

Bescherelle

collège

Maths

de la 6^e à la 3^e

CONFORME AUX PROGRAMMES



Toutes les notions du collège



Des explications visuelles



Les méthodes clés



+ 300
EXERCICES
CORRIGÉS



Avec ce livre, quiz
et exercices sur

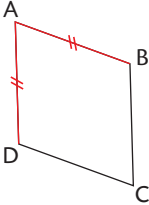
hatier-entrainement.com



Un parallélogramme

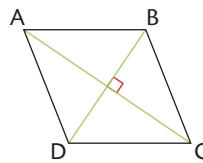
... deux côtés consécutifs de même longueur...

ABCD parallélogramme



... des diagonales perpendiculaires...

ABCD parallélogramme

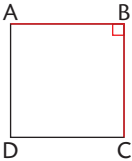


... est un losange.

Un losange qui a...

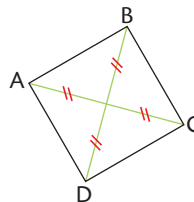
... deux côtés perpendiculaires...

ABCD losange



... des diagonales de même longueur...

ABCD losange



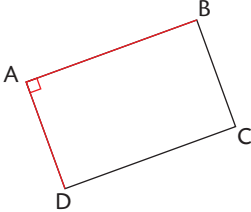
... est un

Parallélogramme particulier

ramme qui a...

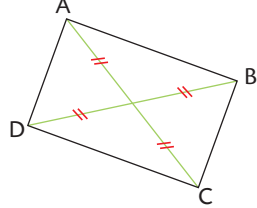
... deux côtés
perpendiculaires...

ABCD parallélogramme



... des diagonales
de même longueur...

ABCD parallélogramme

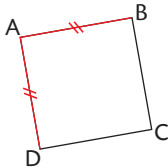


... est un rectangle.

Un rectangle qui a...

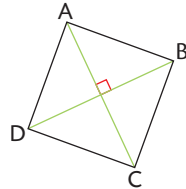
... deux côtés consécutifs
de même longueur...

ABCD rectangle



... des diagonales
perpendiculaires...

ABCD rectangle



n carré.

grammes
culiers

Bescherelle

collège

Maths

de la 6^e à la 3^e

Jérôme Mante

Professeur certifié de mathématiques
au collège Marcel Anthonioz
(Divonne-les-Bains)

Michel Mante

Professeur agrégé de mathématiques



► Toutes les notions du programme de maths en doubles pages visuelles

le **niveau** à partir duquel la notion est introduite

les **définitions** et **propriétés** à maîtriser, avec des **exemples**

une couleur par **partie** du programme

76 Théorème de Pythagore

Vocabulaire et énoncé du théorème

► **Hypoténuse** : l'hypoténuse d'un triangle rectangle est le côté opposé à l'angle droit.

► **Catètes** : Soit ABC un triangle rectangle en A, côtés du triangle droit.



► **Théorème de Pythagore** : L'hypoténuse est toujours le plus grand côté du triangle.

► **THÉORÈME DE PYTHAGORE** : Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

égalité du théorème de Pythagore

► **Remarque** : Pour calculer la longueur d'un côté avec le théorème de Pythagore, tu dois toujours d'un triangle rectangle et connaître la longueur de deux de ses côtés.

La méthode

Calculer une longueur dans un triangle rectangle

► **EXEMPLE** : En utilisant les informations ci-contre, calcule la longueur DE. On donnera la valeur exacte en cm, et une valeur approchée au dixième de cm près.



Étapes	Solutions
1 On repère un triangle rectangle dont on cherche la longueur.	1 Le triangle DEF est rectangle en D.
2 On identifie l'hypoténuse du triangle rectangle et on écrit l'égalité du théorème de Pythagore.	2 D'après le théorème de Pythagore, on a : $EF^2 = DE^2 + DF^2$
3 On remplace les longueurs connues par leur valeur.	3 $4^2 = DE^2 + 3^2$
4 On calcule la longueur demandée.	4 $16 = DE^2 + 9$ $DE^2 = 16 - 9 = 7$ $DE = \sqrt{7}$ cm (valeur exacte)
5 On vérifie que l'hypoténuse est bien le plus grand côté du triangle.	5 Valeur approchée au dixième de cm près : $DE \approx 2,6$ cm

Entraîne-toi !

Calculer une longueur dans un triangle rectangle

Dans chaque cas, calcule, si possible, la longueur UV. Si le résultat n'est pas un nombre entier, donne une valeur approchée au dixième près. Les figures ne sont pas tracées à l'échelle, mais les mesures sont toutes données dans la même unité.



triangle 179

les **méthodes** clés étape par étape

des **exercices** et **problèmes** types, corrigés en fin d'ouvrage

► Les corrigés commentés avec de nombreux conseils et les erreurs à éviter ► p. 254-306



► La liste des méthodes par niveau
et un index des notions ► p. 307-319

LES MÉTHODES DE 5^e

FICHE

<p>Nombres entiers</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Savoir si un entier b est un diviseur d'un entier a (ou si a est un multiple de b) ● Démontrer qu'un nombre entier n'est pas premier ● Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers <p>Nombres décimaux relatifs</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Se repérer sur une droite graduée ● Se repérer dans le plan ● Comparer deux nombres décimaux relatifs ● Additionner deux nombres relatifs ● Soustraire deux nombres relatifs ● Écrire plus simplement une suite d'additions et de soustractions de nombres relatifs ● Calculer une suite d'additions de nombres relatifs ● Effectuer un calcul sans parenthèses ● Effectuer un calcul avec parenthèses 	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>2</td></tr> <tr><td>3</td></tr> <tr><td>3</td></tr> <tr><td>7</td></tr> <tr><td>7</td></tr> <tr><td>8</td></tr> <tr><td>9</td></tr> <tr><td>10</td></tr> <tr><td>10</td></tr> <tr><td>12</td></tr> <tr><td>12</td></tr> </table>	2	3	3	7	7	8	9	10	10	12	12
2												
3												
3												
7												
7												
8												
9												
10												
10												
12												
12												

LISTE DES MÉTHODES PAR NIVEAU

► Des dossiers illustrés sur le développement des maths et leurs applications depuis l'Antiquité




Tracer un rectangle d'or

Le rectangle d'or se retrouve dans de nombreuses œuvres d'art depuis l'Antiquité. Il est en effet associé à la beauté et à l'harmonie.

Qu'est-ce qu'un rectangle d'or ?

► Trace un rectangle qui te semble « beau », c'est-à-dire qui te paraît **bien proportionné**.
Le rectangle ci-dessous te semble-t-il bien proportionné ?



► Calcule le **rapport longueur sur largeur** (c'est-à-dire le quotient de la longueur par la largeur) du rectangle que tu as tracé, puis du rectangle ci-dessus. Que constatés-tu ?


► Il y a des chances que tu trouves dans les deux cas environ 1,7. Ce nombre est proche du nombre appelé **nombre d'or**, qui est égal à $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618$.

► Les rectangles dont le rapport longueur sur largeur est égal au nombre d'or sont considérés comme des rectangles **idéaux**. On les appelle des **rectangles d'or**.


Le premier trace connu qui mentionne le nombre d'or est les Éléments d'Euclide, vers 300 av. J.-C.

Où trouve-t-on le rectangle d'or ?

► On trouve le rectangle d'or dans de nombreuses œuvres d'art notamment en **architecture** ou en **peinture**.



► En architecture, on retrouve le nombre d'or dans des monuments célèbres, comme le Parthénon à Athènes (Grèce), dont le plan de la construction est un rectangle d'or.



► Les peintres de la Renaissance (et sur plusieurs autres siècles) ont utilisé le nombre d'or. C'est notamment le cas de Léonard de Vinci, de Michel-Ange et de Botticelli. Par exemple, le visage de la jeune fille de droite est encadré par un rectangle d'or.

À toi de jouer !

Le rectangle d'or

a) Vois un programme de construction qui permet d'obtenir un rectangle d'or.

b) Trace un carré ABCD.

c) Soit M le milieu de [AB]. Trace le cercle de centre M qui passe par C.

d) Trace la droite perpendiculaire à (AB) qui passe par E : elle coupe (DC) en F.

e) Le rectangle ADRE n'est un rectangle d'or.

f) Démontrons-le. Pour cela, on suppose que $AD = AB = 1$.

g) Démonstre que $ME = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

h) Calcule AE et $\frac{AE}{FE}$. Conclue.

Quadrilatres 197

un exercice d'application ludique, corrigé en fin d'ouvrage

SOMMAIRE

6^e notion traitée au collège à partir du niveau 6^e

5^e 4^e 3^e notion introduite à partir du niveau 5^e, 4^e, 3^e

► Liste des méthodes par niveau p. 307

NOMBRES ET CALCULS ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION



Nombres entiers

- | | | | |
|---|--|----|-------------------------------|
| 1 | Division euclidienne | 12 | 6 ^e |
| 2 | Multiples et diviseurs | 14 | 5 ^e |
| 3 | Nombres premiers et décomposition
en produit de facteurs premiers | 16 | 5 ^e 4 ^e |



Nombres décimaux positifs

- | | | | |
|---|--|----|----------------|
| 4 | Addition et soustraction de nombres décimaux ... | 18 | 6 ^e |
| 5 | Multiplication de nombres décimaux | 20 | 6 ^e |
| 6 | Division décimale par un nombre entier | 22 | 6 ^e |



Nombres décimaux relatifs

- | | | | |
|----|---|----|-------------------------------|
| 7 | Nombres relatifs : repérage
sur une droite graduée et dans le plan | 24 | 5 ^e |
| 8 | Comparaison des nombres relatifs | 26 | 6 ^e 5 ^e |
| 9 | Addition et soustraction de deux nombres relatifs ... | 28 | 5 ^e |
| 10 | Additions et soustractions
d'une suite de nombres relatifs | 30 | 5 ^e |
| 11 | Multiplications et divisions de nombres relatifs ... | 32 | 4 ^e |
| 12 | Règles de priorité | 34 | 5 ^e 4 ^e |



Fractions

13	Généralités sur les fractions	36
14	Égalité de fractions	38
15	Simplification de fraction – Fraction irréductible	40
16	Addition et soustraction de fractions	42
17	Multiplication et division de fractions	44

6^e5^e4^e5^e4^e3^e5^e4^e4^e

DOSSIER	Mesurer avec des fractions	46
----------------	----------------------------	----



Puissances, racines carrées

18	Définition et utilisation des puissances	48
19	Notation scientifique et simplification de puissances	50
20	Racines carrées	52

4^e3^e4^e4^e

DOSSIER	Utiliser les nombres à virgule et les autres nombres	54
----------------	--	----



Calcul littéral

21	Généralités sur le calcul littéral	56
22	Égalité d'expressions littérales, distributivité simple	58
23	Développement, simplification des expressions littérales	60
24	Double distributivité et identité remarquable	62
25	Factorisation	64
26	Formule et calcul littéral	66
27	Équations du 1 ^{er} degré à une inconnue	68
28	Équations produits	70
29	Mise en équation d'un problème	72
30	Utilisation d'une formule	74
31	Démonstration et calcul littéral	76

5^e4^e5^e5^e4^e3^e4^e3^e5^e4^e3^e4^e3^e4^e5^e4^e

Algorithmique, programmation

32	Algorithmes, programmes	78
33	Variables	80
34	Programmation de tracés géométriques	82

5^e5^e5^e

DOSSIER	Coder et décoder un message	84
----------------	-----------------------------	----

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS



Gestion de données

35	Diagrammes en bâtons, histogrammes	88	6 ^e	3 ^e
36	Diagrammes circulaires	90	6 ^e	5 ^e
37	Effectifs, fréquences, étendue	92	5 ^e	3 ^e
38	Moyennes	94	5 ^e	
39	Médianes	96	4 ^e	



Probabilités

40	Généralités sur les probabilités	98	5 ^e	
41	Probabilités d'événements particuliers	100	4 ^e	
42	Fréquences, expériences à deux épreuves	102		3 ^e

DOSSIER

Calculer ses chances à un jeu de hasard	104			
---	-----	--	--	--



Proportionnalité

43	Généralités sur la proportionnalité	106	6 ^e	5 ^e
44	Résolution de problèmes de quatrième proportionnelle	108	6 ^e	4 ^e
45	Ratios	110	5 ^e	
46	Pourcentages	112	6 ^e	5 ^e
47	Pourcentages d'augmentation et de diminution	114		3 ^e
48	Échelles	116	5 ^e	
49	Agrandissements et réductions	118		4 ^e
50	Vitesses moyennes	120		4 ^e



Fonctions

51	Généralités sur les fonctions	122		3 ^e
52	Fonctions : représentation graphique	124		3 ^e
53	Fonctions linéaires et affines : définition et reconnaissance	126		3 ^e

54	Construction de la représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine	128	3 ^e
55	Détermination de l'expression algébrique d'une fonction linéaire ou affine	130	3 ^e

GRANDEURS ET MESURES



Longueurs, aires, durées

56	Longueur et périmètre des figures usuelles	134	6 ^e
57	Périmètre de figures complexes	136	6 ^e
58	Aire et unités d'aire	138	6 ^e
59	Aire des figures usuelles	140	6 ^e 5 ^e
60	Aire de figures complexes	142	6 ^e 5 ^e
61	Durées	144	6 ^e 5 ^e

DOSSIER	Mesurer des longueurs	146
----------------	-----------------------	-----



Volumes et contenances

62	Généralités sur les volumes et les contenances	148	6 ^e
63	Volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un prisme droit, d'un cylindre	150	6 ^e 5 ^e
64	Volume d'une pyramide, d'un cône, d'une boule	152	4 ^e 3 ^e
65	Volume de solides complexes	154	6 ^e 5 ^e 3 ^e

ESPACE ET GÉOMÉTRIE



Géométrie plane (généralités)

66	Vocabulaire et notations de géométrie	158	6 ^e
67	Droites perpendiculaires	160	6 ^e
68	Droites parallèles	162	6 ^e
69	Médiatrice d'un segment	164	6 ^e



Triangles

70	Tracés de triangles et inégalité triangulaire	166	6 ^e 5 ^e
71	Triangles particuliers	168	6 ^e

72	Hauteurs d'un triangle	170	6 ^e	5 ^e
73	Cas d'égalité des triangles	172		4 ^e
74	Triangles semblables : définition et reconnaissance	174		3 ^e
75	Triangles semblables : calculer une longueur	176		3 ^e
76	Théorème de Pythagore	178		4 ^e
77	Triangle rectangle et réciproque du théorème de Pythagore	180		4 ^e
78	Théorème de Thalès	182		4 ^e 3 ^e
79	Droites parallèles et réciproque du théorème de Thalès	184		3 ^e



Quadrilatères

80	Quadrilatères, rectangles, carrés : définition et reconnaissance	186	6 ^e
81	Losanges, parallélogrammes : définition et reconnaissance	188	6 ^e 5 ^e
82	Rectangles, carrés : construction	190	6 ^e
83	Losanges : construction	192	6 ^e
84	Parallélogrammes : construction	194	5 ^e

DOSSIER	Tracer un rectangle d'or	196
----------------	--------------------------------	-----



Angles

85	Mesure d'angles	198	6 ^e
86	Tracé d'un angle	200	6 ^e
87	Angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants	202	5 ^e
88	Utilisation des angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants	204	5 ^e
89	Somme des angles d'un triangle	206	5 ^e
90	Trigonométrie : vocabulaire et formules	208	4 ^e 3 ^e
91	Trigonométrie : calcul d'une longueur dans un triangle rectangle	210	4 ^e 3 ^e
92	Trigonométrie : calcul d'un angle dans un triangle rectangle	212	4 ^e 3 ^e

Démontrer avec la géométrie

93	Démontrer que deux droites sont parallèles	214	6 ^e	5 ^e	3 ^e
94	Démontrer que deux droites sont perpendiculaires	216	6 ^e	4 ^e	
95	Calculer la longueur d'un segment	218		4 ^e	3 ^e
96	Calculer la mesure d'un angle	220	5 ^e	4 ^e	3 ^e



Transformations

97	Symétrie axiale	222	6 ^e		
98	Symétrie centrale	224		5 ^e	
99	Axe et centre de symétrie	226	6 ^e	5 ^e	
100	Translation	228			4 ^e
101	Rotation	230			3 ^e
102	Homothétie	232			3 ^e
103	Images de figures par une transformation : construction	234			4 ^e 3 ^e

DOSSIER

Paver le plan	236
-------------------------	-----



Géométrie dans l'espace

104	Cubes, pavés droits : construction en perspective	238	6 ^e		
105	Cubes, pavés droits : patrons	240	6 ^e		
106	Prismes droits	242		5 ^e	
107	Cylindres	244		5 ^e	
108	Pyramides	246			4 ^e
109	Cônes	248			4 ^e
110	Sections planes d'un solide	250			3 ^e
111	Repérage dans un pavé droit, sur une sphère	252			4 ^e 3 ^e

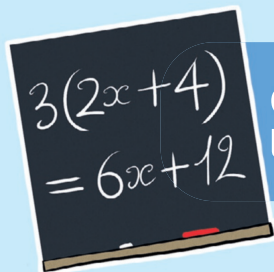
ANNEXES

• Corrigés	254
• Liste des méthodes par niveau	307
• Index	315
• Parallélogrammes particuliers	début de l'ouvrage
• Unités de mesure	fin de l'ouvrage



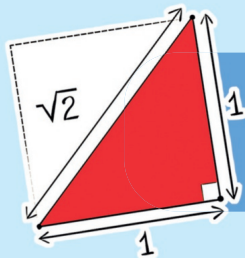
**Algorithmique,
programmation**

p. 78



**Calcul
littéral**

p. 56

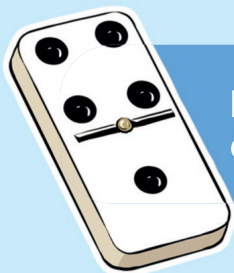


**Puissances,
racines carrées**

p. 48

**NOMB
ET**

RES CALCULS



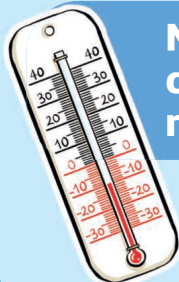
Nombres entiers

p. 12



Nombres décimaux positifs

p. 18



Nombres décimaux relatifs

p. 24



Fractions

p. 36

Effectuer une division euclidienne

► **DÉFINITIONS.** Effectuer la **division euclidienne** d'un nombre entier (le **dividende**) par un nombre entier (le **diviseur**) différent de 0, c'est trouver deux nombres entiers, le **quotient** et le **reste**, tels que :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste}, \text{ avec } \text{reste} < \text{diviseur}$$

EXEMPLE :

Quand on effectue la division euclidienne de 34 par 6, on obtient :

$$34 = 6 \times 5 + 4, \text{ avec } 4 < 6$$

dividende diviseur quotient reste

La méthode

Calculer le quotient et le reste d'une division euclidienne, puis vérifier le résultat

EXEMPLE : Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne de 395 par 7.

Étapes	Solution
1 On détermine le nombre de chiffres qu'il faut prendre au dividende .	1 $3 < 7$, donc je prends 39. $\overline{39}5 \quad \overline{7}$
2 On détermine le premier chiffre du quotient .	2 En 39, combien de fois 7 ? $7 \times 5 = 35$ et $7 \times 6 = 42$. Donc 5 fois.
3 On effectue la soustraction .	3 $\overline{39}5 \quad \overline{7}$ $\underline{-35} \quad \overline{5}$ 4

Il n'est pas obligatoire de faire apparaître la soustraction.

4 On abaisse le **chiffre suivant** du **dividende**.

$$\begin{array}{r} \overline{395} \quad | \quad \overline{7} \\ -35 \quad \downarrow \\ \hline 45 \end{array}$$

5 On détermine le **2^e chiffre** du **quotient**, en reprenant les étapes 1 à 3.

$$\begin{array}{r} \overline{395} \quad | \quad \overline{7} \\ -35 \quad \downarrow \\ \hline 45 \\ -42 \\ \hline 3 \end{array}$$

6 Quand **il n'y a plus de chiffre** à abaisser au **dividende**, on s'arrête et on conclut.

6 Quotient = 56 ; reste = 3.

7 (*facultatif*) On **vérifie**, grâce à la définition de la division euclidienne.

7 Vérification :
 $7 \times 56 + 3 = 395$, avec $3 < 7$.



Entraîne-toi !

1 Calculer le quotient et le reste d'une division euclidienne

Calcule le quotient et le reste de ces divisions euclidiennes, puis vérifie le résultat (à l'aide de la définition de la division euclidienne) :

a) 1071 par 19; **b)** 3 748 par 11; **c)** 5 241 par 17.

2 Résoudre un problème

172 élèves de 6^e, accompagnés de 12 enseignants, doivent se rendre en bus à la Cité des Sciences, à Paris, pour la journée. Chaque bus peut transporter au maximum 48 personnes.

a) Combien faut-il prévoir de bus ?

b) Combien faudrait-il d'élèves en plus pour avoir besoin d'un bus supplémentaire ?



1 Vocabulaire

► **DÉFINITIONS.** Lorsque le reste de la division euclidienne d'un nombre entier a par un nombre entier b est égal à 0, on dit que :

- b est un **diviseur** de a ;
- a est **divisible** par b ;
- a est un **multiple** de b .

EXEMPLE :

6 est un diviseur de 24, car le reste de la division euclidienne de 24 par 6 est égal à 0.

► **CONSÉQUENCE.** « a est un multiple de b » signifie qu'il existe un nombre entier k tel que $a = b \times k$.

EXEMPLE :

24 est un multiple de 6, car $24 = 6 \times 4$.

À noter

k est le quotient de la division euclidienne (voir fiche 1) de a par b .
0 en est le reste.

2 Critères de divisibilité

► Il existe des règles pour savoir immédiatement si un nombre est divisible (ou non) par 2, par 3, par 5, par 9 ou par 10 : ce sont les **critères de divisibilité**.

Un nombre entier est **divisible** :

- **par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 ;
- **par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5 ;
- **par 3** si la somme de ses chiffres est divisible par 3 ;
- **par 9** si la somme de ses chiffres est divisible par 9 ;
- **par 10** si son chiffre des unités est 0.

EXEMPLES :

► 4107 n'est pas divisible par 2, car il ne se termine pas par 0, 2, 4, 6 ou 8 ; mais il est divisible par 3, car $4 + 1 + 0 + 7 = 12$ et 12 est divisible par 3.

► 345 est divisible par 5, car il se termine par 5 ; mais il n'est pas divisible par 10, car il ne se termine pas par 0.

Savoir si un entier b est un diviseur d'un entier a (ou si a est un multiple de b)

► **MÉTHODE 1.** Trouver un nombre c tel que $a = b \times c$
(lorsque l'on réussit à effectuer la multiplication à trous de tête)

EXEMPLE : 13 est-il un diviseur de 39?

$$39 = 13 \times ? \quad 39 = 13 \times 3 \quad \text{Donc 13 est un diviseur de 39.}$$

► **MÉTHODE 2.** Utiliser les critères de divisibilité
(lorsque b vaut 2, 3, 5, 9 ou 10)

► **MÉTHODE 3.** Effectuer la division euclidienne de a par b
(méthode qui fonctionne quels que soient les nombres)

► Si le reste de la division de a par b est égal à 0, alors b est un diviseur de a ;

► sinon b n'est pas un diviseur de a .

EXEMPLE : 17 est-il un diviseur de 391?

Comme le reste de la division euclidienne de 391 par 17 est égal à 0, alors 17 est un diviseur de 391.

$$\begin{array}{r|l} 391 & 17 \\ -34 & 23 \\ \hline 51 & \\ -51 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Entraîne-toi !

Savoir si un entier est un diviseur ou un multiple d'un autre

Dans chaque cas, précise si la phrase est vraie ou fausse. Justifie.

- a) 36 est un multiple de 12.
- b) 15 est un multiple de 30.
- c) 3 049 est un multiple de 13.
- d) 7 est un diviseur de 42.
- e) 0 est un multiple de 7.
- f) 5 est un diviseur de 725.
- g) 196 est divisible par 1.
- h) 4 119 est divisible par 9.



Nombres premiers et décomposition en produit de facteurs premiers

5^e 4^e

Nombres premiers

► **DÉFINITION.** Un **nombre premier** est un nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

À noter
1 n'est pas premier, car il a un seul diviseur (lui-même).

Voici la liste des nombres premiers **inférieurs à 100** :

2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	41	43	47	53	59	61
67	71	73	79	83	89	97		

► **PROPRIÉTÉ.** Tout nombre entier non premier peut se **décomposer de façon unique** comme un produit de nombres premiers.

| **EXEMPLE :** $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$.

Les méthodes

1 Démontrer qu'un nombre entier n'est pas premier 5^e

EXEMPLE : Démontrer que le nombre 435 n'est pas premier.

Étapes	Solution
1 On cherche un diviseur du nombre de départ, autre que 1 et lui-même, en s'aidant notamment des critères de divisibilité (voir fiche 2).	1 5 est un diviseur de 435, autre que 1 et 435.
2 On conclut .	2 435 possède au moins 3 diviseurs : 1 ; 435 et 5. Il n'est donc pas premier.

2 Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers ^{5^e} ^{4^e}

EXEMPLE : Décomposer 60 en produit de facteurs premiers.

Étapes	Solution
<p>1 On regarde si le nombre entier est divisible par l'un des nombres premiers : 2, 3, 5... pris dans l'ordre croissant.</p>	<p>1 60 est divisible par 2.</p>
<p>2 Dès qu'un nombre premier convient, on écrit le nombre entier sous forme du produit de deux facteurs, dont l'un est le nombre premier trouvé.</p>	<p>2 $60 = 2 \times 30$.</p>
<p>3 Si le 2^e facteur est un nombre premier, on obtient la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre entier.</p> <p>► Sinon, on reprend l'étape 1 avec le 2^e facteur.</p>	<p>3 ► 30 est encore divisible par 2. $60 = 2 \times 2 \times 15$ ► 15 est divisible par 3. $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ ► 5 est premier. $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ $60 = 2^2 \times 3 \times 5$</p>

Une seconde méthode est proposée dans le corrigé de l'exercice 2.



Entraîne-toi !

1 Démontrer qu'un nombre entier n'est pas premier

Démontre que les nombres suivants ne sont pas premiers.

^{5^e} a) 258 b) 543 c) 837 d) 9840 e) 645 f) 707

2 Décomposer un nombre entier

Décompose les nombres suivants en produit de facteurs premiers.

^{5^e} a) 84 210 780 ^{4^e} b) 693 1462 4125

→ CORRIGÉS PAGE 255

Généralités

► **DÉFINITION 1.** Un **nombre décimal** est un nombre que l'on peut écrire avec un nombre fini de chiffres et une virgule.

EXEMPLES :

2,37 ; 5 (=5,0) sont des nombres décimaux.

► **DÉFINITIONS 2.** Le résultat d'une addition est appelé une **somme** ; le résultat d'une soustraction est appelé une **différence**.

EXEMPLES :

$5,7 + 3,12 = 8,82$; $5,32 - 2,5 = 2,82$.

↑ termes ↑ somme ↑ termes ↑ différence

► **PROPRIÉTÉ.** Dans une **suite d'additions**, on peut effectuer les calculs dans l'ordre que l'on veut.

Attention!
Cette propriété est fautive pour la soustraction.

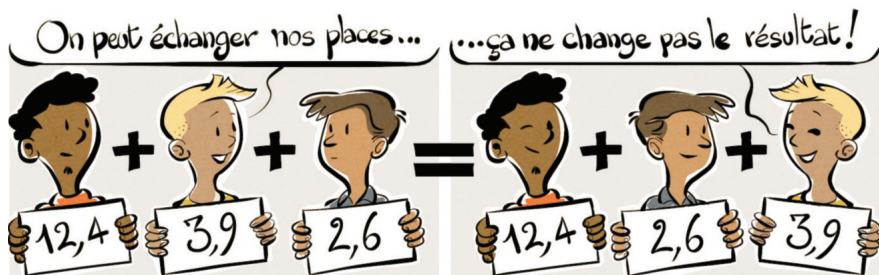
EXEMPLE : Pour effectuer $12,4 + 3,9 + 2,6$, on peut :

- commencer par effectuer $12,4 + 3,9$;
- ou commencer par effectuer $3,9 + 2,6$;
- ou commencer par effectuer $12,4 + 2,6$.

Ce dernier regroupement facilite le calcul, car $12,4 + 2,6 = 15$.

On obtient donc :

$$12,4 + 3,9 + 2,6 = (12,4 + 2,6) + 3,9 = 15 + 3,9 = 18,9.$$



La méthode

Additionner, soustraire des nombres décimaux en posant l'opération

► **ÉTAPE 1.** On écrit les termes de l'addition ou de la soustraction, **les uns en dessous des autres** (en colonne), en alignant verticalement les virgules, les chiffres des unités, etc.

► **ÉTAPE 2.** On **effectue** l'addition ou la soustraction des chiffres, en n'oubliant pas les retenues.

Ajoute si nécessaire une virgule et des zéros à la fin de la partie décimale.

► **ÉTAPE 3.** On place la **virgule au résultat**.

EXEMPLES : Calculer $345,2 + 7,92$ et $125 - 6,21$.

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{1} \textcircled{1} \\
 345,20 \\
 + 7,92 \\
 \hline
 353,12
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1} \\
 125,00 \\
 - 6,21 \\
 \hline
 118,79
 \end{array}$$



Entraîne-toi !

1 Additionner des nombres décimaux

Effectue ces additions en posant l'opération en colonne :

a) $123,98 + 47,5$ b) $67 + 258,91$ c) $59,78 + 89$

2 Soustraire des nombres décimaux

Effectue ces soustractions en posant l'opération en colonne :

a) $256,12 - 3,5$
 b) $56 - 15,47$
 c) $256,59 - 49$

3 Résoudre un problème

Samedi, Pierre a dépensé 25,20 €, soit 7,12 € de plus que Samir. Combien Samir a-t-il dépensé ?

→ CORRIGÉS PAGE 255

Multiplication de nombres décimaux ^{6^e}

Vocabulaire

► **DÉFINITIONS.** Le résultat d'une multiplication est appelé **produit**. Les nombres que l'on multiplie sont appelés **facteurs**.

EXEMPLE : $6,8 \times 3,4 = 23,12$.

facteurs produit

Les méthodes

1 Multiplier deux nombres décimaux

EXEMPLE : Multiplier 4,48 par 2,3.

Étapes	Solution
1 On effectue la multiplication sans tenir compte des virgules.	$ \begin{array}{r} 4,48 \\ \times 2,3 \\ \hline 1344 \\ 896 \\ \hline 10,304 \end{array} $ <p>2 chiffres dans la partie décimale</p> <p>1 chiffre dans la partie décimale</p> <p>2 + 1 = 3 chiffres dans la partie décimale du résultat</p>
2 On additionne le nombre de chiffres des parties décimales des deux facteurs.	
3 On place la virgule au résultat pour que sa partie décimale possède un nombre de chiffres égal au nombre obtenu à l'étape 2.	

2 Multiplier un nombre décimal par 10 ; 100 ou 1000

► **PROPRIÉTÉ 1.** Pour multiplier un nombre décimal par 10 ; 100 ou 1 000, on décale la virgule de 1 ; 2 ou 3 rangs **vers la droite** en ajoutant, si nécessaire, des zéros.

EXEMPLES :

$$4,85 \times 10 = 48,5 \quad 12,379 \times 1\,000 = 12\,379, = 12\,379$$

1 zéro → On décale la virgule de 1 rang à droite.

3 zéros → On décale la virgule de 3 rangs à droite. Ici, on peut l'enlever.

$$3,9 \times 100 = 390$$

2 zéros → On décale la virgule de 2 rangs à droite. On ajoute donc 1 zéro.

3 Multiplier un nombre décimal par 0,1; 0,01 ou 0,001

► **PROPRIÉTÉ 2.** Pour multiplier un nombre décimal par 0,1; 0,01 ou 0,001, on décale la virgule de 1, 2 ou 3 rangs **vers la gauche** en ajoutant, si nécessaire, des zéros.

EXEMPLES : $975,64 \times 0,01 = 9,7564$ $4,51 \times 0,001 = 0,00451$

► **CONSÉQUENCE.** Diviser un nombre décimal par 10 ; 100 ou 1 000 revient à le multiplier par 0,1 ; 0,01 ou 0,001.

EXEMPLES : $123,5 : 100 = 123,5 \times 0,01 = 1,235$
 $58,3 : 1\,000 = 58,3 \times 0,001 = 0,0583$

**Entraîne-toi !****1 Multiplier deux nombres décimaux**

Pose les multiplications suivantes :

a) $67,86 \times 5,4$ b) $58,07 \times 2,035$ c) $93,7 \times 0,68$

2 Multiplier un nombre décimal par 10; 100 ou 1 000

Calcule : a) $12,856 \times 10$ b) 156×100

c) $12,48 \times 100$ d) $1,3 \times 1000$

3 Multiplier un nombre décimal par 0,1; 0,01 ou 0,001

Calcule : a) $752,45 \times 0,01$ b) $946 \times 0,1$ c) $57,8 \times 0,001$

d) $240 \times 0,001$ e) $25\,000 \times 0,01$

→ CORRIGÉS PAGE 256

Division décimale 6^e par un nombre entier

1 Quotient décimal

► **DÉFINITIONS.** Étant donné deux nombres décimaux a et b ($b \neq 0$), on appelle **quotient (décimal)** de a par b le nombre c tel que :

$$a = b \times c$$

L'opération qui, à deux nombres décimaux, associe leur quotient décimal est appelée **division décimale**.

a est appelé le **dividende** et b le **diviseur**.

EXEMPLES :

► $2,4 \times 2,3 = 5,52$ donc le quotient de 5,52 par 2,4 est 2,3.

► Le quotient de la division décimale de 14 par 4 est 3,5 car $14 = 4 \times 3,5$.

En revanche, le quotient de la division euclidienne de 14 par 4 est 3 (reste 2), car $14 = 4 \times 3 + 2$.

Attention!

Si a et b sont deux nombres entiers ($b \neq 0$), il y a **deux quotients possibles** :

- celui de la division décimale ;
- celui de la division euclidienne (voir fiche 1).

2 Valeur approchée à l'unité près, au dixième près, etc.

► Le quotient de deux nombres décimaux n'est pas toujours un nombre décimal. Dans ce cas, on donne généralement une **valeur approchée** de ce quotient.

EXEMPLES :

Le quotient de 26 par 11 est égal à 2,363636...

► Valeur approchée **à l'unité près** de ce nombre : 2 ou 3.

► Valeur approchée **au dixième** (ou à 0,1) **près** de ce nombre : 2,3 ou 2,4.

La méthode

Calculer le quotient décimal d'un décimal par un entier

EXEMPLE : Calculer le quotient décimal de 664,5 par 25.

Étapes	Solution
<p>1 On effectue la division de la partie entière en appliquant la technique de la division euclidienne (voir fiche 1).</p>	$ \begin{array}{r} \overline{664,50} \quad \quad 25 \\ \underline{-50} \\ 164 \\ \underline{-150} \\ 145 \\ \underline{-125} \\ 200 \\ \underline{-200} \\ 0 \end{array} $
<p>2 On place une virgule au quotient et on abaisse le chiffre des dixièmes du dividende.</p>	
<p>3 On poursuit la division en continuant d'abaisser les autres chiffres du dividende. S'il n'y a plus de chiffre au dividende, on abaisse des zéros.</p>	

Le quotient de 664,5 par 25 est égal à 26,58.

Entraîne-toi !

Calculer le quotient décimal d'un décimal par un entier

Calcule :

- le quotient décimal de 332,1 par 27 ;
- une valeur approchée à 0,1 près du quotient de 1 250 par 345 ;
- le quotient décimal de 30,4 par 5 ;
- une valeur approchée à 0,01 près du quotient de 129,7 par 17.

→ CORRIGÉS PAGE 256



Nombres relatifs : repérage sur une droite graduée et dans le plan

5^e

Nombres décimaux relatifs

► **DÉFINITION 1.** Les nombres décimaux positifs (supérieurs à 0) et les nombres décimaux négatifs (inférieurs à 0) constituent les **nombres décimaux relatifs**.

EXEMPLES :

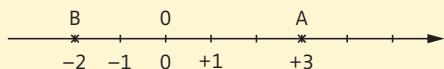
– 632 ; +8 ; – 13,8 sont des nombres décimaux relatifs.

Les méthodes

1 Se repérer sur une droite graduée

► **DÉFINITION 2.** Sur une droite graduée, on peut associer un point à chaque nombre décimal relatif. Ce nombre décimal relatif est appelé **abscisse** du point.

EXEMPLES :



- L'abscisse de A est +3. On note A (+3) ou A (3).
- De même, on a B (–2).

Tu peux enlever le signe + devant un nombre positif.

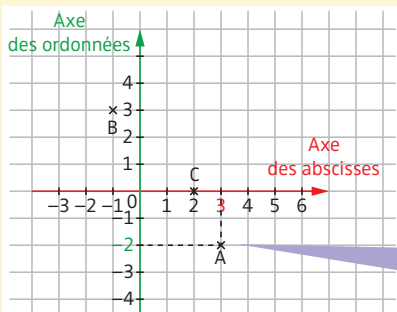
2 Se repérer dans le plan

► **DÉFINITIONS 3.** Dans un repère du plan, la position d'un point est déterminée par deux nombres :

- le premier est lu sur l'axe horizontal : c'est l'**abscisse** du point ;
- le second est lu sur l'axe vertical : c'est l'**ordonnée** du point.

Ces deux nombres constituent les **coordonnées** du point.

EXEMPLES :



Chaque point est repéré par ses coordonnées :
A (abscisse ; ordonnée)

- ▶ Les coordonnées de A sont (3 ; -2) et on note A (3 ; -2).
- 3 est l'abscisse de A, -2 est son ordonnée.
- ▶ De même, on a B (-1 ; 3) et C (2 ; 0).

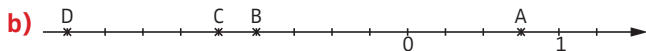
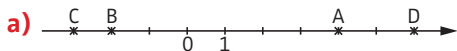


Entraîne-toi !

1 Se repérer sur une droite graduée

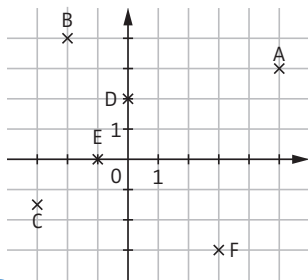
Sur chacune des deux droites graduées ci-dessous :

- ▶ donne les abscisses des points A, B, C et D ;
- ▶ place le point E $\left(-\frac{1}{2}\right)$.



2 Se repérer dans le plan

- a) Donne les coordonnées des points A, B, C, D, E et F du repère ci-contre.
- b) Trace un repère et place les points :
- | | |
|-----------------|-------------|
| A (2 ; 3) | B (0 ; -1) |
| C (-2,5 ; -0,5) | D (3,5 ; 0) |



CORRIGÉS PAGE 256

Comparaison des nombres relatifs

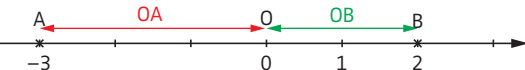
6^e 5^e

Distance à zéro

► **DÉFINITION.** La **distance à zéro** d'un nombre décimal relatif est la distance, sur la droite graduée, entre le point qui a ce nombre pour abscisse et le point d'abscisse 0.

Attention!
Une distance à zéro est toujours un nombre positif.

EXEMPLES :



- La distance à zéro de -3 est la longueur OA, c'est-à-dire 3.
- La distance à zéro de $+2$ est la longueur OB, c'est-à-dire 2.

La méthode

Comparer deux nombres décimaux relatifs

Si les deux nombres sont positifs **6^e**

- S'ils ont des **parties entières différentes**, alors le plus grand est celui qui a la plus grande partie entière.
- Si les **parties entières** sont **égales**, on compare les chiffres des dixièmes; s'ils sont égaux, on compare les chiffres des centièmes, etc.

EXEMPLES : $3,2 < 6,8$; $3,2 > 3,16$.

Si l'un des nombres est positif et l'autre négatif **5^e**

Un nombre positif est **toujours plus grand** qu'un nombre négatif.

EXEMPLE :

Comparer -2 et 1 .
 $-2 < 0$ et $1 > 0$
donc $-2 < 1$.

Si les deux nombres sont négatifs **5^e**

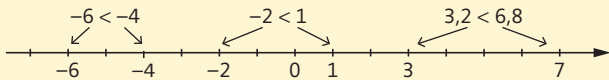
Quand deux nombres sont négatifs, le plus grand est celui qui a la **plus petite distance à 0**.

EXEMPLE :

Comparer -6 et -4 .
► La distance à zéro de -6 est 6.
► La distance à zéro de -4 est 4.
 $6 > 4$ donc $-6 < -4$.

► Pour mieux comprendre ces propriétés, on peut faire le lien avec une **droite graduée**.

Sur une droite graduée, plus un nombre est à droite plus il est grand.



Entraîne-toi !

5^e

1 Déterminer une distance à zéro

Donne les distances à zéro des nombres relatifs suivants :

+17,2 -3,6 +496 -32 0

2 Comparer deux nombres décimaux relatifs

Remplace les pointillés par $<$ ou $>$:

6^e

a) 13,2..... 13,15 7,05 7,005 17,59 19,1

5^e

b) -1 12 -28 -29 -5,13 -5,12
78 -78 -2,7 -2,65 -5 0

5^e

3 Ranger dans l'ordre croissant ou décroissant

a) Range dans l'ordre croissant ces nombres relatifs :

-18 27 -15 89 15 -21 -1

b) Range dans l'ordre décroissant ces nombres relatifs :

-5,42 5,54 -5,402 6,48 5,5 -8 -6,44 -5,412

Rappel

► **Ordre croissant :**
du plus petit au plus grand.
► **Ordre décroissant :**
du plus grand au plus petit.

5^e

4 Trouver des nombres relatifs

Trouve, si possible :

- un nombre négatif plus grand que -2 ;
- un nombre plus petit que -15 et plus grand que -20 ;
- un nombre plus petit que -7 et plus grand que -5 .

Addition et soustraction de deux nombres relatifs

Opposé d'un nombre relatif

► **DÉFINITION.** Deux nombres décimaux relatifs qui ont la même distance à zéro (voir fiche 8) et qui sont de signes contraires sont des nombres décimaux **opposés**.

| **EXEMPLE :** + 4,3 et - 4,3 sont des nombres décimaux opposés.

► **PROPRIÉTÉ.** La **somme de deux nombres opposés** est toujours égale 0.

| **EXEMPLE :** (+ 4,3) + (- 4,3) = 0.

Les méthodes

1 Additionner deux nombres relatifs

Les deux nombres sont-ils de **même signe** ?

Oui

Non

1 On **additionne** les distances à zéro des deux nombres.

2 On met, devant le résultat, le **signe commun** aux deux nombres.

EXEMPLE :

$$(-8) + (-9) = (-17).$$

On additionne 8 et 9 et on met le signe - qui est commun à -8 et -9.

1 On **soustrait** la plus petite distance à zéro à la plus grande.

2 On met, devant le résultat, le **signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro**.

EXEMPLE :

$$(-15) + (+8) = (-7).$$

On soustrait 8 à 15 et on met le signe -, car c'est le signe de -15 et $15 > 8$.

2 Soustraire deux nombres relatifs

► **RÈGLE.** Pour soustraire un nombre relatif, on **ajoute son opposé**.

EXEMPLE : $(+4) - (+9) = (+4) + (-9) = (-5)$.

opposé

Le signe - devient +.



Entraîne-toi !

1 Additionner deux nombres relatifs

a) Calcule de tête (sans calculatrice) :

$$(-5) + (-12) \quad (+17) + (-24) \quad (-15) + (+19)$$

$$(-2,3) + (-4,8) \quad (-12) + (+12) \quad (+11) + (+24)$$

$$(+19) + (-21)$$

b) Trouve dans chacun des cas suivants le nombre manquant :

$$(+5) + \dots = (-14) \quad (-5) + \dots = (-11)$$

2 Soustraire deux nombres relatifs

a) Détermine l'opposé des nombres décimaux relatifs suivants :

$$(-5) \quad (+8) \quad (+12,4) \quad (-1,78) \quad (-98500)$$

b) Calcule :

$$(-5) - (+13) \quad (-3) - (-10) \quad (+15,3) - (-17,4)$$

$$(+12,9) - (+5,4) \quad (+8) - (-8) \quad (-11) - (-9)$$

c) Trouve dans chacun des cas suivants le nombre manquant :

$$(-8) - \dots = (-3) \quad (+3) - \dots = (-6)$$

→ CORRIGÉS PAGE 257

Les méthodes

1 Écrire plus simplement une suite d'additions et de soustractions de nombres relatifs

► **RÈGLE 1.** Dans une **suite d'additions** de nombres relatifs, on peut supprimer :

- les signes d'addition et les parenthèses autour de chaque nombre ;
- le signe d'un nombre positif écrit en début de calcul.

Attention !
Ne supprime pas les parenthèses encadrant un calcul.

EXEMPLE :

$$\begin{aligned} (+12) + (-16) + (+2) &= (+12) + (-16) + (+2) \\ &= 12 - 16 + 2 \end{aligned}$$

► **RÈGLE 2.** On peut aussi **simplifier les soustractions** de nombres relatifs. Il suffit de les remplacer par « l'addition de l'opposé » (voir fiche 9).

EXEMPLE :

$$(+3) + (-5) - (-7) = (+3) + (-5) + (+7) = 3 - 5 + 7$$

Entraîne-toi à passer directement à l'écriture simplifiée, sans passer par l'étape intermédiaire consistant à remplacer les soustractions par des « additions de l'opposé ».

2 Calculer une suite d'additions de nombres relatifs

EXEMPLE 1 : Addition de deux termes.

$$A = -6 + 3$$

$$B = -5 - 4$$

$$A = (-6) + (+3)$$

$$B = -5 + (-4)$$

$$A = -3$$

$$B = -9$$

► Au début, tu peux remplacer les parenthèses, puis effectuer les additions.
► Par la suite, entraîne-toi à effectuer ces calculs directement sans passer par l'étape en italique.

EXEMPLE 2 : Additions d'au moins trois termes.

$$C = -6 + 12 + 21 - 10 - 21 + 2$$

Étapes	Solution
<p>1 Si l'expression comprend deux nombres opposés, on les supprime, puisque leur somme est égale à 0 (voir fiche 9).</p>	<p>1 $C = -6 + 12 + \cancel{21} - 10 - \cancel{21} + 2$</p>
<p>2 Pour simplifier le calcul, il est conseillé de regrouper les termes positifs d'une part, et les termes négatifs d'autre part.</p>	<p>2 $C = -6 - 10 + 12 + 2$</p> <p>Attention ! Quand tu déplaces un terme, déplace bien aussi le signe placé devant ce terme.</p>
<p>3 On effectue la somme des termes positifs, la somme des termes négatifs, puis on termine le calcul.</p>	<p>3 $C = -16 + 14$ $C = -2$</p>



Entraîne-toi !

1 Simplifier une suite d'additions de nombres relatifs

Écris plus simplement ces expressions (sans les calculer) :

a) $(-8) + (-4) + (+9)$

b) $(+9) + (+7) + (-14) + (-19)$

c) $(+2,3) + (-7,8) + (-9,1)$

d) $(-2) - (-3) + (-7) - (-8)$

2 Calculer des additions et soustractions de nombres relatifs

Calcule les expressions suivantes :

A = $-7 + 10$

B = $-9 - 4$

C = $10 - 15$

D = $2 - 3 - 8 + 4$

E = $-45 + 12 - 3 + 45 - 17 + 11$

F = $-5 + 7 - 8 - 9 - 4 + 11$

G = $(-3) + (+5) + (-7) + (-8)$

H = $(-2) - (-4) - (+5) + (+3)$

→ CORRIGÉS PAGE 258

Les méthodes

1 Déterminer le signe d'un produit (règle des signes)

► **RÈGLE 1.** Pour déterminer le **signe d'un produit**, on compte le nombre de facteurs négatifs :

- si ce nombre est **pair**, le produit est **positif**;
- si ce nombre est **impair**, le produit est **négatif**.

EXEMPLE : Déterminer le signe de $(-7) \times (+2) \times (-5) \times (+4) \times (-9)$.

Il y a 3 facteurs négatifs, 3 est impair, donc le produit est négatif.

2 Multiplier des nombres relatifs

► **RÈGLE 2.** Pour **multiplier** plusieurs nombres relatifs :

► **ÉTAPE 1.** On détermine le **signe du produit** en appliquant la règle des signes (voir règle 1).

► **ÉTAPE 2.** On **multiplie** les distances à zéro (voir fiche 8).

EXEMPLE : $A = (-2) \times (-3) \times (+2) \times (-5) \times (-2) \times (-1)$

$$A = (-2) \times (-3) \times (+2) \times (-5) \times (-2) \times (-1)$$

$$A = -120$$

► **Étape 1.** Il y a 5 facteurs négatifs, 5 est impair, donc le résultat est négatif.

► **Étape 2.** On calcule le produit des distances à zéro : $2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2 \times 1 = 120$.

D'abord, compte les facteurs négatifs pour trouver le signe du produit.



3 Diviser deux nombres relatifs

► **RÈGLE 3.** Pour **diviser deux nombres relatifs** :

► **ÉTAPE 1.** On détermine le **signe du quotient** en appliquant la règle des signes de la multiplication (voir règle 1).

► **ÉTAPE 2.** On **divise** les distances à zéro.

EXEMPLE : $B = (-12) : (+4) = -3$.

► Étape 1 : Il y a 1 facteur négatif, 1 est impair, donc le résultat est négatif.

► Étape 2 : On divise ensuite les distances à zéro et $12 : 4 = 3$.



Entraîne-toi !

1 Déterminer le signe d'un produit

Détermine le signe de chaque produit, en justifiant ta réponse :

a) $(-78) \times (+2)$

b) $(-2) \times (-12,1) \times (-1,7) \times (-2,3) \times (+3,2)$

c) $(-5) \times (-22,1) \times (-15) \times (+9,4)$

2 Multiplier des nombres relatifs

Calcule (sans utiliser de calculatrice) :

$$A = (-2,4) \times (-5)$$

$$B = (-2,5) \times (+3) \times (-4)$$

$$C = (-6) \times (+2) \times (-1) \times (+5) \times (-3) \times (+1)$$

$$D = (-100) \times (+2) \times (-1) \times (-6) \times (-3)$$

3 Diviser deux nombres relatifs

Calcule (sans utiliser de calculatrice) :

$$E = (-63) : (-7) \quad F = (+4,6) : (-2) \quad G = \frac{-35}{-5}$$

Rappel

Une fraction est un quotient (voir fiche 13).


Les méthodes
1 Effectuer un calcul sans parenthèses 5^e

► **RÈGLE 1.** Dans un calcul sans parenthèses, contenant uniquement des additions et des soustractions, on effectue les calculs **de gauche à droite**, ou on **regroupe les termes positifs et les termes négatifs** (voir fiche 10).

EXEMPLE : Calculer l'expression $A = 12 - 8 + 5 - 2$.

► **De gauche à droite**

$$A = 12 - 8 + 5 - 2$$

$$A = 4 + 5 - 2$$

$$A = 9 - 2$$

$$A = 7$$

► **Regroupement des positifs et des négatifs**

$$A = 12 + 5 - 8 - 2$$

$$A = 17 - 10$$

$$A = 7$$

► **RÈGLE 2.** Dans un calcul sans parenthèses, on effectue **d'abord les multiplications et divisions**, puis les additions et soustractions.

EXEMPLE : $B = 4 + 5 \times 3$

$$B = 4 + 15$$

$$B = 19$$

Commence par effectuer la multiplication.

2 Effectuer un calcul avec parenthèses 5^e

► **RÈGLE 3.** Dans un calcul avec parenthèses (ou crochets), on effectue d'abord les **calculs entre parenthèses**, en commençant par celles qui sont les plus intérieures.

EXEMPLES : $C = 20 - (3 + 2)$

$$C = 20 - 5$$

$$C = 15$$

Commence par effectuer le calcul entre parenthèses.

$D = 15 - [9 - (4 + 3)]$

$$D = 15 - [9 - 7]$$

$$D = 15 - 2 = 13$$

Commence par effectuer le calcul correspondant aux parenthèses les plus intérieures.

3 Effectuer un calcul avec des puissances ^{4^e}

► **RÈGLE 4.** En l'absence de parenthèses, on commence par effectuer les **puissances** avant les autres opérations.

EXEMPLE : $E = 6 + 3 \times 2^3$

$$E = 6 + \underbrace{3 \times 8}$$

$$E = 6 + \underbrace{24}$$

$$E = 30$$

Comme il n'y a pas de parenthèses, commence par effectuer la puissance (voir fiche 18).

Applique ensuite les règles 1 et 2.



Entraîne-toi !

1 Effectuer un calcul sans parenthèses

5^e

a) Calcule : $A = 35 - 14 + 12$

$B = 3 + 7 \times 4$

$C = 4 \times 9 - 2 \times 6$

$D = 9 + 48 : 6$

4^e

b) Calcule : $E = -9 + 5 \times (-3)$

$F = 12 - 63 : (-7)$

2 Effectuer un calcul avec parenthèses

5^e

a) Calcule : $G = -12 - (-8 + 11) + (-2 - 3)$

$H = 5 \times (9 - 3) - 3$

$I = 6 \times [10 - (11 - 2 \times 3)]$

4^e

b) Calcule : $J = (5 - 9) \times (-7 - 2)$

$K = -2 \times [12 + 2 \times (-4)]$

4^e

3 Effectuer un calcul avec des puissances

Calcule : $L = 6 + 4^3$

$M = 12 + 8 \times 3^2$

→ CORRIGÉS PAGES 258-259

Les méthodes

1 Utiliser les fractions

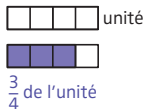
Une **fraction** $\frac{a}{b}$ (a et b deux entiers avec $b \neq 0$) est :

une mesure d'un partage

Prendre les $\frac{a}{b}$ d'une grandeur, c'est partager cette grandeur en b parties égales et en prendre a .

EXEMPLE :

Colorier les $\frac{3}{4}$ de la bande unité.



un quotient

$$\frac{a}{b} = a : b$$

(voir fiche 6).

EXEMPLE :

$$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75.$$

un opérateur

Prendre les $\frac{a}{b}$ d'un nombre c , c'est calculer $\frac{a}{b} \times c$.

EXEMPLE :

Les $\frac{3}{4}$ de 120, c'est $\frac{3}{4} \times 120$.

Dans la fraction $\frac{a}{b}$, a est le **numérateur** et b est le **dénominateur**.

2 Calculer la fraction $\frac{a}{b}$ d'un nombre c ($\frac{a}{b} \times c$)

► On applique l'une de ces **trois méthodes** :

► Calculer $(a : b) \times c$. $\frac{3}{4} \times 120 = (3 : 4) \times 120 = 0,75 \times 120 = 90$.

► Calculer $(a \times c) : b$. $\frac{3}{4} \times 120 = (3 \times 120) : 4 = 360 : 4 = 90$.

► Calculer $a \times (c : b)$. $\frac{3}{4} \times 120 = 3 \times (120 : 4) = 3 \times 30 = 90$.

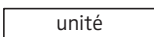
Retiens que $\frac{a}{b} \times b = a$. En effet, $\frac{a}{b} \times b = a \times (b : b) = a \times 1 = a$.



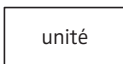
Entraîne-toi !

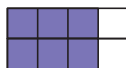
1 Mesurer un partage avec des fractions

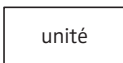
Dans chaque cas, dis quelle fraction de l'unité a été coloriée.

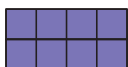
a) 



b) 



c) 



Attention !

La fraction peut être supérieure à 1

2 Construire un partage avec des fractions

Soit [AB] le segment ci-dessous :



a) Trace un segment [CD] qui a pour longueur $\frac{5}{6}$ de AB.

b) Trace un segment [EF] qui a pour longueur $\frac{7}{6}$ de AB.

3 Passer d'une fraction à un nombre à virgule, et inversement

a) Quand c'est possible, écris la fraction sous forme d'un nombre décimal :

$$\frac{2}{5} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{27}{4} \quad \frac{2}{3}$$

b) Écris sous la forme d'une fraction :

0,4 2,73 12,05

4 Calculer la fraction d'un nombre

Calcule en utilisant la méthode la plus adaptée.

a) $\frac{4}{7}$ de 28 b) $\frac{3}{7}$ de 7 c) $\frac{3}{9}$ de 6 d) $\frac{20}{5}$ de 17

Les méthodes

1 Reconnaître et produire des fractions égales 5^e

► **RÈGLE.** On obtient une **fraction égale** si l'on multiplie (ou si l'on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Soient a , b et k trois nombres relatifs (avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$), alors :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$$

EXEMPLES : $\frac{5}{8} = \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24}$ $\frac{27}{63} = \frac{27 : 9}{63 : 9} = \frac{3}{7}$

2 Réduire des fractions au même dénominateur 5^e 4^e

Le dénominateur de l'une des fractions est-il un **multiple** du dénominateur de l'autre ?

Oui 5^e

On écrit les deux fractions avec ce dénominateur.

EXEMPLE : Réduire $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{12}$ au même dénominateur.

Comme 12 est un multiple de 3,

on transforme $\frac{2}{3}$ pour qu'elle

ait 12 comme dénominateur :

$$12 = 3 \times 4$$

$$\text{donc } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}.$$

Les deux fractions cherchées sont

$$\frac{8}{12} \quad \text{et} \quad \frac{5}{12}.$$

Non 4^e

On cherche un dénominateur commun, en écrivant les premiers multiples non nuls des deux dénominateurs.

EXEMPLE : Réduire $\frac{4}{15}$ et $\frac{7}{40}$ au même dénominateur.

► Multiples de 15 → 15 ; 30 ; 45 ; 60 ; 75 ; 90 ; 105 ; **120**.

► Multiples de 40 → 40 ; 80 ; **120**.

$$\frac{4}{15} = \frac{4 \times 8}{15 \times 8} = \frac{32}{120}$$

$$\text{et } \frac{7}{40} = \frac{7 \times 3}{40 \times 3} = \frac{21}{120}.$$

Les deux fractions cherchées sont

$$\frac{32}{120} \quad \text{et} \quad \frac{21}{120}.$$

3 Comparer deux fractions 5^e 4^e

► **MÉTHODE 1.** On cherche un **dénominateur commun** (voir méthode 2 de la page 38), puis on compare les numérateurs.

EXEMPLE : Comparer $\frac{8}{12}$ et $\frac{3}{4}$.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}. \text{ On a } 8 < 9, \text{ donc } \frac{8}{12} < \frac{9}{12}. \text{ D'où } \frac{8}{12} < \frac{3}{4}.$$

► **MÉTHODE 2.** On peut **calculer** ou **estimer** des quotients.

EXEMPLES : ► $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$, car $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$ et $\frac{7}{10} = 7 : 10 = 0,7$.

► $\frac{152}{137} > \frac{856}{1365}$, car $\frac{152}{137} > 1$ et $\frac{856}{1365} < 1$.



Entraîne-toi !

5^e

1 Reconnaître et produire des fractions égales

Complète par le nombre qui convient.

$$\frac{2}{3} = \frac{\dots}{9} \quad \frac{9}{7} = \frac{45}{\dots} \quad \frac{24}{40} = \frac{\dots}{5} \quad \frac{16}{12} = \frac{\dots}{3}$$

5^e

a) $\frac{3}{8}$ et $\frac{5}{4}$ $\frac{2}{33}$ et $\frac{5}{11}$ 9 et $\frac{5}{6}$

À noter

$$9 = \frac{9}{1}$$

4^e

b) $\frac{5}{12}$ et $\frac{11}{30}$ $\frac{7}{15}$ et $\frac{2}{9}$

5^e

3 Comparer des fractions

Complète avec < ou >.

a) $\frac{3}{7} \dots \frac{12}{21}$ $\frac{51}{63} \dots \frac{7}{9}$ $\frac{13}{20} \dots \frac{3}{5}$

4^e

b) $\frac{5}{12} \dots \frac{7}{18}$ $\frac{36}{37} \dots \frac{48}{47}$ $\frac{13}{2} \dots \frac{30}{5}$

À noter

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

$$-\frac{12}{25} \dots -\frac{7}{15}$$

Simplification de fraction

Fraction irréductible

1 Simplification de fraction 5^e

► **DÉFINITION 1.** **Simplifier** une fraction, c'est écrire une fraction qui lui est égale, dont le numérateur et le dénominateur sont plus petits.

2 Fraction irréductible 3^e

► **DÉFINITION 2.** Une fraction **irréductible** est une fraction simplifiée au maximum.

EXEMPLES :

► $\frac{5}{8}$ est une fraction irréductible.

► $\frac{15}{18}$ n'est pas une fraction irréductible, car cette fraction est simplifiable par 3.

Les méthodes

1 Simplifier une fraction 5^e

► Pour simplifier une fraction, on divise son numérateur et son dénominateur par un **diviseur commun** autre que 1 (voir fiche 14).

EXEMPLE : $\frac{21}{28} = \frac{21 : 7}{28 : 7} = \frac{3}{4}$ ou $\frac{21}{28} = \frac{\cancel{7} \times 3}{\cancel{7} \times 4} = \frac{3}{4}$.

21 et 28 sont tous les deux dans la table de 7, donc on peut diviser le numérateur et le dénominateur par 7.
On dit que l'on a **simplifié** $\frac{21}{28}$ par 7.

2 Rendre irréductible une fraction ^{3^e}

► MÉTHODE 1. Simplifier petit à petit

On simplifie progressivement jusqu'à ce que l'on ne puisse plus continuer.

EXEMPLE : Rendre irréductible la fraction $\frac{42}{48}$.

$$\frac{42}{48} = \frac{21 \times \cancel{2}}{24 \times \cancel{2}} = \frac{21}{24} = \frac{7 \times \cancel{3}}{8 \times \cancel{3}} = \frac{7}{8}. \text{ La fraction } \frac{7}{8} \text{ est irréductible.}$$

On aurait aussi pu simplifier directement par 6.

► MÉTHODE 2. Décomposer en produits de facteurs premiers

On décompose le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers (voir fiche 3), puis on simplifie.

EXEMPLE : Rendre irréductible la fraction $\frac{630}{735}$.

$$630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \text{ et } 735 = 3 \times 5 \times 7 \times 7.$$

$$\frac{630}{735} = \frac{2 \times \cancel{3} \times 3 \times \cancel{5} \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times \cancel{5} \times 7 \times \cancel{7}} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}.$$

La fraction $\frac{6}{7}$ est irréductible.



Entraîne-toi !

5^e

1 Simplifier une fraction

a) Simplifie la fraction $\frac{30}{24}$ par 2, et la fraction $\frac{45}{20}$ par 5.

b) Simplifie chaque fraction (sans forcément la rendre irréductible) :

$$\frac{24}{15} \qquad \frac{120}{300} \qquad \frac{32}{8}$$

3^e

2 Rendre irréductible une fraction

Rends irréductible chaque fraction avec la méthode de ton choix.

$$\frac{160}{280} \qquad \frac{945}{195} \qquad \frac{98}{245} \qquad \frac{63}{99} \qquad \frac{315}{1050}$$

→ CORRIGÉS PAGE 260

La méthode

Additionner, soustraire deux fractions

1 Ces deux fractions ont-elles le **même dénominateur** ?

Oui 5^e

Non

On ajoute (ou soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur.

EXEMPLE : Calculer

$$A = \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$$

$$A = \frac{2+3}{7}$$

$$A = \frac{5}{7}$$

Attention ! Quand tu additionnes deux fractions de même dénominateur, il ne faut pas additionner les dénominateurs.

2 Un dénominateur est-il un **multiple de l'autre** ?

Oui 5^e

Non 4^e

On écrit les deux fractions avec ce dénominateur.

EXEMPLE : Calculer

$$B = \frac{1}{3} + \frac{4}{15}$$

15 est un multiple de 3.

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15}$$

$$B = \frac{5}{15} + \frac{4}{15}$$

$$B = \frac{5+4}{15} = \frac{9}{15}$$

$$B = \frac{\cancel{3} \times 3}{\cancel{3} \times 5} = \frac{3}{5}$$

Pense toujours à simplifier le résultat lorsque c'est possible.

On cherche un dénominateur commun, en écrivant les premiers multiples non nuls des deux dénominateurs.

EXEMPLE : Calculer

$$C = \frac{5}{12} - \frac{3}{8}$$

► Multiples de 12 : 12 - **24** - 36 - 48.

► Multiples de 8 : 8 - 16 - **24**.

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \times 2}{12 \times 2} = \frac{10}{24}$$

$$\text{et } \frac{3}{8} = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{9}{24}$$

$$\text{Donc } C = \frac{10}{24} - \frac{9}{24}$$

$$C = \frac{10-9}{24} = \frac{1}{24}$$



Entraîne-toi !

5^e**1 Additionner, soustraire des fractions
de même dénominateur**

Calcule, et simplifie si possible :

$$A = \frac{7}{9} + \frac{4}{9} \quad B = \frac{11}{20} - \frac{9}{20} \quad C = \frac{18}{13} - \frac{6}{13} + \frac{2}{13}$$

Conseil

Avec trois fractions, la méthode est la même.

5^e**2 Additionner, soustraire deux fractions
dont les dénominateurs sont multiples l'un de l'autre**

Calcule, et simplifie si possible :

$$D = \frac{9}{36} + \frac{5}{6} \quad E = \frac{4}{7} - \frac{8}{28}$$

$$F = \frac{4}{3} + \frac{5}{24} \quad G = 3 + \frac{2}{5}$$

4^e**3 Additionner, soustraire plusieurs fractions quelconques**

Calcule, et simplifie si possible :

$$H = \frac{7}{25} - \frac{2}{15} \quad I = \frac{7}{30} + \frac{5}{12}$$

$$J = \frac{1}{4} + \frac{4}{9} \quad K = \frac{3}{2} + \frac{1}{6} - \frac{4}{9}$$

5^e**4 Résoudre un problème**

Ce midi, à la cantine, $\frac{1}{4}$ des élèves ont pris une pomme, $\frac{11}{20}$ des élèves ont pris un kiwi.

Les autres élèves n'ont pris aucun fruit.

Détermine la proportion des élèves (en fraction) qui n'ont pas pris de fruit à la cantine.

Inverse d'un nombre

► **DÉFINITION.** L'**inverse** d'un nombre a non nul est le nombre qui multiplié par a donne 1. C'est $\frac{1}{a}$, car $a \times \frac{1}{a} = 1$.

► **EXEMPLE :** L'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$, car $3 \times \frac{1}{3} = 1$.

► **PROPRIÉTÉ.** L'**inverse d'une fraction** $\frac{a}{b}$ (a et b non nuls) est $\frac{b}{a}$.

► **EXEMPLE :** L'inverse de $\frac{2}{7}$ est $\frac{7}{2}$, car $\frac{2}{7} \times \frac{7}{2} = 1$ (voir méthode 1 ci-dessous).

Les méthodes

1 Multiplier des fractions

► **RÈGLE 1.** Pour **multiplier deux fractions**, il faut multiplier les numérateurs entre eux et multiplier les dénominateurs entre eux. Soient a , b , c et d quatre nombres entiers relatifs (avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$) :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

EXEMPLES : $A = \frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$;

$B = \frac{-11}{3} \times \frac{-5}{-2} = -\frac{11 \times 5}{3 \times 2} = -\frac{55}{6}$;

Attention ! Respecte la règle des signes (voir fiche 11).

$C = \frac{28}{81} \times \frac{45}{21} = \frac{28 \times 45}{81 \times 21} = \frac{4 \times \cancel{7} \times 5 \times \cancel{9}}{9 \times \cancel{9} \times \cancel{7} \times 3} = \frac{4 \times 5}{9 \times 3} = \frac{20}{27}$;

Pense à simplifier avant d'effectuer les multiplications.

$D = 5 \times \frac{3}{7} = \frac{5}{1} \times \frac{3}{7} = \frac{5 \times 3}{1 \times 7} = \frac{15}{7}$;

On a $5 = \frac{5}{1}$.

$$E = \frac{1}{8} \times \frac{3}{2} \times \frac{5}{7} = \frac{1 \times 3 \times 5}{8 \times 2 \times 7} = \frac{15}{112}$$

Pour multiplier plus de deux fractions, la méthode est la même.

2 Diviser deux fractions

► **RÈGLE 2. Diviser par un nombre non nul**, c'est multiplier par l'inverse de ce nombre. Soient a, b, c et d quatre nombres entiers relatifs (avec $b \neq 0, c \neq 0$ et $d \neq 0$) :

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

EXEMPLE : $F = \frac{5}{7} : \frac{4}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{7 \times 4} = \frac{15}{28}$.

Attention ! La première fraction reste inchangée.



Entraîne-toi !

1 Multiplier des fractions

Calcule, et simplifie si possible :

$$A = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$$

$$B = \frac{11}{2} \times \frac{3}{5}$$

$$C = \frac{-3}{-13} \times \frac{-8}{-7}$$

$$D = \frac{18}{14} \times \frac{21}{36}$$

$$E = 6 \times \frac{5}{12}$$

$$F = \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

2 Diviser deux fractions

a) Détermine l'inverse de :

$$8 \quad \frac{37}{15} \quad \frac{1}{5}$$

$$\frac{-3}{7}$$

b) Calcule, et simplifie si possible :

$$G = \frac{2}{3} : \frac{5}{11}$$

$$H = \frac{12}{7} : \frac{6}{5}$$

$$I = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{9}{4}}$$

$$J = \frac{-14}{5} : \frac{20}{-9}$$

$$K = 15 : \frac{5}{2}$$

$$L = \frac{\frac{32}{7}}{8}$$

c) Calcule, et simplifie si possible :

$$M = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{4}{7}$$

$$N = \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) : \left(2 + \frac{1}{4}\right)$$

$$P = \frac{\frac{2}{7} + \frac{5}{6}}{\frac{3}{2} \times \frac{3}{5}}$$

→ CORRIGÉS PAGES 261-262

Mesurer avec des fractions

Ce sont les Sumériens vers 3000 av. J.-C., puis les Égyptiens vers 2500 av. J.-C., qui ont inventé les fractions. Pourquoi ? Car les nombres entiers naturels (0 ; 1 ; 25 ; 130...) ne permettaient ni de mesurer certaines grandeurs, ni de résoudre certains problèmes de partage liés par exemple au commerce ou à l'astronomie.

Comment mesurer une longueur inférieure à l'unité ?

EXEMPLE : Si on prend comme unité la bande bleue, quelle est la mesure de la longueur de la bande verte ?



► On ne peut **pas utiliser un entier** pour mesurer la bande verte, puisqu'elle est moins longue que la bande bleue.

► Mais si on partage la bande bleue unité en 4, la longueur de la bande verte correspond à 3 parts. On dit que la bande verte a une longueur de $\frac{3}{4}$ d'unité. La mesure n'est plus un nombre entier. Elle s'exprime **sous la forme d'une fraction.**



À noter

► **Dénominateur :** en combien de parts égales on a partagé l'unité, ici 4.

► **Numérateur :** le nombre de parts que l'on prend, ici 3.

Comment partager en morceaux de même longueur ?

EXEMPLE : On partage une planche de 3 mètres en 4 morceaux de même longueur. Quelle est la longueur d'un morceau ?


► Si on ne dispose que des **entiers**, on ne peut pas répondre.

► Mais, avec les **fractions**, on peut répondre $\frac{3}{4}$ de mètre.



Dans la mythologie égyptienne, **Horus** est le dieu faucon, fils d'Osiris et d'Isis. Pour venger la mort de son père, il engage le combat contre son oncle Seth.

Ce dernier lui arrache l'œil gauche, le découpe et jette les morceaux dans le Nil.

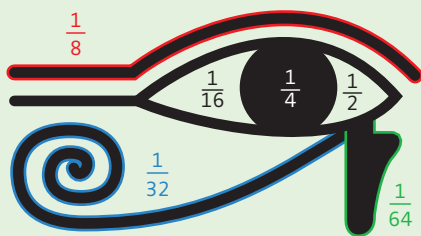
Chacun des fragments de l'œil d'Horus a été associé à une fraction : le sourcil, par exemple,  permettait de représenter

la fraction $\frac{1}{8}$.

À toi de jouer !

L'œil d'Horus

- Additionne les fractions correspondant aux six morceaux de l'œil d'Horus.
- Cherche le lien entre le résultat précédent et le fait que l'œil d'Horus soit considéré comme presque parfait.

5^e

CORRIGÉS PAGE 262

Les méthodes

1 Calculer des puissances d'exposant positif 4^e

► **DÉFINITION 1.** Soient a un nombre et n un nombre entier positif :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}} \quad (n > 1)$$

a^n se lit « a exposant n »
ou « a puissance n ».

On a : $a^1 = a$ et $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)

EXEMPLES : $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$; $532^1 = 532$; $1495^0 = 1$.

► $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$.

► $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$
 $= \frac{1 \times 1 \times 1}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{64}$.

L'exposant porte sur le nombre
entre parenthèses,
donc l'exposant 2 porte sur (-4) ,
et l'exposant 3 sur la fraction $\frac{1}{4}$.

2 Calculer des puissances de 10 4^e

► **DÉFINITION 2.** Soit n un nombre entier positif :

$$10^n = \underbrace{10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}} = \underbrace{0,0 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$$

EXEMPLES : $10^5 = \underbrace{100\,000}_{5 \text{ zéros}}$; $10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = \underbrace{0,0001}_{4 \text{ zéros}}$.

3 Calculer des puissances d'exposant négatif 3^e

► **DÉFINITION 3.** Soit $a \neq 0$ et n un nombre entier : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

EXEMPLE :

$$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{16} = 0,0625.$$

Attention ! Un exposant
négatif ne signifie pas
forcément que le résultat
est négatif (ici $2^{-4} > 0$).

4 Écrire sous forme d'une puissance

► On applique les **définitions** précédentes.

EXEMPLES :

► 4^e $8 \times 8 \times 8 = 8^3$; $10\,000 = 10^4$; $0,01 = 10^{-2}$.

► 3^e $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4} = 3^{-4}$.



Entraîne-toi !

4^e

1 Calculer des puissances de 10 ou d'exposant positif

Calcule et donne le résultat sous la forme d'un nombre décimal ou d'une fraction.

$A = 5^4$ $B = 0^6$ $C = 8956^0$ $D = (-2)^4$ $E = -2^4$

$F = 996^1$ $G = \left(\frac{3}{4}\right)^2$ $H = \left(\frac{-2}{3}\right)^3$ $I = \frac{3^2}{5}$ $J = 0,2^3$

$K = 10^7$ $L = 10^{-2}$ $M = 10^{-1}$ $N = 10^3$



3^e

2 Calculer des puissances d'exposant négatif

Calcule et donne le résultat sous la forme d'un nombre décimal ou d'une fraction.

