FOMESOUTRA

ÇA SOUTRA !!!

COURS DE MATHS

QUATRIEME

4ème

1ière édition

BY TEHUA 2025

MATHÉMATIQUES __PROGRESSION 4e__ 2024-2025
Volume horaire annuel : 120 heures *(4 heures par semaine)*

Trimestre	*Mois*	*Sem.*	*Leçons*	*Vol. hor.*	*Taux d'exécution*
1er Trimestre	Septembre	1	**1. Nombres décimaux relatifs**	*7 h*	3,57 % (4/112)
		2			6,25 % (7/112)
			Régulation	***1 h***	7,14 % (8/112)
		3	**2. Angles**	*7 h*	10,71 % (12/112)
	Octobre	4			13,39 % (15/112)
			Régulation	***1 h***	14,28 % (16/112)
		5	**3. Nombres rationnels**	*13 h*	17,85 % (20/112)
		6			21,41 % (24/112)
		7			25 % (28/112)
	Novembre	8			25,89 % (29/112)
			Régulation	***1 h***	26,78 % (30/112)
Devoir de niveau			**4. Distances**	*7 h*	28,57 % (32/112)
		9			32,14 % (36/112)
		10			33,03 % (37/112)
			Régulation	***1 h***	33,92 % (38/112)
			5. Perspective cavalière	*9 h*	35,71 % (40/112)
		11			39,28 % (44/112)
2e Trimestre	Décembre	12			41,96 % (47/112)
			Régulation	***1 h***	42,85 % (48/112)
		13	**6. Calcul littéral**	*9 h*	46,42 % (52/112)
		14			50 % (56/112)
	Janvier	15			50,89 % (57/112)
			Régulation	***1 h***	51,78 % (58/112)
			7. Cercles et triangles	*9 h*	53,57 % (60/112)
		16			57,14 % (64/112)
		17			59,82 % (67/112)
			Régulation	***1 h***	60,71 % (68/112)
Devoir de niveau		18	**8. Équations et inéquations**	*7 h*	64,28 % (72/112)
	Février	19			66,96 % (75/112)
			Régulation	***1 h***	67,85 % (76/112)
		20	**9. Vecteurs**	*13h*	71,42 % (80/112)
		21			75 % (84/112)
3e Trimestre	Mars	22			78,57 % (88/112)
		23			79,46 % (89/112)
			Régulation	***1 h***	80,35 % (90/112)
			10. Statistique	*5 h*	82,14 % (92/112)
		24			84,82 % (95/112)
			Régulation	***1 h***	85,71 % (96/112)
		25	**11. Symétries et translations**	*15 h*	89,28 % (100/112)
Devoir de niveau	Avril	26			92,85 % (104/112)
		27			96,42 % (108/112)
		28			99,10 % (111/112)
			Régulation	***1 h***	100 % (112/112)
	Mai	29	***Révisions***	*8 h*	
		30			

<u>**NB**</u> : La régulation consiste à mener des activités de rémédiation relativement aux contenus de la leçon.
À cette occasion, le professeur mènera également des activités permettant d'évaluer et de renforcer les acquis des élèves.
C'est le cumul du temps de régulation qui fait 1h. Le professeur peut en faire des séances de travaux dirigés.

Remarque :

- ⇨ Le respect de la progression est obligatoire afin de garantir l'achèvement du programme dans le temps imparti et de permettre l'organisation des devoirs de niveau.
- ⇨ Les volumes horaires indiqués comprennent les cours, les exercices et les travaux dirigés (75%) et IE, DS et comptes rendus (25%)

M.E.N.A.
DIRECTION DE LA PÉDAGOGIE ET DE LA FORMATION CONTINUE
Coordination Nationale Disciplinaire de Mathématiques
Le Coordonnateur National

Jean-Marie KOFFI

Discipline : MATHÉMATIQUE

Classe : $4^{ième}$ **Compétence 2** **Thème :** ACTIVITE NUMERIQUE **Leçon 1 :** NOMBRES DECIMAUCX RELATIFS **Nombre de séance :** 03 **Séance** **Durée d'une séance** : 55 min **Supports didactiques :** Manuels au programme **Pré-requis :**

COMPETENCE 2

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux nombres décimaux relatifs, aux nombres rationnels, au calcul littéral, aux équations, aux inéquations et à la statistique.

Cette compétence se décline en trois thèmes :

THEME 1 : Calcul numérique
THEME 2 : Calcul littéral
THEME 3 : Organisation de données

THEME 1 : CALCUL NUMERIQUE

EXEMPLE DE SITUATION

Dans le journal « SOS SANTE », un professeur de SVT d'une classe de 4è dit avoir recueilli les informations suivantes : « des cellules microscopiques rectangulaires et identiques de longueur 30 micromètres et de largeur 2 micromètres recouvrent totalement une lamelle de 0,000032568 mètres carrés ». En réponse à la question de déterminer, sous la forme d'une puissance de 10, la surface occupée par chaque cellule et le nombre de cellules qu'il faut pour recouvrir cette lamelle, trois de ses élèves Digbeu, Ama et Koné donnent les réponses résumées dans le tableau ci-dessous :

	Surface	Nombre
Digbeu	6×10^{-13}	5428×10^{2}
Ama	6×10^{-11}	5428×10^{2}
Koné	$0,6 \times 10^{-10}$	$542,8 \times 10^{2}$

On donne : 1 micromètre = 0,000001 m = 10^{-6} m
Il s'agit de savoir lequel de ces trois élèves a donné la bonne réponse.

LEÇON 1 : NOMBRES DECIMAUX RELATIFS

HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	une puissance de 10 d'exposant entier
♦ Ecrire	un nombre décimal sous la forme $a \cdot 10^p$ où a est un nombre décimal et p est un nombre entier relatif.
♦ Calculer	les produits de la forme $a \cdot 10^p \times b \cdot 10^q$ où p et q sont deux entiers relatifs et a et b sont deux nombres décimaux relatifs
♦ Comparer	des nombres décimaux relatifs écrits sous la forme $a \cdot 10^p$ où a est un nombre décimal relatif et p est un nombre entier relatif.
♦ Traiter une situation	de vie courante faisant appel aux nombres décimaux relatifs et à leurs propriétés.

B. CONTENU DE LA LEÇON

I. Puissance de 10 d'exposants entiers relatifs

1. Puissance de 10 d'exposants entiers relatifs

a. Définition

Soit n un entier positif non nul. On a :

$10^n = 1\underbrace{0....0}_{n\ zéro(s)}$; $10^{-n} = 0,\underbrace{0....0}_{(n-1)\ zéro(s)}1$

Remarque : $10^0 = 1$.

Exemples

$10^4 = 10000$; $10^6 = 1000000$; $10^{-3} = 0,001$ et $10^{-8} = 0,00000001$.

Activité

Complète le tableau :

Ecriture décimal	10000	....	10	0,001	... ..	0,00001
Puissance de 10	... ..	10^3	... ..	... ..	10^{-4}	... ..
L'exposant de la puissance de 10.	... ..	... ..	... ..	... ..	... ..	... ..

