PROGRESSION ANNUELLE 4ème

		4 Heures par semaine			
Mois	**Sem**	**Thème**	**Leçon**	**Vol /H**	
1	1	Activité numérique	Nombres décimaux relatifs	4h	
	2		Séance de régulation	2h	
	3	Configurations du plan	Angles	8h	
	4		Séance de régulation	2h	
2	5	Activité numérique	Nombres rationnels	12h	
	6				
	7				
	8		Séance de régulation	2h	
3	9	Configurations du plan	Distances	6h	Devoir de niveau n° 1
	10		Séance de régulation	2h	
	11	Calcul littéral	Calcul littéral	8h	
	12		Séance de régulation	2h	
4	13	Configurations du plan	Cercles et triangles	8h	
	14		Séance de régulation	2h	
	15	Activité numérique	Equations et Inéquations	8h	
	16				
5	17		Séance de régulation	2h	Devoir de niveau n° 2
	18	Configurations du plan	Vecteurs	10h	
	19				
	20		Séance de régulation	2h	
6	21	Transformation du plan	Symétries et translations	22h	
	22				
	23				
	24				
7	25				
	26		Séance de régulation	2h	
	27	Configurations de l'espace	Perspective cavalière	6h	
	28		Séance de régulation	2h	
8	29	Organisation de données	Statistique	6h	
	30		Séance de régulation	2h	Devoir de niveau n° 3
	31	Révision		4h	

NB : La séance de régulation consiste à mener des activités de rémédiation aux erreurs relatives aux contenus de la leçon.
A cette occasion, le professeur mènera également des activités permettant d'évaluer et de renforcer les acquis des élèves.

Remarques **:**

- ⇨ Le respect de la progression est obligatoire afin de garantir l'achèvement du programme dans le temps imparti et de permettre l'organisation des devoirs de niveau.
- ⇨ Les volumes horaires indiqués comprennent les cours, les exercices et les travaux dirigés (75%) et IO, IE, DS et comptes rendus (25%)
- ⇨ L'organisation des devoirs de niveau dans les délais indiqués est obligatoire.

COMPETENCE 2

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux nombres décimaux relatifs, aux nombres rationnels, au calcul littéral, aux équations, aux inéquations et à la statistique.

Cette compétence se décline en trois thèmes :

THEME 1 : Calcul numérique

THEME 2 : Calcul littéral

THEME 3 : Organisation de données

THEME 1 : CALCUL NUMERIQUE

EXEMPLE DE SITUATION

Dans le journal « SOS SANTE », un professeur de SVT d'une classe de 4è dit avoir recueilli les informations suivantes : « des cellules microscopiques rectangulaires et identiques de longueur 30 micromètres et de largeur 2 micromètres recouvrent totalement une lamelle de 0,000032568 mètres carrés ». En réponse à la question de déterminer, sous la forme d'une puissance de 10, la surface occupée par chaque cellule et le nombre de cellules qu'il faut pour recouvrir cette lamelle, trois de ses élèves Digbeu, Ama et Koné donnent les réponses résumées dans le tableau ci-dessous :

	Surface	Nombre
Digbeu	6×10^{-13}	5428×10^{2}
Ama	6×10^{-11}	5428×10^{2}
Koné	$0,6 \times 10^{-10}$	$542,8 \times 10^{2}$

On donne : 1 micromètre = 0,000001 m = 10^{-6} m

Il s'agit de savoir lequel de ces trois élèves a donné la bonne réponse.

LEÇON 1 : NOMBRES DECIMAUX RELATIFS

HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	une puissance de 10 d'exposant entier
♦ Ecrire	un nombre décimal sous la forme $a \cdot 10^p$ où a est un nombre décimal et p est un nombre entier relatif.
♦ Calculer	les produits de la forme $a \cdot 10^p \times b \cdot 10^q$ où p et q sont deux entiers relatifs et a et b sont deux nombres décimaux relatifs
♦ Comparer	des nombres décimaux relatifs écrits sous la forme $a \cdot 10^p$ où a est un nombre décimal relatif et p est un nombre entier relatif.
♦ Traiter une situation	de vie courante faisant appel aux nombres décimaux relatifs et à leurs propriétés.

1- Ecriture d'un nombre décimal sous la forme $a \times 10^n$

Activité **:**

Complète le tableau :

Ecriture décimal	10000	….	10	$0,001$	… ..	$0,00001$
Puissance de 10	… ..	10^3	… ..	… ..	10^{-4}	… ..
L'exposant de la puissance de 10.	… ..	… ..	… ..	… ..	… ..	… ..

Réponse attendue :

Ecriture décimal	10000	1000	10	$0,001$	$0,0001$	$0,00001$
Puissance de 10	10^4	10^3	10^1	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
L'exposant de la puissance de 10.	4	3	1	-3	-4	-5

Activité :

Complète par la puissance de 10 qui convient :

$43,52 = 435,2 \times \ldots$

$43,52 = 4352 \times \ldots.$

$43,52 = 43520 \times \ldots$

$43,52 = 4,352 \times \ldots.$

$43,52 = 0,4352 \times \ldots$

$43,52 = 0,04352 \times \ldots$

Réponse attendue :

$43,52 = 435,2 \times 10^{-1}$

$43,52 = 4352 \times 10^{-2}$

$43,52 = 43520 \times 10^{-3}$

$43,52 = 4,352 \times 10^1$

$43,52 = 0,4352 \times 10^2$

$43,52 = 0,04352 \times 10^3$

Remarque :

Un nombre décimal peut s'écrire de diverses façons sous la forme $a \times 10^p$ $où$ a est un nombre décimal et p un nombre relatif.

2- Puissance de 10 d'un exposant entier relatif

Activité :

Ecris sous la forme d'une puissance de 10 les nombres suivants :

$$10^{-4} \times 10^6 = \cdots; \qquad (10^{-2})^3 = \cdots; \qquad \frac{10^5}{10^2} = \cdots$$

Complète : $\frac{10^m}{10^p} = 10^{\cdot\cdot}$

Réponse attendue :

$10^{-4} \times 10^{6} = 0{,}0001 \times 1000000 = 100 = 10^{2}$;

$(10^{-2})^{3} = 10^{-2} \times 10^{-2} \times 10^{-2} = 10^{-6}$

$\frac{10^5}{10^2} = \frac{100000}{100} = 1000 = 10^{3}$

$\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$

Propriétés :

n et p sont des entiers relatifs. On rappelle que : $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$. On a :

$10^{n} \times 10^{p} = 10^{n+p}$; $(10^{n})^{p} = 10^{n\times p}$; $\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$

Exercice d'application :

Ecris sous la forme d'une puissance de 10 les nombres suivants :

$a = 10^{5} \times 10^{8}$; $b = (10^{5})^{-3}$ et $c = \frac{10^6}{10^5}$

Réponse attendue :

$$a = 10^{5} \times 10^{8} = 10^{5+8} = 10^{13}\ ; b = (10^{5})^{-3} = 10^{5\times(-3)} = 10^{-15}\ et\ c = \frac{10^6}{10^5} = 10^{6-5}$$

3- Produit de la forme $a.10^{p} \times b.10^{q}$

Activité :

Calcule :

$A = (4{,}32 \times 10^{-3}) \times (2{,}1 \times 10^{-2})$

$B = (5{,}4 \times 10^{3}) \times (0{,}5 \times 10^{4})$

Réponse attendue :

$A = 9{,}072 \times 10^{-5}$

$B = 2{,}7 \times 10^{7}$

Remarque :

a et b sont deux nombres relatifs non nuls, p et q sont des nombres relatifs.

$(a \times 10^{p}) \times (b \times 10^{q}) = (a \times b) \times 10^{p+q}$

Exercice d'application :

1- Complète les égalités suivantes :

$2504 = 2{,}504 \times \ldots$

$34{,}12 = \cdots \times 10^{-2}$

$0{,}0000054 = 5{,}4 \times \ldots.$

2- Calcule

$A = (3{,}52 \times 10^{3}) \times (3{,}2 \times 10^{-5})$

$B = (1{,}7 \times 10^{4}) \times (2 \times 10^{3})$

Réponse attendue :

1- Complétons les égalités suivantes :

$2504 = 2{,}504 \times 10^3$

$34{,}12 = 3412 \times 10^{-2}$

$0{,}0000054 = 5{,}4 \times 10^{-6}$

2- Calculons

$A = (3{,}52 \times 10^3) \times (3{,}2 \times 10^{-5}) = 11{,}264 \times 10^{-2}$

$B = (1{,}7 \times 10^4) \times (2 \times 10^3) = 3{,}4 \times 10^7$

Exercice de maison :

1) $a\ et\ m$ sont des nombres entiers relatifs. Pour chacun des nombres ci-dessous, donne une écriture sous la forme $a \times 10^m$

   $15{,}12 = \cdots ; -3{,}5 = \cdots ;\ \ 2700 = \cdots ;\ \ 0{,}0000025 = \cdots ;\ \ \frac{225}{10000} = \cdots$

2) Calcule :

   $A =\ A = (1{,}45 \times 10^3) \times (2{,}4 \times 10^2)$

   $B = (-8 \times 10^4) \times (5{,}3 \times 10^{-5})$

   $C = (18 \times 10^{-3}) \times (3{,}1 \times 10^7)$

3- Comparaison de deux nombres décimaux relatifs écrits sous la forme $\boldsymbol{a \times 10^p}$

a) **Notation scientifique**

Activité :

Ecris les nombres suivants sous la forme $\boldsymbol{a \times 10^p}$ **où** a est un nombre décimal ayant un chiffre non nul avant la virgule et p un entier relatif :

$56300000 ;\ -98765 ; 0{,}1414 ; -0{,}00002$

Réponse attendue :

$56300000 = 5{,}63 \times 10^7 ; -98765 = -9{,}8765 \times 10^4 ; 0{,}1414 = 1{,}414 \times 10^{-1}$

$0{,}00002 = -2 \times 10^{-5}$

Définition :

La notation scientifique d'un nombre décimal non nul est l'écriture de ce nombre sous la forme $\boldsymbol{a \times 10^p}$ **où** a est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule et p un entier relatif.

Exercice d'application :

Ecris en notation scientifique les nombres suivants : $143000000;\ -1524; 0{,}0000004$

Réponse attendue :

$143000000 = 1{,}43 \times 10^8\ ;\ -1524 = -1{,}524 \times 10^3\ et\ 0{,}0000004 = 4 \times 10^{-7}$

b) Comparaison de deux nombres décimaux écrits sous la forme $\boldsymbol{a \times 10^p}$

Encadrement d'un nombre décimal écrit sous la forme $\boldsymbol{a \times 10^p}$

Activité :

Donne un encadrement de chacun des nombres suivants par deux puissances de 10 d'exposants entiers consécutifs.

$3{,}2 \times 10^{-3}$ et $0{,}53 \times 10^{4}$

Réponse attendue :

$10^{-3} < 3{,}2 \times 10^{-3} < 10^{-2}$ et $10^{3} < 0{,}53 \times 10^{4} < 10^{4}$

Comparaison

Activité :

Compare : $a = 7 \times 10^{6}$ $et\ b = 53 \times 10^{5}$

$c = 2{,}7 \times 10^{-3}$ $et\ d = 0{,}54 \times 10^{-4}$

$e = 154 \times 10^{4}\ et\ f = 32{,}4 \times 10^{4}$

Réponse attendue :

$10^{6} > 10^{5} \leftrightarrow a > b$

$10^{-3} > 10^{-4} \leftrightarrow c > d$

$10^{4} = 10^{4}\ et\ 154 > 32{,}4\quad donc\ e > f$

Méthode :

Pour comparer des nombres décimaux relatifs positifs $X\ et\ Y$ écrits sous la forme $a \times 10^{p}$, on peut procéder comme suit :

- On écrit les notations scientifiques de chacun des nombres $X\ et\ Y$.
- $X = x \times 10^{m}\ et\ Y = y \times 10^{n}$
  - ✓ Si $m \neq n$, alors $X\ et\ Y$ sont rangés dans le même ordre que $n\ et\ m$.
  - ✓ Si $m = n$, alors $X\ et\ Y$ sont rangés dans le même ordre que $x\ et\ y$.

Remarque :

Un nombre décimal écrit avec n chiffres après la virgule est un nombre décimal d'ordre n.

Exercice d'application :

Compare les nombres suivants

1) $7 \times 10^{6}\ et\ 83 \times 10^{5}$
2) $5400 \times 10^{2}\ et\ 0{,}55 \times 10^{2}$
3) $-92 \times 10^{6}\ et - 11 \times 10^{4}$

Réponse attendue :

1) On a : $83 \times 10^{5} = 8{,}3 \times 10^{6}\ or\ 7 < 8{,}3\ donc\ 7 \times 10^{6} < 83 \times 10^{5}$
2) On a : $5400 \times 10^{2} = 5{,}4 \times 10^{5}\ et\ 0{,}55 \times 10^{2} = 5{,}5 \times 10^{1}\ or\ 5 > 1$ $donc\ 5400 \times 10^{2} > 0{,}55 \times 10^{2}$
3) On a : $-92 \times 10^{6} = -9{,}2 \times 10^{7} et - 11 \times 10^{4} = -1{,}1 \times 10^{5}\ or\ 7 > 5$ $d'o$ù $92 \times 10^{6} > 11 \times 10^{4}\ donc - 92 \times 10^{6} < -11 \times 10^{4}$

Exercice de maison :

Exercice 1 :

Donne la notation scientifique de chacun des nombres suivants :

$54\ ; 1320; 0{,}000035; (50)^{2};\ -231 \times 10^{4}\ et - 0{,}0431$

Exercice 2 :

1- Encadre chacun des nombres suivants par deux puissances de 10 d'exposants entiers consécutifs.

$$a = 5{,}33 \times 10^{-2} \ ; b = 1{,}7 \times 10^{-4} \ \ et\ c = 0{,}015 \times 10^{5}$$

2- Compare $a\ et\ b\ puis\ a\ et\ c$.

COMPETENCE 1

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux objets géométriques suivants: distances, vecteurs, angles, triangles, cercles, perspective cavalière, symétries et translations.

Cette compétence se décline en trois thèmes :

THEME 1 : Configurations du Plan

THEME 2 : Transformations du Plan

THEME 3 : Configurations de L'espace

THEME 1 : Configurations du Plan

EXEMPLE DE SITUATION

La direction des mines et de l'énergie du département N'go envoie un géologue pour effectuer des recherches dans les rivières mahio et zézio. Dans la zone de recherche, les deux rivières sont toutes droites et se rencontrent. Un rocher est situé entre elles.

Après une étude approfondie avec son équipe, le géologue révèle que :

- une nappe droite de pétrole se trouve à égale distance des deux rivières ;
- une mine d'or est située sur le chemin le plus court allant du rocher à la rivière mahio.

Pour déterminer le chemin menant à la mine d'or et l'emplacement de la nappe de pétrole, il est nécessaire de réaliser une figure.

LEÇON 1 : ANGLES

HABILETES	CONTENUS
♦ Reconnaître	- deux angles alternes-internes - deux angles correspondants - des angles de même mesure - un angle au centre - une corde qui sous-tend un arc de cercle - des arcs de cercles de même longueur - des cordes de même longueur
♦ Justifier	- l'égalité des mesures d'angles - le parallélisme de droites - l'égalité de longueurs de segments
♦ Déterminer	- Une mesure d'angle - La longueur d'un arc de cercle
♦ Traiter une situation	de vie courante faisant appel aux angles alternes-internes, aux angles correspondants, aux angles au centre et à leurs propriétés

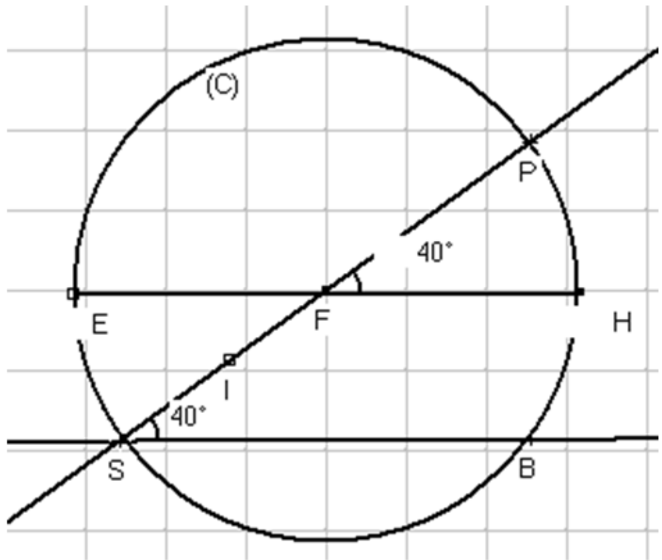
SITUATION D'EVALUATION

Dans le cadre de l'amélioration du cadre de vie de ses concitoyens, un maire construit dans un quartier un jardin public de forme circulaire au centre duquel est placée une fontaine. Sur le contour de ce jardin sont placés un pot de fleurs, une statue et une boîte à suggestions tels que les deux premiers soient diamétralement opposés.

La droite passant par la boîte à suggestions et la statue fait un angle de $40°$ avec celle passant par la statue et le pot de fleurs.

Une tornade a fait tomber un poteau électrique situé sur le contour qui a détruit la fontaine. Le technicien de la mairie constate que le poteau électrique tombé est parallèle à la droite passant par la boîte à suggestions et la statue. Il affirme dès lors que le lampadaire fait un angle de $40°$ avec la droite passant par la statue et le pot de fleurs.

Il est question de vérifier les dires du technicien.



Réponse attendue :

Désignons par :

- (C) la forme du jardin ;
- P, le pot de fleurs ;
- S, la statue ;
- B, la boîte à suggestions ;
- F, la fontaine ;
- (EH), le lampadaire

1- **Angles alternes-internes, angles correspondants**

a- Présentation

Activité :

Sur la figure de la situation problème la droite (L) représentant le lampadaire coupe le cercle aux points E et H. On dit que :

- Les angles $\widehat{BSF}$ et $\widehat{SFE}$ sont………
- Les angles $\widehat{BSF}$ et $\widehat{HFP}$ sont……..

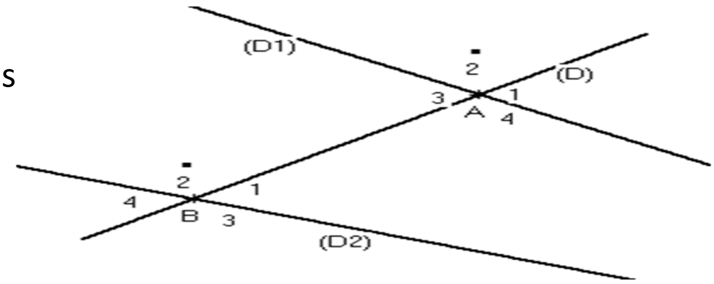
Réponse attendue :

- Les angles $\widehat{BSF}$ et $\widehat{SFE}$ sont **alternes-internes. Ils sont formés par des droites (BS) et (HE) et la sécante (SF).**
- Les angles $\widehat{BSF}$ et $\widehat{HFP}$ sont **correspondants. Ils sont formés par les droites (BS) et (HE) et la sécante (SF).**

Exercice d'application :

Observe la figure ci-dessous :

1) Cite des angles alternes-internes
2) Cite des angles correspondants



Réponse attendue :

1) Les angles alternes-internes sont : $\widehat{A_3}$ et $\widehat{B_1}$; $\widehat{A_4}$ et $\widehat{B_2}$
2) Les angles correspondants sont : $\widehat{A_1}$ et $\widehat{B_1}$; $\widehat{A_2}$ et $\widehat{B_2}$; $\widehat{A_4}$ et $\widehat{B_3}$; $\widehat{A_3}$ et $\widehat{B_4}$

b- **Propriété**

Activité :

Sur la figure de la situation problème, marque le point I milieu du segment $[\mathrm{SF}]$.

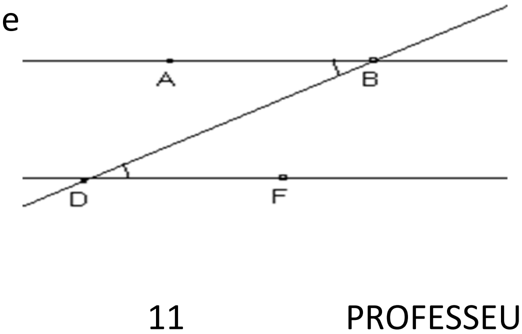
1) Justifie que les angles $\widehat{\mathrm{BSI}}$ et $\widehat{\mathrm{IFE}}$ sont symétriques par rapport à I.
2) En déduire que : $\mathrm{mes}\widehat{\mathrm{BSI}} = \mathrm{mes}\widehat{\mathrm{IFE}}$
3) Que savons-nous sur les angles $\widehat{\mathrm{BSI}}$ et $\widehat{\mathrm{IFE}}$?
4) Que savons-nous sur les angles $\widehat{A_4}$ et $\widehat{B_2}$ de l'exercice d'application ci-dessus ?
5) A quelle condition deux angles alternes-internes ont-ils la même mesure ?

Réponse attendue :

1) I est le milieu du segment $[\mathrm{SF}]$ donc S et F sont symétriques par rapport à I d'où $[\mathrm{SI})$et $[\mathrm{FI})$ sont symétriques par rapport à I. Le symétrique de (BS) par rapport à I est une droite passant par F et qui lui est parallèle donc c'est la droite (FE) Ainsi les angles $\widehat{\mathrm{BSI}}$ et $\widehat{\mathrm{IFE}}$ sont symétriques par rapport à I.
2) En déduisons que : $\mathrm{mes}\widehat{\mathrm{BSI}} = \mathrm{mes}\widehat{\mathrm{IFE}}$
   Les angles $\widehat{\mathrm{BSI}}$ et $\widehat{\mathrm{IFE}}$ sont symétriques par rapport à I donc $\mathrm{mes}\widehat{\mathrm{BSI}} = \mathrm{mes}\widehat{\mathrm{IFE}}$
3) Les angles $\widehat{\mathrm{BSI}}$ et $\widehat{\mathrm{IFE}}$ sont des angles alternes-internes formés par deux droites parallèles et une sécante et de plus ils ont la même mesure.
4) Les angles $\widehat{A_4}$ et $\widehat{B_2}$ sont aussi des angles alternes-internes formés par deux droites non parallèles et une sécante.
5) Deux angles alternes-internes ont la même mesure lorsqu'ils sont formés par deux droites parallèles et une sécante.

Propriété

Si deux angles alternes-internes sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont la même



Données : $\widehat{ABD}$ et $\widehat{BDF}$ sont des angles alternes-internes | $(AB) \parallel (DF)$

Conclusion : $mes\widehat{ABD} = mes\,\widehat{BDF}$

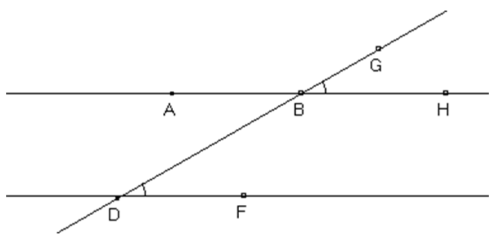
Activité :
Sur la figure de la situation problème :
1) Justifie que $\mathrm{mes}\widehat{\mathrm{IFE}} = \mathrm{mes}\widehat{\mathrm{HFP}}$
2) En déduire que $\mathrm{mes}\widehat{\mathrm{BSI}} = \mathrm{mes}\widehat{\mathrm{HFP}}$
3) Que savons-nous sur les angles $\widehat{\mathrm{BSI}}$ et $\widehat{\mathrm{HFP}}$?
4) Que savons-nous sur les angles $\widehat{\mathrm{A}_1}$ et $\widehat{\mathrm{B}_1}$ de l'exercice d'application ci-dessus ?
5) A quelle condition deux angles correspondants ont-ils la même mesure ?

Réponse attendue :
1) Justifions que $\mathrm{mes}\ \widehat{\mathrm{IFE}} = \mathrm{mes}\ \widehat{\mathrm{HFP}}$
Les angles $\widehat{\mathrm{IFE}}$ et $\widehat{\mathrm{HFP}}$ sont opposés par le sommet F donc $\mathrm{mes}\widehat{\mathrm{IFE}} = \mathrm{mes}\widehat{\mathrm{HFP}}$.
2) En déduisons que $\mathrm{mes}\widehat{\mathrm{BSI}} = \mathrm{mes}\widehat{\mathrm{HFP}}$
On sait que $\widehat{\mathrm{BSI}}$ et $\widehat{\mathrm{IFE}}$ sont des angles alternes-internes formés par les droites parallèles $(\mathrm{EF}) \parallel (\mathrm{BS})$ et la sécante (SF),
d'où $\mathrm{mes}\widehat{\mathrm{BSI}} = \mathrm{mes}\widehat{\mathrm{IFE}}$ or $\mathrm{mes}\widehat{\mathrm{IFE}} = \mathrm{mes}\widehat{\mathrm{HFP}}$ donc $\mathrm{mes}\widehat{\mathrm{BSI}} = \mathrm{mes}\widehat{\mathrm{HFP}}$
3) Les angles $\widehat{\mathrm{BSI}}$ et $\widehat{\mathrm{HFP}}$ sont des angles correspondants formés par deux droites parallèles et une sécante et de plus ils ont la même mesure.
4) Les angles $\widehat{\mathrm{A}_1}$ et $\widehat{\mathrm{B}_1}$ sont aussi des angles correspondants formés par deux droites non parallèles et une sécante.
5) Deux angles correspondants ont la même mesure lorsqu'ils sont formés par deux droites parallèles et une sécante.

Propriété :
Si deux angles correspondants sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont même mesure.

$\widehat{\mathrm{BDF}}$ et $\widehat{\mathrm{HBG}}$ sont des angles correspondants	$(\mathrm{AB}) \parallel (\mathrm{DF})$

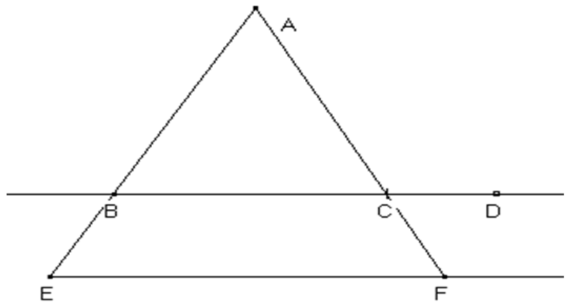
$\mathrm{mes}\widehat{\mathrm{BDF}} = \mathrm{mes}\widehat{\mathrm{HBG}}$



Exercice d'application :

Sur la figure ci-contre $(BC) \parallel (EF)$

Cite des angles qui ont la même mesure en justifiant ta réponse.



Réponse attendue :

On a :

- Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BEF}$ sont des angles correspondants
- (BC) et (EF) sont parallèles
- (EB) est sécante aux droites (BC) et (EF)

Donc $mes\widehat{ABC} = mes\widehat{BEF}$

2- Justifier le parallélisme de deux droites

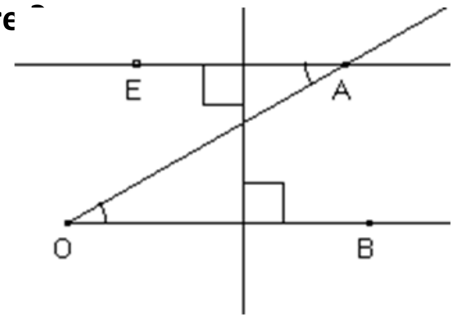
Activité :

Construis un angle $\widehat{AOB}$ et place un point E tel que :

- $\widehat{AOB}$ et $\widehat{EAO}$ soient alternes-internes
- $mes\widehat{AOB} = mes\widehat{EAO}$

Vérifie que les droites (EA)et (OB) sont parallèles.

Que pouvons-nous dire de la position relative de deux droites formant avec une sécante deux angles alternes-internes de même mesure ?