$P = 3^{-3}$ $Q = (-5)^{-2}$ $R = 4^{-1}$

3 Écrire sous forme d'une puissance

Écris sous la forme d'une puissance :

► $S = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$ $T = 100\,000$ $U = 0,000\,000\,01$

► $V = \frac{1}{8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8}$ $W = \frac{1}{0,3 \times 0,3 \times 0,3 \times 0,3}$

→ CORRIGÉS PAGES 262-263

Notation scientifique et simplification de puissances

Notation scientifique d'un nombre décimal positif

► **DÉFINITION.** La **notation scientifique** (ou **écriture scientifique**) d'un nombre décimal positif est de la forme $a \times 10^n$ avec :

- a nombre décimal positif tel que $1 \leq a < 10$;
- n nombre entier relatif.

EXEMPLE : $3,2 \times 10^4$ est la notation scientifique de 32 000.

Attention!

$0,85 \times 10^3$ n'est pas une notation scientifique, car 0,85 n'est pas compris entre 1 et 10.

Les méthodes

1 Simplifier des produits de puissances

► Pour simplifier l'écriture de produits de puissances, on utilise la **définition** d'une puissance (voir fiche 18) :

$$a^m \times a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_m \times \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{m+n} = a^{m+n}$$

EXEMPLES : ► $A = 3^2 \times 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$.

► $B = 2^8 \times 2^{11} = \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_8 \times \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_{11} = 2^{19}$.

2 Passer d'une notation scientifique à une écriture décimale

► On applique la règle de **priorité** des puissances sur les multiplications (voir fiche 12), la **définition** des puissances de 10 (voir fiche 18), et la **multiplication par 10, 100, 1 000...** ou par 0,1; 0,01; 0,001... (voir fiche 5).

EXEMPLES : ► $C = 2,4 \times 10^4 = 2,4 \times 10\,000 = 24\,000$.

► $D = 8,25 \times 10^{-2} = 8,25 \times 0,01 = 0,0825$.

3 Déterminer la notation scientifique d'un nombre décimal

► **ÉTAPE 1.** On remplace le nombre initial par un **nombre compris entre 1 et 10**, en y plaçant une virgule après le premier chiffre différent de 0.

► **ÉTAPE 2.** On multiplie le nombre obtenu par la **puissance de 10** qui convient pour retrouver le nombre initial.

EXEMPLES : Déterminer la notation scientifique de $E = 235\,000$ et $F = 0,00015$.

$$E = 2,35 \times 10^5$$

Pour passer de 2,35 à 235 000, il faut déplacer la virgule de 5 rangs vers la droite, donc multiplier par 100 000, soit 10^5 (voir fiche 5).

$$F = 1,5 \times 10^{-4}$$

Pour passer de 1,5 à 0,00015, il faut déplacer la virgule de 4 rangs vers la gauche, donc multiplier par 10^{-4} .

► Pour les **préfixes et puissances de 10**, voir à la fin de l'ouvrage.



Entraîne-toi !

1 Simplifier des produits de puissances

Écris ces expressions sous la forme d'une seule puissance :

$$A = 7^2 \times 7^3$$

$$B = 4^5 \times 4^7$$

$$C = 8^{11} \times 8^8$$

$$D = 15 \times 15^7$$

2 Passer d'une notation scientifique à une écriture décimale

Écris sous la forme d'un nombre entier ou décimal :

$$E = 5,1 \times 10^6$$

$$F = 3,24 \times 10^{-4}$$

$$G = 8,94 \times 10^5$$

3 Déterminer la notation scientifique d'un nombre décimal

a) Les nombres suivants sont-ils en notation scientifique ?

$$H = 0,15 \times 10^{-2}$$

$$I = 5,8 \times 6^{10}$$

$$J = 2,7 \times 10^{-5}$$

b) Détermine la notation scientifique des nombres suivants :

$$K = 1530\,000$$

$$L = 0,000\,045$$

$$M = 0,9$$

$$N = 78\,000$$

→ CORRIGÉS PAGE 263

1 Racine carrée

► **DÉFINITION 1.** Soit a un nombre positif. La **racine carrée** de a est le nombre **positif** dont le carré est a .

Ce nombre est noté \sqrt{a} (on lit « racine carrée de a »). On a donc :

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

EXEMPLE :

$\sqrt{16} = 4$, car $4^2 = 16$ et $4 \geq 0$.

Attention!

► $\sqrt{16} \neq -4$, car $-4 < 0$.

Pourtant, $(-4)^2 = 16$.

► On ne peut pas prendre la racine carrée de -16 , car $-16 < 0$.

2 Carré parfait

► **DÉFINITION 2.** Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier.

► Voici la liste des 12 premiers carrés parfaits :

$$1^2 = 1 \quad 2^2 = 4 \quad 3^2 = 9 \quad 4^2 = 16 \quad 5^2 = 25 \quad 6^2 = 36$$

$$7^2 = 49 \quad 8^2 = 64 \quad 9^2 = 81 \quad 10^2 = 100 \quad 11^2 = 121 \quad 12^2 = 144$$

Les méthodes

1 Calculer des racines carrées

- Pour calculer une racine carrée, on peut :
- se référer aux **carrés parfaits** ;
- utiliser la touche $\sqrt{\quad}$ de la **calculatrice** ;
- trouver une valeur approchée en **encadrant** la racine carrée (voir méthode 2).

EXEMPLES : Calculer la valeur exacte ou une valeur approchée de $\sqrt{121}$ et $\sqrt{17}$.

► D'après la liste des carrés parfaits, $11^2 = 121$, donc $\sqrt{121} = 11$.

► 17 n'est pas un carré parfait.

En utilisant la calculatrice, on trouve $\sqrt{17} \approx 4,1$.

2 Encadrer une racine carrée entre deux entiers consécutifs sans utiliser la calculatrice

EXEMPLE : Encadrer $\sqrt{23}$ entre deux entiers consécutifs.

Étapes	Solution
<p>1 Dans la liste des carrés parfaits, on cherche :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▶ le plus grand carré inférieur au nombre sous la racine; ▶ le plus petit carré supérieur au nombre sous la racine. 	<p>1 Liste des carrés parfaits : 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▶ 16 est le plus grand carré inférieur à 23. ▶ 25 est le plus petit carré supérieur à 23.
<p>2 On encadre la racine carrée donnée dans l'énoncé entre les racines carrées des deux carrés parfaits trouvés à l'étape 1.</p>	<p>2 $\sqrt{16} < \sqrt{23} < \sqrt{25}$.</p>
<p>3 On calcule les racines carrées des deux carrés parfaits.</p>	<p>3 $\sqrt{16} = 4$ et $\sqrt{25} = 5$, donc $4 < \sqrt{23} < 5$.</p>



Entraîne-toi !

1 Calculer des racines carrées

Calcule si possible (sans utiliser la calculatrice).

a) $\sqrt{25}$

b) $\sqrt{64}$

c) $\sqrt{0}$

d) $\sqrt{-81}$

e) $-\sqrt{100}$

f) $\sqrt{1}$

g) $(\sqrt{8})^2$

h) $(-\sqrt{16})^2$

2 Encadrer une racine carrée

Encadre ces racines carrées entre deux entiers consécutifs, puis vérifie avec la calculatrice en donnant une valeur approchée.

a) $\sqrt{12}$

b) $\sqrt{71}$

c) $\sqrt{132}$

d) $\sqrt{41}$

→ CORRIGÉS PAGE 263

Utiliser les nombres à virgule et les autres nombres

Les « nombres à virgule » ont été inventés au x^e siècle alors que l'on connaissait les fractions depuis plus de 4 000 ans (voir page 46). Ils permettent de simplifier certaines opérations.

D'où vient la notation actuelle des nombres à virgule ?

À noter

Les fractions décimales sont des fractions dont les dénominateurs sont 1 ; 10 ; 100 ; 1 000...

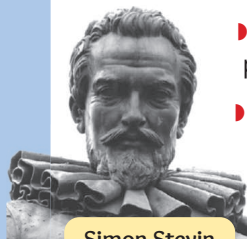
► Pour calculer et mesurer avec précision, les **fractions décimales** sont utilisées depuis le Moyen Âge. Ainsi, on utilise des nombres du type : $2 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{6}{1\,000}$. Mais ces nombres sont longs à écrire.

► Plusieurs tentatives sont faites pour écrire ces nombres **plus simplement**. Par exemple, pour $2 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{6}{1\,000}$:

► le mathématicien arabe Abu'l-Hasan al-Uqlidisi (x^e siècle) propose la notation $2'536$;

► indépendamment, le savant flamand Simon Stevin (1548-1620) propose la notation $2^{\textcircled{0}} 5^{\textcircled{1}} 3^{\textcircled{2}} 6^{\textcircled{3}}$, qui se diffusera rapidement en Occident ;

► on doit au mathématicien écossais John Napier (1550-1617) la notation à virgule : 2,536.



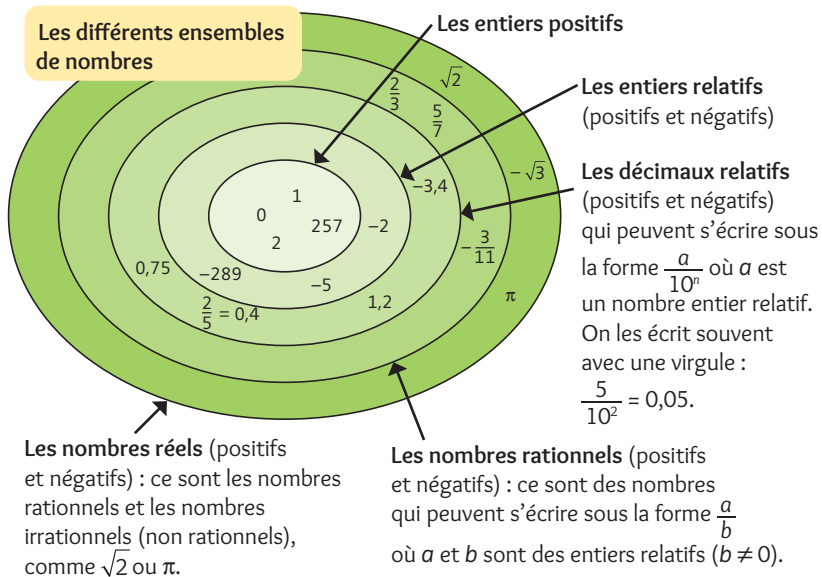
Simon Stevin

Pourquoi utiliser les nombres à virgule ?

► Cette notation facilite l'**addition** de fractions décimales.

EXEMPLE :

Additionner $2 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{6}{1\,000}$ et $13 + \frac{8}{100} + \frac{7}{1\,000}$ revient à additionner 2,536 et 13,087 (voir fiche 4).



Au collège, tu étudies **différents types de nombres** : entiers, décimaux, rationnels (fractions), réels... Tous ces nombres peuvent être positifs ou négatifs. Ces catégories sont incluses les unes dans les autres (un nombre décimal est aussi un nombre rationnel, un nombre entier est aussi un nombre décimal, etc.). Il existe encore d'autres types de nombres, comme les nombres complexes que tu étudieras au lycée.

À toi de jouer !

6^e

Vrai ou faux ?

- a) $6,51 = 6 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$. Vrai Faux
- b) $12 + \frac{5}{10} + \frac{9}{1000} = 12,59$. Vrai Faux
- c) $5,03 = 5 + \frac{3}{100}$. Vrai Faux
- d) 5 est un nombre décimal. Vrai Faux
- e) Trois quarts est un nombre décimal. Vrai Faux

CORRIGÉS PAGES 263-264

Généralités 5^e 4^e sur le calcul littéral

Expression littérale et calcul littéral

► **DÉFINITION.** Une **expression littérale** est une expression qui contient une ou plusieurs lettres qui correspondent à des nombres.

EXEMPLES :

$$4 \times (x+5) - 3x; \quad 5a^2 - 3b; \quad m+7.$$



- Le **calcul littéral** utilise des expressions littérales et permet :
- de résoudre certains **problèmes** (voir fiche 29);
- d'établir et utiliser des **formules** (voir fiches 26 et 30);
- de démontrer des **affirmations** (voir fiche 31).

Les méthodes

1 Utiliser les conventions d'écriture pour écrire plus simplement des expressions littérales 5^e

► **CONVENTIONS.** On peut **supprimer** le signe \times entre, par exemple :

► **un nombre et une lettre**

(lorsque le nombre est placé avant la lettre);

$$3 \times x = 3x$$

► **deux lettres**

(lorsqu'elles sont différentes);

$$a \times b = ab$$

► **un nombre et une parenthèse**

(lorsque le nombre est placé avant la parenthèse);

$$3 \times (x+2) = 3(x+2)$$

► **une lettre et une parenthèse**

(lorsque la lettre est placée avant la parenthèse);

$$a \times (b+2) = a(b+2)$$

► **deux parenthèses.**

$$(a+2) \times (5-a) = (a+2)(5-a)$$

► **REMARQUES.** $1 \times a = a$; $0 \times a = 0$; $(-1) \times a = -a$;
 $a \times a = a^2$; $a \times a \times a = a^3$.

EXEMPLES :

► $5 \times b + 6 \times (b + 11) + 0 \times b = 5b + 6(b + 11)$;

► $0 \times x - 3 \times x + (-1) \times y = -3x - y$;

► $3 \times a \times a = 3a^2$.

Attention ! On n'écrit pas $x3$ mais $3x$ ou $x \times 3$.

2 Calculer la valeur d'une expression littérale pour une valeur de la variable 5^e 4^e

EXEMPLE : Calculer la valeur de $A = 3x + 5(x + 6) - x$ pour $x = 4$.

Étapes	Solution
1 On remplace la lettre (appelée la variable , ici x) par la valeur donnée.	1 $A = 3 \times 4 + 5 \times (4 + 6) - 4$ N'oublie pas de rétablir le signe \times .
2 On effectue les calculs en respectant les règles de priorité (voir fiche 12).	2 $A = 12 + 5 \times 10 - 4$ $A = 12 + 50 - 4$ $A = 58$



Entraîne-toi !

5^e

1 Écrire plus simplement des expressions littérales

Simplifie, quand c'est possible, les expressions suivantes :

a) $t \times m + 5 \times x$;

b) $5 \times x - x \times x + 7 \times (3 \times x - 8)$;

c) $-1 \times b + b \times b + 0 \times b$;

d) $a \times (3 - a)$.

5^e

2 Calculer la valeur d'une expression littérale

a) Calcule la valeur de : $A = 4x - 2(x + 2)$ pour $x = 3$;

$B = x^3 - x^2$ pour $x = 2$; $C = 7x - 5y + 12$ pour $x = 4$ et $y = 3$.

4^e

b) Calcule la valeur de : $D = -2m + 3$ pour $m = 5$;

$E = -2(a - 8)$ pour $a = -3$; $F = 3x^2 - 7x$ pour $x = -2$.

Égalité d'expressions littérales, distributivité simple

Expressions littérales égales

► **DÉFINITION.** Deux expressions littérales sont **égales** si on obtient le même résultat pour chacune d'elles, quelle que soit la valeur donnée à la(aux) lettre(s) de ces expressions.

Les méthodes

1 Tester l'égalité de deux expressions littérales

On remplace la lettre par différentes valeurs. Les deux expressions donnent-elles toujours **le même résultat quelle que soit la valeur** ?

Non

Si on obtient, pour au moins une valeur, des résultats différents, les deux expressions ne sont **pas égales**.

Oui

Si on trouve toujours le même résultat, on cherche à **démontrer l'égalité** des deux expressions en utilisant des propriétés (voir fiches 23 et 24).

EXEMPLE : Soient $A = 5 + 4x$ et $B = 9x$.
Ces deux expressions sont-elles égales ?

Pour $x = 1$, $A = 5 + 4 \times 1 = 5 + 4 = 9$
et $B = 9 \times 1 = 9$.

Mais pour $x = 2$, $A = 5 + 4 \times 2 = 5 + 8 = 13$
et $B = 9 \times 2 = 18$.

$13 \neq 18$, donc A et B ne sont pas égales.

Attention ! Si deux expressions littérales donnent le même résultat pour une valeur particulière de la lettre, on ne peut pas en conclure qu'elles sont égales : on peut simplement dire qu'elles sont égales pour cette valeur.

2 Utiliser la propriété de la distributivité simple

► **DISTRIBUTIVITÉ SIMPLE.** Quels que soient les nombres a , b et c , on a les égalités :

► $a(b+c) = ab+ac$ $a(b-c) = ab-ac$ Développement (voir fiche 23).

EXEMPLES : $3(x+2) = 3x+3 \times 2 = 3x+6$; $(a-3) \times 2 = 2a-6$.

► $ab+ac = a(b+c)$ $ab-ac = a(b-c)$ Factorisation (voir fiche 25).

EXEMPLES : $7a+7 \times 2 = 7(a+2)$; $6+6c = 6 \times 1 + 6c = 6(1+c)$;
 $4a+7a = (4+7)a = 11a$.

► **REMARQUES.** $+(a+b) = a+b$ $+(a-b) = a-b$
 $-(a+b) = -a-b$ $-(a-b) = -a+b$

Justification : $-(a-b) = (-1) \times (a-b) = -a+b$.



Entraîne-toi !

1 Tester l'égalité de deux expressions littérales

Soient $A = x^2 - x$, $B = 2x - 2$, $C = 15 - 7x$ et $D = 8x$.

a) A et B sont-elles égales pour $x = 2$? pour $x = 1$? pour $x = 0$?

Peut-on dire que les expressions A et B sont égales ?

b) Les expressions C et D sont-elles égales ?

2 Utiliser la propriété de la distributivité simple

a) Écris autrement les expressions suivantes en utilisant la propriété de distributivité :

$E = 5(x+3)$ $F = (3-b) \times 2$ $G = -(5-x)$ $H = 4r+6r$

$I = 2,5x+3,2x$ $J = 11b-5b$ $K = 7c+7 \times 1$

b) Calcule mentalement en utilisant la distributivité simple :

$L = 12 \times 8 + 12 \times 92$ $M = 98 \times 25$ $N = 203 \times 15$

Développement, simplification des expressions littérales

5^e

Somme ou produit

► **DÉFINITIONS 1.** Une expression littérale est une **somme** (respectivement un **produit**) si la dernière opération effectuée en respectant les règles de priorité (voir fiche 12) est une somme (respectivement un produit).

EXEMPLES :

- $4x^2 + 7x$ est une somme.
- $3(x+7)$ est un produit.

► **DÉFINITION 2.** Développer, c'est transformer un produit en une somme.



Les méthodes

1 Simplifier des produits 5^e

► On **regroupe** les nombres d'une part, et les termes contenant la variable d'autre part. Puis, on effectue les **calculs**.

EXEMPLE : Simplifier $A = 4x \times 7x$.

$$A = 4 \times x \times 7 \times x = \underline{4 \times 7} \times \underline{x \times x} = 28 \times x^2 = 28x^2.$$

Au début, tu peux réécrire les signes \times .

2 Simplifier des sommes 5^e

► On **regroupe** les termes contenant x^2 , ceux contenant x , et les nombres. Puis, on effectue les **calculs** et les **simplifications**, en utilisant si nécessaire la propriété de distributivité simple (voir fiche 22) pour les sommes contenant x et x^2 .

EXEMPLE : Simplifier $B = 5x^2 + 7x - 3x^2 - 7 + 2x + 3$.

$$B = \underline{5x^2 - 3x^2} + \underline{7x + 2x} - \underline{7 + 3} = 2x^2 + 9x - 4.$$

Attention ! toute somme n'est pas simplifiable.

3 Développer (en utilisant la distributivité simple) et simplifier 4^e

► Pour supprimer des parenthèses dans une expression littérale, on utilise la propriété de la **distributivité simple** (voir fiche 22).

EXEMPLE : Développer et simplifier $C = 5(3x - 2) - (2x - 3)$.

Étapes	Solution
1 On supprime les parenthèses en utilisant la propriété de la distributivité simple.	1 $C = 5(3x - 2) - (2x - 3)$ $C = 5 \times 3x - 5 \times 2 - 2x + 3$
2 On effectue les produits .	2 $C = 15x - 10 - 2x + 3$
3 On regroupe les termes contenant x^2 (s'il y en a), les termes contenant x , et les nombres.	3 $C = 15x - 2x - 10 + 3$
4 On effectue les sommes .	4 $C = 13x - 7$



Entraîne-toi !

5^e

1 Simplifier des produits

Simplifie : $A = 6x \times 3$ $B = 5x \times 3x$ $C = a^2 \times 3a$ $D = 7b \times (-8)$

5^e

2 Simplifier des sommes

Simplifie, si possible : $E = 5a + 6a$ $F = 4 + 6x$
 $G = 4x^2 + 3x$ $H = 5x^2 - 7x + 6 - 3x^2 + 3x - 8$

4^e

3 Développer et simplifier

Développe et simplifie :

$I = 5(2x + 7)$ $J = 3x(2x - 4)$
 $K = 5 + 3(-2x + 5)$ $L = (3x - 2) - (x + 3)$
 $M = 3(x - 7) - 2(x - 3)$

→ CORRIGÉS PAGES 264-265

Double distributivité et identité remarquable

Les méthodes

1 Développer en utilisant la double distributivité

► **DOUBLE DISTRIBUTIVITÉ.** Quels que soient les nombres a , b , c , et d :

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

EXEMPLE : Développer $A = (5 - 2x)(7x - 3)$.

Étapes	Solution
1 On applique la double distributivité .	<p>1 $A = 5 \times 7x - 5 \times 3 - 2x \times 7x - 2x \times (-3)$</p> <p>► N'oublie pas le signe devant le nombre ou la lettre que tu distribues (ici, $-2x$).</p> <p>► Applique la règle du signe d'un produit (voir fiche 11).</p>
2 On effectue les produits .	2 $A = 35x - 15 - 14x^2 + 6x$
3 On simplifie (voir fiche 23).	3 $A = -14x^2 + 41x - 15$

2 Développer en utilisant l'identité remarquable

► **IDENTITÉ REMARQUABLE.** Quels que soient les nombres a et b :

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Cette propriété te permettra d'effectuer plus rapidement certains développements, et surtout de factoriser certaines expressions (voir fiche 25).

EXEMPLE : Développer $B = (2+5x)(2-5x)$.

On reconnaît l'identité remarquable avec $a=2$ et $b=5x$.

$$\text{Donc } B = 2^2 - (5x)^2 = 4 - 5^2 \times x^2 = 4 - 25x^2.$$

Attention ! $b = 5x$ donc $b^2 = (5x)^2 = 25x^2$ et non $5x^2$.
Dans cette dernière écriture, le carré ne porte que sur x (voir règles de priorité, fiche 12).

► **REMARQUE.** Il existe deux autres identités remarquables :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ et } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Elles seront étudiées en classe de seconde.



Entraîne-toi !

1 Développer en utilisant la double distributivité

Développe et simplifie uniquement les expressions pour lesquelles tu peux utiliser la double distributivité.

$$A = (4x+3)(7+5x)$$

$$B = (3x+5) + (4x+7)$$

$$C = (3x-2)(8x-3)$$

$$D = (7-5a)(4+5a)$$

2 Développer en utilisant l'identité remarquable

Développe et simplifie uniquement les expressions pour lesquelles tu peux utiliser l'identité remarquable $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

$$E = (x+5)(x-5)$$

$$F = (7-2x)(7+2x)$$

$$G = (11x+3)(11x+3)$$

$$H = (4-5x) + (4+5x)$$

3 Développer et simplifier

Développe et simplifie :

$$I = (4x+5)(4x+5)$$

$$J = 5x(11x-6) + (2x+3)(2x-3)$$

$$K = (3x-1)(3x+1) - (2x+3)(6x-7)$$

À noter

Pour I, il est possible (mais pas indispensable) de développer en utilisant l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, que tu étudieras en classe de seconde.

Factoriser

► **DÉFINITION.** Factoriser, c'est transformer une somme en un produit.

| **EXEMPLE :** $A = 3x^2 + 4x = x(3x + 4)$. On a factorisé A.

 La méthode

Factoriser une somme

| **EXEMPLES :** Factoriser si possible :

$$B = 5x^2 + 3x \quad C = 9 - 4x^2 \quad D = 25 + x^2$$

1 On observe tous les termes de la somme (ici, B, C et D ont chacune 2 termes). Ces termes contiennent-ils un **facteur commun** ?

Oui 4^e
Pour B

Non 3^e
Pour C et D

On applique la propriété de **distributivité simple**.

$$\boxed{a}b + \boxed{a}c = \boxed{a}(b + c)$$

$$\boxed{a}b - \boxed{a}c = \boxed{a}(b - c)$$

EXEMPLE :

$$B = 5x^2 + 3x = 5x \times \boxed{x} + 3\boxed{x}$$

Donc x est un facteur commun.

$$B = \boxed{x}(5x + 3).$$

2 Peut-on utiliser l'**identité remarquable** $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ (voir fiche 24) ?

Oui
Pour C

Non
Pour D

On utilise l'identité remarquable.

On ne peut pas factoriser.

EXEMPLE :

$$C = 9 - 4x^2 = 3^2 - (2x)^2$$

$$\text{Avec } a = 3 \text{ et } b = 2x$$

$$C = (3 - 2x)(3 + 2x).$$

EXEMPLE :

On ne peut pas factoriser l'expression D.



Entraîne-toi !

4^e**1 Factoriser en utilisant la distributivité simple**

Factorise, quand c'est possible :

$A = 5x^2 - 11x$

$B = 7a + a^2$

$C = 1 + 3b$

$D = 4b^3 - b^2$

$E = 27x^3 + 3x$

$F = 11x^2 + x$

Conseil

Pense à repérer
le facteur commun
à chacun des termes
(lorsqu'il existe).

3^e**2 Factoriser en utilisant l'identité remarquable**

Factorise, quand c'est possible :

$G = x^2 - 16$

$H = 49c^2 - 144$

$I = 16 + x^2$

$J = 1 - x^2$

$K = c^2 - 7$

$L = 3 - x^2$

Conseil

▶ Aide-toi de la liste
des carrés parfaits
(fiche 20).

▶ Pense à utiliser
la racine carrée pour faire
apparaître un carré.

3^e**3 Factoriser une somme**

Factorise, quand c'est possible, en utilisant la méthode de ton choix :

$M = 4x^3 - 3x$

$N = 25x^2 - 11$

$P = 49a^2 + 9$

$Q = 81 - 16d^2$

$R = 49a^2 - 25a$

$S = 121 - 9x^2$

3^e**4 Développer et factoriser**Soit $T = (3x - 1)(x + 9) + x(x - 26)$.

a) Développe T.

b) Factorise T.

À noter

Pour factoriser
une expression, il faut
parfois d'abord
la développer
et la simplifier.

CORRIGÉS PAGES 265-266

Écrire un résultat en fonction de...

► **DÉFINITION.** Écrire un résultat « en fonction de x », c'est l'écrire sous la forme d'une expression littérale contenant x .

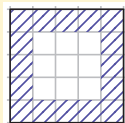
EXEMPLE :

Le périmètre d'un carré de côté c , en fonction de c , est $4c$.

La méthode

Établir une formule

EXEMPLE 1 : On dispose d'un carré tracé sur un quadrillage. On hachure les carreaux de la 1^{re} ligne, de la dernière ligne, de la 1^{re} colonne et de la dernière colonne du carré (ci-contre, un exemple avec un carré de 5 carreaux de côté). Calculer, en fonction du nombre de carreaux d'un côté du carré, le nombre de carreaux hachurés.



Étapes	Solution
<p>1 On choisit la variable (si elle n'est pas donnée).</p>	<p>1 Soit x le nombre de carreaux d'un côté.</p>
<p>2 On fait des essais pour conjecturer une formule, ou on essaie d'effectuer directement le calcul en fonction de la variable.</p> <p>Une conjecture est une affirmation que l'on n'a pas encore prouvée.</p>	<p>2 On peut dénombrer directement les carreaux hachurés. D'après la figure, on hachure x carreaux sur 2 côtés et $(x - 2)$ carreaux sur les 2 autres côtés :</p> $x + x + (x - 2) + (x - 2) = 4x - 4.$
<p>3 On conclut.</p>	<p>3 Si x est le nombre de carrés d'un côté, on hachure $4x - 4$ carreaux.</p>

EXEMPLE 2 : Je choisis un nombre x . Je lui ajoute 3 et je multiplie le résultat par 2. Écrire le résultat en fonction de x .

Il suffit de **traduire l'énoncé** à l'aide de x :

▶ je choisis un nombre x , je lui ajoute 3 $\rightarrow x+3$;

▶ je multiplie le résultat par 2 $\rightarrow (x+3)\times 2$.

Le résultat en fonction de x est : $(x+3)\times 2 = 2x+6$.



Entraîne-toi !

1 Établir une formule avec le calcul littéral (1)

Aaron achète 3 stylos et 2 cahiers. Un stylo coûte x € et un cahier 1 € de plus qu'un stylo. Calcule sa dépense en fonction de x .

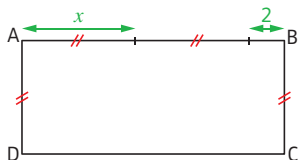


2 Établir une formule avec le calcul littéral (2)

Soit x un nombre entier. Quel est le nombre entier qui suit x ?

3 Formules de périmètres et d'aires

Trouve en fonction de x , le périmètre et l'aire de ce rectangle.



Conseil

Réfère-toi aux fiches 56 et 59 pour les formules de périmètres et d'aires.

4 Suite de motifs

On construit la suite de motifs ci-dessous.

Trouve une formule qui permet de trouver le nombre de carrés à partir du rang du motif.

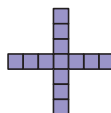
Rang 1



Rang 2



Rang 3



...

→ CORRIGÉS PAGE 266

1 Solution d'une équation

► **DÉFINITIONS 1.** Une **équation** est une **égalité conditionnelle** entre deux expressions littérales. Ces deux expressions sont appelées **membres** de l'équation.

À noter
Une équation a deux membres.

- La lettre qui figure dans ces expressions est l'**inconnue**.
- Lorsqu'une valeur de l'inconnue vérifie l'égalité conditionnelle, elle est appelée **solution** de l'équation. **Résoudre une équation**, c'est trouver toutes ses solutions.

EXEMPLE : 5 est-il solution de l'équation $2x + 7 = 3x + 2$?

On remplace x par cette valeur dans chacun des deux membres (voir fiche 21) : $2x + 7 \rightarrow 2 \times 5 + 7 = 17$; $3x + 2 \rightarrow 3 \times 5 + 2 = 17$.

On trouve la même valeur, donc 5 est solution de cette équation.

2 Équations équivalentes

► **DÉFINITION 2.** Deux équations sont **équivalentes** lorsqu'elles ont le même ensemble de solutions.

► **PROPRIÉTÉS.** On obtient une équation équivalente à une équation donnée si on :

- a) **développe et simplifie** (voir fiche 23) chacun des membres ;
- b) **ajoute ou soustrait** un même nombre à ses deux membres ;
- c) **multiplie ou divise** ses deux membres par un même nombre non nul.

3 Équation du 1^{er} degré à une inconnue

► **DÉFINITION 3.** Une **équation du 1^{er} degré à une inconnue** est une équation équivalente à une équation de la forme :

$$ax + b = cx + d$$

avec a , b , c et d des nombres.


La méthode
Résoudre une équation du 1^{er} degré à une inconnue
EXEMPLE : Résoudre l'équation $7(x+5) - 3x = 2x - 7$.

Étapes	Solution
1 On développe et simplifie chaque membre.	1 $7(x+5) - 3x = 2x - 7$ $7x + 35 - 3x = 2x - 7$ $4x + 35 = 2x - 7$
2 On supprime le terme contenant l'inconnue, par exemple dans le membre de droite. On fait de même avec le terme ne contenant pas l'inconnue dans l'autre membre.	2 $4x - 2x + 35 = 2x - 2x - 7$ $2x + 35 = 0 - 7$ $2x + 35 - 35 = -7 - 35$ $2x + 0 = -42$ donc $2x = -42$.
3 On calcule la valeur de l'inconnue, et on conclut .	3 $\frac{2x}{2} = \frac{-42}{2}$ donc $x = -21$. La solution de l'équation est -21 .

À chaque étape, on obtient une équation équivalente à l'équation de départ.


Entraîne-toi !
1 Savoir si un nombre est solution ou non d'une équation

2 est-il solution des équations suivantes ?

a) $4x + 3 = x + 9$

b) $5 - 8x = 5x + 12$

2 Résoudre une équation du 1^{er} degré à une inconnue

Résous les équations suivantes :

a) $5x + 12 = -3x + 36$

b) $4x + 6 = 5x + 21$

c) $7x - 6 = 4(x + 3) - 18$

d) $\frac{7x}{2} = \frac{3}{5}$

CORRIGÉS PAGES 266-267

Équation produit du second degré

À noter

Une équation est du **second degré** si l'inconnue est au carré (éventuellement après développement).

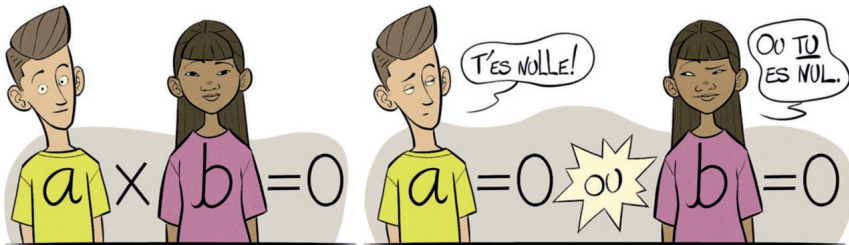
► **DÉFINITION.** Une **équation produit du second degré** est une équation équivalente (voir fiche 27) à une équation de la forme :

$$(ax + b)(cx + d) = 0$$

avec $a, b, c,$ et d des nombres.

► **PROPRIÉTÉ 1.** Quels que soient les nombres a et b :

si $ab = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$.



Les méthodes

1 Résoudre une équation produit

EXEMPLE : Résoudre $(3x + 6)(x - 5) = 0$

Étapes	Solution
1 On applique la propriété 1 .	1 $3x + 6 = 0$ ou $x - 5 = 0$
2 On résout chacune des équation du 1 ^{er} degré obtenues (voir fiche 27).	2 $3x = -6$ ou $x = 5$ $x = \frac{-6}{3} = -2$ ou $x = 5$
3 On conclut .	3 Il y a deux solutions : -2 et 5.

2 Résoudre des équations de la forme $x^2 = a$

► PROPRIÉTÉ 2.

- a) Si $a < 0$, alors $x^2 = a$ n'a pas de solution.
 b) Si $a = 0$, alors $x^2 = a$ a une solution : 0.
 c) Si $a > 0$, alors $x^2 = a$ a deux solutions \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$.

EXEMPLES : Résoudre les équations :

- $x^2 = -4 \rightarrow$ L'équation n'a pas de solution, car $-4 < 0$.
 ► $x^2 - 9 = 0 \rightarrow$ L'équation est équivalente à $x^2 = 9$ qui a deux solutions $\sqrt{9} = 3$ et $-\sqrt{9} = -3$.

Justification

- **Propriété 2. a)** Un carré est toujours positif (voir fiche 11), donc x^2 ne peut pas être négatif.
 ► **Propriété 2. b)** $x^2 = 0$ est une équation produit, puisqu'elle est équivalente à $x \times x = 0$. On obtient donc $x = 0$ (ou $x = 0$).
 ► **Propriété 2. c)** $x^2 = a$ est équivalente à $x^2 - a = 0$. Comme $a > 0$, on a $(\sqrt{a})^2 = a$ (voir fiche 20), donc $x^2 - (\sqrt{a})^2 = 0$. On reconnaît l'identité remarquable (voir fiche 24). L'équation est donc équivalente à $(x - \sqrt{a})(x + \sqrt{a}) = 0$, équation produit que l'on résout : $x - \sqrt{a} = 0$ ou $x + \sqrt{a} = 0$. Donc $x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$.



Entraîne-toi !

1 Résoudre une équation produit

Résous les équations suivantes :

- a) $(7 - 2x)(x + 11) = 0$ b) $(5x + 15)(6 - 3x) = 0$
 c) $2x(5 + 6x) = 0$ d) $7x - 3x^2 = 0$

2 Résoudre une équation de la forme $x^2 = a$

Résous les équations suivantes :

- a) $x^2 = 16$ b) $x^2 = 0$
 c) $5 + x^2 = 0$ d) $x^2 = 7$

Problème et équation

- Le calcul littéral permet de résoudre des problèmes qui nécessitent de **trouver un nombre**. On utilise alors les équations.
- Pour cela, il faut d'abord **mettre le problème en équation**.

La méthode

Mettre un problème en équation et le résoudre

EXEMPLE : Laura et Alex choisissent un même nombre. Laura multiplie le nombre par 7, et ajoute 5 au résultat. Alex ajoute 2 au nombre choisi, et multiplie le résultat par 3. Ils obtiennent le même résultat. Quel nombre ont choisi Laura et Alex ?

Étapes	Solution
1 On choisit l'inconnue en précisant ce qu'elle représente (c'est généralement le nombre cherché).	1 Soit x le nombre choisi par Laura et Alex.
2 On traduit toutes les informations de l'énoncé en fonction de x (voir fiche 26).	2 « Laura multiplie le nombre par 7, et ajoute 5 au résultat. » $\rightarrow 7x + 5$. « Alex ajoute 2 au nombre choisi, et multiplie le résultat par 3. » $\rightarrow (x + 2) \times 3$.
3 On trouve une équation qui traduit une égalité .	3 « Ils obtiennent le même résultat. » $\rightarrow 7x + 5 = 3(x + 2)$.
4 On résout l'équation (voir fiche 27) et on conclut.	4 $7x + 5 = 3x + 6$ $7x - 3x = 6 - 5$ $4x = 1$, donc $x = 1 : 4 = 0,25$. Ils ont choisi 0,25.



Entraîne-toi !

4^e**1 Problème guidé**

Léane a quatre fois plus de cartes Packerman qu'Alicia. Elle constate qu'elle a 33 cartes de plus qu'Alicia. On aimerait déterminer le nombre de cartes d'Alicia.

- 1) Choisis une inconnue. Que représente-t-elle ?
- 2) À l'aide de cette inconnue, traduis ces deux informations :
 - ▶ Léane a quatre fois plus de cartes qu'Alicia.
 - ▶ Elle a 33 cartes de plus qu'Alicia.
- 3) Trouve une équation.
- 4) Résous-la et conclus.

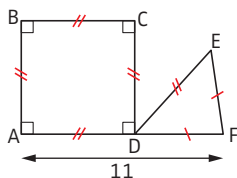
4^e**2 Fête au village**

Pour la fête d'un village, une course à pied est organisée. On répartit une prime totale de 550 € entre les trois premiers athlètes. Le premier touche 50 € de plus que le deuxième, et le troisième touche 40 € de moins que le deuxième.

Détermine la prime reçue par le vainqueur de cette course.

4^e**3 Problème de périmètre**

Trouve AD sachant que le périmètre du carré ABCD ci-dessous est égal au périmètre du triangle DEF. (Les mesures sont exprimées dans la même unité.)

**Conseil**

Réfère-toi à la fiche 56 pour les formules de périmètres.

3^e**4 Nombre mystère**

Thomas choisit un nombre. Il constate que le carré de ce nombre est égal au double de ce nombre. Quel(s) nombre(s) a-t-il pu choisir ?


La méthode
Utiliser une formule

► Une formule étant donnée, il est possible de trouver **n'importe quelle variable** de cette formule si on connaît les autres. Pour cela, on utilise les techniques de résolution d'équations (voir fiche 27).

EXEMPLE : L'énergie cinétique E_c en joules (J) d'un mobile de masse m (en kg), qui se déplace à la vitesse v exprimée en m/s, est donnée par la formule : $E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$.

Quelle est la masse d'un léopard qui se déplace à la vitesse de 12 m/s et dont l'énergie cinétique est égale à 3 600 J ?

Étapes	Solution
1 On identifie la formule qui sera utile pour résoudre le problème.	1 La formule de l'énergie cinétique est $E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$.
2 On remplace les lettres connues par leur valeur.	2 $3\,600 = \frac{1}{2} \times m \times 12^2$ Attention ! Vérifie toujours les unités. Ici, les unités de E_c et v sont correctes : il n'y a pas de conversion à effectuer.
3 On résout l'équation et on conclut.	3 $3\,600 = \frac{1}{2} \times m \times 144 = 72 \times m$ Donc $m = \frac{3\,600}{72} = 50$. La masse du léopard est 50 kg. Quand tu le peux, vérifie que le résultat trouvé est vraisemblable.



Entraîne-toi !

1 Utiliser une formule de géométrie dans l'espace

La formule suivante établit la relation qui existe entre le nombre de sommets s , le nombre de faces f et le nombre d'arêtes a d'un solide (dont toutes les faces sont planes) :

$$s + f - a = 2$$

- a) Vérifie cette formule pour un cube.
- b) Un solide a 7 sommets et 4 faces. Quel est son nombre d'arêtes ?

2 Utiliser une formule de physique

La loi d'Ohm indique que si l'on note U la tension en volts (V) aux bornes d'un dipôle, I l'intensité du courant en ampères (A) qui circule à travers ce dipôle, et R la résistance en ohms (Ω) de ce dipôle, alors :

$$U = R \times I$$

On mesure que l'intensité du courant qui traverse un dipôle est 250 mA et que la tension à ses bornes est 6 V.

Calcule la résistance R de ce dipôle.



3 Utiliser une formule d'aire

L'aire d'un triangle est donnée par la formule :

$$\mathcal{A} = \frac{b \times h}{2}$$

(voir fiche 59) où \mathcal{A} est l'aire en cm^2 (par exemple), b la longueur d'un côté en cm, et h la hauteur correspondante en cm.

Quelle est la longueur d'un côté d'un triangle, dont l'aire est 84 cm^2 et la hauteur relative à ce côté est 14 cm ?

Règles du débat mathématique

► **RÈGLES.** Pour savoir si un énoncé mathématique est vrai ou faux, on utilise certaines règles :

- 1) Un énoncé mathématique est **soit vrai, soit faux**.
- 2) Des **exemples** qui vérifient un énoncé **ne suffisent pas** pour prouver que cet énoncé est vrai.
- 3) Un exemple qui ne vérifie pas un énoncé suffit pour prouver qu'il est faux. Cet exemple est appelé **contre-exemple**.
- 4) Pour **démontrer** qu'un énoncé est vrai, il faut s'appuyer sur des **propriétés**.



La méthode

Utiliser le calcul littéral pour démontrer

EXEMPLE : Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Ajouter 3 à ce nombre.
- Multiplier le résultat par 2.
- Retrancher 6 au résultat.

Kayla pense qu'en effectuant ce programme de calcul, on trouve toujours le double du nombre choisi au départ. Est-ce vrai ?

► On peut faire des essais (par exemple, en choisissant les nombres 1 ; - 1 ou 2,4). On constate que l'on obtient toujours le double du nombre choisi au départ. Mais **cela ne prouve pas que ce sera vrai pour tous les nombres** (voir règle 2 ci-dessus), et on ne peut pas essayer tous les nombres.

► Pour prouver que c'est toujours vrai, il faut utiliser le **calcul littéral** et ses propriétés.

► Soit x le nombre choisi.

On effectue le programme de calcul avec x :

► ajouter 3 à ce nombre $\rightarrow x + 3$;

► multiplier le résultat par 2 $\rightarrow (x + 3) \times 2$;

► retrancher 6 au résultat $\rightarrow (x + 3) \times 2 - 6 = 2x + 6 - 6 = 2x$.

L'expression simplifiée du résultat ($2x$) prouve que l'on obtient bien toujours le double du nombre choisi au départ.



Entraîne-toi !

5^e

1 Vrai ou faux ?

« La fraction $\frac{2520}{x}$ est toujours un nombre entier, quelle que soit la valeur de l'entier x . » Vrai ou faux ? Démontre ta réponse.

5^e

2 Nombre entiers consécutifs

Démontre que si l'on ajoute trois nombres entiers consécutifs, on obtient toujours un multiple de 3.

5^e

3 Programme de calcul (1)

- Choisir un nombre. Ajouter 2 à ce nombre.
- Multiplier le résultat par le nombre choisi au départ.
- Retrancher le double du nombre choisi au départ.

a) Effectue ce programme de calcul en choisissant comme nombre de départ : 5, puis -2 , puis 10.

b) Que remarques-tu ? Est-ce toujours vrai ? Démontre-le.

4^e

4 Programme de calcul (2)

- Choisir trois nombres entiers consécutifs.
- Multiplier le 1^{er} par le 3^e, et retrancher le carré du 2^e.

Démontre que, quels que soient les trois nombres entiers consécutifs choisis dans ce programme, on obtient toujours -1 .

1 Présentation

► **DÉFINITION.** Un **programme informatique** est une liste ordonnée d'instructions (qu'on appelle **algorithme**), communiquée à un ordinateur afin qu'il atteigne un but qu'on lui a fixé. Par exemple : trouver tous les diviseurs d'un nombre, tracer un carré, effectuer une suite de calculs, etc.

2 Des instructions Scratch à connaître

A noter

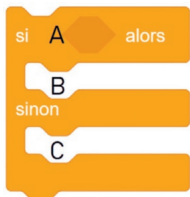
Scratch Offline Editor version 3 est téléchargeable gratuitement sur scratch.mit.edu/download/



► Cette instruction permet au lutin de poser une **question**. La **réponse** saisie par l'utilisateur sera « stockée » (enregistrée) dans **réponse**.



► Cette **boucle** permet de **répéter** une instruction un certain nombre de fois.



► Cette **instruction conditionnelle** exécute :
 ► l'instruction B si la condition A est vérifiée ;
 ► l'instruction C si la condition A n'est pas vérifiée.

EXEMPLE :

Si l'utilisateur choisit 20 comme nombre, **réponse** contient le nombre 20.
 Donc le lutin va calculer $20 - 8$ et afficher 12.



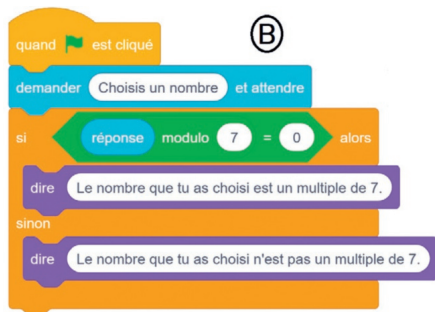
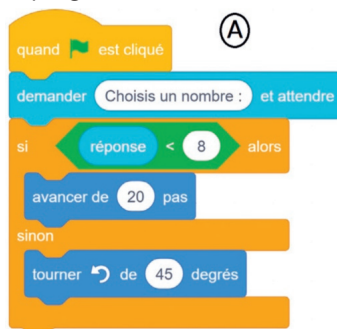


Entraîne-toi !

1 Utiliser une instruction conditionnelle

a) Comment agit le lutin si l'utilisateur choisit 25 comme nombre dans le programme A ci-dessous ?

b) Que va dire le lutin si l'utilisateur choisit 56 comme nombre dans le programme B ci-dessous ? Et s'il choisit 41 ?



À noter

$a \bmod b$ donne le reste de la division euclidienne de a par b .

2 Tester une inégalité avec Scratch



a) Que va dire le lutin si l'utilisateur choisit 2 comme nombre ?

b) Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le lutin dise : « L'égalité est vraie pour la valeur choisie » ?

→ CORRIGÉS PAGE 269

Variable

► **DÉFINITION.** Dans un programme, une **variable** est une étiquette collée sur une boîte qui contient une valeur (elle peut être un nombre, une suite de caractères, etc.). Cette valeur peut changer au fur et à mesure du déroulement du programme.

À noter

Au cours de l'exécution du programme, le nom de la variable ne changera jamais.

EXEMPLE :

La variable est « Nombre 1 ».

1^{re} étape

2^e étape

3^e étape



Si on choisit 5 comme nombre de départ lorsque l'on exécute ce programme :

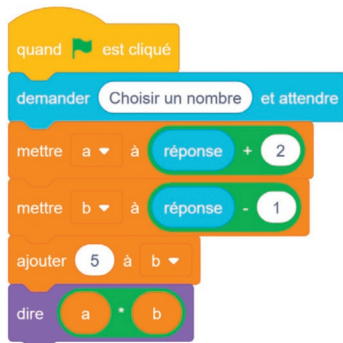
- à la 1^{re} étape, « Nombre 1 » vaut 5 (le nombre choisi au départ) ;
- à la 2^e étape, « Nombre 1 » vaut $5 + 4 = 9$;
- à la 3^e étape, comme $9 \times 3 = 27$, le lutin va dire « 27 ».



Entraîne-toi !

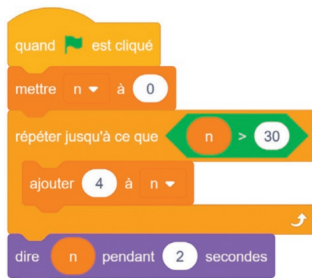
1 Programme de calcul (1)

- a) Combien y a-t-il de variables dans le script ci-contre ?
- b) Quels sont les noms de ces variables ?
- c) Que va dire le lutin si le nombre saisi au départ est 4 ?



2 Avec une boucle

- a) Que va afficher le script ci-contre ?
 b) Que va-t-il afficher si on remplace la valeur 4 par la valeur 7 ?

**3 Programme de calcul (2)**

Le nombre choisi au départ est 5.

- a) Détermine la valeur de « Total » :
- ▶ initialement ;
 - ▶ à la fin de la 1^{re} boucle ;
 - ▶ à la fin de la 2^e boucle ;
 - ▶ à la fin de la 3^e boucle.
- b) Que va dire le lutin à la fin du programme ?

**4 Avec deux variables**

- a) Que va dire le lutin si le premier nombre choisi vaut 8, et le second vaut 9 ?
 b) Que va dire le lutin si le premier nombre choisi vaut 5, et le second vaut 3 ?



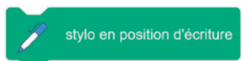
1 Repérage dans le plan avec Scratch

- Le lutin se déplace dans un **repère** (voir fiche 7), dont l'origine est au centre de la fenêtre.
- Les **abscisses** x varient de -240 à 240 .
- Les **ordonnées** y varient de -180 à 180 .

Attention!

Dans une fenêtre « classique », les axes ne sont pas tracés sur l'écran.

2 Mise en route et orientation du tracé



- permet d'effectuer le **tracé** représentant les déplacements du lutin.



- permet au lutin de partir en **direction** de la flèche.



- fait **tourner** le lutin de 30° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Attention!

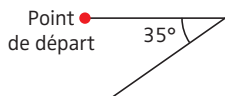
Lorsque le lutin tourne de 30° , il trace un angle de 150° ($180^\circ - 30^\circ$).



Entraîne-toi !

1 Faire tourner le lutin

Détermine la valeur de A pour obtenir la figure ci-dessous :



2 Tracer des figures

Trace les figures obtenues quand on exécute les programmes A et B ci-contre. On prendra 1 cm pour 10 pixels.



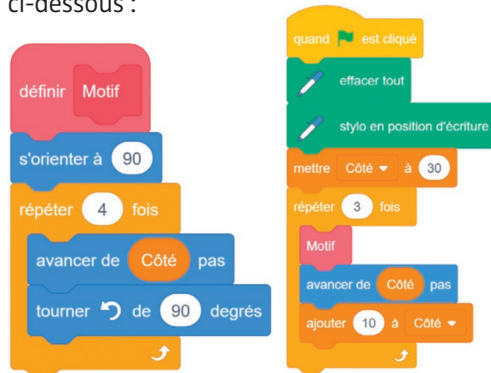
3 Tracer un rectangle de dimensions données

Détermine les valeurs de A, B, C, D et E afin d'obtenir un rectangle de longueur 100 pixels et de largeur 80 pixels.



4 Utiliser un bloc

On considère le bloc « Motif » et le script ci-dessous :



À noter

Un bloc (ici « Motif ») est une partie de programme que l'on a nommée et mise à part. On peut ensuite l'insérer dans le programme principal (cela évite de réécrire toutes les instructions de ce bloc).

- Combien de motifs seront dessinés par le script ?
- Quelle est la longueur (en pixels) du côté du 2^e motif tracé ?
- Trace la figure obtenue quand on exécute ce script. Tu prendras 1 cm pour 10 pixels.

Coder et décoder un message

Lorsque l'on programme un ordinateur, pour lui transmettre des instructions qu'il doit exécuter, on utilise un code. Cependant, le codage n'est pas né avec l'informatique. Depuis l'Antiquité, les êtres humains, notamment les militaires, ont inventé des codes pour échanger des messages secrets.

Qu'est-ce qu'un code ?

- **Coder un message**, c'est le transformer en échangeant l'écriture courante contre des signes conventionnels ou contre d'autres lettres, à l'aide d'une clé de codage.
- **Décoder un message**, c'est le transcrire en rétablissant un texte clair à partir des signes conventionnels d'un texte codé.

Comment codait-on des messages dans l'Antiquité ?

- En 58 av. J.-C., pour communiquer avec ses généraux, l'empereur **Jules César** imagine une méthode de codage.



Jules César

- Cette méthode, appelée **chiffre de César** ou **code César**, consiste à substituer (remplacer) une lettre par une autre lettre à distance fixe, toujours du même côté (à droite ou à gauche), dans l'ordre alphabétique. Pour les dernières lettres (dans le cas d'un décalage à droite), on reprend au début.

À noter

Le nombre de rangs de décalage des lettres est appelé la clé. Voir un exemple dans « À toi de jouer ! ».

- Du point de vue de la sécurité, le chiffre de César n'est **pas fiable**. Comme l'alphabet ne compte que 26 lettres, il n'y a que $2 \times 26 = 52$ décalages possibles. Il est donc assez rapide de tester tous les décalages possibles un par un, pour déchiffrer un message codé avec cette méthode.



Durant la Seconde Guerre mondiale, l'armée allemande invente la **machine Enigma**, capable de coder les messages stratégiques avec une grande efficacité.

Le gouvernement britannique fait alors appel à des mathématiciens et cryptologues pour « casser » le code allemand. Le plus célèbre, **Alan Turing**, va réussir

à décoder ces messages.

Selon des historiens, son travail a permis d'écouter

la guerre d'une à deux années, et de sauver de nombreuses vies.

À toi de jouer !

6^e

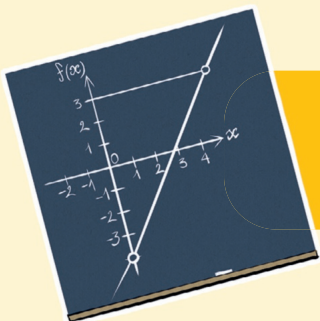
Coder et décoder avec Le chiffre de César

César utilisait souvent la **clé 3 vers la droite**, qui peut se traduire par le tableau de décodage suivant :

Clair	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Codé	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
Clair	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Codé	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

- Code le message suivant : VIVE LES MATHS.
- Décode le message suivant : FHVDU YRXV VDOXH.

CORRIGÉS PAGE 270



Fonctions

p. 122

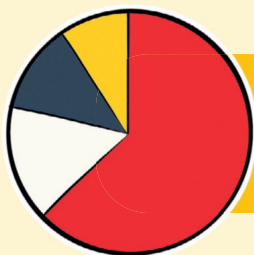
**ORGANI
ET GESTION**



Proportionnalité

p. 106

SATION DE DONNÉES, FONCTIONS



Gestion
de données

p. 88



Probabilités

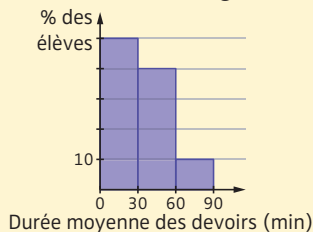
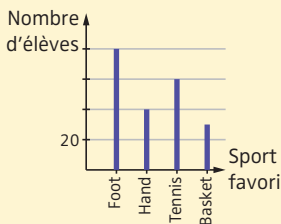
p. 98


Les méthodes
1 Lire un diagramme en bâtons 6^e, **un histogramme** 3^e

- Pour interpréter des données statistiques, on peut utiliser :
- un **diagramme en bâtons** : la hauteur du bâton est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence) ;
- un **histogramme** : l'aire du rectangle est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence).

Lorsque les classes (regroupement de données) d'un histogramme ont toutes la même amplitude, la hauteur du rectangle est, elle aussi, proportionnelle à l'effectif (ou la fréquence).

EXEMPLES : Lire **a)** un diagramme en bâtons ; **b)** un histogramme.



Étapes

Solution de a)

Solution de b)

1 On identifie ce qui est représenté sur les **axes vertical et horizontal**.

1 On a le nombre d'élèves en fonction de leur sport favori.

1 On a le pourcentage d'élèves en fonction de la durée moyenne de leurs devoirs.

2 On détermine la **valeur d'une graduation** sur l'axe vertical.

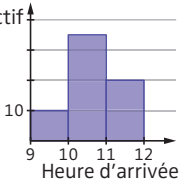
2 Une graduation verticale représente 20 élèves. Donc 80 élèves préfèrent le football.

2 Une graduation verticale représente 10 % des élèves. Donc 50 % des élèves travaillent en moyenne entre 0 et 30 min.

2 Construire un diagramme en bâtons ^{6^e}, un histogramme ^{3^e}

EXEMPLE : Construire l'histogramme correspondant à ces données :

Heure d'arrivée des coureurs	$9 \leq h < 10$	$10 \leq h < 11$	$11 \leq h < 12$
Effectif	10	35	20

Étapes	Solution
<p>1 On gradue les axes en indiquant ce qu'ils représentent.</p>	<p>1 On gradue l'axe horizontal d'heure en heure, et l'axe vertical de 10 coureurs en 10 coureurs.</p>
<p>2 On place les données en traçant des traits pour les diagrammes en bâtons, ou des rectangles pour les histogrammes.</p>	<p>2 Effectif</p>  <p>Heure d'arrivée</p>



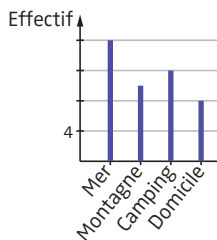
Entraîne-toi !

6^e

1 Lire un diagramme en bâtons

Ce diagramme présente les résultats d'un sondage auprès des élèves de deux classes.

- Combien d'élèves sont allés à la mer ?
- Combien y a-t-il d'élèves au total ?

3^e

2 Construire un histogramme

Un professeur d'EPS a chronométré le temps pendant lequel chacun de ses élèves pouvait rester sous l'eau sans respirer. Voici les résultats (en s) : 25 ; 35 ; 40 ; 12 ; 23 ; 34 ; 19 ; 23 ; 26 ; 17 ; 12 ; 37 ; 39 ; 41 ; 31 ; 18 ; 16 ; 18 ; 20 ; 23 ; 12 ; 19 ; 37 ; 42.

Construis un histogramme représentant ces données réparties en classes d'amplitude 15 secondes.

36 Diagrammes circulaires

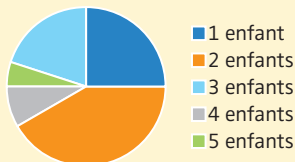
6^e 5^e

Les méthodes

1 Lire un diagramme circulaire 6^e

► **PROPRIÉTÉ.** Les mesures des angles des diagrammes circulaires sont **proportionnelles** aux effectifs (ou fréquences), sachant que la **totalité** (c'est-à-dire l'effectif total ou la fréquence de 100 %) correspond à un angle plein de 360° .

EXEMPLE : On a demandé aux 500 élèves d'un collège le nombre d'enfants vivant dans leur famille. Les résultats sont donnés par le diagramme circulaire ci-contre.



L'angle correspondant au **secteur «1 enfant»** est égal à 90° (le quart de l'angle plein de 360°). Le nombre d'élèves ayant répondu «1 enfant» est donc égal à $500 : 4 = 125$.

2 Construire un diagramme circulaire 5^e

EXEMPLE : Lors de l'élection des délégués, les 24 élèves ont voté, chacun, pour une seule personne. Voici les résultats :

Candidat	Florent	Lydie	Enzo	Lana
Nombre de voix	3	10	7	4

Représenter ces données par un diagramme circulaire.

► **ÉTAPE 1.** On détermine la **mesure de l'angle** correspondant au nombre de voix obtenues par chaque candidat.

Candidat	Florent	Lydie	Enzo	Lana	Total
Nombre de voix	3	10	7	4	24
Angle (en °)	45	150	105	60	360

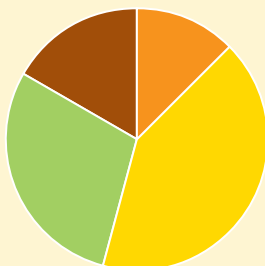
× 15

- Le coefficient de proportionnalité est égal à $360 : 24 = 15$.
- La mesure de l'angle correspondant à chaque candidat est obtenue en multipliant le nombre de voix par ce coefficient ($3 \times 15 = 45$, etc.).

► **ÉTAPE 2.** On trace un cercle puis, à l'aide d'un **rapporteur**, tous les secteurs angulaires côte à côte.

Nombre de voix obtenues
par chaque candidat

Pense à titrer...



■ Florent ■ Lydie
■ Enzo ■ Lana

... et à légénder.

► **REMARQUE.** Pour un **diagramme semi-circulaire**, la méthode est la même, mais l'angle correspondant au total est égal à 180° .



Entraîne-toi !

6^e

1 Lire un diagramme circulaire

Dans le diagramme donné en exemple dans la méthode 1 :

- Quel est le nombre d'élèves qui ont répondu que 3 enfants vivaient dans leur famille ?
- Peut-on affirmer que plus de la moitié des élèves interrogés ont 1 ou 3 enfants dans leur famille ?

5^e

2 Construire un diagramme circulaire

On a demandé aux 72 élèves de 5^e d'un collège leur sport préféré. Représente les données suivantes par un diagramme circulaire. Tu prendras un rayon de 3 cm pour le disque.

Sport	Basket	Football	Gymnastique	Athlétisme	Handball
Nombre d'élèves	15	30	12	5	10

→ CORRIGÉS PAGE 271

Les méthodes

► Les méthodes 1 à 3 s'appuient sur l'exemple suivant :

EXEMPLE : On demande à 20 élèves leur pointure de chaussures.

Voici les résultats :

38 ; 42 ; 36 ; 41 ; 39 ; 37 ; 39 ; 40 ; 36 ; 40 ;

39 ; 41 ; 39 ; 38 ; 38 ; 37 ; 40 ; 39 ; 36 ; 38.



1 Calculer des effectifs 5^e

► **DÉFINITION 1.** L'**effectif** d'une donnée dans une série statistique est le nombre de fois où cette donnée apparaît.

► Dans l'exemple ci-dessus, l'effectif de la valeur 38 est 4 (car il y a 4 fois la valeur 38 dans la série). On peut ainsi regrouper les données dans un tableau :

Pointure	36	37	38	39	40	41	42
Effectif	3	2	4	5	3	2	1

2 Calculer des fréquences 5^e

► **DÉFINITION 2.** La **fréquence** d'une donnée est le quotient de son effectif par le nombre total de valeurs (appelé également **effectif total**). Une fréquence peut s'exprimer sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.

- Dans l'exemple ci-dessus, la fréquence de la valeur 39 vaut :

$$\frac{5}{20}$$

← effectif de la valeur 39
← effectif total

On peut aussi écrire la fréquence :
0,25 (résultat de la division $5 : 20$) ou 25 %.

3 Calculer une étendue 3^e

- **DÉFINITION 3.** L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre les valeurs extrêmes de la série, c'est-à-dire entre la plus grande et la plus petite valeur.

L'étendue donne des informations sur la dispersion de la série statistique : plus l'étendue est grande, plus la série est dispersée, c'est-à-dire plus l'écart est important entre la plus petite et la plus grande valeur de la série.

- Dans l'exemple ci-dessus, l'étendue de la série est égale à :

$$42 - 36 = 6$$

plus grande valeur de la série ← ← plus petite valeur de la série



Entraîne-toi !

5^e

1 Calculer des effectifs

On a recensé le nombre de frères et sœurs des 25 élèves d'une classe de collège. On obtient les résultats suivants :

2 ; 1 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 1 ; 1 ; 1 ; 0 ; 2 ; 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 1 ; 0 ; 2 ; 1 ; 1 ; 2 ; 0 ; 1 ; 2.

Détermine l'effectif de la valeur 0, puis celui de la valeur 2.

5^e

2 Calculer des fréquences

Calcule la fréquence de la valeur 1, puis celle de la valeur 2 de la série de l'exercice 1. Tu donneras les résultats sous forme décimale, puis en pourcentage.

3^e

3 Calculer une étendue

Calcule l'étendue de la série de l'exercice 1.

→ CORRIGÉS PAGE 271

Les méthodes

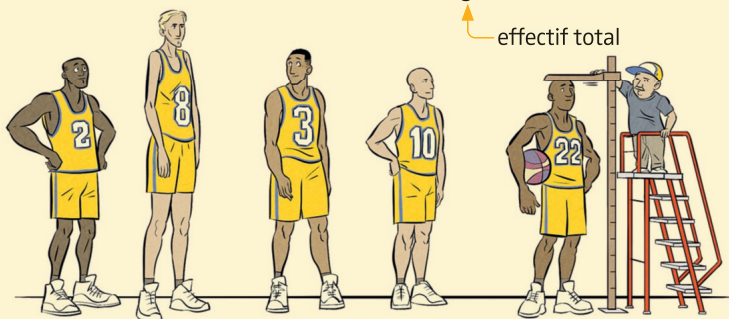
1 Calculer une moyenne simple

► **DÉFINITION 1.** La **moyenne** d'une série est égale à la somme de toutes les valeurs, divisée par l'effectif total.

- La moyenne n'est pas forcément une valeur de la série.
- La moyenne est toujours comprise entre la plus grande et la plus petite valeur de la série (que l'on appelle «valeurs extrêmes»).

EXEMPLE : L'équipe de basket de Limoges a commencé sa dernière rencontre avec 5 joueurs dont voici les tailles (en m) : 1,88 ; 2,02 ; 1,93 ; 1,95 ; 1,82.

$$\text{Taille moyenne en m} = \frac{\text{somme de toutes les valeurs}}{\text{effectif total}} = \frac{1,88 + 2,02 + 1,93 + 1,95 + 1,82}{5} = 1,92.$$



2 Calculer une moyenne pondérée

► **DÉFINITION 2.** Pour calculer la **moyenne** d'une série statistique **pondérée** par les effectifs :

- on additionne les produits de chaque valeur par son effectif ;
- puis on divise cette somme par l'effectif total.

On calcule une moyenne pondérée lorsque les données de la série sont associées à des effectifs : par exemple, dans des tableaux ou des diagrammes (en bâtons, circulaires, etc.).

EXEMPLE : Ce tableau donne l'âge des adhérents d'un club sportif.

Âge	10	11	12	13	14	15
Effectif	3	4	7	11	10	5

$$\text{Âge moyen} = \frac{\text{somme des valeurs pondérées par les effectifs}}{\text{effectif total} = \text{somme de tous les effectifs}}$$

$$\text{Âge moyen} = \frac{10 \times 3 + 11 \times 4 + 12 \times 7 + 13 \times 11 + 14 \times 10 + 15 \times 5}{3 + 4 + 7 + 11 + 10 + 5}$$

$$\text{Âge moyen} = \frac{516}{40} = 12,9.$$



Entraîne-toi !

1 Calculer une moyenne

Calcule la moyenne de chacune des séries statistiques suivantes :

- a) 41; 58; 4; 7; 8; 11 ;
 b) - 12; 14; 0; 6; 10,5; -9; 31; 29.

2 Calculer une moyenne pondérée

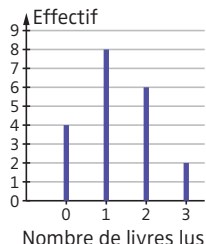
a) Le tableau suivant regroupe les notes obtenues par une classe de 5^e lors d'un contrôle de mathématiques :

Note	6	8	9	10	12	13	14	18	20
Effectif	2	1	3	4	5	4	3	2	1

Calcule la moyenne de la classe, obtenue à ce contrôle, puis interprète le résultat.

b) Le diagramme en bâtons ci-contre donne le nombre de livres lus par des élèves de 5^e durant les vacances d'été.

Calcule le nombre moyen de livres lus par ces élèves.



→ CORRIGÉS PAGE 271

Médiane d'une série statistique

► **DÉFINITION.** Une **médiane** d'une série statistique rangée par ordre croissant (ou décroissant) est un nombre qui partage cette série en deux groupes de même effectif.

À noter

- L'effectif d'un groupe est le nombre de valeurs de ce groupe.
- Il y a autant de valeurs inférieures ou égales à la médiane que de valeurs supérieures ou égales.

La méthode

Déterminer une médiane d'une série de n valeurs

1 On **range** la série dans l'ordre croissant (ou décroissant).

2 L'effectif total n de la série est-il **impair** ou **pair** ?

Si l'effectif n est **impair**, la médiane est la valeur de rang $\frac{n+1}{2}$.

Si l'effectif n est **pair**, une médiane est un nombre compris entre la valeur de rang $\frac{n}{2}$ et la valeur de rang $\frac{n}{2} + 1$.

EXEMPLE : 15; 3; 47; 18; 22.
Il y a 5 valeurs, 5 est impair, donc la médiane est la $\frac{5+1}{2} = 3^{\text{e}}$ valeur de la série classée par ordre croissant.

3; 15; 18; 22; 47.
2 valeurs ↑ 2 valeurs
 médiane

Il y a bien autant de valeurs inférieures ou égales à 18 que de valeurs supérieures ou égales à 18.

EXEMPLE : 4; 18; 3; 12; 6; 7; 25; 8.
Il y a 8 valeurs, 8 est pair, donc une médiane est un nombre compris entre la $\frac{8}{2} = 4^{\text{e}}$ et la $\frac{8}{2} + 1 = 5^{\text{e}}$ valeur de la série classée par ordre croissant.

3; 4; 6; 7; 8; 12; 18; 25.
4 valeurs ↑ 4 valeurs

On peut prendre comme **médiane** tout nombre compris entre 7 et 8, par exemple 7,5.

Ici, la médiane 7,5 n'est pas une valeur de la série.



Entraîne-toi !

1 Déterminer une médiane

Détermine une médiane pour chacune des séries suivantes :

- a) 32 ; 0 ; - 13 ; - 5 ; 7 ; 36 ; 90 ; 15 ; 18.
- b) 45 ; 36 ; 23 ; 60 ; 71 ; 63 ; 25 ; 40 ; 39 ; 48.

2 Déterminer et interpréter une médiane

Le tableau ci-dessous donne la taille, à la naissance, des bébés nés au cours du mois de juillet, dans une maternité du Jura.

Taille (en cm)	45	46	47	48	49	50	51	53
Effectif	2	3	4	3	8	5	2	1

Détermine une taille médiane des bébés de cette maternité, puis interprète le résultat.

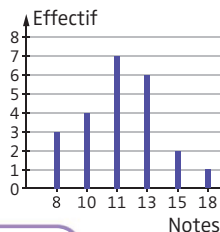


3 Moyenne et médiane

Le diagramme en bâtons ci-contre donne les notes obtenues par une classe de 4^e lors du dernier contrôle de mathématiques.

a) Détermine la moyenne de la classe à ce contrôle.

b) Détermine la note médiane obtenue à ce contrôle.



Conseil

Utilise la méthode de calcul d'une moyenne pondérée (voir fiche 38).

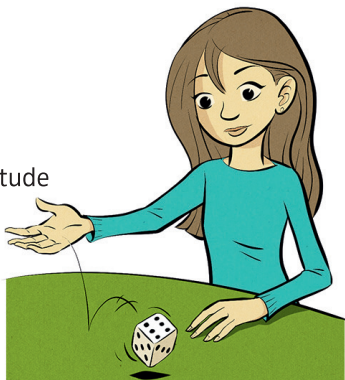
1 Vocabulaire

► **DÉFINITIONS 1.** Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on connaît tous les **résultats** (ou **issues**) possibles, mais dont on ne peut pas prévoir avec certitude le résultat. Un **événement** est constitué d'une (ou plusieurs) issue(s) d'une expérience aléatoire.

EXEMPLE : On lance un dé à 6 faces, numérotées de 1 à 6, et on note quel numéro il indique.

► Cette expérience est aléatoire, car on connaît toutes les issues de cette expérience (1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6), mais on ne peut pas prévoir avec certitude sur quel numéro le dé va tomber.

► « Obtenir un nombre pair » est un événement, car il correspond à l'ensemble des issues : « Obtenir un 2 », « Obtenir un 4 » et « Obtenir un 6 ».



► **DÉFINITION 2.** La **probabilité** d'un événement est un **nombre compris entre 0 et 1**, qui exprime « la chance qu'a un événement de se produire ». Elle peut s'écrire sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.

À noter

La probabilité d'un événement A se note $P(A)$.

2 Situation d'équiprobabilité

► **PROPRIÉTÉ D'ÉQUIPROBABILITÉ.** Quand toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité (**équiprobabilité**), la probabilité d'un événement A est égale à :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à l'événement A}}{\text{nombre total d'issues}}$$

La méthode

Calculer la probabilité d'un événement

EXEMPLE : Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre impair en lançant un dé (non truqué) à 6 faces numérotées de 1 à 6.

Étapes	Solution
1 On vérifie que l'on est bien dans une situation d'équiprobabilité .	1 Toutes les issues ont la même probabilité, car le dé est non truqué. Il y a donc équiprobabilité.
2 On détermine le nombre d'issues favorables .	2 Il y a 3 issues favorables, car il y a 3 nombres impairs (1 ; 3 ; 5).
3 On détermine le nombre total d'issues .	3 Au total, il y a 6 issues, car il y a 6 faces différentes.
4 On applique la propriété d'équiprobabilité .	4 La probabilité de l'événement « Obtenir un nombre impair » vaut : $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$.



Entraîne-toi !

Calculer la probabilité d'un événement

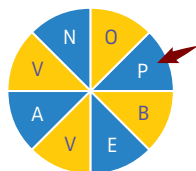
a) Une boîte opaque contient 3 boules rouges, 8 boules bleues et 7 boules jaunes. Quelle est la probabilité de tirer au hasard une boule bleue ? (Donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée au maximum.)

b) On fait tourner la roue équilibrée ci-contre, et on note la lettre indiquée par la flèche.

► Quelle est la probabilité de tomber sur E ?

► Quelle est la probabilité de tomber sur une consonne ?

(Donne les résultats sous forme décimale.)



→ CORRIGÉS PAGES 272-273

1 Événements particuliers

► **DÉFINITION 1.** Un événement qui ne peut pas se réaliser est un **événement impossible**. Sa probabilité est égale à **0**.

► **DÉFINITION 2.** Un événement dont on est sûr qu'il va se réaliser est un **événement certain**. Sa probabilité est égale à **1**.

EXEMPLE :

On considère l'expérience aléatoire suivante : « On lance un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6, et on regarde sur quel numéro tombe le dé. »

► « Obtenir 8 » est un événement impossible, car il ne peut pas se réaliser.

► « Obtenir 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6 » est un événement certain, car il correspond à toutes les issues possibles.

► **PROPRIÉTÉ 1.** La **somme des probabilités** de toutes les issues possibles est toujours égale à **1**.

2 Événement contraire

► **DÉFINITION 3.** L'**événement contraire** d'un événement A est l'événement qui se réalise lorsque A ne se réalise pas.