Réponse attendue :

Ecriture décimal	10000	1000	10	0,001	0,0001	0,00001
Puissance de 10	10^4	10^3	10^1	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
L'exposant de la puissance de 10.	4	3	1	-3	-4	-5

Activité

Complète par la puissance de 10 qui convient :

$43,52 = 435,2 \times ...$

$43,52 = 4352 \times ....$

$43,52 = 43520 \times ...$

$43,52 = 4,352 \times ....$

$43,52 = 0,4352 \times ...$

$43,52 = 0,04352 \times ...$

Réponse attendue :

$43,52 = 435,2 \times 10^{-1}$

$43,52 = 4352 \times 10^{-2}$

$43,52 = 43520 \times 10^{-3}$

$43,52 = 4,352 \times 10^1$

$43,52 = 0,4352 \times 10^2$

$43,52 = 0,04352 \times 10^3$

Remarque :

Un nombre décimal peut s'écrire de diverses façons sous la forme $a \times 10^p$ où a est un nombre décimal et p un nombre relatif.

Soit n un entier positif. On a : $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$.

b. Propriétés

m et n sont des nombres entiers relatifs.

$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$; $(10^m)^n = 10^{m\times n}$; $\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$.

Activité :

Ecris sous la forme d'une puissance de 10 les nombres suivants :

$$10^{-4} \times 10^6 = \cdots; \quad (10^{-2})^3 = \cdots; \quad \frac{10^5}{10^2} = \cdots$$

Complète : $\frac{10^m}{10^p} = 10^{\cdot\cdot}$

Réponse attendue :

$10^{-4} \times 10^6 = 0{,}0001 \times 1000000 = 100 = 10^2$;

$(10^{-2})^3 = 10^{-2} \times 10^{-2} \times 10^{-2} = 10^{-6}$

$\frac{10^5}{10^2} = \frac{100000}{100} = 1000 = 10^3$

$\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$

Exercice d'application :

Ecris sous la forme d'une puissance de 10 les nombres suivants :

$a = 10^5 \times 10^8$; $b = (10^5)^{-3}$ et $c = \frac{10^6}{10^5}$

Réponse attendue :

$$a = 10^5 \times 10^8 = 10^{5+8} = 10^{13} ; b = (10^5)^{-3} = 10^{5\times(-3)} = 10^{-15} \; et \; c = \frac{10^6}{10^5} = 10^{6-5}$$

Remarque

Soit n un entier naturel non nul. On a : $10^n \times 10^{-n} = 10^0 = 1$.

2. Produit de nombres décimaux écrits sous la forme $d \times 10^P$

Propriété

a et b sont des nombres décimaux relatifs non nuls, p et q sont des nombres entiers relatifs.

$(a \times 10^p) \times (b \times 10^q) = (a \times b) \times 10^{p+q}$

Activité :

Calcule :

$A = (4{,}32 \times 10^{-3}) \times (2{,}1 \times 10^{-2})$

$B = (5{,}4 \times 10^3) \times (0{,}5 \times 10^4)$

Réponse attendue :

$A = 9{,}072 \times 10^{-5}$

$B = 2{,}7 \times 10^7$

Exercice d'application :

1- Complète les égalités suivantes :

$2504 = 2{,}504 \times ...$

$34{,}12 = \cdots \times 10^{-2}$

$0{,}0000054 = 5{,}4 \times ....$

2- Calcule

$A = (3{,}52 \times 10^{3}) \times (3{,}2 \times 10^{-5})$

$B = (1{,}7 \times 10^{4}) \times (2 \times 10^{3})$

Réponse attendue :

1- Complétons les égalités suivantes :

$2504 = 2{,}504 \times 10^{3}$

$34{,}12 = 3412 \times 10^{-2}$

$0{,}0000054 = 5{,}4 \times 10^{-6}$

2- Calculons

$A = (3{,}52 \times 10^{3}) \times (3{,}2 \times 10^{-5}) = 11{,}264 \times 10^{-2}$

$B = (1{,}7 \times 10^{4}) \times (2 \times 10^{3}) = 3{,}4 \times 10^{7}$

Exercice de maison :

1) a et m sont des nombres entiers relatifs. Pour chacun des nombres ci-dessous, donne une écriture sous la forme $a \times 10^{m}$

$15{,}12 = \cdots ; -3{,}5 = \cdots ;\ 2700 = \cdots ;\ 0{,}0000025 = \cdots ;\ \frac{225}{10000} = \cdots$

2) Calcule :

$A = \ A = (1{,}45 \times 10^{3}) \times (2{,}4 \times 10^{2})$

$B = (-8 \times 10^{4}) \times (5{,}3 \times 10^{-5})$

$C = (18 \times 10^{-3}) \times (3{,}1 \times 10^{7})$

II. Notation scientifique d'un nombre décimal relatif

1. Ecriture un nombre décimal sous la forme $a \times 10^{P}$

Un nombre décimal peut s'écrire sous la forme $a \times 10^{p}$ où a est un nombre décimal et p un nombre entier relatif.

Exemples

$-49 = -4{,}9 \times 10$; $-49 = -4900 \times 10^{-2}$; $-49 = -0{,}0049 \times 10^{4}$.

$0{,}0078 = 7{,}8 \times 10^{-3}$; $0{,}0078 = 78 \times 10^{-4}$; $0{,}000000078 = 0{,}000078 \times 10^{2}$.

2. Notation scientifique d'un nombre décimal relatif

Définition

On appelle notation scientifique d'un nombre décimal, l'écriture de ce nombre sous la forme : $a \times 10^{P}$, où a est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule et p un nombre entier relatif.

Exemples

La notation scientifique de 12000 est :$1{,}2 \times 10^{4}$.

La notation scientifique de 0,5689 est : $5{,}689 \times 10^{-1}$.

La notation scientifique de $-681{,}204$ est :$-6{,}81204 \times 10^{2}$.

Activité :

Ecris les nombres suivants sous la forme $\boldsymbol{a} \times \mathbf{10^p}$ **où** a est un nombre décimal ayant un chiffre non nul avant la virgule et p un entier relatif :

56300000 ; -98765 ; $0{,}1414$; $-0{,}00002$

Réponse attendue :

$56300000 = 5{,}63 \times 10^7$; $-98765 = -9{,}8765 \times 10^4$; $0{,}1414 = 1{,}414 \times 10^{-1}$

$0{,}00002 = -2 \times 10^{-5}$

Exercice d'application :

Ecris en notation scientifique les nombres suivants : 143000000; -1524; $0{,}0000004$

Réponse attendue :

$143000000 = 1{,}43 \times 10^8$; $-1524 = -1{,}524 \times 10^3$ *et* $0{,}0000004 = 4 \times 10^{-7}$

3. Comparaison de nombres décimaux relatifs écrits sous la forme $\boldsymbol{d} \times \mathbf{10^P}$

Méthode

Pour comparer deux nombres décimaux positifs A et B écrits sous la forme $d \times 10^P$ ($d \in \mathbb{D}$ *et* $p \in \mathbb{Z}$), on peut procéder comme suit :

On écrit en notation scientifique chacun des nombres A et B : $\text{A} = a \times 10^m$ et $\text{B} = b \times 10^n$.