Réponse attendue :

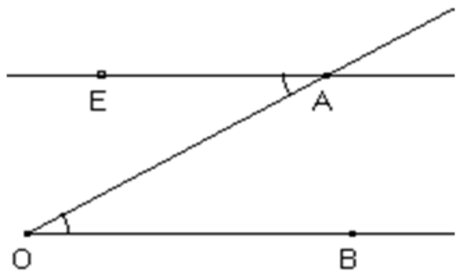
Lorsqu'on trace une droite perpendiculaire à la droite (EA), elle est aussi perpendiculaire à (OB) donc (EA) et (OB) sont parallèles.

Propriété

Si deux droites forment avec un sécante deux angles alternes-internes de même mesure alors elles sont parallèles.

$\widehat{EAO}$ et $\widehat{AOB}$ sont des angles alternes-internes	$mes\widehat{EAO} = mes\widehat{AOB}$

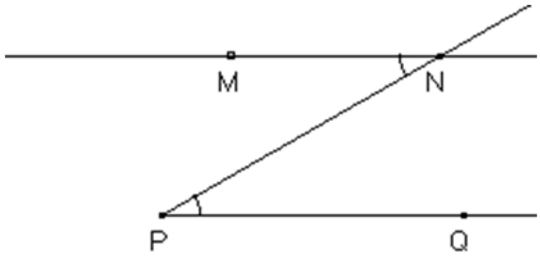
$(EA) \parallel (OB)$



Exercice d'application :

Sur la figure ci-dessous, les angles $\widehat{MNP}$ et $\widehat{NPQ}$ ont la même mesure.

Justifie que $(MN) \parallel (PQ)$



Réponse attendue :

On a :

- les angles $\widehat{MNP}$ et $\widehat{NPQ}$ sont alternes-internes.
- $mes\widehat{MNP} = mes\widehat{NPQ}$

Donc $(MN) \parallel (PQ)$

Activité :

Construis un angle $\widehat{AOB}$ et place deux points C et E tels que :

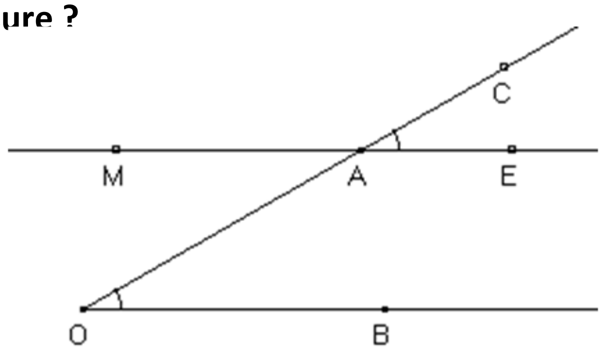
- $\widehat{AOB}$ et $\widehat{CAE}$ soient correspondants
- $mes\widehat{AOB} = mes\widehat{CAE}$

Place un point M sur la demi-droite opposée à la demi-droite [AE)

Trouve deux angles alternes sur cette figure.

Justifie que $(AE) \parallel (OB)$

Que pouvons-nous dire de la position relative de deux droites formant avec une sécante deux angles alternes-internes de même mesure ?



Réponse attendue :

Les angles $\widehat{MAO}$ et $\widehat{AOB}$ sont alternes.

Les angles $\widehat{CAE}$ et $\widehat{MAO}$ sont opposés par le sommet

Donc $mes\widehat{CAE} = mes\widehat{MAO}$ or $mes\widehat{CAE} = mes\widehat{AOB}$

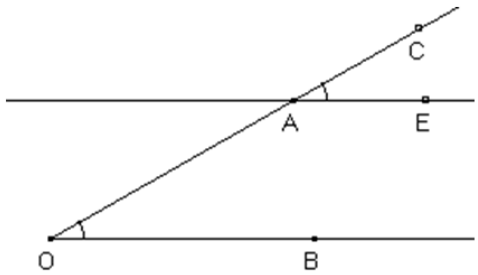
Donc $mes\widehat{MAO} = mes\widehat{AOB}$ d'où $(AE) \parallel (OB)$.

Propriété :

Si deux droites forment avec une sécante deux angles correspondants de même mesure alors elles sont parallèles.

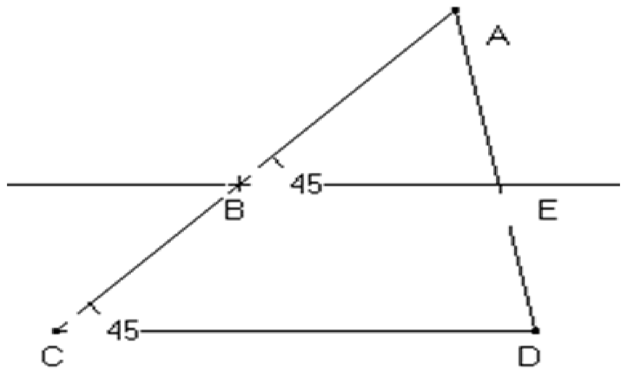
$\widehat{CAE}$ et $\widehat{AOB}$ sont des angles correspondants	$mes\widehat{CAE} = mes\widehat{AOB}$

$(AE) \parallel (OB)$



Exercice d'application :

Observe la figure ci-dessous. Justifie que $(\mathrm{BE}) \parallel (\mathrm{CD})$



Réponse attendue :

Les angles $\widehat{\mathrm{ABE}}$ et $\widehat{\mathrm{BCD}}$ sont correspondants et $\mathrm{mes}\widehat{\mathrm{ABE}} = \mathrm{mes}\widehat{\mathrm{BCD}}$ donc $(\mathrm{BE}) \parallel (\mathrm{CD})$

Exercices de maison : N°3c et 3d page 40 CIAM 5ème

3- Angles au centre

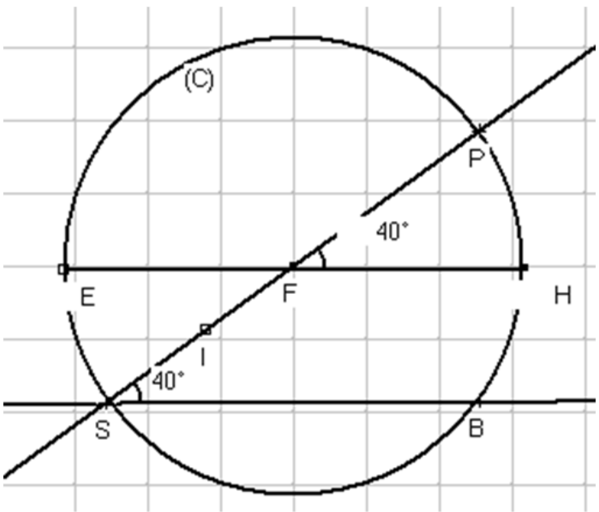
a- Angle au centre et arc de cercle

Activité :

Sur la figure ci-dessous que représente le sommet de l'angle $\widehat{\mathrm{SFE}}$?

L'angle $\widehat{\mathrm{SFE}}$ est appelé……….

Qu'appelle-t-on angle au centre d'un cercle ?



Réponse attendue :

Le sommet de l'angle $\widehat{\mathrm{SFE}}$ est le point F qui est
Le centre du cercle (C).

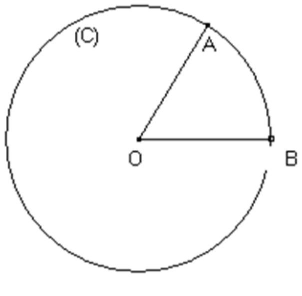
L'angle $\widehat{\mathrm{SFE}}$ est appelé angle au centre.

On appelle angle au centre d'un cercle,
Un angle qui a pour sommet le centre de ce cercle.

Définition :

On appelle angle au centre d'un cercle, un angle qui a pour sommet le centre de ce cercle.

$\widehat{\mathrm{AOB}}$ est un angle au centre du cercle (C).



Exercice d'application :

Dans chacun des cas suivants, nomme si possible les angles au centre du cercle (C).

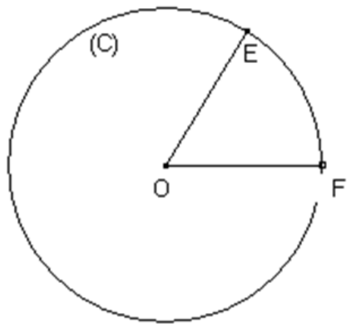


figure 1

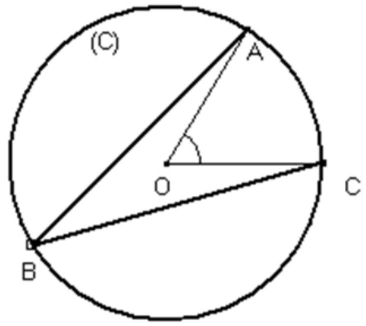


figure 2

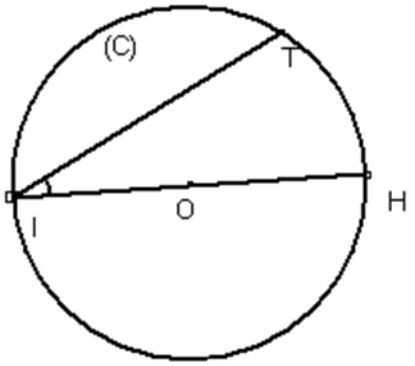


figure 3

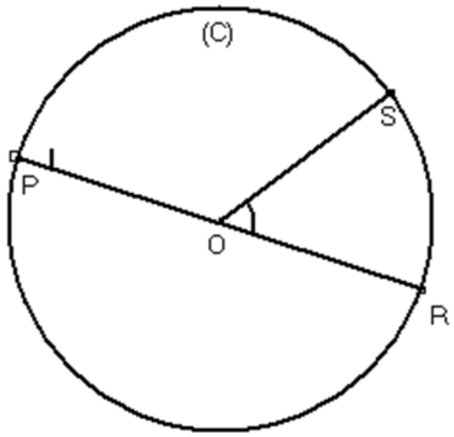


figure 4

Réponse attendue :

Figure 1 : $\widehat{EOF}$ est un angle au centre du cercle (C).

Figure 2 : $\widehat{AOC}$ est un angle au centre du cercle (C).

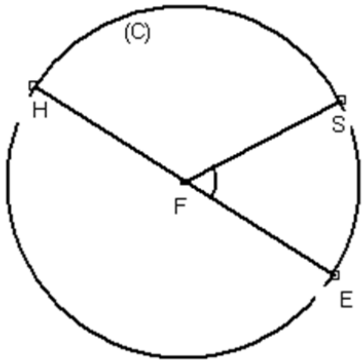
Figure 3 : $\widehat{IOH}$ est un angle au centre.

Figure 4 : $\widehat{SOR}$ et $\widehat{POR}$ sont des angles au centre du cercle (C).

b- Arc intercepté par un angle au centre

Présentation :

On considère la figure ci-contre :



Trace en rouge la partie du cercle (C) d'extrémités S et E
Ne contenant pas le point H.

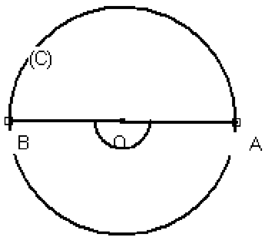
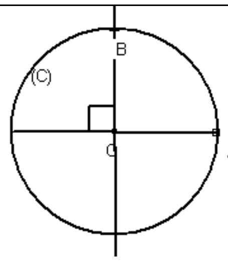
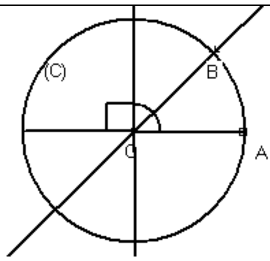
- Les points S et E déterminent deux parties appelées..
- **L'arc d'extrémités S et E ne contenant pas le pont H Est appelé petit arc et noté $\overset{\frown}{SE}$**
- **L'arc d'extrémités S et E contenant le point H est appelé grand arc et noté $\overset{\smile}{SE}$**
- On dit que l'angle au centre $\widehat{SFE}$ **intercepte** l'arc $\overset{\frown}{SE}$ ou l'arc $\overset{\frown}{SE}$ est **intercepté** par l'angle au centre $\widehat{SFE}$.

c- Longueur d'un arc de cercle

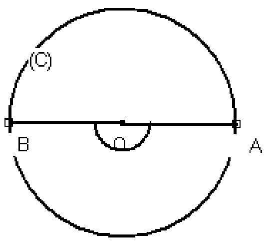
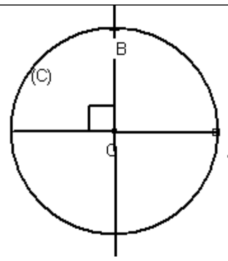
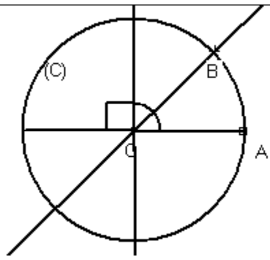
Activité :

L'unité est le centimètre. (C) est un cercle de centre O et de rayon r.

Recopie et complète le tableau ci-dessous :

			
Mesure de l'angle intercepté par $\widehat{AB}$	$180°$	……………………..	……………………..
Longueur en cm de l'arc	$\pi \times r$	…………………………..	……………………

Réponse attendue :

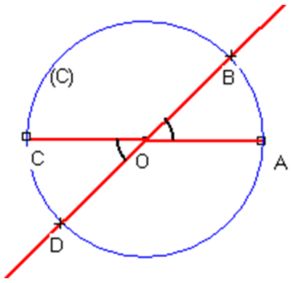
			
Mesure de l'angle intercepté par $\widehat{AB}$	$180°$	$90°$	$45°$
Longueur en cm de l'arc	$\pi \times r$	$\frac{\pi}{2} \times r$	$\frac{\pi}{4} \times r$

Propriétés :

- La longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à la mesure de l'angle au centre qui l'intercepte.
- Dans un cercle, si deux angles au centre ont la même mesure, alors ils interceptent deux arcs de même longueur.

$$\boxed{\text{mes}\widehat{AOB} = \text{mes}\widehat{COD}}$$

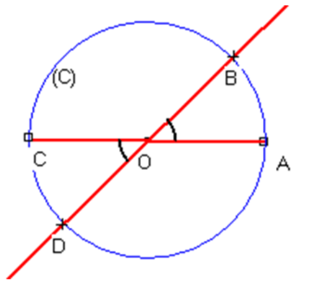
$$\boxed{\text{longueur de } \widehat{AB} = \text{longueur de } \widehat{CD}}$$



- Dans un cercle, si deux arcs ont la même longueur, alors ils sont interceptés par deux angles de même mesure.

$$\boxed{\text{longueur de } \overset{\frown}{AB} = \text{longueur de } \overset{\frown}{CD}}$$

$$\boxed{\text{mes}\widehat{AOB} = \text{mes}\widehat{COD}}$$



Formule :

(C) est un cercle de rayon r

longueur de $\overset{\smile}{AB} = 2\pi r -$ longueur de $\overset{\frown}{AB}$

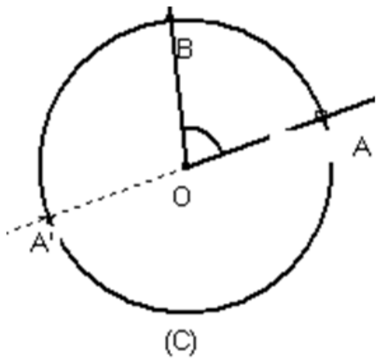
$\text{longueur}\overset{\frown}{AB} = r \times \alpha$ avec $\propto = \dfrac{2\pi \times \text{mesure de l'angle au centre qui l'intercepte}}{360°}$

Exemple :

On donne $\text{mes}\widehat{AOB} = 60°$ et $r = OA$

Calculons $\propto = \dfrac{2\pi \times 60°}{360°} = \dfrac{\pi}{3}$

Donc $\text{longueur}\overset{\frown}{AB} = OA \times \dfrac{\pi}{3}$



Remarque :

L'unité de longueur de l'arc s'exprime en fonction
De celle du rayon.

Exercice d'application

(C) est un cercle de centre O et de rayon 3 cm.

Calcule la longueur en cm de chacun des arcs interceptés respectivement par un angle au centre de $30°$ et $135°$.

Réponse attendue :

Regroupons dans un tableau :

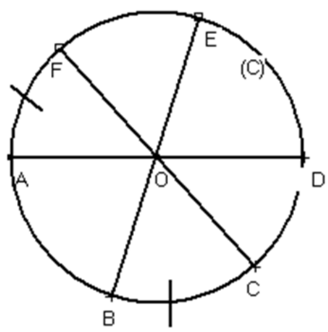
Mesure en degré de l'angle au centre	$30°$	$135°$
Longueur de l'arc intercepté	$l = 3 \times \dfrac{2\pi \times 30°}{360°} = 3 \times \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\pi}{2}$ cm	$l = 3 \times \dfrac{2\pi \times 135°}{360°} = \dfrac{9\pi}{4}$ cm

Exercice d'application

(C) est un cercle de centre O.

Observe attentivement la figure ci-dessous.

1) Justifie que les arcs $\overset{\frown}{AB}$ et $\overset{\frown}{ED}$ ont la même Longueur.
2) Justifie que les angles au centre $\widehat{FOA}$ et $\widehat{BOC}$ Ont la même mesure.



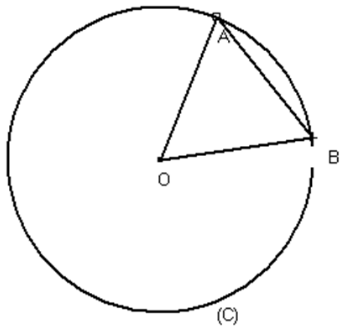
Réponse attendue :

1) Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{EOD}$ sont opposés par le sommet O,
   Donc $mes\widehat{AOB} = mes\widehat{EOD}$ or les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{EOD}$ sont des angles au centre interceptant respectivement les arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{ED}$ donc ces arcs ont la même longueur.
2) Les angles au centre $\widehat{FOA}$ et $\widehat{BOC}$ interceptent respectivement les arcs $\widehat{AF}$ et $\widehat{BC}$ de même longueur.
   Donc $mes\widehat{FOA} = mes\widehat{BOC}$

Exercice de maison :

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, (C) est un cercle de centre O et AOB est un triangle équilatéral de coté $2{,}1$ cm.

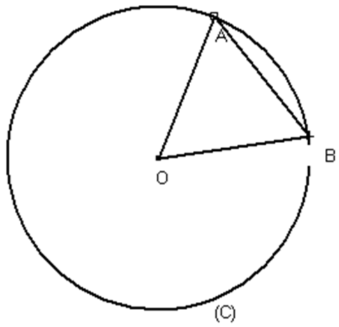
1) Calcule la longueur de l'arc $\widehat{AB}$.
2) Déduis-en la longueur de l'arc $\overset{\smile}{AB}$.



d- Cordes et arcs de cercle

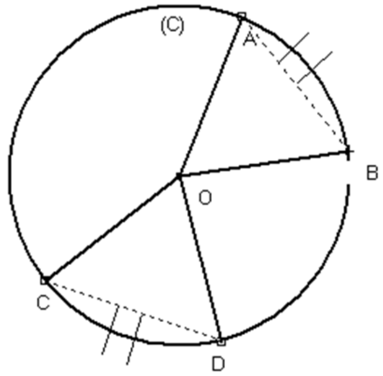
Présentation :

Sur la figure ci-dessous, (C) est un cercle de centre O. A et B sont deux points de ce cercle.
On dit que le segment $[AB]$ est une corde du cercle (C).
On dit que la corde $[AB]$ sous-tend les deux arcs d'extrémités A et B.



Activité :

(C) est un cercle de centre O.
Place A, B, C et D quatre points de (C) tels que les arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{CD}$ ont la même longueur.
A l'aide du compas, vérifie que : $AB = CD$



Réponse attendue :

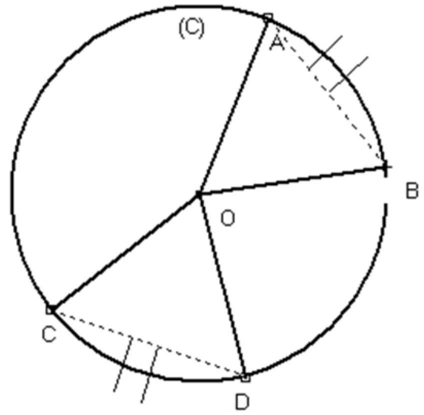
Les apprenants s'exécutent.

Propriété :

- Dans un cercle, si deux arcs ont la même longueur, alors les deux cordes qui les sous-tendent ont la même longueur.
-

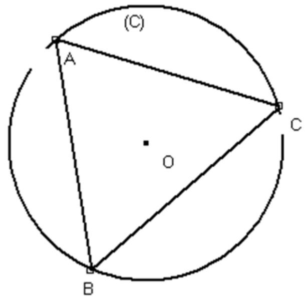
$$\boxed{\text{longueur de } \widehat{AB} = \text{longueur de } \widehat{CD}}$$

$$\boxed{AB = CD}$$



Exercice d'application

(C) est un cercle de centre O. A, B et C sont trois points (C) tels que les arcs $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$ et $\widehat{AC}$ ont la même longueur.
Justifie que le triangle ABC est équilatéral.



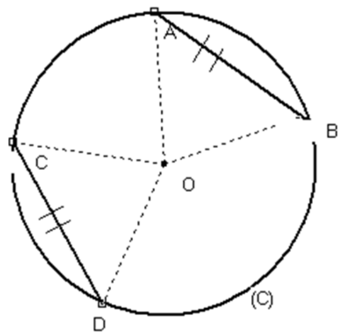
Réponse attendue

Les arcs $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$ et $\widehat{AC}$ ont la même longueur et les cordes qui les sous-tendent ont la même longueur, $AB = AC = BC$ donc ABC est un triangle équilatéral.

Activité :

(C) est un cercle de centre O. A, B, C et D sont quatre points de (C) tel que $AB = CD$.

1) Justifie que les triangles AOB et COD isocèles en O.
2) Vérifie que les angles au centre $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ ont la mesure.
3) Que peut-on dire des longueurs des arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{CD}$?
   Justifie ta réponse.



Réponse attendue :

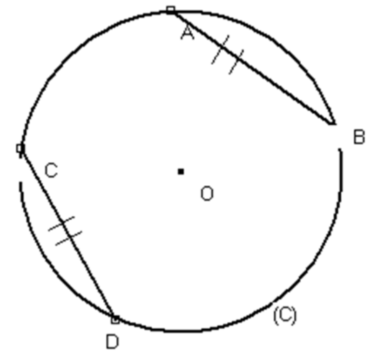
1) Justifions que AOB et DOC sont isocèles.
   Les segments $[OA]$, $[OB]$, $[OC]$et $[OD]$ sont des rayons
   Donc $OA = OB = OC = OD$ d'où les triangles AOB et DOC sont isocèles en O.
2) Les angles au centre $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ ont la même mesure et interceptent les arcs $\widehat{AB}$ et$\widehat{CD}$ donc longueur $\widehat{AB}$ = longueur $\widehat{CD}$

Propriété :

Si dans un cercle deux cordes ont la même longueur, alors elles sous-tendent deux arcs de même longueur.

$\boxed{AB = CD}$

$\boxed{\text{longueur de } \widehat{AB} = \text{longueur de } \widehat{CD}}$

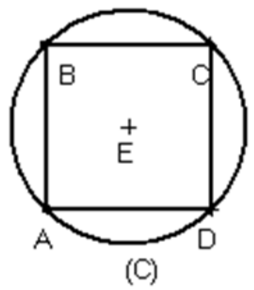


Exercice d'application :

(C) est un cercle de centre O et de rayon 1 cm.

ABCD est un carré inscrit dans ce cercle.

Justifie que les arcs $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CD}$ et $\widehat{DA}$ ont la même longueur.



Réponse attendue :

ABCD est un carré, donc $AB = BC = CD = AD$ or ABCD est inscrit dans (C), alors les segments [AB], [BC], [CD] et [AD] sont des cordes du cercle, elles sous-tendent respectivement les arcs $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CD}$ et $\widehat{DA}$. Donc ces arcs ont la même longueur.

Exercice de maison : N° 11 page 97 CIAM 4ème

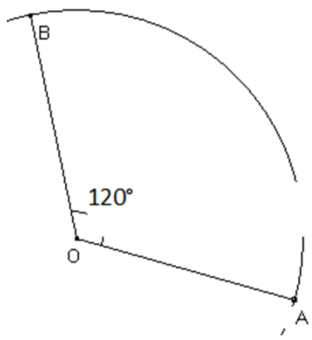
EXERCICE 1

L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-contre :

On donne $mes\ \widehat{AOB} = 120°$; $OA = OB = 6$

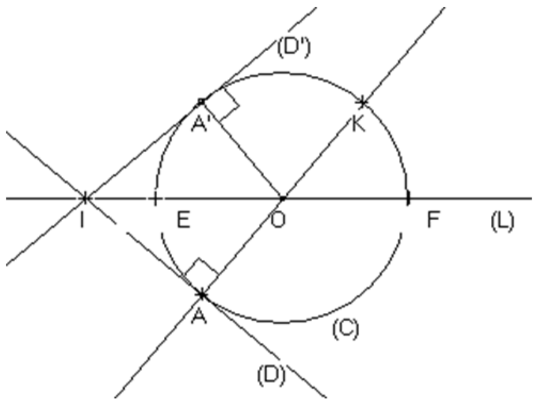
1) Calcule la longueur de l'arc $\widetilde{AB}$
2) On rappelle que $\widetilde{AB}$ est le périmètre d'un cercle de rayon r. calcule r



EXERCICE 2

Sur la figure ci-dessous :

- (D) et (D') sont deux droites sécantes au point I.
- Le cercle (C) de centre O est tangent aux droites (D et D'), respectivement aux points A et A' ;
- La droite (L), axe de symétrie de la figure formée par les droites (D) et (D') et le cercle (C), coupe le cercle aux points E et F.



- La droite (OA) recoupe (C) au point K.

Démontre que les arcs de cercle $\widehat{A'E}\ et\ \widehat{KF}$ et ont la même longueur.

EXERCICE 3

On considère un cercle (C) de centre O et de diamètre [BC].
A est un point de (C) et R est le milieu du segment [AC].
La droite (RO) coupe le cercle en deux points E et F.

a) Réalise une figure
b) Démontre que les angles $\widehat{ABC}\ et\ \widehat{BOF}$ ont la même mesure
c) Démontre que les segments [BF] et [EC] ont la même longueur.

ACTIVITE D'INTEGRATION

Dans la cours de la mairie de Bouaflé, se trouvent à distance égales, trois arbres d'espèce rares. Pour embellir cette cour, le maire souhaite bâtir un monument à base circulaire entres ces arbres, sans les détruire et en un seul point les axes qui les relient entre eux. Ton père, membre du conseil municipal, n'arrive pas à réaliser un plan comportant la position du monument et celles des trois arbres. Il te sollicite.
On désigne par :

- ✓ A, B et C les trois arbres ;
- ✓ ($\mathcal{C}$) la base du monument ;
- ✓ E, F et H les points de contact respectifs de cette base avec les axes (AB), (AC) et (BC) qui relient les arbres.

Deux de tes camarades, Koffi et Marie, observent très attentivement la figure ainsi réalisée et engagent une petite discussion sur les angles $\widehat{CBA}\ et\ \widehat{FEA}$ en ces termes :

- Koffi : chacun des angles $\widehat{CBA}\ et\ \widehat{FEA}$ mesure 60°
- Marie : la mesure de l'angle $\widehat{FEA}$ est la moitié de celle $\widehat{CBA}$

1) Réalise la figure
2) Qui de Koffi et de Marie a raison ? justifie ta réponse.

