **complément** des manuels papier

En savoir + biblio.manuel-numerique.com

Conception graphique : Frédéric Jely

ISBN : 978 209 171778 4

MIXTE
Papier issu de sources responsables
FSC® C022030

Nathan

725 g