On le note « non A » ou \bar{A} .

► **PROPRIÉTÉ 2.** Soit A un événement : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Les méthodes

1 Trouver l'événement contraire d'un événement donné

EXEMPLE : Dans l'expérience aléatoire précédente, soit B l'événement : « Obtenir 1 ou 3. » Déterminer \bar{B} .

Étapes	Solution
1 On détermine toutes les issues .	1 Issues : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.
2 On repère les issues réalisant l'événement donné au départ.	2 Issues qui réalisent l'événement B : 1 ; 3.
3 On repère les issues restantes .	3 Issues restantes : 2 ; 4 ; 5 ; 6.
4 On conclut .	4 \bar{B} correspond à : « Obtenir 2, 4, 5 ou 6. »

2 Calculer la probabilité d'un événement contraire

► On applique la **propriété 2**.

EXEMPLE : Dans l'expérience aléatoire précédente, $P(B) = \frac{2}{6}$.

$$\text{Donc } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{6} = \frac{6}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{\cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 3} = \frac{2}{3}.$$



Entraîne-toi !

1 Trouver l'événement contraire d'un événement donné

Une boîte contient des boules vertes, bleues et blanches.

On tire une boule et on regarde sa couleur. Soit A l'événement :

« Tirer une boule verte. » Détermine l'événement \bar{A} .

2 Calculer la probabilité d'un événement contraire

Avec une pièce truquée, la probabilité d'obtenir pile est 0,58.

Détermine la probabilité d'obtenir face.

3 Calculer des probabilités

Une boîte opaque contient 5 boules vertes, 5 boules bleues et 2 boules blanches. On tire une boule au hasard et on regarde sa couleur. Soit B l'événement : « Obtenir une boule bleue. »

Détermine $P(B)$, et déduis-en $P(\bar{B})$.

Lien entre fréquence et probabilité

► **LOI DES GRANDS NOMBRES.** Lorsque l'on effectue un **très grand nombre de fois** une expérience aléatoire, la fréquence (voir fiche 37) de réalisation d'un événement se stabilise en se rapprochant d'une valeur fixe : la probabilité de cet événement.

Les méthodes

1 Estimer une probabilité (loi des grands nombres)

► La loi des grands nombres permet d'estimer la probabilité d'un événement quand **on ne sait pas la calculer autrement**.

EXEMPLE : On lance une punaise sur le sol. Il y a deux résultats possibles. La punaise prend appui soit sur la pointe et la tête (1), soit uniquement sur la tête (2).



Pour déterminer une **valeur approchée** de la probabilité de l'événement : « La punaise prend appui uniquement sur la tête », on réalise un grand nombre de fois le lancer et on calcule la fréquence d'apparition de cet événement.

2 Calculer des probabilités dans le cas d'une expérience à deux épreuves

► Dans le cas d'une expérience à deux épreuves, pour déterminer le nombre total d'issues et le nombre d'issues favorables, on réalise un **tableau à double entrée**.

EXEMPLE : Un sac A contient deux boules vertes et une boule jaune, et un sac B contient une boule verte et une boule jaune. On tire au hasard une boule du sac A, puis une boule du sac B. Quelle est la probabilité de tirer deux boules vertes ?

		issues expérience A		
		Vert	Vert	Jaune
issues expérience B	Sac B	Vert	Vert	Jaune
	Vert	(V ; V)	(V ; V)	(J ; V)
	Jaune	(V ; J)	(V ; J)	(J ; J)

▶ Attention ! il y a 2 boules vertes dans le sac A, donc il faut mettre deux colonnes « Vert ».

▶ Une issue possible est écrite comme un couple : par exemple, (V ; J) signifie que l'on a tiré une boule verte du sac A et une boule jaune du sac B.

On tire au hasard, donc il y a équiprobabilité. Grâce à ce tableau, on détermine facilement qu'il y a 6 issues au total, et 2 issues favorables, puisque deux fois (V ; V).

$$P(\text{« Tirer deux boules vertes »}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$



Entraîne-toi !

1 Estimer une probabilité avec la loi des grands nombres

On lance 5 000 fois une pièce de monnaie truquée, et on note à chaque lancer le résultat obtenu (pile ou face).

On a obtenu 3 254 fois pile et 1 746 fois face.

Estime la probabilité d'obtenir face.

2 Calculer une probabilité dans le cas d'une expérience à deux épreuves en utilisant un tableau à double entrée

Un sac A contient un jeton numéroté 1, deux jetons 2 et un jeton 3.

Un sac B contient deux jetons 1, un jeton 2 et un jeton 3.

On tire au hasard un jeton du sac A et un jeton du sac B, puis on additionne les deux numéros obtenus.

À l'aide d'un tableau à double entrée, détermine la probabilité :

- d'obtenir une somme égale à 4 ;
- d'obtenir une somme égale à 5.

Calculer ses chances à un jeu de hasard

Les jeux de hasard existent depuis la plus haute Antiquité. Ainsi, les archéologues ont retrouvé des dés à jouer vieux de plusieurs millénaires, en Mésopotamie et en Égypte. Mais le calcul de probabilité est né bien plus tard, au XVII^e siècle, à la suite d'échanges entre les deux mathématiciens français Pascal et Fermat.

Jeu équitable ou non ?

► Un jeu de hasard est **équitable** si aucun des joueurs n'a un avantage sur ses adversaires.

EXEMPLE : Le sac A contient 4 boules rouges et 5 boules vertes, et le sac B contient 6 boules rouges et 11 boules vertes.

Un joueur tire une boule du sac A et un joueur tire une boule du sac B.

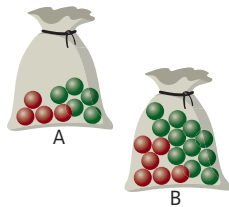
Le gagnant est celui qui tire une boule rouge.

Le jeu est-il équitable ? On calcule les probabilités de tirer une boule rouge du sac A ou du sac B. On obtient (voir fiche 40) :

► probabilité de tirer une boule rouge du sac A : $\frac{4}{9} \approx 0,44$;

► probabilité de tirer une boule rouge du sac B : $\frac{6}{17} \approx 0,35$.

Donc le jeu n'est pas équitable.



Comment savoir si un dé à 6 faces est truqué ?

► Il faut lancer le dé un très grand nombre de fois et calculer la **fréquence** d'apparition de chaque face. Si la fréquence d'apparition de chaque face ne se rapproche pas de $\frac{1}{6}$, alors le dé est truqué.

À noter

On applique la propriété de la loi des grands nombres (voir fiche 42).



Autrefois comme aujourd'hui, certains joueurs n'hésitent pas à tricher en truquant les dés (on dit que les dés sont « pipés »). Les valeurs d'un dé pipé n'ont alors pas les mêmes chances d'apparaître, et le jeu n'est plus équitable.

À toi de jouer !

5^e

Vrai ou faux ?

Les probabilités sont source d'erreurs, même chez les adultes. Sauras-tu éviter ces erreurs ?

a) On lance deux pièces identiques. Un camarade te propose le jeu suivant : « Si on obtient une fois pile et une fois face, je gagne ; si on obtient deux fois piles, c'est toi qui gagnes. » Ce jeu est équitable.

Vrai Faux

b) On lance deux dés à 6 faces et on calcule la somme des points obtenus. Un camarade te propose le jeu suivant : « Si on obtient 7, je gagne ; si on obtient 5, c'est toi qui gagnes. » Ce jeu est équitable.

Vrai Faux

c) On lance un dé à 6 faces parfaitement équilibré 10 fois de suite, et les 10 fois le 6 apparaît. Lors du 11^e lancer, le 6 a moins de chance d'apparaître.

Vrai Faux

CORRIGÉS PAGES 273-274

Généralités sur la proportionnalité

6^e 5^e

Grandeurs proportionnelles

► **DÉFINITIONS 1.** Deux grandeurs sont **proportionnelles**, si l'on peut calculer les valeurs de l'une en multipliant (ou en divisant) les valeurs de l'autre par un même nombre. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

EXEMPLE : Dans une station-service, le prix payé est proportionnel à la quantité d'essence achetée : il correspond à la quantité multipliée par un nombre fixe (le prix d'un litre d'essence).



► **DÉFINITION 2.** Un **tableau de proportionnalité** est un tableau regroupant des valeurs de grandeurs proportionnelles.

EXEMPLE : Le coefficient de proportionnalité entre G1 et G2 est 3.

G1	5	2	4	7
G2	15	6	12	21

× 3

► **PROPRIÉTÉS.** Si G1 et G2 sont proportionnelles, on a :

G1	a	$b = a \times k$
G2	a'	$b' = a' \times k'$

× k

Propriété multiplicative

G1	a	b	$c = a + b$
G2	a'	b'	$c' = a' + b'$

+

Propriété additive

Reconnaître si deux grandeurs sont proportionnelles ou non ^{5^e}

EXEMPLE 1 : La hauteur d'une pile de cubes identiques est-elle proportionnelle au nombre de cubes empilés ?

EXEMPLE 2 : G1 et G2 sont-elles proportionnelles ?

G1	5	7	15
G2	31	43,4	92

► **MÉTHODE 1.** Peut-on trouver un coefficient de proportionnalité entre les valeurs des deux grandeurs ?

EXEMPLE 1 : Oui, car la hauteur totale est égale au produit de la hauteur d'un cube par le nombre de cubes.

EXEMPLE 2 : Non, car $31 : 5 = 6,2$ mais $92 : 15 \neq 6,2$.
Donc G1 et G2 ne sont pas proportionnelles.

► **MÉTHODE 2.** La propriété multiplicative de la proportionnalité est-elle vérifiée ?

EXEMPLE 1 : Si on double (ou triple, etc.) le nombre de cubes, alors on double (ou triple, etc.) la hauteur de la pile. Donc la hauteur totale et le nombre de cubes sont proportionnels.

EXEMPLE 2 : $5 \times 3 = 15$, mais $31 \times 3 \neq 92$.
Donc G1 et G2 ne sont pas proportionnelles.



Entraîne-toi !

^{5^e}

Reconnaître si deux grandeurs sont proportionnelles

Précise si les grandeurs sont proportionnelles (ou non) :

- a) la masse de billes (toutes identiques) en acier et leur nombre ;
b) la taille d'un enfant et son âge ;

c)

G1	5	15	12	20
G2	9	27	21,6	36

d)

G1	5	4	9
G2	2	1,6	4

Les méthodes

Résoudre un problème de quatrième proportionnelle

EXEMPLE : On place des bandelettes de même longueur côte à côte. Avec 5 bandelettes, on obtient une bande de 6 cm. Quelle est la longueur d'une bande de 15 bandelettes ?

La longueur de la bande est proportionnelle au nombre de bandelettes.

► MÉTHODE 1. Chercher la valeur d'une unité 6^e

5 bandelettes mesurent 6 cm.

Donc 1 bandelette mesure : $6 \text{ cm} : 5 = 1,2 \text{ cm}$.

Donc 15 bandelettes mesurent : $1,2 \text{ cm} \times 15 = 18 \text{ cm}$.

► MÉTHODE 2. Utiliser les propriétés multiplicative/additive 6^e

5 bandelettes → 6
 $\times 3$
 15 bandelettes → ?

Il y a 3 fois plus de bandelettes, donc la seconde bande est 3 fois plus longue que la première. Elle mesure en cm $6 \times 3 = 18$.

► MÉTHODE 3. Compléter un tableau de proportionnalité 6^e 4^e

► PROPRIÉTÉ 1 (PRODUIT EN CROIX). $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ signifie $a \times d = b \times c$ 4^e

► Dans le tableau ci-dessous, x correspond à la longueur en cm de 15 bandelettes.

Nombre de bandelettes	5	15
Longueur en cm	6	x

Diagramme illustrant les opérations : un cercle $\times 3$ est au-dessus du tableau, avec des flèches pointant de 5 à 15 et de 6 à x . Un cercle $\times 1,2$ est à droite du tableau, avec des flèches pointant de 6 à x et de 5 à 15.

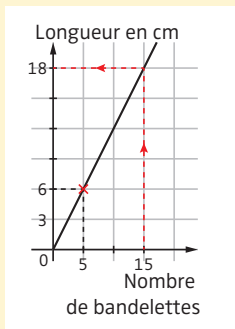
Pour compléter ce tableau, on peut :

- chercher le coefficient de proportionnalité. Il vaut $6 : 5 = 1,2$;
- utiliser, si possible, les propriétés multiplicative/additive (méthode 2) ;
- utiliser le produit en croix (4^e) : $\frac{5}{6} = \frac{15}{x}$, donc $x = 6 \times 15 : 5 = 90 : 5 = 18$.

► **MÉTHODE 4. Utiliser un graphique** 4^e

► **PROPRIÉTÉ 2.** Une situation de proportionnalité peut être représentée par des **points alignés avec l'origine** du repère.

► On place le point de coordonnées (5 ; 6), car 5 bandelettes mesurent 6 cm. On trace la demi-droite dont l'origine est l'origine du repère, et qui passe par ce point. On lit l'ordonnée du point de la demi-droite, dont l'abscisse est 15 (car on cherche la longueur de la bande formée de 15 bandelettes). On trouve que la seconde bande mesure 18 cm.



Attention ! Cette méthode ne donne souvent que des valeurs approchées.



Entraîne-toi !

1 Résoudre un problème de quatrième proportionnelle

En empilant 4 cubes identiques, on obtient une pile de 6,4 cm de haut. Quelle sera la hauteur d'une pile de 24 de ces cubes ?

Trouve 2 méthodes 6^e ou bien 3 méthodes 4^e différentes pour résoudre ce problème.

2 Compléter un tableau de proportionnalité

Complète les deux tableaux de proportionnalité suivants en utilisant les méthodes indiquées :

a) recherche du coefficient de proportionnalité 6^e, puis produit en croix 4^e :

G1	15	6
G2	7	...

b) propriétés multiplicative/additive 6^e, puis graphique 4^e :

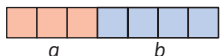
G1	8	6	14	7
G2	12	9

→ CORRIGÉS PAGES 274-275

Vocabulaire

► **DÉFINITION.** On dit que :

► deux nombres a et b sont
dans le **ratio 3 : 4** si $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$;



► trois nombres a , b et c sont **dans**
le **ratio 2 : 3 : 7** si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$.



À noter

« 3 : 4 » se lit « 3 pour 4 »
et « 2 : 3 : 7 » se lit « 2 pour 3 pour 7 ».

EXEMPLE :

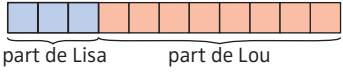
Christophe et Gaëlle partagent un paquet de bonbons dans un ratio 2 : 3. Cela veut dire que chaque fois que Christophe reçoit 2 bonbons, Gaëlle en reçoit 3. C'est un **partage inégal**.

La méthode

Partager une quantité selon un ratio donné

EXEMPLE :

165 € sont partagés entre Lisa et Lou dans un ratio 3 : 8.
Combien d'argent reçoivent-elles chacune ?

Étapes	Solution
1 On peut faire un schéma .	1 
2 On détermine les proportions associées à chacune des parts.	2 Lisa reçoit $\frac{3}{3+8} = \frac{3}{11}$ de la somme totale. Lou en reçoit $\frac{8}{3+8} = \frac{8}{11}$.

3 On calcule les **quantités** associées à chacune des parts.

$$3 \quad \frac{3}{11} \times 165 = 45 \text{ et } \frac{8}{11} \times 165 = 120.$$

Pour le calcul de la fraction d'un nombre, voir fiche 13.

4 On **conclut**.

4 Lisa reçoit 45 € et Lou 120 €.



Entraîne-toi !

Partager une quantité en deux ou trois parts selon un ratio donné

a) 171 € sont partagés entre Cédric et Mickaël dans un ratio 2 : 7. Combien d'argent reçoivent-ils chacun ?

b) Sur la bouteille d'un sirop de jus de fruit, il est écrit : « Mélanger du sirop et de l'eau dans un ratio 2 : 13. » Détermine les quantités de sirop et d'eau dans 37,5 cL de ce mélange.



c) Pour faire de la vinaigrette, on mélange de l'huile et de la moutarde dans un ratio 3 : 1. Détermine les quantités d'huile et de moutarde pour 500 mL de vinaigrette.

d) Laurie, Céline et Muriel ont respectivement 5, 7 et 11 ans.

On décide de partager 184 bonbons dans le ratio « de leurs âges » 5 : 7 : 11. Combien de bonbons aura chaque enfant ?

Conseil

Tu peux vérifier les trois quantités trouvées en les additionnant : tu dois retrouver le nombre total de bonbons.

Vocabulaire

► **DÉFINITION.** Un pourcentage est un **coefficient de proportionnalité** entre une partie et un tout. Il s'exprime sous la forme d'une fraction $\frac{a}{100}$ qui s'écrit $a\%$ et se lit «*a* pour cent».

EXEMPLE : Dire qu'il y a 75 % de cacao dans du chocolat signifie qu'il y a proportionnalité entre la masse de cacao (la partie) et la masse de chocolat (le tout).

Le coefficient de proportionnalité est $\frac{75}{100}$.

Donc il y a $\frac{75}{100}$ de cacao dans le chocolat, soit 75 g de cacao dans 100 g de chocolat.

À noter

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0,75;$$

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,5;$$

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

► $a\%$ d'un nombre b est égal à : $\frac{a}{100} \times b$

Les méthodes

1 Appliquer un pourcentage 6^e

EXEMPLE : Dans la station des Rousses (Jura), 54 % des 3 850 habitants pratiquent régulièrement le ski de fond. Combien d'habitants pratiquent régulièrement le ski de fond aux Rousses ?

► **MÉTHODE 1.** Utiliser un tableau de proportionnalité

Nombre total d'habitants	100	3 850
Nombres de pratiquants du ski de fond	54	2 079

$$\times \frac{54}{100} = 0,54$$

coefficient

de proportionnalité

« 54 pour 100 »

$3850 \times 0,54 = 2079$. Donc 2 079 habitants des Rousses pratiquent régulièrement le ski de fond en hiver.

► **MÉTHODE 2.** Calculer les $\frac{a}{100}$ du nombre

On calcule $\frac{54}{100}$ de 3 850. $\frac{54}{100} \times 3\,850 = 0,54 \times 3\,850 = 2\,079$.

Pour le calcul de la fraction d'un nombre, voir fiche 13.

2 Calculer un pourcentage 5^e

► On **divise la partie par le tout** et on traduit ce nombre en pourcentage (fraction dont le dénominateur est égal à 100).

EXEMPLE : Un gâteau contient 105 g de sucre et pèse 350 g. Déterminer le pourcentage de sucre dans ce gâteau.

$$\frac{105}{350} = 0,3 = \frac{30}{100} = 30\%. \text{ Il y a } 30\% \text{ de sucre dans ce gâteau.}$$

Tu peux aussi utiliser un tableau de proportionnalité (voir méthode 2 dans le corrigé de l'exercice 2a).



Entraîne-toi !

6^e

1 Appliquer un pourcentage

a) Dans une classe de 6^e de 30 élèves, 50 % des élèves font de l'anglais, 10 % portent des lunettes, et 60 % sont des filles.

- Combien d'élèves portent des lunettes dans cette classe ?
- Combien d'élèves font de l'anglais dans cette classe ?
- Quel est le nombre de filles dans cette classe ?

b) Une télévision coûte 425 €. Son prix baisse de 13 %. Détermine le montant (en €) de la remise.

5^e

2 Calculer un pourcentage

a) Dans un collège de 520 élèves, il y a 78 externes. Détermine le pourcentage d'externes de ce collège.

b) Dans sa bibliothèque, Laura possède 120 romans dont 60 romans policiers. Détermine le pourcentage de romans policiers que possède Laura.

Pourcentages d'augmentation et de diminution

3^e

Calculs avec des pourcentages d'augmentation et de diminution

► PROPRIÉTÉS.

- **Augmenter** un nombre de a %, c'est le multiplier par $1 + \frac{a}{100}$.

$$\text{quantité finale} = \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \text{quantité initiale}$$

- **Diminuer** un nombre de a %, c'est le multiplier par $1 - \frac{a}{100}$.

$$\text{quantité finale} = \left(1 - \frac{a}{100}\right) \times \text{quantité initiale}$$

EXEMPLES :

- Augmenter de 5 % revient à multiplier par $1 + \frac{5}{100} = 1,05$.
- Diminuer de 35 % revient à multiplier par $1 - \frac{35}{100} = 0,65$.

Justification

Soit x le nombre initial.

Augmentation :

$$\frac{5}{100} \times x = 0,05 \times x$$

Nombre augmenté :

$$x + 0,05 \times x = x \times (1 + 0,05) = x \times 1,05$$

Les méthodes

1 Calculer une quantité après un pourcentage d'augmentation (ou de diminution)

EXEMPLE :

La population d'une ville est de 10 200 habitants en 2021.

Elle augmente de 14 % en 2022.

Quel est le nombre d'habitants de cette ville en 2022 ?

Étapes	Solution
1 On écrit la formule correspondante (augmentation ou diminution).	1 Population finale $= \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \text{population initiale}$
2 On remplace les données connues par leur valeur.	2 Population finale $= \left(1 + \frac{14}{100}\right) \times 10\,200$ $= 1,14 \times 10\,200.$
3 On calcule .	3 Population finale = 11 628.

2 Calculer un pourcentage d'augmentation (ou de diminution)

► On utilise **l'une des deux formules** de la page précédente.

EXEMPLE : Un article passe de 125 € à 140 €. Quel est le pourcentage d'augmentation ?

$$\text{Prix final} = \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \text{prix initial}, \text{ donc } 140 = \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times 125.$$

$$\text{Donc } 1 + \frac{a}{100} = \frac{140}{125} = 1,12 = 1 + 0,12 = 1 + \frac{12}{100}.$$

L'augmentation est 12 %.



Entraîne-toi !

1 Calculer une quantité après un pourcentage de variation

Le prix d'une paire de chaussures est 75 €. Calcule le nouveau prix de ces chaussures après une baisse de 11 %.

2 Calculer un pourcentage de variation

a) Lors des soldes, le prix d'un pull passe de 45 € à 41,40 €.

Quel est le pourcentage de diminution ?

b) Le nombre de membres d'un club sportif est passé de 35 en 2020 à 49 en 2021. Quel est le pourcentage d'augmentation constaté ?

Généralités

► **DÉFINITIONS.** Lorsque les dimensions de la représentation d'un objet (dessin, maquette, carte) et ses dimensions réelles sont proportionnelles, on appelle **échelle** le quotient :

$$\text{échelle} = \frac{\text{distance sur la représentation}}{\text{distance réelle}}$$

► Si l'échelle est supérieure à 1, on a un **agrandissement** (exemple : microscope).

► Si l'échelle est comprise entre 0 et 1, on a une **réduction** (exemples : carte routière, maquette). On peut alors noter l'échelle sous la forme d'une fraction de numérateur égal à 1.

EXEMPLE : Une échelle au 1/25 000 ou 1 : 25 000 signifie que 1 cm sur la carte correspond à 25 000 cm (250 m) dans la réalité.

Attention!
Les deux longueurs doivent toujours être exprimées dans la même unité.

Les méthodes

1 Calculer une longueur en utilisant une échelle

► On utilise un **tableau de proportionnalité** (voir fiche 43).

EXEMPLE : On dispose d'une carte à l'échelle 1/50 000.

a) Sur cette carte, la distance entre deux villes est 12 cm.

Calculer la **distance réelle** entre ces deux villes.

b) Si deux villes sont distantes de 20 km, calculer la **distance sur la carte** entre ces deux villes.

Distance sur la carte (en cm)	1	12	?
Distance réelle (en cm)	50 000	?	2 000 000

× 50 000

échelle : 1/50 000 20 km = 2 000 000 cm

a) Distance réelle : $12 \text{ cm} \times 50\,000 = 600\,000 \text{ cm} = 6 \text{ km}$.

b) Distance sur la carte : $2\,000\,000 \text{ cm} : 50\,000 = 40 \text{ cm}$.

2 Calculer une échelle

► On utilise un **tableau de proportionnalité**.

EXEMPLE : Sur une carte, deux villes sont distantes de 8 cm ; dans la réalité, elles le sont de 10 km. Calculer l'**échelle** de cette carte.

Distance sur la carte (en cm)	8	1
Distance réelle (en cm)	1 000 000	?

$$10 \text{ km} = 1\,000\,000 \text{ cm}$$

$1\,000\,000 : 8 = 125\,000$, donc 1 cm sur la carte représente 125 000 cm dans la réalité, et l'échelle est $1/125\,000$.

En classe de 4^e, tu pourras compléter les tableaux de proportionnalité précédents en utilisant le produit en croix (voir fiche 44).



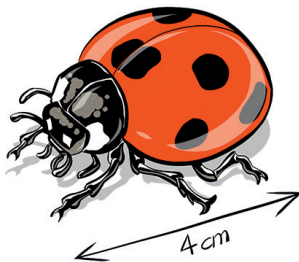
Entraîne-toi !

1 Calculer des longueurs avec une échelle

a) ► Sur une maquette d'immeuble dont l'échelle est $1/200$, les fenêtres ont une largeur de 0,6 cm. Calcule leur largeur réelle.

► Quelle sera, sur cette maquette, la hauteur d'une porte d'entrée de hauteur réelle 2,50 m ?

b) Sur un dessin à l'échelle $5/1$, une coccinelle mesure 4 cm. Quelle est sa longueur réelle ?



2 Calculer une échelle

La cour de récréation du collège est un carré de 75 m de côté. Elle est représentée sur un plan par un carré de 15 cm de côté. Quelle est l'échelle de ce plan ?

→ CORRIGÉS PAGES 276-277

Agrandir et réduire des figures et des solides

► DÉFINITIONS.

► **Agrandir** une figure ou un solide, c'est multiplier ses dimensions par un même nombre **k supérieur à 1** et conserver ses angles.

► **Réduire** une figure ou un solide, c'est multiplier toutes ses dimensions par un même nombre **k compris entre 0 et 1**, et conserver ses angles.

À noter

k est le coefficient de proportionnalité. Il est aussi appelé rapport d'agrandissement ou de réduction.

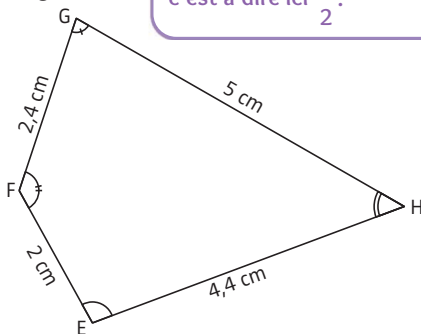
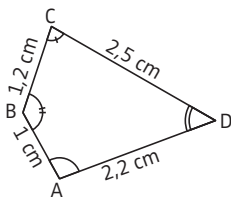
► **CONSÉQUENCE.** Dans un agrandissement (ou une réduction), il y a **proportionnalité** entre les dimensions initiales et les dimensions après agrandissement (ou réduction).

EXEMPLE :

EFGH est un agrandissement de ABCD. Chaque longueur des côtés de ABCD a été multipliée par 2, donc le coefficient d'agrandissement est égal à 2.

À noter

On dit aussi que ABCD est une réduction de EFGH. Le rapport de réduction est égal à l'inverse du rapport d'agrandissement, c'est-à-dire ici $\frac{1}{2}$.



► **PROPRIÉTÉS.** Dans un agrandissement (ou une réduction) de rapport k (ou à l'échelle k) :

- les **longueurs** sont multipliées par k ;
- les **aires** sont multipliées par k^2 ;
- les **volumes** sont multipliés par k^3 .

Les méthodes

1 Calculer des longueurs

EXEMPLE : Soit MNOP un rectangle de longueur 8,2 cm et de largeur 4,6 cm. Soit M'N'O'P' un agrandissement de MNOP de longueur 20,5 cm. Quelle est la largeur de M'N'O'P' ?

► **MÉTHODE 1. Trouver le coefficient d'agrandissement**

$20,5 : 8,2 = 2,5$. Le coefficient d'agrandissement est égal à 2,5.
 $4,6 \times 2,5 = 11,5$. Donc la largeur de M'N'O'P' est égale à 11,5 cm.

► **MÉTHODE 2. Utiliser un tableau de proportionnalité**

Dimensions de MNOP (cm)	8,2	4,6
Dimensions de M'N'O'P' (cm)	20,5	x

On applique le produit en croix (voir fiche 44).

En cm, $x = 4,6 \times 20,5 : 8,2 = 11,5$.

2 Calculer des aires ou des volumes

► On utilise les **formules** :

$$\begin{aligned} \text{aire finale} &= \text{aire initiale} \times k^2 \\ \text{volume final} &= \text{volume initial} \times k^3 \end{aligned}$$



Entraîne-toi !

1 Calculer des longueurs

Soit ABC un triangle tel que $AB = 5$ cm, $AC = 7$ cm, $BC = 9$ cm. Soit DEF un agrandissement de ABC tel que le côté [DE] soit un agrandissement de [AB], et [DF] un agrandissement de [AC]. On sait que $DE = 15,5$ cm. Détermine les longueurs DF et EF.

2 Calculer des aires ou des volumes

On réalise la maquette d'une pièce à l'échelle $\frac{1}{300}$. La surface réelle au sol est 63 m^2 ; le volume de la maquette est $4,5 \text{ cm}^3$.

Calcule la surface au sol (en cm^2) de la maquette et le volume réel (en m^3) de la pièce.

Les méthodes

1 Convertir des km/h en m/s (ou inversement)

EXEMPLE 1 : Un automobiliste roule à la vitesse moyenne de 54 km/h. Convertir cette vitesse en m/s.

L'automobiliste parcourt 54 km en 1 h, soit 54 000 m en 3 600 s.

Il parcourt donc $\frac{54000}{3600} = 15$ m en 1 s, donc sa vitesse est égale à 15 m/s.

1 h = 60 min = 3 600 s
(voir fiche 61).

EXEMPLE 2 : Un athlète court à la vitesse moyenne de 4 m/s.

Convertir cette vitesse en km/h.

L'athlète parcourt 4 m soit 0,004 km en 1 s. Donc en 1 h, il parcourt, en km :
 $0,004 \times 3600 = 14,4$.

Donc sa vitesse est égale à 14,4 km/h.



2 Calculer une vitesse, une distance, une durée

► **DÉFINITION.** La **vitesse moyenne** est donnée par la formule :

$$\text{vitesse moyenne} = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{durée du parcours}} \text{ soit } v = \frac{d}{t}$$

où d représente la distance parcourue et t la durée du parcours.

Une vitesse moyenne s'exprime généralement en km/h ou en m/s.

EXEMPLES : a) Un cycliste parcourt 34 000 m en 102 min. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?

b) Une voiture roule 3 h 12 min à la vitesse moyenne de 75 km/h. Quelle distance, en km, a-t-elle parcourue ?

c) Combien de temps (en minutes et secondes) met un piéton pour parcourir 2,4 km à la vitesse moyenne de 1,5 m/s ?

Étapes	Solution
1 On écrit la formule de la vitesse .	1 On a : $v = \frac{d}{t}$.
2 On convertit , si nécessaire, les unités de longueur et de temps dans les unités souhaitées pour la réponse.	2 a) $34\,000 \text{ m} = 34 \text{ km}$. $102 \text{ min} = \frac{102}{60} \text{ h} = 1,7 \text{ h}$. b) $3 \text{ h } 12 \text{ min} = 3 \text{ h} + \frac{12}{60} \text{ h} = 3,2 \text{ h}$. c) $2,4 \text{ km} = 2\,400 \text{ m}$.
3 On remplace les variables connues par leur valeur, puis, suivant le cas : ▶ on effectue les calculs ; ▶ ou on résout l' équation obtenue (voir fiche 27). Enfin, on conclut.	3 a) En km/h, $v = \frac{34}{1,7} = 20$. b) $75 = \frac{d}{3,2}$. Elle a parcouru en km : $d = 75 \times 3,2 = 240$. c) $1,5 = \frac{2400}{t}$ donc $1,5 \times t = 2400$ et $t = \frac{2400}{1,5} = 1600 \text{ s} = 26 \text{ min } 40 \text{ s}$. Le piéton met 26 min 40 s.



Entraîne-toi !

1 Convertir des km/h en m/s (ou inversement)

- a)** Convertis en m/s : 163,8 km/h ; 12,6 km/h.
b) Convertis en km/h : 35 m/s ; 8,5 m/s.

2 Calculer une vitesse, une distance, une durée

- a)** Un train parcourt 369 km en 1 h 48 min.
Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?
b) La vitesse moyenne d'un nageur est 1,2 m/s.
Quelle distance (en km) parcourt-il en 38 min ?
c) Combien de temps (en heures et minutes) met le faucon pèlerin pour parcourir 216 km à la vitesse moyenne de 90 km/h ?

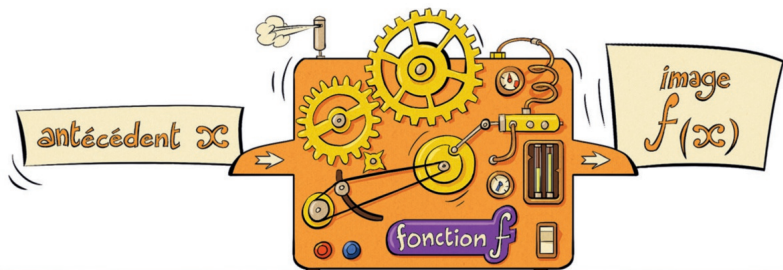
1 Fonction

► **DÉFINITION.** On appelle **fonction** f , un procédé de calcul qui, à tout nombre x , fait correspondre un unique autre nombre que l'on note $f(x)$.

On peut assimiler une fonction à une « machine mathématique » qui transforme des nombres.

À noter

$f(x)$ se lit « f de x ». C'est l'expression algébrique de f .



EXEMPLE :

Soit la fonction f qui, à un nombre x , fait correspondre son carré.

On la note : $f(x) = x^2$ ou $f : x \mapsto x^2$.

On a donc, par exemple : $f(3) = 3^2$ ou $f : 3 \mapsto 9$.

On dit que 9 est l'**image** de 3 par la fonction f , ou que 3 est un **antécédent** de 9 par la fonction f .

À noter

► Un nombre possède toujours au plus une image par une fonction donnée.
 ► Un nombre peut avoir plusieurs antécédents par une fonction donnée (ou ne pas en avoir).

2 Tableau de valeurs

► **DÉFINITION.** Un **tableau de valeurs** permet, pour une fonction donnée, d'indiquer l'image de plusieurs nombres.

EXEMPLE : Soit g une fonction :

x (antécédent)	-1	0	5	6,5
$g(x)$ (image)	-6	-8	42	-8

$g(0) = -8$ et $g(6,5) = -8$ (donc -8 a deux antécédents 0 et 6,5).

L'image de -1 par g est -6 ; un antécédent de 42 par g est 5.

Les méthodes

1 Déterminer l'image d'un nombre

► On **remplace** x par sa valeur dans l'expression algébrique et on calcule.

EXEMPLE : Soit f la fonction définie par $f(x) = 3x^2 + 5$. Déterminer l'image de 2 par la fonction f .

On remplace x par 2 et on calcule : $f(2) = 3 \times 2^2 + 5 = 17$.

2 Déterminer le(s) antécédent(s) d'un nombre

EXEMPLE : Soit g la fonction définie par $g : x \mapsto 2x - 3$. Déterminer le(s) antécédent(s) de 8 par la fonction g .

Étapes	Solution
1 On traduit l'énoncé par une égalité.	1 On cherche x tel que $g(x) = 8$.
2 On remplace l'image de x par l'expression algébrique de la fonction.	2 $2x - 3 = 8$
3 On résout l'équation obtenue. Voir fiches 27 et 28.	3 $2x - 3 + 3 = 8 + 3$ $2x = 11$ $\frac{2x}{2} = \frac{11}{2}$ donc $x = \frac{11}{2} = 5,5$.
4 On conclut .	4 L'antécédent de 8 par f est 5,5.



Entraîne-toi !

Déterminer l'image ou le(s) antécédent(s) d'un nombre

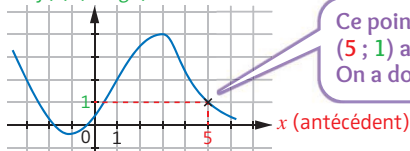
Soient f et g les fonctions définies par $f(x) = -5x + 8$; $g(x) = x(3x - 7)$.

- Détermine les images de 6 et -2 par f , puis par g .
- Détermine le(s) antécédent(s) de 12 par f , et de 0 par g .

Représentation graphique d'une fonction

► **DÉFINITION.** Dans un repère, la **représentation graphique** d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$.

EXEMPLE : $f(x)$ (image)



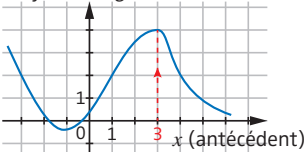
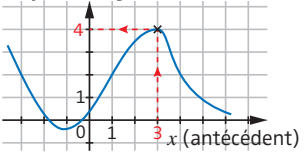
À noter

Ce point de coordonnées $(5; 1)$ appartient à la courbe. On a donc $f(5) = 1$.

 Les méthodes

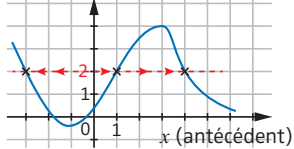
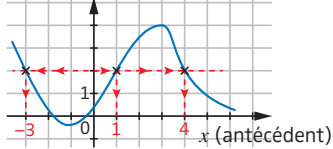
1 Déterminer l'image d'un nombre à partir de la représentation graphique d'une fonction

EXEMPLE : Déterminer l'image de 3 par la fonction f ci-dessus.

Étapes	Solution
<p>1 On place l'antécédent sur l'axe des abscisses, puis on rejoint la courbe, verticalement.</p>	<p>1 $f(x)$ (image)</p>  <p>x (antécédent)</p>
<p>2 L'ordonnée du point obtenue est l'image cherchée.</p>	<p>2 $f(x)$ (image)</p>  <p>x (antécédent)</p>
<p>3 On conclut.</p>	<p>3 L'image de 3 par f est 4.</p>

2 Déterminer le(s) antécédent(s) d'un nombre à partir de la représentation graphique d'une fonction

EXEMPLE : À partir de la représentation graphique de l'exemple précédent, déterminer le(s) antécédent(s) de 2 par la fonction f .

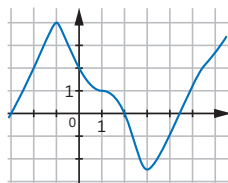
Étapes	Solution
<p>1 On place l'image sur l'axe des ordonnées, puis on rejoint la courbe, horizontalement. La courbe peut être coupée une fois, plusieurs fois ou pas du tout.</p>	<p>1 $f(x)$ (image)</p> 
<p>2 Les abscisses des points obtenus sont les antécédents cherchés.</p>	<p>2 $f(x)$ (image)</p> 
<p>3 On conclut.</p>	<p>3 Les antécédents de 2 par f sont -3; 1 et 4.</p>



Entraîne-toi !

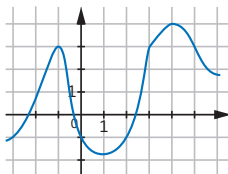
1 Déterminer l'image d'un nombre

- Détermine l'image de -2 par la fonction f ci-contre.
- Même question pour 2 , puis 3 , puis 0 .



2 Déterminer le(s) antécédent(s) d'un nombre

- Détermine le(s) antécédent(s) de -1 par la fonction f ci-contre.
- Même question pour -2 , puis 4 .



Fonctions linéaires et affines : définition et reconnaissance

1 Fonction linéaire et fonction affine

► **DÉFINITION 1.** La fonction $f : x \mapsto ax$ (où a est un nombre fixé) est appelée **fonction linéaire** de coefficient a .

EXEMPLE :

La fonction f définie par $f(x) = 5x$ est linéaire de coefficient 5.

► **DÉFINITION 2.** La fonction $f : x \mapsto ax + b$ (où a et b sont deux nombres fixés) est appelée **fonction affine**.

► **EXEMPLE :** La fonction f définie par $f(x) = -2,4x + 3$ est affine avec $a = -2,4$ et $b = 3$.

À noter

Toute situation de proportionnalité se traduit par une fonction linéaire dont le coefficient est le coefficient de proportionnalité (voir fiche 43).

2 Représentation graphique

► **PROPRIÉTÉS.** ► La représentation graphique d'une fonction **linéaire** est une droite passant par l'origine du repère.

► La représentation graphique d'une fonction **affine** est une droite.

Les méthodes

1 Reconnaître une fonction linéaire ou affine à partir de son expression algébrique

► On **développe et simplifie** l'expression algébrique, puis on **conclut** grâce aux définitions 1 ou 2.

► **EXEMPLE :** Soit f la fonction définie par $f(x) = 2(x + 5) + 5x - 6$.

f est-elle une fonction affine ? linéaire ?

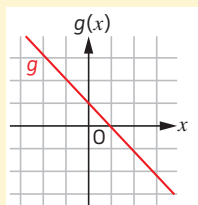
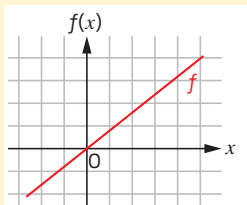
$$f(x) = 2x + 10 + 5x - 6 = 7x + 4.$$

f est une fonction affine, avec $a = 7$ et $b = 4$.

2 Reconnaître une fonction linéaire ou affine à partir de sa représentation graphique

► On utilise les **propriétés graphiques** citées précédemment.

EXEMPLES : Les fonctions f et g sont-elles affines ? linéaires ?



► f est linéaire, car sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.

► g est affine, car sa représentation graphique est une droite.



Entraîne-toi !

1 Reconnaître une fonction linéaire ou affine à partir de son expression algébrique

a) Les fonctions f , g , h et i suivantes sont-elles linéaires ?

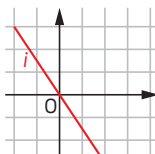
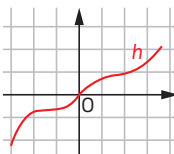
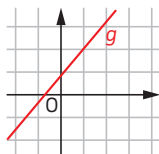
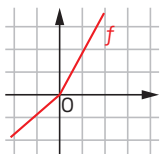
$$f(x) = 5x + 3x \quad g(x) = 9x^2 \quad h(x) = 6(2x + 3) - 18 \quad i(x) = \frac{x}{5}$$

b) Les fonctions m , n et p suivantes sont-elles affines ?

$$m(x) = \frac{2}{5}x \quad n(x) = x(x + 3) \quad p(x) = 3(2x - 8) + 7x$$

2 Reconnaître une fonction linéaire ou affine à partir de sa représentation graphique

Les fonctions f , g , h et i suivantes sont-elles affines ? linéaires ?



→ CORRIGÉS PAGE 279

Construction 3^e de la représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine

Coefficient directeur, ordonnée à l'origine

► **DÉFINITIONS.** Soit (d) la droite représentant graphiquement une fonction linéaire f définie par $f(x) = ax$.

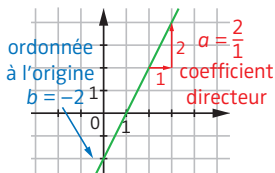
Soit (d') la droite représentant graphiquement une fonction affine g définie par $g(x) = ax + b$.

► a s'appelle le **coefficient directeur** des droites (d) et (d') .

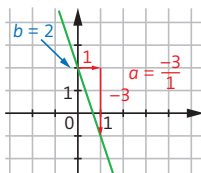
► b s'appelle l'**ordonnée à l'origine** de la droite (d') .

► On retrouve a et b géométriquement :

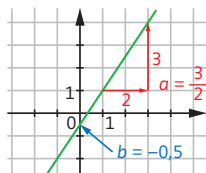
► Cas 1



► Cas 2



► Cas 3



À noter

- Voir la fiche 53 pour la définition des fonctions linéaires et affines.
- Le **coefficient directeur** donne la pente de la droite. Il est positif lorsque la courbe croît (cas 1 et 3), et négatif lorsque la courbe décroît (cas 2).
- L'**ordonnée à l'origine** correspond à l'ordonnée du point d'intersection entre l'axe des ordonnées et la droite représentative de la fonction.

Les méthodes

Représenter graphiquement une fonction linéaire ou une fonction affine

EXEMPLE : Représenter graphiquement la fonction affine f définie par $f(x) = 2x - 1$.

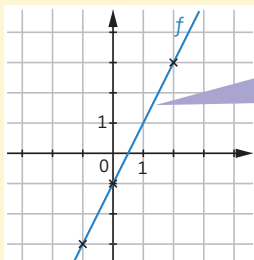
► **MÉTHODE 1.** Déterminer deux points (trois pour être plus sûr) appartenant à la droite représentative de la fonction

Étape 1. On construit un tableau de valeurs (voir fiche 51) vide, puis on choisit trois valeurs de x (parmi ces valeurs, il est conseillé de prendre 0, car le calcul de l'image est simple).

x	0	2	-1
$f(x)$	-1	3	-3

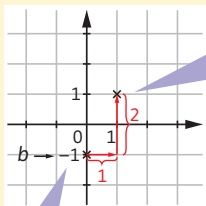
Étape 2. On calcule les images des nombres choisis. Pour $x = -1$, $f(-1) = 2 \times (-1) - 1 = -2 - 1 = -3$.

Les points de coordonnées $(0; -1)$; $(2; 3)$ et $(-1; -3)$ appartiennent à la représentation graphique de f .



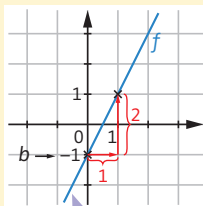
Étape 3. On place les trois points dans un repère, puis on trace la droite passant par ces trois points.

► **MÉTHODE 2.** Utiliser l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur



Étape 1. On place le point de coordonnées $(0; b)$.

Étape 2. On place un second point à l'aide du coefficient directeur. En partant du point de coordonnées $(0; b)$, on se déplace horizontalement d'une unité à droite, puis verticalement de a unités :
 ► en montant (si $a > 0$) ;
 ► ou en descendant (si $a < 0$).



Étape 3. On trace la droite passant par ces deux points.



Entraîne-toi !

Représenter graphiquement une fonction linéaire ou affine

Représente graphiquement les fonctions f , g et h définies par :

a) $f(x) = 3x$

b) $g(x) = -2x + 4$

c) $h(x) = \frac{2}{3}x - 1$

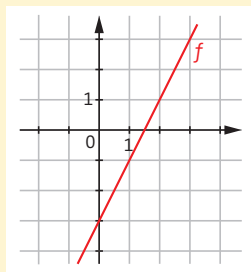
Détermination ^{3^e} de l'expression algébrique d'une fonction linéaire ou affine

La méthode

Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire ou affine à l'aide de sa représentation graphique

EXEMPLE : Retrouver l'expression algébrique de la fonction f représentée ci-contre.

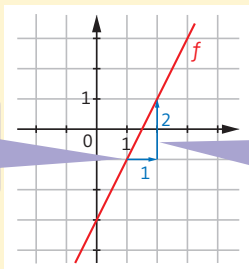
La courbe représentative est une droite ne passant par l'origine du repère, donc la fonction cherchée est une fonction affine. Son expression algébrique est donc de la forme $f(x) = ax + b$.



ÉTAPE 1. Détermination de a (coefficient directeur)

On part d'un point sur la droite (de coordonnées entières). On se déplace ensuite horizontalement d'une unité vers la droite, puis verticalement en montant ou descendant pour rejoindre la droite. La valeur de a correspond au nombre d'unités du déplacement vertical. Il est **positif** si le déplacement se fait en montant, et **négatif** s'il se fait en descendant.

On se déplace horizontalement d'une unité vers la droite.



On se déplace verticalement en montant de deux unités pour rejoindre la droite, donc $a = 2$.

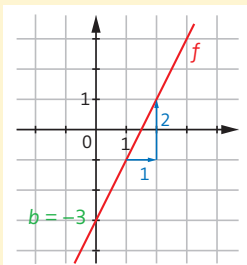
Il est parfois préférable d'effectuer un déplacement horizontal d'un nombre autre que 1 pour faciliter la détermination du coefficient directeur.

► **ÉTAPE 2. Détermination de b**
(ordonnée à l'origine)

L'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point d'intersection entre la droite et l'axe des ordonnées. Ici $b = -3$.

► **ÉTAPE 3. Conclusion**

L'expression algébrique de f est $f(x) = 2x - 3$.

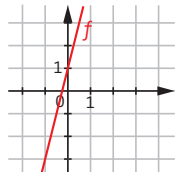


Entraîne-toi !

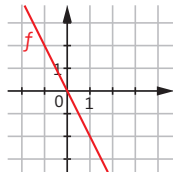
1 Retrouver l'expression algébrique d'une fonction

Retrouve l'expression algébrique de chacune des fonctions f linéaires ou affines représentées graphiquement ci-dessous.

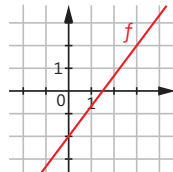
a)



b)



c)



2 Résoudre un problème

Un club de squash propose deux tarifs :

► Tarif A : 8 € par séance ;

► Tarif B : achat d'une carte privilège à 20 € pour l'année, donnant droit à un tarif réduit de 5 € par séance.

a) Soit f la fonction qui, à un nombre x de séances, associe le prix payé avec le tarif A, et g la fonction qui, à un nombre x de séances, associe le prix payé avec le tarif B.

Donne les expressions algébriques de f et de g .

b) Représente graphiquement les deux fonctions f et g .

c) À l'aide du graphique, détermine à partir de combien de séances le tarif B devient plus avantageux que le tarif A.



**Volumes
et contenances**

p. 148

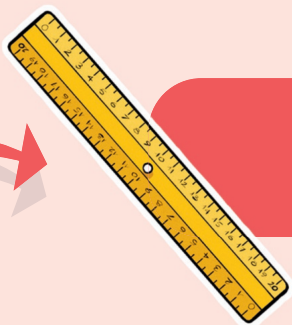
**GRAND
ET M**



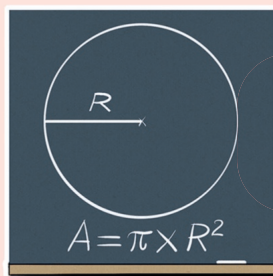
Durées

p. 144

LEURS MESURES



Longueurs p. 134



Aires p. 138

Unités de longueur, périmètre d'une figure

► Comme **unité de longueur**, on utilise conventionnellement le **mètre** et ses multiples et sous-multiples :

Unités	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
--------	----	----	-----	---	----	----	----

► Voici quelques **conversions** à connaître par cœur :

$$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m} \quad 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \quad 1 \text{ m} = 1\,000 \text{ mm} \quad 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

► **DÉFINITION.** Le **périmètre** d'une figure est la longueur de son contour.

Les méthodes

1 Convertir des unités de longueur

► **MÉTHODE 1.** Utiliser les formules liant les unités

Voir corrigé de l'exercice 1 page 281.

► **MÉTHODE 2.** Utiliser le tableau de conversion

► **EXEMPLES :** Compléter : $12,5 \text{ m} = \dots \text{ mm}$; $452 \text{ hm} = \dots \text{ km}$.

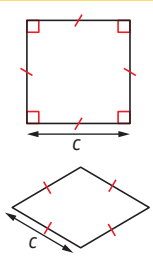
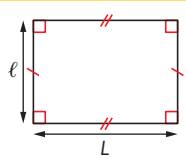
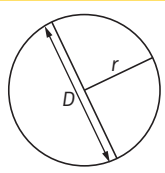
On place le **chiffre des unités** du nombre à convertir dans la colonne correspondant à cette unité, puis les autres chiffres. On place la **virgule** à droite de la colonne correspondant à l'unité visée. Si nécessaire, on place des **zéros** dans les cases vides.

	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			1	2	5	0	0,
4	5,	2					

Donc $12,5 \text{ m} = 12\,500 \text{ mm}$ et $452 \text{ hm} = 45,2 \text{ km}$.

2 Calculer le périmètre de figures usuelles

On applique les **formules** suivantes (on note P le périmètre) :

Carré, losange	Rectangle	Cercle
 <p>$P = c + c + c + c$ $P = 4 \times c$</p>	 <p>L : longueur l : largeur $P = L + l + L + l$ $P = 2 \times L + 2 \times l$ $P = 2 \times (L + l)$</p>	 <p>D : diamètre r : rayon $P = \pi \times D$ $P = 2 \times \pi \times r$ avec $\pi \approx 3,14$</p>

Ces formules découlent de la définition du périmètre (sauf pour le cercle).



Entraîne-toi !

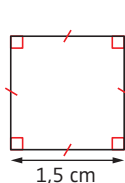
1 Convertir des unités de longueur

Complète les égalités :

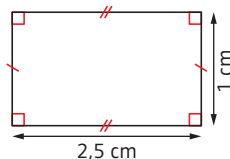
2 345 m = ... km 12,5 cm = ... mm 452,5 cm = ... m
24,7 dm = ... mm 12,5 hm = ... km 123 000 mm = ... km

2 Calculer le périmètre de figures

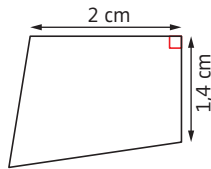
Calcule, si possible, le périmètre des figures ci-dessous. Tu donneras la valeur exacte ou la valeur approchée à 0,1 cm près.



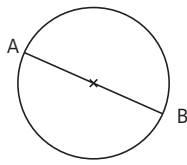
(1)



(2)



(3)



(4)

CORRIGÉS PAGE 281

La méthode

Calculer le périmètre de figures complexes

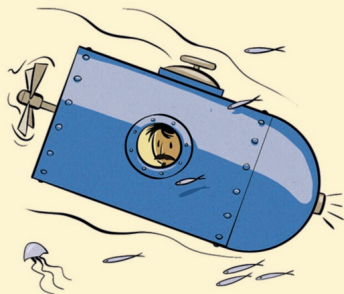
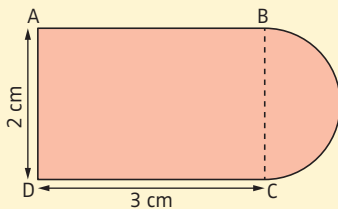
► Pour calculer le périmètre d'une figure complexe, on **additionne** les longueurs des différentes parties qui le composent.

Attention ! Pense à convertir toutes les longueurs dans la même unité avant de les additionner.

- Pour déterminer ces longueurs, on s'appuie sur :
 - les **données** ;
 - les **propriétés** des figures usuelles ;
 - les **formules** de calcul de leur périmètre (voir fiche 56).

EXEMPLE :

Calculer une valeur approchée à 0,1 cm du périmètre de la figure colorée ci-dessous, sachant que ABCD est un rectangle et que l'arc BC est un demi-cercle de diamètre [BC].



► ABCD est un rectangle
donc $AB = DC = 3 \text{ cm}$
et $BC = AD = 2 \text{ cm}$.

► Le demi-cercle a donc pour diamètre 2 cm.

Longueur du demi-cercle (en cm) : $(\pi \times 2) : 2 \approx 3,14 \approx 3,1$.

► Périmètre de la figure (en cm) : $3 + 2 + 3 + 3,1 = 11,1$.



Entraîne-toi !

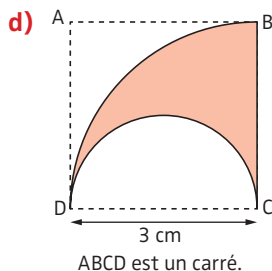
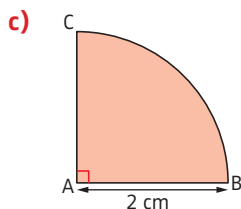
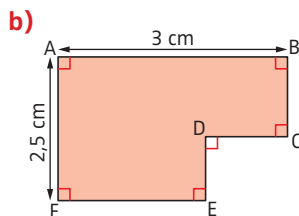
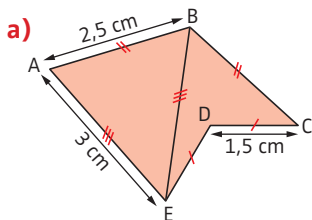
1 Calculer le périmètre de figures complexes

Calcule, si possible, le périmètre des figures colorées ci-dessous.

Tu donneras la valeur exacte ou la valeur approchée à 0,1 cm près.

Conseil

Reporte-toi à la fiche 6 pour la notion de valeur approchée.



2 Résoudre un problème

Une personne souhaite faire poser une clôture rigide autour de son terrain rectangulaire.

Ce terrain mesure 40 m sur 25 m.

Un portail de 350 cm de large est prévu.

Un maçon propose de réaliser les travaux aux prix suivants :

- ▶ portail, pose comprise : 750 € ;
- ▶ grillage, pose comprise : 40 € le mètre.

Quel sera le coût total de la pose du grillage et du portail ?

CORRIGÉS PAGE 281

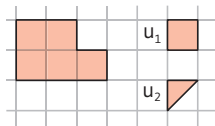
1 Mesure de l'aire d'une figure

► **DÉFINITION 1.** Deux figures ont la même **aire** si elles peuvent se superposer, parfois après découpage et recollement.

Comme le découpage n'est pas toujours facile, on mesure ces aires pour les comparer. Pour cela, il faut choisir une **unité**.

► **DÉFINITION 2.** Une surface-unité étant choisie, la **mesure de l'aire d'une figure** est le nombre de surfaces-unité nécessaires pour la recouvrir exactement.

EXEMPLE : Pour recouvrir cette surface, il faut 5 unités u_1 . Donc avec cette unité, la mesure de cette aire est 5. En revanche, si on prend l'unité u_2 , la mesure est 10.



Attention !

La mesure de l'aire d'une surface varie suivant l'unité choisie.

2 Unités conventionnelles d'aire

► Comme unité d'aire, on utilise conventionnellement le **mètre carré**, noté m^2 (qui est l'aire d'un carré de 1 m de côté) et ses multiples et sous-multiples.

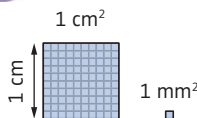
km ²	hm ² /ha	dam ² /a	m ²	dm ²	cm ²	mm ²

À noter

« ha » désigne l'hectare et « a » l'are. Ce sont des unités utilisées en agriculture et lors de ventes de terrains.

► Un carré de 1 cm de côté contient 100 carrés de 1 mm de côté, car $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$. Donc $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$.

De même, $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$. C'est pour cela que, dans le tableau de conversion d'unités d'aire, il y a **deux colonnes par unité**.



Les méthodes

Convertir des unités d'aire

EXEMPLES : Compléter : $3,4 \text{ m}^2 = \dots \text{ cm}^2$; $65\,700 \text{ mm}^2 = \dots \text{ cm}^2$.

► **MÉTHODE 1. Utiliser les formules liant les unités**

► On sait que $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$, donc on multiplie le nombre de m^2 par 10 000, donc $3,4 \text{ m}^2 = 34\,000 \text{ cm}^2$.

► On sait que $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$, donc on divise le nombre de mm^2 par 100, donc $65\,700 \text{ mm}^2 = 657 \text{ cm}^2$.

Pour la multiplication et la division par 10, 100 ou 1 000, voir fiche 5.

► **MÉTHODE 2. Utiliser le tableau de conversion**

On place le **chiffre des unités** du nombre à convertir dans la colonne correspondante à cette unité, puis les autres chiffres. On place la **virgule** à droite de la colonne la plus à droite correspondant à l'unité visée. Si nécessaire, on place des **zéros** dans les cases vides.

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
							3	4	0	0	0,		
									6	5	7,	0	0



Entraîne-toi !

1 Convertir des unités d'aire

Complète les égalités : $3\,400 \text{ m}^2 = \dots \text{ hm}^2$ $0,045 \text{ m}^2 = \dots \text{ mm}^2$
 $38\,500 \text{ dam}^2 = \dots \text{ hm}^2$ $68\,750 \text{ cm}^2 = \dots \text{ m}^2$ $3,2 \text{ dam}^2 = \dots \text{ m}^2$

2 Résoudre un problème

Marc a en charge la vente de 4 terrains. Aide-le à les classer, par ordre décroissant, selon leur aire :

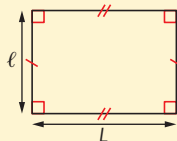
Terrain	(a)	(b)	(c)	(d)
Superficie	$7,8 \text{ dam}^2$	320 m^2	48 a	$0,56 \text{ ha}$

La méthode

Calculer l'aire de figures usuelles

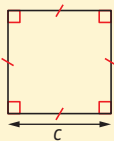
► On applique les **formules** suivantes (on note \mathcal{A} l'aire) :

► Rectangle 6^e



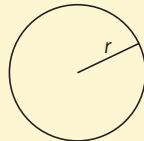
$$\mathcal{A} = L \times l$$

► Carré 6^e



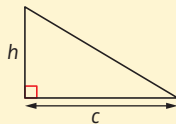
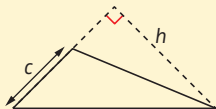
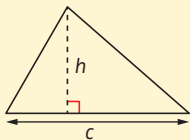
$$\mathcal{A} = c \times c = c^2$$

► Disque 6^e



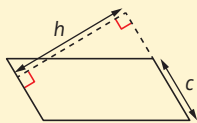
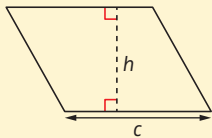
$$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$$

► Triangle 6^e



$$\mathcal{A} = \frac{c \times h}{2}$$

► Parallélogramme 5^e



$$\mathcal{A} = c \times h$$



Il y a deux méthodes pour calculer l'aire d'un parallélogramme (car il a deux hauteurs), et trois méthodes pour calculer l'aire d'un triangle (car il a trois hauteurs).

► Voici les **justifications** de deux formules d'aire :

► **Aire du triangle** 6^e

Aire (ABH) = Aire (ABD)

Aire (BHC) = Aire (BCE)

donc Aire (ABC) = Aire (ABD) + Aire (BCE)

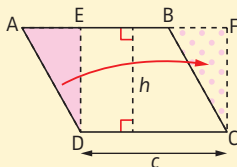
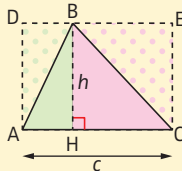
Aire (ABC) = Aire (rectangle ADEC) : 2

$$\text{Aire (ABC)} = \frac{c \times h}{2}$$

► **Aire du parallélogramme** 5^e

Aire (parallélogramme ABCD)

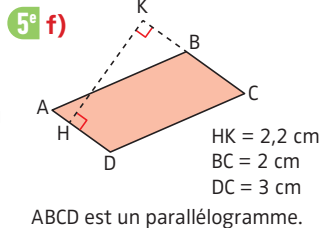
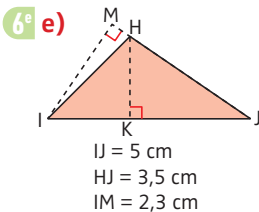
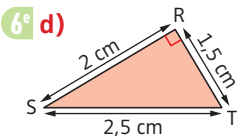
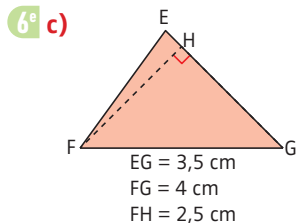
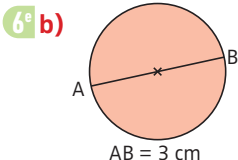
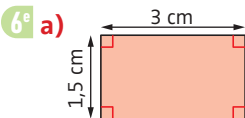
= Aire (rectangle EFCD) = $c \times h$



Entraîne-toi !

Calculer l'aire de figures usuelles

Calcule l'aire des figures ci-dessous en utilisant les informations données. Pour le disque, tu donneras une valeur approchée à 0,01 cm² près.



CORRIGÉS PAGE 282

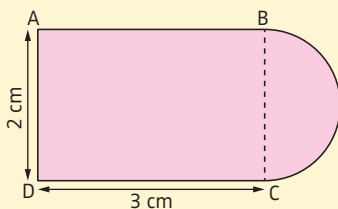
Les méthodes

Calculer l'aire de figures complexes

► MÉTHODE 1. Additionner des aires

EXEMPLE :

Calculer une valeur approchée à $0,1 \text{ cm}^2$ près de l'aire de la figure colorée ci-dessous, sachant que ABCD est un rectangle et que l'arc \widehat{BC} est un demi-cercle de diamètre [BC].



$\mathcal{A} = \text{Aire (ABCD)} + \text{Aire (demi-disque)}$.

$\text{Aire (ABCD)} = 2 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$.

$BC = AD = 2 \text{ cm}$, donc le demi-cercle a pour rayon $2 \text{ cm} : 2 = 1 \text{ cm}$.
Donc en cm^2 , $\text{Aire (demi-disque)} = (\pi \times 1^2) : 2 \approx 1,6$.

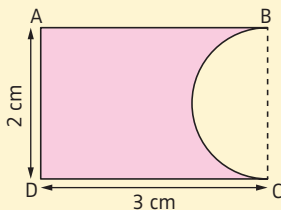
Donc $\mathcal{A} \approx 6 \text{ cm}^2 + 1,6 \text{ cm}^2 = 7,6 \text{ cm}^2$.

On note \mathcal{A} l'aire de la figure considérée.

► MÉTHODE 2. Soustraire des aires

EXEMPLE :

Calculer une valeur approchée à $0,1 \text{ cm}^2$ près de l'aire de la figure colorée ci-contre, sachant que ABCD est un rectangle et que l'arc \widehat{BC} est un demi-cercle de diamètre [BC].



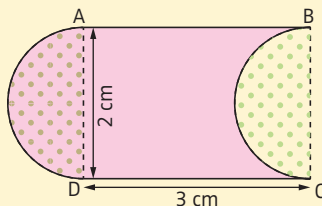
$\mathcal{A} = \text{Aire (ABCD)} - \text{Aire (demi-disque)}$.

$\text{Aire (ABCD)} = 6 \text{ cm}^2$ et $\text{Aire (demi-disque)} \approx 1,6 \text{ cm}^2$.

Donc $\mathcal{A} \approx 6 \text{ cm}^2 - 1,6 \text{ cm}^2 = 4,4 \text{ cm}^2$.

MÉTHODE 3. Déplacer des parties de la figure

EXEMPLE : Calculer l'aire de la figure colorée ci-contre sachant que ABCD est un rectangle et que les arcs \widehat{AD} et \widehat{BC} sont des demi-cercles de diamètre 2 cm.



On **déplace** le demi-disque extérieur au rectangle, de manière à obtenir le rectangle entier, qui a donc la même aire que la figure colorée.

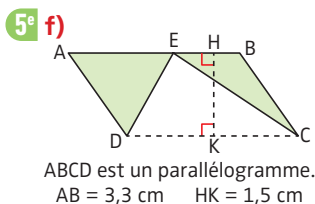
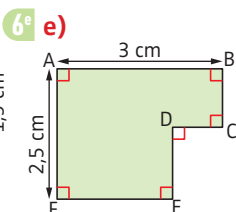
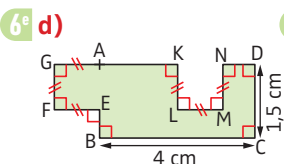
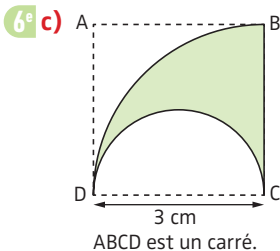
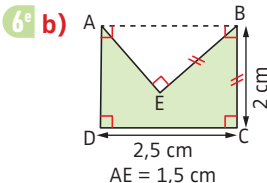
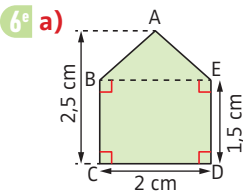
Donc $\mathcal{A} = \text{Aire (ABCD)} = 2 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$.



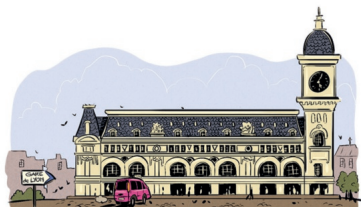
Entraîne-toi !

Calculer l'aire de figures complexes

Calcule, si possible, l'aire des figures colorée ci-dessous, en utilisant les informations données. Tu donneras une valeur exacte ou une valeur approchée à 0,01 cm² près.



CORRIGÉS PAGE 282



Les unités de durée

► Les **principales unités** de durée sont l'heure, la minute et la seconde : $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3\,600 \text{ s}$

► D'**autres unités** de durée sont le jour, le mois, l'année, le siècle, le millénaire, le dixième de seconde...

Les méthodes

1 Convertir des unités de durée 6^e 5^e

► On utilise les **égalités** précédentes.

EXEMPLES :

► Convertir 12 547 s en heures, minutes et secondes 6^e

On effectue la division euclidienne de 12 547 par 60 : on obtient des minutes ; puis la division euclidienne des minutes obtenues par 60 : on obtient des heures.

$$\begin{array}{r|l}
 12\,547 & 60 \\
 -12\,000 & 209 \\
 \hline
 547 & -180 \\
 -540 & 29 \\
 \hline
 7 & 3 \\
 \hline
 & \uparrow \text{heures} \\
 & \uparrow \text{minutes} \\
 & \uparrow \text{secondes}
 \end{array}$$

Donc $12\,457 \text{ s} = 3 \text{ h } 29 \text{ min } 7 \text{ s}$.

► Convertir 2 h 24 min en heures 5^e

$1 \text{ min} = \frac{1}{60} \text{ h}$, donc $2 \text{ h } 24 \text{ min} = 2 \text{ h} + \frac{24}{60} \text{ h} = 2 \text{ h} + 0,4 \text{ h} = 2,4 \text{ h}$.

► Convertir 3,2 h en heures et minutes 5^e

$3,2 \text{ h} = 3 \text{ h} + 0,2 \text{ h}$ et $1 \text{ h} = 60 \text{ min}$.

Donc $0,2 \text{ h} = 0,2 \times 60 \text{ min} = 12 \text{ min}$ et $3,2 \text{ h} = 3 \text{ h } 12 \text{ min}$.

2 Résoudre des problèmes avec des durées 5^e

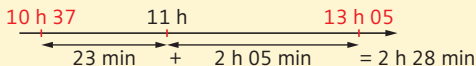
► **MÉTHODE 1.** Effectuer l'opération en ligne

EXEMPLE : Il est 13 h 45. Quelle heure sera-t-il dans 47 min ?

$13 \text{ h } 45 \text{ min} + 47 \text{ min} = 13 \text{ h } 92 \text{ min} = 14 \text{ h } 32 \text{ min}$.

MÉTHODE 2. Faire un schéma

EXEMPLE : Léa a commencé sa randonnée à 10 h 37 et elle arrive chez elle à 13 h 05. Trouver la durée de son parcours.



Donc Léa a mis 2 h 28 min pour faire sa randonnée.

MÉTHODE 3. Poser l'opération

EXEMPLE : Le trajet de Léo dure 1 h 35. Il est arrivé à 15 h 17.

Trouver son heure de départ.

On pose la soustraction comme ci-contre.

Donc Léo est parti à 13 h 42.

$$\begin{array}{r} 14 \text{ h } 77 \\ 15 \text{ h } 17 \\ - 1 \text{ h } 35 \\ \hline 13 \text{ h } 42 \end{array}$$

Tu ne peux pas soustraire 35 min à 17 min : tu dois donc prendre 1 h à 15 h et la transformer en 60 min. On obtient 14 h 77 min.

**Entraîne-toi !****1 Convertir des unités de durée**

Effectue les conversions suivantes :

6^e

a) 45 256 s = ... h ... min ... s 2 h 25 min 12 s = ... s

5^e

b) 5 h 18 min = ... h 4,6 h = ... h ... min

5^e**2 Résoudre des problèmes avec des durées**

a) Adam met 1 h 15 min pour tondre sa pelouse.

Il commence à 13 h 47.

À quelle heure terminera-t-il ?

b) La séance de cinéma dure 1 h 47 min. Elle se termine à 17 h 18.

À quelle heure a-t-elle commencé ?

c) Alice a commencé à faire la queue à 13 h 42.

Elle a eu son billet à 15 h 35.

Pendant combien de temps a-t-elle fait la queue ?

→ CORRIGÉS PAGES 282-283

Mesurer des longueurs

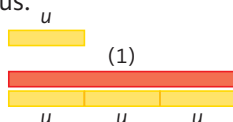
Autrefois, les unités de mesure de longueur variaient d'un pays à l'autre. Aujourd'hui, dans le monde entier, on utilise conventionnellement le mètre, et ses multiples et sous-multiples.

Comment comparer les longueurs de deux objets ?

► Pour comparer les longueurs de deux baguettes en bois, il suffit de les mettre côte à côte en faisant coïncider l'une de leurs extrémités. Si on ne peut pas déplacer ces objets, il faut choisir une baguette unité ; puis déterminer le **nombre d'unités** à mettre bout à bout pour avoir une baguette de même longueur que chaque baguette mesurée ; enfin, comparer les nombres obtenus.

EXEMPLE :

Si on prend comme unité la baguette u ci-contre, alors la baguette (1) mesure 3.



Pourquoi a-t-on introduit le mètre ?

► Sous l'Ancien Régime, le système de mesure de longueur présentait **deux inconvénients** majeurs :

► Il n'était **pas unique**. La grande variété d'unités de longueur handicapait le commerce et le développement des sciences.

► **EXEMPLE :** Une unité servait à mesurer les distances terrestres (la perche), une autre à mesurer les longueurs de tissus (l'aune), etc.

► Les correspondances entre les différentes unités n'étaient **pas régulières**, ce qui compliquait les calculs.

► **EXEMPLE :** La toise valait 6 pieds, mais le pied valait 12 pouces.

► Pendant la Révolution française, pour pallier ces deux inconvénients, naît l'idée de définir des unités universelles de mesure de longueur, de masse, de volume...

C'est le **système métrique décimal**, institué en 1795.

- La **première définition du mètre en 1791**, fixée par l'Académie des sciences, est la « dix-millionième partie d'un quart de méridien terrestre ».
- Deux astronomes, Delambre et Méchain, sont chargés de mesurer avec précision la longueur d'un quart de méridien. Pour cela, ils vont arpenter pendant sept années le méridien de Paris entre Barcelone et Dunkerque.



- À partir de la mesure de Delambre et Méchain, on fabrique, en 1799, un **mètre étalon** en platine (photo du haut), puis 16 mètres étalons en marbre. Ces derniers sont exposés dans les rues de Paris, dont la rue Vaugirard (photo du bas), afin de familiariser le public avec la nouvelle unité de longueur.
- Un mètre est **défini depuis 1983** comme la « longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de $\frac{1}{299\,792\,458}$ de seconde ».

À toi de jouer !

6^e

Convertir et additionner des unités anciennes

- En utilisant les informations du texte de la page précédente :
- a) Convertis en toises, pieds et pouces 3 267 pouces.
- Tu donneras le minimum de pouces et de pieds.
- b) Additionne 12 toises 5 pieds 11 pouces et 5 toises 4 pieds 10 pouces. Tu donneras le minimum de pouces et de pieds.
-

CORRIGÉS PAGE 283

1 Volumes

► **DÉFINITION 1.** Le **volume d'un solide** est la place qu'il occupe.

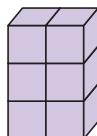
► **DÉFINITION 2.** Un volume-unité étant choisi, la **mesure du volume d'un solide** est le nombre de volumes-unité nécessaires pour reconstituer ce volume.