THEME : CALCUL NUMERIQUE

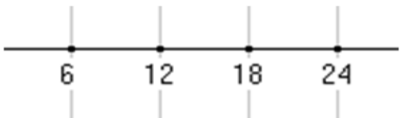
LEÇON 2: NOMBRES RATIONNELS

HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	- un nombre rationnel - un nombre décimal d'ordre n - un nombre en notation scientifique - le PGCD de deux nombres entiers naturels non nuls - le PPCM de deux nombres entiers naturels non nuls
♦ Noter	l'ensemble des nombres rationnels
♦ Ecrire	un nombre décimal sous la forme d'une fraction ou de l'opposé d'une fraction
♦ Calculer	- le PGCD de deux nombres entiers naturels non nuls - le PPCM de deux nombres entiers naturels non nuls - la somme, la différence, le produit et le quotient de deux nombres rationnels
♦ Utiliser	- le PGCD pour : ⇨ simplifier une fraction ⇨ déterminer l'ensemble des diviseurs communs à deux entiers naturels - le PPCM pour rendre deux fractions au même dénominateur - les propriétés sur les nombres rationnels pour effectuer des calculs dans Q
♦ Déterminer	- l'inverse d'un nombre rationnel. - l'approximation décimale par défaut, par excès d'un nombre rationnel à un ordre donné. - la troncature d'un nombre rationnel à un ordre donné. - l'arrondi d'un nombre rationnel à un ordre donné. - un nombre décimal d'ordre n, n étant donné
♦ Encadrer	un nombre rationnel par deux nombres décimaux consécutifs à un ordre donné
♦ Traiter une situation	de vie courante faisant appel aux nombres rationnels et à leurs propriétés

SITUATION PROBLEME

Dns le but de fêter l'anniversaire de son fils aîné de dix ans chaque six ans et celui du cadet qui a sept ans chaque neuf ans, à partir de l'an deux mille douze. Pour cela, l'oncle des enfants qui réside aux USA décide d'offrir aux enfants des vacances de rêve aux USA les années où les deux anniversaires coïncideront.
Il est question de trouver la première année de vacances aux USA.

Réponse attendue :



- Les années de célébration de l'anniversaire de l'aîné :

- Les années de célébration de l'anniversaire du cadet :

Les deux anniversaires coïncideront dans $18\ ans$, donc l'année de leurs vacances aux USA est 2030.
Le nombre recherché est le plus petit commun multiple des nombres $9\ et\ 6$.

<u>Exemple de situation</u>
Dans le cadre de ses activités, le Conseil Général de Sinfra a célébré les meilleurs élèves en Mathématique et en Anglais en 2012. Il décide de renouveler cette célébration tous les 6 ans pour les Mathématiques et tous les 9 ans pour l'anglais. Il est question de savoir la prochaine année où les meilleurs élèves des deux matières seront célébrés ensemble.

I- <u>PPCM et PGCD</u>

1- <u>PPCM de deux nombres entiers naturels non-nuls.</u>

Mise en place de la règle de recherche du PPCM.
<u>Activité</u> :
Décompose en produit de facteurs premiers les nombres 6, 9 et 18.
Fais le produit p de tous les facteurs premiers apparus dans les décompositions, chacun n'étant pris qu'une seule fois et affecté de son plus grand exposant.
Que remarques-tu ?

<u>Réponse attendue</u> :
$6 = 3 \times 2$; $9 = 3^2\ et\ 18 = 3^2 \times 2$
$p = 3^2 \times 2$
On remarque que $p = 18$
<u>Règle</u> :
Pour obtenir le PPCM de deux nombres entiers naturels non nuls, on peut procéder comme suit :
- Décomposer en produit de facteurs premiers chaque nombre ;
- Faire le produit p de tous les facteurs premiers apparus dans les décompositions, chacun n'étant pris qu'une seule fois et affecté de son plus grand exposant

On pourrait noter le PPCM de deux nombres $\boldsymbol{a\ et\ b}$: $\boldsymbol{PPCM(a;b)}$
<u>Exercice d'application</u> :
Trouve le $PPCM(28; 40)$

Réponse attendue :

$28 = 7 \times 2^2 \; et \; 40 = 2^3 \times 5$

$p = 7 \times 2^3 \times 5 = 280 \;\; donc \; PPCM(28; 40) = 280$

Exercice d'application :

Calcule le $PPCM(a; b)$ des nombres ci-dessous :

1- $a = 2 \times 3^3 \;\; et \; b = 2^2 \times 7^2 \times 5$
2- $a = 126 \;\; et \; b = 231$
3- $a = 3^2 \times 7 \;\; et \;\; b = 45$

Réponse attendue :

1) $PPCM(a; b) = 2^2 \times 3^3 \times 7^2 \times 5$
2) $a = 2 \times 3^2 \times 7 \;\; et \; b = 3 \times 7 \times 11 \;\; donc \; PPCM(a; b) = 2 \times 3^2 \times 7 \times 11$
3) $a = 3^2 \times 7 \;\; et \; b = 3^2 \times 5 \;\; donc \; PPCM(a; b) = 3^2 \times 7 \times 5$

2- PGCD de deux nombres entiers naturels non-nuls

Activité 1 :

1- Détermine tous les diviseurs de $24 \; et \; 18$
2- Quel est le plus grand commun diviseur de $24 \; et \; 18$?

Réponse attendue :

1- $24 = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12 \; et \; 24\} \; et \; 18 = \{1; 2; 3; 6; 9 \; et \; 18\}$
2- Les diviseurs communs sont $\{1; 2; 3 \; et \; 6\}$. Le plus grand commun diviseur est 6.

Activité 2 :

1) Décompose en produit de facteurs premiers les nombres 24, 18 et 6.
2) Fais le produit q de tous les facteurs premiers apparus dans les décompositions, chacun n'étant pris qu'une seule fois et affecté de son plus petit exposant.

Que remarques-tu ?

Réponse attendue :

$24 = 3 \times 2^3$; $18 = 3^2 \times 2 \;\; et \; 6 = 3 \times 2$

$q = 3 \times 2$

On remarque que $q = 6$

Règle :

Pour obtenir le $PGCD$ de deux nombres entiers naturels non-nuls, on peut procéder comme suit :

- Décomposer en produit de facteurs premiers chaque nombre ;
- Faire le produit q de tous les facteurs premiers apparus dans les décompositions, chacun n'étant pris qu'une seule fois et affecté de son plus petit exposant

On pourrait noter le PGCD de deux nombres $\boldsymbol{a \; et \; b}$: $\boldsymbol{PGCD(a; b)}$

Exercice d'application :

1- Trouve le PGCD de 28 et 40
2- Rends les deux fractions suivantes au même dénominateur en utilisant le PPCM de 6 et 9. $\frac{2}{9} \; et \; \frac{5}{6}$

3- Simplifie la fraction $\frac{18}{24}$.

Réponse attendue :

1- $28 = 2^2 \times 7 \quad et\ 40 = 2^3 \times 5 \quad donc\ PGCD(28; 40) = 2^2 = 4$

2- $\frac{2}{9} = \frac{4}{18} \quad et\ \frac{5}{6} = \frac{15}{18}$

3- $\frac{18}{24} = \frac{18 \div 6}{24 \div 6} = \frac{3}{4}$

Remarque :

Pour simplifier une fraction et la rendre irréductible, il suffit de simplifier le numérateur et le dénominateur par le PGDC du numérateur et du dénominateur.

Exemple :

Simplifions $\frac{28}{40}$.

$PGCD(28; 40) = 4$ donc $\frac{28 \div 4}{40 \div 4} = \frac{7}{10}$

Exercices de maison :

Exercice 1 :

Calcule le PGCD des nombres $a\ et\ b$ suivants :

1) $a = 2 \times 3^2 \times 5 \quad et\ \ b = 2^3 \times 7 \times 5$
2) $a = 54 \quad et\ b = 72$
3) $a = 147\ \ et\ b = 2^4 \times 5^3$

Exercice 2 :

1- Rends au même dénominateur les fractions suivantes en utilisant le PPCM : $\frac{8}{9}\ et\ \frac{12}{25}$

$\frac{7}{21}\ et\ \frac{11}{24}$

2- Simplifie les fractions suivantes en utilisant le PGCD : $\frac{28}{52}$; $\frac{105}{75}\ et\ \frac{147}{234}$

Activité :

1- Détermine l'ensemble A des diviseurs communs de 18 et 24.
2- Donne l'ensemble B des diviseurs de 6.
3- Que peux-tu dire de l'ensemble des diviseurs communs de 18 et 24 et de l'ensemble des diviseurs de leurs $PGCD$ qui est 6 ?

Réponse attendue :

1- $A = \{1; 2; 3; 6\}$
2- $B = \{1; 2; 3; 6\}$
3- L'ensemble des diviseurs communs de 18 et 24 est le même que l'ensemble des diviseurs leurs PGCD 6.

Propriété :

L'ensemble des diviseurs communs de deux entiers naturels non-nuls est l'ensemble des diviseurs de leur PGCD.

Exercice d'application :

Trouve l'ensemble E des diviseurs communs de 180 et 172

Réponse attendue :

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \quad et \quad 72 = 2^3 \times 3^2$ Donc $PGCD(180; 72) = 2^2 \times 3^2 = 36$

Les diviseurs de 36 sont : $1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18$ et 36.

$E = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18\ et\ 36\}$

Exercice de maison :

Trouve l'ensemble A des diviseurs communs de 300 et 630.

II- NOMBRES RATIONNELS

SITUATION D'APPRENTISSAGE

En vue de confectionner les uniformes de ses quatre enfants : Abel, Rosine, René et Prisca âgés respectivement de quinze ans, douze ans, neufs ans et six ans. Un père décide de donner le tiers du tissu à Abel, le cinquième à René, la différence des parts d'Abel et René à Prisca et les quatre cinquième de la part d'Abel à Rosine. Mais il se demande si le tissu suffira.

Il est question de savoir si le tissu pourra suffire à la confection des uniformes.

Réponse attendue :

$$Abel: \frac{1}{3}\ ;\ René: \frac{1}{5}\ ; Prisca: \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}\ et\ Rosine: \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

En faisant la somme : $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{2}{15} + \frac{4}{5} = \frac{5+3+2+4}{15} = \frac{14}{15}$ or $\frac{14}{15} < 1$ $donc$ le tissu suffira.

1- L'ensemble $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels.

Présentation :

Activité :

Que représentent les nombres $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{2}{15}$; $\frac{4}{15}$; $\frac{14}{15}$ et 1 ?

Quels sont leurs opposés ?

Réponse attendue :

Ces nombres sont des fractions.

Leurs opposés sont : $-\frac{1}{3}; -\frac{1}{5}; -\frac{2}{15}; -\frac{4}{15}; -\frac{14}{15}$ et -1

Les fractions et leurs opposés sont appelés des nombres rationnels et l'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$.

Définition :

On appelle nombre rationnel, un nombre égal à une fraction ou à l'opposé d'une fraction. L'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$.

Exemples :

0 ; 2 ; $\frac{3}{4}$ et $-\frac{4}{3}$ sont des nombres rationnels.

Exercice d'application :

Ecris les nombres décimaux suivants sous la forme d'une fraction ou de l'opposé d'une fraction.

$0{,}63\ ; 8{,}1\ ;\ -0{,}432;\ -4\ et\ 3$

Réponse attendue :

$0{,}63 = \frac{63}{100}\ ; 8{,}1 = \frac{81}{10}\ ;\ -4\ et\ 3$

2- Ecriture des nombres rationnels

Propriétés :

- Un nombre rationnel peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ où $a\ et\ b$ sont deux entiers relatifs et $b \neq 0$.
- Pour deux entiers naturels $a\ et\ b$ avec $b \neq 0$ on a :$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$

3- Opérations sur les nombres rationnels

a) Produits de deux nombres rationnels.

Activité :

Calcule les produits suivants :

$$a = \frac{3}{5} \times \frac{7}{6}\ ;\ b = \left(-\frac{2}{7}\right) \times \frac{21}{8};\ c = \left(-\frac{7}{8}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) et\ d = (-2) \times (-\frac{7}{12})$$

Complète : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \cdots$

Réponse attendue :

$$a = \frac{3}{5} \times \frac{7}{6} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}\ ;\ b = \left(-\frac{2}{7}\right) \times \frac{21}{8} = -\frac{42}{56} = -\frac{3}{4};$$

$$c = \left(-\frac{7}{8}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) = \frac{14}{40} = \frac{7}{20}\ et\ d = (-2) \times \left(-\frac{7}{12}\right) = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Propriété :

$a, b, c\ et\ d$ sont des nombres entiers relatifs ; $b \neq 0\ et\ d \neq 0$

$\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} \times \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}} = \frac{\mathrm{a}\times\mathrm{c}}{\mathrm{b}\times\mathrm{d}}$

b) Inverse d'un nombre rationnel non nul

Activité :

Calcule les produits suivants :

$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}\ ; (-3) \times \left(-\frac{1}{3}\right); 5 \times 0{,}2$

Que constates-tu ?

Comment sont les nombres $\frac{3}{4}\ et\ \frac{4}{3}$?

Complète $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \cdots$

Réponse attendue :

$\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}=\frac{12}{12}=1$; $(-3)\times\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{3}=1$ et $5\times 0{,}2=1$

On constate que chaque produit donne le nombre 1.

On dit alors que les $\boldsymbol{\frac{3}{4}}$ *et* $\boldsymbol{\frac{4}{3}}$ *sont inverses*. $\boldsymbol{\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1}$

<u>Définition</u> :

a et b sont deux entiers relatifs et $b\neq 0$.

On a : $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}\times\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}=1$ on dit alors que $\frac{a}{b}$ et $\frac{b}{a}$ sont inverses l'un de l'autre.

<u>Exercice d'application</u> :

Donne les inverses des nombres rationnels suivants :

$\frac{3}{5};\ \frac{-5}{4};0{,}7;\ \frac{1}{5}\ ;\ -2\ et\ -1.$

<u>Réponse attendue</u> :

$\frac{3}{5}$ $a\ pour\ inverse$ $\frac{5}{3}$; $\frac{-5}{4}$ $a\ pour\ inverse$ $\frac{-4}{5}$ $0{,}7a\ pour\ inverse\ \frac{10}{17}$

$\frac{1}{5}$ $a\ pour\ inverse$ 5 -2 $a\ pour\ inverse$ $-\frac{1}{2}$ et -1 $a\ pour\ inverse$ -1.

c) **<u>Quotient de deux nombres rationnels</u>**

<u>Définition</u>

$a,b,c\ et\ d$ sont des nombres entiers relatifs, $b,c\ et\ d$ sont non nuls.

On appelle quotient du nombre rationnel $\frac{a}{b}$ par le nombre rationnel $\frac{c}{d}$ le nombre rationnel $\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$.

On le note : $\frac{a}{b}\div\frac{c}{b}$

<u>Exercice d'application</u>

Calcule les quotients suivants :

$$\mathrm{A}=\frac{\frac{-5}{7}}{\frac{4}{9}}\ ;\ \mathrm{B}=\frac{3}{\frac{4}{5}}\ ;\mathrm{C}=\frac{8}{5}\div\frac{-3}{7}\ ;\ \mathrm{D}=\frac{\frac{2}{3}}{5}$$

<u>Réponse attendue</u> :

$$\mathrm{A}=\frac{\frac{-5}{7}}{\frac{4}{9}}=\frac{-5}{7}\times\frac{9}{4}=-\frac{45}{28}\ ;\ \mathrm{B}=\frac{3}{\frac{4}{5}}=\frac{15}{4}\ ;\mathrm{C}=\frac{8}{5}\div\frac{-3}{7}=-\frac{56}{15}\ ;\ \mathrm{D}=\frac{\frac{2}{3}}{5}=\frac{2}{15}$$

<u>Exercices de maison</u> :

Effectue les calculs ci-dessous (tu écriras chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou de l'opposé d'une fraction irréductible).

$$A=\frac{3}{4}+\frac{6}{5}+\frac{7}{2}\ ;\ B=2+\frac{2}{4}+(-3)+\frac{2}{3}\ ;\ C=\frac{3}{2}\times\frac{7}{5}\times\left(-\frac{20}{9}\right);D=\frac{7}{9}\times\frac{36}{35}\times\frac{3}{4}$$

$$E = \left(-\frac{5}{6}\right) \times \left(-\frac{7}{5}\right) \times \left(-\frac{8}{75}\right)\ ;\ F = \frac{5}{-7} \div \frac{5}{8} ; G = \frac{-\frac{7}{2}}{21}$$

III- APPROXIMATION DECIMALE D'UN NOMBRE RATIONNEL

1- Approximation décimale d'un nombre rationnel

a) Troncature d'un nombre

Activité :

1) Effectue la division de 13 par 7 en donnant le résultat avec 5 chiffres après la virgule.
2) Ecris le nombre rationnel $\frac{13}{7}$ en ne conservant que deux chiffres après la virgule.

Réponse attendue :

1) $13/7 = 1{,}85714$
2) $\frac{13}{7} = 1{,}85$

On dit que 1,85 est la troncature à deux décimales de $\frac{13}{7}$.

Définition :

On appelle troncature à un n décimales du nombre x le nombre obtenu en ne conservant que les n premiers chiffres après la virgule de l'écriture décimal de x.

Remarque :

Un nombre décimal écrit avec n chiffres après la virgule est un nombre décimal d'ordre n.

Exercice d'application :

Donne la troncature à deux et à quatre décimales du nombre $\pi = 3{,}1415926$

Réponse attendue :

$\pi \cong 3{,}14 \quad et \quad \pi \cong 3{,}1415$

b) Approximation décimale

Activité :

Encadre $\frac{13}{7}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre deux, d'ordre trois et 0.

Réponse attendue :

On a :$d'ordre$ 2: $1{,}85 < \frac{13}{7} < 1{,}86$; d'ordre 3 : $1{,}857 < \frac{13}{7} < 1{,}858\ et$

D'ordre 0 : $1 < \frac{13}{7} < 2$

Présentation :

Soit $1{,}85 < \frac{13}{7} < 1{,}86$.

- ✓ 1,85 est l'approximation décimale par défaut d'ordre deux de $\frac{13}{7}$
- ✓ 1,86 est l'approximation décimale par excès d'ordre deux de $\frac{13}{7}$

Méthode :

Pour trouver l'arrondi d'ordre n de la fraction $\frac{a}{b}$. On calcule le quotient q de la division de $a\ par\ b\ avec\ n+1$ chiffres après la virgule.

- Si le $(n+1)^e$ chiffre après la virgule est 0, 1, 2, 3 ou 4, l'arrondi d'ordre n de $\frac{a}{b}$ est l'approximation décimale par défaut.
- Si le $(n+1)^e$ chiffre après la virgule est 5, 6, 7, 8 ou 9, l'arrondi d'ordre n de $\frac{a}{b}$ est l'approximation décimale par excès.

Exercice d'application :
Donne les arrondis de $\pi = 3{,}14159265$ d'ordre 2 et d'ordre 4.
Réponse attendue :
D'ordre 2 : le 3ème chiffre est 1, donc l'arrondi est l'approximation décimale par défaut qui est $\pi = 3{,}14$.
D'ordre 4 : le 5ème chiffre est 9, donc l'arrondi est l'approximation décimale par excès qui est $\pi = 3{,}1316$

Exercices de maison :
Exercice 1 :
Ecris sous la forme d'une puissance de 10.
$\frac{0{,}001}{10^2}$; $\frac{10^{-3}}{0{,}01}$; $\frac{0{,}001}{0{,}0001}$; $\frac{1}{10^3} \times 10^4 \times 10^2\ et\ \frac{10^{-3}\times 10^8}{10^3\times 10^{-8}}$

Exercice 2 :
On donne les nombres rationnels suivants : $\frac{1}{3}\ et\ \frac{120}{7}$

1) Donne la troncature à 3 décimales de chacun de ces nombres.
2) Donne l'approximation décimale d'ordre 2 par défaut et par excès de ces nombres.
3) Trouve l'arrondi d'ordre 1 et 3 de chacun de ces nombres.

FICHE D'EXERCICES N°1

EXERCICE 1

Dans chacun des cas, calcule le $PGCD\ et\ le\ PPCM$ des nombres $a\ et\ b$

1) $a = 2^3 \times 3^2\ \ et\ \ b = 2^2 \times 3 \times 5^2$
2) $a = 2 \times 32\quad et\ b = 24 \times 15$
3) $a = 2^3 \times 3\quad et\ b = 5^2 \times 7$

EXERCICE 2

1) Donne la notation scientifique des nombres suivants :
$$A = 145 \times 10^3\ et\ \ B = \frac{3}{14} \times 10^7$$
2) Calcule les produits ci-dessous. Tu écriras chaque résultat sous la forme $a \times 10^p$ $où$ $a \in D$ et p $\in \mathbb{Z}$.

$A = 2 \times 10^{-7} \times 6{,}34 \times 10^{-2}$ *et* $B = -25 \times 10^{3} \times 6 \times 10^{-4}$

3) Compare les nombres suivants : $a = 2 \times 10^{-7}$ *et* $b = 2{,}1 \times 10^{-6}$

EXERCICE 3

Effectue les calculs ci-dessous (Tu écriras chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible)

$A = \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{2}$

$B = \left(\frac{-1}{5} + \frac{1}{123} + \frac{4}{3}\right) + \frac{-11}{123} + \left(\frac{-4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{10}{123}\right)$

$C = 7 \times \left(3 - \frac{2}{3}\right) + 4 \times \frac{5}{6} - \left(10 - \frac{1}{2}\right)$

$D = -2 \times \left(-\frac{38}{21}\right) \times \left(\frac{-7}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{8}\right)$

$E = -1 + \frac{1}{1+\frac{1}{2}}$

Activité d'intégration

Pour la fête de pâques, Apo, Aya et Saly, élèves à Abidjan, décident de rentrer dans leurs familles respectives à Daloa, Bouaké et San-Pedro.

A la gare routière, les départs sont organisés de la façon suivante :

- A 7h30, départs simultanés pour toutes les destinations ;
- Après 7h30, les cars de Daloa partent les 45 minutes, ceux de Bouaké toutes les 30 minutes et ceux de San-Pedro toutes les heures.
- Les embarquements ont lieu 10 mn avant le départ.

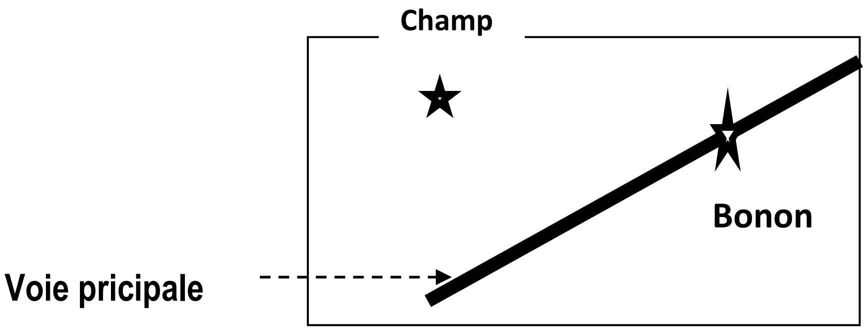
Les trois amis veulent quitter Abidjan à la même heure, entre 9 heures et midi. .
Détermine l'heure exacte de leur départ.

THEME : CONFIGURATION DU PLAN

LEÇON 2 : DISTANCES

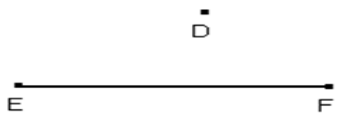
HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	- la distance d'un point à une droite. - la distance de deux droites parallèles - la bissectrice d'un angle
♦ Déterminer	- la distance d'un point à une droite. - la distance de deux droites parallèles
♦ Placer	- un point à une distance donnée d'une droite donnée
♦ construire	- une droite à une distance donnée d'un point donné - la bissectrice d'un angle
♦ Justifier	- l'appartenance d''un point à la bissectrice d'un angle
♦ Traiter une situation	faisant appel à la distance d'un point à une droite, à la distance de deux droites parallèles

Exemple de situation :
Un topographe cherche sur carte de la localité de Bonon à tracer la voie la plus courte joignant un champ à la voie principale bitumée et rectiligne à cet endroit.
Cela pour écouler aisément les produits venant de ce champ. Voici la carte .



1- Distance d'un point à une droite.

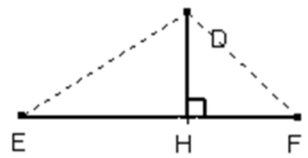
Activité :



Sur la figure ci-contre, place le point H sur la droite (EF) tel que : $(\mathrm{DH}) \perp (\mathrm{EF})$

Compare les distances DH à chacune des distances DE et DF. Justifie.

Réponse attendue :

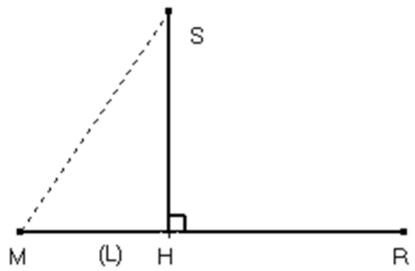


$\mathrm{DH} < DE\ et\ DH < DF$ car dans un triangle rectangle, L'hypoténuse est le coté le plus long.

La distance DH est appelée distance du point D à la droite (EF).

Définition :

(L) est une droite. S est un point n'appartenant pas à (L). H est le point de (L) et de la perpendiculaire à (L) passant par S.



On appelle distance du point S à la droite(L) la distance SH

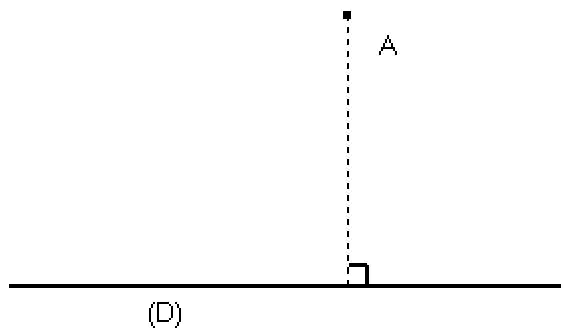
$\mathrm{SH} < SM$

SH est la distance de S à (L)

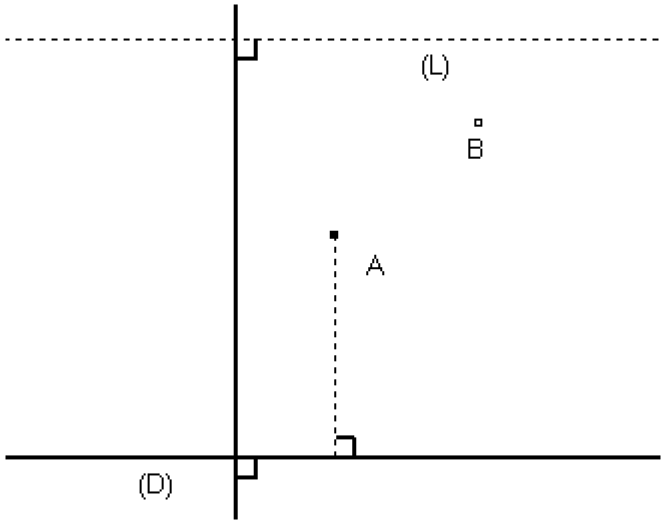
La distance de R à (L)est nulle.

Exercice d'application :

L'unité est le cm. Mesure la distance du point A à la droite (D). Marque un point B à $4\ cm$ de la droite(D). Trace une droite (L) située à 2 cm du point A.



Réponse attendue :

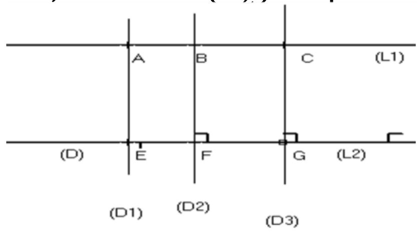


2- Distance de deux droites parallèles.

Activité :

(L_1)et (L_2) sont des droites parallèles. $(D_1), (D_2)$ et D_3 sont des droites perpendiculaires à (L_1) respectivement en A, B et C et (L_2) respectivement en E, F et G.

Justifie $AE = BF = CG$



Réponse attendue :

Justifions que : $AE = BF = CG$

a) Justifions que : $AE = BF$

On a : $(AE) \perp (EF)$ et $(BF) \perp (EF)$ donc $(AE) \parallel (BF)$ or $(AE) \parallel (BF)$ et $(AB) \parallel (EF)$

Donc ABFE est un parallélogramme d'où $AE = BF$

b) Justifions que : $BF = CG$

On a : $(BF) \perp (FG)$ et $(GC) \perp (FG)$ donc $(BF) \parallel (CG)$ or $(BF) \parallel (CG)$ et $(BC) \parallel (FG)$

Donc BCGF est un parallélogramme d'où $BF = CG$.