- Si $m = n$, alors A et B sont rangés dans le même ordre que a et b.
- Si $n \neq m$, alors A et B sont rangés dans le même ordre que m et n .

Remarque

Si A et B sont négatifs, on compare $-\text{A}$ et $-\text{B}$.

A et B sont rangés dans l'ordre contraire de $-\text{A}$ et $-\text{B}$.

Exemple 1

Comparons $A = 64{,}92 \times 10^{-4}$ *et* $B = 897 \times 10^{-5}$.

On a : $A = 6{,}492 \times 10^{-3}$ *et* $B = 8{,}97 \times 10^{-3}$.

Dans les deux notations scientifiques, 10 a le même exposant qui est -3 ; donc on compare 6,492 et 8,97.

$6{,}492 < 8{,}97$ donc $6{,}492 \times 10^{-3} < 8{,}97 \times 10^{-3}$.

Exemple 2

Comparons $1{,}492 \times 10^{-4}$ *et* $8{,}97 \times 10^{-3}$.

Les deux nombres sont déjà en notation scientifique, donc on compare -4 *et* -3.

$-4 < -3$, donc $1{,}492 \times 10^{-4} < 8{,}97 \times 10^{-3}$.

Exemple 3

Comparons $-7{,}15 \times 10^{-2}$ $et - 3{,}6 \times 10^{-4}$.

Comparons d'abord $7{,}15 \times 10^{-2}$ et $3{,}6 \times 10^{-4}$.

$-2 > -4$, donc $7{,}15 \times 10^{-2} > 3{,}6 \times 10^{-4}$.

$7{,}15 \times 10^{-2} > 3{,}6 \times 10^{-4}$ donc $-7{,}15 \times 10^{-2} < -3{,}6 \times 10^{-4}$.

Remarque :
Un nombre décimal écrit avec n chiffres après la virgule est un nombre décimal d'ordre n.

Activité :
Donne un encadrement de chacun des nombres suivants par deux puissances de 10 d'exposants entiers consécutifs.
$3{,}2 \times 10^{-3}$ et $0{,}53 \times 10^4$
Réponse attendue :
$10^{-3} < 3{,}2 \times 10^{-3} < 10^{-2}$ et $10^3 < 0{,}53 \times 10^4 < 10^4$

Comparaison

Activité :
Compare : $a = 7 \times 10^6$ $et\ b = 53 \times 10^5$
$c = 2{,}7 \times 10^{-3}$ $et\ d = 0{,}54 \times 10^{-4}$
$e = 154 \times 10^4$ $et\ f = 32{,}4 \times 10^4$
Réponse attendue :
$10^6 > 10^5 \leftrightarrow a > b$
$10^{-3} > 10^{-4} \leftrightarrow c > d$
$10^4 = 10^4$ et $154 > 32{,}4$ $donc\ e > f$

Exercice d'application :
Compare les nombres suivants
1) 7×10^6 et 83×10^5
2) 5400×10^2 et $0{,}55 \times 10^2$
3) -92×10^6 $et - 11 \times 10^4$

Réponse attendue :
1) On a : $83 \times 10^5 = 8{,}3 \times 10^6$ or $7 < 8{,}3$ $donc$ $7 \times 10^6 < 83 \times 10^5$
2) On a : $5400 \times 10^2 = 5{,}4 \times 10^5$ et $0{,}55 \times 10^2 = 5{,}5 \times 10^1$ or $5 > 1$
   $donc$ $5400 \times 10^2 > 0{,}55 \times 10^2$
3) On a : $-92 \times 10^6 = -9{,}2 \times 10^7 et - 11 \times 10^4 = -1{,}1 \times 10^5$ or $7 > 5$
   $d'où$ $92 \times 10^6 > 11 \times 10^4$ $donc - 92 \times 10^6 < -11 \times 10^4$

Exercice de maison :

Exercice 1 :
Donne la notation scientifique de chacun des nombres suivants :
54 ; 1320; $0{,}000035$; $(50)^2$; -231×10^4 $et - 0{,}0431$

Exercice 2 :
1- Encadre chacun des nombres suivants par deux puissances de 10 d'exposants entiers consécutifs.
$$a = 5{,}33 \times 10^{-2}\ ; b = 1{,}7 \times 10^{-4}\ \ et\ c = 0{,}015 \times 10^5$$
2- Compare a et b $puis$ a et c.

Discipline : MATHÉMATIQUE

Classe : $4^{\text{ième}}$
Compétence 1
Thème : CONFIGURATIONS DU PLAN
Leçon : ANGLES
Nombre de séances : 07
Séance
Durée d'une séance : 55 min
Supports didactiques : Manuels au programme, instrument géométriques, fiche d'exercices
Pré-requis :

COMPETENCE 1

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux objets géométriques suivants: distances, vecteurs, angles, triangles, cercles, perspective cavalière, symétries et translations.

Cette compétence se décline en trois thèmes :
THEME 1 : Configurations du Plan
THEME 2 : Transformations du Plan
THEME 3 : Configurations de L'espace

THEME 1 : Configurations du Plan

EXEMPLE DE SITUATION

La direction des mines et de l'énergie du département N'go envoie un géologue pour effectuer des recherches dans les rivières mahio et zézio. Dans la zone de recherche, les deux rivières sont toutes droites et se rencontrent. Un rocher est situé entre elles.
Après une étude approfondie avec son équipe, le géologue révèle que :
- une nappe droite de pétrole se trouve à égale distance des deux rivières ;
- une mine d'or est située sur le chemin le plus court allant du rocher à la rivière mahio.

Pour déterminer le chemin menant à la mine d'or et l'emplacement de la nappe de pétrole, il est nécessaire de réaliser une figure.

LEÇON : ANGLES

HABILETES	CONTENUS
♦ Reconnaître	- deux angles alternes-internes - deux angles correspondants - des angles de même mesure - un angle au centre - une corde qui sous-tend un arc de cercle - des arcs de cercles de même longueur - des cordes de même longueur
♦ Justifier	- l'égalité des mesures d'angles - le parallélisme de droites - l'égalité de longueurs de segments
♦ Déterminer	- Une mesure d'angle - La longueur d'un arc de cercle
♦ Traiter une situation	de vie courante faisant appel aux angles alternes-internes, aux angles correspondants, aux angles au centre et à leurs propriétés

B. CONTENU DE LA LECON

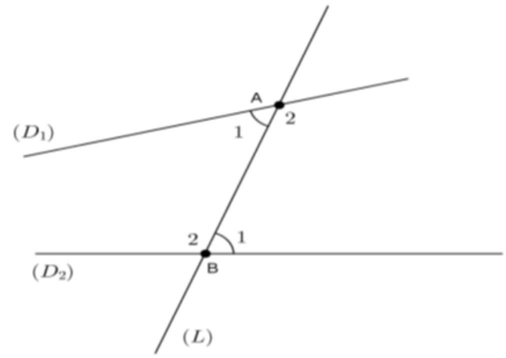
I. ANGLES ALTERNES – INTERNES

1) Présentation

Sur la figure ci-contre, la droite (L) est sécante aux droites (D_1) et (D_2) respectivement en A et en B.