EXEMPLE :

Si on prend comme unité un cube, le volume du solide ci-contre est 6.



1 unité



► Comme unités de volume, on utilise conventionnellement le **mètre cube**, noté m^3 (qui est le volume d'un cube de 1 m de côté), et ses sous-multiples : dm^3 , cm^3 et mm^3 .

$$1 m^3 = 1\,000 dm^3 \quad 1 dm^3 = 1\,000 cm^3 \quad 1 cm^3 = 1\,000 mm^3$$

2 Contenances

► **DÉFINITION 3.** La **contenance** est la quantité de liquide que peut contenir un solide.

► Comme unités de contenance, on utilise conventionnellement le **litre** (noté L); ses multiples : décalitre (daL), hectolitre (hL); ses sous-multiples : décilitre (dL), centilitre (cL) millilitre (mL).

► Les **unités de volume et de contenance** sont liées :

$$1 L = 1 dm^3 \quad 1 m^3 = 1\,000 L$$

On a le **tableau de conversion** suivant :

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
			hL	daL	L	dL	cL	mL			

Attention!

Il y a 3 colonnes par unité pour les unités de volume, alors qu'il n'y en a qu'une seule pour celles de contenance.

Les méthodes

1 Convertir des unités de volume

EXEMPLES : Compléter : $3,5 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$; $5\,200 \text{ mm}^3 = \dots \text{ cm}^3$.

► **MÉTHODE 1. Utiliser les formules liant les unités**

► $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$ donc $3,5 \text{ m}^3 = 3,5 \times 1\,000 \text{ dm}^3 = 3\,500 \text{ dm}^3$.

► $1 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ mm}^3$ donc $5\,200 \text{ mm}^3 = 5,2 \text{ cm}^3$.

► **MÉTHODE 2. Utiliser le tableau de conversion**

On place le **chiffre des unités** du nombre à convertir dans la colonne correspondant à cette unité, puis les autres chiffres. On place la **virgule** à droite de la colonne la plus à droite correspondant à l'unité visée. Si nécessaire, on place des **zéros** dans les cases vides.

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
		3	5	0	0,						
								5,	2	0	0

2 Passer des unités de volume aux unités de contenance (et inversement)

EXEMPLE : Convertir $12,5 \text{ dL}$ en cm^3 .

► **MÉTHODE 1. Utiliser les formules liant les unités**

$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$ donc $12,5 \text{ dL} = 1,25 \text{ L} = 1,25 \text{ dm}^3 = 1\,250 \text{ cm}^3$.

► **MÉTHODE 2. Utiliser le tableau de conversion (voir corrigés)**



Entraîne-toi !

Convertir des unités de volume et de contenance

Complète les égalités : $1\,250\,000 \text{ mm}^3 = \dots \text{ dm}^3$

$25,3 \text{ m}^3 = \dots \text{ cm}^3$ $3,5 \text{ L} = \dots \text{ hL}$ $25,1 \text{ dL} = \dots \text{ mL}$

$45,2 \text{ m}^3 = \dots \text{ L}$ $0,057 \text{ hL} = \dots \text{ cm}^3$ $2,7 \text{ m}^3 = \dots \text{ hL}$

→ CORRIGÉS PAGE 283

Volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un prisme droit, d'un cylindre

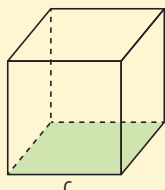
6^e 5^e

La méthode

Calculer le volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un prisme droit ou d'un cylindre

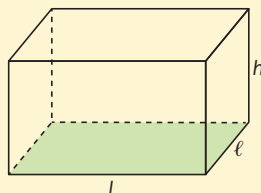
► On applique les **formules** ci-dessous (on note \mathcal{V} le volume) :

► **Cube** 6^e



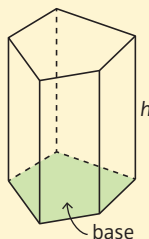
$$\mathcal{V} = c \times c \times c = c^3$$

► **Pavé droit** 6^e



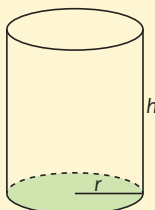
$$\mathcal{V} = L \times l \times h$$

► **Prisme droit** 5^e



$$\mathcal{V} = \text{Aire de la base} \times h$$

► **Cylindre** 5^e



r est le rayon du disque.

$$\mathcal{V} = \pi \times r \times r \times h = \pi \times r^2 \times h$$

Pour tous ces solides, la formule est toujours : **Aire de la base** \times h .

► Dans le cas du cube, l'aire de la base carrée est $c \times c$.

► Dans le cas du pavé droit, l'aire de la base rectangulaire est $L \times l$.

► Dans le cas du cylindre, l'aire de la base circulaire est $\pi \times r^2$.



Entraîne-toi !

1 Calculer le volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un prisme droit ou d'un cylindre

Pour toutes les questions de cet exercice, tu donneras soit la valeur exacte, soit une valeur approchée au dixième de cm^3 près.

6^e

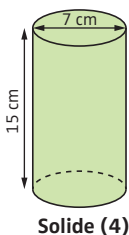
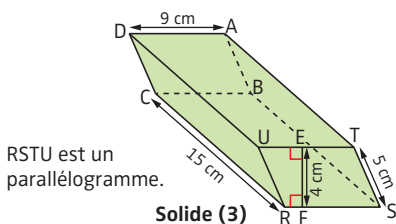
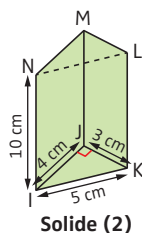
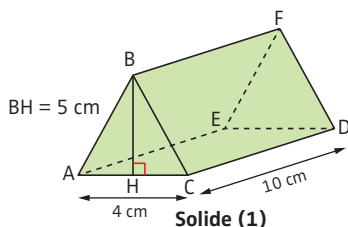
a) Calcule le volume d'un cube de 4 cm de côté.

6^e

b) Calcule le volume d'un pavé droit de longueur 7,5 dm, de largeur 8 dm et de hauteur 32 cm.

5^e

c) Calcule le volume des trois prismes droits et du cylindre représentés ci-dessous :



2 Résoudre un problème

6^e

a) Détermine la largeur d'un pavé droit de longueur 24 cm, de hauteur 6 cm et dont le volume est égal à $1\,224 \text{ cm}^3$.

5^e

b) Détermine la hauteur d'un cylindre de rayon 27 dm et dont le volume est égal à 146 m^3 . Tu donneras une valeur approchée au dixième de mètre près.

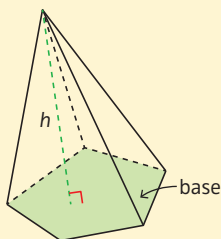
→ CORRIGÉS PAGES 283-284

La méthode

Calculer le volume d'une pyramide, d'un cône ou d'une boule

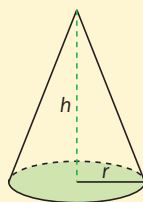
► On applique les **formules** ci-dessous :

► Pyramide 4^e



$$V = \frac{1}{3} \times \text{Aire de la base} \times h$$

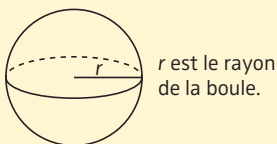
► Cône 4^e



r est le rayon du disque.

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

► Boule 3^e



$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

Les formules donnant le volume d'une pyramide ou d'un cône sont

les mêmes : $\frac{1}{3} \times \text{Aire de la base} \times h$.

Mais comme dans un cône la base est toujours un disque, l'aire de la base sera toujours égale à $\pi \times r^2$.



Jeu de boules lyonnaises.

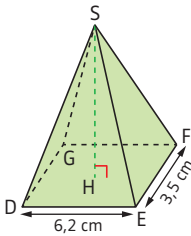


Entraîne-toi !

1 Calculer le volume d'une pyramide, d'un cône ou d'une boule

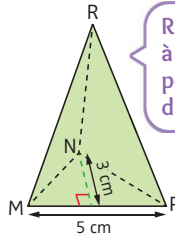
Pour toutes les questions de cet exercice, tu donneras soit la valeur exacte, soit une valeur approchée au centième de cm^3 près.

4^e a) Calcule le volume des pyramides et du cône ci-dessous :



DEFG est un rectangle.
 $SH = 7,2 \text{ cm}$

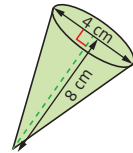
Solide (1)



La hauteur de ce tétraèdre est égale à $9,5 \text{ cm}$.

Solide (2)

Conseil
Reporte-toi à la fiche 103 pour la définition du tétraèdre.



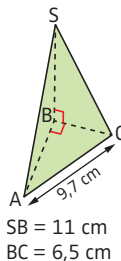
Solide (3)

3^e b) Calcule le volume d'une boule de diamètre 9 cm .

3^e c) Calcule le volume d'une demi-boule de rayon $4,7 \text{ cm}$.

2 Résoudre des problèmes

4^e a) Détermine le volume du tétraèdre ci-dessous :



4^e b) Détermine la hauteur d'une pyramide de volume 42 cm^3 et dont la base est un carré de 6 cm de côté.

3^e c) Détermine le rayon d'un cône de hauteur 9 m et de volume 27 m^3 . Tu donneras une valeur approchée au dixième de m près.

CORRIGÉS PAGES 284-285

Les méthodes

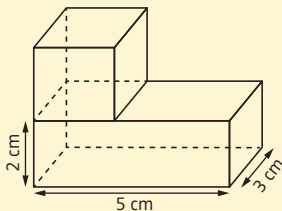
Calculer le volume de solides complexes

► MÉTHODE 1. Additionner des volumes de solides usuels

EXEMPLE : Calculer le volume \mathcal{V} du solide ci-contre composé d'un pavé droit et d'un cube.

$$\mathcal{V} = V(\text{pavé droit}) + V(\text{cube})$$

$$\text{En cm}^3 : \mathcal{V} = 5 \times 3 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 = 57.$$



► MÉTHODE 2. Soustraire des volumes de solides usuels

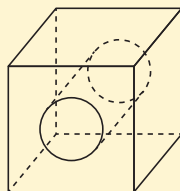
EXEMPLE : Calculer le volume \mathcal{V} de la pièce métallique ci-dessous, composée d'un cube d'arête 6 cm, percé d'un cylindre de 1,5 cm de rayon (donner une valeur approchée au dixième de cm^3 près).

Le cylindre a pour hauteur la longueur d'une arête du cube, c'est-à-dire 6 cm.

$$\mathcal{V} = V(\text{cube}) - V(\text{cylindre})$$

$$\text{En cm}^3 : \mathcal{V} = 6 \times 6 \times 6 - \pi \times 1,5 \times 1,5 \times 6$$

$$\mathcal{V} \approx 173,6 \text{ cm}^3.$$

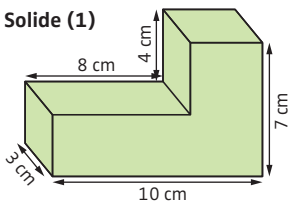


Entraîne-toi !

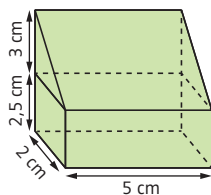
Calculer le volume de solides complexes

a) Calcule le volume \mathcal{V} des deux solides ci-dessous :

6^e Solide (1)



5^e Solide (2)



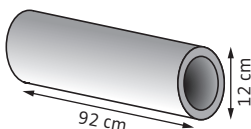
5^e

b) Calcule le volume \mathcal{V} de la borne kilométrique ci-dessous, composée d'un pavé droit surmonté d'un demi-cylindre. Tu donneras une valeur approchée au cm^3 près.



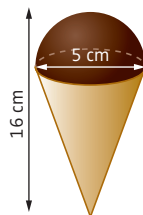
5^e

c) Une pièce métallique a la forme d'un cylindre creux de longueur 92 cm. Le diamètre extérieur est égal à 12 cm, et l'épaisseur est 1,5 cm. Calcule le volume \mathcal{V} de ce solide. Tu donneras une valeur approchée au cm^3 près.



3^e

d) Un cornet de glace en forme de cône (de diamètre 5 cm) est entièrement rempli. Il est surmonté d'une demi-boule de glace de même rayon que la base du cône. La hauteur totale de ce cornet est 16 cm.

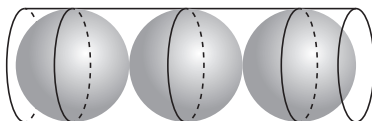


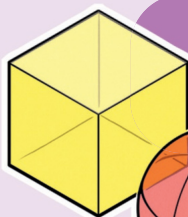
Calcule le volume total \mathcal{V} de glace de ce cornet. Tu donneras une valeur approchée au cm^3 près.

3^e

e) On range trois boules de pétanque identiques, de rayon 4,5 cm, dans un étui cylindrique de 27 cm de hauteur.

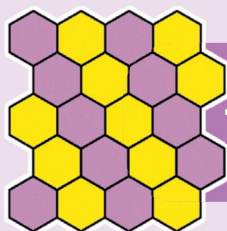
Calcule le volume inoccupé par les boules de pétanque dans cet étui. Tu donneras une valeur approchée au cm^3 près.





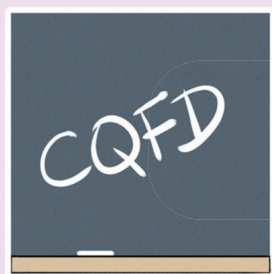
Géométrie dans l'espace

p. 238



Transformations

p. 222



Démontrer avec la géométrie

p. 214

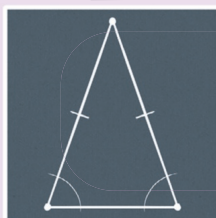
**ESP
ET GÉO**

ACE MÉTRIE



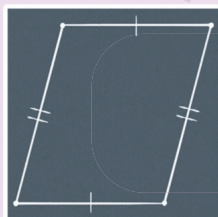
Géométrie
plane
(généralités)

p. 158



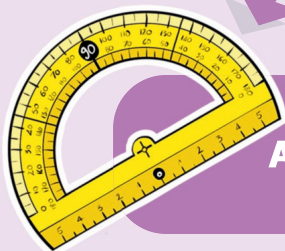
Triangles

p. 166



Quadrilatères

p. 186



Angles

p. 198

Milieu d'un segment, cercle

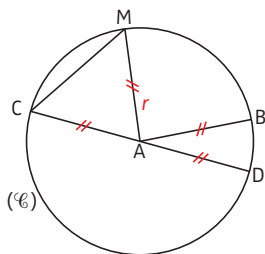
► **DÉFINITION 1.** Dire qu'un point I est le **milieu** du segment $[AB]$ signifie que A , I et B sont alignés **et** que $AI = IB$.



A noter

Les petits traits de codage indiquent que les segments ont la même longueur.

► **DÉFINITION 2.** Soit A un point et r un nombre positif. Le **cercle** (\mathcal{C}) de centre A et de rayon r est l'ensemble des points situés à une distance r du point A .




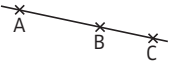
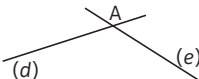
- A est le **centre** du cercle (\mathcal{C}) .
- B est un **point** du cercle.
- $[AB]$ est un **rayon**.
- $[CD]$ est un **diamètre**.
- $[CM]$ est une **corde**.
- $r = 1,5$ cm

La méthode

Utiliser convenablement le vocabulaire de géométrie

	Point	Droite	Segment
Dessin			
Notation	Point A	Droite (AB) ou (d)	Segment $[AB]$

Attention ! Ne confonds pas (AB) qui est une droite, $[AB]$ qui est un segment et AB qui est la longueur de ce segment.

	Demi-droite	Points alignés	Droites sécantes
Dessin			
Notation	Demi-droite d' origine A passant par B, notée [AB).	A, B et C sont alignés.	(d) et (e) sont sécantes. A est leur point d'intersection .



Entraîne-toi !

Utiliser convenablement le vocabulaire de géométrie

a) A, B, F et E sont alignés.

Précise les phrases vraies ou fausses.

▶ F est un point de la droite (AB).

▶ A est un point du segment [BF].

▶ E est un point de la droite (AB).

▶ F est un point de la demi-droite [BA).



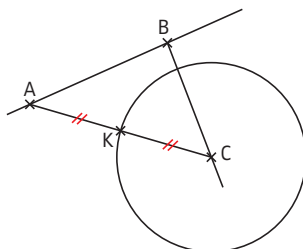
b) Place trois points P, R et S non alignés.

Trace la droite (PR), le segment [PS], la demi-droite [RS).

Place un point T aligné avec P et R, puis place le milieu I de [PS].

Trace le cercle de diamètre [PS].

c) Léane a déjà tracé les points A, B et C. Rédige un énoncé qui lui permette d'obtenir la figure ci-dessous :



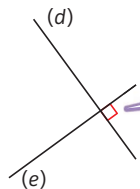
→ CORRIGÉS PAGES 285-286

Vocabulaire

► **DÉFINITION.** Deux droites **perpendiculaires** sont deux droites sécantes qui forment quatre angles droits.

EXEMPLE :

Les droites (d) et (e) sont perpendiculaires.
On note $(d) \perp (e)$.



À noter

Ce codage indique un angle droit.

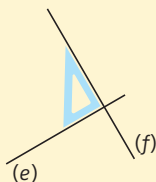
Les méthodes

1 Reconnaître que deux droites sont perpendiculaires

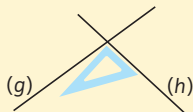
► Pour reconnaître que deux droites sécantes sont perpendiculaires, il suffit de vérifier qu'elles forment **un angle droit** (en utilisant une équerre, par exemple) ; automatiquement, les trois autres angles sont droits.

EXEMPLES :

► Les droites (e) et (f) sont **perpendiculaires**.



► Les droites (g) et (h) ne sont **pas perpendiculaires**.



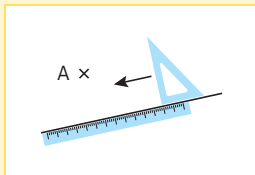
4 angles droits...



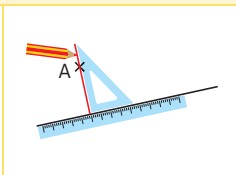
...pour la mesure d'un.

2 Construire une droite perpendiculaire à une autre droite, et passant par un point donné

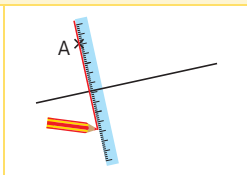
EXEMPLE : Construire la droite perpendiculaire à la droite (d) , et qui passe par le point A.



► **ÉTAPE 1.** On place un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (on peut s'aider d'une règle).



► **ÉTAPE 2.** On fait glisser l'équerre jusqu'à ce que l'autre côté de l'angle droit arrive sur le point.



► **ÉTAPE 3.** On trace la droite en la prolongeant.

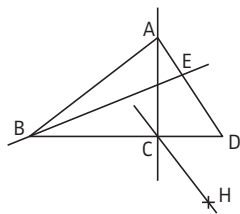


Entraîne-toi !

1 Reconnaître que deux droites sont perpendiculaires

Vrai ou faux ? Fais un pronostic à vue d'œil, puis vérifie-le avec des instruments.

- (AC) est perpendiculaire à (BD).
- (BE) et (AD) sont perpendiculaires.
- (CH) est perpendiculaire à (AB).



2 Construire des droites perpendiculaires

Trace un triangle TPR (les dimensions ne sont pas imposées, mais fais en sorte que le triangle ne soit pas trop petit).

Trace la droite perpendiculaire à (PR) qui passe par T, la droite perpendiculaire à (TR) qui passe par P, et la droite perpendiculaire à (TP) qui passe par R. Que remarques-tu ?

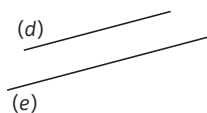
→ CORRIGÉS PAGE 286

Définition et propriétés

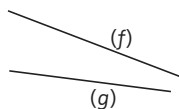
► **DÉFINITION.** Deux **droites parallèles** sont deux droites qui ne sont pas sécantes (voir fiche 66).

EXEMPLES :

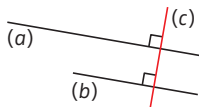
► Les droites (d) et (e) sont **parallèles**. On note $(d) \parallel (e)$.



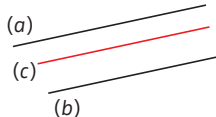
► Les droites (f) et (g) ne sont **pas parallèles**. Si on prolonge les traits, ils vont se couper.



► **PROPRIÉTÉ 1.** Si deux droites sont perpendiculaires à une même 3^e droite, alors elles sont **parallèles**.



► **PROPRIÉTÉ 2.** Si deux droites sont parallèles à une même 3^e droite, alors elles sont **parallèles**.

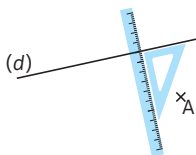


La méthode

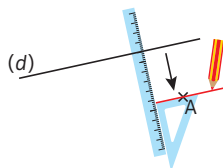
Construire une droite parallèle à une autre droite, et passant par un point donné

EXEMPLE : Tracer la droite parallèle à la droite (d) et qui passe par A.





► **ÉTAPE 1.** On place un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite. On place une règle contre l'autre côté de l'angle droit.



► **ÉTAPE 2.** On fait glisser l'équerre le long de la règle jusqu'à ce que l'on arrive au point. On trace la droite.

- On a utilisé la propriété 1
- Cette méthode sert aussi à vérifier si deux droites sont parallèles.

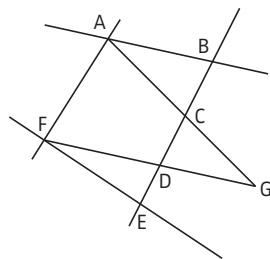


Entraîne-toi !

1 Reconnaître que deux droites sont parallèles

Vrai ou faux ? Fais un pronostic à vue d'œil, puis vérifie avec les instruments.

- (AB) est parallèle à (FG).
- (BE) et (AF) sont parallèles.
- (AG) est parallèle à (FE).



2 Construire des droites parallèles

Trace un triangle TPR (les dimensions ne sont pas imposées, mais fais en sorte que le triangle ne soit pas trop petit).

Place le point I milieu de [TP].

Trace la droite parallèle à (TR) qui passe par I. Elle coupe (PR) en J.

Trace la droite parallèle à (TP) qui passe par J. Elle coupe (TR) en K.

Trace la droite parallèle à (PR) qui passe par K. Elle coupe (TP) en L.

Que remarques-tu ?

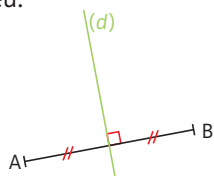
Définition et propriétés

► **DÉFINITION.** La **médiatrice d'un segment** est la droite perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu.

À noter

La médiatrice d'un segment est donc un **axe de symétrie** de ce segment (voir fiche 99).

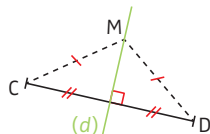
► **EXEMPLE :** (d) est la médiatrice de $[AB]$.



► **PROPRIÉTÉ.** L'ensemble des points situés à la **même distance** des extrémités d'un segment est la médiatrice de ce segment.

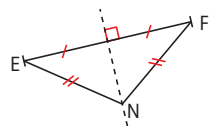
► **CONSÉQUENCE 1.** Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est à égale distance des extrémités de ce segment.

► **EXEMPLE :** M appartient à la médiatrice du segment $[CD]$ donc $MC = MD$.



► **CONSÉQUENCE 2.** Si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.

► **EXEMPLE :** $NE = NF$ donc N appartient à la médiatrice du segment $[EF]$.



Les méthodes

1 Reconnaître la médiatrice d'un segment

► **MÉTHODE 1.** On revient à la **définition** de la médiatrice d'un segment (droite perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu).

► **MÉTHODE 2.** On trouve deux points à égale distance des extrémités d'un segment (utilisation de la **conséquence 2**).

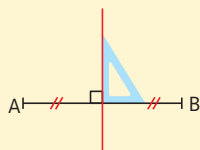
2 Construire la médiatrice d'un segment

EXEMPLE : Construire la médiatrice du segment $[AB]$.

► MÉTHODE 1. Avec l'équerre

(utilisation de la **définition**)

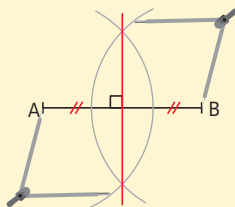
- On place le **milieu** du segment.
- On trace la **droite perpendiculaire** au segment passant par ce milieu.



► MÉTHODE 2. Avec le compas

(utilisation de la **conséquence 2**)

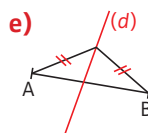
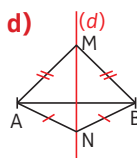
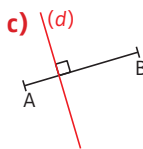
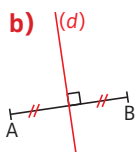
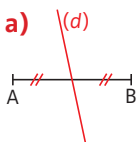
- On prend un écartement de compas plus grand que la moitié de la longueur du segment et on trace **deux arcs de cercle** : l'un de centre A et l'autre de centre B.
- On trace la **droite passant par les intersections** des deux arcs de cercle.



Entraîne-toi !

1 Reconnaître la médiatrice d'un segment

Dans chaque cas, (d) est-elle la médiatrice de $[AB]$? Justifie.



2 Construire la médiatrice d'un segment

Trace un triangle ABC quelconque.

En utilisant l'équerre, trace (en bleu) la médiatrice de $[AB]$.

En utilisant le compas, trace (en vert) la médiatrice de $[AC]$.

En utilisant la méthode de ton choix (équerre ou compas), trace (en rouge) la médiatrice de $[BC]$. Que remarques-tu ?

Tracés de triangles et inégalité triangulaire

6^e 5^e

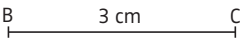
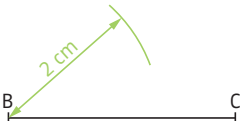
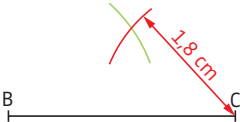
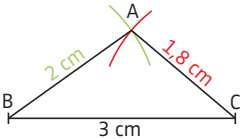
Inégalité triangulaire 5^e

► **PROPRIÉTÉ.** Dans un triangle, la longueur d'un côté est toujours **strictement inférieure** à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Les méthodes

1 Tracer un triangle connaissant la longueur de ses trois côtés 6^e

EXEMPLE : Tracer le triangle ABC tel que $AB = 2$ cm ; $AC = 1,8$ cm et $BC = 3$ cm.

Étapes	Solution
1 On trace l'un des côtés du triangle (en général le plus grand).	1 
2 On trace un arc de cercle dont le centre est l'une des extrémités du côté déjà tracé, et dont le rayon est la longueur de l'un des deux autres côtés.	2 
3 On renouvelle l'étape 2 avec le 3 ^e côté. L'une des intersections des deux arcs de cercle est le 3 ^e sommet.	3 
4 On trace le triangle .	4 

2 Savoir si un triangle existe connaissant la longueur de ses trois côtés 5^e

EXEMPLE : Le triangle DEF tel que $DE = 5$ cm ; $DF = 12$ cm et $EF = 9$ cm existe-t-il ?

Étapes	Solution
1 On repère la longueur du plus grand côté.	1 12 cm est la longueur du plus grand côté.
2 On additionne les longueurs des deux autres côtés.	2 $5 \text{ cm} + 9 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$.
3 On conclut . Si la longueur du plus grand côté est strictement inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle existe ; sinon, il n'existe pas.	3 $12 < 14$ Donc le triangle DEF existe.



Entraîne-toi !

6^e

1 Tracer un triangle connaissant la longueur de ses trois côtés

a) Trace le triangle DEF tel que :

$DE = 3,5$ cm ; $DF = 4,5$ cm et $EF = 5$ cm.

b) Trace le triangle IJK tel que :

$IJ = 4,7$ cm ; $IK = 2,2$ cm et $KJ = 3,2$ cm.

5^e

2 Savoir si un triangle existe, connaissant la longueur de ses trois côtés

Dans chaque cas, explique en justifiant si le triangle KLM existe :

a) $KL = 8,2$ cm ; $LM = 12,9$ cm et $KM = 3,7$ cm ;

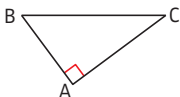
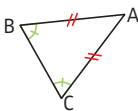
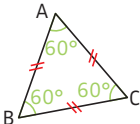
b) $KL = 15$ cm ; $LM = 8$ cm et $KM = 10$ cm ;

c) $KL = 4,1$ cm ; $LM = 5,3$ cm et $KM = 9,4$ cm.

→ CORRIGÉS PAGE 287

Triangles rectangle, isocèle, équilatéral

► DÉFINITIONS.

Triangle rectangle	Triangle isocèle	Triangle équilatéral
Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit .	Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur .	Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois côtés de même longueur .
Le triangle ABC est rectangle en A. 	Le triangle ABC est isocèle en A. 	Le triangle ABC est équilatéral. 
Un triangle rectangle a un angle de 90° .	Un triangle isocèle a deux angles de même mesure .	Un triangle équilatéral a trois angles égaux à 60° .

À noter

Un triangle **quelconque** est un triangle qui n'est ni rectangle, ni isocèle, ni équilatéral.

 Les méthodes

1 Reconnaître des triangles particuliers

► On se réfère aux **définitions** ci-dessus.

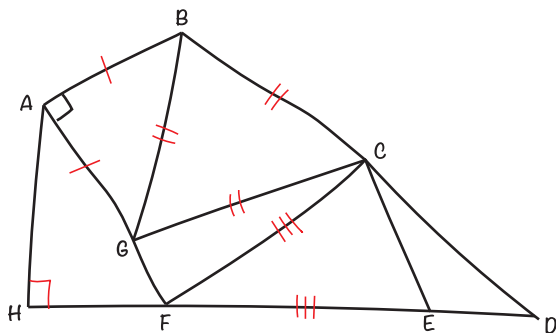
2 Construire des triangles particuliers

► On se réfère aux **définitions** ci-dessus et à la **méthode** de construction d'un triangle (voir fiche 70).



Entraîne-toi !

1 Reconnaître des triangles particuliers



En utilisant les codages portés sur le dessin à main levée ci-dessus et en justifiant tes réponses :

- nomme le (ou les) triangle(s) rectangle(s) tracé(s) ;
- nomme le (ou les) triangle(s) isocèle(s) tracé(s) ;
- nomme le (ou les) triangle(s) équilatéral(aux) tracé(s) ;
- nomme le (ou les) triangle(s) quelconque(s) tracé(s).

2 Construire des triangles particuliers

Construis les quatre triangles suivants (une fois chaque triangle tracé, code les angles droits, les angles de même mesure et les côtés de même longueur) :

- triangle DEF rectangle en D, tel que $DE = 3$ cm et $DF = 3,5$ cm ;
- triangle ABC rectangle en B, tel que $AB = 2$ cm et $AC = 3$ cm ;
- triangle ABC isocèle en A, tel que $AB = 3$ cm et $BC = 2$ cm ;
- triangle équilatéral EFG, tel que $EF = 3$ cm.

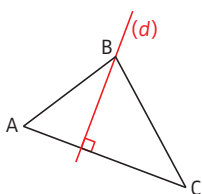
Conseil

Avant de construire le triangle, fais un dessin à main levée en codant les informations de l'énoncé pour déterminer les étapes de construction.

Définition et vocabulaire

► **DÉFINITION.** Dans un triangle, la **hauteur issue d'un sommet** est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

EXEMPLE :



► (d) est la **hauteur** issue de B du triangle ABC.

À noter

On dit aussi que (d) est la **hauteur relative au côté [AC]**.

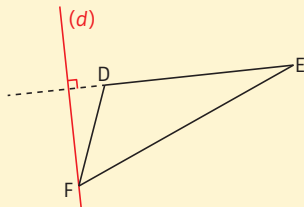
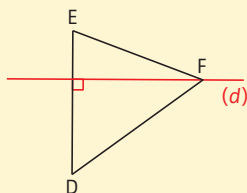
► [AC] est « en face » de B ;
on dit que [AC] est le **côté opposé** à B.

Les méthodes

1 Reconnaître une hauteur dans un triangle 6^e

► On revient à la **définition** de la hauteur d'un triangle : c'est une droite qui doit passer par un sommet et être perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

EXEMPLES :



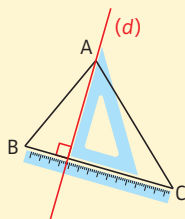
Dans les deux cas, (d) passe par le sommet F et est perpendiculaire au côté opposé à F (qui est [DE]). Donc (d) est la hauteur issue de F (ou relative au côté [DE]) du triangle DEF.

2 Tracer une hauteur issue d'un sommet dans un triangle 5^e

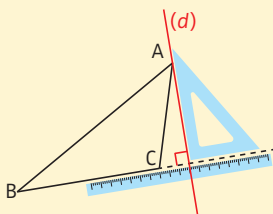
► On place l'**équerre** sur le côté opposé à ce sommet, on la fait glisser le long de ce côté jusqu'à ce sommet, puis on trace la droite. Pour s'aider, on peut placer une règle sur le côté opposé.

EXEMPLES : Tracer la hauteur issue de A dans le triangle ABC.

► CAS 1.



► CAS 2.



Attention !
Tu dois parfois prolonger le côté du triangle, lorsque celui-ci possède un angle obtus (cas 2) : la hauteur est alors à l'extérieur du triangle.



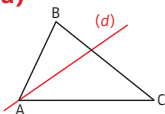
Entraîne-toi !

6^e

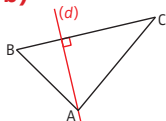
1 Reconnaître une hauteur dans un triangle

Dans chacun des cas suivants, la droite (d) est-elle la hauteur issue de A du triangle ABC ? Justifie tes réponses.

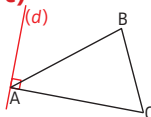
a)



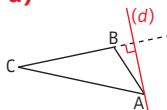
b)



c)



d)



5^e

2 Tracer une hauteur dans un triangle

Trace un triangle ABC tel que :

$AB = 3,4 \text{ cm}$; $AC = 2,1 \text{ cm}$ et $BC = 4,8 \text{ cm}$.

Trace en bleu la hauteur issue de A, en vert la hauteur issue de B et en rouge la hauteur issue de C du triangle ABC.

→ CORRIGÉS PAGE 289

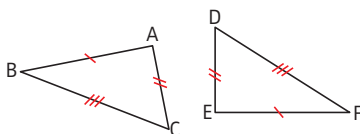
Triangles égaux

► **DÉFINITION.** On dit que deux triangles sont **égaux** s'ils sont superposables. Cela signifie qu'ils ont des côtés deux à deux de même longueur, et des angles deux à deux de même mesure.

► **PROPRIÉTÉS.** Si deux triangles vérifient l'une des **trois propriétés** suivantes, alors ils sont égaux.

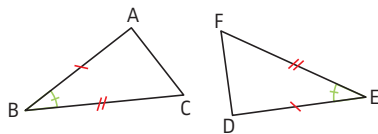
► **PROPRIÉTÉ 1 (P1).**

Ils ont leurs **trois côtés** deux à deux de même longueur.



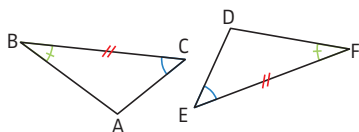
► **PROPRIÉTÉ 2 (P2).**

Ils ont **un angle** de même mesure compris entre **deux côtés** deux à deux de même longueur.



► **PROPRIÉTÉ 3 (P3).**

Ils ont **un côté** de même longueur et des **angles adjacents** à ce côté deux à deux de même mesure.



À noter

Ces propriétés sont appelées « cas d'égalité des triangles ». Elles permettent de démontrer que des angles sont de même mesure et que des longueurs sont égales.

La méthode

Démontrer que deux triangles sont égaux et en tirer des conséquences

► Pour cela, on utilise l'**un des cas d'égalité des triangles** (propriété P1, P2 ou P3). Le choix de la propriété utilisée se fait en fonction des données et des conséquences que l'on peut en tirer.

EXEMPLE : Démontrer que ces deux triangles sont égaux, puis en déduire la longueur EF.

On pense à utiliser P3, car on a $BC = ED$ et on connaît des angles; mais il nous manque la mesure de \widehat{ABC} .

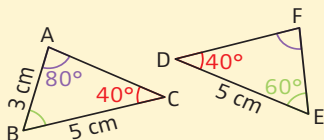
Dans le triangle ABC, on a :

$$\widehat{ABC} = 180^\circ - (80^\circ + 40^\circ) = 60^\circ.$$

Donc les triangles ABC et DEF ont un côté de même longueur ($BC = DE$) et des angles adjacents à ce côté deux à deux de même mesure ($\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{EDF}$).

Donc d'après P3, ils sont égaux.

Conséquence : on peut en déduire que $EF = AB = 3 \text{ cm}$.



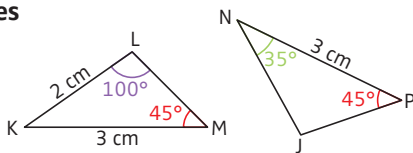
La somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180° (voir fiche 89).



Entraîne-toi !

Démontrer que deux triangles sont égaux et en tirer des conséquences

a) ▶ Démonstre que les triangles LKM et NJP ci-contre sont égaux.



▶ Détermine NJ.

b) Démonstre que les triangles ABC et DEF sont égaux sachant que :

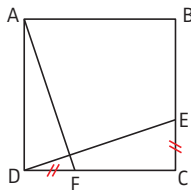
▶ ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 3 \text{ cm}$ et $AC = 4 \text{ cm}$.

▶ DEF est un triangle tel que : $ED = 3 \text{ cm}$; $EF = 5 \text{ cm}$ et $DF = 4 \text{ cm}$.

c) ▶ ABCD ci-contre est un carré.

Démonstre que les triangles ADF et EDC sont égaux.

▶ Que peux-tu dire de AF et DE ?



Triangles semblables : définition et reconnaissance

Triangles semblables

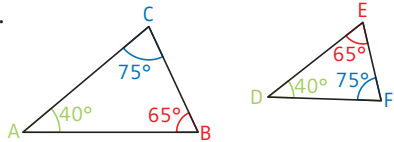
► **DÉFINITION.** Deux triangles semblables sont des triangles dont les **angles** sont deux à deux égaux.

► **EXEMPLE :**

ABC et DEF sont semblables.

► **PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE.**

Deux triangles semblables sont deux triangles dont les **longueurs des côtés** sont deux à deux proportionnelles.

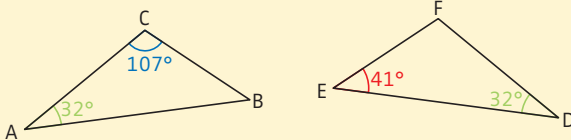


La méthode

Déterminer si deux triangles sont semblables (ou non)

► **MÉTHODE 1.** En utilisant les angles (définition)

EXEMPLE : Les triangles ABC et DEF sont-ils semblables ?

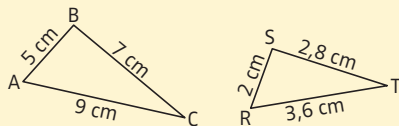


La somme des angles d'un triangle est égale à 180° , donc dans le triangle ABC : $\widehat{ABC} = 180^\circ - (32^\circ + 107^\circ) = 41^\circ$.

Les triangles ABC et DEF ont deux couples d'angles de même mesure ($\widehat{ABC} = \widehat{FED}$ et $\widehat{CAB} = \widehat{FDE}$). Cela suffit à prouver qu'ils sont semblables, puisque la somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

► **MÉTHODE 2.** En utilisant la proportionnalité des côtés

EXEMPLE : Les triangles ABC et RST sont-ils semblables ?



Étapes	Solution
1 On calcule le quotient des longueurs des plus grands côtés .	1 $\frac{AC}{RT} = \frac{9}{3,6} = 2,5.$
2 On calcule le quotient des longueurs des plus petits côtés .	2 $\frac{AB}{RS} = \frac{5}{2} = 2,5.$
3 On calcule le quotient des longueurs des deux derniers côtés .	3 $\frac{BC}{ST} = \frac{7}{2,8} = 2,5.$
4 ▶ Si les quotients sont égaux , on conclut que les triangles sont semblables (car leurs côtés sont deux à deux proportionnels). ▶ Si les quotients ne sont pas égaux , on conclut que les triangles ne sont pas semblables.	4 $\frac{AC}{RT} = \frac{AB}{RS} = \frac{BC}{ST}.$ Les triangles ABC et RST sont semblables.

Attention ! Choisis toujours le même triangle pour les longueurs au numérateur (respectivement au dénominateur).

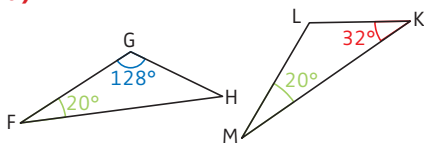


Entraîne-toi !

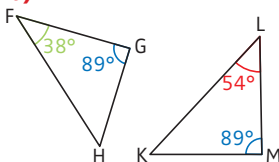
Déterminer si deux triangles sont semblables (ou non)

Dans chacun des cas suivants, les triangles FGH et KLM sont-ils semblables ? Justifie tes réponses.

a)



b)



c) ▶ Triangle FGH tel que $FG = 2 \text{ cm}$; $FH = 3,2 \text{ cm}$ et $GH = 4,8 \text{ cm}$;

▶ triangle KLM tel que $KM = 8 \text{ cm}$; $LK = 12 \text{ cm}$ et $LM = 5 \text{ cm}$.

d) ▶ Triangle FGH tel que $FH = 5,4 \text{ cm}$; $FG = 3,9 \text{ cm}$ et $GH = 6 \text{ cm}$;

▶ triangle KLM tel que $KM = 4,5 \text{ cm}$; $LM = 5 \text{ cm}$ et $LK = 3 \text{ cm}$.

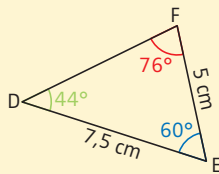
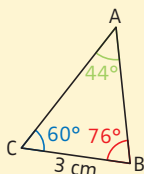
→ CORRIGÉS PAGES 289-290

La méthode

Calculer une longueur en utilisant les triangles semblables

► **PROPRIÉTÉ.** Si deux triangles sont semblables alors les longueurs de leurs côtés sont deux à deux **proportionnelles**.

EXEMPLE : En utilisant les triangles ci-contre, calculer la longueur AC.



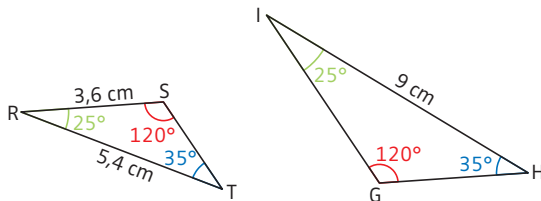
Étapes	Solution
<p>1 On s'assure que les triangles sont semblables (voir fiche 74). La propriété permet de calculer une longueur à condition d'avoir des triangles semblables.</p>	<p>1 ABC et DEF sont semblables puisqu'ils ont leurs angles deux à deux de même mesure.</p>
<p>2 On écrit les rapports égaux. Pour cela, on écrit le nom des deux triangles l'un en dessous de l'autre en faisant correspondre les sommets des angles égaux.</p>	<p>2</p> <p>Donc $\frac{AB}{DF} = \frac{BC}{FE} = \frac{AC}{DE}$.</p>
<p>3 On remplace les longueurs connues par leur valeur et on garde deux rapports contenant les longueurs connues et la longueur cherchée.</p>	<p>3 On a donc $\frac{3}{5} = \frac{AC}{7,5}$.</p>
<p>4 On calcule la longueur cherchée en utilisant le produit en croix (voir fiche 44).</p>	<p>4 $5 \times AC = 3 \times 7,5$ $AC = \frac{3 \times 7,5}{5} = 4,5$. Donc AC = 4,5 cm.</p>



Entraîne-toi !

1 Calculer une longueur en utilisant des triangles semblables

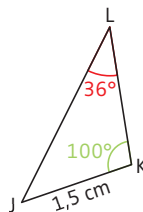
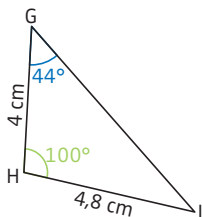
a) En utilisant les triangles ci-dessous, calcule la longueur IG.



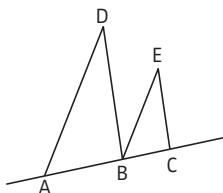
b) On considère les deux triangles ci-dessous.

► Démontre que les triangles GHI et JKL sont semblables.

► Calcule la longueur KL.



2 Résoudre un problème



Sur la figure ci-dessus, les droites (AD) et (BE) sont parallèles, et les droites (DB) et (EC) sont parallèles. On donne :
 $AD = 15 \text{ cm}$; $BD = 10,5 \text{ cm}$; $AB = 7 \text{ cm}$
 et $BE = 6 \text{ cm}$.

Détermine les longueurs BC et CE.

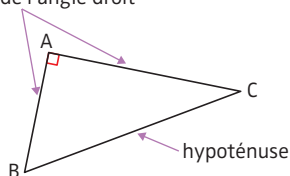


Vocabulaire et énoncé du théorème

► **DÉFINITION.** L'**hypoténuse** d'un triangle rectangle est le côté opposé à l'angle droit.

EXEMPLE : Soit ABC un triangle rectangle en A.

côtés de l'angle droit



À noter

L'hypoténuse est toujours le plus grand côté du triangle.

► **THÉORÈME DE PYTHAGORE.** Si un **triangle** est **rectangle**, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

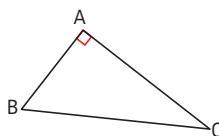
Si ABC est un triangle rectangle en A, alors :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

égalité du théorème de Pythagore

À noter

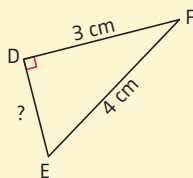
Pour calculer la longueur d'un côté avec le théorème de Pythagore, tu dois disposer d'un triangle rectangle et connaître la longueur de deux de ses côtés.



La méthode

Calculer une longueur dans un triangle rectangle

EXEMPLE : En utilisant les informations ci-contre, calculer la longueur DE. On donnera la valeur exacte en cm, et une valeur approchée au dixième de cm près.



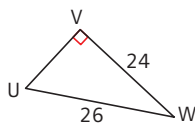
Étapes	Solution
<p>1 On repère un triangle rectangle dont l'un des côtés est le segment dont on cherche la longueur.</p>	<p>1 Le triangle DEF est rectangle en D.</p>
<p>2 On identifie l'hypoténuse du triangle rectangle et on écrit l'égalité du théorème de Pythagore.</p>	<p>2 D'après le théorème de Pythagore, on a : $EF^2 = DE^2 + DF^2$</p> <p>Veille à écrire correctement l'égalité de Pythagore.</p>
<p>3 On remplace les longueurs connues par leur valeur.</p>	<p>3 $4^2 = DE^2 + 3^2$</p>
<p>4 On calcule la longueur demandée.</p> <p>Vérifie toujours que l'hypoténuse est bien le plus grand côté du triangle.</p>	<p>4 $16 = DE^2 + 9$ $DE^2 = 16 - 9 = 7$ $DE = \sqrt{7}$ cm (valeur exacte)</p> <p>Voir fiche 20.</p> <p>$DE \approx 2,6$ cm (valeur approchée au dixième de cm près)</p>



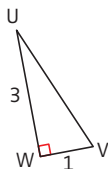
Entraîne-toi !

Calculer une longueur dans un triangle rectangle

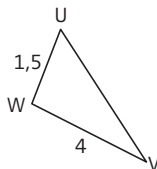
Dans chaque cas, calcule, si possible, la longueur UV. Si le résultat n'est pas un nombre entier, donne une valeur approchée au dixième près. *Les figures ne sont pas tracées à l'échelle, mais les mesures sont toutes données dans la même unité.*



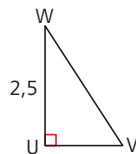
Cas (1)



Cas (2)



Cas (3)



Cas (4)

CORRIGÉS PAGES 290-291

Triangle rectangle et réciproque du théorème de Pythagore

4^e

Propriété

► **RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE PYTHAGORE.** Si dans un triangle le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce **triangle** est **rectangle**.

La méthode

Montrer qu'un triangle est rectangle (ou non) connaissant la longueur de ses trois côtés

1 On détermine le plus grand côté du triangle. On calcule le carré de la longueur de ce côté d'une part, puis la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés d'autre part.

2 On compare les deux résultats obtenus. Sont-ils **égaux** ?

Non

Oui

3 On conclut que **le triangle n'est pas rectangle**, d'après le théorème de Pythagore.

3 On conclut que **le triangle est rectangle**, d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

Attention ! Pour utiliser cette méthode, tu dois connaître la longueur des trois côtés du triangle.

EXEMPLES : Soient ABC un triangle tel que $AC = 8$ cm ; $AB = 10$ cm et $BC = 6$ cm et DEF un triangle tel que $DE = 6$ cm ; $DF = 4$ cm et $EF = 8$ cm.

Les triangles ABC et DEF sont-ils rectangles ? Justifier.

► On traite chaque exemple en suivant les **étapes** précédentes :

Triangle ABC	Triangle DEF
<p>1 Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AB]. $AB^2 = 10^2 = 100$ $AC^2 + BC^2 = 8^2 + 6^2 = 100$</p>	<p>1 Dans le triangle DEF, le plus grand côté est [EF]. $EF^2 = 8^2 = 64$ $DE^2 + DF^2 = 6^2 + 4^2 = 52$</p>
<p>2 On a $AB^2 = AC^2 + BC^2$.</p>	<p>2 On a $EF^2 \neq DE^2 + DF^2$.</p>
<p>3 D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.</p> <p>Le plus grand côté du triangle rectangle ABC, [AB], est son hypoténuse.</p>	<p>3 D'après le théorème de Pythagore, le triangle DEF n'est pas rectangle.</p> <p>Lorsque les résultats sont différents, c'est le théorème de Pythagore qui permet d'affirmer que le triangle n'est pas rectangle.</p>



Entraîne-toi !

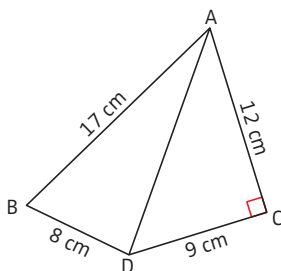
1 Montrer qu'un triangle est rectangle (ou non) connaissant la longueur de ses trois côtés

Dans chacun des cas suivants, le triangle DEF est-il rectangle ? Si oui, précise en quel sommet.

- a) $DE = 9,6$ cm ; $DF = 20,4$ cm et $EF = 18$ cm.
- b) $DE = 3$ cm ; $DF = 5,16$ cm et $EF = 4,2$ cm.
- c) $DE = 12$ cm ; $DF = 18$ cm et $EF = 22$ cm.

2 Résoudre un problème

Démontre que le triangle ABD est rectangle en D.



CORRIGÉS PAGE 291

Énoncé et configurations

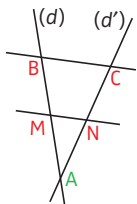
► **THÉORÈME DE THALÈS.** Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A.
Soient B et M, deux points de (d) , distincts de A.
Soient C et N, deux points de (d') , distincts de A.
Si les **droites** (BC) et (MN) sont **parallèles**, alors :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

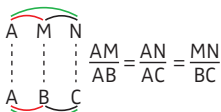
► Il y a **deux configurations** correspondant à ce théorème :

► « Triangles emboîtés » 4^e

► « Papillon » 3^e

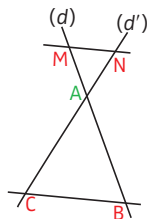


$(BC) \parallel (MN)$



On a écrit l'un en dessous de l'autre les sommets des angles de même mesure :

$$\hat{A} = \hat{A} ; \hat{M} = \hat{B} ; \hat{N} = \hat{C}.$$



$(BC) \parallel (MN)$

À noter 3^e

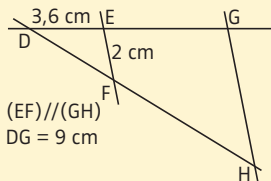
- Les triangles ABC et AMN sont semblables (voir fiche 74).
- Le triangle AMN est l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{AM}{AB}$, ou $\frac{AN}{AC}$, ou $\frac{MN}{BC}$ (voir fiche 102).

La méthode


Calculer une longueur grâce au théorème de Thalès 4^e

EXEMPLE : En utilisant les informations ci-contre, calculer la longueur GH.

Les points D, E, G et les points D, F, H sont alignés.



$(EF) \parallel (GH)$
DG = 9 cm

Étapes	Solution
<p>1 On repère un triangle (ou des droites sécantes) et des droites parallèles.</p>	<p>1 Dans le triangle DGH, $(EF) \parallel (GH)$.</p>
<p>2 On écrit les rapports égaux.</p>	<p>2 D'après le théorème de Thalès :</p> $\frac{DE}{DG} = \frac{DF}{DH} = \frac{EF}{GH}$ 
<p>3 On remplace les longueurs connues par leur valeur, et on garde les deux rapports qui contiennent trois longueurs connues et la longueur cherchée.</p>	<p>3 $\frac{3,6}{9} = \frac{2}{GH}$</p>
<p>4 On calcule la longueur demandée à l'aide du produit en croix.</p>	<p>4 $GH = \frac{2 \times 9}{3,6} = 5 \text{ cm.}$</p>

Pour la configuration « papillon », voir le corrigé de la question b.

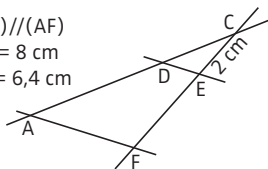


Entraîne-toi !

Calculer une longueur en utilisant le théorème de Thalès

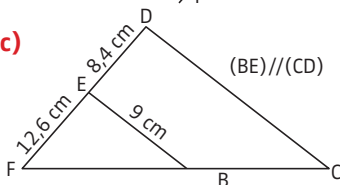
Dans chaque cas, calcule la longueur du segment [CD].

- 4^e a) $(DE) \parallel (AF)$
 $CA = 8 \text{ cm}$
 $CF = 6,4 \text{ cm}$



- 3^e b) $(CD) \parallel (BF)$
-

- 4^e c) $(BE) \parallel (CD)$



CORRIGÉS PAGE 291

Droites parallèles et réciproque du théorème de Thalès

Propriété

► **RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE THALÈS.** Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A . Soient B et M , deux points de (d) , distincts de A . Soient C et N , deux points de (d') , distincts de A .

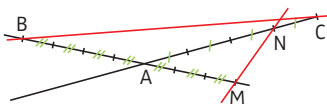
Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés

dans le même ordre, alors les **droites** (BC) et (MN) sont **parallèles**.

À noter

Il est important de s'assurer que les points sont alignés dans le même ordre.

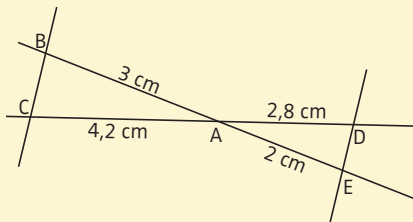
$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{3}{4}$ et pourtant ici, les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles, car les points A, B, M et A, C, N sont alignés, mais pas dans le même ordre.



La méthode

Montrer que deux droites sont parallèles (ou non) dans le cas d'une configuration de Thalès

EXEMPLE : Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles ?



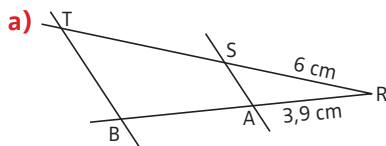
Étapes	Solution
<p>1 On calcule séparément deux rapports de Thalès.</p> <p>Pour cela, il faut connaître quatre longueurs.</p>	<p>1 $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{3}$</p> <p>$\frac{AD}{AC} = \frac{2,8}{4,2}$</p>
<p>2 Pour comparer ces deux rapports, on les transforme en deux fractions que l'on simplifie au maximum (voir fiche 15).</p>	<p>2 $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{3}$ (la fraction est déjà simplifiée au maximum).</p> <p>$\frac{AD}{AC} = \frac{2,8}{4,2} = \frac{28}{42} = \frac{\cancel{14} \times 2}{\cancel{14} \times 3} = \frac{2}{3}$</p>
<p>3 Si les fractions sont égales, on s'assure que les points sont alignés dans le même ordre. On applique la réciproque du théorème de Thalès et on conclut que les droites sont parallèles.</p> <p>Si les deux fractions ne sont pas égales, on applique le théorème de Thalès pour conclure que les droites ne sont pas parallèles.</p>	<p>3 Donc $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$.</p> <p>De plus les points B, A, E et C, A, D sont alignés dans le même ordre. Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, (DE) // (BC).</p> <p>Dans cet exemple, on est dans le cas où les quotients sont égaux.</p>



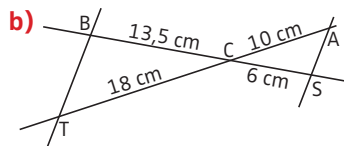
Entraîne-toi !

Montrer que deux droites sont parallèles (ou non) dans le cas d'une configuration de Thalès

Les droites (AS) et (BT) sont-elles parallèles ? Justifie tes réponses.



RT = 14 cm ; RB = 9,1 cm.



→ CORRIGÉS PAGE 292

Quadrilatères, rectangles, carrés : définition et reconnaissance

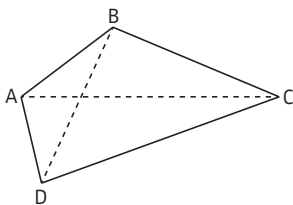
1 Vocabulaire

► **DÉFINITION.** Un **quadrilatère** est un polygone qui a quatre côtés.

À noter
Un polygone est une figure géométrique limitée par une ligne brisée fermée.

EXEMPLE : ABCD est un quadrilatère.

On peut aussi le nommer BCDA, ADCB... mais pas ACBD (qui est différent : c'est un quadrilatère croisé).

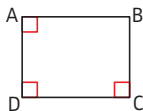


- A, B, C et D sont les **sommets** du quadrilatère.
- [AB], [BC], [CD], [DA] sont les **côtés** du quadrilatère.
- [AC] et [BD] sont les **diagonales** du quadrilatère.
- [AB] et [CD] sont deux **côtés opposés** du quadrilatère.
- [AB] et [BC] sont deux **côtés consécutifs** du quadrilatère.

2 Rectangle

► **DÉFINITION.** Un **rectangle** est un quadrilatère qui a trois (donc quatre) angles droits.

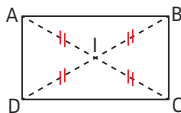
EXEMPLE : ABCD est un rectangle.
 \widehat{ABC} est également un angle droit.



► **PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE.**

Un rectangle est un quadrilatère dont les **diagonales** sont de même longueur et se coupent en leur milieu.

EXEMPLE : D'après les codages, $AC = BD$ et I est le milieu de [AC] et [BD].
Donc ABCD est un rectangle.

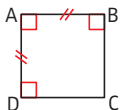


3 Carré

► **DÉFINITION.** Un **carré** est un quadrilatère qui a trois angles droits (il en a alors quatre) et deux côtés consécutifs égaux (il a alors ses quatre côtés égaux).

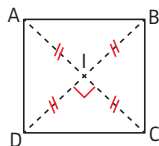
EXEMPLE : ABCD est un carré.

\widehat{BCD} est également un angle droit et on a :
 $AB = BC = CD = DA$.



► **PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE.** Un carré est un quadrilatère dont les **diagonales** sont de même longueur, se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.

EXEMPLE : D'après les codages, $AC = BD$, I est le milieu de [AC] et [BD], et (AC) et (BD) sont perpendiculaires. Donc ABCD est un carré.



► **CONSÉQUENCE.** Un carré est donc un **rectangle particulier**.

► **AUTRES PROPRIÉTÉS.** Un rectangle, un carré ont des **côtés opposés** deux à deux **parallèles** et de **même longueur**.

La méthode

Reconnaître un rectangle, un carré

► On utilise l'une des **définitions** ou **propriétés** ci-dessus.

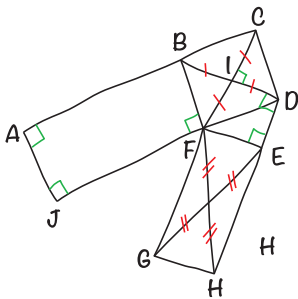


Entraîne-toi !

Reconnaître un rectangle, un carré

En utilisant les codages, nomme les rectangles (qui ne sont pas des carrés) et les carrés, tracés sur le schéma ci-contre.

Justifie tes réponses.



→ CORRIGÉS PAGE 292

Losanges, parallélogrammes : définition et reconnaissance

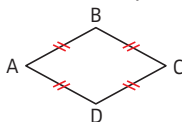
6^e 5^e

1 Losange 6^e

► **DÉFINITION.** Un **losange** est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.

► **EXEMPLE :** $AB = BC = CD = AD$.

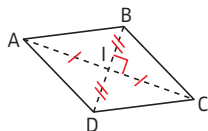
Donc ABCD est un losange.



► **PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE.** Un losange est un quadrilatère dont les **diagonales** se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.

► **EXEMPLE :** D'après les codages, I est le milieu de [AC] et [BD], et (AC) et (BD) sont perpendiculaires.

Donc ABCD est un losange.



► **AUTRE PROPRIÉTÉ.** Un losange a ses **côtés opposés parallèles** deux à deux.

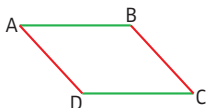
2 Parallélogramme 5^e

► **DÉFINITION.** Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

► **EXEMPLE :**

$(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$.

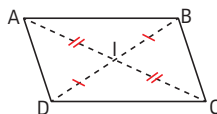
Donc ABCD est un parallélogramme.



► **PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE 1.** Un parallélogramme est un quadrilatère dont les **diagonales** se coupent en leur milieu.

► **EXEMPLE :** D'après les codages, I est le milieu de [AC] et [BD].

Donc ABCD est un parallélogramme.

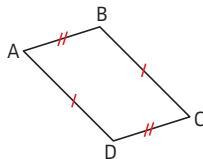


► **CONSÉQUENCE.** Un rectangle, un carré (voir fiche 80) ou un losange sont des **parallélogrammes particuliers** (voir début de l'ouvrage).

► **PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE 2.** Un parallélogramme est un quadrilatère **non croisé** qui a ses **côtés opposés** deux à deux de même longueur.

EXEMPLE :

D'après les codages, $AB = CD$, $BC = AD$, et le quadrilatère ABCD est non croisé. Donc ABCD est un parallélogramme.



La méthode

Reconnaître un losange, un parallélogramme 6^e 5^e

► On utilise l'une des **définitions** ou **propriétés** précédentes.

Entraîne-toi !

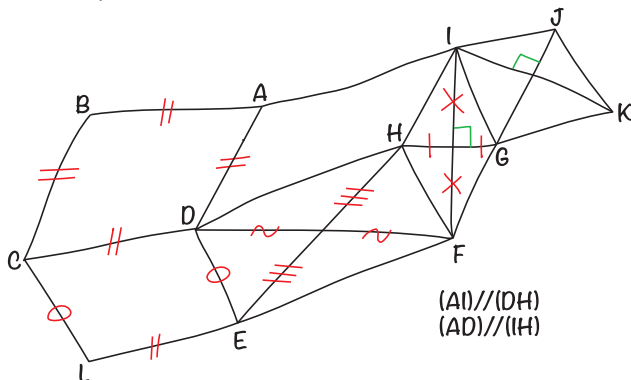
Reconnaître un losange, un parallélogramme

6^e

a) En utilisant les codages, trouve et nomme les losanges tracés sur le dessin à main levée ci-dessous. Justifie tes réponses.

5^e

b) En utilisant les codages et les informations notées sous la figure, trouve et nomme les parallélogrammes (qui ne sont pas des losanges) tracés sur le dessin à main levée ci-dessous. Justifie tes réponses.



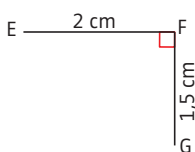
CORRIGÉS PAGE 292

Les méthodes

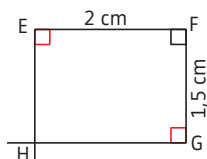
1 Construire un rectangle

► **MÉTHODE 1.** On utilise la **définition** (voir fiche 80).

EXEMPLE : Construire un rectangle EFGH tel que $EF = 2 \text{ cm}$ et $FG = 1,5 \text{ cm}$.



► **ÉTAPE 1.** On trace les **deux côtés perpendiculaires** dont on connaît la mesure.

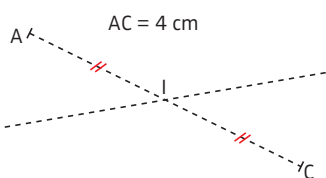


► **ÉTAPE 2.** On complète le rectangle en traçant les **deux autres côtés perpendiculaires**.

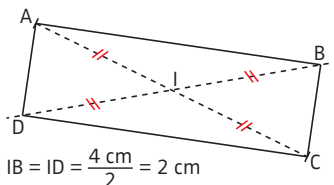
Tu peux aussi compléter le rectangle en utilisant le compas (voir méthode 3 de la fiche 84).

► **MÉTHODE 2.** On utilise la **propriété caractéristique** (voir fiche 80).

EXEMPLE : Construire un rectangle ABCD tel que $AC = 4 \text{ cm}$.



► **ÉTAPE 1.** On trace **une diagonale**, on place son milieu I, puis on trace une droite passant par I.



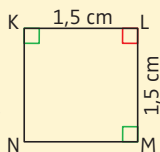
► **ÉTAPE 2.** On place les **deux points** B et D sur cette droite, tels que : $IB = ID = \frac{AC}{2}$.

2 Construire un carré

► **MÉTHODE 1.** On utilise la **définition** (voir fiche 80).

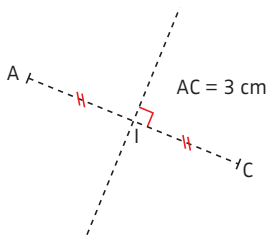
EXEMPLE : Construire un carré KLMN tel que $KL = 1,5 \text{ cm}$.

Reprends la méthode 1 de construction d'un rectangle avec $KL = LM = 1,5 \text{ cm}$.

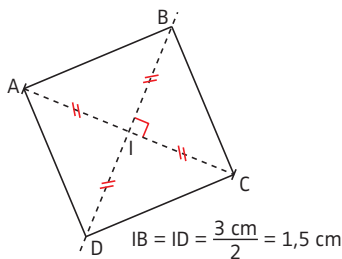


► **MÉTHODE 2.** On utilise la **propriété caractéristique** (voir fiche 80).

EXEMPLE : Construire un carré ABCD de diagonale 3 cm.



► **ÉTAPE 1.** On trace **une diagonale**, on place son milieu I, puis on trace la droite perpendiculaire à cette diagonale passant par I.



► **ÉTAPE 2.** On place **les deux points B et D** sur cette perpendiculaire, tels que : $IB = ID = \frac{AC}{2}$.



Entraîne-toi !

1 Construire un rectangle

- Construis un rectangle ABCD tel que $AB = 5 \text{ cm}$ et $BC = 4 \text{ cm}$.
- Construis un rectangle EFGH tel que $EG = 4,6 \text{ cm}$.

2 Construire un carré

- Construis un carré ABCD tel que $AB = 3 \text{ cm}$.
- Construis un carré HIJK tel que $HJ = 5 \text{ cm}$.

Conseil

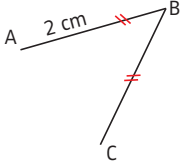
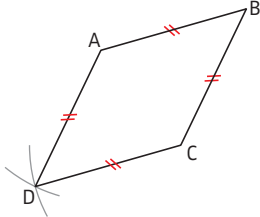
Commence par dessiner une figure à main levée.

Les méthodes

Construire un losange

► **MÉTHODE 1.** On utilise la **définition** (voir fiche 81).

► **EXEMPLE :** Construire un losange ABCD tel que $AB = 2$ cm.

	
<p>► ÉTAPE 1. On trace deux segments [AB] et [BC], de 2 cm de long.</p>	<p>► ÉTAPE 2. On trace deux arcs de cercle de centres A et C, et de rayon 2 cm. Ils se coupent en D.</p>

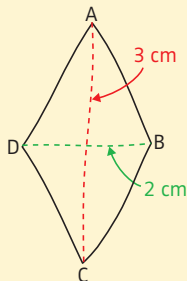
Il y a une infinité de losanges possibles.

► **MÉTHODE 2.** On utilise la **propriété caractéristique** (voir fiche 81).

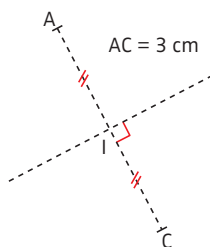
► **EXEMPLE :** Construire un losange ABCD tel que :

$AC = 3$ cm et $BD = 2$ cm.

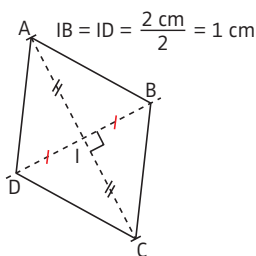
[AC] et [BD] sont les diagonales du losange. Un dessin à main levée permet de le constater.



Ce dessin à main levée n'a pas à être précis. Il doit être vite réalisé.



► **ÉTAPE 1.** On trace une **première diagonale** (par exemple $[AC]$), son milieu I et la droite perpendiculaire à cette diagonale qui passe par I .



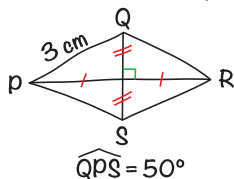
► **ÉTAPE 2.** On place les **deux points** B et D sur cette perpendiculaire, tels que : $IB = ID = \frac{BD}{2}$.



Entraîne-toi !

Construire un losange

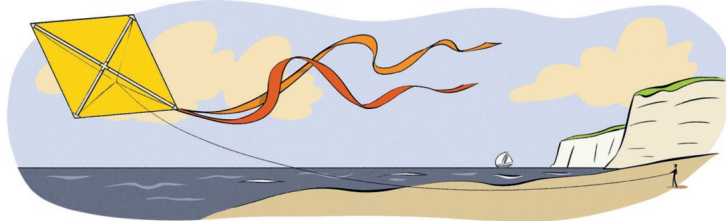
- Construis un losange $ABCD$ tel que $AB = 4$ cm.
- Construis un losange $EFGH$ tel que $EG = 4$ cm et $FH = 3$ cm.
- Construis avec précision le quadrilatère schématisé ci-dessous.



Conseil

Pour tracer l'angle \widehat{QPS} , reporte-toi à la fiche 86.

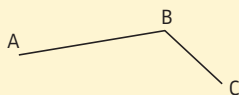
- Construis un losange $KLMN$ tel que $KM = 4$ cm et $KL = 3$ cm.



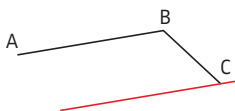
Les méthodes

Construire un parallélogramme

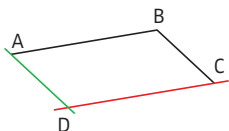
EXEMPLE : Terminer le parallélogramme ABCD, à partir des points ci-contre.



► **MÉTHODE 1.** On utilise la **définition** (voir fiche 81).

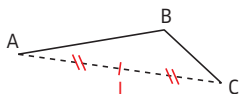


► **ÉTAPE 1.** On trace la **droite parallèle à un côté** qui passe par le 3^e sommet.

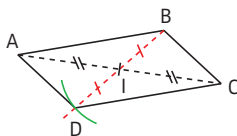


► **ÉTAPE 2.** On trace la **droite parallèle au 2^e côté** qui passe par l'autre sommet. Ces deux parallèles se coupent en D.

► **MÉTHODE 2.** On utilise la **propriété caractéristique 1** (voir fiche 81).



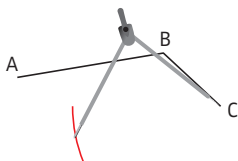
► **ÉTAPE 1.** On place le **milieu de la diagonale [AC]**.



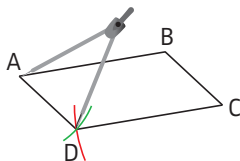
► **ÉTAPE 2.** On trace la demi-droite [BI) et on place sur cette demi-droite le point D tel que I soit le **milieu de [BD]**, c'est-à-dire $ID = IB$.

► **MÉTHODE 3.** On utilise la **propriété caractéristique 2** (voir fiche 81).

Si tu as le choix, privilégie la méthode 3, qui est la plus simple à exécuter.



► **ÉTAPE 1.** On trace un **arc de cercle** de centre C et de rayon AB.



► **ÉTAPE 2.** On trace un **2^e arc de cercle** de centre A et de rayon BC. Il coupe l'arc de cercle précédent en D, tel que ABCD soit non croisé.



Entraîne-toi !

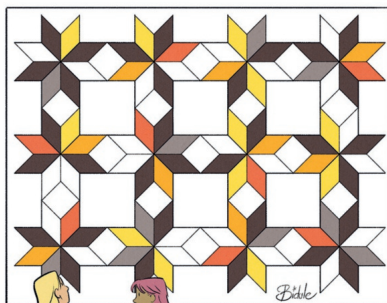
Construire un parallélogramme

► Trace un triangle ABC tel que $AB = 4$ cm, $BC = 2$ cm et $AC = 3$ cm.

► Puis place le point D tel que ABCD soit un parallélogramme en utilisant la méthode 1.

► Place le point F tel que ACBF soit un parallélogramme en utilisant la méthode 2.

► Place le point E tel que ABEC soit un parallélogramme en utilisant la méthode 3.



« Les parallélogrammes »



Tracer un rectangle d'or

Le rectangle d'or se retrouve dans de nombreuses œuvres d'art depuis l'Antiquité. Il est en effet associé à la beauté et à l'harmonie.

Qu'est-ce qu'un rectangle d'or ?

► Trace un rectangle qui te semble « beau », c'est-à-dire qui te paraît **bien proportionné**.

Le rectangle ci-dessous te semble-t-il bien proportionné ?



► Calcule le **rapport longueur sur largeur** (c'est-à-dire le quotient de la longueur par la largeur) du rectangle que tu as tracé, puis du rectangle ci-dessus. Que constates-tu ?

► Il y a des chances que tu trouves dans les deux cas environ 1,7. Ce nombre est proche du nombre appelé **nombre d'or**, qui est égal

$$\text{à } \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,68.$$

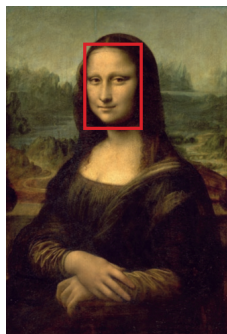
► Les rectangles dont le rapport longueur sur largeur est égal au nombre d'or sont considérés comme des rectangles idéaux. On les appelle des **rectangles d'or**.

À noter

Le premier texte connu qui mentionne le nombre d'or est les *Éléments d'Euclide*, vers 300 av. J.-C.

Où trouve-t-on le rectangle d'or ?

► On trouve le rectangle d'or dans de nombreuses œuvres d'art, notamment en **architecture** ou en **peinture**.