On a : $AE = BF$ et $BF = CG$ donc $AE = BF = CG$

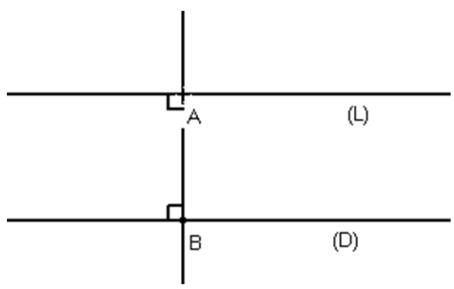
La distance AE est appelée distance des deux droites parallèles (L_1)et (L_2)

Définition :

(L) et (D) sont deux droites parallèles. A est un point de (L) et B un point de (D) tel que (AB) est perpendiculaire à (L).

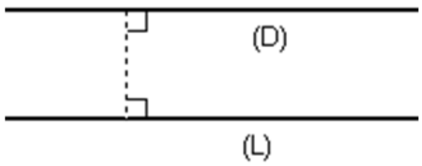
On appelle distance des droites parallèles (D) et (L) la distance AB.

AB est la distance des deux droites (D) et (L).



Exercice d'application :

L'unité est le mm. (L) et (D) sont deux droites parallèles. Mesure la distance des droites (D) et (L).



Réponse attendue :

Les apprenants s'exécutent.

3- Caractérisation de la bissectrice d'un angle.

Activité :

Sur la figure ci-dessous :

(D) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$;

M et N sont deux points de (D).

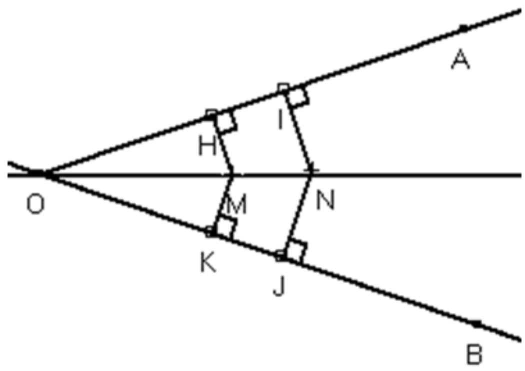
(MH) et (OA) sont perpendiculaires en H.

(MK) et (OB) sont perpendiculaires en K.

(NI) et (OA) sont perpendiculaires en I.

(NJ) et (OB) sont perpendiculaires en J.

A l'aide du compas, compare $MH \text{ et } MK \text{ puis } NI \text{ et } NJ$



Réponse attendue :

$MH = MK \text{ et } NI = NJ$

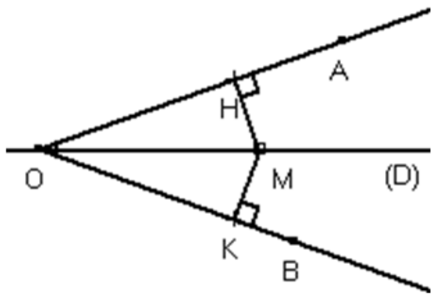
On dit que les points M et N sont équidistants des supports des cotés de l'angle $\widehat{AOB}$.

Propriétés :

- Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des supports des cotés de cet angle.

M est un point de la bissectrice de $\widehat{AOB}$

Distance de M à (OA) = Distance de M à (OB)



- Si un point est équidistant des supports des cotés de cet angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle.

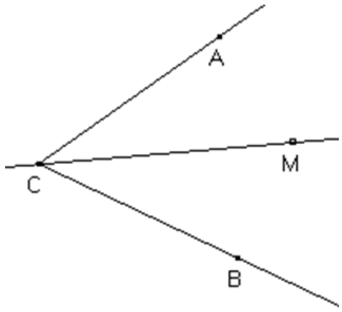
Distance de M à (OA) = Distance de M à (OB)

M est un point de la bissectrice de $\widehat{AOB}$

Exercice d'application :

$\widehat{AOB}$ est un angle. Construis un point M équidistant de (OA) et (OB) situé à 3 cm de O.

Réponse attendue :



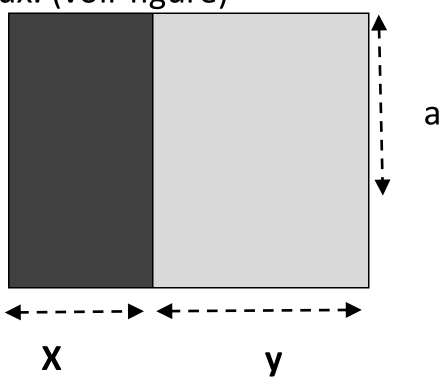
Exercice de maison : N°14 page 42 CIAM 4ème

THEME 2: CALCUL LITTERAL

LEÇON: CALCUL LITTERAL

HABILETES	CONTENUS
♦ Connaître	- le développement de chacun des produits : $a(x+y), a(x-y), (a+b)(x+y)$ - le développement de chacun des produits remarquables : $(a+b)^2, (a-b)^2, (a+b)(a-b)$ - la factorisation de chacune des sommes : $ax+ay, ax-ay, ax+ay+bx+by$ - la factorisation de chacune des expressions remarquables $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 - 2ab + b^2$, $a^2 - b^2$
♦ Utiliser	- le développement de chacun des produits : $a(x+y), a(x-y), (a+b)(x+y)$ pour développer un produit - le développement de chacun des produits remarquables : ○ $(a+b)^2, (a-b)^2, (a-b)(a+b)$ pour développer un produit - la factorisation de chacune des sommes : $ax+ay; ax-ay; ax+ay+bx+by$ pour factoriser une somme - la factorisation des expressions remarquables pour factoriser une somme
♦ Traiter une situation	faisant appel au développement ou à la factorisation d'une expression littérale

La coopérative de l'EPP du village Zaala a obtenu un terrain rectangulaire pour cultiver de la salade et des choux. Le terrain est partagé en deux parties : une partie pour la salade et une partie pour les choux. (voir figure)



Avec une même unité choisie les dimensions sont données sur la figure. Le bureau de la coopérative doit présenter aux élèves, les démarches menées pour l'obtention du terrain, présenter le terrain (forme, l'aire, les cultures possibles) .Au cours du calcul de l'aire de tout le terrain il ya deux possibilités. Un membre du bureau ne comprend pas. Il est question de calculer de deux façons l'aire du terrain.

I- DEVELOPPEMENT

1) Règle

Activité :

Calcule : A= 5×(4+6)   B=5×4 + 5×6

Que constatez-vous ?

Réponse attendue :

A=50   et B= 50

On constate que $A = B$

NB :

On appelle expression littérale toute expression comprenant une ou des lettres.

Exemple :

Soit $A = x + 5$ est une expression littérale.

Règle de priorité :

En absence de parenthèse :

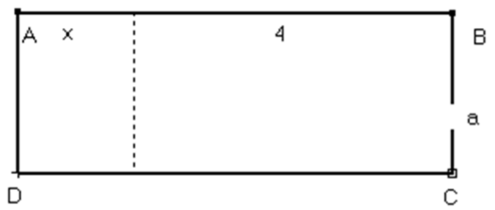
- ✓ La multiplication est prioritaire sur l'addition et la soustraction
- ✓ Le calcul de puissance est prioritaire sur la multiplication

2) Développement et réduction

a- Développement de $a(x + y)$; $a(x - y)$

Activité 1 :

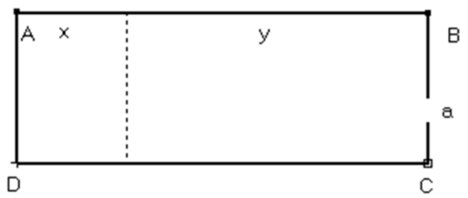
Etablis une égalité en calculant de deux manières différentes l'aire du rectangle ABCD ci-contre.



Activité 2

Etablis une égalité en calculant de deux manières différentes l'aire du rectangle ABCD ci-contre.

Déduis de l'égalité précédente :



$$a(x + y) = \cdots$$

$$a(x - y) = \cdots$$

Réponse attendue :

1) 1ère manière : $A = a(x + 4)$
   2ème manière : $A = a \times x + 4 \times a$
2) 1ère manière : $A = a \times (x + y)$
   2ème manière : $A = a \times x + a \times y$

Donc d'après les égalités précédentes :

$a(x + y) = a \times x + a \times y$

$a(x - y) = a \times x + a \times (-y) = a \times x - a \times y$

NB : $a \times x$ s'écrit plus simplement ax

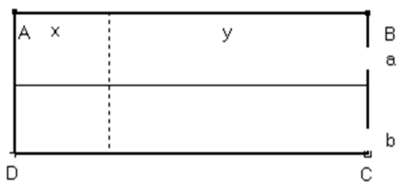
Définition :
- Développer un produit, c'est l'écrire sous forme d'une somme algébrique de termes, sans parenthèse de multiplication.
- Réduire une expression développée, c'est effectuer les sommes algébriques des termes de même nature.

Propriétés :
$a, x\ et\ y$ sont des nombres rationnels :
$a(x+y) = ax + ay$
$a(x-y) = ax - ay$

Exercice d'application :
Développe les expressions littérales suivantes :
$A = 3(x+4); B = 2(x-3)\ et\ C = x(x+2)$

Réponse attendue :
$A = 3 \times x + 3 \times 4 = 3x + 12\ ;\ B = 2x - 6\ \ et\ \ C = x^2 + 2x$

b- **Développement de $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})$**



Activité :
1) Etablis une égalité en calculant de deux manières différentes l'aire du rectangle ABCD ci-contre.
2) Déduis de l'égalité précédente $(a+b)(x+y)$

Réponse attendue :
1) 1ère manière : $A = (a+b) \times ((x+y)$
   2ème manière : $A = (x+y) \times a + (x+y) \times b$
2) donc on a :
   $(a+b)(x+y) = a(x+y) + b(x+y)$
   $(a+b)(x-y) = a(x-y) + b(x-y)$

Propriété :
$a, b, x\ et\ y$ sont des nombres rationnels.

$$(a+b)(x+y) = ax + ay + bx + by$$

Exercice d'application :
Développe les produis suivants :
$A = (x-3)(y+4); B = (x-4)(x-2)\ ; C = (x+2)(x+2)$

Réponse attendue :
$A = xy + 4x - 3y - 12\ ; B = x^2 - 2x - 4x + 8\ ; C = x^2 + 2x + 2x + 4$

Exercice de maison : N°21, 22 et 28 Page 143 CIAM 4ème

c- **Egalités remarquables**.

Activité :
Développe et réduis les expressions littérales suivantes :

$A = (x+2)(x+2); B = (x-2)(x-2); C = (x-2)(x+2)$

Réponse attendue :

$A = (x+2)(x+2) = (x+2)^2 = x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 4x + 4$

$B = (x-2)(x-2) = x^2 - 2x - 2x + 4 = x^2 - 4x + 4$

$C = (x-2)(x+2) = x^2 + 2x - 2x - 4 = x^2 - 4$

Propriétés

Egalités remarquables:

- $a\ et\ b$ sont des nombres relatifs
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab = b^2$
- $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Exercice d'application :

Développe les expressions suivantes :

$A = (x-3)^2; B = (x+5)^2; C = (x-1)(x+1)$

Réponse attendue :

$A = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$

$B = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$

$C = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$

Exercice de maison : N°23 Page 143 CIAM 4ème

3) FACTORISATION

a- Factoriser par la mise en évidence d'un facteur commun

Activité :

$x\ et\ y$ sont des nombres rationnels : $A = 3x + 3y$

a) A est-elle une somme ?
b) Si oui, quels sont ses termes ?
c) Quel est le facteur commun à ces termes ?
d) Complète l'égalité suivante :$3x + 3y = 3(\ldots + \cdots)$

Réponse attendue :

a) A est une somme.
b) Ses termes sont $3x\ et\ 3y$
c) Le facteur commun à ces termes est 3
d) $3x + 3y = 3(x+y)$

Vocabulaire

Factoriser une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs, sans addition ni soustraction à l'extérieur des parenthèses.

Propriété :

$ax + ay = a(x+y)$

<u>Exercice de fixation</u> :

Factoriser les expressions suivantes :

$A = 5a + 5b$; $B = 2y - 10$; $C = 3x + 6y$

<u>Réponse attendue</u> :

$A = 5(a + b)$; $B = 2(y - 5)$; $C = 3(x + 2y)$

b- <u>Factorisation par les expressions remarquables</u>

<u>Propriété</u>

<u>Egalités remarquables</u> :

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

<u>Exercice de fixation</u>:

Factorise les expressions suivantes :

$A = x^2 + 0x + 25$; $B = y^2 - 8y + 16$; $C = a^2 - 9$

<u>Réponse attendue</u> :

$A = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x + 5)^2$

$B = y^2 - 2 \times 4 \times y + 4^2 = (y - 4)^2$

$C = (a - 3)(a + 3)$

<u>Exercice de maison</u> : N° 26 et 30 page 143 CIAM 4ème

EXERCICE 1

Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = -4(x - 4)$; $B = x(y + 2)$; $C = (x + 3)(x - 5)$; $D = (x - 5)^2$; $E = (x + 1)^2$

$F = (x + 3)(x - 3)$; $G = (x + 3)(x - 5) + (x - 1)^2$; $H = (x + 2) + 5(x - 10)$

$et\ I = (x - 1)^2 - (x + 1)^2$

EXERCICE 2

Factorise les expressions suivantes :

$A = 2x - 2y$; $B = 3x + 3$; $C = 3x - 6$; $D = 2x - 18$; $E = x^2 - 2x + 1$; $F = x^2 - 1$

$G = x^2 - 10x + 25$; $H = x^2 - 9$; $I = 4x^2 - 4x + 1$; $J = 25x^2 - 100$

EXERCICE 3

Calcule de manière performante les expressions suivantes :

$A = 18^2 - 17$; $B = 51^2 - 50^2$; $C = 999^2$; $D = 1001 \times 999$

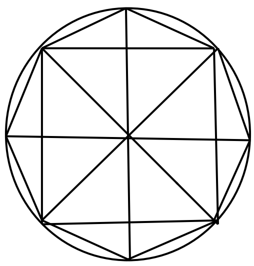
THEME : CONFIGURATION DU PLAN

LEÇON 3 : CERCLES ET TRIANGLES

HABILETES	CONTENUS
• Identifier	- une tangente à un cercle - la droite des milieux
• Reconnaître	- les droites particulières dans un triangle (hauteur, médiane, bissectrice) - des points remarquables dans un triangle (centre de gravité, orthocentre, centre du cercle inscrit)
• Déterminer	- les positions relatives d'un cercle et d'une droite
• Construire	- une tangente à un cercle en un point du cercle - les tangentes à un cercle passant par un point à l'extérieur du cercle - des droites particulières dans un triangle - des points remarquables dans un triangle - un cercle inscrit dans un triangle
• Calculer	- une longueur dans un triangle
• Justifier	- le parallélisme de deux droites - qu'un point est le milieu d'un segment -que deux droites sont perpendiculaires
• Traiter une situation	faisant appel : - aux positions relatives d'un cercle et d'une droite. - aux points remarquables dans un triangle.

Exemple de situation

Après le tournoi inter- établissement votre école a remporté le trophée. Les joueurs ont obtenu
des médailles marqués par des figures géométriques ci-dessous.
Le professeur veut exploiter ces figures pour le prochain cours
Il est question de distinguer les figures géométriques et de les reproduire .



I- Cercles et droites

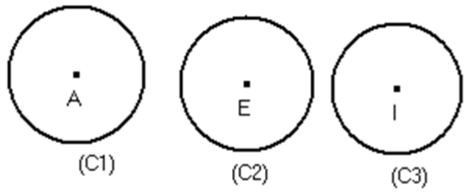
1) Position relative d'une droite et d'un cercle

Activité :

Sur les figures ci-dessous. $C_1(A;2), C_2(E;2) et\ C_3(I;2)$ sont des cercles.

1) Construis les droites (D), (T) et (L) telles que :
(D) est située à 1 cm de A, (T) située à 2 cm de E et (L) est située à 3 cm de I.

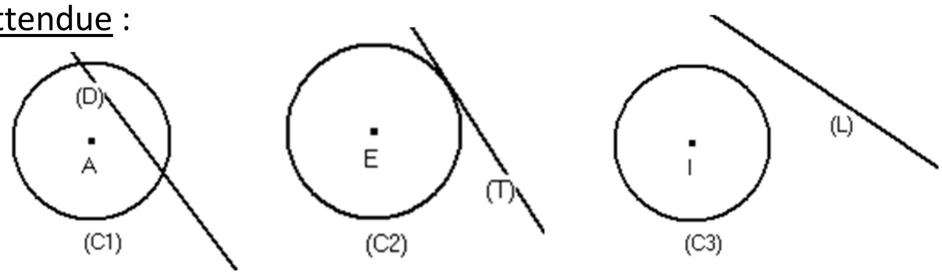
2) Combien de points communs ont :
- (D) et (C_1) ?
- (T) et (C_2) ?
- (L) et $(C_3\ )$?



3) Complète avec $<, >\ ou =$ les phrases suivantes :
- La distance de A à (D) est….le rayon du cercle de (C_1)
- La distance de E à (T) est…..le rayon du cercle de (C_2)
- La distance de I à (L) est…….le rayon du cercle (C_3)

<u>Réponse attendue</u> :

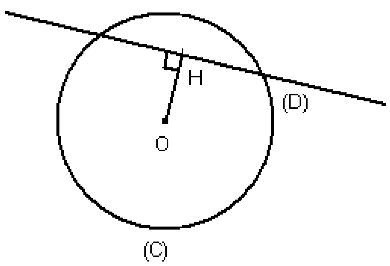
1)

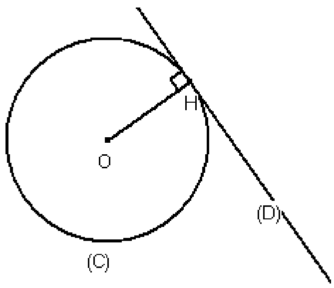


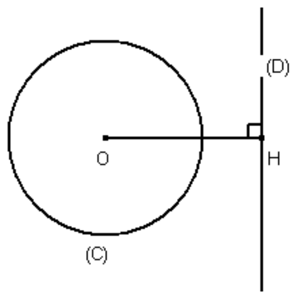
2)
- D) et (C_1) ont deux points communs.
- (T) et (C_2) un point commun.
- (L) et $(C_3\ )$ n'ont aucun point commun.

3)
- La distance de A à (D) est **plus petite** que le rayon du cercle de (C_1)
- La distance de E à (T) est **égale au** rayon du cercle de (C_2)
- La distance de I à (L) est **plus grande que** le rayon du cercle (C_3)

<u>Propriétés :</u>

<table>
<tr><td colspan="3">$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et de rayon r ; (D) est une droite.
H est le point de (D) tel que : $(OH) \perp (D)$</td></tr>
<tr>
<td>Si $OH < r$
Alors $(\mathcal{C})$ et (D) ont deux point communs.


$(D) et\ (\mathcal{C})$ sont sécants.</td>
<td>Si $OH = r$
Alors $(\mathcal{C})$ et (D) ont un point commun.


$(D) et\ (\mathcal{C})$ sont sécants.</td>
<td>Si $OH > r$
Alors $(\mathcal{C})$ et (D) n'ont aucun point commun


$(D) et\ (\mathcal{C})$ sont disjoints</td>
</tr>
<tr>
<td>Si $(\mathcal{C})\ et\ (D)$ ont deux</td>
<td>Si $(\mathcal{C})\ et\ (D)$ ont un point</td>
<td>Si $(\mathcal{C})\ et\ (D)$ n'ont aucun point</td>
</tr>
</table>

points communs, alors $OH < r$	commun, alors $OH < r$	commun, alors $OH < r$

2) Tangente à un cercle

Définition :

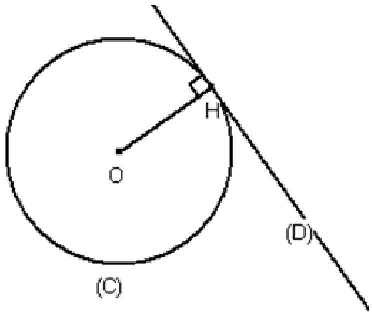
$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O, H est un point de $(\mathcal{C})$.

On appelle tangente en H au cercle $(\mathcal{C})$ la droite perpendiculaire en H à (OH).

$[OH]$ est un rayon du cercle.

(D) est perpendiculaire à (OH) en H.

(D) est tangente à $(\mathcal{C})$ en H.

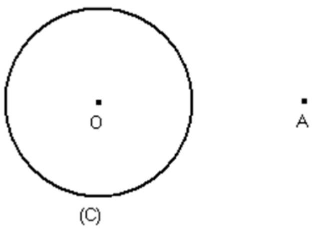


H est **un point de contact** de (D) et de $(\mathcal{C})$.

Activité :

$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O, A est un point Extérieur à $(\mathcal{C})$.

Construis une tangente à $(\mathcal{C})$ passant par A.



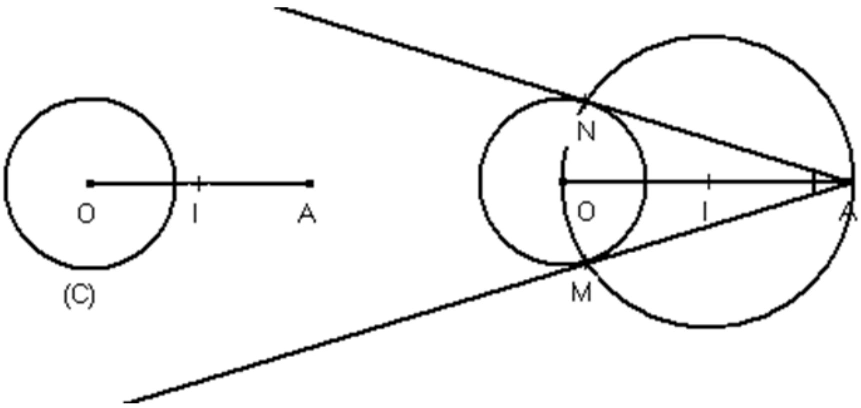
Réponse attendue :

Programme de construction :

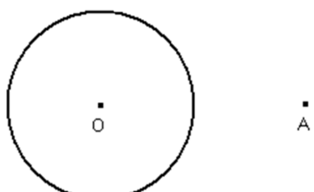
- On construit le milieu I du segment $[OA]$;
- On construit un cercle $(\mathcal{C}')$ de centre I et de rayon IA
- On marque M et N les points communs avec le cercle $(\mathcal{C})$.
- On trace les droites (AM) et (AN) qui sont les tangentes au cercle $(\mathcal{C})$.

On remarque lorsque le point est extérieur à $(\mathcal{C})$, on a deux droites tangentes au cercle $(\mathcal{C})$.

En conclusion, (AO) représente la bissectrice de l'angle $\widehat{MAN}$.

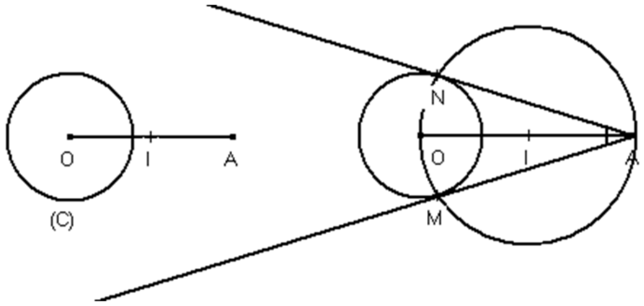


Exercice d'application :



$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O, A est un point Extérieur à $(\mathcal{C})$.
Construis une tangente à $(\mathcal{C})$ passant par A.

<u>Réponse attendue</u> :



<u>Exercice de maison</u> : N°3c et 3d page 41 CIAM 4ème

II- <u>TRIANGLES</u>

1- <u>Droites des milieux</u>

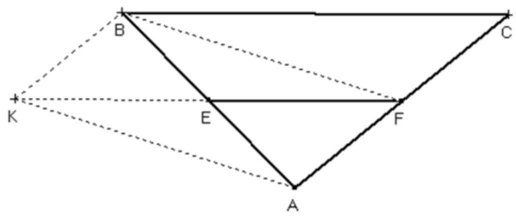
<u>Activité</u> :

Sur la figure ci-dessous, place le point B symétrique du point A par rapport à E et le point C symétrique du point A par rapport à F.

1) Que représente les points E et F pour les segments respectifs $[AB]\ et\ [AC]$?
2) Construis le point K, symétrique du point F par Rapport à E.
   a) Justifie que $AKBF$ est un parallélogramme. En déduis que : $(AF) \parallel (KB)$
   b) Justifie que $KBCF$ est un parallélogramme. en déduis que $(KF) \parallel (BC)$
3) Justifie que : $EF = \frac{1}{2}KF$.
4) Justifie que : $EF = \frac{1}{2}BC$.

<u>Réponse attendue</u> :

1) Le point E est le milieu du segment $[AB]$ et le point F est le milieu du segment $[AC]$.
2) Voir figure.
   a- justifions que $AKBF$ est un parallélogramme.
   On a : E est le milieu des segments $[AB]\ et\ [KF]$, or ces segments sont les diagonales du quadrilatère AKBF donc AKBF est un parallélogramme.
   De plus $(KB) \parallel (AF)$ et $KB = AF$.
   b- Justifions que KBCF est un parallélogramme.
   On a :$AF = FC\ et\ (FA) \parallel (FC)\ or\ KB = AF\ et\ (AF) \parallel (KB)$ donc $KB = FC$ et $(KB) \parallel (FC)$ donc KBCF est un parallélogramme.
   De plus $(KF) \parallel (BC)\ et\ KF = BC$.
3) Justifions que : $EF = \frac{1}{2}KF$.
   On a : E est le milieu du segment $[KF]$ donc $EF = \frac{1}{2}KF$.



4) Justifie que : $EF = \frac{1}{2}BC$.

On a : $KF = BC \text{ or } EF = \frac{1}{2}KF \text{ donc } EF = \frac{1}{2}BC$.

<u>Propriété :</u>

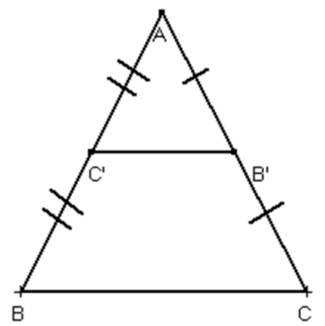
- Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux cotés, alors elle est parallèle au support du troisième coté.
- Dans un triangle, la longueur du segment qui joint les milieux de deux cotés est égale à la moitié de la longueur du troisième coté.

ABC est un triangle

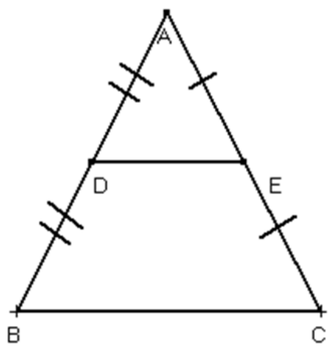
C' est le milieu de [AB]	B' est le milieu de [AC]

$$(B'C') \parallel (BC) \text{ et } B'C' = \frac{1}{2}BC$$

(BC) est appelée droite des milieux.



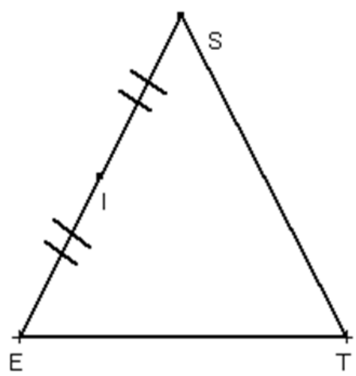
<u>Exercice d'application</u> :
Examine la figure ci-contre :
1) Démontre que $(DE) \parallel (BC)$
2) On donne $DE = 3\ cm$. Calcule BC



<u>Réponse attendue</u> :
1) On a : ABC est un triangle, D est le milieu de [AB] et E est milieu de [AC] donc d'après la propriété de la droite des milieux $(BC) \parallel (DE)$.
2) Calculons BC.
   On a : ABC est un triangle, D est le milieu de [AB] et E est milieu de [AC] donc d'après la propriété de la droite des milieux, on a : $DE = \frac{1}{2}BC$.
   $BC = 2 \times DE = 6\ cm$.