- Les angles $\widehat{A_1}$ et $\widehat{B_1}$ sont des ***angles alternes-internes.***

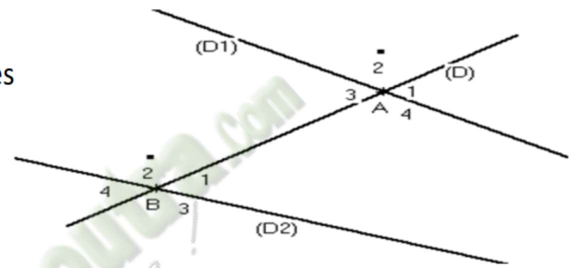
- Les angles $\widehat{A_2}$ et $\widehat{B_2}$sont des ***angles alternes-internes***



Exercice d'application :

Observe la figure ci-dessous :

1) Cite des angles alternes-internes
2) Cite des angles correspondants



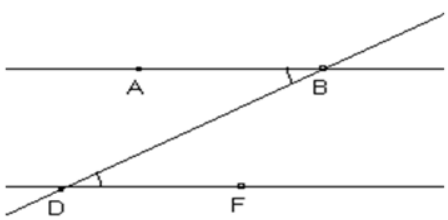
Réponse attendue :

1) Les angles alternes-internes sont : $\widehat{A_3}$ et $\widehat{B_1}$; $\widehat{A_4}$ et $\widehat{B_2}$
2) Les angles correspondants sont : $\widehat{A_1}$ et $\widehat{B_1}$; $\widehat{A_2}$ et $\widehat{B_2}$; $\widehat{A_4}$ et $\widehat{B_3}$; $\widehat{A_3}$ et $\widehat{B_4}$

2) Propriétés

Propriété 1

Si deux angles alternes-internes sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont la même mesure.



Les droites (AB) et (DF) sont parallèles.
La droite (BD) est sécante à (AB) et à (DF)

Données : $\boxed{\widehat{ABD} \text{ et } \widehat{BDF} \text{ sont deux angles alternes-internes.}}$ $\boxed{(AB) // (DF)}$

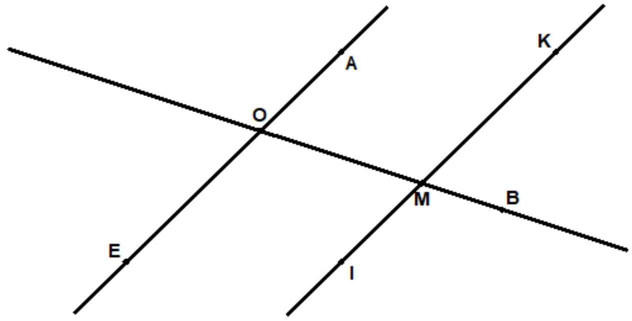
Conclusion : $\boxed{mes\ \widehat{ABD} = mes\ \widehat{BDF}}$

Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre, les droites (AE) et (KI) sont parallèles. La droite (OM) est sécante aux droites (AE) et (KI) respectivement en O et M.

1) Justifie que les angles $\widehat{AOM}$ et $\widehat{OMI}$ ont la même mesure.

2) Justifie que les angles $\widehat{EOM}$ et $\widehat{OMK}$ ont la même mesure.



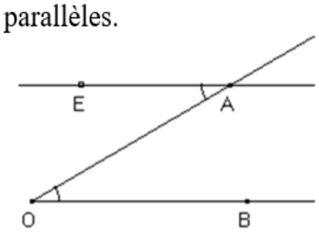
Corrigé

1) Les angles $\widehat{AOM}$ et $\widehat{OMI}$ sont des angles alternes-internes formés par deux droites parallèles et une sécante commune. Donc les angles $\widehat{AOM}$ et $\widehat{OMI}$ ont la même mesure

2) Les angles $\widehat{EOM}$ et $\widehat{OMK}$ sont des angles alternes-internes formés par deux droites parallèles et une sécante commune. Donc les angles $\widehat{EOM}$ et $\widehat{OMK}$ ont la même mesure

<u>Propriété 2</u>

Si deux droites forment avec une sécante deux angles alternes-internes de même mesure, alors elles sont parallèles.



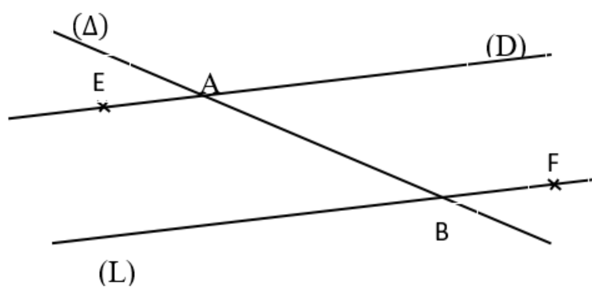
La droite (AO) est sécante à (AE) et à (OB)

<u>Données</u> : $\widehat{EAO}$ et $\widehat{AOB}$ sont deux angles alternes-internes. | mes $\widehat{EAO}$ = mes $\widehat{AOB}$

<u>Conclusion</u>: $(EA)//(OB)$

Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre, la droite (Δ) est sécante aux droites (D) et (L) respectivement en A et en B.
De plus les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{ABF}$ ont la même mesure.
Justifie que les droites (D) et (L) sont parallèles.



Solution

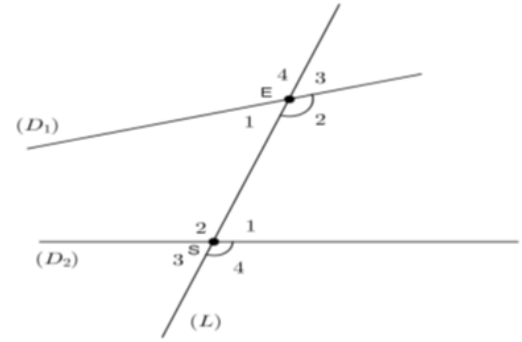
Les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{ABF}$ sont des angles alternes-internes formés par les droites (D) et (L) et la sécante (Δ).
De plus, les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{ABF}$ ont la même mesure.
Donc, les droites (D) et (L) sont parallèles.

II. ANGLES CORRESPONDANTS

1) Présentation

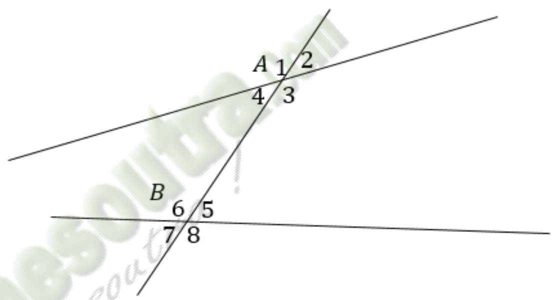
Sur la figure ci-contre, la droite (L) est sécante aux droites (D_1) et (D_2) respectivement en E et en S.