► En architecture, on retrouve le nombre d'or dans des monuments célèbres comme le **Parthénon** à Athènes (Grèce), dont le début de la construction date d'environ 440 av. J.-C. Le rectangle rouge sur la photo de gauche est un rectangle d'or.

► Les peintres de la Renaissance (XV^e et XVI^e siècles) sont influencés par le nombre d'or. C'est notamment le cas de Léonard de Vinci, de Michel-Ange et de Botticelli. Par exemple, le visage de la **Joconde** (photo de droite) est encadré par un rectangle d'or.

À toi de jouer !

 4^e

Le rectangle d'or

a) Voici un programme de construction qui permet d'obtenir un rectangle d'or.

► Trace un carré ABCD.

► Soit M le milieu de [AB]. Trace le cercle de centre M qui passe par C ; il coupe [AB] en E.

► Trace la droite perpendiculaire à (AB) qui passe par E ; elle coupe (DC) en F.

Le rectangle ADFE est un rectangle d'or.

b) Démonstrons-le. Pour cela, on suppose que $AD = AB = 1$.

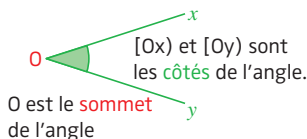
► Démontre que $ME = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

► Calcule AE et $\frac{AE}{FE}$. Conclus.

CORRIGÉS PAGE 294

Angles

► **DÉFINITION.** Un **angle** est une portion de plan délimitée par deux demi-droites de même origine.

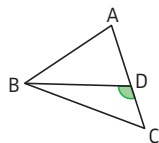


► Un angle peut être **nommé** par son sommet (s'il n'y a pas d'ambiguïté) ou par trois lettres.

EXEMPLE : Sur la figure ci-contre,

on ne peut pas nommer l'angle codé \hat{D} , car il y a plusieurs angles de sommet D.

On doit le nommer avec trois lettres : \widehat{BDC} ou \widehat{CDB} .

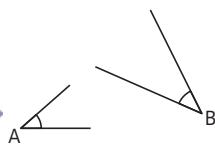


► **Deux angles** ont la **même mesure** s'ils sont superposables.

EXEMPLE : Les angles \hat{A} et \hat{B} ci-contre ont la même mesure.

Attention !

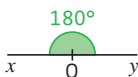
La longueur des traits qui représentent les côtés n'a aucune influence sur la grandeur d'un angle. C'est l'écartement qui compte.



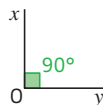
► Il existe **quatre types d'angles**.

► **Angle plat**

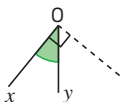
Angle de 180° : ses côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

► **Angle droit**

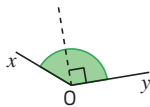
Angle de 90° : ses côtés sont perpendiculaires.

► **Angle aigu**

Angle plus petit que l'angle droit.

► **Angle obtus**

Angle plus grand que l'angle droit.

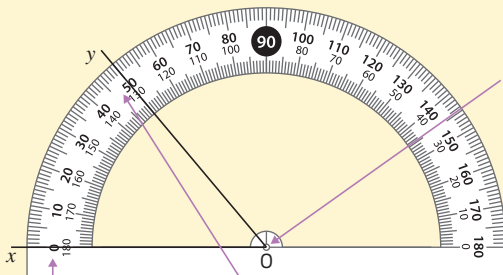


La méthode

Mesurer un angle

► Pour comparer des angles, on peut utiliser du papier-calque mais ce n'est pas toujours pratique. On peut aussi mesurer les angles avec un **rapporteur**.

EXEMPLE : Mesurer l'angle \widehat{xOy} .



Étape 1. On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle.

Étape 2. On place un zéro de la graduation du rapporteur sur l'un des côtés de l'angle.

Étape 3. On mesure l'angle : ici, on mesure 50° et non 130° (130° ne fait pas partie des graduations correspondant au zéro placé sur le côté de l'angle).

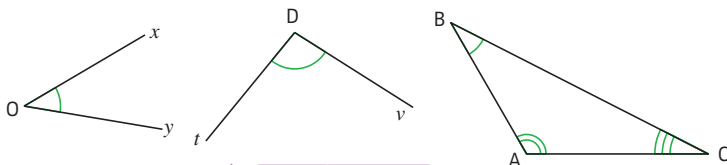
Attention ! Une fois la mesure trouvée, assure-toi qu'elle correspond bien à la nature de l'angle (aigu, obtus ou droit). Ici, l'angle est aigu, donc sa mesure doit être inférieure à 90° .



Entraîne-toi !

Mesurer un angle

Mesure les angles \widehat{xOy} , \widehat{tDv} , \widehat{A} , \widehat{B} et \widehat{C} . Vérifie la mesure trouvée en identifiant la nature de l'angle (droit, aigu ou obtus).



CORRIGÉS PAGE 294

La méthode

Tracer un angle de mesure donnée

EXEMPLE : En utilisant le dessin ci-dessous, trace une demi-droite $[Ax)$ telle que $\widehat{BAx} = 40^\circ$.



Étapes	Solution
<p>1 On place le rapporteur de telle façon que :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▶ le centre du rapporteur soit sur le sommet de l'angle; ▶ le zéro de la graduation choisie soit sur le côté tracé de l'angle. 	<p>A diagram showing a protractor placed with its center at vertex A and the 0-degree mark on ray AB. The 40-degree mark is visible on the scale.</p>
<p>2 On marque un point au niveau de la mesure souhaitée.</p> <p>Attention ! Prends bien la graduation correspondant au zéro choisi dans l'étape 1.</p>	<p>A diagram showing a red tick mark at the 40-degree mark on the protractor's scale.</p>
<p>3 On trace la demi-droite dont l'origine est A et qui passe par le point marqué à l'étape 2.</p>	<p>A diagram showing the final angle with vertex A, side AB, and a new ray Ax forming a 40-degree angle, indicated by a green arc and the label 40°.</p>



Entraîne-toi !

1 Tracer un angle de mesure donnée

a) Trace un segment [AB].

Trace une demi-droite [Ax) telle que $\widehat{BAx} = 60^\circ$.

b) Trace un segment [CD].

Trace une demi-droite [Dy) telle que $\widehat{CDy} = 110^\circ$.

c) Trace un segment [EF] tel que $EF = 4,5$ cm.

Trace une demi-droite [Ex) telle que $\widehat{FEx} = 50^\circ$.

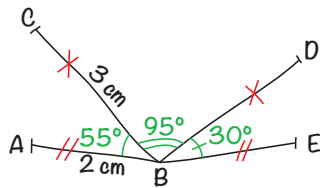
Trace une demi-droite [Fy) telle que $\widehat{EFy} = 40^\circ$. Elle coupe la demi-droite [Ex) en G.

► Mesure l'angle \widehat{FGE} .

2 Résoudre un problème

a) Reproduis en vraie grandeur la figure schématisée ci-contre.

b) Les points A, B et E sont-ils alignés? Justifie ta réponse.



TRENTE-TROIS ARAIGNÉES FONT UN GRAND REPAS.

TROIS POINTS ALIGNÉS FORMENT UN ANGLE PLAT.



Angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants

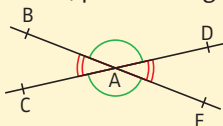
5^e

Les méthodes

1 Reconnaître deux angles opposés par le sommet

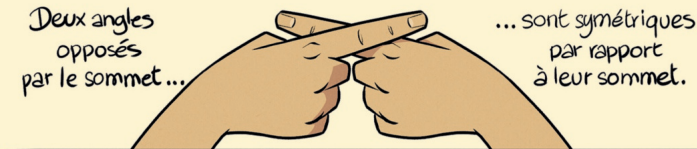
► **DÉFINITION 1.** Deux angles sont **opposés par le sommet** s'ils ont le même sommet et si leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

EXEMPLE : Les angles \widehat{BAC} et \widehat{DAE} sont opposés par le sommet.
De même, pour les angles \widehat{BAD} et \widehat{CAE} .



Deux droites sécantes forment toujours deux paires d'angles opposés par le sommet.

Deux angles opposés par le sommet...



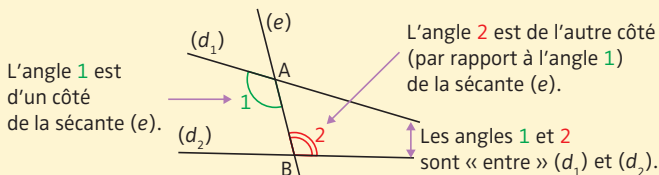
... sont symétriques par rapport à leur sommet.

2 Reconnaître deux angles alternes-internes

► **DÉFINITION 2.** Soient deux droites (d_1) et (d_2) coupées par une droite (e) . Cette droite est appelée sécante.

Les angles 1 et 2 de sommets A et B sont «entre» les deux droites (d_1) et (d_2) et de part et d'autre de la sécante (e) .

On dit que ces deux angles sont **alternes-internes**.

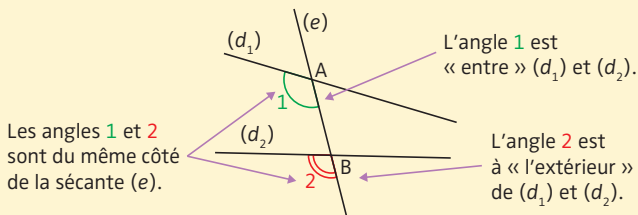


3 Reconnaître deux angles correspondants

► **DÉFINITION 3.** Soient deux droites (d_1) et (d_2) coupées par une droite (e) .

L'angle 1 de sommet A est «entre» (d_1) et (d_2) ; l'angle 2 de sommet B est à «l'extérieur» de (d_1) et (d_2) . Ils sont tous les deux situés du même côté de la sécante (e) .

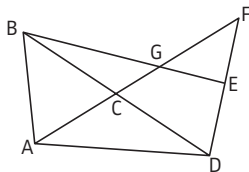
On dit que les angles 1 et 2 sont **correspondants**.



Entraîne-toi !

1 Reconnaître deux angles opposés par le sommet

Sur la figure ci-dessous, nomme quatre paires d'angles opposés par le sommet.



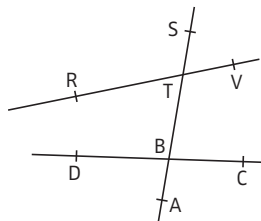
Conseil

Pense à nommer les angles avec trois lettres.

2 Reconnaître deux angles alternes-internes, deux angles correspondants

Sur la figure ci-contre, nomme :

- deux paires d'angles alternes-internes ;
- quatre paires d'angles correspondants.



→ CORRIGÉS PAGE 295

Utilisation des angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants

5^e

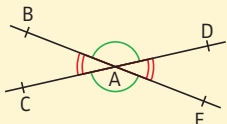
Les méthodes

1 Calculer la mesure d'un angle en utilisant les angles opposés par le sommet

► **PROPRIÉTÉ.** Deux angles opposés par le sommet ont la **même mesure**.

Pour la définition des angles opposés par le sommet, voir fiche 87.

EXEMPLE :



Les angles \widehat{BAC} et \widehat{DAE} sont opposés par le sommet donc $\widehat{BAC} = \widehat{DAE}$.

De même, $\widehat{BAD} = \widehat{CAE}$.

2 Calculer la mesure d'un angle en utilisant les angles alternes-internes, les angles correspondants

► PROPRIÉTÉS.

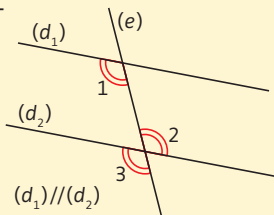
► Si deux droites sont **parallèles** et coupées par une sécante, alors elles forment des angles **alternes-internes de même mesure**.

► Si deux droites sont **parallèles** et coupées par une sécante, alors elles forment des angles **correspondants de même mesure**.

Pour la définition des angles alternes-internes et correspondants, voir fiche 87.

EXEMPLE : Les angles 1 et 2 sont alternes-internes, définis par les droites (d_1) et (d_2) parallèles et la sécante (e) , donc ils ont la même mesure.

Les angles 1 et 3 sont correspondants, définis par les droites (d_1) et (d_2) parallèles et la sécante (e) , donc ils ont la même mesure.

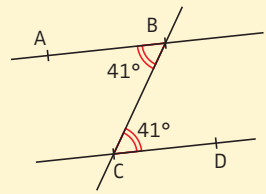


3 Démontrer que deux droites sont parallèles en utilisant les angles alternes-internes, les angles correspondants

PROPRIÉTÉS.

- Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles **alternes-internes de même mesure**, alors elles sont **parallèles**.
- Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles **correspondants de même mesure**, alors elles sont **parallèles**.

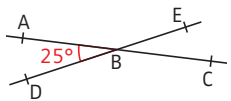
EXEMPLE : Les angles \widehat{ABC} et \widehat{BCD} sont alternes-internes et égaux (à 41°), donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



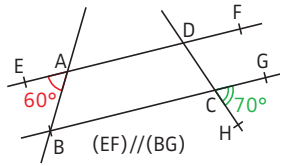
Entraîne-toi !

1 Calculer la mesure d'un angle en utilisant des angles particuliers

a) Détermine la mesure des angles \widehat{EBC} et \widehat{DBC} . Justifie.

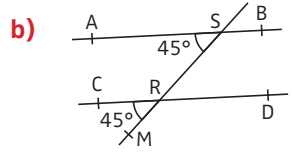
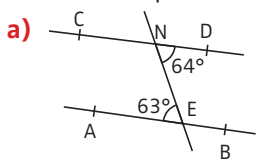


b) Détermine la mesure des angles \widehat{ABC} et \widehat{FDC} . Justifie.



2 Démontrer que deux droites sont parallèles en utilisant les angles alternes-internes, les angles correspondants

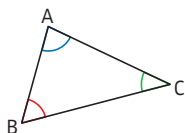
Dans chaque cas, les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifie tes réponses.



Propriété et justification

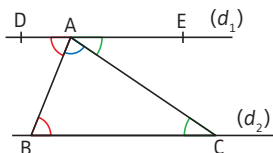
► **PROPRIÉTÉ.** La somme des angles d'un triangle est **égale à 180°**.

► **EXEMPLE :** $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{BCA} = 180^\circ$.



► Voici une **justification** de cette propriété. Dans la figure ci-contre, les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.

Les angles \widehat{ABC} et \widehat{DAB} sont alternes-internes, définis par les droites (d_1) et (d_2) parallèles et la sécante (AB) . Donc ils ont la même mesure (voir fiche 88).



De même, les angles \widehat{ACB} et \widehat{CAE} ont la même mesure.

Donc $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{BCA} = \widehat{DAB} + \widehat{BAC} + \widehat{CAE} = \widehat{DAE}$.

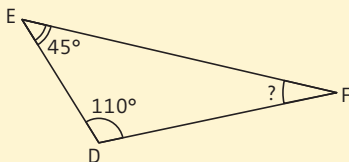
\widehat{DAE} est un angle plat, donc il mesure 180° (voir fiche 85).

Donc finalement, $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{BCA} = 180^\circ$.

Les méthodes

1 Calculer la mesure d'un angle dans un triangle

EXEMPLE : Déterminer la mesure de l'angle \widehat{DFE} .



Étapes	Solution
1 On cite la propriété en précisant le triangle dans laquelle on l'applique.	1 La somme des angles d'un triangle est égale à 180° . Donc dans le triangle DEF, on a :
2 On écrit l' égalité correspondante.	2 $\widehat{DFE} + \widehat{DEF} + \widehat{FDE} = 180^\circ$
3 On remplace les mesures des angles connus par leurs valeurs .	3 $\widehat{DFE} + 45^\circ + 110^\circ = 180^\circ$ $\widehat{DFE} + 155^\circ = 180^\circ$
4 On termine le calcul .	4 $\widehat{DFE} = 180^\circ - 155^\circ = 25^\circ$

2 Calculer la mesure d'un angle dans un triangle particulier

► On utilise la propriété de la somme des angles d'un triangle et les **propriétés des triangles particuliers** (voir fiche 71).



Entraîne-toi !

1 Calculer la mesure d'un angle dans un triangle

Détermine la mesure de l'angle \widehat{ABC} dans les triangles ABC suivants (précise la nature du triangle ABC s'il est particulier).

- a) $\widehat{CAB} = 53^\circ$ et $\widehat{ACB} = 79^\circ$ b) $\widehat{CAB} = 122^\circ$ et $\widehat{ACB} = 25^\circ$
 c) $\widehat{CAB} = 43^\circ$ et $\widehat{ACB} = 94^\circ$ d) $\widehat{CAB} = 64^\circ$ et $\widehat{ACB} = 26^\circ$

2 Calculer la mesure d'un angle dans un triangle particulier

a) Soit RST un triangle isocèle en R tel que $\widehat{SRT} = 30^\circ$.

Détermine la mesure des angles \widehat{RST} et \widehat{RTS} .

b) Soit DEF un triangle rectangle en E tel que $\widehat{DFE} = 35^\circ$.

Détermine la mesure de l'angle \widehat{FDE} .

Trigonométrie : vocabulaire et formules

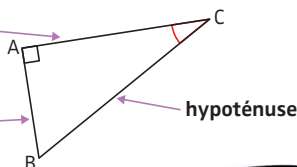
4^e 3^e

1 Vocabulaire dans un triangle rectangle

► Soit ABC un triangle rectangle en A.

côté adjacent à l'angle \widehat{ACB}
(c'est le côté de l'angle droit qui rejoint le sommet de l'angle \widehat{ACB})

côté opposé à l'angle \widehat{ACB}
(c'est le côté « en face » de l'angle \widehat{ACB})



2 Formules de trigonométrie : cosinus, sinus, tangente

► Soit ABC un triangle rectangle en A.

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{ACB}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC} \quad 4^e$$

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ACB}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC} \quad 3^e$$

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ACB}}{\text{côté adjacent à } \widehat{ACB}} = \frac{AB}{AC} \quad 3^e$$



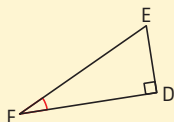
Les méthodes

1 Reconnaître un côté adjacent, un côté opposé et l'hypoténuse dans un triangle rectangle 4^e

► On utilise le **vocabulaire** dans un triangle rectangle (ci-dessus).

2 Appliquer les trois formules de trigonométrie 4^e 3^e

EXEMPLE : Dans le triangle rectangle ci-contre, donner le quotient égal à $\cos \widehat{DFE}$.




Entraîne-toi !

Dans les exercices 1 et 2, on utilisera les figures ci-dessous :

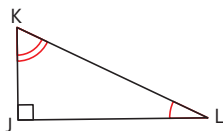


Figure (1)

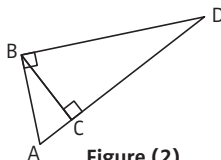


Figure (2)

4^e

1 Appliquer la formule du cosinus

a) **Figure (1)** : Donne le quotient égal à $\cos \widehat{JKL}$.

b) **Figure (2)** :

► Dans le triangle rectangle ABD, donne le quotient égal à $\cos \widehat{ADB}$.

► Dans le triangle rectangle ABC, donne le quotient égal à $\cos \widehat{ABC}$.

3^e

2 Appliquer les formules du sinus et de la tangente

a) **Figure (1)** : Donne le quotient égal à $\sin \widehat{JKL}$, puis à $\tan \widehat{JKL}$.

b) **Figure (2)** :

► Dans le triangle rectangle ABD, donne le quotient égal à $\tan \widehat{ADB}$, puis à $\sin \widehat{ADB}$.

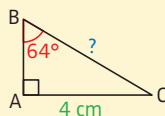
► Dans le triangle rectangle ABC, donne le quotient égal à $\tan \widehat{BAC}$, puis à $\sin \widehat{ABC}$.

Trigonométrie : 4^e 3^e calcul d'une longueur dans un triangle rectangle

Les méthodes

- 1** Déterminer la formule de trigonométrie à utiliser pour calculer une longueur dans un triangle rectangle 3^e

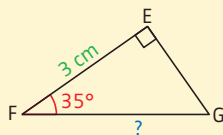
EXEMPLE : Quelle formule de trigonométrie faudrait-il utiliser pour calculer la longueur BC ?



Étapes	Solution
1 On identifie l' angle connu .	1 On connaît \widehat{ABC} .
2 On identifie le côté connu et le côté cherché du triangle rectangle : côté adjacent, côté opposé ou hypoténuse (voir fiche 90).	2 On connaît $[AC]$ qui est le côté opposé à l'angle \widehat{ABC} . On cherche $[BC]$ qui est l'hypoténuse du triangle ABC rectangle en A.
3 On en déduit la formule à utiliser (voir fiche 90).	3 Il faut donc utiliser le sinus.

- 2** Calculer une longueur dans un triangle rectangle en utilisant les formules de trigonométrie 4^e 3^e

EXEMPLE : Calculer une valeur approchée au dixième de cm près de la longueur FG.



Étapes	Solution
1 On nomme le triangle rectangle dans lequel on va appliquer l'une des formules de trigonométrie.	1 EFG est un triangle rectangle en E.

2 On trouve la **formule** de trigonométrie qui correspond (voir méthode 1) et on l'applique.

2 On cherche l'hypoténuse et on connaît le côté adjacent à \widehat{EFG} . Il faut utiliser le cosinus.

$$\cos \widehat{EFG} = \frac{FE}{FG}$$

3 On remplace les **variables connues** par leur valeur. On fait apparaître une **égalité de fractions** (en mettant 1 au dénominateur).

$$\begin{aligned} \mathbf{3} \quad \cos 35^\circ &= \frac{3}{FG} \\ \frac{\cos 35^\circ}{1} &= \frac{3}{FG} \end{aligned}$$

4 On applique le **produit en croix** (voir fiche 44) et on calcule la longueur recherchée.

$$\begin{aligned} \mathbf{4} \quad FG \times \cos 35^\circ &= 3 \times 1 \\ \text{En cm : } FG &= \frac{3 \times 1}{\cos 35^\circ} \approx 3,7. \end{aligned}$$



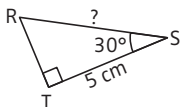
Entraîne-toi !

3^e

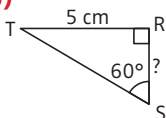
1 Déterminer la formule de trigonométrie à utiliser

Quelle formule de trigonométrie faut-il utiliser pour calculer RS ?

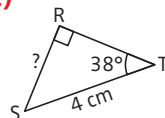
a)



b)



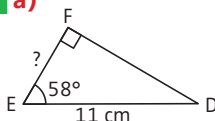
c)



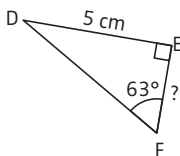
2 Calculer une longueur en utilisant la trigonométrie

Détermine une valeur approchée au dixième de cm près de EF.

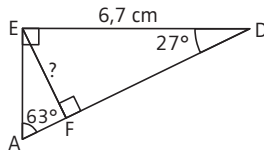
4^e a)



3^e b)



3^e c)



CORRIGÉS PAGE 297

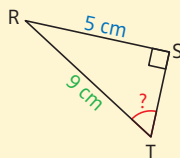
Trigonométrie : calcul d'un angle dans un triangle rectangle

4^e 3^e

Les méthodes

- 1** Déterminer la formule de trigonométrie à utiliser pour calculer la mesure d'un angle dans un triangle rectangle **3^e**

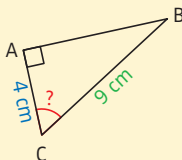
EXEMPLE : Quelle formule de trigonométrie faudrait-il utiliser pour calculer la mesure de l'angle \widehat{STR} ?



Étapes	Solution
1 On identifie l' angle cherché .	1 L'angle cherché est \widehat{STR} .
2 On identifie les côtés connus du triangle rectangle : côté adjacent, côté opposé ou hypoténuse (voir fiche 90).	2 On connaît $[RS]$ qui est le côté opposé à l'angle \widehat{STR} . On connaît $[RT]$ qui est l'hypoténuse du triangle RST rectangle en S.
3 On en déduit la formule à utiliser (voir fiche 90).	3 Il faut donc utiliser le sinus.

- 2** Calculer la mesure d'un angle dans un triangle rectangle en utilisant les formules de trigonométrie **4^e 3^e**

EXEMPLE : Calculer une valeur approchée au dixième de degré près de l'angle \widehat{ACB} .



Étapes	Solution
1 On nomme le triangle rectangle dans lequel on va appliquer l'une des formules de trigonométrie.	1 ABC est un triangle rectangle en A.
2 On trouve la formule de trigonométrie qui correspond (voir méthode 1) et on l'applique.	2 $\cos \widehat{ACB} = \frac{AC}{BC}$
3 On remplace les variables connues par leur valeur.	3 $\cos \widehat{ACB} = \frac{4}{9}$
4 En utilisant la touche arccos, arcsin ou arctan (ou \cos^{-1} , \sin^{-1} , \tan^{-1}) de la calculatrice , on trouve la mesure de l'angle cherché.	4 $\widehat{ACB} = \arccos\left(\frac{4}{9}\right)$ $\widehat{ACB} \approx 63,6^\circ$

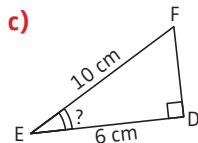
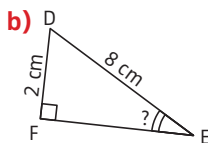
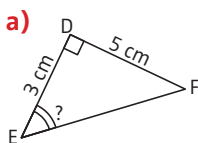


Entraîne-toi !

 3^e

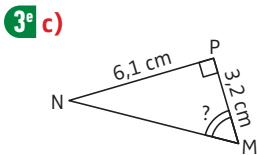
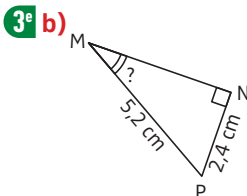
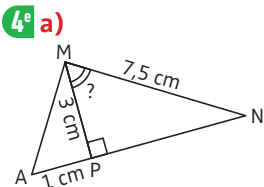
1 Déterminer la formule de trigonométrie à utiliser

Dans les cas suivants, quelle formule de trigonométrie faut-il utiliser pour calculer la mesure de l'angle \widehat{DEF} ?



2 Calculer la mesure d'un angle en utilisant la trigonométrie

Détermine une valeur approchée au degré près de l'angle \widehat{PMN} .



CORRIGÉS PAGE 297

Démontrer que deux droites sont parallèles

6^e5^e3^e

Propriétés utiles pour démontrer que deux droites sont parallèles

► Pour démontrer que deux droites sont parallèles, on peut utiliser l'une des **propriétés** suivantes :

► **PROPRIÉTÉ 1 (P1)**. Si deux droites sont perpendiculaires à une même 3^e droite, alors elles sont parallèles (fiche 68). 6^e

► **PROPRIÉTÉ 2 (P2)**. Si deux droites sont parallèles à une même 3^e droite, alors elles sont parallèles (fiche 68). 6^e

► **PROPRIÉTÉ 3 (P3)**. Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes (ou correspondants) de même mesure, alors elles sont parallèles (fiche 88). 5^e

► **PROPRIÉTÉ 4 (P4)**. Si un quadrilatère est un parallélogramme (en particulier un losange, un rectangle ou un carré), alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux (fiche 81). 5^e

► **PROPRIÉTÉ 5 (P5)**. Réciproque du théorème de Thalès (fiche 79). 3^e

Attention !

Pour pouvoir utiliser une propriété, tu dois t'assurer d'avoir les conditions d'utilisation de cette propriété.

Ces conditions suivent le « Si » de la propriété.

Exemple : La condition d'utilisation de la propriété P1 est d'avoir deux droites qui sont perpendiculaires à une même 3^e droite.



La méthode

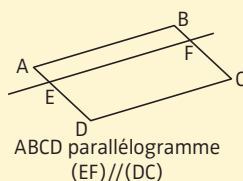
Démontrer que deux droites sont parallèles

► On peut utiliser l'une des propriétés ci-dessus. Le **choix de la propriété** s'effectue à partir de la question :

« En regardant la figure et les données, pour quelle propriété est-il le plus facile de démontrer les conditions d'utilisation ? »

EXEMPLE : 5^e En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, démontrer que $(AB) \parallel (EF)$.

▮ *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions d'utilisation de la propriété P2. En effet, on sait que $(EF) \parallel (DC)$ et il semble que $(AB) \parallel (DC)$.



Comment le démontrer ? On pense à utiliser la propriété P3, car on sait que ABCD est un parallélogramme.

▮ *Rédaction :* ABCD est un parallélogramme. Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles deux à deux. Donc $(AB) \parallel (DC)$.

De plus, on sait que $(EF) \parallel (DC)$ (donnée de l'énoncé). Or, si deux droites sont parallèles à une même 3^e droite, alors elles sont parallèles. Donc $(AB) \parallel (EF)$.

Tu dois toujours bien indiquer les conditions d'utilisation de la propriété que tu utilises avant de conclure.

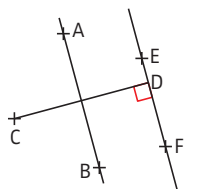


Entraîne-toi !

Démontrer que deux droites sont parallèles

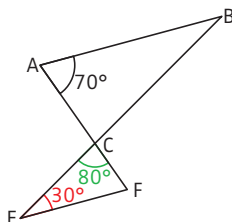
En utilisant les informations portées sur les figures, démontre dans chaque cas que $(AB) \parallel (EF)$. Les mesures sont exprimées dans la même unité.

6^e a)

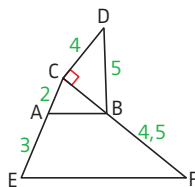


(AB) est la médiatrice de $[DC]$.

5^e b)



3^e c)



CORRIGÉS PAGE 298

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

6^e 4^e

Propriétés utiles pour démontrer que deux droites sont perpendiculaires

► Pour démontrer que deux droites sont perpendiculaires, on peut utiliser l'une des **propriétés** suivantes :

► **PROPRIÉTÉ 1 (P1)**. Si deux droites sont parallèles et si une 3^e droite est perpendiculaire à l'une d'elles, alors elle est perpendiculaire à l'autre. 6^e

► **PROPRIÉTÉ 2 (P2)**. Si une droite est la médiatrice d'un segment, alors elle est perpendiculaire à ce segment (fiche 69). 6^e

► **PROPRIÉTÉ 3 (P3)**. Si un quadrilatère est un rectangle (en particulier un carré), alors ses côtés consécutifs sont perpendiculaires (fiche 80). 6^e

► **PROPRIÉTÉ 4 (P4)**. Si un quadrilatère est un losange (en particulier un carré), alors ses diagonales sont perpendiculaires (fiches 80 et 81). 6^e

► **PROPRIÉTÉ 5 (P5)**. Réciproque du théorème de Pythagore (fiche 77). 4^e

Attention !

Pour pouvoir utiliser une propriété, tu dois t'assurer d'avoir les conditions d'utilisation de cette propriété. Ces conditions suivent le « Si » de la propriété.

Exemple : La condition d'utilisation de la propriété P4 est d'avoir un losange ou un carré.

► On peut aussi démontrer que l'angle formé par les deux droites est **égal à 90°** (voir fiche 96).

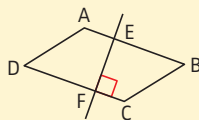
La méthode

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

► On peut utiliser l'une des propriétés ci-dessus. Le **choix de la propriété** s'effectue à partir de la question :

« En regardant la figure et les données, pour quelle propriété est-il le plus facile de démontrer les conditions d'utilisation ? »

EXEMPLE : 5^e En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, démontrer que $(AB) \perp (EF)$.



ABCD parallélogramme

► *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions d'utilisation de la propriété P1 : on sait que $(EF) \perp (DC)$, et (AB) et (DC) semblent parallèles.

Comment le démontrer ?

En utilisant le fait que ABCD est un parallélogramme.

► *Rédaction :* ABCD est un parallélogramme. Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles. Donc $(AB) \parallel (DC)$.

On sait que $(EF) \perp (DC)$ (donnée de l'énoncé). Or, si deux droites sont parallèles et si une 3^e droite est perpendiculaire à l'une d'elles, alors elle est perpendiculaire à l'autre. Donc $(AB) \perp (EF)$.

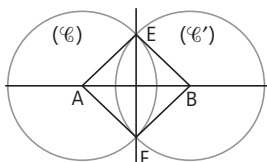


Entraîne-toi !

Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

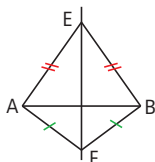
En utilisant les informations portées sur les figures, démontre dans chaque cas que $(AB) \perp (EF)$. Les mesures sont exprimées dans la même unité.

6^e a)

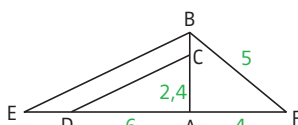


(\odot) et (\odot') ont même rayon.
A est le centre de (\odot) .
B est le centre de (\odot') .

6^e b)



4^e c)



E, D, A, F sont alignés.
 $AE = 7,5$ et $(CD) \parallel (BE)$.

CORRIGÉS PAGES 298-299

Propriétés et formules utiles pour calculer la longueur d'un segment

- Pour calculer la longueur d'un segment, on peut utiliser l'une des **propriétés ou formules** suivantes :
 - Formules de calcul de périmètres, d'aires ou de volumes (fiches 56, 59, 63 et 64). 6^e 5^e 4^e 3^e
 - Théorème de Pythagore (fiche 76). 4^e
 - Théorème de Thalès (fiche 78). 4^e 3^e
 - Formules de trigonométrie (fiches 90 et 91). 4^e 3^e
 - Propriétés des triangles semblables (fiche 75). 3^e

Attention !

Pour pouvoir utiliser une propriété, tu dois t'assurer d'avoir les conditions d'utilisation de cette propriété. Ces conditions suivent le « Si » de la propriété.

Exemples : ► pour le théorème de Pythagore : avoir un triangle rectangle dont on connaît la longueur de 2 côtés ;

► pour le théorème de Thalès : avoir deux parallèles, un triangle ou deux sécantes, connaître la longueur de trois segments sur quatre.

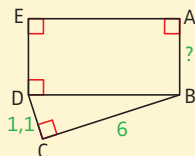
La méthode

Calculer la longueur d'un segment

► On peut utiliser l'une des propriétés ou formules ci-dessus. Le **choix de la propriété ou formule** s'effectue à partir de la question :

« En regardant les données et la figure, pour quelle propriété ou formule est-il le plus facile de démontrer les conditions d'utilisation ? »

EXEMPLE : 4^e En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, calculer AB (les longueurs sont en cm).



Aire du rectangle
ABDE = 24,4 cm².

► Quelle propriété ou formule utiliser ?

En regardant la figure et les données, il semble possible d'utiliser la formule de l'aire du rectangle. En effet, ABDE est un rectangle, car il a 3 angles droits. On connaît son aire et on cherche sa largeur. Mais on ne connaît pas sa longueur.

Comment la calculer ? En utilisant le théorème de Pythagore, puisque BCD est un triangle rectangle.

► *Rédaction :* Dans le triangle BCD rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a : $DB^2 = DC^2 + BC^2$.

Donc $DB^2 = 1,1^2 + 6^2 = 37,21$.

On a donc, en cm, $DB = \sqrt{37,21} = 6,1$.

Aire (ABDE) = $AB \times DB$, donc $24,4 = AB \times 6,1$.

On a donc $AB = 24,4 : 6,1 = 4$. Donc $AB = 4$ cm.

Comment m'y prendre ?
Pose-toi deux questions :
① Que faut-il démontrer ou calculer ?
② Quelle formule ou propriété utiliser ?



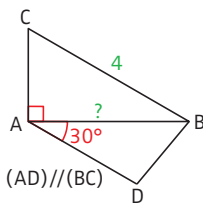
Entraîne-toi !

Calculer la longueur d'un segment

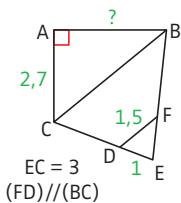
En utilisant les informations portées sur les figures, calcule AB. Tu donneras la valeur exacte ou un arrondi au dixième près.

Les mesures sont exprimées dans la même unité.

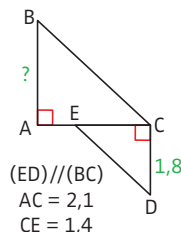
4^e a)



4^e b)



3^e c)



CORRIGÉS PAGE 299

Propriétés et formules utiles pour calculer la mesure d'un angle

► Pour calculer la mesure d'un angle, on peut utiliser l'une des **propriétés ou formules** suivantes :

- Somme des angles dans un triangle (fiche 89). 5^e
- Formules de trigonométrie (fiches 90 et 92). 4^e 3^e

► On peut aussi utiliser l'**égalité avec un angle** dont on connaît la mesure. Pour cela, on utilise les propriétés :

- des angles alternes-internes ou correspondants définis par des droites parallèles (fiche 88); 5^e
- des angles opposés par le sommet (fiche 88); 5^e
- des angles d'un triangle isocèle ou équilatéral (fiche 71); 6^e
- des angles des triangles semblables (fiche 74). 3^e

Attention !

Pour pouvoir utiliser une propriété, tu dois t'assurer d'avoir les conditions d'utilisation de cette propriété.

Exemples : ► pour la propriété de la somme des angles d'un triangle : avoir un triangle dont on connaît deux angles;
 ► pour les formules de trigonométrie : avoir un triangle rectangle dont on connaît la longueur de deux côtés.

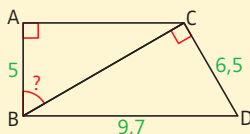
La méthode

Calculer la mesure d'un angle

► On peut utiliser l'une des propriétés ou formules ci-dessus. Le **choix de la propriété ou formule** s'effectue à partir de la question :

« En regardant les données et la figure, pour quelle propriété ou formule est-il le plus facile de démontrer les conditions d'utilisation ? »

EXEMPLE : 4° En utilisant les informations portées sur la figure ci-dessous, calculer un arrondi au degré près de la mesure de \widehat{ABC} . (Les mesures sont exprimées dans la même unité.)



► *Quelle propriété ou formule utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible d'utiliser la trigonométrie dans le triangle rectangle ABC. Mais il manque la longueur d'un côté.

Comment la calculer ? On peut calculer BC en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle DBC.

► *Rédaction :* Dans le triangle DBC rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a : $BD^2 = BC^2 + CD^2$, donc $9,7^2 = BC^2 + 6,5^2$. On a donc $BC^2 = 9,7^2 - 6,5^2 = 51,84$ et $BC = \sqrt{51,84} = 7,2$.

Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{7,2}. \text{ Donc } \widehat{ABC} = \arccos\left(\frac{5}{7,2}\right) \approx 46^{\circ}.$$



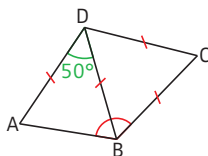
Entraîne-toi !

Calculer la mesure d'un angle

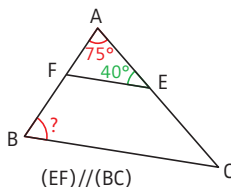
En utilisant les informations portées sur les figures, calcule \widehat{ABC} . Tu donneras la valeur exacte ou un arrondi au dixième de degré près.

Les mesures sont exprimées dans la même unité.

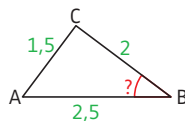
5° a)



5° b)



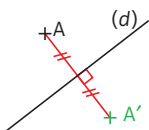
4° c)



CORRIGÉS PAGES 299-300

Points et figures symétriques

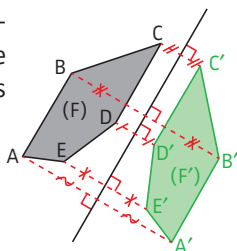
► **DÉFINITION 1.** Deux points A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d) si (d) est la médiatrice du segment $[AA']$ (voir fiche 69).



À noter

Si le point est sur la droite, alors il est son propre symétrique.

► **DÉFINITION 2.** Une figure (F') est le symétrique d'une figure (F) par rapport à une droite (d) si (F') est l'ensemble des symétriques des points de (F) .



À noter

Si on plie la feuille suivant la droite (d) , les figures (F) et (F') se superposent.

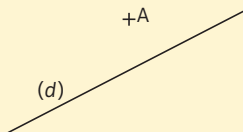
► **PROPRIÉTÉS.** Le symétrique par rapport à une droite :

- d'une **droite** est une droite ;
- d'un **segment** est un segment de même longueur ;
- d'un **angle** est un angle de même mesure ;
- d'un **cercle** est un cercle de même rayon.

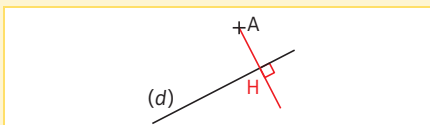
Les méthodes

Construire le symétrique d'un point, d'une figure par rapport à une droite

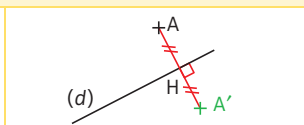
EXEMPLE : Construire le symétrique A' du point A par rapport à la droite (d) .



► **MÉTHODE 1. Avec la règle et l'équerre**

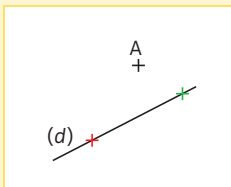


► **Étape 1.** On **trace** la droite perpendiculaire à (d) qui passe par A . Soit H le point d'intersection de cette perpendiculaire avec (d) .

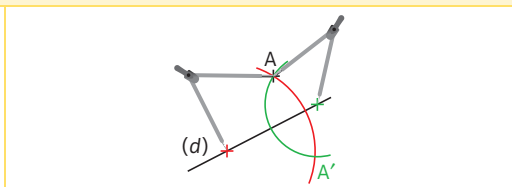


► **Étape 2.** On **place** le point A' sur cette perpendiculaire, tel que $HA' = HA$.

► **MÉTHODE 2. Avec la règle et le compas**



► **Étape 1.** On **place** deux points sur la droite (d) .



► **Étape 2.** On **trace** deux arcs de cercle dont les centres sont ces deux points, et qui passent par A . Ils se coupent en A (bien sûr!) et en un second point qui est A' .

Pour tracer le symétrique d'un polygone, on trace le symétrique de chacun des sommets de ce polygone, et on joint ces nouveaux points.

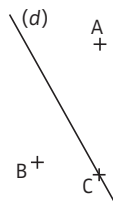


Entraîne-toi !

Construire le symétrique d'un point, d'une figure par rapport à une droite

a) Reproduis une figure analogue et construis le symétrique des points A , B et C par rapport à la droite (d) . Pour le symétrique de A , tu utiliseras l'équerre, et pour celui de B , le compas.

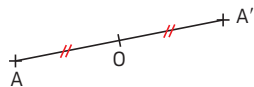
b) Trace un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 4$ cm et $BC = 2,5$ cm. Trace la droite (AC) . Construis en rouge le symétrique du rectangle $ABCD$ par rapport à la droite (AC) .



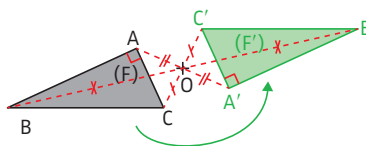
→ CORRIGÉS PAGE 300

Points et figures symétriques par rapport à un point

► **DÉFINITION 1.** Deux points A et A' sont symétriques par rapport à un point O si O est le milieu du segment $[AA']$.



► **DÉFINITION 2.** Une figure (F') est le symétrique d'une figure (F) par rapport à un point O si (F') est l'ensemble des symétriques des points de (F) .



À noter

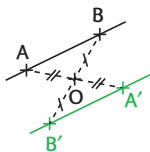
Si on fait tourner la figure (F) d'un demi-tour autour de O , elle se superpose à (F') .

► **PROPRIÉTÉS.** Le symétrique par rapport à un point O :

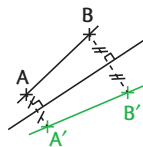
- d'une **droite** est une droite qui lui est parallèle ;
- d'un **segment** est un segment de même longueur ;
- d'un **angle** est un angle de même mesure ;
- d'un **cercle** est un cercle de même rayon.

À noter

À la différence d'une symétrie centrale, dans une symétrie axiale (par rapport à une droite), une droite et son symétrique ne sont généralement pas parallèles.



Symétrie centrale



Symétrie axiale

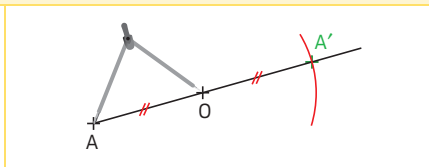
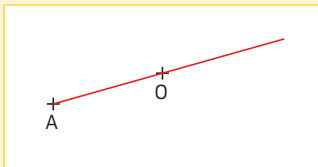
La méthode

Construire le symétrique d'un point, d'une figure par rapport à un point

EXEMPLE : Construire le symétrique A' du point A par rapport au point O .

A
+

O
+



► **Étape 1.** On trace la demi-droite d'origine A passant par O .

► **Étape 2.** On place le point A' sur cette demi-droite tel que $OA' = OA$. On peut utiliser la règle graduée ou le compas. Ce dernier instrument permet d'être plus précis.

- Cette méthode est la conséquence de la définition 1.
- Pour tracer le symétrique d'un polygone, on trace le symétrique de chacun des sommets de ce polygone, et on joint ces nouveaux points.



Entraîne-toi !

Construire le symétrique d'un point, d'une figure par rapport à un point

- a) Place trois points D , E et F non alignés.
 - Construis le point G symétrique de D par rapport à E .
 - Construis le point H symétrique de F par rapport à D .
 - Construis le point I symétrique de E par rapport à F .
- b) Trace un triangle ABC tel que :

$AB = 4$ cm ; $BC = 3,2$ cm et $AC = 2,8$ cm.

Place un point D à l'intérieur de ce triangle et trace en rouge le symétrique du triangle ABC par rapport au point D .

→ CORRIGÉS PAGE 300

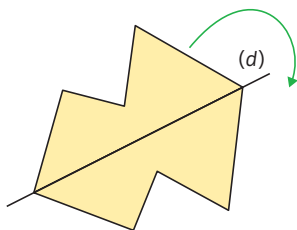
1 Axe de symétrie 6^e

► **DÉFINITION 1.** On dit qu'une droite (d) est un **axe de symétrie** d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à (d) est elle-même.

Cela signifie que si on plie la figure suivant l'axe de symétrie alors les deux parties de la figure se superposent.

EXEMPLE :

(d) est un axe de symétrie de la figure ci-contre.



À noter

Une figure peut n'avoir aucun axe de symétrie, avoir un axe de symétrie (comme ici), deux axes... ou une infinité d'axes (voir exercice b).

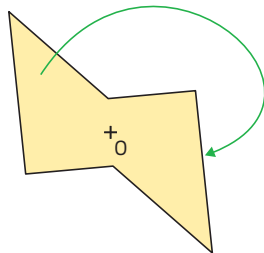
2 Centre de symétrie 5^e

► **DÉFINITION 2.** On dit qu'un point O est un **centre de symétrie** d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à O est elle-même.

Cela signifie que si on fait tourner la figure d'un demi-tour (c'est-à-dire d'un angle de 180°) autour de O , la figure obtenue se superpose à la figure de départ.

EXEMPLE :

O est un centre de symétrie de la figure ci-contre.



À noter

Une figure peut ne pas avoir de centre de symétrie, ou en avoir un (comme ici), ou une infinité si c'est une droite.

Les méthodes

1 Tracer, s'il existe, un axe de symétrie d'une figure ^{6^e}

► On essaie, mentalement, de trouver une droite telle que si on **plie** la figure suivant cette droite, les deux parties obtenues se superposent.

Pour tracer l'axe avec précision, trace la médiatrice du segment formé par deux points qui semblent symétriques.



2 Tracer, s'il existe, le centre de symétrie d'une figure ^{5^e}

► On essaie, mentalement, de trouver un point tel que si on **fait tourner** la figure **d'un demi-tour** autour de ce point, la figure obtenue se superpose à la figure de départ.

Pour placer le centre de symétrie, trace le milieu d'un segment dont les extrémités sont deux points qui semblent symétriques.



Entraîne-toi !

Tracer, s'il en existe, le(s) axe(s) de symétrie et/ou le centre de symétrie d'une figure

a) Construis un triangle isocèle, un triangle équilatéral, un parallélogramme, un losange, un rectangle, un carré et un cercle.

b) S'il en existe, construis en rouge les(s) axe(s) de symétrie de chaque figure.

c) S'il en existe, construis en vert leur centre de symétrie.

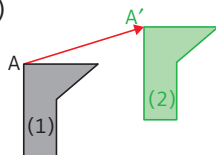
Effet d'une translation sur une figure

► **DÉFINITION.** La **translation** est une transformation du plan qui permet de passer d'une figure (1) à une figure (2) en la faisant glisser sans la faire tourner.

À noter

« Glisser sans tourner » signifie que les côtés de la figure que l'on fait glisser « restent parallèles ».

EXEMPLE : Une translation transforme la figure (1) en la figure (2) : c'est la translation qui transforme A en A'. On dit que la figure (2) est **l'image** de la figure (1) par la translation qui transforme A en A'.



Conseil

Prends un papier-calque, décalque la figure (1). Fais glisser le papier-calque sans le faire tourner pour que A vienne en B. Vérifie que la figure (1) se superpose à la figure (2).

- **PROPRIÉTÉS.** Par une translation, l'image :
- d'une **droite** est une droite qui lui est parallèle;
 - d'un **segment** est un segment de même longueur;
 - d'un **angle** est un angle de même mesure;
 - d'un **cercle** est un cercle de même rayon.

La méthode

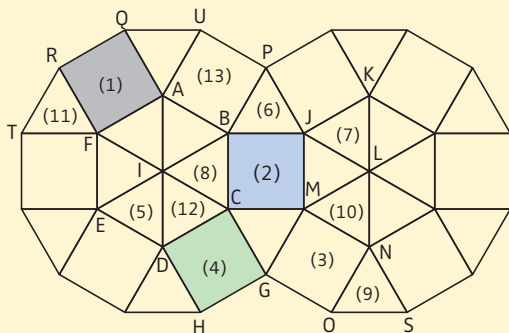
Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une translation

- Pour savoir si une figure (1) a pour image une figure (2) par une translation, il faut voir (mentalement ou avec du papier-calque) si on peut **faire glisser sans tourner** la figure (1) pour qu'elle se superpose à la figure (2).

EXEMPLES : Dans le pavage ci-dessous constitué de carrés et de triangles équilatéraux :

► Il n'y a aucun côté du carré (1) qui soit parallèle à un côté du carré (2). Donc il n'y a aucune translation telle que l'image du carré (1) soit le carré (2).

► Le carré (4) est l'image du carré (1) par la translation qui transforme A en G (ou Q en C, ou R en D, ou F en H).



Entraîne-toi !

1 Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une translation

Dans le pavage ci-dessus :

- Existe-t-il une translation telle que l'image du carré (1) soit le carré (3). Si oui, quelle est cette translation ? Justifie ta réponse.
- Existe-t-il une translation telle que l'image du triangle (7) soit le triangle (5) ? Si oui, quelle est cette translation ? Justifie ta réponse.

2 Trouver l'image d'une figure par une translation

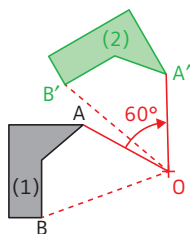
Dans le pavage ci-dessus :

- Quelle est l'image du triangle (6) par la translation qui transforme J en S ?
- Quelle est l'image du triangle (8) par la translation qui transforme I en J ?

Effet d'une rotation sur une figure

► **DÉFINITION.** La **rotation** est une transformation du plan qui permet de passer d'une figure (1) à une figure (2) en la faisant tourner autour d'un point, appelé **centre** de la rotation.

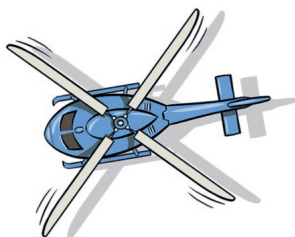
EXEMPLE : Une rotation transforme la figure (1) ci-contre, en la figure (2) : c'est la rotation de centre O et d'angle 60° , dans le sens des aiguilles d'une montre.



À noter

- On définit deux sens de rotation : le sens des aiguilles d'une montre et le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- La rotation de centre O et d'angle 180° est la symétrie de centre O.

- **PROPRIÉTÉS.** Par une rotation, l'image :
- d'une **droite** est une droite ;
 - d'un **segment** est un segment de même longueur ;
 - d'un **angle** est un angle de même mesure ;
 - d'un **cercle** est un cercle de même rayon.



La méthode

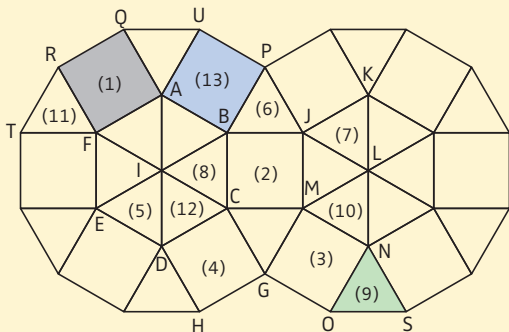
Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une rotation

► Pour savoir si une figure (1) a pour image une figure (2) par une rotation, il faut voir (mentalement ou avec du papier-calque) s'il existe un point autour duquel **faire tourner** la figure (1) pour qu'elle se superpose à la figure (2).

Si les figures ne sont pas superposables, alors il n'y a pas de rotation qui transforme la figure (1) en la figure (2).

EXEMPLES : Dans le pavage ci-dessous constitué de carrés et de triangles équilatéraux :

- ▶ Il n'y a pas de rotation dont l'image du carré (1) soit le triangle (9), car ces deux polygones ne sont pas superposables.
- ▶ L'image du carré (1) est le carré (13) par la rotation de centre A et d'angle 150° dans le sens des aiguilles d'une montre.



Entraîne-toi !

1 Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une rotation

Dans le pavage ci-dessus :

- a) Existe-t-il une rotation telle que l'image du carré (3) soit le carré (4) ? Si oui, quelle est cette rotation ? Justifie ta réponse.
- b) Existe-t-il une rotation telle que l'image du triangle (8) soit le triangle (12) ? Si oui, quelle est cette rotation ? Justifie ta réponse.

2 Trouver l'image d'une figure par une rotation

Dans le pavage ci-dessus :

- a) Quelle est l'image du triangle (12) par la rotation de centre I et d'angle 60° , dans le sens des aiguilles d'une montre ?
- b) Quelle est l'image du carré (13) par la rotation de centre I et d'angle 60° , dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ?

1 Image d'un point par une homothétie

► **DÉFINITION.** O est un point et k un nombre non nul. L'image d'un point M par l'**homothétie** de centre O et de rapport k est le point M' tel que O , M et M' sont alignés, et :

► si $k > 0$, $OM' = k \times OM$, M' appartient à la demi-droite $[OM)$;

► si $k < 0$, $OM' = -k \times OM$, M' n'appartient pas à $[OM)$.

L'homothétie de centre O et de rapport k est notée $H(O ; k)$.

EXEMPLES :

M_1 est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport 2,

M_2 l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport 0,5 et

M_3 l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport -2 .



2 Image d'une figure par une homothétie

► **PROPRIÉTÉ 1.** Par une homothétie, l'image d'une **droite** est une droite qui lui est parallèle; d'un **segment** est un segment qui lui est parallèle; d'un **angle** est un angle de même mesure; d'un **cercle** est un cercle.

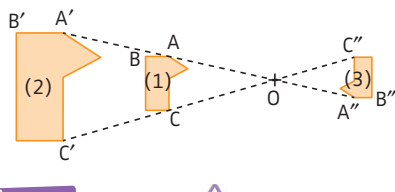
► **CONSÉQUENCE.** Pour tracer l'**image d'un polygone**, on construit l'image des sommets, et on joint ces nouveaux points.

EXEMPLES :

La figure (2) est l'image de la figure (1) par $H(O ; 2)$

et la figure (3) l'image

de la figure (1) par $H(O ; -\frac{2}{3})$.



À noter

Lorsque le rapport est négatif (ici $-\frac{2}{3}$), la figure est retournée.

► **PROPRIÉTÉ 2.** L'image d'une figure par une homothétie est :

► une **réduction** de cette figure si $-1 < k < 1$;

► un **agrandissement** de cette figure si $k < -1$ ou $k > 1$.

► **CONSÉQUENCE.** L'image d'un triangle par une homothétie est un triangle semblable (voir fiche 74).

La méthode

Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une homothétie

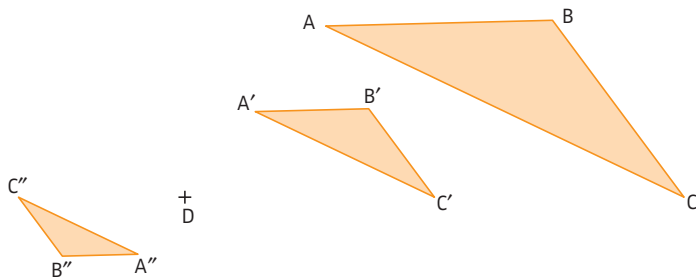
► On peut vérifier que les droites passant par des points et leur image sont **concourantes**, et que les rapports $\frac{OM'}{OM}$ sont constants, avec M' et M images l'un de l'autre.

- ▶ Trois droites sont concourantes si elles se coupent en un même point.
- ▶ Pour savoir si une figure (1) a pour image une figure (2) par une homothétie, on peut aussi vérifier que la figure (2) est un agrandissement ou une réduction de la figure (1), et que les droites passant par des points homologues (c'est-à-dire images l'un de l'autre) sont concourantes.



Entraîne-toi !

Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une homothétie



- a) $A'B'C'$ est-il l'image du triangle ABC par une homothétie ? Si oui, quel est son centre ? son rapport ?
- b) $A''B''C''$ est-il l'image du triangle ABC par une homothétie ? Si oui, quel est son centre ? son rapport ?

Images de figures par une transformation : construction

4^e 3^e

Les méthodes

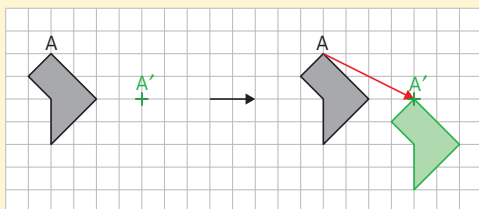
Pour la construction de l'image d'une figure par une symétrie axiale 6^e, voir fiche 97 ; par une symétrie centrale 5^e, voir fiche 98.

1 Construire l'image d'une figure par une translation 4^e

► On imagine que l'on décalque la figure et qu'on la fait **glisser sans la tourner** de façon à faire coïncider le point et son image, puis on trace la figure obtenue.

EXEMPLE :

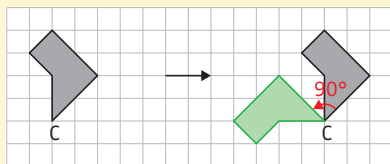
Tracer l'image de la figure ci-contre par la translation qui transforme A en A'.



2 Construire l'image d'une figure par une rotation 3^e

► On imagine que l'on décalque la figure et qu'on la fait **tourner** autour du centre de la rotation, d'un angle égal à l'angle de la rotation, puis on trace la figure obtenue.

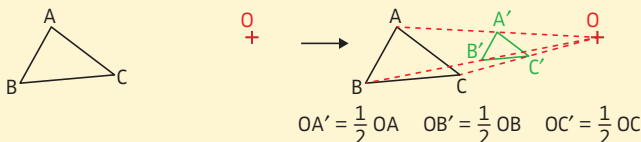
EXEMPLE : Tracer l'image de la figure ci-contre par la rotation de centre C et d'angle 90° , dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.



3 Construire l'image d'une figure par une homothétie ^{3^e}

On construit la figure en utilisant la **définition** de l'homothétie.

EXEMPLE : Tracer l'image du triangle ABC ci-dessous par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$.

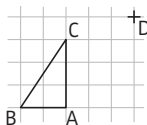


Place le point A' appartenant à la demi-droite [OA) et tel que $OA' = \frac{1}{2} OA$. De la même façon, place les points B' et C'.



Entraîne-toi !

Pour les exercices 1 à 3, reproduis la figure ci-contre.



4^e

1 Tracer l'image d'une figure par une translation

Trace en noir l'image du triangle ABC par la translation qui transforme A en B.

3^e

2 Tracer l'image d'une figure par une rotation

Trace en rouge l'image du triangle ABC par la rotation de centre C et d'angle 90° , dans le sens des aiguilles d'une montre.

3^e

3 Tracer l'image d'une figure par une homothétie

a) Trace en bleu l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre D et de rapport 2.

b) Trace en vert l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre D et de rapport $-\frac{1}{2}$.

CORRIGÉS PAGE 302

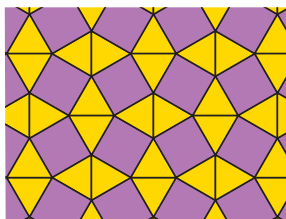
Paver le plan

On utilise les pavages depuis l'Antiquité pour décorer le sol ou les murs. Les motifs que l'on peut choisir sont variés, comme dans les pavages réalisés par Escher.

Qu'est-ce qu'un pavage du plan ?

► **DÉFINITION 1.** Paver le plan à l'aide de figures géométriques, c'est le **recouvrir totalement** avec ces figures sans chevauchement et sans trou.

► **EXEMPLE :** Ci-contre, pavage du plan avec des carrés et des triangles équilatéraux.



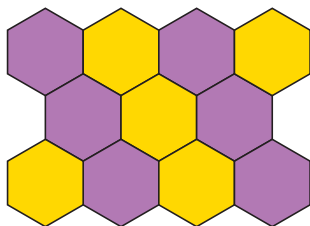
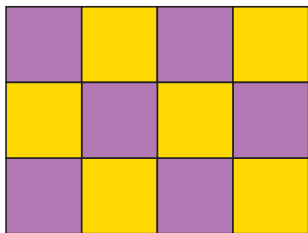
Qu'est-ce qu'un pavage régulier ?

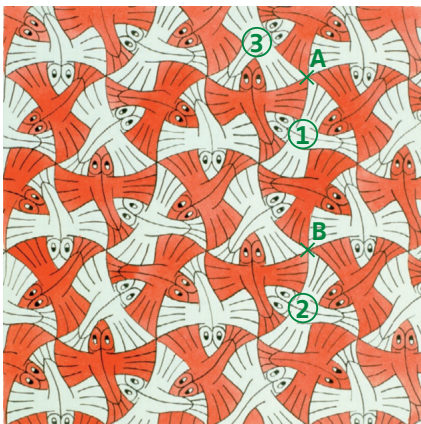
► **DÉFINITION 2.** Un **polygone régulier** est un polygone dont tous les côtés sont égaux, et dont tous les angles sont de même mesure.

► **EXEMPLES :** Le triangle équilatéral, le carré sont des polygones réguliers. En revanche, le rectangle (non carré) n'est pas un polygone régulier, car ses côtés ne sont pas tous égaux.

► **DÉFINITION 3.** Un **pavage** est **régulier** s'il est réalisé à partir de polygones réguliers.

► On peut réaliser un pavage régulier avec des **carrés**, avec des **hexagones réguliers**... mais pas forcément avec tous les polygones réguliers (voir la rubrique « À toi de jouer ! » en page de droite).





- ▶ Il est possible de réaliser des pavages avec des motifs autres que des polygones. L'artiste néerlandais M. C. **Escher** (1898-1972) a réalisé de nombreux pavages de ce type à partir d'un seul motif.
- ▶ Dans le pavage ci-dessus, on peut passer d'un motif (poisson volant) à un autre par différentes **transformations** (voir fiches 97 à 103).

À toi de jouer !

5^e 4^e 3^e

Pavages

- 5^e a) Réalise, si possible, un pavage régulier avec des triangles équilatéraux.
- 4^e b) La somme des angles d'un polygone à n côtés est donnée par la formule $180^\circ \times (n - 2)$.
 - ▶ Quelle est la mesure d'un angle d'un pentagone (polygone à 5 côtés donc à 5 angles) régulier ?
 - ▶ Démontre que l'on ne peut pas réaliser un pavage régulier avec un pentagone régulier.
- 3^e c) Dans le pavage d'Escher ci-dessus, quelle transformation permet de passer :
 - ▶ du motif 1 au motif 2 ?
 - ▶ du motif 1 au motif 3 ?

CORRIGÉS PAGE 302

Cubes, pavés droits : construction en perspective

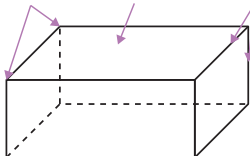
6^e

Vocabulaire

► **DÉFINITION 1.** Un **cube** est un solide dont toutes les faces sont des carrés.

► **DÉFINITION 2.** Un **pavé droit** (ou parallélépipède rectangle) est un solide dont toutes les faces sont des rectangles.

sommets face arêtes



À noter

Un cube est un pavé droit particulier.



La méthode

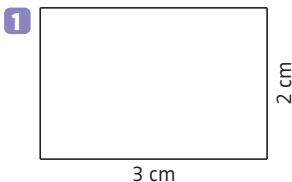
Construire un pavé droit en perspective cavalière

EXEMPLE : Construire en perspective cavalière un pavé droit de dimensions 3 cm par 2 cm par 2 cm. La face avant est le rectangle de dimensions 3 cm par 2 cm.

Étapes

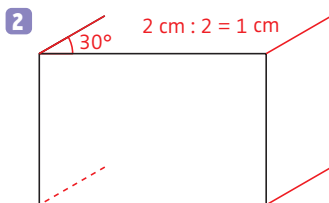
1 On construit la **face avant** à l'échelle 1.

Solution



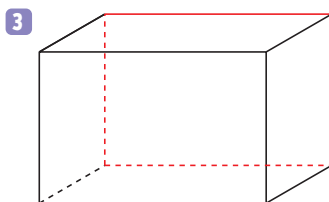
2 On trace les **arêtes fuyantes** qui sont parallèles entre elles. Elles forment un angle de 30° (ou 45° , ou 60°) avec la face avant. Leurs dimensions sont réduites, généralement de 50 %.

Pense à tracer l'arête cachée en pointillé.



3 On termine la construction en traçant les **quatre dernières arêtes**.

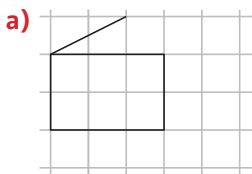
Pense à tracer les arêtes cachées en pointillé.



Entraîne-toi !

1 Compléter une perspective cavalière

Dans chacun des cas, on a commencé à dessiner un parallélépipède rectangle en perspective cavalière. Reproduis sur papier quadrillé et complète ces dessins.



2 Construire un pavé droit en perspective cavalière

Trace en perspective cavalière un parallélépipède rectangle de dimensions 3,5 cm par 2,5 cm par 3 cm.

La face avant est le rectangle de 3,5 cm sur 2,5 cm.

Patron d'un solide

► **DÉFINITION.** Le patron d'un solide est une figure qui, après découpage et pliage, permet de **fabriquer le solide** sans que des faces se superposent.

Les méthodes

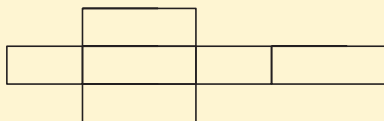
1 Reconnaître un patron de pavé droit

► On s'assure que la figure est constituée de **6 rectangles**.

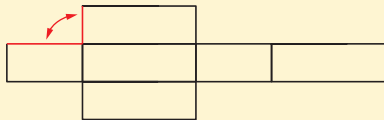
Puis, on s'assure mentalement qu'en pliant la figure, on arrive à **reconstituer le pavé droit** et, en particulier, que les côtés qui vont être en contact sont bien de même longueur.

EXEMPLES : Ces figures sont-elles des patrons de pavé droit ?

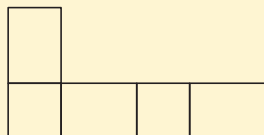
a)



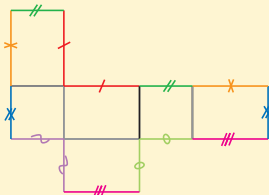
Non, ce n'est pas un patron de pavé droit, car les arêtes rouges qui se correspondent n'ont pas la même longueur.



b)

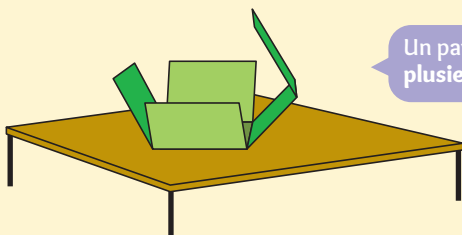


Oui, c'est le patron d'un pavé droit.



2 Construire un patron d'un pavé droit

Il faut imaginer que l'on pose le pavé et qu'on le **déplie**.



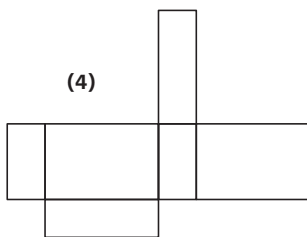
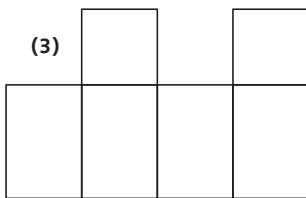
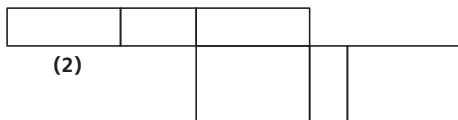
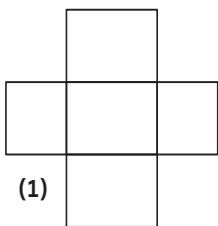
Un pavé peut avoir plusieurs patrons.



Entraîne-toi !

1 Reconnaître un patron de pavé droit

Pour chaque dessin, précise si c'est le patron d'un pavé droit.



2 Construire un patron d'un pavé droit

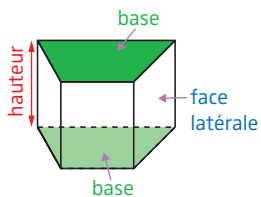
Construis un patron du pavé droit de dimensions 2 cm par 1,5 cm par 1 cm.

→ CORRIGÉS PAGE 303

Vocabulaire

► **DÉFINITIONS.** Un **prisme droit** est un solide dont :

- deux faces sont des polygones superposables et parallèles : elles sont appelées les **bases** du prisme droit ;
- les autres faces sont des rectangles : elles sont appelées les **faces latérales**.



La distance entre les deux bases est appelée la **hauteur** du prisme droit.

À noter

- Il y a autant de faces latérales que de côtés à la base.
- Un pavé droit est un prisme droit particulier dont la base est un rectangle.
- En perspective cavalière, les bases des prismes droits sont des figures superposables.

Les méthodes

1 Reconnaître un prisme droit

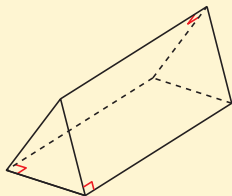
► Pour reconnaître si un solide est prisme droit, on vérifie les conditions de la **définition** ci-dessus.

EXEMPLE : Ce solide est-il un prisme droit ?

Ce solide comporte deux bases triangulaires, parallèles et superposables.

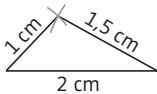
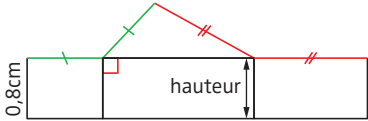
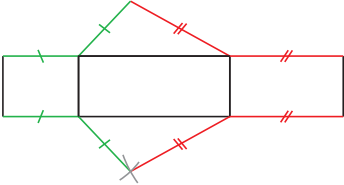
Les autres faces sont des rectangles.

Il s'agit donc d'un prisme droit.



2 Construire un patron d'un prisme droit

EXEMPLE : Construire un patron du prisme droit de hauteur 0,8 cm, dont la base est un triangle de dimensions 2 cm ; 1 cm et 1,5 cm.

Étapes	Solution
<p>1 On trace une base.</p>	<p>1</p> 
<p>2 On trace toutes les faces latérales. Il y en a autant que de côtés à la base. Ces faces latérales ont pour dimensions la longueur d'un côté de la base et la hauteur du prisme.</p>	<p>2</p> 
<p>3 On trace la seconde base.</p> <p>▶ Au cours des étapes 2 et 3, assure-toi qu'en pliant le patron, les côtés en contact sont de même longueur.</p> <p>▶ Un prisme droit peut avoir plusieurs patrons.</p>	<p>3</p> 

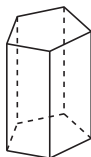


Entraîne-toi !

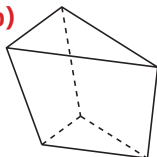
1 Reconnaître un prisme droit

Parmi ces solides, lesquels semblent être des prismes droits ?

a)



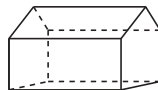
b)



c)



d)



2 Construire un patron d'un prisme droit

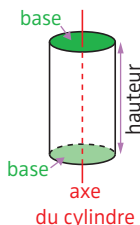
Construis un patron du prisme droit de hauteur 1 cm, dont la base est un triangle ABC rectangle en A, tel que $AB = 1,5$ cm et $AC = 2$ cm.

1 Vocabulaire

- **DÉFINITIONS.** Un **cylindre** est un solide composé :
 - de deux faces parallèles et superposables qui sont des disques : ces faces sont appelées les **bases** du cylindre ;
 - d'une **surface latérale**, dont le patron est en général un rectangle.

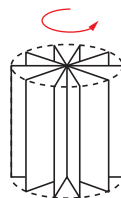
La distance entre les deux bases est appelée **hauteur** du cylindre.

Le rayon des cercles de base est appelé **rayon** du cylindre.



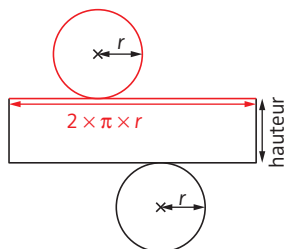
À noter

Un cylindre est un solide obtenu en faisant tourner un rectangle autour de l'un de ses côtés.



2 Patron d'un cylindre

- Le **patron d'un cylindre** est composé de deux disques et d'un rectangle. Le rectangle a pour dimensions la hauteur du cylindre et le périmètre du cercle de base.



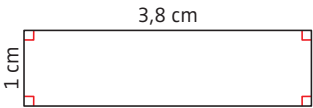
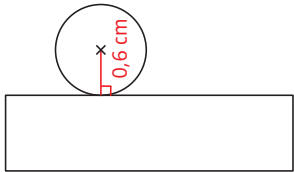
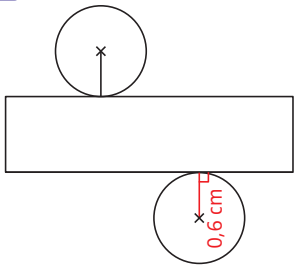
À noter

Ces caractéristiques permettent de reconnaître si un dessin est un patron de cylindre.

La méthode

Construire un patron d'un cylindre

EXEMPLE : Tracer un patron du cylindre de rayon 0,6 cm et de hauteur 1 cm.