2- <u>Droite passant par le milieu d'un coté.</u>

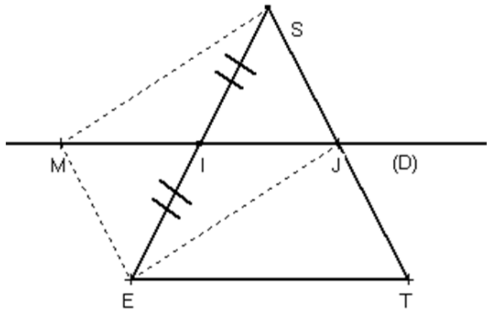
<u>Activité :</u>
SET est un triangle. I est le milieu du segment [ES].
1) Construis la droite (D) parallèle à (ET) passant par I.
2) Marque le point J point d'intersection des droites (D) et (ST).
3) Construis le point M symétrique de J par rapport à I.
   a- Justifie que SMEJ est un parallélogramme.
   b- Justifie que METJ est un parallélogramme.



c- En déduis que J est le milieu du segment $[ST]$.

Réponse attendue :

1) Voir figure
2) Voir figure
3) Voir figure



a- On a : [MJ] et [ES] se coupent en leurs milieux donc SMEJ est un parallélogramme.

b- On a : $ME = SJ$ et $(ME) \parallel (SJ)$ d'où $(JT) \parallel (ME)$ De plus $(MJ) \parallel (ET)$ donc METJ est un parallélogramme.

c- METJ étant un parallélogramme, alors $ME = JT$ or $ME = SJ$ d'où $SJ = JT$ Donc J est le milieu du segment $[ST]$.

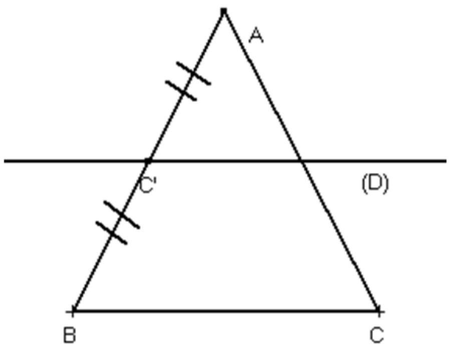
Propriété :

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un coté et est parallèle au support d'un autre, alors elle passe par le milieu du troisième coté.

ABC est un triangle.

$C'est\ le\ milieu\ de\ [BC]$	$(D) \parallel (BC)$	$C' \in (D)$

$(D)\ passe\ par\ le\ milieu\ de\ [AC]$

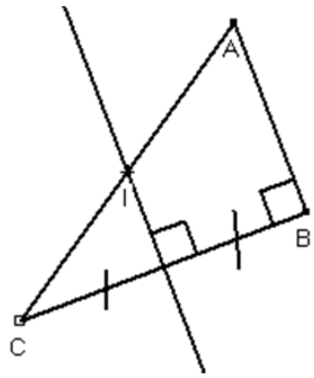


Exercice d'application :

ABC est un triangle rectangle en B.

La médiatrice de [BC] coupe l'hypoténuse en un point I.

Démontre que le point I est le milieu du segment $[AC]$.



Réponse attendue :

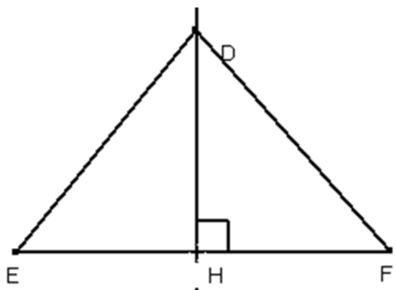
On a : soit M le milieu de [BC], $(BC) \perp (MI)$ et $(AB) \perp (BC)$ $d'o$ù $(AB) \parallel (MI)$ Donc (MI) passe par le milieu de [AC] or I est le point d'intersection des droites (AC) et MI)

Donc I est milieu du segment $[AC]$.

Exercice de maison : N° 2 Page 59 CIAM 4ème

3- Hauteur d'un triangle.

Activité :



Sur la figure ci-dessous, DEF est un triangle.

a) Rappelle la définition de la hauteur d'un triangle.
b) Que représente la droite (DH) pour le triangle DEF ?
c) Construis les deux autres hauteurs de ce triangle DEF.

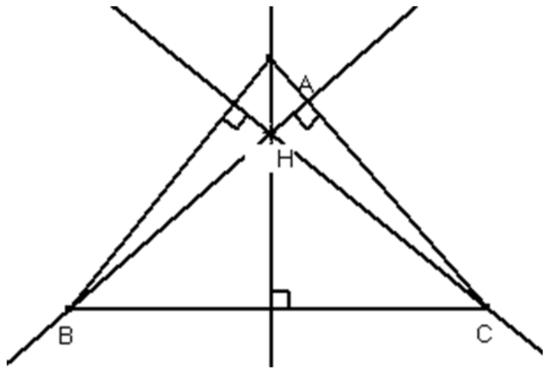
Réponse attendue :

1) On appelle hauteur d'un triangle la droite qui passe par un sommet du triangle et qui est perpendiculaire au support du coté opposé à ce sommet.
2) La droite (DH) représente la hauteur issue du sommet D.
3) Voir figure

Le point de concours des hauteurs est appelé orthocentre du triangle.

Propriété :

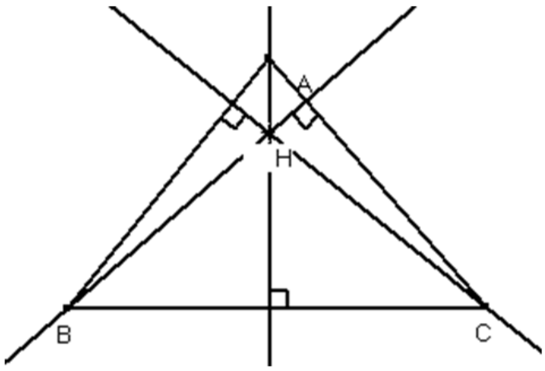
Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.
Le point de concours des hauteurs d'un triangle est appelé orthocentre.
H est l'orthocentre du triangle ABC.



Exercice d'application :

Construis l'orthocentre H du triangle ABC.

Réponse attendue :

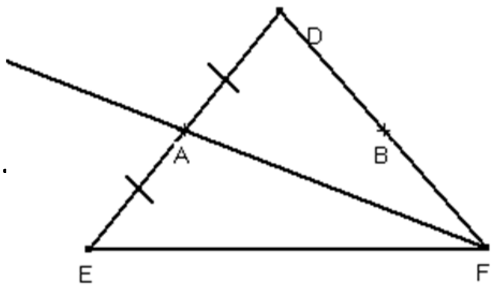


4- Médianes d'un triangle

Activité :

Sur la figure ci-dessous, EDF est un triangle.
A est le milieu du segment [DE] et B milieu de [DF].

1) Rappelle la définition d'une médiane d'un triangle.
2) Que représente la droite (AF) pour le triangle EDF.
3) Construis les autres médianes du triangle EDF.
Que constates-tu ?



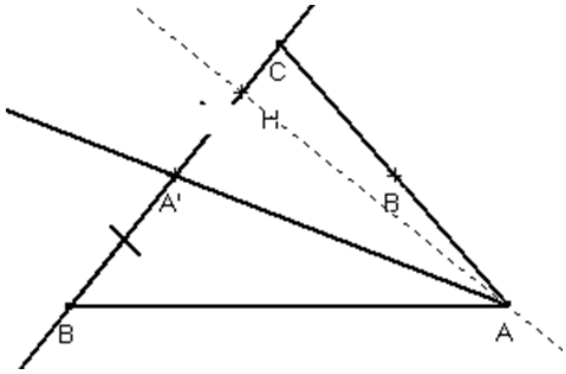
Réponse attendue :

1) On appelle médiane d'un triangle la droite qui passe par un sommet d'u triangle et par le milieu du coté opposé à ce sommet.
2) (AF) est le médiane issue du sommet F.
3) On constate que les médianes sont concourantes.

Propriété :

Chaque médiane d'un triangle le partage en deux triangles de même aire.

$Aire\ AA'B = Aire\ AA'C$



Propriété :

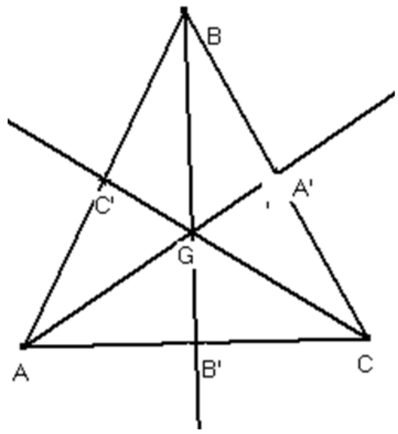
Les trois médianes d'un triangle sont concourantes.

Le point de concours des médianes d'un triangle est appelé **centre de gravité** du triangle

G est le centre de gravité du triangle ABC.

On a : $AG = \frac{2}{3}AA'; BG = \frac{2}{3}BB'et\ CG = \frac{2}{3}CC'$

(AA'), (BB') et (CC') sont les médianes du triangle ABC.



Remarque :

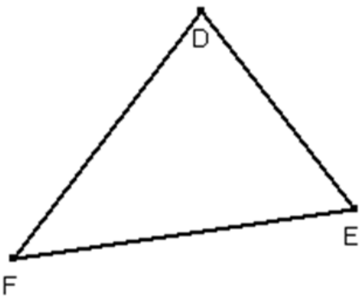
Le centre de gravité d'un triangle est situé aux $\frac{2}{3}$ de chaque médiane à partir du sommet.

5- Bissectrices d'un triangle

Activité 1 :

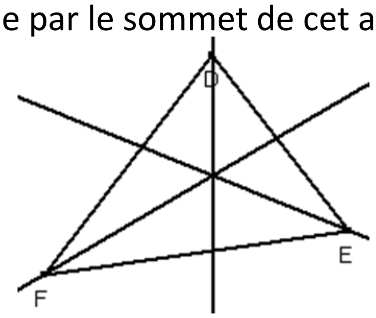
Sur la figure ci-dessous, DEF est un triangle.

a) Rappelle la définition de la bissectrice d'un angle.
b) Construis les bissectrices des $\widehat{EDF}$,$\widehat{DEF}$ et $\widehat{EFD}$
c) Quel constat fais-tu ?



Réponse attendue :

a) On appelle bissectrice d'un angle la droite qui passe par le sommet de cet angle et qui le partage en deux angles de même mesure.
b) Voir figure.



c) On constate que ces droites sont concourantes.

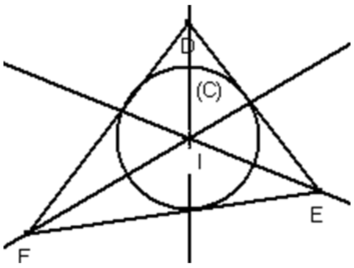
Activité 2 :

Désignons par I le point de concours de ces bissectrices.

a) Construis le cercle (C) de centre I et tangent à (DE).
b) Donne la position relative de (C) et de la droite (EF).
c) Donne la position relative de (C) et de la droite (DF).

Réponse attendue :

a) Voir figure :



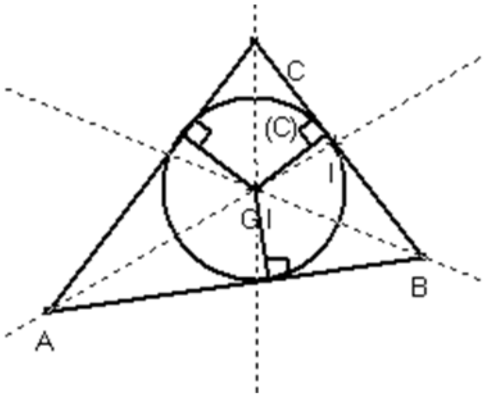
b) Le cercle (C) est tangent à (EF) et à (DF).

Définition :

On appelle cercle inscrit dans un triangle, le cercle intérieur à ce triangle et tangent aux supports de ses cotés.

Propriété :

Les trois bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes.
Leur point commun est le centre du cercle inscrit dans ce triangle.



I est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC.

Exercice d'application :

Dans chacun des triangles ABC codés ci-dessous :

1) Quelle est la nature des droites concourantes au point O ?
2) Que représente le point O pour le triangle ABC ?

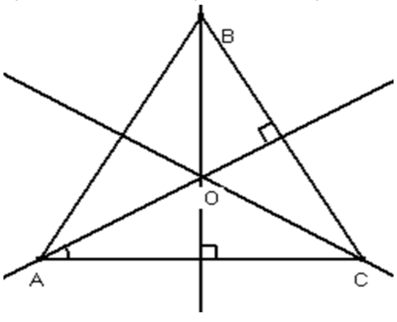


Figure 1

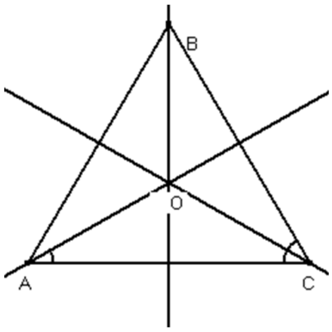


Figure 2

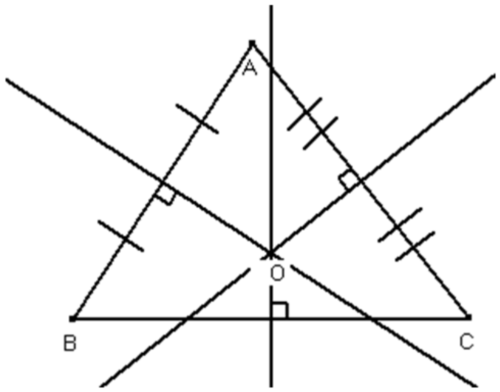


Figure 3

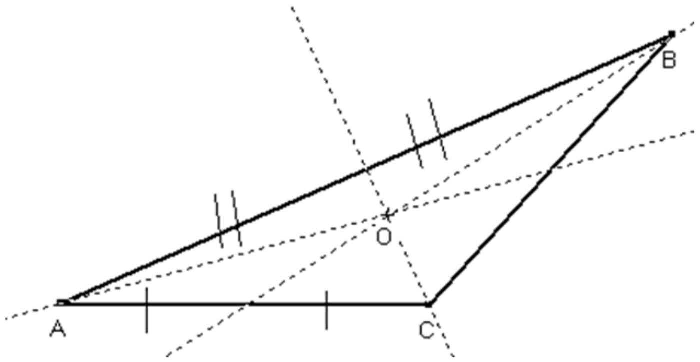


Figure 4

Réponse attendue :

Figure 1	Les droites concourantes sont les hauteurs du triangle ABC. Le point O représente l'orthocentre du triangle ABC.
Figure 2	Les droites concourantes sont les bissectrices du triangle ABC. Le point O représente le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC.
Figure 3	Les droites concourantes sont les médiatrices du triangle ABC. Le point O représente le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
Figure 4	Les droites concourantes sont les médianes du triangle ABC. Le point O représente le centre de gravité du triangle ABC.

Exercices de maison : N°8 page 59 CIAM $4^{ème}$

THEME : CALCUL NUMERIQUE

LEÇON 3 : EQUATIONS ET INEQUATIONS

Situation :
Mr Yao, instituteur dans un village, dit à sa femme : <<désormais tu iras en ville faire le marché les 1er, 2ème, 3ème et 4ème samedis de chaque mois. Je te donnerai chaque 1er samedi les $\frac{3}{5}$ de l'argent de popote du mois et chaque 2ème samedi le reste qui sera au minimum 24 000 f mais au maximum 26 000 f pour le reste du mois>>. Le 1er samedi de janvier, Mr Yao donne à sa femme 30 600 f. Mme Yao se demande si l'argent de popote du mois est suffisant et combien devait elle recevoir au moins.

HABILETES	CONTENUS
• Présenter	les notions : - d'une équation - -dune 'inéquation - d'une inconnue d'une équation ou d'une inéquation - de membre d'une équation ou d'une inéquation
• Connaître	- -Les propriétés relatives aux opérations et à l'égalité - -Les propriétés relatives aux opérations et aux inégalités
• Traduire	- une situation donnée par une équation du premier degré dans Q. - une situation donnée par une inéquation du premier degré dans Q.
• Justifier	- qu'un nombre rationnel donné est solution ou non d'une équation du premier degré dans Q. - qu'un nombre rationnel donné est une solution ou non d'une inéquation du premier degré dans Q
• Placer	♦ sur une droite graduée par les nombres décimaux relatifs une solution trouvée d'une inéquation du premier degré dans Q
• Résoudre	♦ une équation du premier degré dans Q
• Déterminer	- une oudes solutions d'une inéquation du premier degré dans Q - -une inéquation du 1er degré dans Q du type x<a ou x>a ayant les mêmes solutions qu'une inéquation du type x+a<b ou x+a>b ou ax+b>c ou du type ax+b<c
• Traiter une situation	faisant appel aux équations et inéquations du premier degré dans Q

I- EQUATIONS $\mathbb{Q}$

1- Egalité et opérations

Activité1 :
Koumassi et Yao ont chacun la somme de 350 francs. Leur oncle donne à chacun la somme de 1250 francs. Compare leurs nouveaux avoirs.

Réponse attendue :
Yao aura 350+1250= 1600
Kouassi aura 350+1250 = 1600
On constate qu'ils ont les mêmes avoirs.

Activité2 :

Kouassi et Yao ont maintenant chacun 6 billes.

Leur Père multiplie les billes de chacun par 3. Compare leurs nouveaux avoirs.

Réponse attendue :

Kouassi aura 6×2=12

Yao aura 6×2=12

Ils auront les mêmes avoirs.

Propriété 1:

Lorsqu'on ajoute un même nombre à chaque membre d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité : $a, b\ et\ c$ sont des nombres.

$si\ a = b\ alors\ a + c = b + c$

Propriété 2:

Lorsqu'on multiplie par un même nombre non nul chaque membre d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité : $a, b\ et\ k$ sont des nombres.

$si\ a = b\ alors\ k \times a = k \times b$

Remarque :

Résoudre une équation, c'est chercher tous les nombres qui vérifient l'égalité. Ces nombres, lorsqu'ils existent sont appelés solutions de cette équation.

3) Equation

a- Présentation

Activité :

Le double d'un nombre augmenté de 5 est nul.

1) Donne l'expression littérale de cette phrase où x désigne le nombre cherché.
2) Quel est le premier membre et le second membre de cette équation ?
3) Quel est l'inconnue ?
4) En remplaçant dans cette équation x par $0; 1\ ou\ \frac{-5}{2}$ 0, 1
5) Dis si l'égalité obtenue est vrai ?

Réponse attendue :

1) $2x + 5 = 0$
2) $2x + 5$ est le premier membre et 0 est le second membre
3) $2x + 5 = 0$ est l'équation d'inconnue x
4) Pour $x = 0, x = 1$, l'égalité n'est pas vérifiée ;
   Pour $x = \frac{-5}{2}$, l'égalité est vérifiée.
   Donc $\frac{-5}{2}$ est la solution de l'équation : $2x + 5 = 0$

Exercice d'application

Traduire chacune des phrases suivantes par une équation :

1) La moitié d'un nombre est égal à 11.
2) Le double d'un nombre diminué de 3 est égal à 0.

Déterminer pour chaque équation le premier, le second membre et la solution vérifiant cette équation.

Réponse attendue :

$\frac{1}{2}x = 11$, le premier membre est $\frac{1}{2}x$ et le second membre est 11.

$2x - 3 = 0$, le premier membre est $2x - 3$ et le second membre est 0.

Le nombre 22 est la solution de l'équation $\frac{1}{2}x = 11$ et le nombre $\frac{3}{2}$ est la solution de l'équation $2x - 3 = 0$.

b- **Transformation d'une équation**

Activité :

1) Résoudre l'équation (I): $x - 2 = 5$
2) Ajouter à chaque membre de cette équation (I) le nombre 6, puis résoudre cette équation
3) Multiplier chaque membre de cette équation par 2.
4) Remplace x par 7 dans cette équation obtenue.

Quelle remarque fais-tu ?

Réponse attendue :

1) $x - 2 + 2 = 5 + 2 \leftrightarrow x = 7$; 7 est la solution de cette équation (I).
2) $x - 2 + 6 = 5 + 6 \leftrightarrow x + 4 = 11$; 7 est la solution de cette nouvelle équation.
3) $2 \times (x - 2) = 2 \times 5 \leftrightarrow 2x - 4 = 10$;
4) En remplaçant x par 7, on remarque que 7 est la solution de cette équation.

On remarque que 7 est la solution de toutes ces équations obtenue.

Propriété 1:

Lorsqu'on ajoute un même nombre à chaque membre d'une équation, on obtient une nouvelle équation qui a les mêmes solutions que l'équation de départ.

Propriété 2:

Lorsqu'on multiplie par un même nombre non nul chaque membre d'une équation, on obtient une nouvelle équation qui a les mêmes solutions que l'équation de départ.

3) **Les types d'équations**

a- **Equations du type $x + a = u$**

Exemple :

Résolvons l'équation : $(E) : x + 6 = 21$

C'est une équation du type : $x + a = u$

On la transforme pour la ramener au type : $x = u$

$x + 6 + (-6) = 21 + (-6) \leftrightarrow x = 15$

$(E1): x = 15$

15 est la solution de l'équation (E).

(E1) et (E) ont la même solution.

Exercice d'application :

Résoudre l'équation suivante : $x + 3 = 1$

Réponse attendue :

$x+3=1 \leftrightarrow x+3+(-3)=1+(-3) \leftrightarrow x=-2$

Propriété :

Les équations du type $x=u$ d'inconnue x, ont une seule solution : le nombre u

Méthode :

Pour résoudre une équation du type $x+a=u$, d'inconnue x.

On ajoute à chacun de ses membres l'opposé de a pour se ramener à une équation du type $x=u$

Ces équations ont la même solution : le nombre u

b- **Equation du type $\boldsymbol{ax=b}$**

Exemple :

Résolvons l'équation : $(E): 5x=-9$

C'est une équation du type : $ax=b$, on la transforme pour la ramener au type $x=u$

$\frac{1}{5}\times 5x=\frac{1}{5}\times(-9) \leftrightarrow x=\frac{-9}{5}$

$(E1): x=\frac{-9}{5}$

$(-\frac{9}{5})$ est la solution de cette équation (E).

$(E1)\ et\ \ (E)$ ont la même solution.

Méthode :

Pour résoudre une équation du type $ax=b, d'inconnue\ x\ (x\neq 0)$

On multiplie chacun de ses membres par l'inverse de a qui est $\frac{1}{a}$ pour se ramener à une équation du type : $x=u$

Ces équations ont la même solution : le nombre u

Exercice d'application

Résous les équations suivantes :

$(E):\ 8x=3\ ;\ (E1): \frac{7}{11}x=1$

Réponse attendue :

$(E): 8x=3 \leftrightarrow \frac{1}{8}\times 8x=\frac{1}{8}\times 3 \leftrightarrow x=\frac{3}{8}$

$\frac{3}{8}$ est la solution de l'équation de cette solution (E).

c- **Autres équations**.

Exemple :

Résolvons l'équation : $(E): 7x-1=13$

$(E): 7x-1=13$

C'est une équation du type : $ax+b=c$

On la transforme pour se ramener au type $ax=b$:

$(E1): 7x-1+(+1)=13+(+1) \leftrightarrow 7x=14$

On la transforme pour se ramener au type : $x=u$

$(E2): \frac{1}{7}\times 7x=\frac{1}{7}\times 14 \leftrightarrow x=2$

$(E),(E1)et\ (E2)$ ont la même solution qui est 2.

2 est la solution de l'équation (E).

Méthode :

Pour résoudre une équation du type $ax + b = cx + d$, d'inconnue x, $(a \neq c)$
On peut transformer cette équation pour se ramener successivement à :

- ✓ Une équation du type $ax + b = c$
- ✓ Une équation du type $ax = b$
- ✓ Une équation du type $x = u$

Ces équations ont toute la même solution : le nombre u

<u>Exercice d'application</u>

Résous les équations suivantes :
$(E): 2x + 5 = 3$; $(E1): 5x - 7 = 3x + 2$

<u>Réponse attendue</u> :
$(E): 2x = -2 \leftrightarrow x = -1$
$(E1): 5x - 3x = 7 + 2 \leftrightarrow 2x = 9 \leftrightarrow x = \frac{9}{2}$

<u>Exercice de maison</u> : N°1, 3 et 22 Page 173, 174 CIAM 4ème

II- INEQUATIONS DANS Q

1) Inégalité et opérations

<u>Activité</u> :
En 1999, deux frères avaient respectivement 5 ans et 8 ans. Compare leurs âges en 1999. Puis en 2009.
Quel remarque fais-tu ?

<u>Réponse attendue</u> :
En 1999 : 5<8
En 2009 : 5+10<8+10

<u>Activité</u> :
Complète le tableau ci-dessous :

	-2	-1,5	3	5	
×2					×(--3)

Comment sont rangés les nombres de la première ligne et de la deuxième ligne puis de la première et la troisième ligne.

<u>Réponse attendue</u> :

	-2	**-1,5**	**3**	**5**	
×2	-4	-3	6	10	×-3
	6	4,5	-9	-15	

Les nombres de la 1ère ligne et de la 2ème ligne sont rangés dans l'ordre croissant
Les nombres de la 1ère et de la 3ème ligne sont rangés dans l'ordre décroissant

Propriété 1:

Lorsqu'on ajoute un même nombre à chaque membre d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité : $a, b\ et\ c$ sont des nombres. $si\ a < b\ alors\ a + c < b + c$

<u>Propriété</u> 2:

- Lorsqu'on multiplie par un même nombre positif non nul chaque membre d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de même sens : $a, b\ et\ k$ sont des nombres. $si\ a < b\ alors\ k \times a < k \times b$
- Lorsqu'on multiplie par un même nombre négatif non nul chaque membre d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de sens contraire : $a\ , b\ et\ k < 0$ sont des nombres. $si\ a < b\ alors\ k \times a > k \times b$

2) <u>Inéquation</u>

a- <u>Présentation</u>

<u>Activité</u> :

Le double d'un nombre augmenté de 3 est plus petit que 1.

1) Donner l'expression littérale de cette phrase où x désigne le nombre cherché.
2) Quel est le 1^{er} et second membre de cette inéquation.

<u>Réponse attendue</u> :

1) $2x + 3 < 1$
2) Le 1^{er} membre est $2x + 3$ et le second membre est 1.

<u>Remarque :</u>

Résoudre une inéquation, c'est chercher tous les nombres qui vérifient l'inégalité.
Ces nombres, lorsqu'ils existent sont appelés solutions de cette inéquation.

<u>Exercice d'application</u> :

Traduis chacune des phrases suivantes par une inéquation.

a) La somme d'un tiers du nombre et de 7 est plus petite que 2.
b) Le double d'un nombre diminué de 5 est plus grand que 0.

<u>Réponse attendue</u> :

a) $\frac{1}{3}x + 7 < 2$
b) $2x - 5 > 0$

b- <u>Transformation d'inéquation</u>

<u>Activité</u> :

Traduis la phrase suivante par une inéquation.

La somme d'un nombre et de 7 est plus petite que 10.

a) Trouve les solutions de cette inéquation.
b) Détermine les différents membres de cette inéquation.
c) Ajoute à chaque membre de cette inéquation le nombre 4 et trouve les solutions de cette nouvelle inéquation.
d) Multiplie chaque membre de cette inéquation par 2 et trouve les solutions de cette inéquation. Compare les solutions trouvées à celles trouvées au 1.

e) Multiplie chaque membre de cette inéquation par (-2) et trouve les solutions de cette nouvelle inéquation. Compare les solutions trouvées à celles trouvées au 1.