- Les angles $\widehat{E_2}$ et $\widehat{S_4}$ sont des angles correspondants.
- $\widehat{S_1}$ et $\widehat{E_3}$sont des angles correspondants ;
- $\widehat{S_2}$ et $\widehat{E_4}$sont des angles correspondants ;
- $\widehat{S_3}$ et $\widehat{E_1}$ sont des angles correspondants.



Exercice de fixation

Sur la figure ci-dessous, la droite (AB) est sécante aux droites (D_1) et (D_2) respectivement en A et en B. Cite tous les angles correspondants.



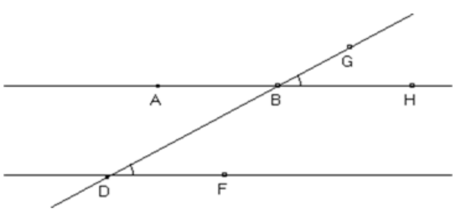
Corrigé

- Les angles $\widehat{A_1}$ et $\widehat{B_6}$ sont deux angles correspondants.
- Les angles $\widehat{A_4}$ et $\widehat{B_7}$ sont deux angles correspondants.

2) <u>Propriétés</u>

<u>Propriété 1</u>

Si deux angles correspondants sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont la même mesure.



Les droites (AB) et (DF) sont parallèles.
La droite (BD) est sécante à (AB) et à (DF).

<u>Données</u> : $\widehat{\text{BDF}}$ et $\widehat{\text{HBG}}$ sont deux angles correspondants. | (AB) / / (DF)

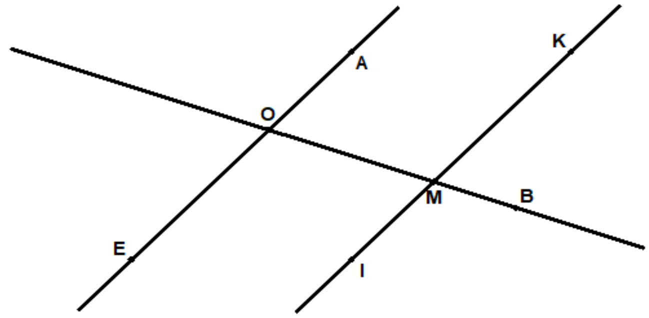
<u>Conclusion</u> : $\text{mes}\,\widehat{\text{BDF}} = \text{mes}\,\widehat{\text{HBG}}$

Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre, les droites (AE) et (KI) sont parallèles. La droite (OM) est sécante aux droites (AE) et (KI) respectivement en O et en M.

1) Justifie que les angles $\widehat{AOM}$ et $\widehat{KMB}$ ont la même mesure.

2) Justifie que les angles $\widehat{EOM}$ et $\widehat{IMB}$ ont la même mesure.



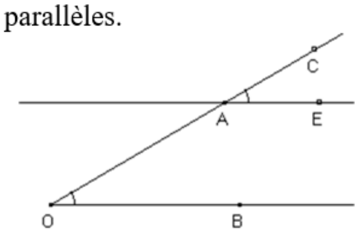
Corrigé

1) Les angles $\widehat{AOM}$ et $\widehat{KMB}$ sont deux angles correspondants formés par deux droites parallèles et la sécante commune (OM). Donc les angles $\widehat{AOM}$ et $\widehat{KMB}$ ont la même mesure.

2) Les angles $\widehat{EOM}$ et $\widehat{IMB}$ sont deux angles correspondants formés par deux droites parallèles et une sécante commune. Donc les angles $\widehat{EOM}$ et $\widehat{IMB}$ ont la même mesure.

__**Propriété 2**__

Si deux droites forment avec une sécante deux angles correspondants de même mesure, alors elles sont parallèles.



La droite (AO) est sécante à (AE) et à (OB).

__Données__ : $\widehat{CAE}$ et $\widehat{BOA}$ sont deux angles correspondants. | mes $\widehat{CAE}$ = mes $\widehat{BOA}$

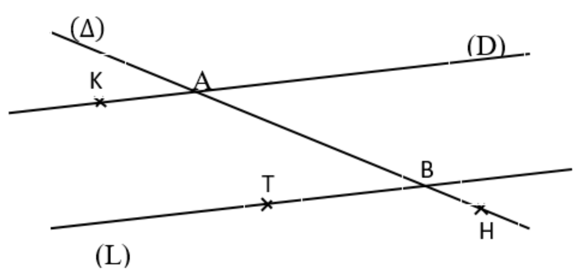
__Conclusion__ : $(EA)//(OB)$

Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre, la droite (Δ) est sécante aux droites (D) et (L) respectivement en A et en B.

De plus, les angles $\widehat{KAB}$ et $\widehat{TBH}$ ont la même mesure.

Justifie que les droites (D) et (L) sont parallèles.



Corrigé

Les angles $\widehat{KAB}$ et $\widehat{TBH}$ sont deux angles correspondants formés par les droites (D) et (L) et la sécante (Δ). De plus les deux angles $\widehat{KAB}$ et $\widehat{TBH}$ ont la même mesure.

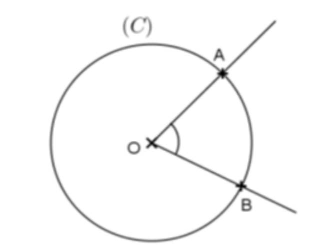
Donc, les droites (D) et (L) sont parallèles.

III. ANGLE AU CENTRE

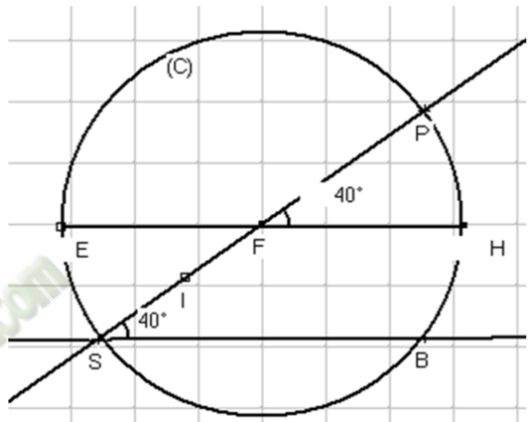
1) Définition

On appelle *angle au centre* d'un cercle, tout angle ayant pour sommet le centre de ce cercle.

Sur la figure ci-contre, (C) est un cercle de centre O. A et B sont deux points distincts de (C).
$\widehat{AOB}$ est un angle au centre du cercle (C).



<u>Activité</u> :
Sur la figure ci-dessous que représente le sommet de l'angle $\widehat{SFE}$?
L'angle $\widehat{SFE}$ est appelé……….
Qu'appelle-t-on angle au centre d'un cercle ?



<u>Réponse attendue</u> :
Le sommet de l'angle $\widehat{SFE}$ est le point F qui est
Le centre du cercle (C).
L'angle $\widehat{SFE}$ est appelé angle au centre.
On appelle angle au centre d'un cercle,
Un angle qui a pour sommet le centre de ce cercle.