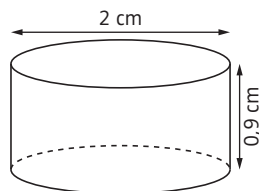
Étapes	Solution
<p>1 On calcule le périmètre du cercle de base pour avoir l'une des dimensions du rectangle.</p>	<p>1 $L = 2 \times \pi \times 0,6 \approx 3,8$. L'une des dimensions du rectangle est 3,8 cm.</p>
<p>2 On trace un rectangle de dimensions la hauteur du cylindre et le périmètre du cercle de base.</p>	<p>2</p> 
<p>3 On trace un segment perpendiculaire au côté du rectangle (correspondant au périmètre de la base) de longueur le rayon du cylindre, puis on trace un cercle de centre l'extrémité de ce segment et de rayon le rayon du cylindre.</p>	<p>3</p> 
<p>4 On trace un second cercle de l'autre côté du rectangle en renouvelant l'étape 3.</p> <p>Un cylindre peut avoir plusieurs patrons.</p>	<p>4</p> 



Entraîne-toi !

Tracer le patron d'un cylindre

- Trace un patron du cylindre de rayon 0,8 cm et de hauteur 1,5 cm.
- Trace un patron du cylindre ci-contre.



→ CORRIGÉS PAGE 304

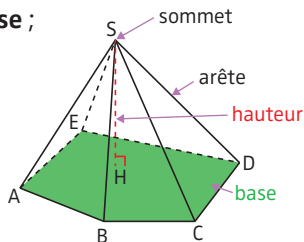
Vocabulaire

► **DÉFINITIONS.** Une **pyramide** est un solide dont :

► une face est un polygone, appelée **base** ;

► les autres faces sont des triangles ayant un sommet commun appelé **sommet** de la pyramide : ces faces sont appelées **faces latérales**.

La distance entre le sommet et la base est appelée **hauteur**.



À noter

Une pyramide dont la base est un triangle est appelée **tétraèdre**.
Toutes ses faces sont donc des triangles.

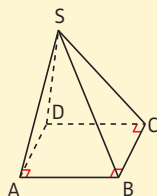
Les méthodes

1 Reconnaître une pyramide

► Pour reconnaître si un solide est une pyramide, on vérifie les conditions de la **définition** ci-dessus.

EXEMPLE : Le solide ci-contre est-il une pyramide ?

Il possède une base (rectangulaire) et les autres faces sont des triangles ayant le sommet S en commun, donc ce solide est une pyramide.



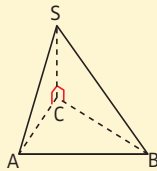
2 Construire un patron d'une pyramide

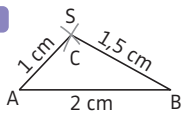
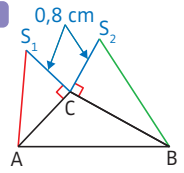
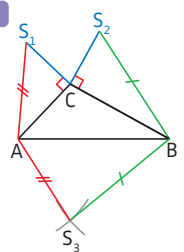
EXEMPLE : Construire un patron du tétraèdre

SABC ci-contre sachant que $AB = 2$ cm ;

$AC = 1$ cm ; $BC = 1,5$ cm et $SC = 0,8$ cm.

(Les triangles SCA et SCB sont rectangles en C.)



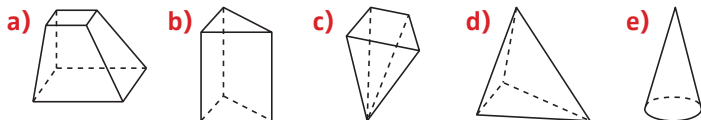
Étapes	Solution
<p>1 On trace la base.</p>	<p>1</p> 
<p>2 On trace deux faces latérales dont on connaît les dimensions.</p> <p>Attention ! Les côtés en contact doivent avoir la même longueur.</p>	<p>2</p> 
<p>3 On trace la (ou les) dernière(s) face(s) latérale(s) en reportant les longueurs au compas (de telle sorte que les côtés en contact aient la même longueur).</p> <p>Une pyramide peut avoir plusieurs patrons.</p>	<p>3</p> 



Entraîne-toi !

1 Reconnaître une pyramide

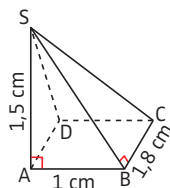
Parmi les solides ci-dessous, lesquels sont des pyramides ?



2 Construire un patron d'une pyramide

Construis un patron de la pyramide SABCD à base rectangulaire ci-contre.

(Le triangle SAD est rectangle en A.)



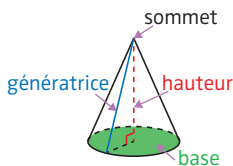
1 Définitions

- **DÉFINITIONS.** Un **cône** (de révolution) est un solide composé :
- d'un cercle, appelé la **base** ;
 - d'une **surface latéral** dont le patron est une portion de disque.

Le rayon du disque de base est appelé **rayon**.

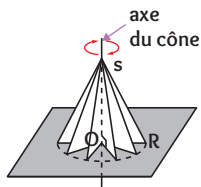
La distance entre le sommet du cône et le centre du disque de base est appelée la **hauteur**.

Un segment qui relie le sommet du cône à un point du cercle de base est appelé une **génératrice**.



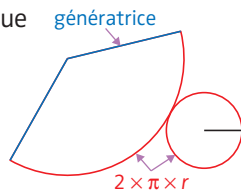
À noter

Un cône est le solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour de l'un des côtés de l'angle droit.



2 Patron d'un cône

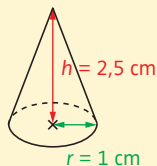
- Le **patron d'un cône** est composé d'un disque et d'une portion de disque telle que :
- son rayon est égal à la longueur de la génératrice ;
 - la longueur de son arc de cercle est égale au périmètre du disque de base.



La méthode

Construire un patron d'un cône

EXEMPLE : Construire un patron du cône ci-contre.



Étapes

Solution

1 On calcule la **longueur de la génératrice** en utilisant le théorème de Pythagore (voir fiche 76).

1 Soit g la longueur de la génératrice. D'après le théorème de Pythagore, on a :
 $g^2 = 1^2 + 2,5^2 = 7,25$.
 Donc, en cm : $g = \sqrt{7,25} \approx 2,7$.

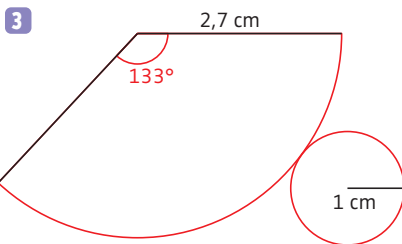
2 On calcule la mesure de l'**angle** (noté x) de la portion de disque, en utilisant la proportionnalité entre la mesure de cet angle et la longueur de l'arc de cercle.
 L'angle de 360° correspond à la **longueur d'un cercle dont le rayon est la génératrice**.
 L'**angle x cherché** correspond à une **longueur d'arc égale au périmètre du disque de base**.

2

Longueur de l'arc de cercle (en cm)	$2 \times \pi \times 2,7$	$2 \times \pi \times 1$
Angle (en $^\circ$)	360	x

On applique le produit en croix (voir fiche 44). On obtient :
 $x = \frac{2 \times \pi \times 1 \times 360}{2 \times \pi \times 2,7} \approx 133^\circ$.

3 On trace une **portion de disque** de rayon la longueur de la génératrice, et dont l'angle a été calculé à l'étape 2. Puis, on trace le **disque de base**.


Entraîne-toi !
Tracer le patron d'un cône

Trace un patron du cône de rayon 1 cm et de hauteur 3 cm.

→ CORRIGÉS PAGE 305

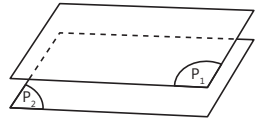
1 Plan

► Un **plan** peut être imaginé comme une plaque rigide sans épaisseur, dont on peut augmenter indéfiniment les dimensions. Un plan est souvent représenté par un parallélogramme.



► Deux plans sont **parallèles** s'ils n'ont aucun point commun.

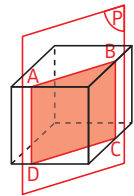
EXEMPLE : On a représenté ci-contre deux plans parallèles.



2 Section

► **DÉFINITION.** La **section plane d'un solide** est l'intersection d'un plan et de ce solide.

EXEMPLE : La section du cube par le plan (P) ci-contre est le rectangle ABCD.



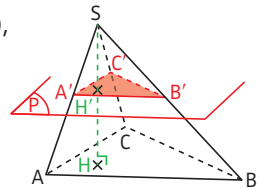
► **PROPRIÉTÉ DES SECTIONS DES CÔNES ET PYRAMIDES.**

La section d'un cône (ou d'une pyramide) par un plan parallèle à la base est une figure qui est une **réduction** de la base.

EXEMPLE : La section de cette pyramide à base triangulaire (tétraèdre) par le plan (P), qui est parallèle à la base ABC, est le triangle A'B'C' qui est une réduction du triangle ABC.

Le coefficient de réduction (voir fiche 49)

$$\text{est : } \frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SH'}{SH}.$$



À noter

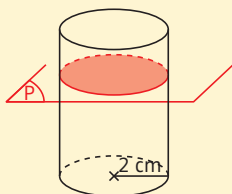
Ces égalités résultent de l'application du théorème de Thalès (voir fiche 78).

La méthode

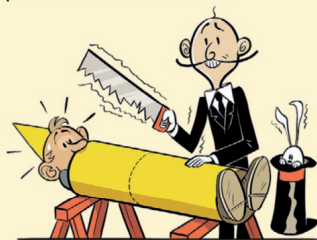
Tracer la section d'un solide par un plan

Il faut d'abord imaginer mentalement la **nature** de la section (triangle, rectangle...) en s'appuyant sur la représentation du solide en perspective, puis déterminer ses **dimensions** en utilisant les propriétés du solide sectionné.

EXEMPLE : Représenter en perspective la section d'un cylindre de rayon 2 cm et de hauteur 4 cm par un plan parallèle à la base. Donner la nature et les caractéristiques de cette section.



La section est un cercle de rayon 2 cm.



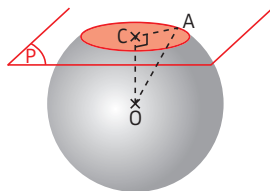
Entraîne-toi !

Tracer la section d'un solide par un plan

a) Représente en perspective les solides et les sections suivantes, puis détermine la nature et les dimensions de ces sections :

- ▀ section d'un pavé droit de dimensions 4 cm × 3 cm × 2 cm, par un plan parallèle à une face de dimensions 4 cm × 3 cm ;
- ▀ section d'un cylindre de rayon 1 cm et de hauteur 3 cm, par un plan qui contient l'axe du cylindre ;
- ▀ section d'un cône de rayon 2 cm et de hauteur 4 cm, par un plan parallèle à la base. La distance du sommet du cône au plan est 1 cm.

b) Détermine la nature et les dimensions de la section ci-contre, sachant que la sphère (voir fiche 111) a pour rayon 4 cm et que $OC = 3$ cm.

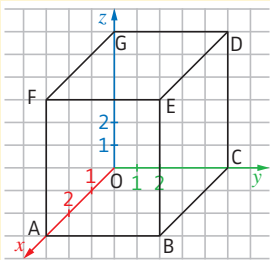


→ CORRIGÉS PAGES 305-306

Les méthodes

1 Se repérer dans un pavé droit 4^e

► Pour se repérer dans un pavé droit, on choisit une **origine** (ici O) et **trois axes** deux à deux perpendiculaires (ici les axes (Ox) , (Oy) et (Oz)). Il faut alors **trois coordonnées** pour repérer un point : son abscisse ; son ordonnée et son altitude.



EXEMPLES : ► Le point A a pour coordonnées $(3; 0; 0)$: **abscisse** 3 sur l'axe (Ox) ; **ordonnée** 0 sur l'axe (Oy) et **altitude** 0 sur l'axe (Oz) .

► B a pour coordonnées $(3; 5; 0)$.

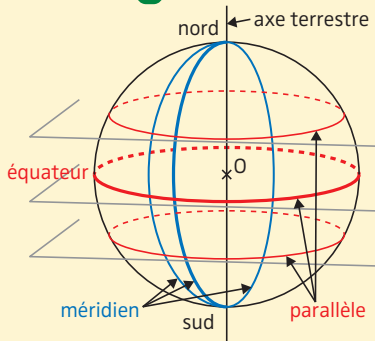
► E a pour coordonnées $(3; 5; 6)$.

2 Se repérer sur la sphère terrestre 3^e

► **DÉFINITIONS 1.** La **sphère** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tel que $OM = r$. On appelle **grand cercle** sur cette sphère tout cercle de centre O et de rayon r .

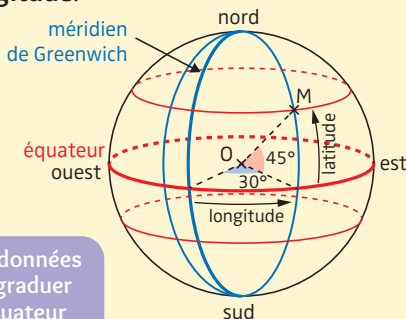
► **DÉFINITIONS 2.** Un **méridien** est un demi-grand cercle de la sphère terrestre limité aux pôles. Le méridien origine est le **méridien de Greenwich** qui passe par Greenwich (à Londres).

► **DÉFINITIONS 3.** Un **parallèle** est un cercle qui est l'intersection de la sphère terrestre et d'un plan perpendiculaire à l'axe qui joint les pôles. L'**équateur** est le parallèle qui a pour centre le centre de la sphère terrestre.



► **DÉFINITIONS 4.** On peut repérer un point sur la sphère terrestre à l'aide de deux angles qui forment ses **coordonnées géographiques**, appelées la **latitude** et la **longitude**.

EXEMPLE : M a pour coordonnées latitude 45° Nord et longitude 30° Est. On note M (45° N ; 30° E) avec N pour Nord et E pour Est.



Pour faciliter la lecture des coordonnées sur la sphère terrestre, on peut graduer le méridien de Greenwich et l'équateur (voir exercice 2).



Entraîne-toi !

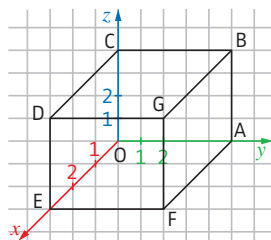
4^e

1 Se repérer dans un pavé droit

a) Quelles sont les coordonnées des points A ; B ; D ; G ?

b) Reproduis la figure ci-contre et place les points :

H (0 ; 3 ; 0) ; I (3 ; 2 ; 0) ; J (1 ; 5 ; 4).



3^e

2 Se repérer sur la sphère terrestre

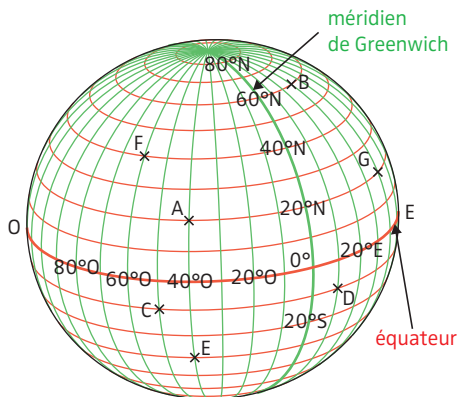
a) À quels points correspondent les coordonnées :

► (10° S ; 50° O) ?

► (20° N ; 40° E) ?

► (10° S ; 10° E) ?

b) Quelles sont les coordonnées des points A, B et F ?



CORRIGÉS PAGE 306

1 Division euclidienne p. 13

$$\begin{array}{r} 1 \text{ a) } 1071 \quad | \quad 19 \\ -95 \quad \quad | \quad 56 \\ \hline 121 \quad \quad | \\ -114 \quad \quad | \\ \hline 7 \end{array}$$

Quotient = 56; reste = 7.

$$19 \times 56 + 7 = 1071, \text{ avec } 7 < 19.$$

Comme $10 < 19$, pour trouver le 1^{er} chiffre du quotient, tu dois prendre 3 chiffres au dividende.

$$\begin{array}{r} \text{b) } 3748 \quad | \quad 11 \\ -33 \quad \quad | \quad 340 \\ \hline 44 \quad \quad | \\ -44 \quad \quad | \\ \hline 08 \quad \quad | \\ -0 \quad \quad | \\ \hline 8 \end{array}$$

Quotient = 340; reste = 8.

$$11 \times 340 + 8 = 3748, \text{ avec } 8 < 11.$$

Lorsque tu abaisces le 8, tu te poses la question : « En 8, combien de fois 11 ? » La réponse est 0, tu ne dois donc pas oublier d'écrire un 0 au quotient, après le 4.

$$\begin{array}{r} \text{c) } 5241 \quad | \quad 17 \\ -51 \quad \quad | \quad 308 \\ \hline 14 \quad \quad | \\ -0 \quad \quad | \\ \hline 141 \quad \quad | \\ -136 \quad \quad | \\ \hline 5 \end{array}$$

Quotient = 308; reste = 5.

$$17 \times 308 + 5 = 5241, \text{ avec } 5 < 17.$$

Lorsque tu abaisces le 4, tu te poses la question : « En 14, combien de fois 17 ? » La réponse est 0, tu ne dois donc pas oublier d'écrire un 0 au quotient, après le 3. Tu abaisces ensuite le 1 et tu termines la division.

2 a) $172 + 12 = 184$. Il y a au total 184 personnes à transporter.

J'effectue la division euclidienne de 184 par 48.
$$\begin{array}{r} 184 \quad | \quad 48 \\ -144 \quad | \quad 3 \\ \hline 40 \end{array}$$

$184 = 48 \times 3 + 40$.
Il faut donc prévoir 4 bus : 3 bus pleins, et 1 bus transportant seulement 40 personnes.

b) $48 - 40 = 8$. Il manque donc 9 élèves pour avoir à prévoir un bus supplémentaire.

8 personnes supplémentaires permettraient de remplir entièrement le 4^e bus : il faut donc une personne de plus (soit 9 personnes) pour avoir besoin d'un bus supplémentaire.

2 Multiples et diviseurs p. 15

a) Vrai. $36 = 12 \times 3$ (méthode 1), donc 36 est un multiple de 12.

b) Faux. $30 = 15 \times 2$ (méthode 1).

Cela signifie que 30 est un multiple de 15, et non l'inverse.

c) Faux. La multiplication à trous

(méthode 1) est difficile et les critères de divisibilité (méthode 2) ne s'appliquent pas, donc on effectue la division euclidienne (méthode 3).

$13 \times 234 + 7 = 3049$. Comme le reste de la division euclidienne de 3049 par 13 est différent de 0, 3049 n'est pas un multiple de 13.

d) Vrai. $42 = 7 \times 6$ (méthode 1), donc 7 est un diviseur de 42.

e) Vrai. $0 = 7 \times 0$ (méthode 1), donc 0 est un multiple de 7.

0 est un multiple de tous les nombres entiers.

f) Vrai. 725 se termine par 5, donc d'après le critère de divisibilité par 5 (méthode 2), 5 est un diviseur de 725.

g) Vrai. $196 = 1 \times 196$ (méthode 1), donc 196 est divisible par 1.

Tous les nombres entiers sont divisibles par 1.

h) Faux. $4 + 1 + 1 + 9 = 15$ qui n'est pas divisible par 9, donc 4119 n'est pas divisible par 9 (méthode 2).

3 Nombres premiers et décomposition en produit de facteurs premiers

p. 17

- 1 a)** 258 est divisible par 2 (car il se termine par 8). 258 a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 258 et 2.
b) 543 est divisible par 3 (car $5 + 4 + 3 = 12$ est divisible par 3). 543 a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 543 et 3.
c) 837 est divisible par 9 (car $8 + 3 + 7 = 18$ est divisible par 9). 837 a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 837 et 9.

- ▶ 837 est aussi divisible par 3 (car $8 + 3 + 7 = 18$ est divisible par 3).
- ▶ De façon plus générale, tout nombre divisible par 9 est aussi divisible par 3.

d) 9840 est divisible par 10 (car 9840 se termine par 0). 9840 a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 9840 et 10.

9840 est aussi divisible par 2 et 5, d'après les critères de divisibilité.

- e)** 645 est divisible par 5 (car 645 se termine par 5). 645 a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 645 et 5.
f) 707 est divisible par 7 (car $707 = 7 \times 101$). 707 a donc au moins trois diviseurs : 1 ; 707 et 7.

- 2 a)** ▶ $84 = 2 \times 42 = 2 \times 2 \times 21$
 $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$.

▶ Méthode 1.

$$210 = 2 \times 105 = 2 \times 3 \times 35$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7.$$

Méthode 2. On peut aussi parfois décomposer le nombre en produit de deux nombres non premiers, puis poursuivre la décomposition :
 $210 = 21 \times 10 = (3 \times 7) \times (2 \times 5)$
 $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

- ▶ $780 = 2 \times 390 = 2 \times 2 \times 195$
 $780 = 2 \times 2 \times 3 \times 65 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 13$
 $780 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 13$.

Tu peux aussi écrire $780 = 78 \times 10$, puis décomposer 78 et 10 en produits de facteurs premiers.

- b)** ▶ $693 = 3 \times 231 = 3 \times 3 \times 77$
 $693 = 3 \times 3 \times 7 \times 11$
 $693 = 3^2 \times 7 \times 11$.
 ▶ $1462 = 2 \times 731 = 2 \times 17 \times 43$.
 ▶ $4125 = 3 \times 1375 = 3 \times 5 \times 275$
 $4125 = 3 \times 5 \times 5 \times 55$
 $4125 = 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 11$
 $4125 = 3 \times 5^3 \times 11$.

4 Addition et soustraction de nombres décimaux

p. 19

1 a)
$$\begin{array}{r} 12\overset{1}{3},98 \\ + 47,50 \\ \hline 171,48 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 167,00 \\ + 258,91 \\ \hline 325,91 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 59,78 \\ + 89,00 \\ \hline 148,78 \end{array}$$

2 a)
$$\begin{array}{r} 256,12 \\ - \quad \overset{+1}{3},50 \\ \hline 252,62 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 56,10 \\ - 15,47 \\ \hline 40,53 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 256,59 \\ - \quad \overset{+1}{49},00 \\ \hline 207,59 \end{array}$$

Aligne bien les virgules, les chiffres des unités...

- 3** Si Pierre a dépensé 7,12 € de plus que Samir, cela signifie que Samir a dépensé 7,12 € de moins que Pierre.

$$\begin{array}{r} 2,5, 2,0 \\ - \quad \overset{+1}{7},12 \\ \hline 18,08 \end{array}$$

Samir a donc dépensé 18,08 €.

La présence du mot « plus » ne signifie pas que tu dois forcément faire une addition pour résoudre le problème !

5 Multiplication de nombres décimaux p. 21

$$\begin{array}{r} 1 \text{ a) } \quad 67,86 \\ \times \quad 5,4 \\ \hline \quad 27144 \\ \quad 33930 \\ \hline 366,444 \end{array}$$

$67,86 \times 5,4 = 366,444$.

b) 118,17245. **c)** 63,716.

2 a) 128,56. **b)** 15 600. **c)** 1 248.
d) 1 300.

Au d), ajoute 2 zéros pour pouvoir décaler la virgule de 3 rangs.

3 a) 7,5245. **b)** 94,6.

Dans 946, la virgule est après le 6.

c) 0,0578.

Ajoute 2 zéros pour pouvoir décaler la virgule de 3 rangs.

d) 0,24. **e)** 250,00 = 250.

6 Division décimale par un nombre entier p. 23

$$\begin{array}{r} \text{a) } \quad \overline{332,1} \overline{27} \\ -27 \quad \overline{12,3} \\ \hline \quad 62 \\ \quad -54 \\ \hline \quad \quad 81 \\ \quad \quad -81 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Le quotient de 332,1 par 27 est 12,3.

$$\begin{array}{r} \text{b) } \quad \overline{1250,0} \overline{345} \\ -1035 \quad \overline{3,6} \\ \hline \quad 2150 \\ \quad -2070 \\ \hline \quad \quad 80 \end{array}$$

$$1250 = 1250,0.$$

Une valeur approchée à 0,1 près du quotient de 1250 par 345 est 3,6.

$$\begin{array}{r} \text{c) } \quad \overline{30,4} \overline{5} \\ -30 \quad \overline{6,08} \\ \hline \quad 040 \\ \quad -40 \\ \hline \quad \quad 0 \end{array}$$

N'oublie pas d'écrire le 0 au quotient.

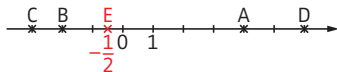
Le quotient de 30,4 par 5 est 6,08.

$$\begin{array}{r} \text{d) } \quad \overline{129,7} \overline{17} \\ -119 \quad \overline{7,62} \\ \hline \quad 107 \\ \quad -102 \\ \hline \quad \quad 50 \\ \quad \quad -34 \\ \hline \quad \quad \quad 16 \end{array}$$

Une valeur approchée à 0,01 près du quotient de 129,7 par 17 est 7,62.

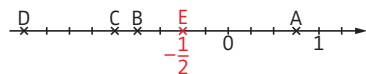
7 Nombres relatifs : repérage sur une droite graduée et dans le plan p. 25

1 a) A(4); B(-2); C(-3); D(6).



b) Il y a 4 graduations entre 0 et 1, donc la distance entre deux graduations consécutives est égale à $1 : 4 = \frac{1}{4} = 0,25$.

A $\left(\frac{3}{4}\right)$; B(-1); C $\left(\frac{-5}{4}\right)$; D $\left(\frac{-9}{4}\right)$.

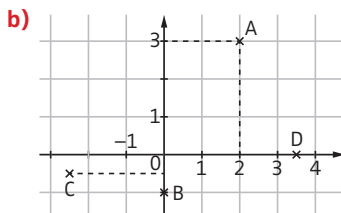


2 a) A(5; 3); B(-2; 4); C(-3; -1,5);

Pense bien à écrire d'abord l'abscisse (lue sur l'axe horizontal), puis l'ordonnée (lue sur l'axe vertical).

D(0; 2); E(-1; 0); F(3; -3).

► D est sur l'axe des ordonnées, donc son abscisse est égale à 0.
► E est sur l'axe des abscisses, donc son ordonnée est égale à 0.



8 Comparaison des nombres relatifs

p. 27

1) $\blacktriangleright 17,2$. $\blacktriangleright 3,6$. $\blacktriangleright 496$. $\blacktriangleright 32$. $\blacktriangleright 0$.

2 a) $\blacktriangleright 13,2 > 13,15$, car les deux nombres ont la même partie entière (13), donc on compare les chiffres des dixièmes, et $2 > 1$.

Tu peux aussi ajouter un zéro à 13,2 qui devient 13,20 ; puis comparer à 13,15.

$\blacktriangleright 7,05 > 7,005$.

$\blacktriangleright 17,59 < 19,1$.

b) $\blacktriangleright -1 < 12$, car -1 est négatif et 12 est positif.

$\blacktriangleright -28 > -29$, car -28 et -29 sont négatifs. La distance à zéro de -28 est 28, celle de -29 est 29, et $28 < 29$.

$\blacktriangleright -5,13 < -5,12$.

$\blacktriangleright 78 > -78$.

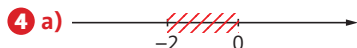
-78 et 78 ont la même distance à zéro mais sont de signes contraires : on dit qu'ils sont opposés (voir fiche 9).

$\blacktriangleright -2,7 < -2,65$.

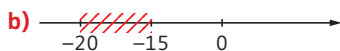
$\blacktriangleright -5 < 0$.

3 a) $-21 < -18 < -15 < -1 < 15 < 27 < 89$.

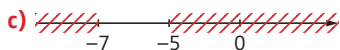
b) $6,48 > 5,54 > 5,5 > -5,402 > -5,412$
 $> -5,42 > -6,44 > -8$.



-1 est une valeur possible.



-16 est une valeur possible.



Impossible, car le nombre doit être simultanément dans les deux zones hachurées.

9 Addition et soustraction de deux nombres relatifs

p. 29

1 a) $\blacktriangleright (-5) + (-12) = (-17)$.

Les deux nombres ont le même signe, donc :

- ajoute leurs distances à zéro ;
- laisse le signe commun aux deux nombres.

$\blacktriangleright (+17) + (-24) = (-7)$.

Les deux nombres n'ont pas le même signe, donc :

- soustrais la plus petite distance à zéro à la plus grande ;
- garde le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro, ici le signe de -24 .

$\blacktriangleright (-15) + (+19) = (+4) = 4$.

$\blacktriangleright (-2,3) + (-4,8) = (-7,1)$.

$\blacktriangleright (-12) + (+12) = 0$.

La somme de deux nombres opposés donne toujours 0.

$\blacktriangleright (+11) + (+24) = (+35) = 35$.

$\blacktriangleright (+19) + (-21) = (-2)$.

b) $\blacktriangleright (-19)$. $\blacktriangleright (-6)$.

2 a) $\blacktriangleright (+5)$. $\blacktriangleright (-8)$. $\blacktriangleright (-12,4)$.

$\blacktriangleright (+1,78)$. $\blacktriangleright (+98\,500)$.

b) $\blacktriangleright (-5) - (+13) = (-5) + (-13) = (-18)$.

$\blacktriangleright (-3) - (-10) = (-3) + (+10) = (+7) = 7$.

$\blacktriangleright (+15,3) - (-17,4) = (+15,3) + (+17,4)$
 $= (+32,7) = 32,7$.

$\blacktriangleright (+12,9) - (+5,4) = (+12,9) + (-5,4)$
 $= (+7,5) = 7,5$.

$\blacktriangleright (+8) - (-8) = (+8) + (+8) = (+16) = 16$.

$\blacktriangleright (-11) - (-9) = (-11) + (+9) = (-2)$.

c) $\blacktriangleright (-5)$. $\blacktriangleright (+9)$.

10 Additions et soustractions d'une suite de nombres relatifs

p. 31

- 1 a)** $(-8) + (-4) + (+9) = -8 - 4 + 9.$
b) $(+9) + (+7) + (-14) + (-19)$
 $= 9 + 7 - 14 - 19.$
c) $(+2,3) + (-7,8) + (-9,1)$
 $= 2,3 - 7,8 - 9,1.$
d) $(-2) - (-3) + (-7) - (-8)$
 $= (-2) + (+3) + (-7) + (+8)$
 $= -2 + 3 - 7 + 8.$

Pour gagner du temps, apprends à ne plus écrire la 2^e égalité.

- 2** $A = (-7) + (+10) = 3.$

Tu dois apprendre à calculer directement sans passer par l'expression intermédiaire $(-7) + (+10)$.

- $B = -13.$ $C = -5.$
 $D = 2 + 4 - 3 - 8 = 6 - 11 = -5.$
 $E = -45 + 12 - 3 + 45 - 17 + 11$
 $E = 12 + 11 - 3 - 17$
 $E = 23 - 20 = 3.$
 $F = 7 + 11 - 5 - 8 - 9 - 4 = 18 - 26 = -8.$
 $G = -3 + 5 - 7 - 8 = 5 - 3 - 7 - 8$
 $G = 5 - 18 = -13.$

Pense à d'abord supprimer les parenthèses.

- $H = (-2) + (+4) + (-5) + (+3)$
 $H = -2 + 4 - 5 + 3$
 $H = 4 + 3 - 2 - 5 = 7 - 7 = 0.$

11 Multiplications et divisions de nombres relatifs

p. 33

- 1 a)** Il y a 1 facteur négatif, 1 est impair, donc le produit est négatif.
b) Il y a 4 facteurs négatifs, 4 est pair, donc le produit est positif.
c) Il y a 3 facteurs négatifs, 3 est impair, donc le produit est négatif.

- 2** $A = 12$, car il y a 2 facteurs négatifs donc le résultat est positif, et $2,4 \times 5 = 12.$
 $B = 30$, car il y a 2 facteurs négatifs donc le résultat est positif, et $2,5 \times 3 \times 4 = 30.$
 $C = -180$, car il y a 3 facteurs négatifs donc le résultat est négatif, et $6 \times 2 \times 1 \times 5 \times 3 \times 1 = 180.$
 $D = 3600$, car il y a 4 facteurs négatifs donc le résultat est positif, et $100 \times 2 \times 1 \times 6 \times 3 = 3600.$

- 3** $E = 9$, car il y a 2 facteurs négatifs donc le résultat est positif, et $63 : 7 = 9.$
 $F = -2,3$, car il y a 1 facteur négatif donc le résultat est négatif, et $4,6 : 2 = 2,3.$
 $G = 7$, car il y a 2 facteurs négatifs donc le résultat est positif, et $35 : 5 = 7.$

12 Règles de priorité

p. 35

- 1 a)** $A = \frac{35 - 14}{21} + 12$
 $A = 33$
 $B = 3 + \frac{7 \times 4}{28}$
 $B = 31$

Pour B, priorité à la multiplication.

$$C = \frac{4 \times 9 - 2 \times 6}{36} - 12$$

$$C = 24$$

Pour C, effectue les deux multiplications simultanément.

$$D = 9 + \frac{48 : 6}{8}$$

$$D = 17$$

- b)** $E = -9 + \frac{5 \times (-3)}{(-15)}$
 $E = -9 + (-1)$
 $E = -24$
 $F = 12 - \frac{63 : (-7)}{(-9)}$
 $F = 12 + (+9) = 21$
2 a) $G = -12 - \frac{(-8 + 11)}{(+3)} + \frac{(-2 - 3)}{(-5)}$
 $G = -12 + (-3) + (-5)$
 $G = -12 - 3 - 5 = -20$

$$H = 5 \times (9 - 3) - 3$$

$$H = 5 \times \underbrace{6}_{30} - 3$$

$$H = 30 - 3$$

$$H = 27$$

$$I = 6 \times [10 - (11 - 2 \times 3)]$$

$$I = 6 \times [10 - (11 - 6)]$$

$$I = 6 \times [10 - 5]$$

$$I = 6 \times 5$$

$$I = 30$$

$$\text{b) } J = (5 - 9) \times (-7 - 2)$$

$$J = (-4) \times (-9)$$

$$J = 36$$

$$K = -2 \times [12 + 2 \times (-4)]$$

$$K = -2 \times [12 + (-8)]$$

$$K = -2 \times 4 = -8$$

$$\text{3) } L = 6 + 4^3$$

$$L = 6 + 64$$

$$L = 70$$

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$M = 12 + 8 \times 3^2$$

$$M = 12 + 8 \times 9$$

$$M = 12 + 72$$

$$M = 84$$

13 Généralités sur les fractions

p. 37

1 a) L'unité a été partagée en 5 parts égales et on en a colorié 3, donc on a colorié $\frac{3}{5}$ de l'unité.

b) On a colorié $\frac{6}{8}$ de l'unité. Mais on

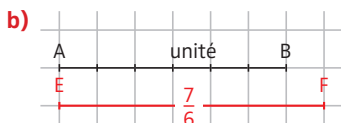
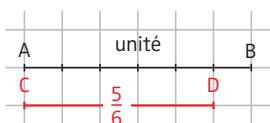
peut aussi considérer que l'on a partagé l'unité en 4 bandes, et que l'on en a colorié 3. Donc on a colorié $\frac{3}{4}$ de l'unité.

Donc $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ (voir fiche 14).

c) On a colorié $\frac{11}{8}$ de l'unité.

La fraction est plus grande que 1.

2 a)



$$\text{3 a) } \frac{2}{5} = 2 : 5 = 0,4.$$

$$\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375.$$

$$\frac{27}{4} = 27 : 4 = 6,75.$$

$$\frac{2}{3} = 2 : 3. \text{ Or, la division de 2 par 3}$$

ne se termine pas (elle vaut 0,6666... avec une infinité de 6). Donc $\frac{2}{3}$ n'est pas un nombre décimal.

$$\text{b) } 0,4 = \frac{4}{10} \quad \text{2,73} = \frac{273}{100}$$

$$12,05 = \frac{1205}{100}$$

Pour écrire un nombre décimal sous la forme d'une fraction, utilise la propriété de division des entiers par 10, 100... (voir fiche 5).

$$\text{4 a) } \frac{4}{7} \times 28 = 4 \times (28 : 7) = 4 \times 4 = 16.$$

$$\text{b) } \frac{3}{7} \times 7 = 3 \times (7 : 7) = 3 \times 1 = 3.$$

$$\text{c) } \frac{3}{9} \times 6 = (3 \times 6) : 9 = 18 : 9 = 2.$$

$$\text{d) } \frac{20}{5} \times 17 = (20 : 5) \times 17 = 4 \times 17 = 68.$$

14 Égalité de fractions

p. 39

$$\text{1) } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}, \quad \frac{9}{7} = \frac{9 \times 5}{7 \times 5} = \frac{45}{35}$$

$$\frac{24}{40} = \frac{24 : 8}{40 : 8} = \frac{3}{5}, \quad \frac{16}{12} = \frac{16 : 4}{12 : 4} = \frac{4}{3}$$

$$\text{2 a) } \frac{3}{8} \text{ et } \frac{10}{8}, \text{ car } \frac{5}{4} = \frac{5 \times 2}{4 \times 2} = \frac{10}{8}.$$

$$\frac{2}{33} \text{ et } \frac{15}{33}, \text{ car } \frac{5}{11} = \frac{5 \times 3}{11 \times 3} = \frac{15}{33}.$$

$$\frac{54}{6} \text{ et } \frac{9}{6}, \text{ car } 9 = \frac{9 \times 6}{1 \times 6} = \frac{54}{6}.$$

b) Multiples de 12 :
12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60 ; 72 ; 84.

Multiples de 30 :

30 ; 60.

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \times 5}{12 \times 5} = \frac{25}{60} \text{ et } \frac{11}{30} = \frac{11 \times 2}{30 \times 2} = \frac{22}{60}$$

$\frac{25}{60}$ et $\frac{22}{60}$ ont le même dénominateur.

$\frac{21}{45}$ et $\frac{10}{45}$, car $15 \times 3 = 45$ et $9 \times 5 = 45$,

$$\text{donc } \frac{7}{15} = \frac{7 \times 3}{15 \times 3} = \frac{21}{45} \text{ et } \frac{2}{9} = \frac{2 \times 5}{9 \times 5} = \frac{10}{45}$$

3 a) $\frac{3}{7} = \frac{3 \times 3}{7 \times 3} = \frac{9}{21}$; $9 < 12$,

$$\text{donc } \frac{9}{21} < \frac{12}{21} \text{ . D'où } \frac{3}{7} < \frac{12}{21} \text{ .}$$

$\frac{7}{9} = \frac{7 \times 7}{9 \times 7} = \frac{49}{63}$; $51 > 49$,

$$\text{donc } \frac{51}{63} > \frac{49}{63} \text{ . D'où } \frac{51}{63} > \frac{7}{9} \text{ .}$$

$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20}$; $13 > 12$,

$$\text{donc } \frac{13}{20} > \frac{12}{20} \text{ . D'où } \frac{13}{20} > \frac{3}{5} \text{ .}$$

b) $12 \times 3 = 36$ et $18 \times 2 = 36$,

$$\text{donc } \frac{5}{12} = \frac{5 \times 3}{12 \times 3} = \frac{15}{36}$$

$$\text{et } \frac{7}{18} = \frac{7 \times 2}{18 \times 2} = \frac{14}{36} \text{ . } 15 > 14 \text{ ,}$$

$$\text{donc } \frac{15}{36} > \frac{14}{36} \text{ . D'où } \frac{5}{12} > \frac{7}{18} \text{ .}$$

$\frac{36}{37} < 1$ et $\frac{48}{47} > 1$, donc $\frac{36}{37} < \frac{48}{47}$.

$\frac{13}{2} = 13 : 2 = 6,5$ et $\frac{30}{5} = 30 : 5 = 6$.

$$6,5 > 6 \text{ , donc } \frac{13}{2} > \frac{30}{5} \text{ .}$$

$25 \times 3 = 75$ et $15 \times 5 = 75$,

$$\text{donc } \frac{-12}{25} = \frac{-12 \times 3}{25 \times 3} = \frac{-36}{75}$$

$$\text{et } \frac{-7}{15} = \frac{-7 \times 5}{15 \times 5} = \frac{-35}{75} \text{ .}$$

$$-36 < -35 \text{ , donc } \frac{-36}{75} < \frac{-35}{75} \text{ .}$$

$$\text{D'où } \frac{-12}{25} < \frac{-7}{15} \text{ .}$$

15 Simplification de fraction

Fraction irréductible

p. 41

1 a) $\frac{30}{24} = \frac{30 : 2}{24 : 2} = \frac{15}{12}$

$\frac{45}{20} = \frac{45 : 5}{20 : 5} = \frac{9}{4}$

b) $\frac{24}{15} = \frac{24 : 3}{15 : 3} = \frac{8}{5}$

24 et 15 sont tous les deux divisibles par 3.

$\frac{120}{300} = \frac{12 \times \cancel{10}}{30 \times \cancel{10}} = \frac{12}{30}$

On aurait aussi pu simplifier par 2, 3, 4, 5, 6, 12, 15, 20, 30 ou 60.

$\frac{32}{8} = \frac{32 : 8}{8 : 8} = \frac{4}{1}$

On aurait aussi pu simplifier par 2 ou 4.

2) Par simplification petit à petit :

$$\frac{160}{280} = \frac{16 \times \cancel{10}}{28 \times \cancel{10}} = \frac{16}{28} = \frac{\cancel{4} \times 4}{\cancel{4} \times 7} = \frac{4}{7}$$

On décompose en produit de facteurs premiers.

$$945 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \text{ et } 195 = 3 \times 5 \times 13$$

$$\frac{945}{195} = \frac{\cancel{3} \times 3 \times \cancel{3} \times 5 \times 7}{\cancel{3} \times \cancel{5} \times 13}$$

$$\frac{945}{195} = \frac{3 \times 3 \times 7}{13} = \frac{63}{13}$$

De même, on a $98 = 2 \times 7 \times 7$ et

$$245 = 5 \times 7 \times 7$$

$$\frac{98}{245} = \frac{2 \times \cancel{7} \times \cancel{7}}{5 \times \cancel{7} \times \cancel{7}} = \frac{2}{5}$$

Par simplification petit à petit :

$$\frac{63}{99} = \frac{\cancel{9} \times 7}{\cancel{9} \times 11} = \frac{7}{11}$$

On décompose en produit de facteurs premiers.

$$315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7 \text{ et}$$

$$1050 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$$

$$\frac{315}{1050} = \frac{\cancel{3} \times 3 \times \cancel{5} \times \cancel{7}}{2 \times \cancel{3} \times 5 \times \cancel{5} \times \cancel{7}}$$

$$\frac{315}{1050} = \frac{3}{2 \times 5} = \frac{3}{10}$$

16 Addition et soustraction de fractions

p. 43

$$1 \quad A = \frac{7}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7+4}{9} = \frac{11}{9}$$

La fraction n'est pas simplifiable.

$$B = \frac{11}{20} - \frac{9}{20} = \frac{11-9}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1 \times \cancel{2}}{10 \times \cancel{2}} = \frac{1}{10}$$

$$C = \frac{18}{13} - \frac{6}{13} + \frac{2}{13} = \frac{18-6+2}{13} = \frac{14}{13}$$

$$2 \quad D = \frac{9}{36} + \frac{5}{6} = \frac{9}{36} + \frac{5 \times 6}{6 \times 6} = \frac{9}{36} + \frac{30}{36}$$

$$D = \frac{9+30}{36} = \frac{39}{36} = \frac{\cancel{3} \times 13}{\cancel{3} \times 12} = \frac{13}{12}$$

$$E = \frac{4}{7} - \frac{8}{28} = \frac{4 \times 4}{7 \times 4} - \frac{8}{28} = \frac{16}{28} - \frac{8}{28}$$

$$E = \frac{16-8}{28} = \frac{8}{28} = \frac{\cancel{4} \times 2}{\cancel{4} \times 7} = \frac{2}{7}$$

$$F = \frac{4}{3} + \frac{5}{24} = \frac{4 \times 8}{3 \times 8} + \frac{5}{24} = \frac{32}{24} + \frac{5}{24}$$

$$F = \frac{32+5}{24} = \frac{37}{24}$$

$$G = 3 + \frac{2}{5} = \frac{3}{1} + \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5}{1 \times 5} + \frac{2}{5} = \frac{15}{5} + \frac{2}{5}$$

$$G = \frac{15+2}{5} = \frac{17}{5}$$

N'oublie pas que $3 = \frac{3}{1}$.

3 ▶ L'écriture des premiers multiples de 25 et de 15 permet de trouver 75 comme dénominateur commun.

$$25 \times 3 = 75 \text{ et } 15 \times 5 = 75.$$

$$H = \frac{7}{25} - \frac{2}{15} = \frac{7 \times 3}{25 \times 3} - \frac{2 \times 5}{15 \times 5} = \frac{21}{75} - \frac{10}{75}$$

$$H = \frac{21-10}{75} = \frac{11}{75}$$

▶ L'écriture des premiers multiples de 30 et de 12 permet de trouver 60 comme dénominateur commun.

$$30 \times 2 = 60 \text{ et } 12 \times 5 = 60.$$

$$I = \frac{7}{30} + \frac{5}{12} = \frac{7 \times 2}{30 \times 2} + \frac{5 \times 5}{12 \times 5} = \frac{14}{60} + \frac{25}{60}$$

$$I = \frac{14+25}{60} = \frac{39}{60} = \frac{\cancel{3} \times 13}{\cancel{3} \times 20} = \frac{13}{20}$$

▶ L'écriture des premiers multiples de 4 et de 9 permet de trouver 36 comme dénominateur commun.

$$4 \times 9 = 36 \text{ et } 9 \times 4 = 36.$$

$$J = \frac{1}{4} + \frac{4}{9} = \frac{1 \times 9}{4 \times 9} + \frac{4 \times 4}{9 \times 4} = \frac{9}{36} + \frac{16}{36}$$

$$J = \frac{9+16}{36} = \frac{25}{36}$$

▶ L'écriture des premiers multiples de 2, 6 et 9 permet de trouver 18 comme dénominateur commun.

$$2 \times 9 = 18; 6 \times 3 = 18 \text{ et } 9 \times 2 = 18.$$

$$K = \frac{3}{2} + \frac{1}{6} - \frac{4}{9} = \frac{3 \times 9}{2 \times 9} + \frac{1 \times 3}{6 \times 3} - \frac{4 \times 2}{9 \times 2}$$

$$K = \frac{27}{18} + \frac{3}{18} - \frac{8}{18} = \frac{27+3-8}{18} = \frac{22}{18}$$

$$K = \frac{\cancel{2} \times 11}{\cancel{2} \times 9} = \frac{11}{9}$$

4

Pour t'aider à résoudre un problème de fractions, tu peux utiliser un schéma.

$\frac{1}{4}$	$\frac{11}{20}$?
---------------	-----------------	---

Pomme Kiwi Aucun fruit

En fraction, la totalité d'une quantité vaut 1, et $1 = \frac{20}{20}$.

$$\begin{aligned} 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{11}{20} \right) &= 1 - \left(\frac{1 \times 5}{4 \times 5} + \frac{11}{20} \right) \\ &= 1 - \left(\frac{5}{20} + \frac{11}{20} \right) = 1 - \frac{16}{20} \\ &= \frac{20}{20} - \frac{16}{20} = \frac{4}{20} = \frac{\cancel{4} \times 1}{\cancel{4} \times 5} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$\frac{1}{5}$ des élèves n'ont pas pris de fruit.

17 Multiplication et division de fractions

p. 45

$$1 \quad A = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

$$B = \frac{11}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{11 \times 3}{2 \times 5} = \frac{33}{10}$$

$$C = \frac{-3}{-13} \times \frac{-8}{-7} = \frac{3 \times 8}{13 \times 7} = \frac{24}{91}.$$

Dans C, il y a quatre facteurs négatifs : le résultat est donc positif.

$$D = \frac{18}{14} \times \frac{21}{36} = \frac{18 \times 21}{14 \times 36} = \frac{\cancel{9} \times \cancel{2} \times 3 \times \cancel{7}}{\cancel{7} \times \cancel{2} \times \cancel{9} \times 4}$$

$$D = \frac{3}{4}.$$

$$E = 6 \times \frac{5}{12} = \frac{6}{1} \times \frac{5}{12}$$

$$E = \frac{6 \times 5}{1 \times 12} = \frac{\cancel{6} \times 5}{1 \times 2 \times \cancel{6}} = \frac{5}{2}.$$

$$F = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{27}{64}.$$

Pour le calcul de puissance, voir fiche 18.

2 a) $\frac{1}{8} \times \frac{15}{37} \times 5$

$\frac{7}{-3}$ ou $\frac{-7}{3}$ ou $-\frac{7}{3}$.

b) $G = \frac{2}{3} : \frac{5}{11} = \frac{2}{3} \times \frac{11}{5} = \frac{2 \times 11}{3 \times 5} = \frac{22}{15}.$

$$H = \frac{12}{7} : \frac{6}{5} = \frac{12}{7} \times \frac{5}{6}$$

$$H = \frac{12 \times 5}{7 \times 6} = \frac{\cancel{6} \times 2 \times 5}{7 \times \cancel{6}} = \frac{10}{7}.$$

$$I = \frac{\frac{10}{9}}{\frac{4}{4}} = \frac{3}{10} : \frac{9}{4} = \frac{3}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{3 \times 4}{10 \times 9}$$

$$I = \frac{\cancel{3} \times 2 \times \cancel{2}}{5 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 3} = \frac{2}{15}.$$

Le trait de fraction du quotient de $\frac{3}{10}$ par $\frac{9}{4}$ peut être remplacé par « : ».

$$J = \frac{-14}{5} : \frac{20}{-9} = \frac{14}{5} : \frac{20}{9} = \frac{14}{5} \times \frac{9}{20}$$

$$J = \frac{14 \times 9}{5 \times 20} = \frac{7 \times \cancel{2} \times 9}{5 \times \cancel{2} \times 10} = \frac{63}{50}.$$

Dans J, il y a deux facteurs négatifs : le résultat est donc positif.

$$K = 15 : \frac{5}{2} = \frac{15}{1} : \frac{5}{2} = \frac{15}{1} \times \frac{2}{5} = \frac{15 \times 2}{1 \times 5}$$

$$K = \frac{\cancel{5} \times 3 \times 2}{1 \times \cancel{5}} = \frac{6}{1} = 6.$$

$$L = \frac{32}{7} = \frac{32}{7} : 8 = \frac{32}{7} : \frac{8}{1} = \frac{32}{7} \times \frac{1}{8}$$

$$L = \frac{32 \times 1}{7 \times 8} = \frac{4 \times \cancel{8} \times 1}{7 \times \cancel{8}} = \frac{4}{7}.$$

c) $M = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{3}{5} - \frac{2 \times 4}{5 \times 7} = \frac{3}{5} - \frac{8}{35}$

$$M = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} - \frac{8}{35} = \frac{21}{35} - \frac{8}{35} = \frac{21 - 8}{35} = \frac{13}{35}.$$

Attention ! La multiplication est prioritaire sur la soustraction (voir fiche 12).

$$N = \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) : \left(2 + \frac{1}{4}\right)$$

$$N = \left(\frac{5}{6} - \frac{2 \times 2}{3 \times 2}\right) : \left(\frac{2}{1} + \frac{1}{4}\right)$$

$$N = \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{6}\right) : \left(\frac{2 \times 4}{1 \times 4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{6} : \frac{9}{4}$$

$$N = \frac{1}{6} \times \frac{4}{9} = \frac{1 \times \cancel{2} \times 2}{3 \times \cancel{2} \times 9} = \frac{2}{27}.$$

$$P = \frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{\frac{7}{2} \times \frac{3}{5}} = \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{7}{2} \times \frac{3}{5}\right)$$

$$P = \left(\frac{4}{6} + \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{7 \times 3}{2 \times 5}\right) = \frac{9}{6} : \frac{21}{10}$$

$$P = \frac{9}{6} \times \frac{10}{21} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times 5 \times \cancel{2}}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 7 \times \cancel{3}} = \frac{5}{7}.$$

DOSSIER Mesurer avec des fractions

p. 47

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$
 $= \frac{32}{64} + \frac{16}{64} + \frac{8}{64} + \frac{4}{64} + \frac{2}{64} + \frac{1}{64} = \frac{63}{64}.$

b) Le résultat trouvé à la question **a)** n'est pas 1. Il manque donc un morceau à l'œil d'Horus. C'est ce qui explique qu'il n'est pas parfait, mais seulement presque parfait.

18 Définition et utilisation des puissances

p. 49

1) $A = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$. $B = 0$. $C = 1$.
 $D = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16.$

Il y a 4 facteurs négatifs. 4 est pair, donc le résultat est positif.

$$E = -2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16.$$

Contrairement à l'expression D, l'exposant 4 porte uniquement sur le 2.

$$F = 996.$$

$$G = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 4} = \frac{9}{16} = 0,5625.$$

$$H = \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = \frac{(-2) \times (-2) \times (-2)}{3 \times 3 \times 3} = \frac{-8}{27}.$$

$$I = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5} = 1,8.$$

L'exposant 2 porte uniquement sur le 3 et non sur toute la fraction.

$$J = 0,2 \times 0,2 \times 0,2 = 0,008.$$

$$K = 10\,000\,000. \quad L = 0,01.$$

$$M = 0,1. \quad N = 1\,000.$$

$$\textcircled{2} P = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{27}.$$

$$Q = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{(-5) \times (-5)} = \frac{1}{25} = 0,04.$$

$$R = \frac{1}{4^1} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

$$\textcircled{3} S = 6^5; T = 10^5; U = 10^{-8}.$$

$$V = \frac{1}{8^6} = 8^{-6}; W = \frac{1}{0,3^4} = 0,3^{-4}.$$

19 Notation scientifique et simplification de puissances

p. 51

$$\textcircled{1} A = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5.$$

$$B = \underbrace{4 \times \dots \times 4}_5 \text{ facteurs} \times \underbrace{4 \times \dots \times 4}_7 \text{ facteurs} = 4^{12}.$$

$$C = \underbrace{8 \times \dots \times 8}_{11 \text{ facteurs}} \times \underbrace{8 \times \dots \times 8}_8 \text{ facteurs} = 8^{19}.$$

$$D = 15 \times \underbrace{15 \times \dots \times 15}_7 \text{ facteurs} = 15^8.$$

$$\textcircled{2} E = 5,1 \times 1\,000\,000 = 5\,100\,000.$$

$$F = 3,24 \times 0,0001 = 0,000324.$$

$$G = 8,94 \times 100\,000 = 894\,000.$$

$\textcircled{3} \text{ a)}$ H n'est pas en notation scientifique, car 0,15 n'est pas un nombre compris entre 1 et 10.

I n'est pas en notation scientifique, car 6^{10} n'est pas une puissance de 10.

J est en notation scientifique, car $1 \leq 2,7 < 10$ et 10^{-5} est une puissance de 10.

$$\text{b) } K = 1,53 \times 10^6. \quad L = 4,5 \times 10^{-5}.$$

$$M = 9 \times 10^{-1}. \quad N = 7,8 \times 10^4.$$

20 Racines carrées

p. 53

$\textcircled{1} \text{ a)}$ $\sqrt{25} = 5$, car $5^2 = 25$ et $5 \geq 0$.

b) $\sqrt{64} = 8$, car $8^2 = 64$ et $8 \geq 0$.

c) $\sqrt{0} = 0$, car $0^2 = 0$ et $0 \geq 0$.

d) Il n'y a pas de nombre dont le carré est égal à -81 , car $-81 < 0$, donc $\sqrt{-81}$ n'existe pas.

e) $-\sqrt{100} = -10$.

Le signe $-$ est en dehors de la racine carrée, donc réécris-le.

Calcule ensuite $\sqrt{100} = 10$.

f) $\sqrt{1} = 1$, car $1^2 = 1$ et $1 \geq 0$.

g) $(\sqrt{8})^2 = 8$, d'après la définition 1.

h) $(-\sqrt{16})^2 = (-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$.

Revois si besoin les fiches 11 et 18.

$\textcircled{2} \text{ a)}$ On cherche le plus grand carré inférieur à 12 : c'est 9.

Tu dois connaître la liste des carrés parfaits : 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ; 81 ; 100 ; 121 ; 144.

On cherche le plus petit carré supérieur à 12 : c'est 16.

Donc $\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$. On calcule $\sqrt{9}$ et $\sqrt{16}$, et on trouve $3 < \sqrt{12} < 4$.

b) $\sqrt{64} < \sqrt{71} < \sqrt{81}$. Donc $8 < \sqrt{71} < 9$.

c) $\sqrt{121} < \sqrt{132} < \sqrt{144}$.

Donc $11 < \sqrt{132} < 12$.

d) $\sqrt{36} < \sqrt{41} < \sqrt{49}$. Donc $6 < \sqrt{41} < 7$.

DOSSIER Utiliser les nombres à virgule et les autres nombres

p. 55

a) Vrai.

b) Faux. $12 + \frac{5}{10} + \frac{9}{1000} = 12,509$.

Il y a donc 0 centième et non 9.

c) Vrai.

d) Vrai. En effet, $5 = 5,0$.

e) Vrai. En effet, $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$.

21 Généralités sur le calcul littéral

p. 57

1 a) $tm + 5x$; **b)** $5x - x^2 + 7(3x - 8)$;
c) $-b + b^2$; **d)** $a(3 - a)$.

2 a) $A = 4 \times 3 - 2(3 + 2) = 12 - 2 \times 5$
 $A = 12 - 10 = 2$.

Applique bien les règles de priorité
(voir fiche 12).

$$B = 2^3 - 2^2 = 8 - 4 = 4.$$

$$C = 7 \times 4 - 5 \times 3 + 12 = 28 - 15 + 12$$

$$C = 13 + 12 = 25.$$

b) $D = -2 \times 5 + 3 = -10 + 3 = -7$.

$$E = -2(-3 - 8) = -2 \times (-11) = 22.$$

$$F = 3 \times (-2)^2 - 7 \times (-2) = 3 \times 4 - (-14)$$

$$F = 12 + 14 = 26.$$

22 Égalité d'expressions littérales, distributivité simple

p. 59

1 a) Pour $x = 2$, on a :

$$A = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \text{ et}$$

$$B = 2 \times 2 - 2 = 4 - 2 = 2.$$

Donc pour $x = 2$, $A = B$.

► Pour $x = 1$, on a $A = 1^2 - 1 = 1 - 1 = 0$ et

$$B = 2 \times 1 - 2 = 2 - 2 = 0.$$

Donc pour $x = 1$, $A = B$.

► Pour $x = 0$, on a $A = 0^2 - 0 = 0 - 0 = 0$

et $B = 2 \times 0 - 2 = 0 - 2 = -2$.

Donc pour $x = 0$, $A \neq B$. On ne peut donc pas dire que les expressions A et B sont égales, car elles ne le sont pas pour toutes les valeurs de x.

b) Pour $x = 0$, on a :

$$C = 15 - 7 \times 0 = 15 - 0 = 15 \text{ et}$$

$$D = 8 \times 0 = 0.$$

Donc pour $x = 0$, $C \neq D$. Donc les expressions C et D ne sont pas égales.

2 a) $E = 5 \times x + 5 \times 3 = 5x + 15$.

$$F = 2 \times 3 - 2 \times b = 6 - 2b.$$

$$G = (-1) \times (5 - x) = (-1) \times 5 - (-1) \times x$$

$$G = -5 - (-x) = -5 + x.$$

Tu peux aussi directement appliquer la remarque du cours : $-(a-b) = -a + b$.

$$H = (4 + 6) \times r = 10r.$$

H est une somme qui contient deux termes $4r$ et $6r$. Ils ont un facteur commun : r . On peut donc utiliser la distributivité.

$$I = (2,5 + 3,2)x = 5,7x.$$

$$J = (11 - 5)b = 6b. \quad K = 7(c + 1).$$

b) $L = 12 \times (8 + 92) = 12 \times 100 = 1\,200$.

$12 \times 8 + 12 \times 92$ contient 2 termes qui ont un facteur commun : 12.

On peut donc utiliser la distributivité.

$$M = (100 - 2) \times 25 = 100 \times 25 - 2 \times 25$$

$$M = 2\,500 - 50 = 2\,450.$$

$$N = (200 + 3) \times 15 = 200 \times 15 + 3 \times 15$$

$$N = 3\,000 + 45 = 3\,045.$$

23 Développement, simplification des expressions littérales

p. 61

1 $A = 6 \times 3 \times x = 18x$.

$$B = 5 \times 3 \times x \times x = 15x^2.$$

$$C = a \times a \times 3 \times a = 3a^3.$$

$$D = 7 \times (-8) \times b = -56b.$$

2 $E = (5 + 6) \times a = 11a$.

F et G ne peuvent pas être simplifiées.

$$H = 5x^2 - 3x^2 - 7x + 3x + 6 - 8$$

$$H = (5 - 3)x^2 + (-7 + 3)x + 6 - 8$$

$$H = 2x^2 - 4x - 2.$$

Quand tu déplaces un terme, n'oublie pas de déplacer aussi le signe placé devant.

3 $I = 5(2x + 7) = 5 \times 2x + 5 \times 7 = 10x + 35$.

$$J = 3x(2x - 4) = 3x \times 2x - 3x \times 4 = 6x^2 - 12x.$$

$$K = 5 + 3(-2x + 5) = 5 + 3 \times (-2x) + 3 \times 5$$

$$K = 5 - 6x + 15 = 20 - 6x.$$

$$L = 3x - 2 - x - 3 = 3x - x - 2 - 3 = 2x - 5.$$

$$M = 3(x-7) - 2(x-3)$$

$$M = 3 \times x - 3 \times 7 - 2 \times x - (-2) \times 3$$

$$M = 3x - 21 - 2x + 6$$

$$M = 3x - 2x - 21 + 6 = x - 15.$$

24 Double distributivité et identité remarquable p. 63

1 $A = 4x \times 7 + 4x \times 5x + 3 \times 7 + 3 \times 5x$

$$A = 28x + 20x^2 + 21 + 15x$$

$$A = 20x^2 + 43x + 21.$$

Apprends à ne plus écrire la première étape du développement.

B ne peut pas être développée en utilisant la double distributivité, car il n'y a pas de multiplication entre les deux parenthèses.

$$C = 24x^2 - 9x - 16x + 6 = 24x^2 - 25x + 6.$$

Prends bien en compte le signe placé devant les nombres que tu multiplies et souviens-toi de la règle des signes d'un produit : $(-2) \times (-3) = +6$.

$$D = 28 + 35a - 20a - 25a^2 = -25a^2 + 15a + 28.$$

2 $E = x^2 - 5^2 = x^2 - 25.$

$$F = 7^2 - (2x)^2 = 49 - 4x^2.$$

Pose $a = 7$ et $b = 2x$.

Donc $b^2 = (2x)^2 = 4x^2$ et non $2x^2$ (voir fiche 12).

G et H ne peuvent pas être développées en utilisant l'identité remarquable

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

3

Utilise la double distributivité.

$$I = 16x^2 + 20x + 20x + 25$$

$$I = 16x^2 + 40x + 25.$$

Utilise la distributivité simple pour le premier terme, et reconnais l'identité remarquable avec $a = 2x$ et $b = 3$ pour le 2^e .

$$J = 5x \times 11x - 5x \times 6 + (2x)^2 - 3^2$$

$$J = 55x^2 - 30x + 4x^2 - 9$$

$$J = 59x^2 - 30x - 9.$$

Utilise l'identité remarquable avec $a = 3x$ et $b = 1$ pour le premier terme, et la double distributivité pour le 2^e .

$$K = (3x)^2 - 1^2 - (2x \times 6x - 2x \times 7 + 3 \times 6x - 3 \times 7)$$

$$K = 9x^2 - 1 - (12x^2 - 14x + 18x - 21)$$

$$K = 9x^2 - 1 - (12x^2 + 4x - 21)$$

Attention ! Garde bien la parenthèse devant ce deuxième terme, car il est précédé d'un signe - (puis « distribue-le »).

$$K = 9x^2 - 1 - 12x^2 - 4x + 21$$

$$K = -3x^2 - 4x + 20.$$

25 Factorisation p. 65

1 Pour A, x est le facteur commun.

► $A = 5x \times x - 11 \times x = x(5x - 11).$

► $B = 7 \times a + a \times a = a(7 + a).$

► C ne peut pas être factorisé, car il n'y a pas de facteur commun ni de possibilité d'utiliser une identité remarquable.

► $D = 4b \times b^2 - 1 \times b^2 = b^2(4b - 1).$

N'oublie pas le -1 dans la parenthèse.

► $E = x \times 27x^2 + 3 \times x = x(27x^2 + 3).$

Tu peux encore factoriser la parenthèse par 3.

Or $27x^2 + 3 = 3 \times 9x^2 + 3 \times 1 = 3(9x^2 + 1).$

Donc $E = 3x(9x^2 + 1).$

► $F = 11x \times x + 1 \times x = x(11x + 1).$

N'oublie pas le 1 dans la parenthèse.

2 Dans G, pose $a = x$ et $b = 4$ pour reconnaître l'identité remarquable.

$$G = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4).$$

$$H = (7c)^2 - 12^2 = (7c - 12)(7c + 12).$$

I ne peut pas être factorisé, car il y a un + entre les deux termes qui empêche d'utiliser l'identité remarquable.

$$J = 1^2 - x^2 = (1 - x)(1 + x).$$

$$K = c^2 - (\sqrt{7})^2 = (c - \sqrt{7})(c + \sqrt{7}).$$

$$L = (\sqrt{3})^2 - x^2 = (\sqrt{3} - x)(\sqrt{3} + x).$$

$$3 \quad M = x \times 4x^2 - 3 \times x = x(4x^2 - 3)$$

Tu peux encore factoriser la parenthèse : en posant $a = 2x$ et $b = \sqrt{3}$, tu reconnais l'identité remarquable.

$$M = x \left((2x)^2 - (\sqrt{3})^2 \right)$$

$$M = x(2x - \sqrt{3})(2x + \sqrt{3}).$$

$$N = (5x)^2 - (\sqrt{11})^2$$

$$N = (5x - \sqrt{11})(5x + \sqrt{11}).$$

P n'est pas factorisable, car il n'y a pas de facteur commun et on ne retrouve pas la forme $a^2 - b^2$.

$$Q = 9^2 - (4d)^2 = (9 - 4d)(9 + 4d).$$

$$R = a \times 49a - 25 \times a = a(49a - 25).$$

$$S = 11^2 - (3x)^2 = (11 - 3x)(11 + 3x).$$

$$4 \quad a) \quad T = 3x^2 + 27x - x - 9 + x^2 - 26x \\ T = 4x^2 - 9.$$

$$b) \quad T = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3).$$

26 Formule et calcul littéral

p. 67

$$1 \quad \text{Prix d'un cahier en } \text{€} : x + 1.$$

Prix de 3 stylos en € : $3x$.

$$\text{Prix de 2 cahiers en } \text{€} : 2(x + 1) = 2x + 2.$$

Dépense d'Aaron en € :

$$3x + 2x + 2 = 5x + 2.$$

2 On obtient le nombre qui suit un nombre entier en lui ajoutant 1. Donc le nombre entier qui suit x est $x + 1$.

$$3 \quad AB = x + x + 2 = 2x + 2 \quad \text{et} \quad AD = x.$$

$$\text{Périmètre (ABCD)} = (2x + 2 + x) \times 2 \\ = (3x + 2) \times 2 = 6x + 4.$$

$$\text{Aire (ABCD)} = (2x + 2) \times x = 2x^2 + 2x.$$

4 Pour conjecturer la formule, on fait des essais que l'on peut rassembler dans un tableau :

Motif	Nombre de carrés
1	1 + 4
2	1 + 4 + 4
3	1 + 4 + 4 + 4

Pour passer d'un motif à l'autre, on ajoute 4 au nombre de carrés du motif précédent.

Donc pour le motif de rang n (avec n un entier naturel), on aura : $1 + 4 + 4 + 4 + \dots$

Combien de fois ajoute-t-on 4 ?

On ajoute 4 un nombre de fois égal au rang du motif.

La formule cherchée est donc $1 + 4n$.

27 Équations du 1^{er} degré à une inconnue

p. 69

$$1 \quad a) \quad 4x + 3 \rightarrow 4 \times 2 + 3 = 11 ;$$

$$\bullet \quad x + 9 \rightarrow 2 + 9 = 11.$$

$$4 \times 2 + 3 = 2 + 9.$$

Donc 2 est une solution

de l'équation $4x + 3 = x + 9$.

$$b) \quad 5 - 8x \rightarrow 5 - 8 \times 2 = -11 ;$$

$$\bullet \quad 5x + 12 \rightarrow 5 \times 2 + 12 = 22.$$

$$5 - 8 \times 2 \neq 5 \times 2 + 12.$$

Donc 2 n'est pas solution

de l'équation $5 - 8x = 5x + 12$.

$$2 \quad a)$$

Pour supprimer $-3x$ dans le membre de droite, ajoute son opposé $3x$.

L'équation est équivalente à :

$$5x + 12 + 3x = -3x + 3x + 36$$

$$8x + 12 = 36$$

Pour supprimer 12 dans le membre de gauche, ajoute son opposé (-12) .

$$8x + 12 - 12 = 36 - 12$$

$$8x = 24$$

Pour supprimer le facteur 8, divise par 8.

$$\frac{8x}{8} = \frac{24}{8} \\ x = \frac{24}{8}$$

$x = 3$. La solution est 3.

Pense à bien conclure : « La solution est ... » ($x = 3$ est encore une équation, et non la solution).

Il est possible de vérifier que 3 est bien solution :

$$\bullet \quad 5x + 12 \rightarrow 5 \times 3 + 12 = 27 ;$$

$$\bullet \quad -3x + 36 \rightarrow -3 \times 3 + 36 = 27.$$

b) L'équation est équivalente à :

$$4x - 5x + 6 = 5x - 5x + 21$$

$$-x + 6 - 6 = 21 - 6$$

$$-x = 15$$

$x = -15$. La solution est -15 .

c) L'équation est équivalente à :

$$7x - 6 = 4x + 12 - 18$$

$$7x - 6 = 4x - 6$$

$$7x - 4x - 6 = 4x - 4x - 6$$

$$3x - 6 = -6$$

$$3x - 6 + 6 = -6 + 6$$

$$3x = 0$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{0}{3}$$

$x = 0$. La solution est 0 .

d) On utilise la propriété du produit en croix (voir fiche 44).

Les équations suivantes sont équivalentes :

$$\frac{7x}{2} = \frac{3}{5} \quad 7x \times 5 = 2 \times 3 \quad \text{et} \quad 35x = 6.$$

$$x = \frac{6}{35}. \text{ La solution est } \frac{6}{35}.$$

Autre méthode :

Cherche un dénominateur commun aux deux fractions (ici, 10) et transforme les deux fractions à l'aide de ce dénominateur commun.

$$\frac{7x}{2} = \frac{3}{5} \quad \text{donc} \quad \frac{5 \times 7x}{10} = \frac{2 \times 3}{10}$$

Multiplie les deux membres de l'équation par 10 et tu retrouves $35x = 6$.

$$\text{Donc } x = \frac{6}{35}. \text{ La solution est } \frac{6}{35}.$$

28 Équations produits p. 71

1 a) On a $7 - 2x = 0$ ou $x + 11 = 0$

$$\begin{array}{l|l} -2x = -7 & x = -11 \\ x = \frac{-7}{-2} = \frac{7}{2} & \end{array}$$

Il y a deux solutions : $\frac{7}{2}$ et -11 .

b) On a $5x + 15 = 0$ ou $6 - 3x = 0$

$$\begin{array}{l|l} 5x = -15 & -3x = -6 \\ x = \frac{-15}{5} = -3 & x = \frac{-6}{-3} = 2 \end{array}$$

Il y a deux solutions : -3 et 2 .

c) On a $2x = 0$ ou $5 + 6x = 0$

$$\begin{array}{l|l} x = 0 & 6x = -5 \\ & x = \frac{-5}{6} \end{array}$$

Il y a deux solutions : 0 et $-\frac{5}{6}$.

d) Factorise le 1^{er} membre (voir fiche 25) pour te ramener à une équation produit.

$7x - 3x^2 = 0$ est équivalent à

$$x(7 - 3x) = 0.$$

On a $x = 0$ ou $7 - 3x = 0$

$$\begin{array}{l|l} -3x = -7 & \\ x = \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3} & \end{array}$$

Il y a deux solutions : 0 et $\frac{7}{3}$.

2 a) Il y a deux solutions : $\sqrt{16} = 4$ et $-\sqrt{16} = -4$.

b) Il y a une seule solution : 0 .

c) $x^2 = -5$. Il n'y a pas de solution, car $-5 < 0$.

d) Il y a deux solutions : $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$.

29 Mise en équation d'un problème p. 73

1 1) **Choix de l'inconnue.**

Soit x le nombre de cartes d'Alicia.

2) **Traduction en fonction de x .**

Léane a quatre fois plus de cartes qu'Alicia, donc **Léane a $4x$ cartes.**

Elle a 33 cartes de plus qu'Alicia, donc **Léane a $x + 33$ cartes.**

3) **Équation trouvée.** On a $4x = x + 33$.

4) **Résolution de l'équation et conclusion.** L'équation équivaut à :

$$4x - x = 33; \quad 3x = 33; \quad x = \frac{33}{3} = 11.$$

Alicia a donc 11 cartes.

2) On reprend les étapes 1) à 4) précédentes.

1) Soit x la prime en € attribuée au vainqueur.

2) Le 1^{er} touche 50 € de plus que le 2^e, donc le 2^e touche 50 € de moins que le 1^{er}, soit $x - 50$ (en €).

► Le 3^e touche 40 € de moins que le 2^e, donc le 3^e touche $(x-50)-40$ (en €), soit $x-90$ (en €).

3) La prime totale est 550 €, donc $x+(x-50)+(x-90)=550$.

Le premier membre de l'équation est la somme de ce que gagnent le 1^{er} athlète, le 2^e et le 3^e.

4) L'équation équivaut à :

$$\begin{aligned}x+x-50+x-90 &= 550; \\3x-140 &= 550; \quad 3x=550+140=690; \\x &= \frac{690}{3}=230.\end{aligned}$$

Le vainqueur gagne 230 €.

3) 1) Soit x la longueur AD.

2) ► Le périmètre de ABCD est $4x$.

► Le périmètre de DEF est $DF+EF+DE$. Or $DE=x$ (d'après le codage) et $DF=AF-AD=11-x$, donc le périmètre de DEF est $(11-x)+(11-x)+x=22-x$.

3) Le périmètre de ABCD est égal au périmètre de DEF, donc on a $4x=22-x$.

4) L'équation équivaut à $4x+x=22$;

$$5x=22; \quad x=\frac{22}{5}=4,4. \quad \text{Donc AD}=4,4.$$

4) 1) Soit x le nombre choisi par Thomas.

2) ► Le carré de ce nombre est x^2 .

► Le double de ce nombre est $2x$.

3) Le carré de ce nombre est égal au double de ce nombre, donc on a $x^2=2x$.

Pour te ramener à une équation produit, supprime le terme du 2^e membre et factorise ce que tu as obtenu.

4) L'équation équivaut à $x^2-2x=0$;
 $x(x-2)=0$; $x=0$ ou $x-2=0$;
 $x=0$ ou $x=2$.

Thomas a pu choisir 0 ou 2.

30 Utilisation d'une formule

p. 75

1) a) Un cube a 8 sommets, 6 faces et 12 arêtes. On a bien $8+6-12=14-12=2$.

b) On écrit la formule : $s+f-a=2$.