Réponse attendue :

$x + 7 < 10$

a) $x < 3$
b) $x + 7$ est le premier membre et 10 est le second membre.
c) $x + 7 + 4 < 10 + 4 \leftrightarrow x + 11 < 14 \leftrightarrow x < 3$
d) $2 \times (x + 7) < 2 \times 10 \leftrightarrow x < 3$
e) -2$-2 \times (x + 7) > -2 \times 10 \leftrightarrow x < 3$

Propriétés :

- Lorsqu'on ajoute un même nombre à chaque membre d'une inéquation, on obtient une nouvelle inéquation qui a les mêmes solutions que l'inéquation de départ.
- Lorsqu'on multiplie par un même nombre positif non nul chaque membre d'une inéquation, on obtient une nouvelle inéquation de même sens et qui a les mêmes solutions que l'inéquation de départ.
- Lorsqu'on multiplie par un même nombre négatif non nul chaque membre d'une inéquation, on obtient une nouvelle inéquation de sens contraire et qui a les mêmes solutions que l'inéquation de départ.
-

3) Les types d'inéquations

a) **Inéquation du type** $x < b$

Exemple :

On considère l'inéquation : $x < -\frac{2}{5}$

Parmi les nombres suivants, indique ceux qui vérifient cette inéquation.

$\frac{-1}{3}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{-4}{5}$; $-3\ et\ 17$

Sur une droite gradée, place ces nombres en marquant en rouge ceux qui solutions de cette inéquation.

Les nombres plus petits que u vérifient l'inéquation $x < u$, d'inconnue x.

Ces nombres sont dits solutions de l'inéquation.

b) **Inéquation du type** $\boldsymbol{x + a} < b$

Exemple :

On veut trouver des solutions de l'inéquation (I) $x + 7 > -8$

C'est une inéquation du type : $x + a < b$

On la transforme pour la ramener au type : $x < u\ ou\ x > u$

$x + 7 + (-7) > -8 + (-7) \leftrightarrow x > -15$

Chaque nombre plus grand que -15 est solution de (I).

Exercice d'application :

Trouve trois nombres solutions de l'inéquation : $x - 8 < 7$

Réponse attendue

$x - 8 < 7 \leftrightarrow x - 8 + (8) < 7 + 8 \leftrightarrow x < 15$

c) **Inéquation du type** $ax < b$

Exemple 1:

On veut trouver des solutions de l'inéquation : (I) $3x < 5$

C'est une inéquation du type : $ax < b$

On la transforme pour la ramener au type : $x < u \text{ ou } x > u$

$(I)\ 3x < 5 \leftrightarrow \frac{1}{3} \times 3x < \frac{1}{3} \times 5 \leftrightarrow (I1)\ \ x < \frac{5}{3}$

$\frac{1}{3}$ est un nombre positif, donc (I) et (I1) sont de même sens.

Chaque nombre plus petit que $\frac{5}{3}$ est solution de l'inéquation (I).

Exemple 2 **:**

On veut trouver des solutions de l'inéquation (I) : $-3x < 5$

C'est une inéquation du type : $ax < b$

On la transforme pour la ramener au type : $x < u \text{ ou } x > u$

$(I) - 3x < 5 \leftrightarrow \frac{-1}{3} \times -3x > \frac{-1}{3} \times 5 \leftrightarrow (I1)\ \ x > \frac{-5}{3}$

$-\frac{1}{3}$ est un nombre négatif, donc (I) et (I1) sont de sens contraire.

Chaque nombre plus grand que $-\frac{5}{3}$ est solution de l'inéquation (I).

Exercice de d'application

a) Trouve trois nombres solutions de l'inéquation : $\frac{5}{4}x > 5$
b) Trouve trois nombres qui ne sont pas solutions de l'inéquation : $-6x < -4$

Réponse attendue :

a) $\frac{5}{4}x > 5 \leftrightarrow \frac{4}{5} \times \frac{5}{4}x > \frac{4}{5} \times 5 \leftrightarrow x > 4$
   Les nombres sont : 5 ; 6 et 30.
b) $-6x < -4 \leftrightarrow \frac{-1}{6} \times -6x > \frac{-1}{6} \times -4 \leftrightarrow x > \frac{2}{3}$
c) Les nombres sont : 1 ; 2 et 3.

d) Autres types d'inéquations

Exemple :

On veut trouver des solutions de l'inéquation : (I) $6x + 4 < 5$

C'est une inéquation du type $ax + b < c$,

On la transforme pour la ramener au type : $\boldsymbol{ax} < b$

$6x + 4 < 5 \leftrightarrow 6x + 4 - 4 < 5 - 4 \leftrightarrow 6x < 1$

On la transforme pour la ramener au type : $\boldsymbol{x} < u \text{ ou } x > u$

$6x < 1 \leftrightarrow \frac{1}{6} \times 6x < \frac{1}{6} \times 1 \leftrightarrow x < \frac{1}{6}$

Chaque nombre plus petit que $\frac{1}{6}$, est solution de l'inéquation (I).

Exercice d'application :

Trouve trois nombres solutions de l'inéquation : $3x + 5 < 5x - 8$

Réponse attendue

$$3x + 5 < 5x - 8 \leftrightarrow 3x - 5x < -8 - 5 \leftrightarrow -2x < -13 \leftrightarrow -\frac{1}{2} \times (-2x) > -\frac{1}{2} \times (-13)$$
$$\leftrightarrow x > \frac{13}{2}$$

Tous les nombres plus grands que $\frac{13}{2}$ sont solutions de cette inéquation : $3x + 5 < 5x - 8$

Exercice de maison : N° 17 ; 29 et 36page 174 et 175 CIAM 4ème

III- PROBLEMES DU PREMIER DEGRE DANS $\mathbb{Q}$

1) Résoudre un problème en utilisant une équation

Activité :

A la foire de Nouna, Apo a acheté des œufs à 40 francs l'unité. Sa fille Aya, très turbulente, en casse 10. Elle revend le reste à 50 francs l'unité et réalise un bénéfice égal au huitième du prix d'achat des œufs.

a) Combien d'œufs Apo a-t-elle acheté à la foire ?
b) Quel était le bénéfice réalisé ?

Réponse attendue :

Tâche à réaliser :

Je dois déterminer le nombre d'œufs achetés et déterminer le bénéfice réalisé par Apo.

Données :

- Apo a acheté les œufs à 40 francs l'unité
- Sa fille en casse 10 ;
- Elle revend le reste à 50 francs l'unité ;
- Elle réalise un bénéfice qui est égal au huitième du prix d'achat

Traduction mathématique :

- Choix de l'inconnue : soit x, le nombre d'œufs achetés par Apo.
- Mise en équation :

  Prix d'achat des œufs : $40\ x$

  Le nombre d'œufs revendu : $x - 10$

  Le prix de vente du reste des œufs : $50(x - 10)$

  Le bénéfice réalisé :: $\frac{1}{8} \times 40x$

  $PV = PA + B \leftrightarrow 50(x - 10) = 40x + 5x$

Résolution de l'équation :

$50x - 500 = 45x \leftrightarrow 5x = 500 \leftrightarrow x = 100$

Vérification et solution du problème :

$40 \times 100 = 4000$

Le prix de vente : $50(100-10)=4500$

Bénéfice : $4500-4000=500 \leftrightarrow \frac{1}{8}\times 4000=500$

Conclusion :

Apo a acheté 100 œufs et réalisé 500 F de bénéfice.

2) Résoudre un problème en utilisant une inéquation

Activité :

Un représentant commercial a un salaire mensuel de $135000\ F$ et une prime mensuelle de 2,5% sur le montant de ses ventes.

Quel est le nombre total de ventes qu'il doit réaliser pour avoir un salaire plus grand que $150000\ F$?

Réponse attendue :

Tâche à réaliser :

Je dois déterminer le nombre de ventes réalisé pour avoir un salaire mensuel plus grand que 150000 F.

Données :

- Le salaire mensuel est de 135000 F
- Une prime de 2,5% sur le montant de ventes
- Un salaire total plus grand que 150000 F

Traduction mathématique :

- Choix de l'inconnue : soit x, le montant des ventes réalisés.
- Mise en inéquation :

  Prime de 2,5% sur les ventes: $2{,}5\times\frac{x}{100}$

  Le salaire total supérieur ou égal à $150000\ F$:$135000+\ 2{,}5\times\frac{x}{100}\ \geq 150000$

Résolution de l'inéquation :

$135000+\ 2{,}5\times\frac{x}{100}\ \geq 150000 \leftrightarrow 2{,}5\times\frac{x}{100}\ \geq 15000 \leftrightarrow x\geq 600000$

Vérification et solution du problème :

$2{,}5\times\frac{600000}{100}\ =15000$

Le salaire total : $135000+15000=150000\ F$

Conclusion :

Le montant de ses ventes est plus grand que 600000 F.

EXERCICE 1

Traduis les phrases suivantes en un langage mathématique :

a. La somme d'un nombre et de (-4) est plus grande que le double de ce nombre augmenté de 3.
b. Le triple d'un nombre est plus petit que son quart augmenté de 5.
c. La différence d'un nombre et de 4 est égale à (-2).

EXERCICE 2

Un père a 27 ans de plus que son fils. Exprime l'âge P du père en fonction de l'âge F du fils.
Exprime l'âge F du fils en fonction de l'âge P du père.
Calcule F et P sachant que leurs somme est 35.

EXERCICE 3

Sur un marché de village, le kilogramme de riz coûte deux fois plus cher que le kilogramme de haricots secs. Une ménagère achète 3kg de riz et 2 kg de haricots qu'elle paye le tout à 1200 F.
Calcule le prix du kilogramme de haricots, puis celui du kg de riz.

EXERCICE 4

Résous les équations ci-dessous :

$a)\ x+5=2\ ;\ b)\ x-3=3\ ;\ c)\ 3-x=3\ ;\ d)\ 2x+1=5\ ; e)\ 3x+2=7x-5$

$f)\ 4(x-3)=3(2-3x)\ ;\ g)\ \frac{3}{5}x+\frac{1}{7}=\frac{4}{3}x-\frac{3}{2}$

EXERCICE 5

Trouve trois solutions de chacune des inéquations ci-dessous:

$a)\ x+4<5\ ;\ b)\ x-6>-8\ ;\ c)\ 3-x<x+5\ ;\ d)\ 3(x-3)>2x$

$e)\ -\frac{2}{3}x-\frac{4}{5}<\frac{1}{2}+\frac{1}{4}x$

ACTIVITE D'INTEGRATION 1

Dans le but d'accroitre sa clientèle, la société téléphonique «MIKA TELECOM » propose deux formules d'abonnement mensuel suivant :

Formule 1 :	Formule 2 :
12000 F pour un forfait de deux premières heures de communication et 50 F la minute après le forfait de deux heures.	15600 F pour un forfait de deux premières heures de communication et 30 F la minute après le forfait de deux heures.

EBA et AMOS décident de s'abonner à « MIKA TELECOM ». EBA a choisi la formule 1 alors qu'AMOS préfère la formule 2.

1. Quel est le temps de communication pour lequel EBA et AMOS payent le même montant ?
2. AMOS dispose d'un budget communication de 30000 F. trouve le temps(en minutes) de communication qu'il peut faire.

ACTIVITE D'INTEGRATION 2

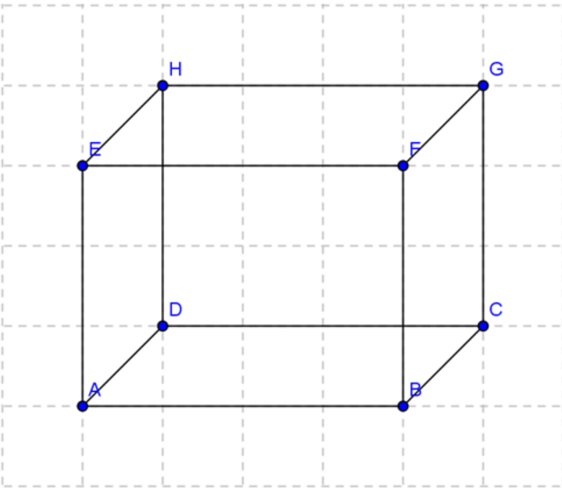
M. Kili, commerçant à Agboville, achète le sac de riz à 11000 F et le revend à 12500 F. Lors de sa dernière commande, il a déboursé 8400 F pour le transport et, malgré la perte de deux sacs, il a pu réaliser un bénéfice de 29600 F. Pour sa nouvelle commande, il voudrait augmenter de 50% le nombre de sacs de riz de sa dernière commande, mais ne se souvient plus de ce nombre.
Aide Monsieur Kili à déterminer le nombre de sacs de sa nouvelle commande.

THEME : CONFIGURATION DU PLAN

LEÇON 4 : VECTEURS

HABILETES	**CONTENUS**
• Présenter	- un vecteur
• Noter	- un vecteur
• Identifier	- Deux vecteurs égaux - L'égalité de Chasles
• Reconnaître	- des droites de même direction sur une figure - des couples de points de même sens - des vecteurs - des vecteurs de même direction - des vecteurs de même sens - des vecteurs de même longueur - des vecteurs égaux - deux vecteurs opposés
• placer	- des couples de points de même sens
• Tracer	- un vecteur
• Construire	- Une droite de même direction qu'une droite donnée - la somme de deux vecteurs en utilisant légalité de Chasles - des vecteurs égaux
• Caractériser	- un parallélogramme - le milieu d'un segment
• Déterminer	la somme de vecteurs en utilisant l'égalité de Chasles
• Justifier	- l'égalité de vecteurs - qu'un quadrilatère est un parallélogramme - l'égalité de distances - qu'un point est le milieu d'un segment - l'alignement de trois points - le parallélisme de droites
Traiter une situation	faisant appel aux vecteurs.

Voici un cube que votre professeur vous a présenté. Les segments [AE], [AB], [AD], [DH], [DC], [EH], [EF], [HG], [CG], [BF], [BC], [AE] sont les arêtes du cube. Pour faciliter la compréhension plus aisée sur les vecteurs, il est question de nommer les couples et dont les distances sont égales.



I- VECTEURS

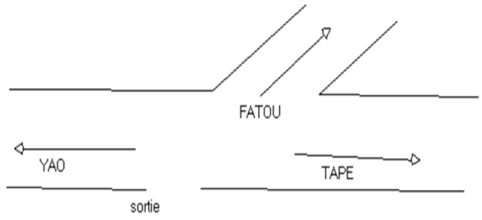
1- Présentation

1- Direction et sens.

Présentation :

Langage usuel :

Yao et Tapé ne vont pas dans la même direction.

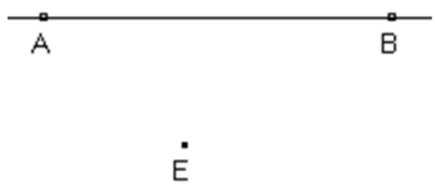


Langage mathématique :

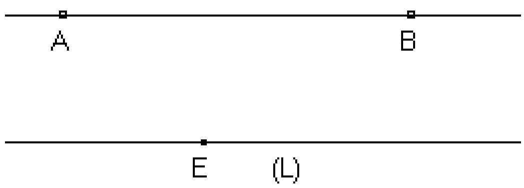
Yao et Tapé marche dans la même direction ; ils vont en sens contraire.

Activité 1:

- Trace une droite (L) passant par E et parallèle à (AB).
  Complète :
- La droite (AB) détermine une ……………………….
- La droite (AB) détermine deux ……………………..
- Le sens de A vers B qui est le sens du couple (A ; B)
- Le sens de ………. Vers ……. qui est le …………



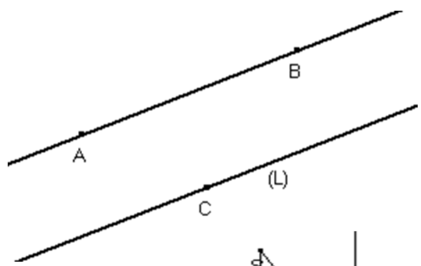
Réponse attendue :



- La droite (AB) détermine une *direction*.
- La droite (AB) détermine deux *sens.*
- Le sens de B vers A qui est le sens du couple (B ; A)

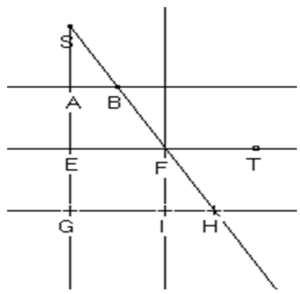
Définition :

Lorsque deux droites sont parallèles,
On dit qu'elles ont la même direction
$(AB) \parallel (L)$ *équivaut* à (AB) *et* (L) *ont la même direction*



Exercice d'application :

On donne la figure ci-contre.
(AB), (EF) et (GH) sont parallèles.
Trouve deux droites qui ont la même direction que (AB).

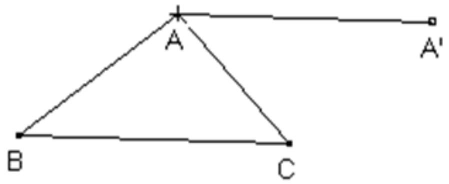


a) Trouve trois couples qui ont même sens que le couple (A ; B).
b) Trouve deux couples qui ont des sens opposés que le couple (B ; S).
c) Trouve deux couples qui ont même sens et même longueur et dont les supports ont même direction que (E ; F).

<u>Réponse attendue</u> :

1- (AC) ;(EF) et (GH)
2- a) (A ; C) ; (E ; F) et (G ; H)
   b) (B ; F) et (F ; H)
   c) (G ; I) et (A ; C)

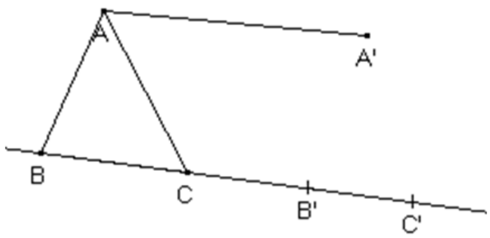
<u>Activité</u> 2 :



a) Construis les points B’ et C’ tels que les couples (B ; B’) et (C ; C’) :
- aient le même sens
- la même longueur que le couple (A ; A’)
- et dont les supports soient de même direction que la droite (AA’).

b) Marque un point M et construis le pont M’ par le même procédé.
c) Cite des couples de points qui ont la même direction, même longueur et le même sens.
d) Ces couples de points défissent un …….. ;
   Noté indifféremment : $\overrightarrow{AA'}$ ou … … ; … . . ; … . ; … . . ;
e) Le point M est…………. du vecteur $\overrightarrow{MM'}$ et le point M' est …….. du vecteur $\overrightarrow{MM'}$

<u>Réponse attendue</u> :



a) On peut construire un seul point M’.
b) On définit ainsi un couple de points qui est déterminé par **<u>les deux</u>** points **<u>M et M’</u>**.
c) Ces couples sont :$(A; A')$; (BB'); (CC') et (MM')
d) Ces couples de points définissent un même vecteur
   Note indifféremment : : $\overrightarrow{AA'}$ ou $\overrightarrow{BB'}$;$\overrightarrow{CC'}$; $\overrightarrow{MM'}$
e) Le point M est début du vecteur et M’ son arrivé.
   Il est lu : vecteur MN.

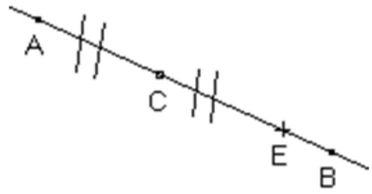
Un vecteur est déterminé par un couple de points.

<u>Remarque</u> :

Le couple de points $(A; B)$ détermine le vecteur $\overrightarrow{AB}$ où le sens est celui de A vers B, la direction celle de la droite (AB) et de longueur celle du segment [AB].

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ $est\ different\ du\ vecteur\ \overrightarrow{BA}$.

2- Egalité de vecteurs



Activité :

a) Cite deux vecteurs qui ont la même direction que le vecteur $\overrightarrow{AC}$
b) Cite deux vecteurs qui ont même sens que le vecteur $\overrightarrow{AC}$
c) Cite un vecteur qui la même longueur que le vecteur $\overrightarrow{AC}$
d) Cite un vecteur qui a la même direction, le même sens et la même longueur que $\overrightarrow{AC}$

Réponse attendue :

a) $\overrightarrow{AE}$; $\overrightarrow{AB}$
b) $\overrightarrow{AE}$; $\overrightarrow{AB}$
c) $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CE}$
d) $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CE}$

Ces vecteurs sont dits égaux.

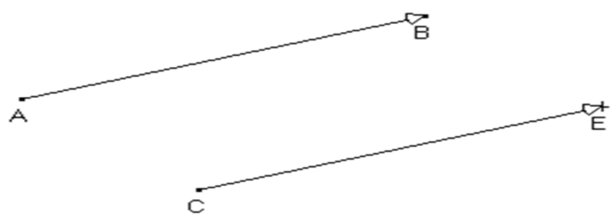
Egalité de vecteurs:

Deux vecteurs qui ont la même direction, le même sens et la même longueur sont égaux.

Organigramme : (voir CIAM 4ème page 69)

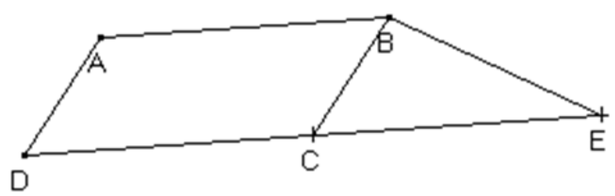
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CE}}$ ont même direction	$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CE}}$ ont même sens	$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CE}}$ ont même longueur

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{CE}}$$



Exercice d'application :

Sur la figure ci-contre :
ABCD est un parallélogramme.
Le symétrique de D par rapport a C est E.
Nomme deux vecteurs égaux.



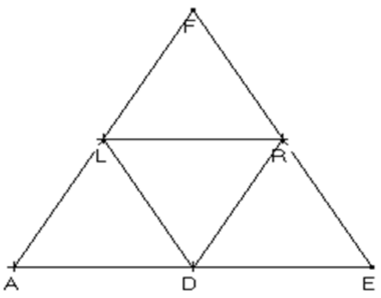
Réponse attendue :

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CE}\ et\ \overrightarrow{DC}$ ont la même longueur, même sens et la même direction

Donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$

<u>Exercice de maison</u> :
Sur la figure ci-dessous :
FAE est un triangle équilatéral.
L, R et D sont les milieux respectifs des cotés [FA], [FE] et [AE].
Trouve :

a) Cinq vecteurs qui ont la même direction que $\overrightarrow{FR}$
b) Trois vecteurs qui le même sens que $\overrightarrow{ED}$
c) les vecteurs qui sont égaux aux vecteurs $\overrightarrow{LD}$



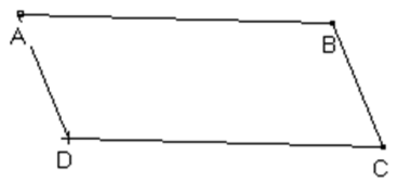
3- <u>Caractérisation vectorielle</u> :

a) <u>Parallélogramme</u>

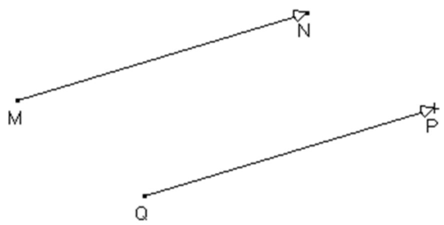
<u>Activité</u> :

a) ABCD est un parallélogramme.

Trouve :
Un vecteur égal à $\overrightarrow{AB}$;
Un vecteur égal à $\overrightarrow{AD}$;
Un vecteur égal à $\overrightarrow{CD}$.
Justifie tes réponses.



b) M, N, P et Q sont quatre points non alignés tels que :
$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$



Justifie que le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme.

<u>Réponse attendue</u> :

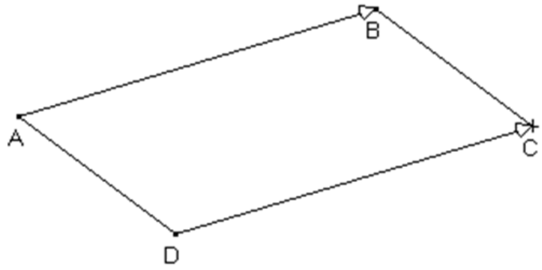
a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; ils ont même sens, même direction et même longueur.
$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$; Ils ont même sens, même direction et même longueur.
$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$; Ils ont même sens, même direction et même longueur.

b) On a : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$; ces deux vecteurs ont le même sens, même direction et même longueur.
$(MN) \parallel (QP)$ et $MN = QP$ $donc$ $MNPQ$ est un $parallélogramme.$

Propriété :

A, B, C et D sont quatre points non alignés.

ABCD est un parallélogramme ***équivaut à*** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

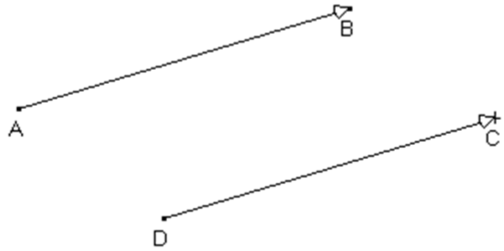


ABCD est un parallélogramme

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

ABCD est un parallélogramme

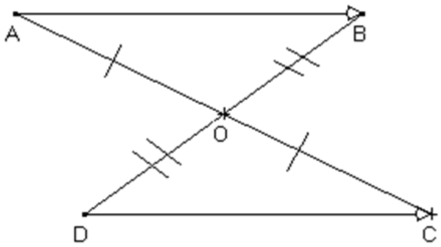


Propriété : (Voir CIAM page 70).

A, B, C et D sont des points du plan. [AC] et [BD] ont le même milieu équivaut à $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$[AC]\ et\ [BD]$ ont le milieux O

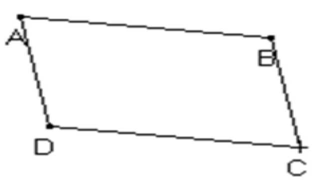
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$



Exercice d'application :

ABCD est un parallélogramme ; construis le point E tel que : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$

a) Démontre que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$
b) Justifie que $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$



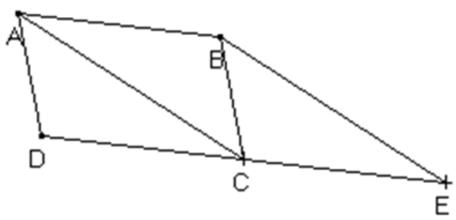
Réponse attendue :

a) on a : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$ d'où BECA est un parallélogramme.

donc $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB}$

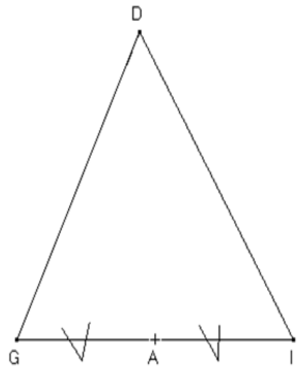
b) On a : ABCD est un parallélogramme,

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}\ \ or\ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}\ donc\ \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$



EXERCICE DE MAISON :

DIG est un triangle. A est le milieu du segment [IG].

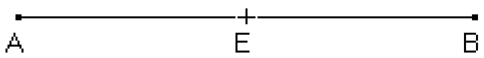


1- a) Construis le point E image de D par la symétrie de centre A.
   b) justifie que le quadrilatère DIEG est un parallélogramme.
2- a) construis le point O tel que $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{GO}$
   b) Démontre que $\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{GO}$

c) Milieu d'un segment

Activité :

Sur la figure ci-dessous E est le milieu du segment [AB].



Justifie que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$

E est le milieu du segment [AB], alors quels sont les vecteurs égaux ?

Réponse attendue :

E est le milieu de [AB], alors $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{EB}$ ont la même direction, le même sens et la même longueur donc $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$

On a : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{BE}$

Activité :

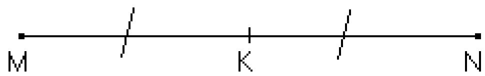
Place trois points M, N et K tels que $\overrightarrow{NK} = \overrightarrow{KM}$

Justifie que K est le milieu de [MN].

Complète :

Si les deux vecteurs $\overrightarrow{NK}$ et $\overrightarrow{KM}$ sont égaux, alors K est ………………

Réponse attendue :



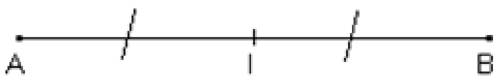
$\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{KN}$, alors $K \in [KN] et\ MK = KN$, donc K est le milieu du segment $[MN]$.