<u>Exercice d'application</u> :
Dans chacun des cas suivants, nomme si possible les angles au centre du cercle (C).

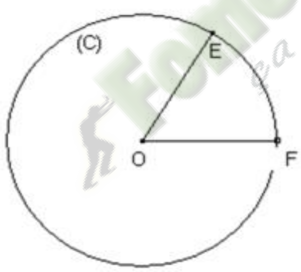


figure 1

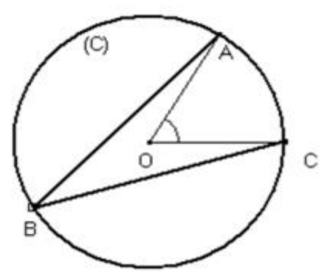


figure 2

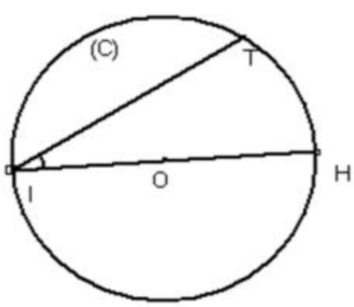


figure 3

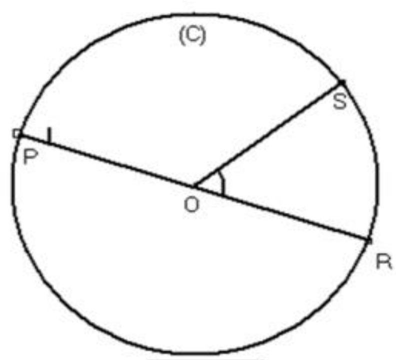


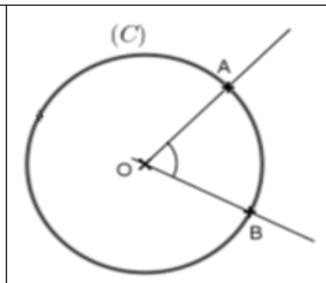
figure 4

Réponse attendue :
Figure 1 : $\widehat{EOF}$ est un angle au centre du cercle (C).
Figure 2 : $\widehat{AOC}$ est un angle au centre du cercle (C).
Figure 3 : $\widehat{IOH}$ est un angle au centre.
Figure 4 : $\widehat{SOR}$ et $\widehat{POR}$ sont des angles au centre du cercle (C).

2) Arc intercepté par un angle au centre

Présentation

(C) est un cercle de centre O.
A et B sont deux points de (C).
- Les points A et B déterminent deux parties du cercle appelées ***arcs de cercle***.
- Lorsque [AB] n'est pas un diamètre de (C), l'arc le plus court est noté $\widehat{AB}$ et l'arc le plus long est noté $\overset{\frown}{AB}$.
On dit que l'angle au centre $\widehat{AOB}$ intercepte l'arc $\widehat{AB}$ ou l'arc $\widehat{AB}$ est intercepté par l'angle au centre $\widehat{AOB}$.



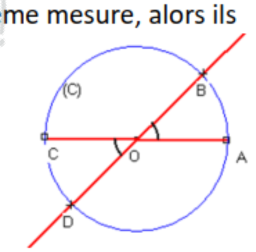
3) Longueur d'un arc de cercle

Propriétés :

- La longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à la mesure de l'angle au centre qui l'intercepte.
- Dans un cercle, si deux angles au centre ont la même mesure, alors ils interceptent deux arcs de même longueur.

$\boxed{\text{mes}\widehat{AOB} = \text{mes}\widehat{COD}}$

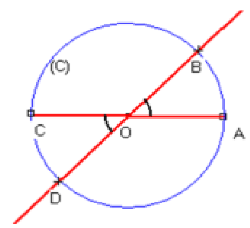
$\boxed{\text{longueur de } \widehat{AB} = \text{longueur de } \widehat{CD}}$



- Dans un cercle, si deux arcs ont la même longueur, alors ils sont interceptés par deux angles de même mesure.

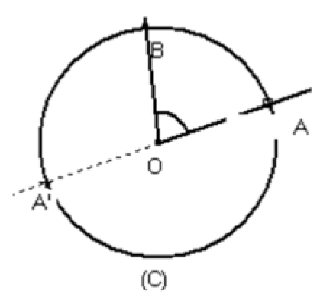
$\boxed{\text{longueur de } \widehat{AB} = \text{longueur de } \widehat{CD}}$

$\boxed{\text{mes}\widehat{AOB} = \text{mes}\widehat{COD}}$



Formule :
(C) est un cercle de rayon r
$\text{longueur de } \overset{\frown}{AB} = 2\pi r - \text{longueur de } \widehat{AB}$
$\text{longueur}\widehat{AB} = r \times \alpha$ avec $\propto = \frac{2\pi \times \text{mesure de l'angle au centre qui l'intercepte}}{360°}$

Exemple :
On donne $\text{mes}\widehat{AOB} = 60°$ et $r = OA$
Calculons $\propto = \frac{2\pi \times 60°}{360°} = \frac{\pi}{3}$
Donc $\text{longueur}\widehat{AB} = OA \times \frac{\pi}{3}$

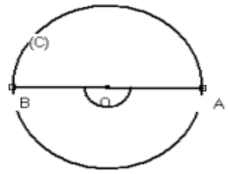
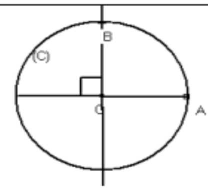
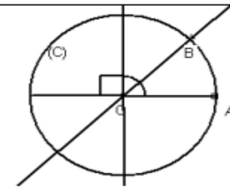


Remarque :
L'unité de longueur de l'arc s'exprime en fonction
De celle du rayon.

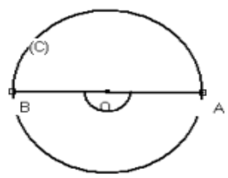
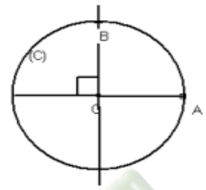
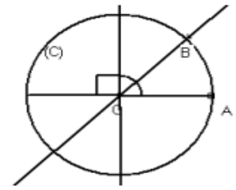
Activité :

L'unité est le centimètre. (C) est un cercle de centre O et de rayon r.

Recopie et complète le tableau ci-dessous :

			
Mesure de l'angle intercepté par $\widehat{AB}$	180°	....	....
Longueur en cm de l'arc	$\pi \times r$	....	....

Réponse attendue :

			
Mesure de l'angle intercepté par $\widehat{AB}$	180°	90°	45°
Longueur en cm de l'arc	$\pi \times r$	$\frac{\pi}{2} \times r$	$\frac{\pi}{4} \times r$

Exercice d'application

(C) est un cercle de centre O et de rayon 3 cm.

Calcule la longueur en cm de chacun des arcs interceptés respectivement par un angle au centre de 30° et 135°.