D'après l'énoncé, on a : $s=7$ et $f=4$.

On remplace les lettres connues

par leur valeur : $7+4-a=2$.

On résout l'équation : $11-a=2$;

$$-a=2-11=-9; \quad a=\frac{-9}{-1}=9.$$

On conclut : ce solide a 9 arêtes.

2) On écrit la formule : $U=R \times I$.

D'après l'énoncé, on a : $U=6\text{ V}$ et

$I=250\text{ mA}=0,25\text{ A}$.

N'oublie pas de convertir les mA en A.

On remplace les lettres connues par leur valeur : $6=R \times 0,25$.

On résout l'équation : $R=\frac{6}{0,25}=24$.

On conclut : la résistance de ce dipôle est 24 Ω .

3) On écrit la formule : $S=\frac{b \times h}{2}$.

D'après l'énoncé, on a : $S=84\text{ cm}^2$ et $h=14\text{ cm}$.

On remplace les lettres connues

par leur valeur : $84=\frac{b \times 14}{2}$.

On résout l'équation :

$$84=b \times 7; \quad b=\frac{84}{7}=12.$$

On conclut : la longueur de la base est égale à 12 cm.

31 Démonstration et calcul littéral

p. 77

1) On essaie des nombres pour conjecturer le résultat : si $x=1$ ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6 ou 7 ou 8 ou 9, le résultat est vrai. On peut être tenté de dire que c'est toujours vrai.

Cependant, il faut se rappeler la règle 2 du débat mathématique en début de leçon : « Des exemples qui vérifient un énoncé ne suffisent pas pour prouver que cet énoncé est vrai. »

On peut alors essayer de prouver cette affirmation, mais comment ? Continuons plutôt les essais pour chercher un contre-exemple. $x = 10$ convient mais... $x = 11$ ne convient pas : en effet la division euclidienne (voir fiche 1) de 2 520 par 11 donne pour reste 1. Donc 11 est un contre-exemple et la phrase est fausse.

2 Soient x , $x+1$ et $x+2$ trois nombres entiers consécutifs. Leur somme est :
 $x + (x+1) + (x+2) = 3x + 3 = 3(x+1)$.

Utilise la propriété de la distributivité simple (voir fiche 22).

Or $x+1$ est un nombre entier, donc $3(x+1)$ est bien un multiple de 3 (voir fiche 2).

Ce qui démontre l'affirmation.

3 a) Pour 5 :
 $(5+2) \times 5 - (2 \times 5) = 35 - 10 = 25$.

► Pour -2 :
 $[(-2)+2] \times (-2) - [2 \times (-2)] = 0 - (-4) = 4$.

► Pour 10 :
 $(10+2) \times 10 - (2 \times 10) = 120 - 20 = 100$.

b) Pour 5 ; -2 et 10 comme nombre de départ, on trouve toujours, comme résultat, le carré du nombre de départ.

Pour démontrer que, quelle que soit la valeur du nombre de départ, on trouve toujours le carré de ce nombre de départ, il faut utiliser le calcul littéral.

Soit x le nombre choisi. On applique le programme :

$$(x+2) \times x - (2 \times x) = x^2 + 2x - 2x = x^2.$$

Cela prouve que l'on obtient toujours le carré du nombre choisi au départ.

4 Soient x , $x+1$ et $x+2$ trois nombres entiers consécutifs :

« Multiplier le 1^{er} par le 3^e, et retrancher le carré du 2^e. » $\rightarrow x \times (x+2) - (x+1)^2$.

$$x \times (x+2) - (x+1)^2 = x^2 + 2x - (x+1)(x+1)$$

$$x \times (x+2) - (x+1)^2 = x^2 + 2x - (x^2 + x + x + 1)$$

$$x \times (x+2) - (x+1)^2 = x^2 + 2x - x^2 - x - x - 1$$

$$x \times (x+2) - (x+1)^2 = -1.$$

Donc l'affirmation est vraie, quels que soient les trois nombres entiers consécutifs choisis.

32 Algorithmes, programmes

p. 79

1 a) Le nombre 25 est « stocké » dans **réponse**. Comme $25 > 8$, la condition n'est pas vérifiée, donc le lutin va tourner de 45° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

b) Le nombre 56 est « stocké » dans **réponse**. $56 = 7 \times 8$, donc le reste de la division euclidienne de 56 par 7 est 0. Le lutin va donc dire : « Le nombre que tu as choisi est un multiple de 7. »

► Le nombre 41 est « stocké » dans **réponse**. $41 = 7 \times 5 + 6$, donc le reste de la division euclidienne de 41 par 7 est 6. Le lutin va donc dire : « Le nombre que tu as choisi n'est pas un multiple de 7. »

2 a) Le nombre 2 est « stocké » dans **réponse**. $5 \times 2 - 8 = 2$ et $3 \times 2 = 6$. Comme $2 \neq 6$, le lutin va dire : « L'égalité est fausse pour la valeur choisie. »

b) En « tâtonnant », on trouve que le nombre à choisir est 4, car $5 \times 4 - 8 = 12$ et $3 \times 4 = 12$.

En 4^e, tu sauras résoudre directement l'équation $5x - 8 = 3x$ (voir fiche 27).

33 Variables

p. 80-81

1 a) Il y a deux variables.

b) a et b.

c) Si le nombre saisi au départ est 4, la valeur de **réponse** est 4.

a est égal à $4 + 2 = 6$.

b est égal à $4 - 1 = 3$ (4^e ligne),

puis b est égal à $3 + 5 = 8$ (5^e ligne).

Comme $6 \times 8 = 48$, le lutin va dire « 48 ».

2 a) Au départ, $n = 0$. Puis, on ajoute 4 à n , jusqu'à ce que n dépasse 30.

Donc n vaut successivement :

0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32.

On arrête alors, car $32 > 30$. Donc le lutin va dire « 32 » pendant 2 secondes.

b) Maintenant, n vaut successivement : 0, 7, 14, 21, 28, 35. On arrête alors, car $35 > 30$. Donc le lutin va dire « 35 » pendant 2 secondes.

- 3 a)** Valeur initiale de « Total » = 2 ;
 Fin 1^{re} boucle : Total = $10 \times 2 = 20$;
 Fin 2^e boucle : Total = $10 \times 20 = 200$;
 Fin 3^e boucle : Total = $10 \times 200 = 2\,000$.

b) Comme $p = 5$, il y aura 5 boucles.
 Il faut donc poursuivre :

Fin 4^e boucle :
 Total = $10 \times 2\,000 = 20\,000$;

Fin 5^e boucle :
 Total = $10 \times 20\,000 = 200\,000$.

Le lutin va donc dire « 200 000 ».

4 a) $a = 8$ et $b = 9$. $8 + 9 = 17 > 15$.
 Comme $8 \times 9 = 72$, le lutin va dire « 72 ».

b) $a = 5$ et $b = 3$. $5 + 3 = 8 < 15$.
 Comme $5 - 3 = 2$, le lutin va dire « 2 ».

34 Programmation de tracés géométriques p. 82-83

1 $A = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$

2 Un pixel correspond à un pas.

Programme A : figure à répéter 3 fois (programme dans la boucle) :

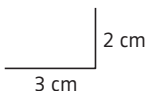
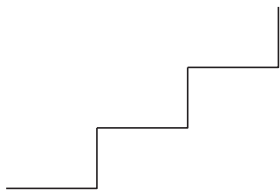


Figure finale (on répète 3 fois la figure précédente) :



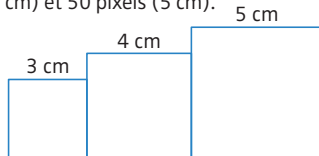
Programme B : Ce programme permet de tracer un triangle équilatéral de côté 50 pixels (donc 5 cm). En effet, l'angle est égal à $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

3 $A = 2$; $B = 100$; $C = 90$; $D = 80$;
 $E = 90$.

4 a) 3 motifs seront répétés.

b) Le 2^e motif tracé aura pour longueur :
 longueur du 1^{er} motif + $10 = 30 + 10 = 40$ pixels.

c) Le motif est un carré de longueur « Côté ». La figure sera composée de 3 carrés collés les uns aux autres (puisqu'à la fin du tracé d'un carré, le lutin revient au point de départ et avance de la longueur du carré tracé), et de longueurs respectives : 30 pixels (3 cm), 40 pixels (4 cm) et 50 pixels (5 cm).



DOSSIER Coder et décoder un message p. 85

a) YLYH OHV PDWKV.

Chaque lettre de VIVE LES MATHS correspond à une lettre de la 2^{de} ligne du tableau.

b) CESAR VOUS SALUE.

Chaque lettre de FHVDU YRXV VDOXH correspond à une lettre de la 1^{re} ligne.

35 Diagrammes en bâtons, histogrammes p. 89

1 a) On lit graphiquement que 16 élèves ont passé leurs vacances à la mer.

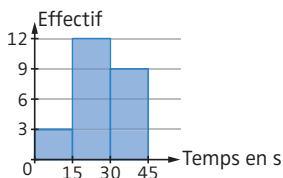
b) $16 + 10 + 12 + 8 = 46$. Il y a 46 élèves au total.

2

Temps (en s)	$0 \leq t < 15$	$15 \leq t < 30$
Effectif	3	12

Temps (en s)	$30 \leq t < 45$
Effectif	9

Attention ! Si 15 faisait partie de la série, il faudrait le compter dans la classe $15 \leq t < 30$ et non $0 \leq t < 15$.



36 Diagrammes circulaires p. 91

1 a) L'angle correspondant au secteur angulaire « 3 enfants » mesure 72° .

Il y a proportionnalité entre les mesures des angles et le nombre d'élèves ayant répondu ; on peut donc faire un tableau de proportionnalité.

Nombres d'élèves	?	500
Angle (en $^\circ$)	72	360

Le total correspond à un angle plein, c'est-à-dire à 360° .

On peut compléter le tableau de proportionnalité en déterminant le coefficient de proportionnalité ou en effectuant le produit en croix (voir fiche 44) : $72 \times 500 : 360 = 100$.

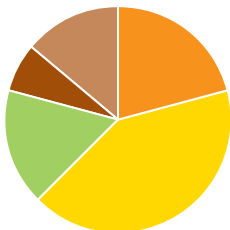
Il y a donc 100 élèves qui ont répondu que 3 enfants vivaient dans leur famille.

b) En observant le diagramme circulaire, on constate que la somme des secteurs angulaires « 1 enfant » et « 3 enfants » donne un secteur inférieur au demi-disque (qui correspond à la moitié de l'effectif). Donc moins de la moitié des élèves interrogés ont 1 ou 3 enfants dans leur famille.

2 Il y a proportionnalité entre les mesures des angles et le nombre d'élèves. On détermine la mesure de l'angle correspondant à chaque sport. Le coefficient de proportionnalité est égal à $360 : 72 = 5$.

- Basket : $15^\circ \times 5 = 75^\circ$;
- Football : $30^\circ \times 5 = 150^\circ$;
- Gymnastique : $12^\circ \times 5 = 60^\circ$;
- Athlétisme : $5^\circ \times 5 = 25^\circ$;
- Handball : $10^\circ \times 5 = 50^\circ$.

On construit le diagramme circulaire (attention, il est ici à l'échelle 1/2).



37 Effectifs, fréquences, étendue

p. 93

1 L'effectif de la valeur 0 est 4. L'effectif de la valeur 2 est 7.

2 Fréquence de la valeur 1 :
$$\frac{\text{effectif de la valeur 1}}{\text{effectif total}} = \frac{12}{25} = 0,48 = 48\%$$

Fréquence de la valeur 2 :
$$\frac{\text{effectif de la valeur 2}}{\text{effectif total}} = \frac{7}{25} = 0,28 = 28\%$$

3 La plus grande valeur de la série est 3, et la plus petite est 0.

L'étendue vaut donc $3 - 0 = 3$.

Attention ! Ne confonds pas « valeur » de la série et « effectif » de la série.

38 Moyennes

p. 95

1 a) Moyenne :
$$\frac{41 + 58 + 4 + 7 + 8 + 11}{6} = \frac{129}{6} = 21,5$$

b) Moyenne :
$$\frac{-12 + 14 + 0 + 6 + 10,5 - 9 + 31 + 29}{8} = \frac{69,5}{8}$$

Moyenne = 8,6875.

2 a) Moyenne pondérée par les effectifs :
$$\frac{6 \times 2 + 8 \times 1 + 9 \times 3 + 10 \times 4 + 12 \times 5 + 13 \times 4 + 14 \times 3 + 18 \times 2 + 20 \times 1}{2 + 1 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1} = \frac{297}{25} = 11,88$$

La moyenne obtenue lors de ce contrôle est 11,88 sur 20.

Cela signifie que si chaque élève de la classe avait eu la même note, chacun aurait obtenu 11,88 sur 20 (la somme des notes restant constante).

b) Par lecture du diagramme en bâtons, on obtient le tableau d'effectifs suivant :

Livres lus	0	1	2	3
Effectif	4	8	6	2

Moyenne :
$$\frac{0 \times 4 + 1 \times 8 + 2 \times 6 + 3 \times 2}{4 + 8 + 6 + 2} = \frac{26}{20} = 1,3$$

Chaque élève a donc lu en moyenne 1,3 livre durant les vacances d'été.

1 a) Je range la série dans l'ordre croissant : -13; -5; 0; 7; 15; 18; 32; 36; 90.

Pour éviter des erreurs, vérifie que tu obtiens bien le même nombre de valeurs dans la série rangée que dans la série présentée dans l'énoncé.

On a 9 valeurs, 9 est impair, donc la médiane

est la $\frac{9+1}{2} = 5^{\text{e}}$ valeur de la série.

-13; -5; 0; 7; **15**; 18; 32; 36; 90.

4 valeurs 4 valeurs

La médiane est 15.

b) Je range la série dans l'ordre croissant : 23; 25; 36; 39; 40; 45; 48; 60; 63; 71.

On a 10 valeurs, 10 est pair, donc la médiane est un nombre compris entre

la $\frac{10}{2} = 5^{\text{e}}$ et la $\frac{10}{2} + 1 = 6^{\text{e}}$ valeur

de la série.

23; 25; 36; 39; **40**; **45**; 48; 60; 63; 71.

5 valeurs 5 valeurs

On peut prendre comme médiane tout nombre compris entre 40 et 45, par exemple 42,5.

2 Le nombre total de valeurs est :

$$2+3+4+3+8+5+2+1=28.$$

28 est pair, donc la médiane est

un nombre compris entre la $\frac{28}{2} = 14^{\text{e}}$

et la $\frac{28}{2} + 1 = 15^{\text{e}}$ valeur de la série.

En lisant le tableau, on constate que la dernière valeur 48 se trouve à la 12^e place (2+3+4+3=12).

Donc aux 13^e, 14^e, 15^e places se trouve la valeur 49.

Les 14^e et 15^e valeurs sont 49. Donc la médiane est 49, puisqu'il n'y a pas de nombre compris entre 49 et 49.

► Cela signifie que, dans cette maternité, il y a autant de bébés nés avec une taille inférieure ou égale à 49 cm que de bébés nés avec une taille supérieure ou égale à 49 cm.

3 a) Le nombre total de valeurs est :

$$3+4+7+6+2+1=23.$$

La moyenne (pondérée par les effectifs) est donc :

$$\frac{8 \times 3 + 10 \times 4 + 11 \times 7 + 13 \times 6 + 15 \times 2 + 18 \times 1}{3+4+7+6+2+1}$$

$$\text{Moyenne} = \frac{267}{23} \approx 11,6.$$

La moyenne de la classe est approximativement 11,6.

b) L'effectif total (23) est impair, donc la médiane est la $\frac{23+1}{2} = 12^{\text{e}}$ valeur

de la série.

En lisant le diagramme en bâtons, on constate que la dernière valeur 10 se trouve à la 7^e place (3+4=7). Donc aux 8^e, 9^e, 10^e, 11^e, 12^e, 13^e et 14^e places se trouve la valeur 11. La 12^e valeur est donc 11.

La note médiane obtenue à ce contrôle est donc 11.

Attention ! Médiane et moyenne sont généralement distinctes. Ici, la moyenne vaut 11,6 tandis que la médiane vaut 11.

40 Généralités sur les probabilités

a) Le tirage se fait au hasard, donc il y a équiprobabilité.

Nombre d'issues favorables = 8, car il y a 8 boules bleues.

Nombre total d'issues = 18, car il y a 3+8+7=18 boules au total.

$$P(\text{« Tirer une boule bleue »}) = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}.$$

Pense à simplifier la fraction (voir fiche 17).

b) La roue est équilibrée, donc il y a équiprobabilité.

► Pour l'événement « Tomber sur E » : Le nombre d'issues favorables est 1, car il y a 1 seule lettre « E ».

Le nombre total d'issues est 8, car il y a 8 secteurs angulaires.

$$P(\text{« Tomber sur E »}) = \frac{1}{8} = 1:8 = 0,125.$$

► Pour l'événement « Tomber sur une consonne » :

Le nombre d'issues favorables est 5, car il y a 5 consonnes (N, P, B, V et V).

Nombre total d'issues = 8.

Donc P (« Tomber sur une consonne »)

$$= \frac{5}{8} = 5 : 8 = 0,625.$$

41 Probabilités d'événements particuliers p. 101

1 ► Issues possibles : boule verte ; boule bleue ; boule blanche.

► Issues réalisant l'événement A : boule verte.

► Issues restantes : boule bleue ou boule blanche.

Donc \bar{A} = « Obtenir une boule bleue ou obtenir une boule blanche ».

2 L'événement « Obtenir face » est l'événement contraire de « Obtenir pile », car ce sont les deux seules issues de cette expérience aléatoire.

$$P(\text{« Obtenir face »}) = 1 - P(\text{« Obtenir pile »}) \\ = 1 - 0,58 = 0,42.$$

3 On tire une boule au hasard, donc il y a équiprobabilité.

► Le nombre d'issues favorables est 5, car il y a 5 boules bleues.

► Le nombre total d'issues est 12, car le nombre total de boules est $5 + 5 + 2 = 12$.

Donc $P(B) = \frac{5}{12}$ et on a :

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{12}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}.$$

42 Fréquences, expériences à deux épreuves p. 103

1 Comme on effectue un grand nombre de fois cette expérience, la fréquence de réalisation de « Obtenir face » sera proche de sa probabilité.

$$\text{Fréquence (« Obtenir face »)} \\ = \frac{1746}{5000} = 0,3492.$$

Donc P (« Obtenir face ») $\approx 0,35$.

2 a) On réalise un tableau à double entrée :

Sac A \ Sac B	1	2	2	3
1	2	3	3	4
1	2	3	3	4
2	3	4	4	5
3	4	5	5	6

► Attention ! Il y a deux jetons numérotés 1 dans le sac B, donc il faut mettre deux lignes « 1 ».

► À l'intersection d'une ligne et d'une colonne, on inscrit la somme obtenue.

On tire au hasard, donc il y a équiprobabilité.

► Il y a 16 issues au total, car le tableau à double entrée compte 16 cases.

► Il y a 5 issues favorables à l'événement « Obtenir une somme égale à 4 », car on trouve 5 fois la somme 4 dans le tableau.

$$P(\text{« Obtenir une somme égale à 4 »}) \\ = \frac{5}{16}.$$

b) Il y a 3 issues favorables à l'événement « Obtenir une somme égale à 5 », car on trouve 3 fois la somme 5 dans le tableau.

$$P(\text{« Obtenir une somme égale à 5 »}) \\ = \frac{3}{16}.$$

DOSSIER Calculer ses chances à un jeu de hasard p. 105

a) Faux. On a 4 résultats possibles : PP, PF, FP, FF (où P désigne pile et F désigne face). On a donc 1 chance sur 4 d'obtenir PP, 1 chance sur 4 d'obtenir FF et 2 chances sur 4 (soit 1 chance sur 2) d'obtenir une fois pile et une fois face.

b) Faux. On peut obtenir 7 avec les résultats (1 ; 6), (2 ; 5), (3 ; 4), (4 ; 3), (5 ; 2), (6 ; 1), tandis que 5 ne peut être obtenu qu'avec (1 ; 4), (2 ; 3), (3 ; 2) et (4 ; 1). On a donc plus de chances d'obtenir 7 que 5.

On peut calculer ces probabilités en établissant un tableau à double entrée des résultats (voir fiche 42).

Dé 2 \ Dé 1	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

La probabilité d'obtenir 7 est $\frac{6}{36}$.

La probabilité d'obtenir 5 est $\frac{4}{36}$.

c) Faux. Le résultat obtenu à un lancer n'a aucune incidence sur le résultat obtenu au lancer suivant. Donc la probabilité d'obtenir 6 au 11^e coup est toujours $\frac{1}{6}$.

43 Généralités sur la proportionnalité p. 107

a) Il y a proportionnalité, car :

- on peut calculer la masse totale en multipliant le nombre de billes par la masse d'une bille (qui est constante, puisque toutes les billes sont identiques) : c'est le coefficient de proportionnalité.

- si on double, triple le nombre de billes, alors on double, triple la masse d'une bille.

Pour prouver la proportionnalité, une seule de ces raisons suffit.

b) Il n'y a pas proportionnalité : si à 20 ans, un homme mesure 1,80 m, il ne mesurera pas $2 \times 1,80 \text{ m} = 3,60 \text{ m}$ à $2 \times 20 \text{ ans} = 40 \text{ ans}$.

Ce contre-exemple dément la propriété multiplicative de la proportionnalité.

c) On cherche un coefficient de proportionnalité possible : $9 : 5 = 1,8$. On a aussi $27 : 15 = 1,8$; $21,6 : 12 = 1,8$; $36 : 20 = 1,8$. Donc il y a proportionnalité (et le coefficient de proportionnalité est 1,8).

d) Méthode 1. On cherche un coefficient de proportionnalité possible : $2 : 5 = 0,4$. On vérifie si ce coefficient est le même pour les autres valeurs : $1,6 : 4 = 0,4$, mais $4 : 9 \approx 0,444$. Donc ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

Méthode 2. $5 + 4 = 9$, mais $2 + 1,6 \neq 4$. Donc la propriété additive n'est pas vérifiée. Donc il n'y a pas proportionnalité.

44 Résolution de problèmes de quatrième proportionnelle

p. 109

1) Méthode 1 (retour à l'unité).

Avec 4 cubes, on obtient 6,4 cm. 1 cube a donc une hauteur de 6,4 cm : $4 = 1,6 \text{ cm}$. Donc 24 cubes auront une hauteur de $1,6 \text{ cm} \times 24 = 38,4 \text{ cm}$.

Méthode 2 (propriété multiplicative). $24 = 4 \times 6$ donc la hauteur totale sera elle aussi multipliée par 6. Donc les 24 cubes auront une hauteur en cm de $6,4 \times 6 = 38,4$.

Méthode 3 (tableau de proportionnalité et produit en croix).

Nombre de cubes	4	24
Hauteur en cm de la pile	6,4	x

$$x = 24 \times 6,4 \text{ cm} : 4 = 38,4 \text{ cm}.$$

La méthode 3 est introduite à partir de la classe de 4^e.

Attention ! Dans un tableau de proportionnalité, il est important de toujours indiquer les valeurs représentées et leurs unités (voir 1^{re} colonne).

2) a) Le coefficient de proportionnalité est $7 : 15 = \frac{7}{15}$.

Attention ! Laisse en fraction, car $7 : 15$ ne donne pas un nombre décimal.

Le nombre cherché est donc :

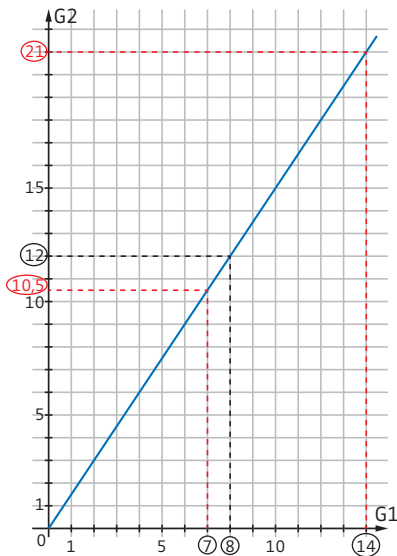
$$6 \times \frac{7}{15} = \frac{42}{15} = 2,8.$$

Le produit en croix donne : $6 \times 7 : 15 = 2,8$.

b) ▶	G1	8	6	14	7
	G2	12	9	21	10,5

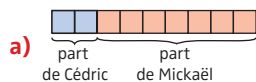
Diagramme illustrant les opérations : des flèches vertes avec un signe '+' indiquent l'addition de G2 à G1 pour les colonnes 2, 3 et 4. Des flèches rouges avec un signe ':2' indiquent la division de G1 par 2 pour les colonnes 4 et 5.

▶ Sur un graphique, on place le point de coordonnées (8 ; 12). On trace la demi-droite d'origine (0 ; 0) qui passe par ce point. On lit l'ordonnée du point de la droite qui a pour abscisse 14 (on trouve 21), puis celle du point d'abscisse 7 (on trouve environ 10,5).



45 Ratios

p. 111



Cédric reçoit $\frac{2}{2+7} = \frac{2}{9}$ de la somme

totale et Mickaël en reçoit $\frac{7}{2+7} = \frac{7}{9}$.

$\frac{2}{9} \times 171 = 38$ donc Cédric recevra 38 €.

$\frac{7}{9} \times 171 = 133$ donc Mickaël recevra 133 €.

b) On a $\frac{2}{2+13} = \frac{2}{15}$ et $\frac{13}{2+13} = \frac{13}{15}$.

Donc le mélange est composé de $\frac{2}{15}$

de sirop et de $\frac{13}{15}$ d'eau.

$\frac{2}{15} \times 37,5 = 5$ et $\frac{13}{15} \times 37,5 = 32,5$.

Donc le mélange contient 5 cL de sirop et 32,5 cL d'eau.

c) $\frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$ et $\frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$. On mélange

donc $\frac{3}{4}$ d'huile et $\frac{1}{4}$ de moutarde.

$\frac{3}{4} \times 500 = 375$ et $\frac{1}{4} \times 500 = 125$.

Donc il faudra mélanger 375 mL d'huile et 125 mL de moutarde.

d) $\frac{5}{5+7+11} = \frac{5}{23}$, $\frac{7}{5+7+11} = \frac{7}{23}$

et $\frac{11}{5+7+11} = \frac{11}{23}$. Donc Laurie recevra

$\frac{5}{23}$ des bonbons, Céline $\frac{7}{23}$

et Muriel $\frac{11}{23}$.

$\frac{5}{23} \times 184 = 40$, $\frac{7}{23} \times 184 = 56$ et

$\frac{11}{23} \times 184 = 88$. Donc Laurie recevra

40 bonbons, Céline 56 bonbons et Muriel 88 bonbons.

On vérifie bien que :

$40 + 56 + 88 = 184$ bonbons.

46 Pourcentages

p. 113

1 a) ▶ Calculer 10 % d'un nombre revient à le diviser par 10.

$30 : 10 = 3$. Donc 3 élèves de cette classe portent des lunettes.

▶ Calculer 50 % d'un nombre revient à le diviser par 2. Or $30 : 2 = 15$, donc 15 élèves de cette classe font de l'anglais.

▶ **Méthode 1.** Il y a proportionnalité entre le nombre de filles et le nombre total d'élèves de la classe.

Nombre total d'élèves	100	30
Nombre de filles	60	18

$$\times \frac{60}{100} = 0,60$$

$30 \times 0,60 = 18$. Dans cette classe, il y a 18 filles.

Méthode 2. On calcule $\frac{60}{100}$ de 30 :

$$\frac{60}{100} \times 30 = 0,60 \times 30 = 18.$$

b) $\frac{13}{100} \times 425 = 0,13 \times 425 = 55,25$.

La remise est 55,25 €.

2 a) Méthode 1.

$$\frac{78}{520} = 0,15 = \frac{15}{100} = 15\%.$$

Dans ce collège, il y a 15 % d'externes.

Méthode 2. Il y a proportionnalité entre le nombre d'externes et le nombre total d'élèves de ce collège.

Nombre total d'élèves	520	100
Nombre d'externes	78	15

$$\times \frac{78}{520} = 0,15$$

$100 \times 0,15 = 15$.

b) $\frac{60}{120} = 0,50 = \frac{50}{100} = 50\%$.

Laura possède 50 % de romans policiers.

47 Pourcentages d'augmentation et de diminution p. 115

1 Il s'agit ici d'une diminution.

$$\text{Prix final} = \left(1 - \frac{a}{100}\right) \times \text{prix initial}.$$

$$\text{Prix final} = \left(1 - \frac{11}{100}\right) \times 75$$

$$\text{Prix final} = 0,89 \times 75 = 66,75.$$

Le nouveau prix est 66,75 €.

2 a) Prix final = $\left(1 - \frac{a}{100}\right) \times \text{prix initial}$.

$$41,4 = \left(1 - \frac{a}{100}\right) \times 45.$$

$$1 - \frac{a}{100} = \frac{41,4}{45} \approx 0,92 = 1 - 0,08 = 1 - \frac{8}{100}.$$

Donc la diminution est 8 %.

b) Il s'agit ici d'une augmentation.

Nombre final de membres

$$= \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \text{nombre initial}.$$

$$49 = \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times 35. \text{ Donc}$$

$$1 + \frac{a}{100} = \frac{49}{35} = 1,4 = 1 + 0,4 = 1 + \frac{40}{100}.$$

Donc l'augmentation est 40 %.

48 Échelles

p. 117

1 a)

Distance sur la maquette (en cm)	1	0,6	?
Distance réelle (en cm)	200	?	250

$$\times 200$$

échelle : 1/200

2,50 m = 250 cm

► $0,6 \text{ cm} \times 200 = 120 \text{ cm}$, donc la largeur des fenêtres est 120 cm, soit 1,20 m.

► $250 \text{ cm} : 200 = 1,25 \text{ cm}$, donc la hauteur de la porte d'entrée sur la maquette est 1,25 cm.

Méthode avec formule (4^a)

On utilise la définition :

$$\text{échelle} = \frac{\text{distance sur la représentation}}{\text{distance réelle}}$$

$$\frac{1}{200} = \frac{0,6}{\text{distance réelle}}, \text{ et}$$

$$\text{distance réelle en cm} = 0,6 \times 200 : 1 = 120.$$

$$\frac{1}{200} = \frac{\text{distance sur la maquette}}{250},$$

$$\text{et distance sur la maquette en cm} = 1 \times 250 : 200 = 1,25.$$

b)

Dimension sur le dessin (en cm)	5	4
Dimension réelle (en cm)	1	?

$$\div 5$$

$4 : 5 = 0,8$, donc la longueur réelle de la coccinelle est 0,8 cm.

2

Dimension sur le plan (en cm)	15	1
Dimension réelle (en cm)	7 500	?

$$75 \text{ m} = 7500 \text{ cm}$$

7 500 : 15 = 500. Donc 1 cm sur le plan correspond à 500 cm dans la réalité, et l'échelle est 1/500.

Méthode avec formule

On cherche à obtenir une fraction de numérateur égal à 1 (voir fiche 15) :

$$\text{échelle} = \frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$$

$$\text{échelle} = \frac{15}{7500} = \frac{15 : 15}{7500 : 15} = \frac{1}{500}$$

49 Agrandissements et réductions

p. 119

1 ▶ **Méthode 1.** Le coefficient d'agrandissement est 3,1, car $15,5 : 5 = 3,1$. Donc $DF = 7 \text{ cm} \times 3,1 = 21,7 \text{ cm}$ et $EF = 9 \text{ cm} \times 3,1 = 27,9 \text{ cm}$.

▶ **Méthode 2.** On utilise un tableau de proportionnalité.

Longueur des côtés de ABC (en cm)	5	7	9
Longueur des côtés de DEF (en cm)	15,5	21,7	27,9

$$7 \times 15,5 : 5 = 21,7 \text{ et } 9 \times 15,5 : 5 = 27,9.$$

2 ▶ aire maquette = aire réelle $\times k^2$

$$\text{donc aire maquette} = 63 \times \left(\frac{1}{300}\right)^2$$

$$\text{aire maquette} = 0,0007.$$

La surface de la pièce sur la maquette est $0,0007 \text{ m}^2 = 7 \text{ cm}^2$.

Voir fiche 58 pour les conversions d'aires.

▶ volume maquette = volume réel $\times k^3$

$$\text{donc } 4,5 = \text{volume réel} \times \left(\frac{1}{300}\right)^3.$$

On a donc :

$$\text{volume réel} = 4,5 : \left(\frac{1}{300}\right)^3 = 121\,500\,000.$$

Le volume réel de cette pièce est $121\,500\,000 \text{ cm}^3 = 121,5 \text{ m}^3$.

Voir fiche 62 pour les conversions de volumes.

50 Vitesses moyennes p. 121

1 a) ▶ $163,8 \text{ km/h} = 163\,800 \text{ m/h}$

$$163,8 \text{ km/h} = \frac{163800}{3600} \text{ m/s} = 45,5 \text{ m/s}.$$

▶ $12,6 \text{ km/h} = 12\,600 \text{ m/h} = \frac{12600}{3600} \text{ m/s}$

$$12,6 \text{ km/h} = 3,5 \text{ m/s}.$$

b) ▶ $35 \text{ m/s} = 0,035 \text{ km/s}$
 $= 0,035 \times 3\,600 \text{ km/h} = 126 \text{ km/h}.$

▶ $8,5 \text{ m/s} = 0,0085 \text{ km/s}$
 $= 0,0085 \times 3\,600 \text{ km/h} = 30,6 \text{ km/h}.$

2 a) On sait que $v = \frac{d}{t}$.

$$1 \text{ h } 48 \text{ min} = 1 \text{ h} + \frac{48}{60} \text{ h} = 1 \text{ h} + 0,8 \text{ h}$$

$$1 \text{ h } 48 \text{ min} = 1,8 \text{ h}.$$

$$\text{Donc } v = \frac{369}{1,8} = 205. \text{ La vitesse}$$

moyenne de ce train est 205 km/h.

b) On sait que $v = \frac{d}{t}$.

$$38 \text{ min} = 38 \times 60 \text{ s} = 2\,280 \text{ s}.$$

Attention ! La vitesse est donnée en m/s, donc la durée doit être convertie en secondes et on obtient une distance en mètres.

$$1,2 = \frac{d}{2\,280}, \text{ donc on a, en m :}$$

$$d = 1,2 \times 2\,280 = 2\,736.$$

Ce nageur a donc parcouru 2 736 m, soit 2,736 km.

c) On sait que $v = \frac{d}{t}$.

$$90 = \frac{216}{t} \text{ donc } 90 \times t = 216 \text{ et}$$

$$t = \frac{216}{90} = 2,4 \text{ h}.$$

$$2,4 \text{ h} = 2 \text{ h} + 0,4 \text{ h} = 2 \text{ h} + 0,4 \times 60 \text{ min}$$

$$2,4 \text{ h} = 2 \text{ h } 24 \text{ min}.$$

Le faucon pèlerin met 2 h 24 min.

51 Généralités sur les fonctions

p. 123

a) $f(6) = -5 \times 6 + 8 = -30 + 8 = -22$,
donc l'image de 6 par f est -22 .

$f(-2) = -5 \times (-2) + 8 = 10 + 8 = 18$,
donc l'image de -2 par f est 18.

$g(6) = 6 \times (3 \times 6 - 7)$

$$g(6) = 6 \times (18 - 7)$$

$$g(6) = 6 \times 11 = 66.$$

Donc l'image de 6 par g est 66.

$g(-2) = (-2) \times (3 \times (-2) - 7)$

$$g(-2) = (-2) \times (-6 - 7)$$

$$g(-2) = (-2) \times (-13) = 26.$$

Donc l'image de -2 par g est 26.

b) Soit x un antécédent de 12 par f ,
on a $f(x) = 12$.

$$-5x + 8 = 12$$

$$-5x + 8 - 8 = 12 - 8$$

$$-5x = 4$$

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{4}{-5}$$

$$x = -\frac{4}{5} = -0,8. \text{ Donc } -0,8 \text{ est}$$

l'antécédent de 12 par f .

Soit x un antécédent de 0 par g ,
on a $g(x) = 0$.

$$x(3x - 7) = 0$$

Voir fiche 28 pour la résolution
d'une équation produit.

$$x = 0 \text{ ou } 3x - 7 = 0.$$

$$x = 0 \text{ ou } 3x = 7.$$

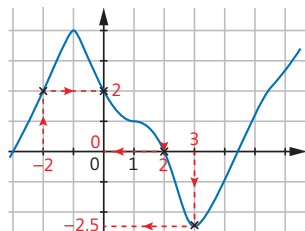
$$x = 0 \text{ ou } x = \frac{7}{3}.$$

Donc 0 a deux antécédents : 0 et $\frac{7}{3}$.

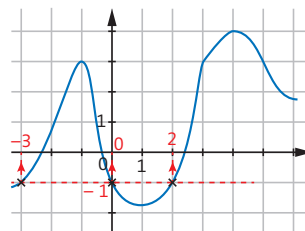
52 Fonctions : représentation graphique

p. 125

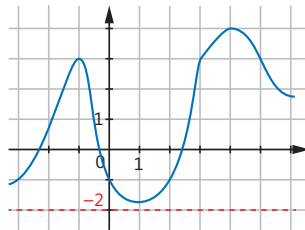
1 L'image de -2 par f est 2 ;
de 2 est 0 ; de 3 est $-2,5$; de 0 est 2.



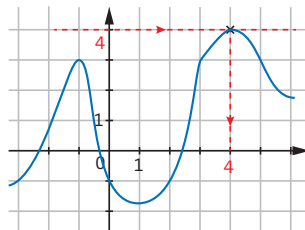
2 Les antécédents de -1 par f sont :
 -3 ; 0 et 2.



-2 n'a pas d'antécédent par f .



L'antécédent de 4 par f est 4.



53 Fonctions linéaires et affines : définition et reconnaissance

p. 127

1 a) $f(x) = 8x$, donc f est linéaire, de coefficient 8.

g n'est pas linéaire, car $g(x)$ n'est pas de la forme ax .

$$h(x) = 6 \times 2x + 6 \times 3 - 18 = 12x + 18 - 18 = 12x,$$

donc h est linéaire, de coefficient 12.

$i(x) = \frac{1}{5}x$, donc i est linéaire,

de coefficient $\frac{1}{5}$.

b) $m(x) = \frac{2}{5}x + 0$, donc m est affine,

avec $a = \frac{2}{5}$ et $b = 0$.

La fonction m est aussi linéaire, de coefficient $\frac{2}{5}$.

$n(x) = x^2 + 3x$, donc n n'est pas affine, car $n(x)$ n'est pas de la forme $ax + b$.

$p(x) = 6x - 24 + 7x = 13x - 24$, donc p est affine avec $a = 13$ et $b = -24$.

2) La représentation graphique de f n'est pas une droite (c'est une ligne brisée), donc f n'est ni linéaire ni affine.

La représentation graphique de g est une droite ne passant pas par l'origine du repère, donc g est une fonction affine.

La représentation graphique de h n'est pas une droite (et pourtant la courbe passe par l'origine du repère), donc h n'est ni linéaire ni affine.

La représentation graphique de i est une droite passant par l'origine du repère, donc i est une fonction à la fois linéaire et affine.

Toutes les fonctions linéaires sont des fonctions affines particulières, pour lesquelles $b = 0$.

54 Construction de la représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine

p. 129

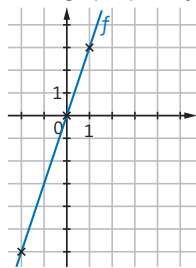
a) Méthode 1. On construit un tableau de valeurs.

x	0	1	-2
$f(x)$	0	3	-6

$$3 \times 1 = 3 \quad 3 \times (-2) = -6$$

La fonction est linéaire, donc on sait déjà qu'elle passe par le point de coordonnées $(0; 0)$.

Les points de coordonnées $(0; 0)$; $(1; 3)$ et $(-2; -6)$ appartiennent à la représentation graphique de f .

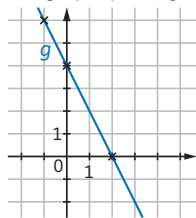


b) Méthode 1. On construit un tableau de valeurs.

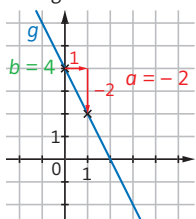
x	0	2	-1
$g(x)$	4	0	6

$$-2 \times 2 + 4 = 0 \quad -2 \times (-1) + 4 = 6$$

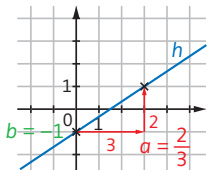
Les points de coordonnées $(0; 4)$; $(2; 0)$ et $(-1; 6)$ appartiennent à la représentation graphique de g .



► **Méthode 2.** On utilise l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur.



c) Méthode 2. On utilise l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur.

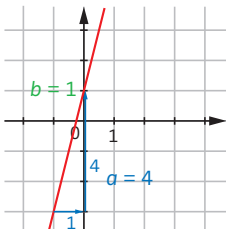


Ici, le déplacement horizontal de 1 unité obligerait à un déplacement vertical de $\frac{2}{3}$ de carreau, ce qui est compliqué et imprécis. Il vaut donc mieux se déplacer horizontalement de 3 carreaux vers la droite, et verticalement de 2 carreaux vers le haut.

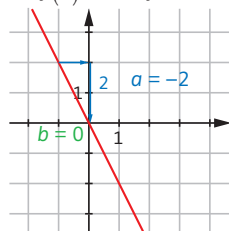
55 Détermination graphique de l'expression algébrique d'une fonction linéaire ou affine

p. 131

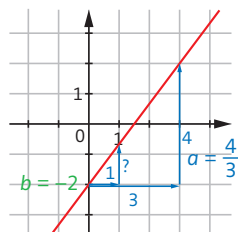
1 a) $f(x) = 4x + 1$.



b) $f(x) = -2x$ (f est linéaire).



c) $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

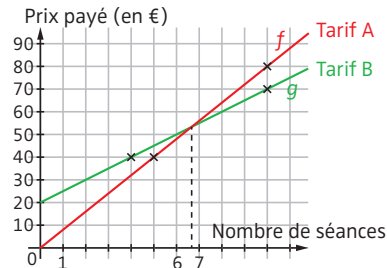


Ici, après un déplacement horizontal de 1 unité, il est difficile de lire le nombre d'unités du déplacement vertical. En revanche, si on se déplace horizontalement de 3 unités vers la droite, on constate qu'il faut se déplacer de 4 unités vers le haut pour rejoindre la droite.

2 a) $f(x) = 8 \times x = 8x$ et $g(x) = 20 + 5 \times x = 20 + 5x$.

f est une fonction linéaire.
 g est une fonction affine.

b)



c) Le tarif B devient plus avantageux que le tarif A à partir de 7 séances.

56 Longueur et périmètre des figures usuelles

p. 135

1 ▶ $1 \text{ m} = 0,001 \text{ km}$,
donc $2\,345 \text{ m} = 2\,345 \times 0,001 \text{ km}$
 $= 2,345 \text{ km}$.

▶ $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$,
donc $12,5 \text{ cm} = 12,5 \times 10 \text{ mm} = 125 \text{ mm}$.

▶ $452,5 \text{ cm} = 4,525 \text{ m}$.

▶ $24,7 \text{ dm} = 2\,470 \text{ mm}$.

▶ $12,5 \text{ hm} = 1,25 \text{ km}$.

▶ $123\,000 \text{ mm} = 0,123 \text{ km}$.

2 ▶ $P_1 = 4 \times 1,5 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$.

▶ La figure (2) a 4 angles droits, donc c'est un rectangle, et ses côtés opposés sont de même longueur.

Donc en cm, $P_2 = 2 \times (2,5 + 1) = 7$.

▶ Impossible, car il manque la mesure de deux côtés de la figure (3).

Attention ! La figure (3) n'est pas un rectangle. Il ne faut donc pas appliquer la formule du calcul du périmètre du rectangle.

▶ En cm, $P_4 = \pi \times 2,5 \approx 3,14 \times 2,5 = 7,85$.

Le périmètre trouvé est une valeur approchée, qui dépend de la valeur approchée de π utilisée.

57 Périmètre de figures complexes

p. 137

1 a) $BC = AB = 2,5 \text{ cm}$
et $DE = DC = 1,5 \text{ cm}$.

$P = AB + BC + CD + DE + EA$

En cm, $P = 2,5 + 2,5 + 1,5 + 1,5 + 3 = 11$.

Attention ! Le segment [BE] ne fait pas partie du périmètre !

b) $P = AB + BC + CD + DE + EF + FA$.

On ne connaît pas BC, CD, DE et EF.

Mais on sait que $BC + DE = AF = 2,5 \text{ cm}$

et que $CD + EF = AB = 3 \text{ cm}$.

Donc en cm, $P = 3 + 2,5 + 3 + 2,5 = 11$.

Ce périmètre est le même que celui d'un rectangle de longueur 3 cm et de largeur 2,5 cm.

c) Le périmètre est constitué des longueurs des segments [AB] et [AC] et de la longueur d'un quart de cercle de rayon [AB].

$AB = AC = 2 \text{ cm}$.

Longueur en cm du quart de cercle de rayon 2 cm : $(2 \times \pi \times 2) : 4 \approx 3,14 \approx 3,1$.

Donc en cm, $P \approx 2 + 2 + 3,1 = 7,1$.

d) Le périmètre est constitué de la longueur du segment [BC], de la longueur d'un quart de cercle de rayon [DC] et de la longueur d'un demi-cercle de diamètre [DC].

$BC = DC = 3 \text{ cm}$ (car ABCD est un carré).

Longueur en cm du quart de cercle de rayon 3 cm : $(2 \times \pi \times 3) : 4 \approx 4,7$.

Longueur en cm du demi-cercle de diamètre 3 cm : $(\pi \times 3) : 2 \approx 4,71 \approx 4,7$.

Donc en cm, $P \approx 3 + 4,7 + 4,7 = 12,4$.

2 Le périmètre du terrain est $(40 \text{ m} + 25 \text{ m}) \times 2 = 130 \text{ m}$.

Le portail mesure $350 \text{ cm} = 3,5 \text{ m}$, donc le grillage a pour longueur :
 $130 \text{ m} - 3,5 \text{ m} = 126,5 \text{ m}$.

Attention ! Pense à enlever la largeur du portail au périmètre du terrain pour trouver la longueur du grillage.

Le grillage coûtera donc
 $40 \text{ €} \times 126,5 = 5\,060 \text{ €}$.

Le coût total sera donc
 $750 \text{ €} + 5\,060 \text{ €} = 5\,810 \text{ €}$.

58 Aire et unités d'aire

p. 139

1 ▶ $3\,400 \text{ m}^2 = 0,34 \text{ hm}^2$.

▶ $0,045 \text{ m}^2 = 45\,000 \text{ mm}^2$.

▶ $38\,500 \text{ dam}^2 = 385 \text{ hm}^2$.

▶ $68\,750 \text{ cm}^2 = 6,875 \text{ m}^2$.

▶ $3,2 \text{ dam}^2 = 320 \text{ m}^2$.

2 On convertit en m^2 :

(a) 780 m^2 ; (b) 320 m^2 ;

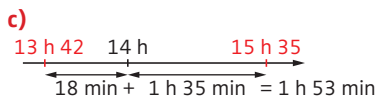
(c) $4\,800 \text{ m}^2$; (d) $5\,600 \text{ m}^2$.

Donc on a : (d) > (c) > (a) > (b).

Attention ! Avant de comparer les aires, pense à toutes les convertir dans la même unité.

$$\begin{array}{r} \text{b) } 16 \text{ h } 78 \\ 17 \text{ h } 18 \\ - 1 \text{ h } 47 \\ \hline 15 \text{ h } 31 \end{array}$$

La séance a commencé à 15 h 31.



Alice a fait la queue pendant 1 h 53 min.

DOSSIER Mesurer des longueurs p. 147

a) D'après le texte : 1 toise = 6 pieds et 1 pied = 12 pouces.

On effectue la division euclidienne de 3 267 pouces par 12 pour trouver le nombre de pieds :

3 267 pouces = 272 pieds 3 pouces.

On effectue la division euclidienne de 272 pieds par 6 pour trouver le nombre de toises :

272 pieds = 45 toises 2 pieds, donc

3 267 pouces = 45 toises 2 pieds 3 pouces.

b) On additionne les nombres correspondant aux mêmes unités :

S = 12 toises 5 pieds 11 pouces
+ 5 toises 4 pieds 10 pouces

S = 17 toises 9 pieds 21 pouces.

On effectue les conversions :

► 21 pouces = 1 pied 9 pouces, donc
S = 17 toises 9 pieds + 1 pied 9 pouces
S = 17 toises 10 pieds 9 pouces ;

► 10 pieds = 1 toise 4 pieds, donc
S = 17 toises + 1 toise 4 pieds + 9 pouces
S = 18 toises 4 pieds 9 pouces.

C'est beaucoup plus simple d'additionner les mesures de longueur avec les unités actuelles et les nombres décimaux !

62 Généralités sur les volumes et les contenances p. 149

► 1 250 000 mm³ = 1,25 dm³.

► 25,3 m³ = 25 300 000 cm³.

► 3,5 L = 0,035 hL.

► 25,1 dL = 2 510 mL.

► 45,2 m³ = 45 200 L.

► Méthode 1.

On utilise la formule 1 L = 1 dm³.
0,057 hL = 5,7 L = 5,7 dm³ = 5 700 cm³.

Méthode 2.

On utilise le tableau de conversion :

dm ³			cm ³		
hL	daL	L	dL	cL	mL
0	0	5	7	0	0

► Méthode 1.

2,7 m³ = 2 700 dm³ = 2 700 L = 27 hL.

Méthode 2.

m ³			dm ³		
			hL	daL	L
		2	7		

63 Volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un prisme droit, d'un cylindre p. 151

1 a) En cm³, $\mathcal{V} = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

b) 32 cm = 3,2 dm. Donc en dm³,
 $\mathcal{V} = 7,5 \times 8 \times 3,2 = 192$.

Donc $\mathcal{V} = 192 \text{ dm}^3 = 192 000 \text{ cm}^3$.

Attention ! Toutes les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

c) ► Le solide (1) est un prisme droit dont la hauteur est le segment [CD] et une base, le triangle ABC.

En cm³, $\mathcal{V} = \text{Aire (ABC)} \times \text{CD} = \frac{4 \times 5}{2} \times 10$

$\mathcal{V} = 10 \times 10 = 100$.

► Le solide (2) est un prisme droit dont la hauteur est le segment [IN] et une base, le triangle IJK.

En cm³, $\mathcal{V} = \text{Aire (IJK)} \times \text{IN} = \frac{4 \times 3}{2} \times 10$

$\mathcal{V} = 6 \times 10 = 60$.

► Le solide (3) est un prisme droit dont la hauteur est le segment [CR] et une base, le parallélogramme RSTU.

En cm³, $\mathcal{V} = \text{Aire (RSTU)} \times \text{CR}$

$\mathcal{V} = (9 \times 4) \times 15 = 540$.

Pour l'aire du parallélogramme RSTU, voir fiche 59.

► Le solide (4) est un cylindre dont la base est un cercle de 7 cm de diamètre (donc de rayon 7 cm : $2 = 3,5$ cm) et de hauteur 15 cm. Donc, en cm^3 ,
 $V = \pi \times 3,5 \times 3,5 \times 15 \approx 577,0$.

2 a) On écrit la formule : $V = L \times \ell \times h$.
 On remplace les variables connues par leur valeur et on obtient :
 $1\,224 = 24 \times \ell \times 6$ donc $1\,224 = 144 \times \ell$.
 $\ell = \frac{1\,224}{144} = 8,5$. Donc la largeur de ce pavé droit est 8,5 cm.

Assure-toi que les unités de longueur et de volume se correspondent (ici cm et cm^3).

b) On écrit la formule : $V = \pi \times r \times r \times h$.
 On remplace les variables connues par leur valeur (en n'oubliant pas que $27 \text{ dm} = 2,7 \text{ m}$), et on obtient :
 $146 = \pi \times 2,7 \times 2,7 \times h$ donc
 $146 = \pi \times 7,29 \times h$.
 $h = \frac{146}{\pi \times 7,29} \approx 6,4$. Donc la hauteur de ce cylindre est environ 6,4 m.

64 Volume d'une pyramide, d'un cône, d'une boule p. 153

1 a) ► Le solide (1) est une pyramide dont la base est le rectangle DEFG et la hauteur le segment [SH].

$$V = \frac{1}{3} \times \text{Aire (DEFG)} \times \text{SH. Donc en cm}^3 :$$

$$V = \frac{1}{3} \times 6,2 \times 3,5 \times 7,2 = 52,08.$$

► Le solide (2) est une pyramide dont la hauteur est égale à 9,5 cm, et la base est le triangle MNP.

$$V = \frac{1}{3} \times \text{Aire (MNP)} \times 9,5. \text{ Donc en cm}^3 :$$

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{5 \times 3}{2} \times 9,5 = 23,75.$$

Pour l'aire du triangle MNP, voir fiche 59.

► Le solide (3) est un cône dont la base est un cercle de 4 cm de diamètre (donc de 2 cm de rayon) et de hauteur 8 cm.

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 8$$

$$V \approx 33,49 \text{ cm}^3.$$

b) Le rayon de la boule vaut :
 $9 \text{ cm} : 2 = 4,5 \text{ cm}$.

$$\text{Donc } V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 4,5^3$$

$$V \approx 381,51 \text{ cm}^3.$$

c) $V = V(\text{boule}) : 2$.

$$\text{Donc } V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 : 2. \text{ Donc, en cm}^3 :$$

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 4,7^3 : 2 \approx 217,34.$$

2 a) Ce tétraèdre est une pyramide dont la base est le triangle ABC rectangle en B, et dont la hauteur est le segment [SB].

Pour calculer l'aire de ABC, il faut déterminer la longueur AB. ABC est un triangle rectangle en B, donc, d'après le théorème de Pythagore (voir fiche 76), on a :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2, \text{ soit } 9,7^2 = AB^2 + 6,5^2.$$

$$\text{Donc } AB^2 = 9,7^2 - 6,5^2 = 51,84.$$

$$\text{D'où } AB = \sqrt{51,84} \text{ cm} = 7,2 \text{ cm}.$$

$$V = \frac{1}{3} \times \text{Aire (ABC)} \times \text{SB. Donc, en cm}^3 :$$

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{7,2 \times 6,5}{2} \times 11 = 85,8.$$

On aurait aussi pu choisir SBC comme base. La hauteur du tétraèdre aurait été le segment [AB]. Quoiqu'il en soit, le calcul de AB est indispensable.

b) On écrit la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times \text{Aire (carré)} \times h.$$

On remplace les variables connues par leur valeur, et on obtient :

$$42 = \frac{1}{3} \times 6^2 \times h = 12 \times h.$$

$$\text{Donc } h = \frac{42}{12} = 3,5.$$

La hauteur de cette pyramide est 3,5 cm.

c) On écrit la formule : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$.

On remplace les variables connues par leur valeur, et on obtient :

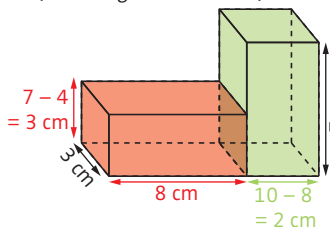
$$27 = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 9 = 3 \times \pi \times r^2.$$

$$\text{Donc } r^2 = \frac{27}{3 \times \pi} = \frac{9}{\pi}.$$

La résolution de cette équation (voir fiche 28) donne $r = \sqrt{\frac{9}{\pi}}$ ou $r = -\sqrt{\frac{9}{\pi}}$.
Comme r est un rayon, on a : $r > 0$,
donc $r = \sqrt{\frac{9}{\pi}} \text{ m} \approx 1,7 \text{ m}$.

65 Volume de solides complexes p. 154-155

a) Pour le solide (1), on procède par addition des volumes de deux pavés droits (voir la figure ci-dessous).



Dimensions du pavé rouge :
 $L = 8 \text{ cm}$; $\ell = 3 \text{ cm}$; $h = 3 \text{ cm}$.
Dimensions du pavé vert :
 $L = 3 \text{ cm}$; $\ell = 2 \text{ cm}$; $h = 7 \text{ cm}$.
 $\mathcal{V} = V(\text{pavé rouge}) + V(\text{pavé vert})$
En cm^3 , $\mathcal{V} = 8 \times 3 \times 3 + 3 \times 2 \times 7 = 114$.

On aurait aussi pu procéder par soustraction.

► Pour le solide (2), on procède par addition des volumes d'un pavé droit et d'un prisme droit.

Dimensions du pavé droit :
 $L = 5 \text{ cm}$; $\ell = 2 \text{ cm}$; $h = 2,5 \text{ cm}$.
Prisme droit : la base est un triangle rectangle (dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 2 cm), la hauteur est égale à 5 cm.

$\mathcal{V} = V(\text{pavé droit}) + V(\text{prisme droit})$
En cm^3 , $\mathcal{V} = 5 \times 2 \times 2,5 + \frac{3 \times 2}{2} \times 5 = 40$.

b) Dimensions du demi-cylindre :
 $r = 41 \text{ cm} : 2 = 20,5 \text{ cm}$, $h = 18 \text{ cm}$.
 $\mathcal{V} = V(\text{pavé droit}) + V(\text{demi-cylindre})$
 $\mathcal{V} = 18 \times 41 \times 55 + \pi \times 20,5^2 \times 18 : 2$
Donc $\mathcal{V} \approx 52\,466 \text{ cm}^3$.

c) Rayon du cylindre extérieur :
 $12 \text{ cm} : 2 = 6 \text{ cm}$.
Diamètre du cylindre intérieur :
 $12 \text{ cm} - 2 \times 1,5 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$.

Attention ! Pour trouver le diamètre du cylindre intérieur, tu dois enlever 2 fois l'épaisseur de la pièce.

Rayon du cylindre intérieur :
 $9 \text{ cm} : 2 = 4,5 \text{ cm}$.
 $\mathcal{V} = V(\text{cylindre extérieur}) - V(\text{cylindre intérieur})$. Donc, en cm^3 :
 $\mathcal{V} = \pi \times 6^2 \times 92 - \pi \times 4,5^2 \times 92$
Donc $\mathcal{V} \approx 4\,550 \text{ cm}^3$.

d) Rayon de la demi-boule = rayon de la base du cône = $5 \text{ cm} : 2 = 2,5 \text{ cm}$.
Hauteur du cône :
 $16 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} = 13,5 \text{ cm}$.
 $\mathcal{V} = V(\text{cône}) + V(\text{demi-boule})$

$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \pi \times 2,5^2 \times 13,5 + \frac{4}{3} \times \pi \times 2,5^3 : 2$.
Donc $\mathcal{V} \approx 121 \text{ cm}^3$.

e) Hauteur du cylindre = 27 cm .
Rayon de la base du cylindre
= rayon d'une boule = $4,5 \text{ cm}$.
 $\mathcal{V} = V(\text{inoccupé}) = V(\text{cylindre}) - V(3 \text{ boules})$
En cm^3 , $\mathcal{V} = \pi \times 4,5^2 \times 27 - 3 \times \frac{4}{3} \times \pi \times 4,5^3$
Donc $\mathcal{V} \approx 572 \text{ cm}^3$.

66 Vocabulaire et notations de géométrie p. 159

a) Vrai.

► **Faux**, car A n'est pas un point de la portion de droite comprise entre B et F.

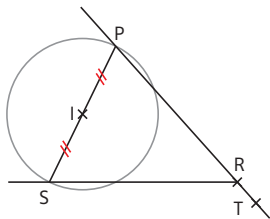
► **Vrai**, car si on prolonge le trait qui représente la droite (AB), il passe par E (voir ci-dessous).

On peut prolonger le trait qui représente une droite, autant que l'on veut.

► **Faux**, car F n'est pas un point de la demi-droite [BA] (tracée en rouge ci-dessous).



b)



Place T où tu veux sur la droite (PR).

c) Trace la droite (AB), la demi-droite [BC) (ou la demi-droite d'origine B passant par C), le segment [AC]. Place le point K, milieu de [AC]. Trace le cercle de centre C passant par K.

67 Droites perpendiculaires

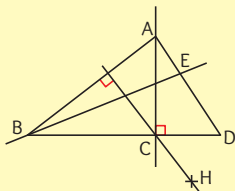
p. 161

1) Vrai.

► Faux.

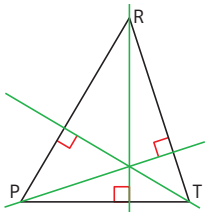
► Vrai.

Dans l'énoncé, les droites (CH) et (AB) sont représentées par des traits qui ne se coupent pas, mais tu peux les prolonger : les droites sont bien perpendiculaires.

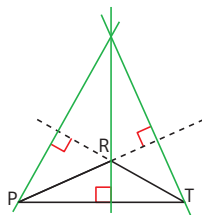


2) On a deux cas, suivant que tous les angles du triangle sont aigus ou non.

► Cas 1.



► Cas 2.



Dans les deux cas, les trois droites se coupent en un même point.

On dit que les trois droites sont **concurrentes**.

Attention ! Si tu as tracé un triangle qui a un angle obtus (voir fiche 85), alors les droites se coupent à l'extérieur du triangle (cas 2), et pour tracer deux des perpendiculaires, tu dois prolonger deux côtés.

68 Droites parallèles

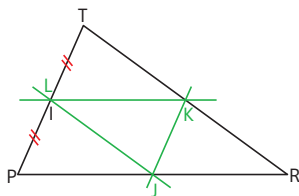
p. 163

1) Vrai. On le vérifie avec les instruments.

► Faux. À vue d'œil, ce n'est pas facile à voir. Le recours aux instruments est nécessaire.

► Faux. À vue d'œil, les traits représentant les droites se « rapprochent ».

2)



On remarque que le point I et le point L se situent au même endroit. On dit que I et L sont **confondus**.

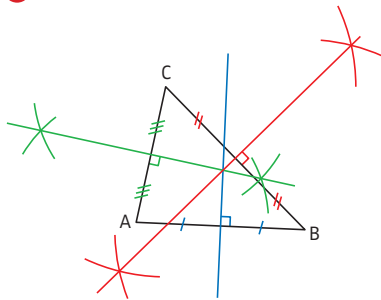
69 Médiatrice d'un segment

p. 165

- 1 a) Non**, car la droite (d) n'est pas perpendiculaire à $[AB]$.
- b) Oui**, car (d) est perpendiculaire à $[AB]$ et passe par son milieu, d'après les codages (méthode 1).
- c) Non**, car (d) ne passe pas par le milieu de $[AB]$.
- d) Oui**. Les points M et N sont à égale distance des extrémités de $[AB]$, puisque $MA = MB$ et $NA = NB$.
Donc la droite (MN) (qui est aussi la droite (d)) est la médiatrice de $[AB]$ (méthode 2).
- e) Non**, car (d) n'est pas perpendiculaire à (AB) .

Le fait qu'il y ait un point à la même distance des extrémités du segment ne prouve pas que ce soit la médiatrice. Il faudrait qu'il y en ait deux.

2

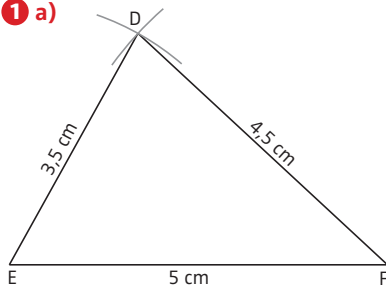


Les trois médiatrices se coupent en un même point.
On dit que les trois médiatrices sont **concurrentes** (cela est vrai pour tous les triangles).

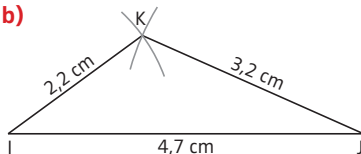
Il est préférable d'utiliser la méthode de construction avec le compas, plus précise : elle évite d'avoir à placer le milieu d'un segment en utilisant les graduations de la règle.

70 Tracés de triangles et inégalité triangulaire p. 167

1 a)



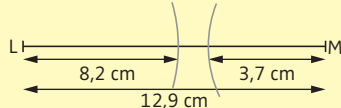
b)



2 a) 12,9 cm est la longueur du plus grand côté.

$8,2 + 3,7 = 11,9$ et $11,9 < 12,9$.
Donc le triangle KLM n'existe pas.

On est dans le cas où les deux arcs de cercle ne se coupent pas, donc le triangle n'est pas constructible.



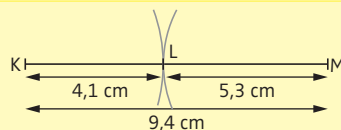
b) 15 cm est la longueur du plus grand côté.

$8 + 10 = 18$ et $18 > 15$.
Donc le triangle KLM existe.

c) 9,4 cm est la longueur du plus grand côté.

$4,1 + 5,3 = 9,4$.

Donc le triangle KLM n'existe pas (les points K, L et M sont alignés).



71 Triangles particuliers p. 169

1 a) AHF est un triangle rectangle en H, car l'angle \hat{H} est droit. ABG est un triangle rectangle en A, car l'angle \hat{A} est droit.

b) ABG est un triangle isocèle en A, car $AB = AG$. CFE est un triangle isocèle en F, car $FC = FE$.

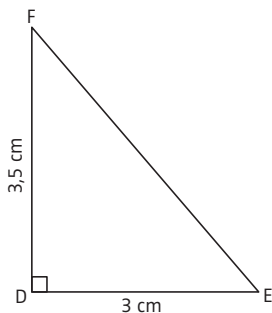
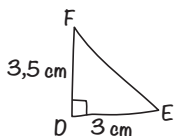
c) BGC est un triangle équilatéral, car $BG = GC = BC$.

d) CGF, CFD et CED sont trois triangles quelconques, car ils n'ont ni angle droit ni côtés de même longueur.

2

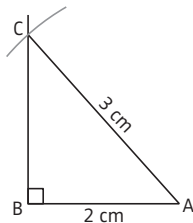
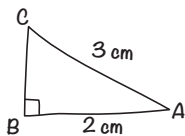
Pense à faire d'abord un dessin à main levée (c'est-à-dire sans te soucier de l'exactitude des tracés et des mesures) : il te permettra d'établir les étapes de la construction.

a) Dessin à main levée :



Si tu as construit la figure avec précision, alors $EF \approx 4,6$ cm.

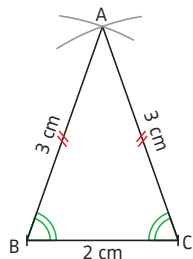
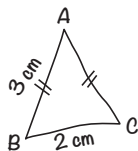
b) Dessin à main levée :



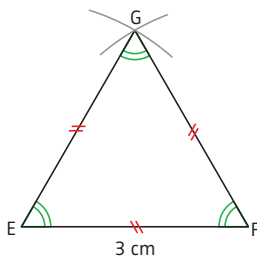
► Attention ! Ici tu n'as pas la longueur des côtés de l'angle droit. Trace $[AB]$, puis la droite perpendiculaire à (AB) qui passe par B, et enfin un arc de cercle de centre A et de rayon 3 cm : il coupera cette perpendiculaire en C.

► Si tu as construit la figure avec précision, alors $BC \approx 2,2$ cm.

c) Dessin à main levée :



d)

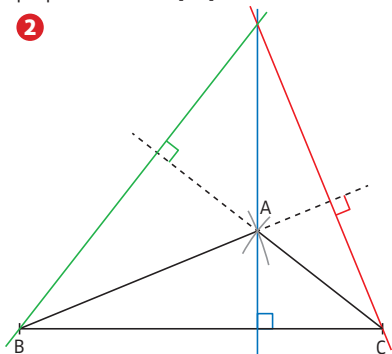


72 Hauteurs d'un triangle

p. 171

- 1 a) Non**, car (d) passe par A mais n'est pas perpendiculaire à $[BC]$ (qui est le côté opposé à A).
b) Oui, car (d) passe par A et est perpendiculaire à $[BC]$.
c) Non, car (d) passe par A mais n'est pas perpendiculaire à $[BC]$.
d) Oui, car (d) passe par A et est perpendiculaire à $[BC]$.

2



Si tu as tracé correctement les trois hauteurs, elles vont se couper en un même point : on dit qu'elles sont **concurrentes**.

73 Cas d'égalité des triangles

p. 173

- a) ▶** On sait que $KM = NP = 3$ cm, et on connaît les angles adjacents au côté $[NP]$ dans le triangle NJP . On pense donc à utiliser P3. Calculons $\widehat{K\hat{M}}$ qui est un angle adjacent à $[KM]$ dans le triangle LKM .
 Dans ce triangle, on a :
 $\widehat{K\hat{M}} = 180^\circ - (100^\circ + 45^\circ) = 35^\circ = \widehat{J\hat{N}P}$.
 Donc $KM = NP$, $\widehat{J\hat{N}P} = \widehat{K\hat{M}}$ et $\widehat{N\hat{P}J} = \widehat{M\hat{K}L}$.
 Donc d'après P3, les triangles LKM et NJP sont égaux.
 ▶ On a donc $NJ = LK = 2$ cm.

- b)** Dans cet exercice, on ne connaît aucun angle du triangle DEF . On pense donc à utiliser P1. Il manque la longueur BC . Comme le triangle ABC est rectangle en A et que l'on connaît la longueur de ses deux autres côtés, on peut appliquer le théorème de Pythagore (voir fiche 76) : on a ainsi $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
 D'où $BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$. Donc en cm, $BC = \sqrt{25} = 5$.
 On a donc $BC = EF$, $AB = ED$ et $AC = DF$.
 Et, d'après P1, les triangles ABC et DEF sont égaux.

On a $\widehat{B\hat{A}C} = \widehat{E\hat{D}F} = 90^\circ$, donc le triangle DEF est rectangle en D.

- c) ▶** Ici, on n'a pas de longueurs de côtés des triangles, mais on a des égalités de longueurs. De plus, on connaît des angles grâce au carré. On pense donc à utiliser P2.
 $\widehat{A\hat{D}F} = \widehat{C\hat{D}E} = 90^\circ$, et $AD = DC$, car $ABCD$ est un carré.
 De plus, $DF = EC$ (d'après les codages).
 Donc d'après P2, les triangles ADF et DEC sont égaux.
 ▶ On a donc $AF = DE$.

74 Triangles semblables : définition et reconnaissance

p. 175

- a)** La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .
 Donc, dans le triangle FGH :
 $\widehat{F\hat{H}G} = 180^\circ - (20^\circ + 128^\circ) = 32^\circ$.
 Les triangles FGH et KLM ont deux couples d'angles égaux ($\widehat{G\hat{F}H} = \widehat{L\hat{M}K}$ et $\widehat{F\hat{H}G} = \widehat{L\hat{K}M}$), donc ils sont semblables.
b) Dans le triangle FGH ,
 $\widehat{F\hat{H}G} = 180^\circ - (38^\circ + 89^\circ) = 53^\circ$.
 Dans le triangle KLM , l'angle $\widehat{K\hat{L}M}$ mesure 54° , ce qui ne correspond à aucune mesure d'un angle du triangle FGH . Donc les triangles FGH et KLM ne sont pas semblables.

c) [GH] et [LK] sont les plus grands côtés, respectivement, des triangles FGH et KLM; [FG] et [LM] sont les deux plus petits.

$$\frac{GH}{LK} = \frac{4,8}{12} = 0,4, \quad \frac{FG}{LM} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

$$\frac{FH}{KM} = \frac{3,2}{8} = 0,4.$$

Attention ! Pour écrire les bons rapports, repère bien le plus grand côté et le plus petit côté de chaque triangle.

$$\frac{GH}{LK} = \frac{FG}{LM} = \frac{FH}{KM}, \text{ donc les triangles FGH}$$

et KLM sont semblables.

d) [GH] et [LM] sont les plus grands côtés, respectivement, des triangles FGH et KLM; [FG] et [LK] sont les deux plus petits.

$$\frac{GH}{LM} = \frac{6}{5} = 1,2, \quad \frac{FG}{LK} = \frac{3,9}{3} = 1,3.$$

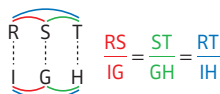
$$\frac{FH}{KM} = \frac{5,4}{4,5} = 1,2.$$

Comme $\frac{FG}{LK} \neq \frac{FH}{KM}$, les triangles FGH

et KLM ne sont pas semblables.

75 Triangles semblables : calculer une longueur p. 177

1 a) Les triangles RST et GHI sont semblables puisqu'ils ont leurs angles deux à deux de même mesure.

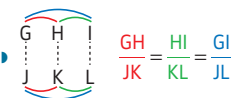


$$\frac{3,6}{IG} = \frac{5,4}{9}, \text{ donc } 5,4 \times IG = 3,6 \times 9 \text{ et}$$

$$IG = \frac{3,6 \times 9}{5,4} = 6. \text{ Donc } IG = 6 \text{ cm.}$$

b) La somme des angles d'un triangle est égale à 180° , donc dans le triangle GHI, $\widehat{HIG} = 180^\circ - (44^\circ + 100^\circ) = 36^\circ$.

Les triangles GHI et JKL ont deux couples d'angles égaux ($\widehat{GHI} = \widehat{JKL}$ et $\widehat{HIG} = \widehat{JLK}$), donc ils sont semblables.



$$\frac{4}{1,5} = \frac{4,8}{KL}, \text{ donc } 4 \times KL = 1,5 \times 4,8 \text{ et}$$

$$KL = \frac{1,5 \times 4,8}{4} = 1,8. \text{ Donc } KL = 1,8 \text{ cm.}$$

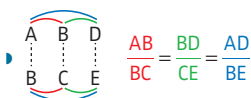
2 Il faut déterminer les longueurs BC et CE.

Comme tu connais les longueurs des trois côtés du triangle ABD et une longueur du triangle BCE, pense à utiliser les triangles semblables.

Prouvons tout d'abord que ABD et BCE sont semblables.

Les angles \widehat{DAB} et \widehat{EBC} sont correspondants (voir fiche 88), définis par les parallèles (AD) et (BE), et par la sécante (AC). Ils sont donc égaux et $\widehat{DAB} = \widehat{EBC}$. De même, les angles \widehat{ADB} et \widehat{BCE} sont correspondants, définis par les parallèles (DB) et (EC), et par la sécante (AC). Ils sont donc égaux et $\widehat{ADB} = \widehat{BCE}$.

Les triangles ABD et BCE ont deux couples d'angles égaux ($\widehat{DAB} = \widehat{EBC}$ et $\widehat{ADB} = \widehat{BCE}$), donc ils sont semblables.



$$\frac{7}{BC} = \frac{10,5}{CE} = \frac{15}{6}.$$

$$\text{Donc } BC = \frac{7 \times 6}{15} = 2,8$$

$$\text{et } CE = \frac{6 \times 10,5}{15} = 4,2.$$

Donc BC = 2,8 cm et CE = 4,2 cm.

76 Théorème de Pythagore p. 179

Cas 1. Dans le triangle UVW rectangle en V, d'après le théorème de Pythagore, on a : $UV^2 = UW^2 + VW^2$.

$$\text{Donc } 26^2 = UV^2 + 24^2.$$

$$676 = UV^2 + 576.$$

$$UV^2 = 676 - 576 = 100.$$

$$\text{Donc } UV = \sqrt{100} = 10.$$

La racine carrée d'un carré parfait (voir fiche 20) est un nombre entier : il est donc inutile de donner la valeur approchée.