Propriété :

A, B et I sont trois points du plan. I est le milieu de [AB] équivaut à $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

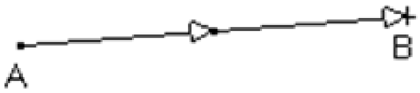
I est le milieu de $[AB]$

$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$



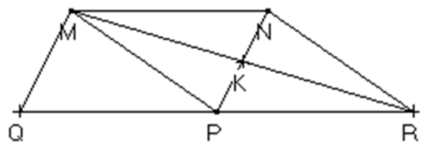
$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

I est le milieu de [AB]



Exercice d'application :

Dans le parallélogramme MNPQ, K est le milieu de [PN].



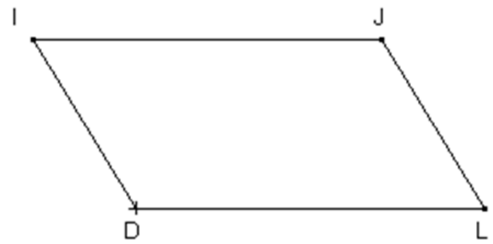
a) Construis le point R, image de M par symétrie Centrale de centre K.
b) Indique des vecteurs égaux à $\overrightarrow{MN}$ et justifie tes réponses.
c) Démontre que P est le milieu de [QR].

Réponse attendue :

a) Voir construction
b) On a : MNPQ est un parallélogramme donc $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$
   On a : K est le milieu de [NP] et K est aussi milieu de [MR]
   donc MNRP est un parallélogramme d'où $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PR}$
c) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}\ \ et\ \ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PR}$ alors $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{PR}$ donc P est le milieu de [QR].

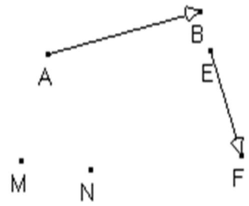
EXERCICE DE MAISON :

Sur la figure ci-dessous, IJLD est un parallélogramme.
Construis E l'image de D par S_L.
Quelle est la nature du quadrilatère IJEL ?
Démontre que L est le milieu de [DE].



4- **Somme de deux vecteurs**.

Activité :

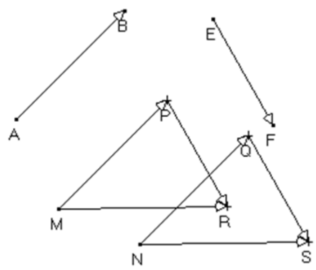


M et N sont des points du plan, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont des vecteurs.
Marque les P, Q, R, S tels que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NQ}\ \ et\ \ \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{PR} = \overrightarrow{QS}$
Justifie que $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{NS}$(pour cela, justifie que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{RS}$).

Réponse attendue :

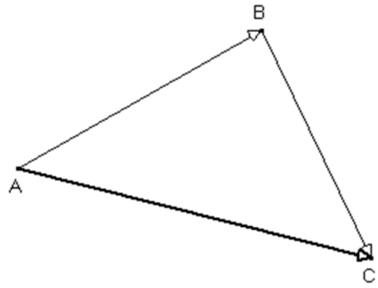
On a :

- $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NQ}$ équivaut à dire que MPQN est un parallélogramme donc $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$
- $\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{QS}$ équivaut à dire que PQSR est un parallélogramme
  Donc $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{PQ}$
- $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}\ \ et\ \ \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{RS}\ \ alors\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{RS}$ ce qui équivaut
  A dire que MRSN est un parallélogramme
  Donc $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{NS}$



<u>Propriété</u> : (Egalité de CHASLES)

A, B et C sont des points du plan.



On appelle somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ le vecteur $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

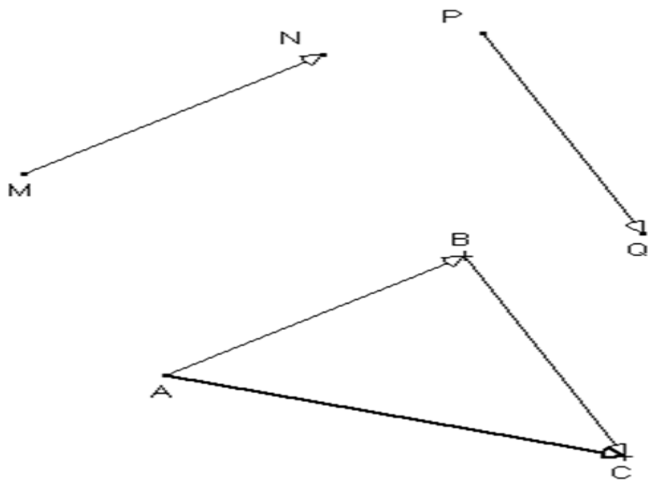
Egalité de Chasles

<u>Méthode de construction</u> :

Pour construire la somme des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$

On peut procéder comme suit :

- Choisir un point A dans le plan ;
- Construire le point B du plan tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$;
- Construire le point C du plan tel que $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC}$
- Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ ainsi obtenu est la somme des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$.



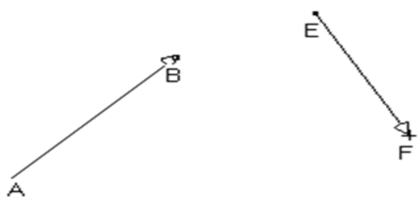
$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} = \underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}_{\boldsymbol{Egalité\ de\ Chasles}}$$

<u>Exercice d'application</u> :

a) Complète les égalités suivantes :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \cdots$; $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF} = \cdots$; $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{P\ldots} = \overrightarrow{MG}$

b) Construis un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF}$

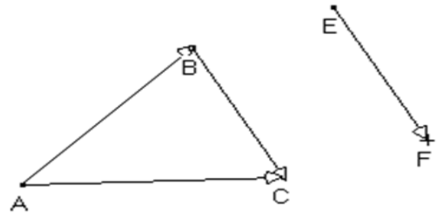


<u>Réponse attendue</u> :

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PG} = \overrightarrow{MG}$

b) On construit un vecteur $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$

On a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



<u>EXERCICES DE MAISON</u> : N°2f et 2g page 72 CIAM 4ème

5- **Somme de plusieurs vecteurs**.

Activité :

a) En appliquant l'égalité de Chasles, calcule :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$

b) Calcule ensuite : $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD})$.Que constates-tu ?

Réponse attendue :

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD}$

b) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$.

Il y a égalité entre les deux.

Exercice d'application :

Calcule : $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CA}$

Réponse attendue :

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{ED}$$

Règle :

Pour calculer une somme de plusieurs vecteurs, on peut déplacer et regrouper certains vecteurs

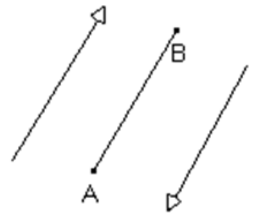
Exercice d'application :

Calcule : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DA}$

Réponse attendue :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AA}$$

6- **Opposé d'un vecteur**.



Définition :

A et B étant des points du plan.

On a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$

Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est appelé vecteur nul. on le note $\vec{0}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{BA}$ sont dis opposés. On note : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ *ou* $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

($\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$ *donc* $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$)

Exercices de maison :

Exercice 1 :

MNP est un triangle.

Construis le point Q tel que : $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MQ}$

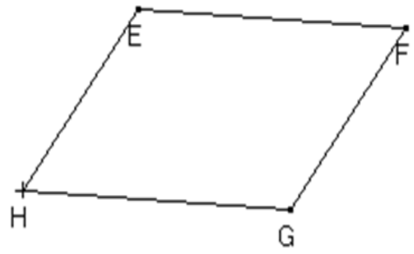
Justifie que le vecteur $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MQ}$

Exercice 2 :

EFGH est un parallélogramme.

Trouve deux vecteurs égaux à chacun des vecteurs suivar

$\overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{GH}$



Exercice de maison : N°12 ; 13 et 19 page 77

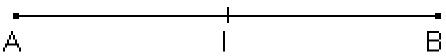
7- Nouvelle caractérisation du milieu d'un segment.

Activité :

On donne deux points A et B du plan.

a) Construis le milieu I de [AB].
b) Justifie que $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

Réponse attendue :

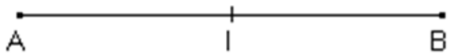


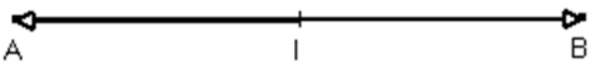
a)
b) On a : $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$ $donc$ $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

Propriété : **(voir CIAM 4ème page 74)**

A, B et I sont trois points du plan.

I est le milieu de [AB] ***équivaut à*** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$





I est le milieu de [AB]

$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

I est le milieu de [AB]

Exercice d'application :

ABCD est un parallélogramme de centre M. Démontre que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$

Réponse attendue :

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right) + \left(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}\right)$

M étant le centre du parallélogramme ABCD, alors M est à la fois milieu de [AC] et [BD],

D'où $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$

Donc $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$

THEME 2 : TRANSFORMATIONS DU PLAN

LEÇON : SYMETRIES ET TRANSLATIONS

HABILETES	CONTENUS
♦ Définir	- une application du plan dans le plan - une translation - une symétrie orthogonale - une symétrie centrale
♦ Reconnaître	l'image d'un point par une symétrie orthogonale, une symétrie centrale, une translation
♦ Lire	un tableau de correspondance se rapportant à un texte ou à une figure
♦ Compléter	un tableau de correspondance se rapportant à un texte ou à une figure
♦ Dresser	un tableau de correspondance se rapportant à un texte ou à une figure
♦ Rédiger	un programme de construction
♦ Construire	l'image d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un angle, d'un cercle par : ⇨ une translation ⇨ une symétrie orthogonale ⇨ une symétrie centrale
♦ Démontrer	- l'alignement de points - la perpendicularité de droites - le parallélisme de droites - l'égalité de longueur de segments - l'égalité de mesure d'angles - qu'un point est le milieu d'un segment
♦ Traiter une situation	de vie courante faisant appel aux applications du plan et à leurs propriétés

I- APPLICATION

Activité 1 :

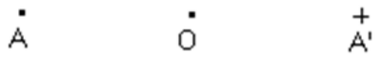
Soient les points A et O.

Construis le symétrique A’de A par rapport à O.

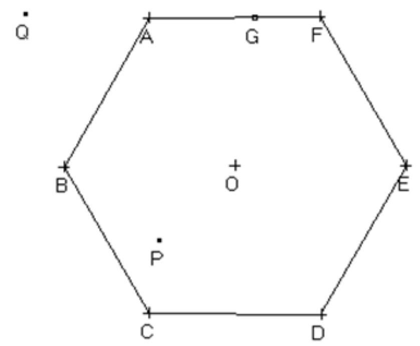
Réponse attendue :

Le symétrique de A est A’.

Le point O est le milieu du segment [AA’]



1- Définition



Activité 1

ABCDEF est un hexagone régulier de centre O.

G est un point de [AF].

P et Q sont deux points du plan.

Construis le point H, symétrique du point G par rapport à O.

Construis les points P’ et Q’ symétriques respectifs des points P et Q par rapport à O.

Recopie et complète le tableau de correspondance suivant :

Points	O	A	B	C	D	E	F	G	P	Q
Symétrique par rapport à O.										

Quelles remarques fais-tu pour chaque point ?

Réponse attendue :

Points	O	A	B	C	D	E	F	G	P	Q
Symétrique par rapport à O.	O	D	E	F	A	B	C	H	P’	Q’

On remarque que chaque point a pour symétrique un seul point.

On fait remarquer que l’application de l’activité ci-dessus est appelée symétrie centrale et notée $\boldsymbol{S_I}$.

M’est l’image de M par $\boldsymbol{S_I}$.

Définition :

On appelle application du plan dans le plan toute correspondance qui, à chaque point du plan, associe un point du plan et un seul.

Remarque :

Lorsque l’application f du plan dans le plan associe au point M le point M’.

On note :$M' = f(M)$

2- **Exemple d'application** :

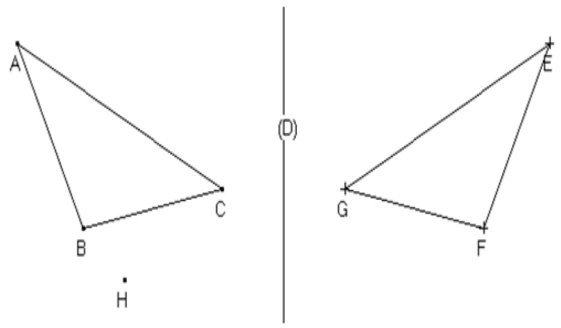
a) Symétrie centrale

La correspondance qui à chaque point M du plan associe un et seul point M' symétrique de M par rapport à un point O est une application.
Elle est appelée symétrie centrale et notée $\boldsymbol{S_I}$

b) Symétrie orthogonale

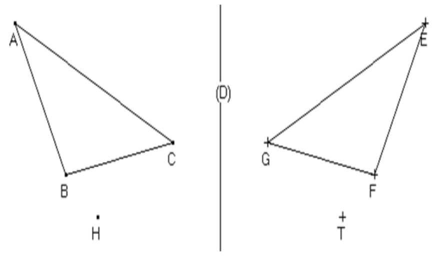
Activité :
Sur la figure ci-dessous ABC et EFG sont symétriques par rapport à (D).

1) Construis le point T symétrique du point H.
2) Complète le tableau.



Points	A	B	C	H
Symétrique par rapport à (D)				

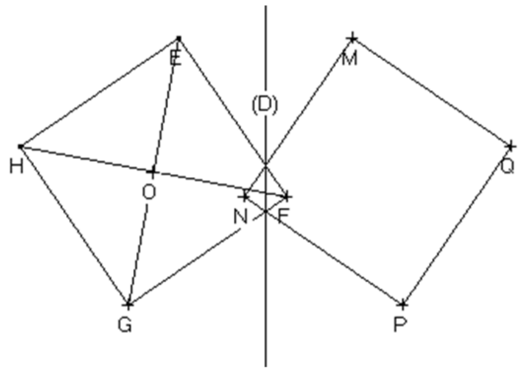
Réponse attendue :



Points	A	B	C	H
Symétrique par rapport à (D)	E	F	G	T

La correspondance qui à chaque point M du plan associe un et seul point M' symétrique de M par rapport à une droite (D) est une application est appelée symétrie orthogonale et notée : $S_{(D)}$

Exercice d'application :
Sur la figure ci- dessous, les carrés EFGH et MNPQ sont symétriques par rapport à la droite (D).
Complète le tableau de correspondance suivant :



$S_{(D)}$	E	F	G	H	M	N	P	Q

Réalise le tableau de correspondance de S_O
Réponse attendue :

$S_{(D)}$	E	F	G	H	M	N	P	Q
	M	N	P	Q	E	F	G	H

S_O	E	F	G	H	O
	G	H	E	F	O

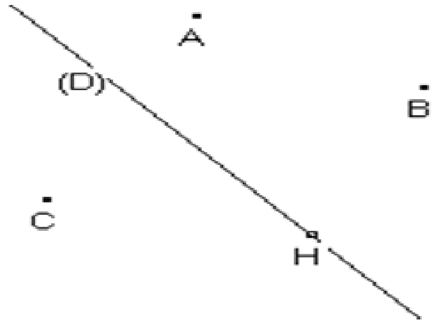
EXERCICE DE MAISON : n° 1b page 19 CIAM 4ème

II- SYMETRIES

1- Propriétés

a- Utilisation du tableau de correspondance

Activité :



$S_{(D)}$	A	B	C	H
	E	F	G	H

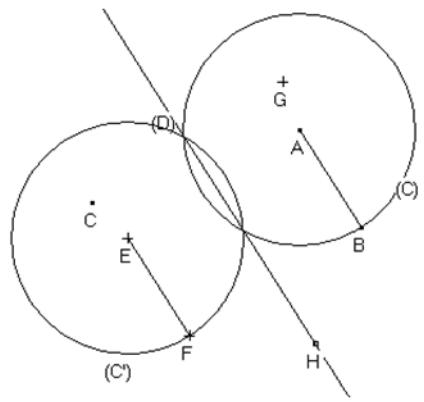
$S_{(D)}$	(AC)	[BC]	ABC	(C)

En te référant au 1[er] tableau de correspondance ci-dessus, complète la figure, puis donne l'image par $S_{(D)}$:

- De la droite (AC)
- Du segment [BC]
- Du triangle ABC
- Du cercle (C) de centre A et de rayon AB.

Reporte ces résultats dans le 2ème tableau.

Réponse attendue :

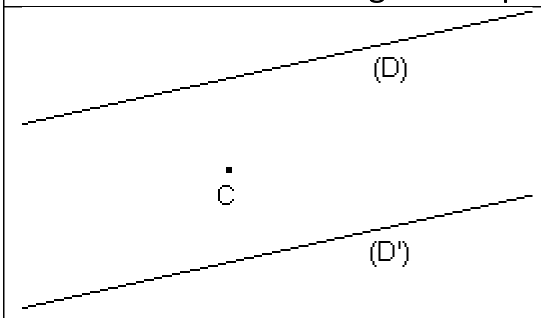


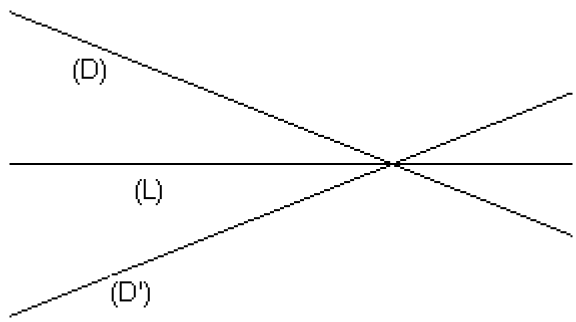
$S_{(D)}$	(AC)	[BC]	ABC	(C)
	(EG)	[FG]	EFG	(C')

Propriétés :

<table>
<tr><th>Par une symétrie centrale :</th><th>Par symétrie orthogonale :</th></tr>
<tr><td colspan="2">

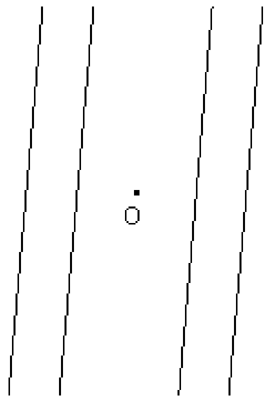
Des points alignés ont pour images des points alignés.
Une droite a pour image une droite.
Un segment a pour image un segment de même longueur.
Le milieu d'un segment a pour image le milieu de l'image de ce segment.

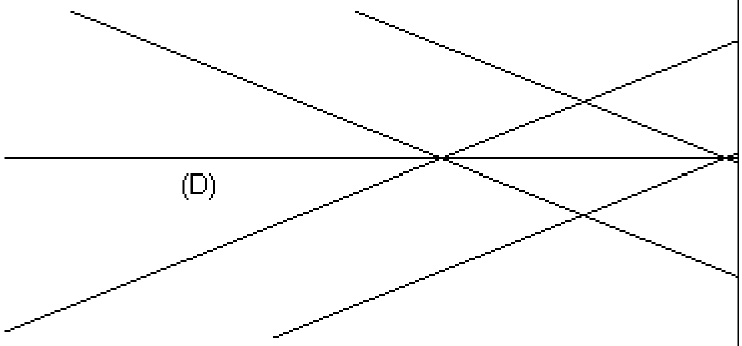
</td></tr>
<tr><td>

(D) et (D') sont parallèles.
Une droite passant par O est sa propre image par la symétrie de centre O.</td>
<td>

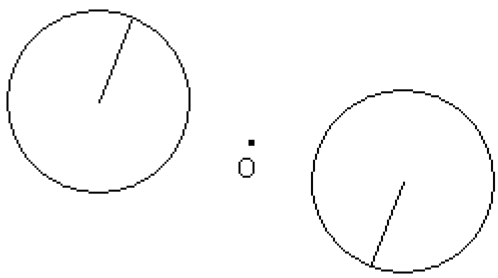
(D) et (D') sont sécantes.
Une droite perpendiculaire à (L) est sa propre image par la symétrie d'axe (L).</td></tr>
</table>

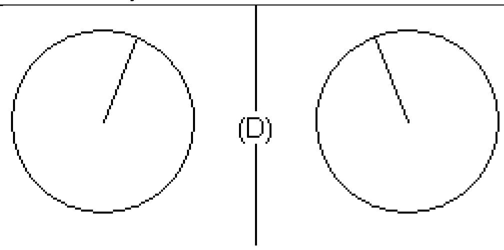
- Deux droites parallèles ont pour image deux droites parallèles.



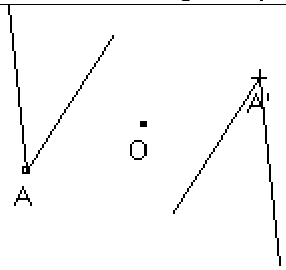


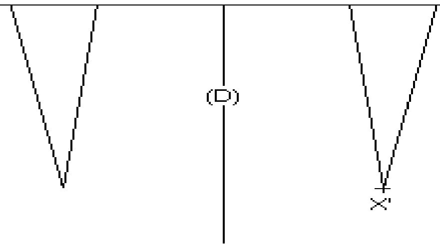
- Un cercle a pour image un cercle de même rayon.



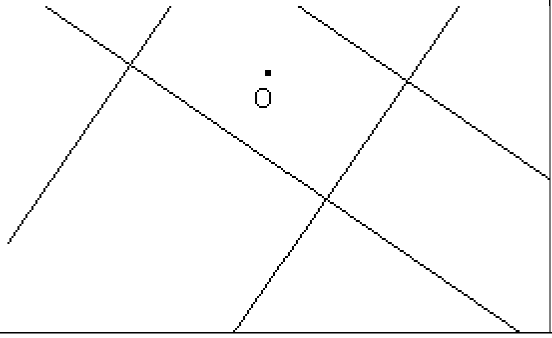


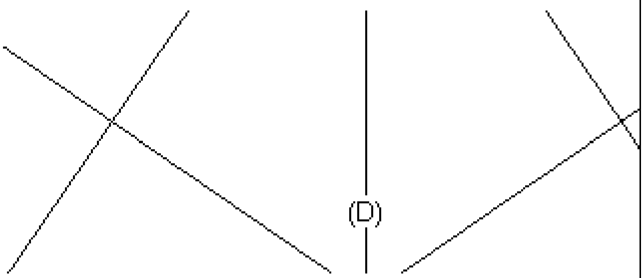
- Un angle a pour image un angle de même mesure.





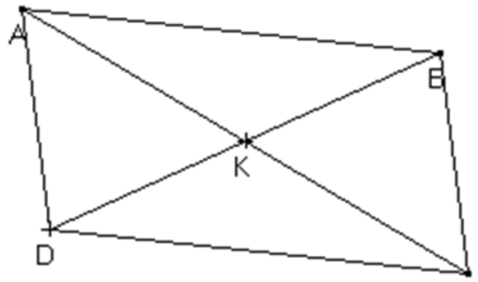
- Deux droites perpendiculaires ont pour image deux droites perpendiculaires.





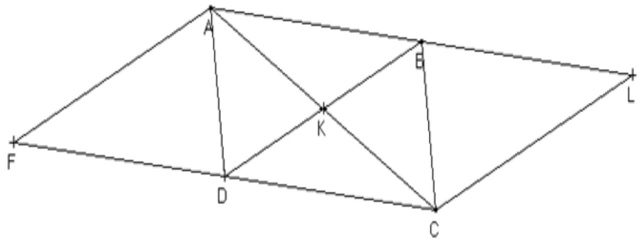
- Si un point appartient à deux lignes, alors son image appartient aux images de ces deux lignes.

Exercice d'application :



ABCD est un parallélogramme de centre K.
Construis le point F symétrique de C par rapport à D et le point L symétrique de F par rapport à K.
Dresse le tableau de S_K .
Justifie que B est le milieu de [AL].

Réponse attendue :



S_K	A	B	C	D	F	[AB]	[DF]	[CF]
	C	D	A	B	L	[CD]	[BL]	[AL]

On a : AB=CD ; D est le milieu de [CF] donc B image de D par S_K
Donc B est le milieu de [AL].

2- **Utilisation de symétrie** :

a) **Des symétries pour démontrer** :

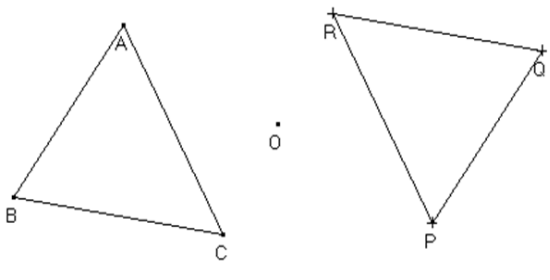
La résolution d'un problème qui a pour objet de démontrer se fait en trois étapes :

Lecture de l'énoncé :
- Fais ou reproduis une figure codée
- Ecris les données et la conclusion

Recherche d'une démarche :
- Analyse la figure codée
- Recherche une démarche de démonstration
- Recherche les outils nécessaires aux justifications

Rédaction de la solution :
Rédige les différentes étapes de démonstration et justifie.

Exemple :

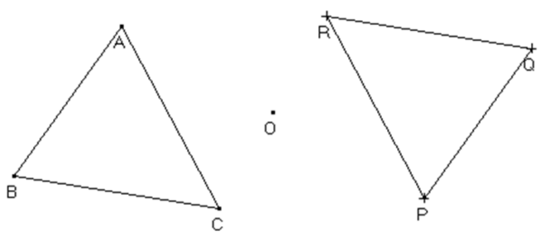


On donne le point O et trois points A, B et C non alignés.
P, Q et R sont les images respectives de A, B et C par la symétrie de centre O.
Démontre que les triangles ABC et PQR sont superposables.

Réponse attendue :

Données :

S_O	A	B	C
	P	Q	R



Conclusion :
ABC et PQR sont superposables.

Recherche d'une démarche :
Je peux utiliser la propriété des segments symétriques, puis une propriété des triangles superposables.
Rédaction de la conclusion :
Des segments symétriques ont la même longueur,
Donc : AB= PQ ; BC=QR et CA=RP

	A	B	C
S_O	P	Q	R

Les triangles ABC et PQR sont superposables car leurs trois cotés sont deux à deux de même longueur.

b) Des symétries pour construire

La résolution d'un problème qui a pour objet de construire se fait en trois étapes :
Lecture de l'énoncé :
Ecrire les données, les contraintes et les instruments imposés.
Recherche d'une démarche (au brouillon) :
- Faire une esquisse
- Analyse l'esquisse

Recherche une méthode de construction :
Rédaction de la solution :
- Ecrire le programme de construction
- Réalise la construction de la figure.
- Justifie que la figure obtenue respect les contraintes de l'énoncé.

Exemple :
Activité :
Sur la figure ci-dessous :
M, N et I sont les points du plan.
Construis les droites (D) et (L) symétriques par rapport à I tels que : M $\in$ (D) et N $\in$ (L).

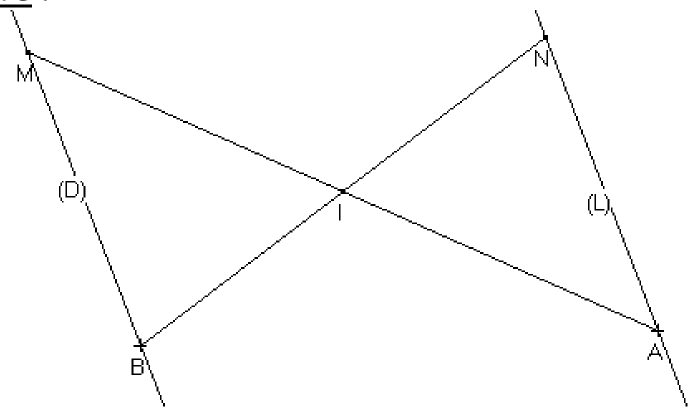
Réponse attendue :
Données :
M, N et I sont des points non alignés.
(D) et (L) sont symétriques par rapport à I.
Contraintes :
M $\in$ (D)
N $\in$ (L)
Instruments imposés :
Aucun
Programme de construction :

S_I	M	N
	A	B

Construire les points A et B tels que :
Tracer la droite (D) passant par M et B.