Réponse attendue :

Regroupons dans un tableau :

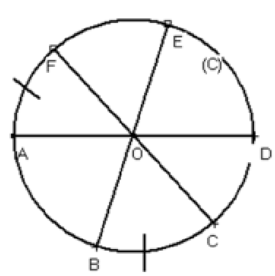
Mesure en degré de l'angle au centre	30°	135°
Longueur de l'arc intercepté	$l = 3 \times \frac{2\pi \times 30°}{360°} = 3 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ cm	$l = 3 \times \frac{2\pi \times 135°}{360°} = \frac{9\pi}{4}$ cm

Exercice d'application

(C) est un cercle de centre O.

Observe attentivement la figure ci-dessous.

1) Justifie que les arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{ED}$ ont la même Longueur.
2) Justifie que les angles au centre $\widehat{FOA}$ et $\widehat{BOC}$ Ont la même mesure.



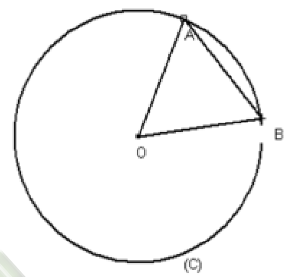
<u>Réponse attendue</u> :

1) Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{EOD}$ sont opposés par le sommet O,
   Donc mes$\widehat{AOB}$ = mes$\widehat{EOD}$ or les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{EOD}$ sont des angles au centre interceptant respectivement les arcs $\overset{\frown}{AB}$ et $\overset{\frown}{ED}$ donc ces arcs ont la même longueur.
2) Les angles au centre $\widehat{FOA}$ et $\widehat{BOC}$ interceptent respectivement les arcs $\overset{\frown}{AF}$ et $\overset{\frown}{BC}$ de même longueur.
   Donc mes$\widehat{FOA}$ = mes$\widehat{BOC}$

<u>Exercice de maison :</u>

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, (C) est un cercle de centre O et AOB est un triangle équilatéral de coté 2,1 cm.

1) Calcule la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$.
2) Déduis-en la longueur de l'arc $\overset{\frown}{AB}$.



4) Propriétés

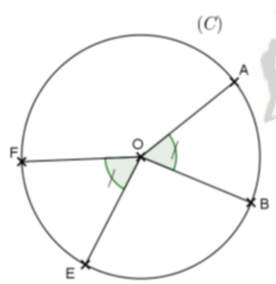
<u>Propriété 1</u>

Dans un cercle, si deux angles au centre ont la même mesure, alors ils interceptent deux arcs de même longueur.

$\widehat{AOB}$ et $\widehat{EOF}$ sont des angles au centre.

mes $\widehat{AOB}$ = mes $\widehat{EOF}$

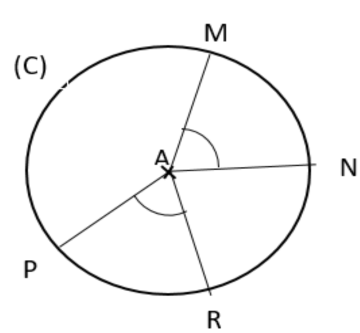
Les arcs $\overset{\frown}{AB}$ et $\overset{\frown}{EF}$ sont de même longueur



Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre, (C) est un cercle de centre A.
M, N, P et R sont des points de (C) tels que mes $\widehat{MAN}$ = mes $\widehat{PAR}$.

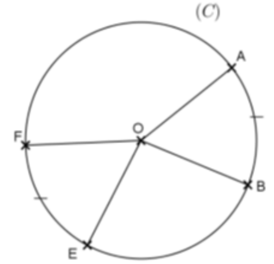
Justifie que les arcs $\overset{\frown}{MN}$ et $\overset{\frown}{PR}$ ont la même longueur.



Corrigé

Les angles au centre $\widehat{MAN}$ et $\widehat{PAR}$ ont la même mesure.
Donc, les arcs $\overset{\frown}{MN}$ et $\overset{\frown}{PR}$ ont la même longueur.

Propriété 2

Dans un cercle, si deux arcs ont la même longueur, alors ils sont interceptés par deux angles au centre de même mesure.	

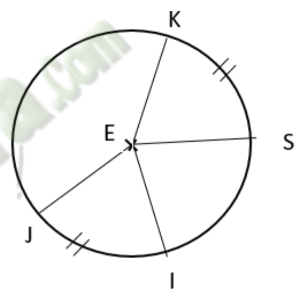
$\widehat{AOB}$ et $\widehat{EOF}$ sont des angles au centre.

Les arcs $\overset{\frown}{AB}$ et $\overset{\frown}{EF}$ sont de même longueur.

mes$\widehat{AOB}$ = mes$\widehat{EOF}$

Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre, (C) est un cercle de centre E.
Les arcs $\widehat{JI}$ et $\widehat{KS}$ ont la même longueur.
Justifie que les angles au centre $\widehat{JEI}$ et $\widehat{KES}$ ont la même mesure.



Corrigé

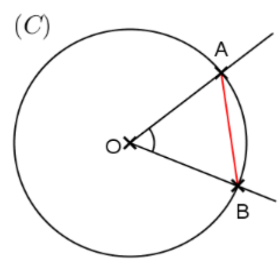
Les angles au centre $\widehat{JEI}$ et $\widehat{KES}$ interceptent respectivement les arcs $\widehat{JI}$ et $\widehat{KS}$.
Les arcs $\widehat{JI}$ et $\widehat{KS}$ ont la même longueur. Donc, les angles $\widehat{JEI}$ et $\widehat{KES}$ ont la même mesure.

5) Cordes et arcs de cercle

a) Définition

Une corde d'un cercle est un segment dont les extrémités sont deux points du cercle.

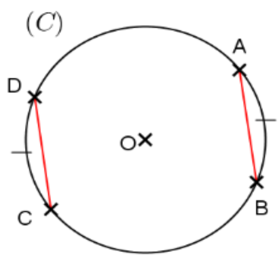
b) Présentation

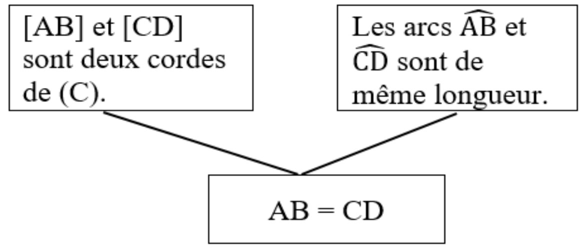
(C) est un cercle de centre O. A et B sont deux points de (C). Le segment [AB] est une **corde** du cercle (C). La corde [AB] **sous-tend** les deux arcs d'extrémités A et B.	

c) Propriétés

Propriété 1

Dans un cercle, si deux arcs ont la même longueur, alors les deux cordes qui les sous-tendent ont la même longueur.

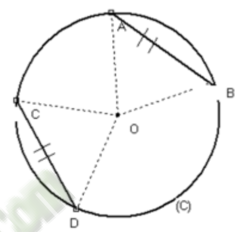




Activité :

(C) est un cercle de centre O. A, B, C et D sont quatre points de (C) tel que $AB = CD$.