► **Cas 2.** Dans le triangle UVW rectangle en W, d'après le théorème de Pythagore, on a : $UV^2 = UW^2 + VW^2$.

$$\text{Donc } UV^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10.$$

$$UV = \sqrt{10}.$$

$UV \approx 3,2$ (valeur approchée au dixième près).

► **Cas 3.** On ne peut pas calculer UV en utilisant le théorème de Pythagore, car le triangle UVW n'est pas rectangle.

► **Cas 4.** On ne peut pas calculer UV en utilisant le théorème de Pythagore, car on ne connaît la longueur que d'un seul côté.

77 Triangle rectangle et réciproque du théorème de Pythagore

p. 181

1 a) Dans le triangle DEF, le plus grand côté est [DF].

$$DF^2 = 20,4^2 = 416,16.$$

$$DE^2 + EF^2 = 9,6^2 + 18^2 = 416,16.$$

On a donc $DF^2 = DE^2 + EF^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEF est rectangle en E.

b) Dans le triangle DEF, le plus grand côté est [DF].

$$DF^2 = 5,16^2 = 26,6256.$$

$$DE^2 + EF^2 = 3^2 + 4,2^2 = 26,64.$$

Il est nécessaire de garder les valeurs exactes (n'arrondis pas les résultats).

On a donc $DF^2 \neq DE^2 + EF^2$.

D'après le théorème de Pythagore, le triangle DEF n'est pas rectangle.

c) Dans le triangle DEF, le plus grand côté est [EF].

$$EF^2 = 22^2 = 484.$$

$$DE^2 + DF^2 = 12^2 + 18^2 = 468.$$

On a donc $EF^2 \neq DE^2 + DF^2$.

D'après le théorème de Pythagore, le triangle DEF n'est pas rectangle.

2 Pour démontrer que le triangle ABD est rectangle avec la réciproque du théorème de Pythagore, il faut connaître la longueur de ses trois côtés. Il faut donc d'abord calculer AD.

Pour cela, on pense à utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ACD, dont on connaît la longueur de deux côtés.

► ACD est un triangle rectangle en C.

D'après le théorème de Pythagore, on a : $AD^2 = AC^2 + DC^2 = 12^2 + 9^2 = 225$.

$$\text{Donc } AD = \sqrt{225} \text{ cm} = 15 \text{ cm}.$$

► Dans le triangle ABD, le plus grand côté est [AB].

$$AB^2 = 17^2 = 289.$$

$$BD^2 + AD^2 = 8^2 + 15^2 = 289.$$


On a donc $AB^2 = BD^2 + AD^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABD est rectangle en D.

78 Théorème de Thalès

p. 183


a) Dans le triangle ACF, les points C, D, A et C, E, F sont alignés, et (DE) // (AF). Donc, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CF} = \frac{DE}{AF}$$


$$\frac{CD}{8} = \frac{2}{6,4}$$

$$\text{Donc en cm : } CD = \frac{2 \times 8}{6,4} = 2,5.$$

b) (CF) et (BD) sont sécantes en A et (CD) // (BF). Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AF}{AC} = \frac{AB}{AD} = \frac{BF}{CD}$$


$$\frac{3,6}{5,4} = \frac{4,2}{CD}$$

$$\text{Donc en cm : } CD = \frac{5,4 \times 4,2}{3,6} = 6,3.$$

c) Dans le triangle DFC, les points F, E, D et F, B, C sont alignés, et (BE) // (CD). Donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{FE}{FD} = \frac{FB}{FC} = \frac{BE}{CD}$$

Attention ! Avant de remplacer les longueurs par leur valeur, n'oublie pas de calculer FD.

$$FD = FE + ED = 12,6 \text{ cm} + 8,4 \text{ cm} = 21 \text{ cm}.$$

$$\frac{12,6}{21} = \frac{9}{CD} \text{ donc en cm : } CD = \frac{21 \times 9}{12,6} = 15.$$

79 Droites parallèles et réciproque du théorème de Thalès

p. 185

$$\text{a) } \frac{RS}{RT} = \frac{6}{14} = \frac{\cancel{2} \times 3}{\cancel{2} \times 7} = \frac{3}{7}.$$

$$\frac{RA}{RB} = \frac{3,9}{9,1} = \frac{3,9 \times 10}{9,1 \times 10} = \frac{39}{91} = \frac{\cancel{13} \times 3}{\cancel{13} \times 7} = \frac{3}{7}.$$

Donc $\frac{RS}{RT} = \frac{RA}{RB}$.

De plus, les points R, S, T et R, A, B sont alignés dans le même ordre. Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, (AS) // (BT).

$$\text{b) } \frac{CS}{CB} = \frac{6}{13,5} = \frac{6 \times 2}{13,5 \times 2} = \frac{12}{27} = \frac{\cancel{3} \times 4}{\cancel{3} \times 9} = \frac{4}{9}.$$

$$\frac{CA}{CT} = \frac{10}{18} = \frac{5 \times 2}{9 \times 2} = \frac{5}{9}.$$

Donc $\frac{CS}{CB} \neq \frac{CA}{CT}$.

D'après le théorème de Thalès, les droites (AS) et (BT) ne sont pas parallèles.

Pour prouver que des rapports sont égaux, garde toujours leurs valeurs exactes !

80 Quadrilatères, rectangles, carrés : définition et reconnaissance

p. 187

- ▶ ABFJ est un rectangle, car il a 3 angles droits.
- ▶ GFEH est un rectangle, car ses diagonales [GE] et [FH] se coupent en leur milieu et sont de même longueur.
- ▶ ACDJ et GIDH sont aussi des rectangles.
- ▶ BCDF est un carré, car ses diagonales se coupent en leur milieu, sont perpendiculaires et de même longueur.
- ▶ FIDE est un carré, car il a 3 angles droits et 2 côtés consécutifs de même longueur.

81 Losanges, parallélogrammes : définition et reconnaissance

p. 189

- a) Les losanges sont :
 - ▶ ABCD, car il a 4 côtés de même longueur.

- ▶ IHFG, car ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

IJKG n'est pas un losange, car ses diagonales ne se coupent pas en leur milieu.

- b) Les parallélogrammes (non-losanges) sont :
 - ▶ DHFE, car ses diagonales se coupent en leur milieu.
 - ▶ AIHD, car ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.
 - ▶ CDEL, car il est non croisé et ses côtés opposés sont deux à deux de même longueur.

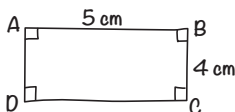
82 Rectangles, carrés : construction

p. 191

1

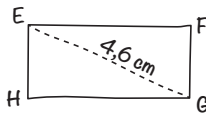
Tu peux commencer par réaliser une figure à main levée, et reporter les mesures données, de façon à déterminer les étapes de la construction.

- a) Dessin à main levée :



Si le rectangle est construit avec précision, tu auras $AC \approx 6,4$ cm.

- b) [EG] est une diagonale du rectangle :



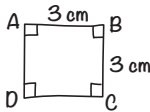
Trace [EG] tel que $EG = 4,6$ cm ; place son milieu I ; puis trace une deuxième diagonale qui passe par I. Place les points F et H tels que :

$$IF = IH = \frac{4,6 \text{ cm}}{2} = 2,3 \text{ cm}.$$

Relie les sommets pour tracer les côtés du rectangle.

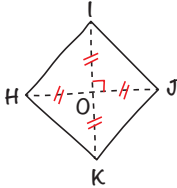
L'angle entre les deux diagonales n'est pas précisé : il y a donc une infinité de rectangles possibles. Assure-toi simplement que les deux diagonales ont bien la même longueur (4,6 cm) et le même milieu.

2 a) [AB] est un côté du carré.



Si le carré est construit avec précision, tu auras $AC \approx 4,2$ cm.

b) [HJ] est une diagonale du carré :



Trace [HJ] tel que $HJ = 5$ cm ; place son milieu O ; puis trace la deuxième diagonale qui passe par O et qui est perpendiculaire à (HJ). Place les points I et K tels que :

$$OI = OK = \frac{5 \text{ cm}}{2} = 2,5 \text{ cm.}$$

Relie les sommets pour tracer les côtés du carré.

Si le carré est construit avec précision, tu auras $HI \approx 3,5$ cm.

83 Losanges : construction

p. 193

a) Il y a une infinité de losanges possibles. Utilise la méthode 1.

- ▶ Vérifie que le losange a bien 4 côtés de même longueur.
- ▶ Attention ! Pour tracer le dernier sommet, il faut impérativement utiliser le compas.

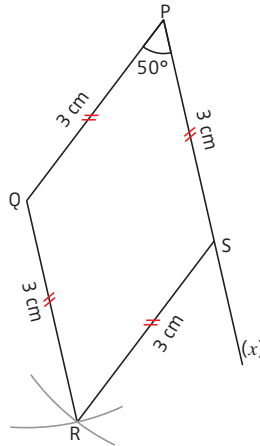
b) Utilise la méthode 2, car si tu effectues un dessin à main levée, tu constateras que tu connais les longueurs des diagonales.

Si la construction est effectuée avec précision, tu auras $EF = 2,5$ cm.

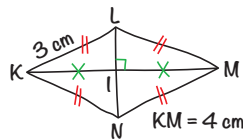
c) Le codage permet d'affirmer que le quadrilatère PQRS est un losange, car ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

Donc $PQ = QR = RS = SP = 3$ cm.

Trace le segment [PQ] tel que $PQ = 3$ cm. Trace ensuite une demi-droite [Px] telle que $\widehat{QP_x} = 50^\circ$. Place ensuite le point S sur la demi-droite [Px] tel que $PS = 3$ cm. Place enfin le sommet R en utilisant le compas.



d) Un dessin à main levée permet de déterminer les étapes de la construction.



Trace le segment [KM] de 4 cm, puis, avec le compas, place le point L tel que $KL = ML = 3$ cm, et le point N tel que $KN = MN = 3$ cm.

Si la construction est effectuée avec précision, tu auras $LN \approx 4,5$ cm.

Autre méthode :

On sait que $KL = LM = MN = KN = 3$ cm.

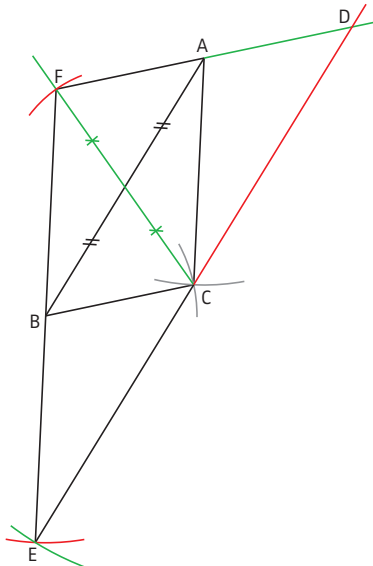
Trace le segment [KM] de 4 cm, puis place son milieu I et trace la perpendiculaire à (KM) passant par I.

Place les points L et N à 3 cm des points K et M.

Pour placer ces deux points, utilise impérativement le compas.

84 Parallélogrammes : construction

p. 195



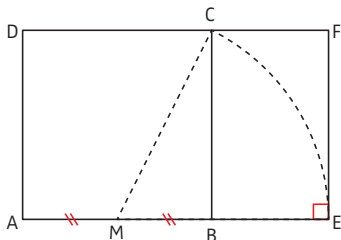
Avant de commencer à tracer chaque parallélogramme, tu dois positionner mentalement le 4^e sommet.

Si les parallélogrammes sont tracés avec précision les points F, A et D, les points F, B et E et les points E, C et D doivent être alignés.

DOSSIER

Tracer un rectangle d'or p. 197

a)



$$b) \bullet MB = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2}.$$

MBC est un triangle rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore (voir fiche 76), on a :

$$MC^2 = MB^2 + BC^2 \text{ donc } MC^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{5}{4}.$$

$$\text{Donc } MC = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ et } ME = MC = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

(car E et C sont deux points du cercle de centre M et de rayon [MC]).

$$\bullet AE = AM + ME = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

FE = AD = 1 (car ADFE est un rectangle).

$$\text{Donc } \frac{AE}{FE} = \frac{AE}{1} = AE = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ qui est}$$

bien le nombre d'or.

Donc ADFE est un rectangle d'or.

85 Mesure d'angles

p. 199

$$\widehat{xOy} = 40^\circ \text{ et } \widehat{rDv} = 97^\circ.$$

Attention ! $\widehat{rDv} = 97^\circ$ et non 103° : tu dois bien lire la graduation en partant du zéro placé sur le côté de l'angle.

Dans le triangle ABC, on a :

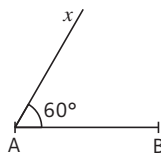
$$\widehat{A} = 120^\circ, \widehat{B} = 33^\circ \text{ et } \widehat{C} = 27^\circ.$$

Tu peux vérifier que la somme des angles du triangle ABC fait 180° ($120 + 33 + 27 = 180$) (voir fiche 89).

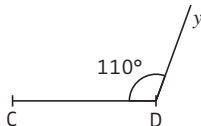
86 Tracé d'un angle

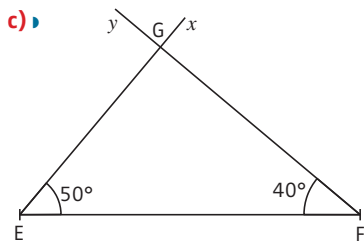
p. 201

1 a)



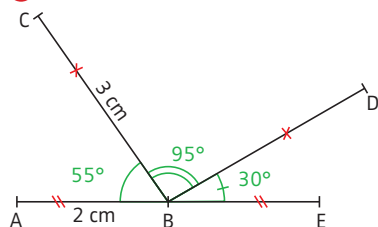
b)





• $\widehat{FGE} = 90^\circ$.

2 a)



b) Les points A, B et E semblent alignés.

Attention ! Vérifier cet alignement à la règle ne prouve rien. Pour le justifier, tu dois faire appel à des propriétés.

$$\widehat{ABE} = \widehat{ABC} + \widehat{CBD} + \widehat{DBE}$$

$$\widehat{ABE} = 55^\circ + 95^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

\widehat{ABE} est un angle plat, donc les points A, B et E sont alignés.

87 Angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants p. 203

1 Angles opposés par le sommet :

\widehat{ACD} et \widehat{BCG} (ou \widehat{BCF}) ;

\widehat{BCA} et \widehat{GCD} (ou \widehat{FCD}) ;

\widehat{FGE} et \widehat{BGC} (ou \widehat{BGA}) ;

\widehat{BGF} et \widehat{EGC} (ou \widehat{EGA}).

2 a) Angles alternes-internes :

\widehat{RTB} et \widehat{TBC} ; \widehat{VTB} et \widehat{TBD} .

b) Angles correspondants :

\widehat{STR} et \widehat{TBD} ; \widehat{RTB} et \widehat{DBA} ;

\widehat{STV} et \widehat{TBC} ; \widehat{VTB} et \widehat{CBA} .

88 Utilisation des angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants

p. 205

1 a) Les angles \widehat{EBC} et \widehat{ABD} sont opposés par le sommet. Donc ils ont la même mesure, donc $\widehat{EBC} = \widehat{ABD} = 25^\circ$.

• $\widehat{ABD} + \widehat{DBC} = 180^\circ$ (angle plat).

Donc $25^\circ + \widehat{DBC} = 180^\circ$.

$$\widehat{DBC} = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ.$$

b) Les angles \widehat{ABC} et \widehat{EAB} sont alternes-internes, définis par les parallèles (EF) et (BG) et la sécante (AB).

Donc ils ont la même mesure, donc $\widehat{ABC} = \widehat{EAB} = 60^\circ$.

• Les angles \widehat{FDC} et \widehat{GCH} sont correspondants, définis par les parallèles (EF) et (BG) et la sécante (DC). Donc ils ont la même mesure, donc $\widehat{FDC} = \widehat{GCH} = 70^\circ$.

2 a) Les angles \widehat{DNE} et \widehat{AEN} sont alternes-internes mais ne sont pas de même mesure ($63^\circ \neq 64^\circ$), donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

b) Les angles \widehat{ASR} et \widehat{CRM} sont correspondants et de même mesure (45°), donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

89 Somme des angles d'un triangle

p. 207

1 a) La somme des angles d'un triangle est égale à 180° , donc dans le triangle ABC, on a :

$$\widehat{ABC} + \widehat{CAB} + \widehat{ACB} = 180^\circ.$$

$$\widehat{ABC} = 180^\circ - (53^\circ + 79^\circ) = 48^\circ.$$

Dans un triangle, tu peux ainsi toujours calculer la mesure d'un angle si tu connais les mesures des deux autres angles.

b) De même, ici, on a :

$$\widehat{ABC} = 180^\circ - (122^\circ + 25^\circ) = 33^\circ.$$

Les triangles ABC des questions a) et b) sont quelconques.

c) De même, ici, on a :

$$\widehat{ABC} = 180^\circ - (43^\circ + 94^\circ) = 43^\circ.$$

Le triangle ABC possède deux angles de même mesure (\widehat{ABC} et \widehat{CAB}), donc il est isocèle en C.

d) De même, ici, on a :

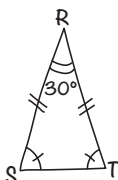
$$\widehat{ABC} = 180^\circ - (64^\circ + 26^\circ) = 90^\circ.$$

Le triangle ABC possède un angle droit (\widehat{ABC}), donc il est rectangle en B.

2

Afin de mieux visualiser la situation, il est important de faire une figure à main levée.

a) Figure à main levée :

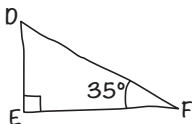


RST est isocèle en R, donc il a deux angles de même mesure : $\widehat{RST} = \widehat{RTS}$.
La somme des angles d'un triangle est égale à 180° , donc dans le triangle RST, on a : $\widehat{RST} + \widehat{RTS} + \widehat{SRT} = 180^\circ$.

Donc on a :

$$\widehat{RST} = \widehat{RTS} = (180^\circ - 30^\circ) : 2 = 75^\circ.$$

b) Figure à main levée :



Comme DEF est un triangle rectangle en E, $\widehat{DEF} = 90^\circ$.

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° , donc dans le triangle DEF, on a : $\widehat{FDE} + \widehat{FED} + \widehat{DFE} = 180^\circ$.

Donc on a :

$$\widehat{FDE} = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ.$$

90 Trigonométrie : vocabulaire et formules p. 209

1 a) Dans le triangle JKL rectangle en J, le côté adjacent à \widehat{JKL} est [KJ] et

l'hypoténuse est [KL]. Donc $\cos \widehat{JKL} = \frac{KJ}{KL}$.

b) Dans le triangle ABD rectangle en B, le côté adjacent à \widehat{ADB} est [BD] et l'hypoténuse est [AD].

Donc $\cos \widehat{ADB} = \frac{BD}{AD}$.

Dans le triangle ABC rectangle en C, le côté adjacent à \widehat{ABC} est [BC] et l'hypoténuse est [AB].

Donc $\cos \widehat{ABC} = \frac{BC}{AB}$.

2 a) Dans le triangle JKL rectangle en J, le côté opposé à \widehat{JKL} est [JL] et l'hypoténuse est [KL]. Donc $\sin \widehat{JKL} = \frac{JL}{KL}$.

Dans le triangle JKL rectangle en J, le côté opposé à \widehat{JKL} est [JL] et son côté adjacent est [KJ]. Donc $\tan \widehat{JKL} = \frac{JL}{KJ}$.

b) Dans le triangle ABD rectangle en B, le côté opposé à \widehat{ADB} est [AB] et son côté adjacent est [BD].

Donc $\tan \widehat{ADB} = \frac{AB}{BD}$.

Dans le triangle ABD rectangle en B, le côté opposé à \widehat{ADB} est [AB] et l'hypoténuse est [AD].

Donc $\sin \widehat{ADB} = \frac{AB}{AD}$.

Dans le triangle ABC rectangle en C, le côté opposé à \widehat{BAC} est [BC], et son côté adjacent est [AC].

Donc $\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$.

Dans le triangle ABC rectangle en C, le côté opposé à \widehat{ABC} est [AC] et l'hypoténuse est [AB].

Donc $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$.

91 Trigonométrie : calcul d'une longueur dans un triangle rectangle

p. 211

1 a) Dans le triangle RST rectangle en T, on connaît l'angle \widehat{RST} et la longueur TS de son côté adjacent ; on cherche la longueur RS de l'hypoténuse. Il faut donc choisir le cosinus.

b) Dans le triangle RST rectangle en R, on connaît l'angle \widehat{RST} et la longueur RT de son côté opposé ; on cherche la longueur RS de son côté adjacent. Il faut donc choisir la tangente.

c) Dans le triangle RST rectangle en R, on connaît l'angle \widehat{RTS} et la longueur ST de l'hypoténuse ; on cherche la longueur RS de son côté opposé. Il faut donc choisir le sinus.

2 a) Dans le triangle DEF rectangle en F :

$$\cos \widehat{FED} = \frac{EF}{ED}$$

$$\cos 58^\circ = \frac{EF}{11}$$

$$\frac{\cos 58^\circ}{1} = \frac{EF}{11}$$

$$\text{En cm, } EF = \frac{11 \times \cos 58^\circ}{1} \approx 5,8.$$

b) Dans le triangle DEF rectangle en E :

$$\tan \widehat{EFD} = \frac{DE}{EF}$$

$$\tan 63^\circ = \frac{5}{EF}$$

$$\frac{\tan 63^\circ}{1} = \frac{5}{EF}$$

$$\text{En cm, } EF = \frac{5 \times 1}{\tan 63^\circ} \approx 2,5.$$

c) Dans le triangle DEF rectangle en F :

$$\sin \widehat{FDE} = \frac{EF}{ED}$$

$$\sin 27^\circ = \frac{EF}{6,7}$$

$$\frac{\sin 27^\circ}{1} = \frac{EF}{6,7}$$

$$\text{En cm, } EF = \frac{6,7 \times \sin 27^\circ}{1} \approx 3,0.$$

92 Trigonométrie : calcul d'un angle dans un triangle rectangle

p. 213

1 a) Dans le triangle DEF rectangle en D, on cherche l'angle \widehat{DEF} ; on connaît la longueur de [ED] qui est son côté adjacent, et la longueur de [DF] qui est son côté opposé.

Il faut donc choisir la tangente.

b) Dans le triangle DEF rectangle en F, on cherche l'angle \widehat{DEF} ; on connaît la longueur de [DF] qui est son côté opposé, et la longueur de [ED] qui est l'hypoténuse.

Il faut donc choisir le sinus.

c) Dans le triangle DEF rectangle en D, on cherche l'angle \widehat{DEF} ; on connaît la longueur de [ED] qui est son côté adjacent, et la longueur de [EF] qui est l'hypoténuse.

Il faut donc choisir le cosinus.

2 a) Dans le triangle PMN rectangle en P :

$$\cos \widehat{PMN} = \frac{PM}{MN} = \frac{3}{7,5}$$

$$\widehat{PMN} = \arccos\left(\frac{3}{7,5}\right) \approx 66^\circ.$$

Dans la pratique, tu n'es pas obligé(e)

d'écrire $\widehat{PMN} = \arccos\left(\frac{3}{7,5}\right)$.

Tu peux écrire directement $\widehat{PMN} = 66^\circ$.

b) Dans le triangle PMN rectangle en N :

$$\sin \widehat{PMN} = \frac{PN}{PM} = \frac{2,4}{5,2}$$

$$\widehat{PMN} = \arcsin\left(\frac{2,4}{5,2}\right) \approx 27^\circ.$$

c) Dans le triangle PMN rectangle en P :

$$\tan \widehat{PMN} = \frac{PN}{PM} = \frac{6,1}{3,2}$$

$$\widehat{PMN} = \arctan\left(\frac{6,1}{3,2}\right) \approx 62^\circ.$$

93 Démontrer que deux droites sont parallèles p. 215

a) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions de la propriété P1. En effet, on sait que $(EF) \perp (DC)$ et (AB) semble perpendiculaire à (DC) .

Comment le démontrer ? En utilisant le fait que (AB) est la médiatrice de $[DC]$.

Rédaction : On sait que (AB) est la médiatrice de $[DC]$. Donc $(AB) \perp (DC)$. De plus, on sait que $(EF) \perp (DC)$ (donnée de l'énoncé). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles.

Donc $(AB) \parallel (EF)$.

b) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions de la propriété P3. En effet, les angles \widehat{CAB} et \widehat{CFE} sont des angles alternes-internes définis par les droites (AB) et (EF) , et ils semblent égaux. *Comment le démontrer ?* En utilisant la propriété de la somme des angles dans le triangle CEF.

Rédaction : La somme des angles d'un triangle est égale à 180° , donc dans le triangle CEF, on a :

$$\widehat{CFE} + \widehat{CEF} + \widehat{ECF} = 180^\circ.$$

$$\text{Donc } \widehat{CFE} = 180^\circ - (80^\circ + 30^\circ) = 70^\circ.$$

$$\text{On a donc } \widehat{CAB} = \widehat{CFE} = 70^\circ.$$

Les angles alternes-internes \widehat{CAB} et \widehat{CFE} , définis par les droites (AB) et (EF) coupées par la sécante (AF) , ont la même mesure, donc $(AB) \parallel (EF)$.

c) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions de la réciproque du théorème de Thalès. Pour cela, il faut démontrer que $\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF}$. On

ne connaît pas CB . *Comment le calculer ?* En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle CDB.

Rédaction : Dans le triangle CDB rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a : $DB^2 = CB^2 + CD^2$, donc $5^2 = CB^2 + 4^2$.

$$\text{On a donc } CB^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9, \text{ donc } CB = \sqrt{9} = 3.$$

$$CE = 2 + 3 = 5 \text{ et } CF = 3 + 4,5 = 7,5.$$

$$\text{On a donc } \frac{CA}{CE} = \frac{2}{5} \text{ et } \frac{CB}{CF} = \frac{3}{7,5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}.$$

Pour simplifier une fraction, voir fiche 15.

$$\text{Donc } \frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF}.$$

De plus, les points C, A et E d'une part, et C, B et F d'autre part, sont alignés dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(AB) \parallel (EF)$.

94 Démontrer que deux droites sont perpendiculaires p. 217

a) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions d'utilisation de la propriété P4. En effet, AEBF semble être un losange. *Comment le démontrer ?* En remarquant que les cercles (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') ont le même rayon.

Rédaction : Les rayons des cercles (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') sont égaux, donc on a : $AE = AF = BE = BF$.

Le quadrilatère AEBF a ses quatre côtés de même longueur, donc AEBF est un losange.

Or les diagonales d'un losange sont perpendiculaires, donc $(AB) \perp (EF)$.

b) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible de démontrer les conditions d'utilisation de la propriété P2. En effet, (EF) semble être la médiatrice de $[AB]$. *Comment le démontrer ?* En utilisant le fait que $EA = EB$ et $FA = FB$.

Rédaction : D'après les données de l'énoncé, $EA = EB$, donc E est équidistant de A et de B. Donc E est sur la médiatrice de $[AB]$. De même, $FA = FB$, donc F est équidistant de A et de B, donc F est sur la médiatrice de $[AB]$. (EF) est donc la médiatrice de $[AB]$.

Or si une droite est la médiatrice d'un segment, alors elle est perpendiculaire à ce segment. Donc $(AB) \perp (EF)$.

c) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible d'utiliser la réciproque du théorème

de Pythagore dans le triangle ABF. Mais il manque la longueur AB.
Comment la calculer ? En utilisant le théorème de Thalès dans le triangle ABE avec les parallèles (CD) et (BE).

Rédaction : Dans le triangle ABE, (CD) // (BE). Donc d'après le théorème

de Thalès, on a $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{BE}$.

Donc $\frac{2,4}{AB} = \frac{6}{7,5}$ et $AB = \frac{2,4 \times 7,5}{6} = 3$.

Dans le triangle ABF, [BF] est le plus grand côté.

$$BF^2 = 5^2 = 25 \text{ et}$$

$$AB^2 + AF^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25.$$

On a donc $BF^2 = AB^2 + AF^2$.

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABF est un triangle rectangle en A. On a donc (AB) \perp (AF), c'est-à-dire (AB) \perp (EF).

95 Calculer la longueur d'un segment p. 219

a) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible d'utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC, mais on ne connaît pas AC et on ne voit pas comment la calculer. *Une autre propriété ?* Utiliser la trigonométrie dans ce triangle rectangle : on connaît l'un des côtés, il manque un angle.

On peut peut-être calculer l'angle \widehat{ABC} .
Comment ? On sait que (AD) // (BC) et on connaît l'angle \widehat{BAD} .

Rédaction : Les angles \widehat{BAD} et \widehat{ABC} sont des angles alternes-internes définis par les parallèles (AD) et (BC) et la sécante (AB), ils sont donc de même mesure : $\widehat{ABC} = \widehat{BAD} = 30^\circ$.

Dans le triangle ABC rectangle en B :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}, \text{ donc } \cos 30^\circ = \frac{AB}{4}.$$

$$\frac{\cos 30^\circ}{1} = \frac{AB}{4} \text{ et } AB = \frac{4 \times \cos 30^\circ}{1} \approx 3,5.$$

Pour l'application du produit en croix, voir fiche 44.

b) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble

possible d'utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC. Mais on ne connaît pas BC.
Comment la calculer ? En utilisant le théorème de Thalès dans le triangle BCE, puisque (FD) // (BC).

Rédaction : Dans le triangle BCE, (FD) // (BC). Donc d'après le théorème de

Thalès, on a $\frac{ED}{EC} = \frac{EF}{EB} = \frac{DF}{CB}$, d'où $\frac{1}{3} = \frac{1,5}{BC}$.

Donc $BC = \frac{3 \times 1,5}{1} = 4,5$.

Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Donc $4,5^2 = AB^2 + 2,7^2$ et $AB^2 = 4,5^2 - 2,7^2 = 12,96$. On a donc $AB = \sqrt{12,96} = 3,6$.

c) *Quelle propriété utiliser ?* En regardant la figure et les données, il semble possible d'utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC. Mais on ne connaît pas BC et on ne voit pas comment la calculer. *Une autre propriété ?*

Les triangles ABC et ECD semblent semblables. *Comment le démontrer ?* Leurs angles semblent 2 à 2 de même mesure.

Rédaction : Les angles \widehat{ACB} et \widehat{CED} sont des angles alternes-internes, définis par les parallèles (BC) et (ED) et la sécante (AC), ils sont donc de même mesure, donc $\widehat{ACB} = \widehat{CED}$. De plus $\widehat{BAC} = \widehat{ECD} = 90^\circ$, donc les triangles ABC et ECD ont des angles 2 à 2 de même mesure. Ils sont donc semblables.



Donc $\frac{AB}{CD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{CE}$.

On a $\frac{AB}{1,8} = \frac{2,1}{1,4}$.

Donc $AB \times 1,4 = 2,1 \times 1,8$. Donc $AB = 2,1 \times 1,8 : 1,4 = 2,7$.

96 Calculer la mesure d'un angle p. 221

a) Le triangle DBC est équilatéral, donc $\widehat{DBC} = 60^\circ$.

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° , donc dans le triangle DAB, on a : $\widehat{ADB} + \widehat{DAB} + \widehat{ABD} = 180^\circ$.

Or le triangle DAB est isocèle en D. Donc $\widehat{DAB} = \widehat{ABD}$ et on a $50^\circ + 2 \times \widehat{ABD} = 180^\circ$.
Donc $\widehat{ABD} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ$.

On a donc :

$$\widehat{ABC} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC} = 65^\circ + 60^\circ = 125^\circ.$$

b) \widehat{AEF} et \widehat{ACB} sont des angles correspondants, définis par les droites parallèles (EF) et (BC), et la sécante (AC), donc $\widehat{ACB} = \widehat{AEF} = 40^\circ$.

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° , donc dans le triangle ABC, on a $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$.

$$\text{Donc } \widehat{ABC} = 180^\circ - (40^\circ + 75^\circ) = 65^\circ.$$

Tu pouvais aussi calculer \widehat{AFE} en utilisant la propriété de la somme des angles dans le triangle AFE, puis démontrer que $\widehat{AFE} = \widehat{ABC}$.

c) Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AB].

$$AB^2 = 2,5^2 = 6,25 \text{ et}$$

$$AC^2 + BC^2 = 1,5^2 + 2^2 = 6,25.$$

On a donc $AB^2 = AC^2 + BC^2$. Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

Dans le triangle ABC rectangle en C :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{2,5}.$$

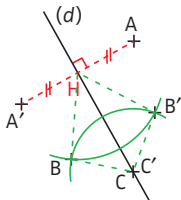
$$\text{Donc } \widehat{ABC} = \arccos\left(\frac{2}{2,5}\right) \approx 36,9^\circ.$$

Tu pouvais aussi utiliser le sinus ou la tangente de l'angle \widehat{ABC} .

97 Symétrie axiale

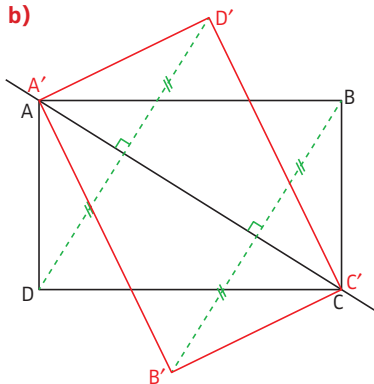
p. 223

a)



Le symétrique de C est le point C lui-même.

b)

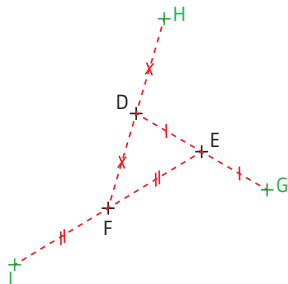


Le symétrique de A est le point A', le symétrique de C est le point C'.

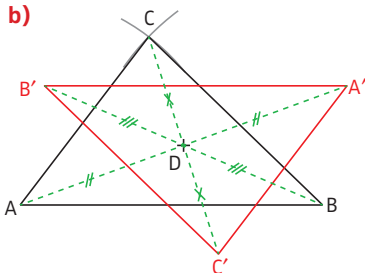
98 Symétrie centrale

p. 225

a)



b)

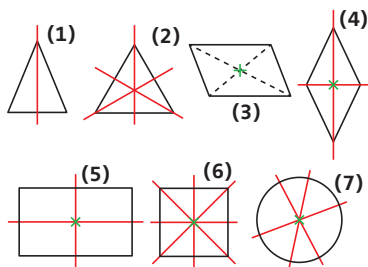


Tu peux vérifier ton tracé en décalquant le triangle ABC et en faisant tourner le calque d'un demi-tour autour de D : normalement, tu « arrives » bien sur le triangle rouge.

99 Axe et centre de symétrie

p. 227

a), b) et c)



(1) Triangle isocèle : 1 axe, pas de centre.

(2) Triangle équilatéral : 3 axes, pas de centre.

(3) Parallélogramme : pas d'axe, un centre.

(4) Losange : 2 axes, un centre.

(5) Rectangle : 2 axes, un centre.

(6) Carré : 4 axes, un centre.

(7) Cercle : une infinité d'axes, un centre.

100 Translation

p. 229

1 a) Non, car aucun côté du carré (1) n'est parallèle à un côté du carré (3).

b) Oui, le triangle (5) est l'image du triangle (7) par la translation qui transforme K en I (ou J en E, ou L en D).

2 a) L'image du triangle (6) par la translation qui transforme J en S est le triangle (9).

b) L'image du triangle (8) par la translation qui transforme I en J est le triangle (7).

101 Rotation

p. 231

1 a) C'est la rotation de centre G et d'angle 150° ($60^\circ + 90^\circ$), dans le sens inverse des aiguilles d'une montre qui transforme le carré (3) en le carré (4).

b) C'est la rotation de centre I et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre, ou la rotation de centre C et d'angle 60° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

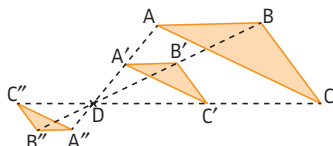
2 a) C'est le triangle (5) (C est transformé en D, D est transformé en E, et I est transformé en lui-même).

b) C'est le carré (1) (A est transformé en F, B en A, P en Q et U en R).

102 Homothétie

p. 233

a) Les droites (AA') , (BB') et (CC') sont concourantes en D.



La figure a été réduite.

De plus : $DA = 3$ cm ; $DA' = 1,5$ cm ;
 $DB = 5,4$ cm ; $DB' = 2,7$ cm ; $DC = 6,6$ cm
 et $DC' = 3,3$ cm.

On constate que $\frac{DA'}{DA} = \frac{DB'}{DB} = \frac{DC'}{DC} = \frac{1}{2}$.

Donc $A'B'C'$ est l'image de ABC par

l'homothétie de centre D et de rapport $\frac{1}{2}$.

Après avoir constaté que les droites (AA') , (BB') et (CC') sont concourantes en D, tu pouvais aussi montrer que les triangles $A'B'C'$ et ABC sont semblables. Pour cela, mesure AB, $A'B'$, AC, $A'C'$, BC et $B'C'$, puis montre que $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{2}$.

b) Les droites (AA'') , (BB'') et (CC'') sont concourantes en D.

De plus, $DA = 3$ cm ; $DA'' = 1$ cm ;
 $DB = 5,4$ cm ; $DB'' = 1,8$ cm ;
 $DC = 6,6$ cm et $DC'' = 2,2$ cm.

On a donc $\frac{DA''}{DA} = \frac{DB''}{DB} = \frac{DC''}{DC} = \frac{1}{3}$.

Donc $A''B''C''$ est l'image de ABC par

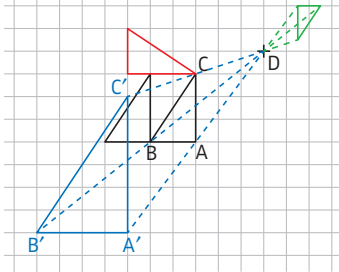
l'homothétie de centre D et de rapport $-\frac{1}{3}$.

Le rapport est négatif puisque le triangle $A''B''C''$ est retourné par rapport à ABC.

103 Images de figures par une transformation : construction

p. 235

1 à 3



► Pour construire l'image du point A par l'homothétie de centre D et de rapport 2, trace la demi-droite (DA) et place le point A' tel que $DA' = 2 \times DA$.

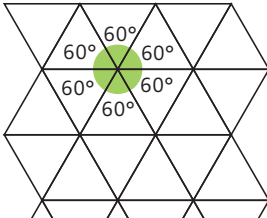
Fais de même pour les points B' et C'.

► Autre méthode : une fois que tu as placé A', tu peux tracer les parallèles aux côtés du triangle ABC, passant par A' (en utilisant le quadrillage). Leurs intersections avec les droites (DB) et (DC) sont les points B' et C'.

DOSSIER Paver le plan

p. 237

a) Il est possible de paver le plan avec des triangles équilatéraux, car on a : $6 \times 60^\circ = 360^\circ$.



b) Les angles d'un pentagone régulier sont égaux (voir la définition d'un polygone régulier).

Donc si x est la mesure en degré de l'un de ces angles on a, en appliquant la formule donnée dans l'énoncé :

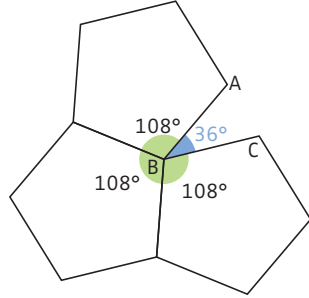
$5x = 180^\circ \times (5 - 2)$, donc $5x = 540^\circ$,

donc $x = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$.

► On constate donc que si l'on place 3 pentagones pour amorcer le pavage, on ne peut pas compléter l'espace vide par un 4^e pentagone.

En effet, sur la figure ci-dessous :

$\widehat{ABC} = 360^\circ - (3 \times 108^\circ) = 36^\circ$.



Il est donc impossible de paver régulièrement le plan avec un pentagone régulier.

c) C'est la translation (voir fiche 100) qui transforme A en B qui permet de passer du motif 1 au motif 2.

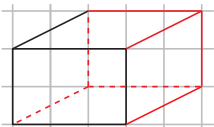
► C'est la rotation (voir fiche 101) de centre A et d'angle 120° dans le sens des aiguilles d'une montre qui permet de passer du motif 1 au motif 3.



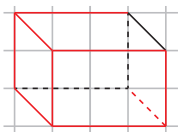
104 Cubes, pavés droits : construction en perspective

p. 239

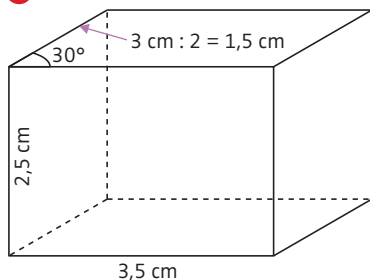
1 a)



b)



2



105 Cubes, pavés droits : patrons

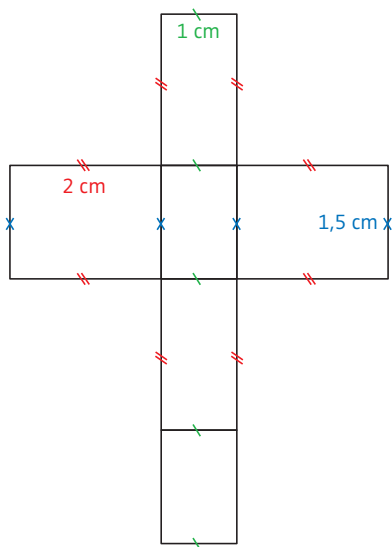
p. 241

1 Dessin (1) : **Non**, car il manque une face.

- ▶ Dessin (2) : **Oui**, c'est le patron d'un pavé droit.
- ▶ Dessin (3) : **Non**, car les deux faces carrées se superposent.
- ▶ Dessin (4) : **Oui**, c'est le patron d'un pavé droit.

Pour te convaincre qu'un dessin est le patron d'un pavé droit, décalque-le, découpe-le et effectue les pliages pour reconstituer le solide.

2 Voici un patron possible :



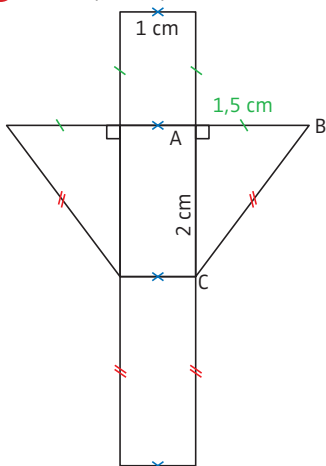
N'oublie pas que les arêtes en contact doivent avoir la même longueur.

106 Prismes droits

p. 243

- 1 a) **Oui**, car ce solide possède deux faces parallèles et superposables qui sont des pentagones (5 côtés), et les autres faces semblent être des rectangles.
- b) **Non**, car ce solide n'a pas deux faces superposables.
- c) **Non**, car ce solide n'a pas de faces superposables parallèles. C'est une pyramide (voir fiche 108).
- d) **Oui**, car ce solide possède deux faces parallèles et superposables qui sont des pentagones (faces de gauche et de droite), et les autres faces semblent être des rectangles.

2) Voici un patron possible :

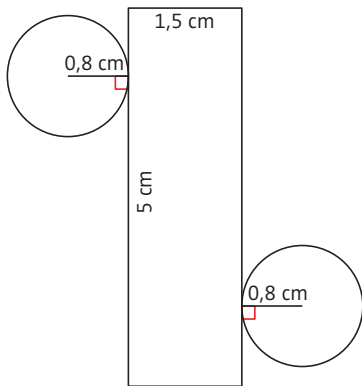


107 Cylindres

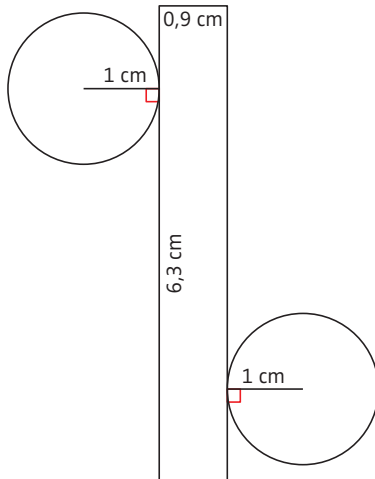
p. 247

a) $2 \times \pi \times 0,8 \approx 5$.

Donc l'une des dimensions du rectangle est environ 5 cm.



b) Pour ce cylindre, la hauteur vaut 0,9 cm ; le diamètre vaut 2 cm, donc le rayon est égal à $\frac{2 \text{ cm}}{2} = 1 \text{ cm}$.
 $2 \times \pi \times 1 \approx 6,3$.
 Donc l'une des dimensions du rectangle est environ 6,3 cm.



108 Pyramides

p. 245

1 a) **Non**, car le solide ne possède pas de faces triangulaires.

C'est une « pyramide tronquée ».

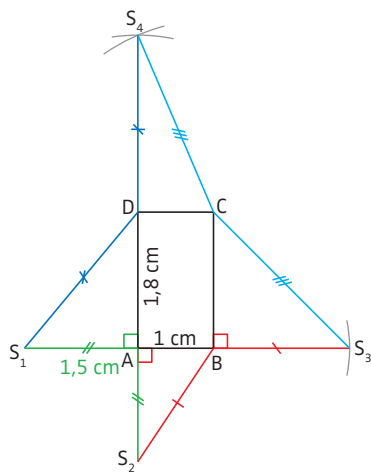
b) **Non**, car le solide ne possède pas de faces triangulaires ayant un sommet commun. C'est un prisme droit (voir fiche 106).

c) **Oui**, car le solide possède une base (quadrilatère), et les autres faces sont des triangles ayant un sommet commun.

d) **Oui**, car le solide possède une base (triangle) et les autres faces sont des triangles ayant un sommet commun. C'est même un tétraèdre puisque toutes ses faces sont triangulaires.

e) **Non**, car le solide ne possède pas de faces triangulaires. C'est un cône (voir fiche 109).

2



109 Cônes

p. 249

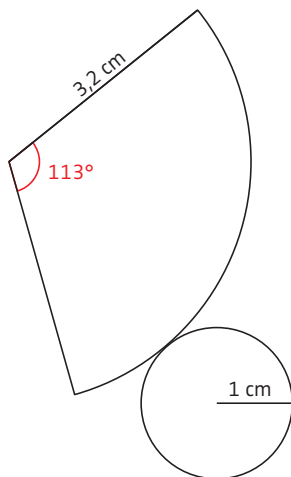
Soit g la longueur de la génératrice. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$g^2 = 1^2 + 3^2 = 10 \text{ donc en cm, } g = \sqrt{10} \approx 3,2.$$

Soit x la mesure de l'angle de la portion de disque. Il y a proportionnalité entre la mesure de cet angle et la longueur de l'arc de cercle.

Longueur arc de cercle (en cm)	$2 \times \pi \times 3,2$	$2 \times \pi \times 1$
Angle (en °)	360	x

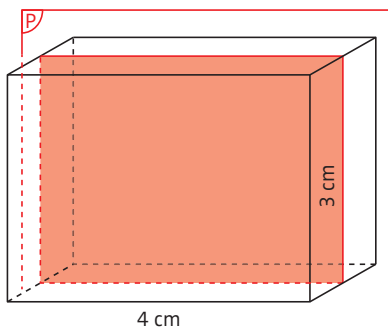
$$x = \frac{2 \times \pi \times 1 \times 360}{2 \times \pi \times 3,2} = 113^\circ.$$



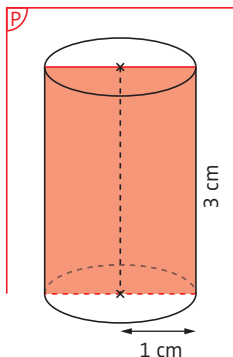
110 Sections planes d'un solide

p. 251

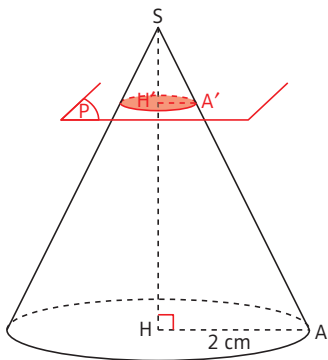
a) Pavé droit : on obtient un rectangle de 4 cm sur 3 cm.



- Cylindre : on obtient un rectangle de 2 cm sur 3 cm.



- Cône : soit H' l'intersection du plan de section et de l'axe du cône.



La section est un cercle de centre H' et de rayon $H'A'$. C'est une réduction du cercle de base du cône.

Le coefficient de réduction vaut :

$$\frac{SH'}{SH} = \frac{H'A'}{HA}. \text{ Donc } \frac{1}{4} = \frac{H'A'}{2}, \text{ donc en cm :}$$

$$H'A' = \frac{2 \times 1}{4} = 0,5.$$

Donc la section est un cercle de centre H' et de rayon 0,5 cm.

- b) La section est un cercle de centre C et de rayon AC.

Calculons AC. Dans le triangle OAC rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore (voir fiche 76), on a :

$$OC^2 + AC^2 = OA^2, \text{ donc}$$

$$3^2 + AC^2 = 4^2$$

(car OA est le rayon de la sphère).

$$\text{Donc } 9 + AC^2 = 16.$$

$$\text{On a donc } AC^2 = 16 - 9 = 7 \text{ et}$$

$$AC = \sqrt{7} \text{ cm} \approx 2,6 \text{ cm.}$$

111 Repérage dans un pavé droit, sur une sphère

p. 253

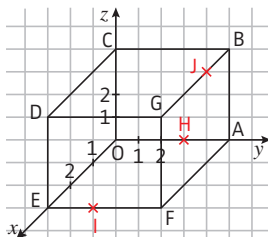
- 1 a) A (0 ; 5 ; 0) ;

$$B (0 ; 5 ; 4) ;$$

$$D (3 ; 0 ; 4) ;$$

$$G (3 ; 5 ; 4).$$

- b)



- 2 a) ► (10° S ; 50° O) : point C.

- (20° N ; 40° E) : point G.

- (10° S ; 10° E) : point D.

- b) A (20° N ; 40° O) ;

$$B (60° N ; 30° E) ;$$

$$F (40° N ; 60° O).$$

LES MÉTHODES DE 6^e

FICHE

Nombres entiers

- Calculer le quotient et le reste d'une division euclidienne, puis vérifier le résultat

1

Nombres décimaux positifs

- Additionner, soustraire des nombres décimaux en posant l'opération
- Multiplier deux nombres décimaux
- Multiplier un nombre décimal par 10; 100 ou 1 000
- Multiplier un nombre décimal par 0,1; 0,01 ou 0,001
- Diviser un nombre décimal par 10; 100 ou 1 000
- Calculer le quotient décimal d'un décimal par un entier

4

5

5

5

5

6

Nombres décimaux relatifs

- Comparer deux nombres décimaux positifs

8

Fractions

- Utiliser les fractions
- Calculer la fraction $\frac{a}{b}$ d'un nombre c $\left(\frac{a}{b} \times c\right)$

13

13

Gestion de données

- Lire un diagramme en bâtons
- Construire un diagramme en bâtons
- Lire un diagramme circulaire

35

35

36

Proportionnalité

- Résoudre un problème de quatrième proportionnelle
- Appliquer un pourcentage

44

46

Longueurs, aires, durées

- Convertir des unités de longueur
- Calculer le périmètre de figures usuelles
- Calculer le périmètre de figures complexes
- Convertir des unités d'aire
- Calculer l'aire de figures usuelles (carré, rectangle, disque, triangle)
- Calculer l'aire de figures complexes
- Convertir des unités de durée

56

56

57

58

59

60

61

Volumes et contenances

- Convertir des unités de volume 62
- Passer des unités de volume aux unités de contenance (et inversement) 62
- Calculer le volume d'un cube, d'un pavé droit 63
- Calculer le volume de solides complexes 65

Géométrie plane (généralités)

- Utiliser convenablement le vocabulaire de géométrie 66
- Reconnaître que deux droites sont perpendiculaires 67
- Construire une droite perpendiculaire à une autre droite, et passant par un point donné 67
- Construire une droite parallèle à une autre droite, et passant par un point donné 68
- Reconnaître la médiatrice d'un segment 69
- Construire la médiatrice d'un segment 69

Triangles

- Tracer un triangle connaissant la longueur de ses trois côtés 70
- Reconnaître des triangles particuliers 71
- Construire des triangles particuliers 71
- Reconnaître une hauteur dans un triangle 72

Quadrilatères

- Reconnaître un rectangle, un carré 80
- Reconnaître un losange 81
- Construire un rectangle 82
- Construire un carré 82
- Construire un losange 83

Angles

- Mesurer un angle 85
- Tracer un angle de mesure donnée 86

Démontrer avec la géométrie

- Démontrer que deux droites sont parallèles 93
- Démontrer que deux droites sont perpendiculaires 94

Transformations

- Construire le symétrique d'un point, d'une figure par rapport à une droite 97
- Tracer, s'il existe, un axe de symétrie d'une figure 99

Géométrie dans l'espace

- Construire un pavé droit en perspective cavalière 104
- Reconnaître un patron de pavé droit 105
- Construire un patron d'un pavé droit 105

Nombres entiers

- Savoir si un entier b est un diviseur d'un entier a (ou si a est un multiple de b)
- Démontrer qu'un nombre entier n'est pas premier
- Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers

2
3
3

Nombres décimaux relatifs

- Se repérer sur une droite graduée
- Se repérer dans le plan
- Comparer deux nombres décimaux relatifs
- Additionner deux nombres relatifs
- Soustraire deux nombres relatifs
- Écrire plus simplement une suite d'additions et de soustractions de nombres relatifs
- Calculer une suite d'additions de nombres relatifs
- Effectuer un calcul sans parenthèses
- Effectuer un calcul avec parenthèses

7
7
8
9
9
10
10
12
12

Fractions

- Reconnaître et produire des fractions égales
- Réduire des fractions au même dénominateur (dénominateurs multiples l'un de l'autre)
- Comparer deux fractions
- Simplifier une fraction
- Additionner, soustraire deux fractions (dénominateurs égaux ou multiples l'un de l'autre)

14
14
14
15
16

Calcul littéral

- Utiliser les conventions d'écriture pour écrire plus simplement des expressions littérales
- Calculer la valeur d'une expression littérale pour une valeur de la variable
- Tester l'égalité de deux expressions littérales
- Utiliser la propriété de la distributivité simple
- Simplifier des produits
- Simplifier des sommes
- Établir une formule
- Utiliser le calcul littéral pour démontrer

21
21
22
22
23
23
26
31

Gestion de données

- Construire un diagramme circulaire
- Calculer des effectifs
- Calculer des fréquences

36
37
37

- Calculer une moyenne simple
- Calculer une moyenne pondérée

38

38

Probabilités

- Calculer la probabilité d'un événement

40

Proportionnalité

- Reconnaître si deux grandeurs sont proportionnelles ou non
- Partager une quantité selon un ratio donné
- Calculer un pourcentage
- Calculer une longueur en utilisant une échelle
- Calculer une échelle

43

45

46

48

48

Longueurs, aires, durées

- Calculer l'aire d'un parallélogramme
- Calculer l'aire de figures complexes
- Convertir des unités de durée
- Résoudre des problèmes avec des durées

59

60

61

61

Volumes et contenances

- Calculer le volume d'un prisme droit, d'un cylindre
- Calculer le volume de solides complexes

63

65

Triangles

- Savoir si un triangle existe connaissant la longueur de ses trois côtés
- Tracer une hauteur issue d'un sommet dans un triangle

70

72

Quadrilatères

- Reconnaître un parallélogramme
- Construire un parallélogramme

81

84

Angles

- Reconnaître deux angles opposés par le sommet
- Reconnaître deux angles alternes-internes
- Reconnaître deux angles correspondants
- Calculer la mesure d'un angle en utilisant les angles opposés par le sommet
- Calculer la mesure d'un angle en utilisant les angles alternes-internes, les angles correspondants
- Démontrer que deux droites sont parallèles en utilisant les angles alternes-internes, les angles correspondants
- Calculer la mesure d'un angle dans un triangle en utilisant la somme des angles

87

87

87

88

88

88

89

Démontrer avec la géométrie

- Démontrer que deux droites sont parallèles
- Calculer la mesure d'un angle

93

96

Transformations

- Construire le symétrique d'un point, d'une figure par rapport à un point
- Tracer, s'il existe, le centre de symétrie d'une figure

98

99

Géométrie dans l'espace

- Reconnaître un prisme droit
- Construire un patron d'un prisme droit
- Construire un patron d'un cylindre

106

106

107

LES MÉTHODES DE 4^e

Nombres entiers

- Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers

FICHE

3

Nombres décimaux relatifs

- Déterminer le signe d'un produit (règle des signes)
- Multiplier des nombres relatifs
- Diviser deux nombres relatifs
- Effectuer un calcul avec des puissances

11

11

11

12

Fractions

- Réduire des fractions au même dénominateur
- Comparer deux fractions
- Additionner, soustraire deux fractions
- Multiplier des fractions
- Diviser deux fractions

14

14

16

17

17

Puissances, racines carrées

- Calculer des puissances d'exposant positif
- Calculer des puissances de 10
- Écrire sous forme d'une puissance
- Simplifier des produits de puissances
- Passer d'une notation scientifique à une écriture décimale
- Déterminer la notation scientifique d'un nombre décimal
- Calculer des racines carrées
- Encadrer une racine carrée entre deux entiers consécutifs sans utiliser la calculatrice

18

18

18

19

19

19

20

20

Calcul littéral

- Calculer la valeur d'une expression littérale pour une valeur de la variable (nombre négatif)
- Développer (en utilisant la distributivité simple) et simplifier
- Factoriser une somme (dont les termes ont un facteur commun)
- Résoudre une équation du 1^{er} degré à une inconnue
- Mettre un problème en équation et le résoudre

21

23

25

27

29

- Utiliser une formule 30
- Utiliser le calcul littéral pour démontrer 31

Gestion de données

- Déterminer une médiane d'une série de n valeurs 39

Probabilités

- Trouver l'événement contraire d'un événement donné 41
- Calculer la probabilité d'un événement contraire 41

Proportionnalité

- Résoudre un problème de quatrième proportionnelle 44
- Calculer des longueurs après agrandissement ou réduction 49
- Calculer des aires ou des volumes après agrandissement ou réduction 49
- Convertir des km/h en m/s (ou inversement) 50
- Calculer une vitesse, une distance, une durée 50

Volumes et contenances

- Calculer le volume d'une pyramide, d'un cône 64

Triangles

- Démontrer que deux triangles sont égaux et en tirer des conséquences 73
- Calculer une longueur dans un triangle rectangle en utilisant le théorème de Pythagore 76
- Montrer qu'un triangle est rectangle (ou non) connaissant la longueur de ses trois côtés 77
- Calculer une longueur grâce au théorème de Thalès (configuration « triangles emboîtés ») 78

Angles

- Reconnaître un côté adjacent, un côté opposé et l'hypoténuse dans un triangle rectangle 90
- Appliquer la formule du cosinus (trigonométrie) 90
- Calculer une longueur dans un triangle rectangle en utilisant la formule du cosinus (trigonométrie) 91
- Calculer la mesure d'un angle dans un triangle rectangle en utilisant la formule du cosinus (trigonométrie) 92

Démontrer avec la géométrie

- Démontrer que deux droites sont perpendiculaires 94
- Calculer la longueur d'un segment 95
- Calculer la mesure d'un angle 96

Transformations

- Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une translation 100
- Construire l'image d'une figure par une translation 103

Géométrie dans l'espace

- Reconnaître une pyramide
- Construire un patron d'une pyramide
- Construire un patron d'un cône
- Se repérer dans un pavé droit

108

108

109

111

LES MÉTHODES DE 3^e

Fractions

- Rendre irréductible une fraction

FICHE

15

Puissances, racines carrées

- Calculer des puissances d'exposant négatif
- Écrire sous forme d'une puissance

18

18

Calcul littéral

- Développer en utilisant la double distributivité
- Développer en utilisant l'identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- Factoriser une somme
- Résoudre une équation produit
- Résoudre des équations de la forme $x^2 = a$
- Mettre un problème en équation et le résoudre

24

24

25

28

28

29

Gestion de données

- Lire un histogramme
- Construire un histogramme
- Calculer une étendue

35

35

37

Probabilités

- Estimer une probabilité (loi des grands nombres)
- Calculer des probabilités dans le cas d'une expérience à deux épreuves

42

42

Proportionnalité

- Calculer une quantité après un pourcentage d'augmentation (ou de diminution)
- Calculer un pourcentage d'augmentation (ou de diminution)

47

47

Fonctions

- Déterminer l'image d'un nombre
- Déterminer le(s) antécédent(s) d'un nombre
- Déterminer l'image d'un nombre à partir de la représentation graphique d'une fonction
- Déterminer le(s) antécédent(s) d'un nombre à partir de la représentation graphique d'une fonction
- Reconnaître une fonction linéaire ou affine à partir de son expression algébrique

51

51

52

52

53

- Reconnaître une fonction linéaire ou affine à partir de sa représentation graphique 53
- Représenter graphiquement une fonction linéaire ou une fonction affine 54
- Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire ou affine à l'aide de sa représentation graphique 55

Volumes et contenances

- Calculer le volume d'une boule 64
- Calculer le volume de solides complexes 65

Triangles

- Déterminer si deux triangles sont semblables (ou non) 74
- Calculer une longueur en utilisant les triangles semblables 75
- Calculer une longueur grâce au théorème de Thalès (configuration « papillon ») 78
- Montrer que deux droites sont parallèles (ou non) dans le cas d'une configuration de Thalès 79

Angles

- Appliquer les trois formules de trigonométrie 90
- Déterminer la formule de trigonométrie à utiliser pour calculer une longueur dans un triangle rectangle 91
- Calculer une longueur dans un triangle rectangle en utilisant les formules de trigonométrie 91
- Déterminer la formule de trigonométrie à utiliser pour calculer la mesure d'un angle dans un triangle rectangle 92
- Calculer la mesure d'un angle dans un triangle rectangle en utilisant les formules de trigonométrie 92

Démontrer avec la géométrie

- Démontrer que deux droites sont parallèles 93
- Calculer la longueur d'un segment 95
- Calculer la mesure d'un angle 96

Transformations

- Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une rotation 101
- Reconnaître si deux figures sont images l'une de l'autre par une homothétie 102
- Construire l'image d'une figure par une rotation 103
- Construire l'image d'une figure par une homothétie 103

Géométrie dans l'espace

- Tracer la section d'un solide par un plan 110
- Se repérer sur la sphère terrestre 111

A

- abscisse, 24, 252
- addition
 - de fractions, 42
 - de nombres décimaux, 18
 - de nombres relatifs, 28
- agrandissement
 - d'une figure, 118
 - (échelle), 116
- aire, 138
 - de figures complexes, 142
 - d'un carré, 140
 - d'un disque, 140
 - d'un parallélogramme, 140
 - d'un rectangle, 140
 - d'un triangle, 140
- algorithme, 78
- altitude, 252
- angle, 198
 - aigu, 198
 - droit, 198
 - obtus, 198
 - plat, 198
 - tracé, 200
- angles
 - alternes-internes, 202
 - correspondants, 203
 - opposés par le sommet, 202
- antécédent, 122
- arête
 - d'un pavé droit, 238
 - d'une pyramide, 246
- axe
 - de symétrie, 226
 - des abscisses, 25
 - des ordonnées, 25

B

- base
 - d'un cône, 248
 - d'un cylindre, 244
 - d'un prisme droit, 242
 - d'une pyramide, 246
- boucle, 78

C

- carré, 187
 - construction, 191
 - parfait, 52
- centre
 - de symétrie, 226
 - d'un cercle, 158
 - d'une homothétie, 232
 - d'une rotation, 230
- coder un message, 84
- coefficient
 - d'agrandissement ou de réduction, 118
 - de proportionnalité, 106
 - directeur d'une droite, 128
- comparer
 - des fractions, 39
 - des nombres relatifs, 26
- cône, 248
- configuration de Thalès, 182
- conjecture, 66
- construction en perspective d'un pavé droit, 238
- contenance, 148
- contre-exemple, 76
- coordonnées, 24, 252
 - géographiques, 253
- corde d'un cercle, 158
- cosinus, 208
- côté
 - adjacent à un angle, 208
 - opposé à un angle, 208
- côtés
 - consécutifs d'un quadrilatère, 186
 - opposés d'un quadrilatère, 186

critères de divisibilité, 14
cube, 238
cylindre, 244



décoder un message, 84
décomposition en produit
de facteurs premiers, 16
demi-droite, 159
dénominateur, 36
développer une expression littérale, 60
diagonale d'un quadrilatère, 186
diagramme

- circulaire, 90
- en bâtons, 88
- semi-circulaire, 91

diamètre d'un cercle, 158
différence, 18
distance à zéro, 26
distributivité simple, 59
dividende, 12, 22
diviseur

- dans une division décimale, 22
- dans une division euclidienne, 12
- d'un nombre entier, 14

division

- de deux nombres relatifs, 33
- de deux fractions, 45
- décimale par un nombre entier, 22
- euclidienne, 12

double distributivité, 62

droite, 158

- graduée, 24

droites

- parallèles, 162
- perpendiculaires, 160
- sécantes, 159



échelle, 116
écriture scientifique, 50

effectif, 92

- total, 92

égalité

- de fractions, 38
- de triangles, 172
- d'expressions littérales, 58

en fonction de, 66

équateur, 252
équation

- de la forme $x^2 = a$, 71
- du premier degré, 68
- produit, 70

équations équivalentes, 68

équiprobabilité, 98

équitable (jeu), 104

étendue, 93

événement, 98

- certain, 100
- contraire, 100
- impossible, 100

expérience aléatoire, 98

- à deux épreuves, 102

expression

- algébrique d'une fonction, 122
- littérale, 56



face d'un pavé droit, 238

face latérale

- d'un prisme droit, 242
- d'une pyramide, 246

facteur, 20

- commun, 64

factoriser une expression littérale, 64

fonction, 122

- affine, 126
- linéaire, 126

fraction, 36

- décimale, 54
- d'un nombre, 36
- irréductible, 40

fréquence, 92

G

génératrice d'un cône, 248
 grand cercle (sphère), 252

H

hauteur

- d'un cône, 248
- d'un cylindre, 244
- d'un prisme droit, 242
- d'un triangle, 170
- d'une pyramide, 246

histogramme, 88

homothétie, 232

- construction, 235

hypoténuse, 178

I

identité remarquable, 62

image

- d'un nombre
par une fonction, 122
- d'une figure
par une homothétie, 232
- d'une figure par une rotation, 230
- d'une figure
par une translation, 228

inconnue d'une équation, 68

inégalité triangulaire, 166

instruction conditionnelle, 78

inverse d'un nombre, 44

issue d'une expérience aléatoire, 98

L

latitude, 253

loi des grands nombres, 102

longitude, 253

losange, 188

- construction, 192

M

médiane d'une série statistique, 96

médiatrice d'un segment, 164

membre d'une équation, 68

méridien, 252

- de Greenwich, 252

mesure d'un angle, 198

milieu d'un segment, 158

moyenne

- pondérée, 94
- simple, 94

multiple, 14

multiplication

- de fractions, 44
- de nombres décimaux, 20
- de nombres relatifs, 32

N

nombre

- décimal, 18, 55
- d'or, 196
- premier, 16
- rationnel, 55
- réel, 55
- relatif, 24, 55

notation scientifique, 50

numérateur, 36

O

opposé d'un nombre relatif, 28

ordonnée, 24, 252

- à l'origine d'une droite, 128

origine d'une demi-droite, 159

P

parallèle (sphère terrestre), 252

parallélogramme rectangle, 238

parallélogramme, 188

- construction, 194

patron

- d'un cône, 248
- d'un cylindre, 244
- d'un pavé droit, 240
- d'un prisme droit, 242
- d'un solide, 240
- d'une pyramide, 246

pavage

- du plan, 236
- régulier, 236

pavé droit, 238

périmètre, 134

- de figures complexes, 136
- d'un carré, 135
- d'un cercle, 135
- d'un losange, 135
- d'un rectangle, 135

plan, 250

plans parallèles, 250

point, 158

- d'intersection, 159

points alignés, 159

polygone, 186

- régulier, 236

pourcentage, 112

- d'augmentation, 114
- de diminution, 114

préfixe (puissances de 10),
fin d'ouvrage

prisme droit, 242

probabilité d'un événement, 98

produit

- de nombres, 20
- en croix, 108
- (expression littérale), 60

programme informatique, 78

proportionnalité (grandeurs proportionnelles), 106

propriété

- additive (proportionnalité), 106
- multiplicative (proportionnalité), 106

puissance

- de dix, 48
- d'un nombre, 48

pyramide, 246

Pythagore

- réciproque, 180
- théorème, 178



quadrilatère, 186

quatrième proportionnelle, 108

quotient

- d'une division décimale, 22
- d'une division euclidienne, 12



racine carrée, 52

rapport d'homothétie, 232

rapporteur, 199

ratio, 110

rayon

- d'un cercle, 158
- d'un cône, 248
- d'un cylindre, 244

rectangle, 186

- construction, 190
- d'or, 196

réduction

- de fractions au même dénominateur, 38
- d'une figure, 118
- (échelle), 116

règle des signes, 32

règles

- de priorité, 34
- du débat mathématiques, 76

repérage

- dans le plan, 24
- dans un pavé droit, 252
- sur une droite graduée, 24
- sur une sphère, 252

représentation graphique
d'une fonction, 124, 130
résoudre une équation, 68
reste, 12
résultat d'une expérience aléatoire, 98
rotation, 230
– construction, 234

S

section plane d'un solide, 250
segment, 158
simplification
– d'une expression littérale, 60
– d'une fraction, 40
sinus, 208
solution d'une équation, 68
somme
– de nombres, 18
– des angles d'un triangle, 206
– (expression littérale), 60

sommet
– d'un cône, 248
– d'un pavé droit, 238
– d'une pyramide, 246

soustraction
– de fractions, 42
– de nombres décimaux, 18
– de nombres relatifs, 29

sphère, 252

surface latérale
– d'un cône, 248
– d'un cylindre, 244

symétrie
– axiale, 222
– centrale, 224

T

tableau
– à double entrée, 102
– de proportionnalité, 106
– de valeurs d'une fonction, 122
tangente (trigonométrie), 208
terme, 18

tétraèdre, 246

Thalès
– réciproque, 184
– théorème, 182
translation, 228
– construction, 234

triangle
– équilatéral, 168
– isocèle, 168
– quelconque, 168
– rectangle, 168

triangles
– égaux, 172
– semblables, 174

trigonométrie, 208

U

unités
– d'aire, 138
– de contenance, 148
– de durée, 144
– de longueur, 134
– de masse, *fin d'ouvrage*
– de volume, 148

V

valeur approchée, 22
valeurs extrêmes, 93
variable
– (calcul littéral), 57
– (programmation), 80
vitesse moyenne, 120
volume, 148
– de solides complexes, 154
– d'un cône, 152
– d'un cube, 150
– d'un cylindre, 150
– d'un pavé droit, 150
– d'un prisme droit, 150
– d'une boule, 152
– d'une pyramide, 152

TABLE DES ILLUSTRATIONS

- 47 Livre des morts du scribe royal Hunefer. British Museum, Londres.
Ph © Bridgeman Images
- 54 ph © Ad Meskens – Wikimedia Commons
- 84 Tête de Jules César. Musée départemental, Arles.
Ph © Zil – Wikimedia Commons
- 85 ph © Alessandro Nassiri / Musée des Sciences et Techniques, Milan
- 105 Georges de la Tour, Joueurs de dés. Preston Hall Museum, Stockton-on Tees.
Ph © Josse / Bridgeman Images
- 147-h Coll. Musée de l'École polytechnique
- 147-m ph © LPLT – Wikimedia Commons
- 197-g ph © Dimitry Vinogrado – lucky-photo – stock.adobe.com
- 197-d Léonard de Vinci, La Joconde. Musée du Louvre, Paris. Ph © Hervé Lewandowski /
Thierry Le Mage / RMN
- 237, 302 M.C. Escher's "Symmetry Drawing E99". © The M.C. Escher Compagny Holland.
All rights reserved, 2022

Maquette de principe : Frédéric Jély

Maquette des pages de garde : Jean-Marc Denglos

Mise en page et schémas : Grafatom

Illustrations : Philippe Gady

Iconographie : Hatier Illustration

Édition : Claudie Libersa

Unités de longueur (fiche 56)

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

$$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m} \quad 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \quad 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

Exemples : $12,5 \text{ dam} = 12\,500 \text{ cm}$ $214 \text{ mm} = 0,214 \text{ m}$

Unités d'aire (fiche 58)

km ²	hm ² /ha	dam ² /a	m ²	dm ²	cm ²	mm ²

$$1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10\,000 \text{ m}^2 \quad 1 \text{ a} = 1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$$

Exemples : $78,4 \text{ m}^2 = 784\,000 \text{ cm}^2$ $45 \text{ dm}^2 = 0,000\,045 \text{ hm}^2$

Conversions

Unités de volume et de contenance (fiche 62)

m ³	dm ³		cm ³			mm ³	
	hL	daL	L	dL	cL	mL	

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 \quad 1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$$

Exemples : $2,5 \text{ dm}^3 = 2\,500\,000 \text{ mm}^3$ $12\,400 \text{ cm}^3 = 12,4 \text{ L}$

Unités de masse

t	q		kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

t : tonne q : quintal

$$1 \text{ t} = 1\,000 \text{ kg} \quad 1 \text{ q} = 100 \text{ kg}$$

Exemples : $13,6 \text{ hg} = 1\,360 \text{ g}$ $1\,500\,000 \text{ g} = 1,5 \text{ t}$

Unités d

Inférieurs à 1

Préfixe	Symbole	Puissance de 10
déci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}

Exemple : Quelle est la taille, en mètres, d'un acarien qui mesure 300 μm (micromètres) ?

Taille en m : 300 μm = 300×10^{-6} m.

En notation scientifique (voir fiche 19), on obtient : 3×10^{-4} m.

**Préfixes
et puissances de 10****Supérieurs à 1**

Préfixe	Symbole	Puissance de 10
giga	G	10^9
méga	M	10^6
kilo	k	10^3
hecto	h	10^2
déca	da	10^1

Exemple : Quelle est la capacité, en octets, d'un disque dur externe de 15 Go (gigaoctets) ?

Capacité en octets : 15 Go = 15×10^9 o.

En notation scientifique (voir fiche 19), on obtient : $1,5 \times 10^{10}$ o.

Bescherelle **collège** Maths de la 6^e à la 3^e

Tout le programme de maths au collège



Les **définitions**
et **propriétés**
à maîtriser



Les **méthodes**
clés pour réussir

Dans
chaque partie :

- Nombres et calculs
- Données, fonctions
- Grandeurs et mesures
- Espace et géométrie



Des **exercices**
pour s'entraîner
et leurs **corrigés**



Des **dossiers**
thématiques



En accès gratuit, sur mathier-entrainement.com,
600 quiz et exercices interactifs pour tous les niveaux

Dans la même collection