Tracer la droite (L) passant par N et A

Figure :



Justification :

Les droites (MB) et (NA) sont symétriques par rapport à I.

Comme (D) et (L) sont symétriques tels que

M $\in$(D) et N $\in$(L) donc (D) est la droite (MB) et (L) est la droite (NA).

S_I	M	B	(MB)
	A	N	(NA)

TRAVAUX DIRIGES :

EXERCICE 1 :

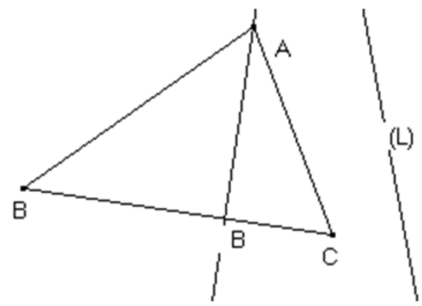
IJK est un triangle isocèle en I. (D) est la médiatrice de [JK]. La droite perpendiculaire à (IJ) qui passe par J coupe (D) en A.

Démontre que la droite (AK) est perpendiculaire à (IK).

EXERCICE 2 :

En utilisant le tableau de correspondance ci-dessous, complète la figure codée ci-dessous :

$S_{(L)}$	A	B	C	H
	E	F	G	K



Justifie que E, F et G sont alignés.

Démontre que (EK) est une hauteur du triangle EFG.

EXERCICE 3 :

On donne une droite (D) et un point P n'appartenant pas à (D). En utilisant seulement la règle et le compas, construis le symétrique du point P par rapport à la droite (D).

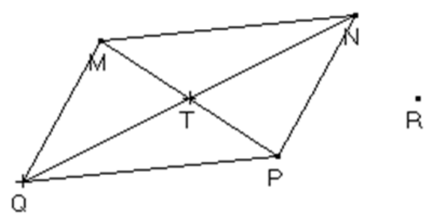
EXERCICE 4 :

Sur la figure ci-dessous :

MNPQ est un parallélogramme de centre T.

R est un point.

Construis le symétrique de R par rapport à T en



utilisant seulement la règle non graduée.

III- TRANSLATION ET VECTEURS

1) Définition :

Activité :

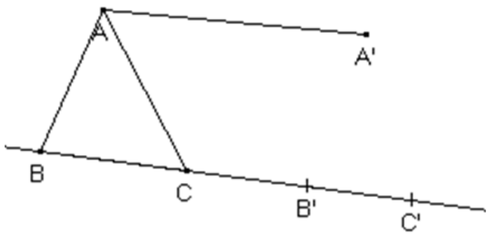
a) Construis les points B' et C' tels que les couples (B ; B') et (C ; C') :
- aient le même sens
- la même longueur que le couple (A ; A')
- et dont les supports soient de même direction que la droite (AA').

b) Marque un point M et construis le pont M' par le même procédé.

c) Combien de points M' peux-tu construire ?

On définit ainsi une application du plan dans le plan qui est déterminé par les …. points ….. et …… appelé ……… qui applique …….. sur ……

Réponse attendue :

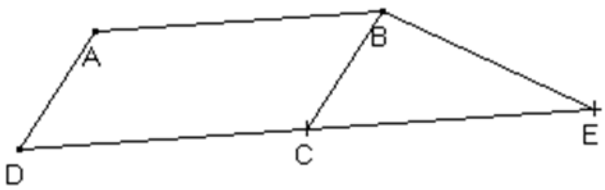


On peut construire un seul point M'.
On définit ainsi une application du plan dans le plan qui est déterminé par **<u>les deux</u>** points **<u>M et M'</u>** appelé **<u>la translation</u>** qui applique M sur M'.

Exercice d'application :

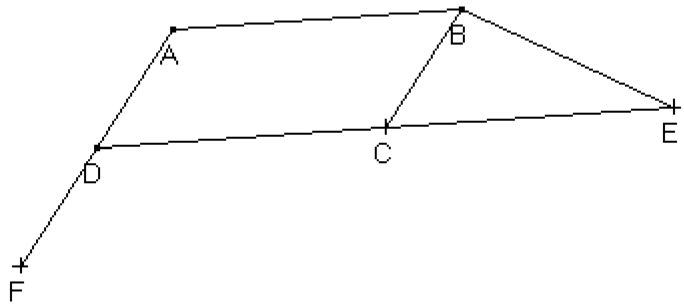
Sur la figure codée ci-dessous, ABCD est un parallélogramme.
t est la translation qui applique A sur B.
Complète le tableau de correspondance ci-dessous.
Construis F image de D par la translation t' qui applique B sur C.

	A	D	C
t			



Réponse attendue :

	A	D	C
t	B	C	E



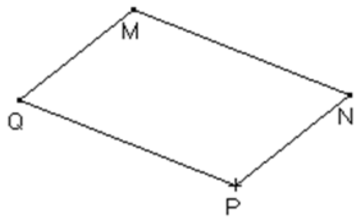
Activité :

t est la translation qui applique A sur B.
A l'aide du tableau complète :
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{...} = \overrightarrow{...}$
t est la …………de vecteur…….. notée …
Réponse attendue :
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{MN}$
t est la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ notée $t_{\overrightarrow{AB}}$

t	
A	B
E	F
M	N

Définition :
A et B sont deux points du plan.
On appelle translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, l'application du plan dans le plan qui à tout point M associe le point M' tel que : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$
On la note : $t_{\overrightarrow{AB}}$ et se lit translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

Exercice d'application :
MNPQ est un parallélogramme.
Complète le tableau de correspondance.

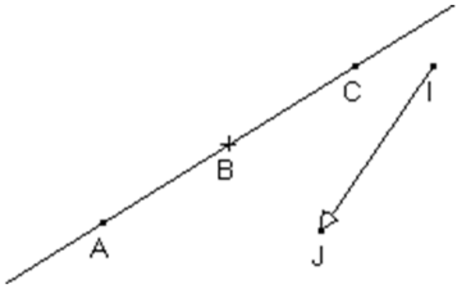


$t_{\overrightarrow{PQ}}$	
P	……
N	
(PQ)	……
(MN)	

Réponse attendue

$t_{\overrightarrow{PQ}}$	
P	Q
N	M
(PQ)	(PQ)
(MN)	(MN)

2) Propriétés



Activité :

En utilisant le tableau suivant :

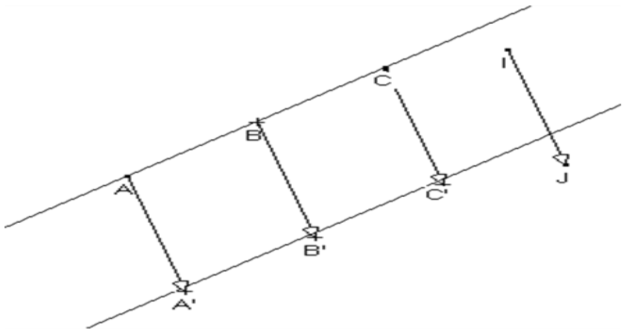
a) Construis les points A’, B’ et C’.

b) Vérifie que :

- A’, B’ et C’ sont alignés
- (AB) et (A’B’) sont parallèles
- AB=A’B’
- B’ est le milieu de [A’C’]

$t_{\overrightarrow{IJ}}$	
A	A’
B	B’
C	C’

Réponse attendue :



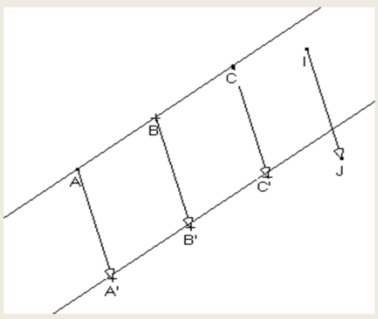
Propriété 1 :

A, B, M, M’ sont quatre points du plan.

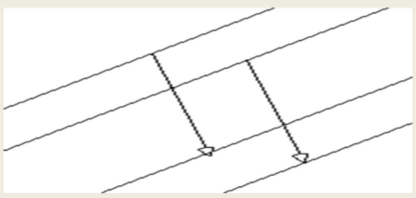
L’image de M par $t_{\overrightarrow{AB}}$ est M’ ***équivaut à*** $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

Propriété 2 : (Voir livre page 75 CIAM 4ème)

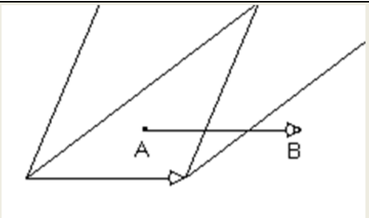
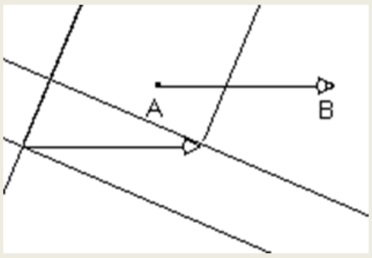
Par une translation



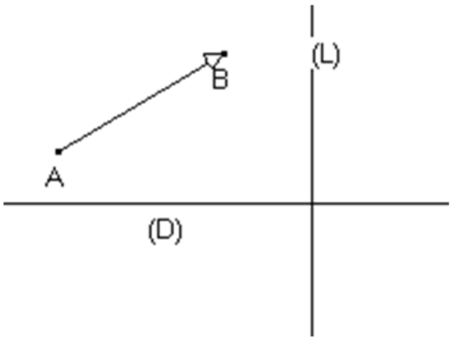
- Des points alignés ont pour image des points alignés.
- Une droite a pour image une droite de même direction
- Un segment a pour image un segment de même longueur.
- Le milieu d’un segment a pour image le milieu de l’image de ce segment.



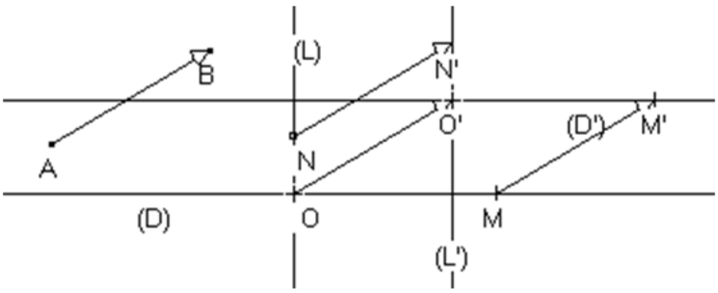
- Deux droites parallèles ont pour image deux droites parallèles

	• Un angle a pour image un angle de même mesure.
	• Deux droites perpendiculaires ont pour image deux droites perpendiculaires
• Si un point appartient à deux lignes alors son image appartient aux images de ces deux lignes.	

<u>Exercice d'application</u> :
Observe la figure ci-dessous :
Construis (D') et (L') images respectives de (D) et de (L) par la translation du vecteur $\overrightarrow{AB}$
Justifie que (D') et (L') sont perpendiculaires.



<u>Réponse attendue</u> :



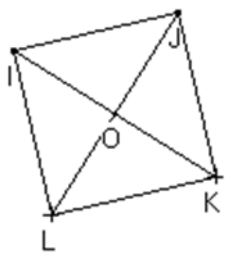
$t_{\overrightarrow{AB}}$	
M	M'
O	O'
N	N'
(L)	(L')
(D)	(D')

On a : $(D) \perp (L)$ donc d'après le tableau $(D') \perp (L')$.

<u>Exercice de maison</u> :

<u>EXERCICE</u> :
IJKL est un carré de centre O. on donne le tableau de correspondance ci-dessous :

$t_{\overrightarrow{JO}}$	
I	A
K	B
L	C



a) Construis les points A, B et C.
b) Quelle est l'image de J par $t_{\overrightarrow{JO}}$?
c) Démontre que AOBC est carrée.

THEME 3 : CONFIGURATION DE L'ESPACE

LEÇON : PERSPECTIVE CAVALIERE

HABILETES	CONTENUS
• Identifier	les règles de la perspective cavalière
• Reconnaitre	- une figure en perspective cavalière - un plan dans une perspective cavalière - un plan vertical de face, un plan vertical de profil, un plan horizontal
• Représenter	- un pavé droit en perspective cavalière - un prisme droit en perspective cavalière
• Traiter une situation	de vie courante faisant appel à la perspective cavalière d'un pavé droit ou d'un prisme droit

THEME 3 : ORGANISATION DE DONNEES

LEÇON : STATISTIQUE

HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	- le mode d'une série statistique - la moyenne d'une série statistique - un diagramme semi-circulaire
♦ Déterminer	- le mode d'une série statistique
♦ Calculer	- la moyenne d'une série statistique
♦ Construire	- un diagramme semi-circulaire
♦ Extraire	- d'un diagramme semi-circulaire, un tableau des effectifs ou des fréquences.
♦ Interpréter	- un diagramme semi-circulaire
♦ Traiter une situation	faisant appel au mode, à la moyenne ou à un diagramme semi-circulaire

Situation

Une grande école a placé cinq de ses étudiants, N'golo, Tapé, Kouamé, Yapi et Tayé dans une entreprise à Boundiali. Ces stagiaires ont été évalués de manière continue pendant la période de stage.
Voici les notes obtenues chronologiquement par chacun d'eux :
N'golo : 14 – 16 – 12 – 14 – 13-14
Yapi : 15– 14 – 11 – 16– 12 -12
Tapé: 16 – 12 – 10 – 14 – 12-14
Tayé : 13 – 15 – 14 – 14– 13 -12
Kouamé :13 – 15 – 14 – 14– 13 -12
A la fin du stage, l'entreprise a décidé d'embaucher les trois meilleurs stagiaires en établissant la liste des étudiants par ordre de mérite.

I- ORGANISATION ET TRAITEMENT DES DONNEES

1) Vocabulaire :

La population : est l'ensemble des personnes ou des choses auxquelles s'adresse la question posée à l'enquête.
L'individu : est un élément de la population étudiée
L'effectif total : est le nombre total d'individu.
Le caractère : est le terme de la question précisant l'objet de l'étude ou ce sur quoi porte l'étude.
Les modalités : sont les différentes réponses obtenues.
L'effectif d'une modalité : est le nombre de fois que la modalité a été citée.
La fréquence d'une modalité : est le quotient de l'effectif d'une modalité par l'effectif total.

2) Effectif cumulé croissant et fréquence cumulée croissante :

Définitions :

- **Effectif cumulé croissant** : on appelle effectif cumulé croissant de modalité n, la somme des effectifs de chaque modalité inférieure ou égale à n.
- **Fréquence cumulée croissante** : on appelle fréquence cumulée croissante de modalité n, le quotient de l'effectif cumulé de la modalité n par l'effectif total.

Exemple :

Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2
Effectifs cumulés croissants	2	3	7	8	10	13	15
Fréquences cumulées croissantes	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{10}{15}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{15}{15}$

L'effectif cumulée de la modalité 7 est 8.

3) moyenne

Définition :

On appelle moyenne d'une série statistique, le quotient par l'effectif total de la somme du produit de chaque modalité par son effectif.

Méthode :

Pour obtenir la moyenne d'une série statistique, on peut procéder comme suit :

- On multiplie chaque modalité (valeur) par l'effectif correspondant
- On additionne les produits obtenus
- On divise cette somme par l'effectif total.

Exemple :

Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2

La moyenne de cette série est la somme de tous les nombres donnés divisés par l'effectif total :

$$m = \frac{3 \times 2 + 5 \times 1 + 6 \times 4 + 7 \times 1 + 7{,}5 \times 2 + 8 \times 3 + 9 \times 2}{2 + 1 + 4 + 1 + 2 + 3 + 2} = \frac{99}{15} = 6{,}6$$

La moyenne des notes est 6,6.

4) Mode d'une série statistique :

Définition :

On appelle mode d'une série statistique toute modalité dont l'effectif est maximal.

Remarque :

Une série statistique peut avoir un ou plusieurs modes.

Exemple :

Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2

Dans cette série la modalité qui a l'effectif le plus élevé est la note que les élèves ont le plus obtenue :
Selon le tableau, cette note est 6 qui a un effectif de 4.
Le mode de cette série est 6.

5) Médiane

Définition :
La médiane est le nombre se trouvant au milieu de la série, c'est-à-dire qu'il y a autant d'effectif à droite de ce nombre qu'à gauche.

Exemple :
Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2

$$\underbrace{3\ \ 3\ \ 5\ \ 6\ \ 6\ \ 6\ \ 6}_{7}\ \ 7\ \underbrace{7{,}5\ \ 7{,}5\ 8\ \ 8\ \ 9\ \ 9}_{7}$$

Médiane

Remarque :
La médiane peut être illustrée par une ligne de partage.
Ici, l'effectif total de la série est 15 qui est un nombre impaire, mais dans certain cas cet effectif est pair. Dans ce cas, on peut prendre pour médiane, la moyenne de ces deux nombres se situant autour de **la ligne de partage.**

Exemple :
Voici les notes données à un groupe d'élèves.

Notes	3	5	7	8	10	13
Effectifs	1	1	1	1	1	1

Déterminons la médiane de cette série :

$$\underbrace{3\ \ 5\ \ 7}_{3}\ \ \underbrace{8\ \ 10\ \ 13}_{3}$$

Médiane

Ici, il l'effectif total est 6 qui est un nombre pair.
On peut prendre pour médiane $\frac{7+8}{2} = 7{,}5$ donc la médiane est 7,5.

Exercice d'application 1:
Voici les notes obtenues par les élèves d'une classe de troisième lors d'un devoir de mathématique noté sur 20.
08 ; 09 ; 14 ; 08 ; 12 ; 09 ; 07 ; 12 ; 09 ; 13 ; 09 ; 11 ; 12 ; 07 ; 09 ; 08 ; 08 ; 15 ; 10 ; 14 ; 08 ; 13 ; 07 ; 08 et 07.

1) Quelle est la population étudiée ?
2) Quel est l'effectif total ?

3) Quel est le caractère étudié ? précise sa nature.
4) Donne la liste des modalités.
5) Etablis le tableau des effectifs et des effectifs cumulés croissants.
6) Etablis le tableau des fréquences et des fréquences cumulées croissantes.
7) Calcule la moyenne de cette série.
8) Quelle est le mode de cette série statistique
9) Calcule la médiane de cette série.
10) Construis le diagramme en bâton des effectifs de cette série.
(Échelle : 1 cm entre les bâtons et 2 cm pour un élève

<u>Réponse attendue</u> :

1) La population étudiée est : les élèves d'une classe de 3ème
2) L'effectif total est : $25\ élèves$
3) Le caractère est les notes. Il est quantitatif
4) Les modalités sont : $07;\ 08; 09\ ; 10; 11; 12; 13; 14\ et\ 15$.
5) Le tableau :

Modalités	07	08	09	10	11	12	13	14	15
Effectifs	3	6	5	1	2	3	2	2	1
Eff.cumulés.croissants	3	9	14	15	17	20	22	24	25

6) Le tableau des fréquences :

$$fréquence = \frac{eff/modalité}{eff/total}$$

Modalités	07	08	09	10	11	12	13	14	15
Effectif	3	6	5	1	2	3	2	2	1
Fréquence	0,12	0,24	0,2	0,04	0,08	0,12	0,08	0,08	0,04
Fréq.cum.crois	0,12	0,36	0,56	0,6	0,68	0,8	0,88	0,96	1

7) Calculons la moyenne :

$$M = \frac{3\times7+6\times8+5\times9+1\times10+2\times11+3\times12+2\times13+2\times14+1\times15}{25} = \frac{251}{25} = 10{,}04$$

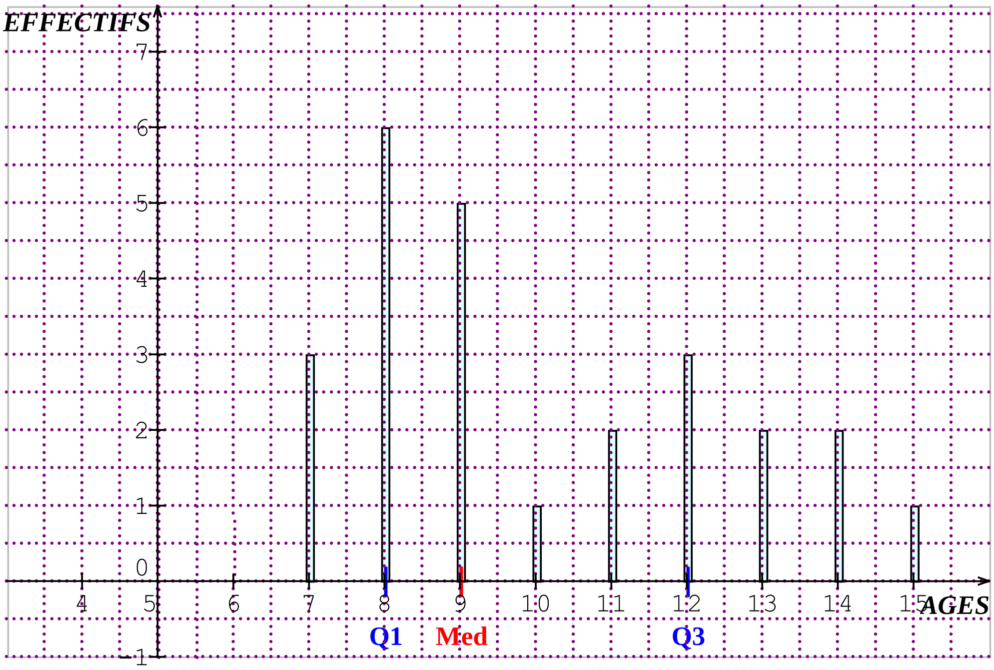
8) Le mode de la série statistique est : 08
9) Ici, l'effectif est impair

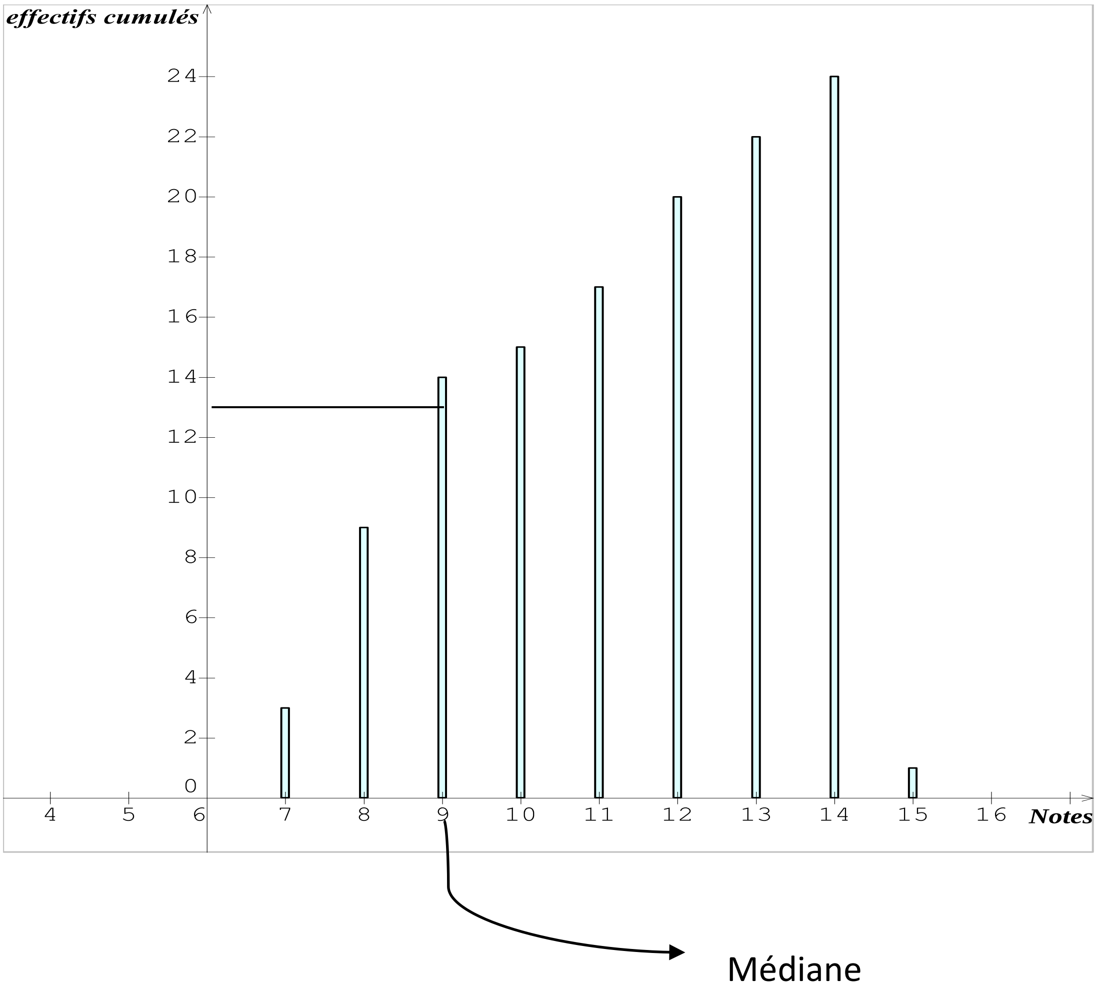
$$\underbrace{7\ 7\ 7\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8}_{9}\ \ 9\ \underbrace{10\ 11\ \ 11\ \ 12\ \ 12\ 12\ 14\ \ 14\ 15}_{9}$$

$\uparrow$

Médiane = 9

10) Le diagramme en bâton :





Exercice d'application 2

La direction régionale de la santé de Bouaflé a relevé l'âge de chacun des 65 élèves d'une classe de troisième. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Ages	12	13	14	15	16	17	18
Effectifs	7	8	10	20	12	5	3

1) Quel est le mode de cette série statistique ?
2) Quel est le caractère étudié ?
3) Calcule la moyenne d'âge de cette classe ?

Réponse attendue :

1) Le mode de cette série statistique est 15 ans.
2) Le caractère étudié est l'âge des élèves d'une classe de troisième.
3) $moyenne = \frac{12\times7+13\times8+14\times10+15\times20+16\times12+17\times5+18\times3}{65} = \frac{84+104+140+300+192+85+54}{65} = \frac{959}{65} = 14{,}75 \approx 15\ ans.$

Diagramme semi-circulaire.

On peut représenter une série statistique par un diagramme semi-circulaire.

Remarque :

Dans le cas d'un diagramme semi-circulaire la mesure du secteur semi-circulaire est de$180°$ alors que dans le cas du diagramme circulaire cette mesure est de $360°$.

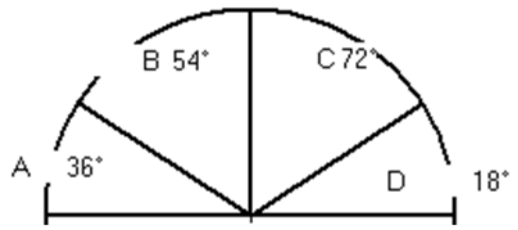
$$mesure\ du\ secteur = \frac{180° \times eff/modalité}{eff\ total}$$

Exercice d'application :

Le diagramme ci-dessous représente la compagnie d'abonnement téléphonique portable de 1000 personnes.

Etablis le tableau des effectifs et détermine

Le mode de cette série statistique.



Réponse attendue :

On a : $eff = \frac{1000\times mes}{180°}$

Modalités	A	B	C	D
Effectifs	200	300	400	100

Le mode de cette série statistique est : C

Exercice d'application :

Dans le tableau ci-dessous, on donne la répartition en fréquence des 60 élèves d'une classe de troisième selon leur âge.

Ages	13	14	15	16	17
Fréquence(%)	25	30	20	15	10

1) Quel est le mode de cette série statistique de la série ?
2) Calcule le nombre d'élèves âgés de $15\ ans$
3) Construis le diagramme circulaire des fréquences.

Réponse attendue :

1) Le mode est 14
2) On a : $eff = \frac{fréq \times eff\ total}{100}$
   L'effectif de la modalité 15 ans est : 9 $élèves$
3) Le tableau des fréquences en degré :

Modalités	13	14	15	16	17	$TOTAL$
Effectifs	15	18	9	12	6	60
Fréquence(°)	90	108	54	72	36	360