1) Justifie que les triangles AOB et COD isocèles en O.
2) Vérifie que les angles au centre $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ ont la mesure.
3) Que peut-on dire des longueurs des arcs $\overset{\frown}{AB}$ et $\overset{\frown}{CD}$?
   Justifie ta réponse.



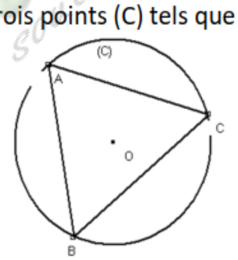
Réponse attendue :

1) Justifions que AOB et DOC sont isocèles.
   Les segments $[OA]$, $[OB]$, $[OC]$et $[OD]$ sont des rayons
   Donc $OA = OB = OC = OD$ d'où les triangles AOB et DOC sont isocèles en O.
2) Les angles au centre $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ ont la même mesure et interceptent les arcs $\overset{\frown}{AB}$ et$\overset{\frown}{CD}$ donc longueur $\overset{\frown}{AB}$ = longueur $\overset{\frown}{CD}$

Exercice d'application

(C) est un cercle de centre O. A, B et C sont trois points (C) tels que les arcs $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$ et $\overset{\frown}{AC}$ ont la même longueur.

Justifie que le triangle ABC est équilatéral.



Réponse attendue

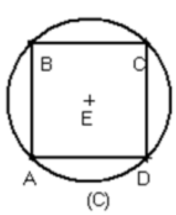
Les arcs $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$ et $\overset{\frown}{AC}$ ont la même longueur et les cordes qui les sous-tendent ont la même longueur, $AB = AC = BC$ donc ABC est un triangle équilatéral.

Exercice d'application :

(C) est un cercle de centre O et de rayon 1 cm.

ABCD est un carré inscrit dans ce cercle.

Justifie que les arcs $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CD}$ et $\overset{\frown}{DA}$ ont la même longueur.



Réponse attendue :

ABCD est un carré, donc $AB = BC = CD = AD$ or ABCD est inscrit dans (C), alors les segments [AB], [BC], [CD] et [AD] sont des cordes du cercle, elles sous-tendent respectivement les arcs $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CD}$ et $\overset{\frown}{DA}$. Donc ces arcs ont la même longueur.

Discipline : MATHÉMATIQUE

Classe : 4ième
Compétence 2
Thème : ACTIVITE NUMERIQUE
Leçon : NOMBRES RATIONNELS
Nombre de séance : 05
Séance
Durée d'une séance : 55 min
Supports didactiques : Manuels au programme
Pré-requis :

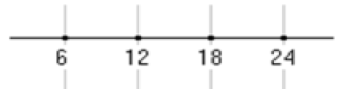
THEME : CALCUL NUMERIQUE

LEÇON : NOMBRES RATIONNELS

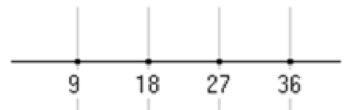
HABILETES	CONTENUS
◆ Identifier	- un nombre rationnel - un nombre décimal d'ordre n - un nombre en notation scientifique - le PGCD de deux nombres entiers naturels non nuls - le PPCM de deux nombres entiers naturels non nuls
◆ Noter	l'ensemble des nombres rationnels
◆ Ecrire	un nombre décimal sous la forme d'une fraction ou de l'opposé d'une fraction
◆ Calculer	- le PGCD de deux nombres entiers naturels non nuls - le PPCM de deux nombres entiers naturels non nuls - la somme, la différence, le produit et le quotient de deux nombres rationnels
◆ Utiliser	- le PGCD pour : ⇨ simplifier une fraction ⇨ déterminer l'ensemble des diviseurs communs à deux entiers naturels - le PPCM pour rendre deux fractions au même dénominateur - les propriétés sur les nombres rationnels pour effectuer des calculs dans Q
◆ Déterminer	- l'inverse d'un nombre rationnel. - l'approximation décimale par défaut, par excès d'un nombre rationnel à un ordre donné. - la troncature d'un nombre rationnel à un ordre donné. - l'arrondi d'un nombre rationnel à un ordre donné. - un nombre décimal d'ordre n, n étant donné
◆ Encadrer	un nombre rationnel par deux nombres décimaux consécutifs à un ordre donné
◆ Traiter une situation	de vie courante faisant appel aux nombres rationnels et à leurs propriétés

<u>**SITUATION PROBLEME**</u>

Dns le but de fêter l'anniversaire de son fils aîné de dix ans chaque six ans et celui du cadet qui a sept ans chaque neuf ans, à partir de l'an deux mille douze. Pour cela, l'oncle des enfants qui réside aux USA décide d'offrir aux enfants des vacances de rêve aux USA les années où les deux anniversaires coïncideront.
Il est question de trouver la première année de vacances aux USA.
<u>Réponse attendue</u> :



- Les années de célébration de l'anniversaire de l'aîné :



- Les années de célébration de l'anniversaire du cadet :

Les deux anniversaires coïncideront dans 18 ans, donc l'année de leurs vacances aux USA est 2030.
Le nombre recherché est le plus petit commun multiple des nombres 9 et 6.

<u>**Exemple de situation**</u>

Dans le cadre de ses activités, le Conseil Général de Sinfra a célébré les meilleurs élèves en Mathématique et en Anglais en 2012. Il décide de renouveler cette célébration tous les 6 ans pour les Mathématiques et tous les 9 ans pour l'anglais. Il est question de savoir la prochaine année où les meilleurs élèves des deux matières seront célébrés ensemble.

B. RÉSUMÉ DE COURS

I. PPCM et PGCD de deux nombres entiers naturels

1) PPCM d'un nombre entier naturel

a- <u>Définition</u>

Soit a et b deux nombres entiers naturels non nuls.
Le plus petit de tous les nombres entiers naturels non nuls qui sont à la fois multiples de a et multiples de b est appelé le Plus Petit Commun Multiple non nul de a et b et est noté PPCM $(a;b)$.

<u>**Règle**</u> :
Pour obtenir le PPCM de deux nombres entiers naturels non nuls, on peut procéder comme suit :
- Décomposer en produit de facteurs premiers chaque nombre ;
- Faire le produit p de tous les facteurs premiers apparus dans les décompositions, chacun n'étant pris qu'une seule fois et affecté de son plus grand exposant

On pourrait noter le PPCM de deux nombres a et b: $PPCM(a;b)$

<u>Exercice d'application</u> :
Trouve le $PPCM(28;40)$

Réponse attendue :

$28 = 7 \times 2^2$ et $40 = 2^3 \times 5$

$p = 7 \times 2^3 \times 5 = 280$ donc $PPCM(28; 40) = 280$

Exercice d'application :

Calcule le $PPCM(a; b)$ des nombres ci-dessous :

1- $a = 2 \times 3^3$ et $b = 2^2 \times 7^2 \times 5$
2- $a = 126$ et $b = 231$
3- $a = 3^2 \times 7$ et $b = 45$

Réponse attendue :

1) $PPCM(a; b) = 2^2 \times 3^3 \times 7^2 \times 5$
2) $a = 2 \times 3^2 \times 7$ et $b = 3 \times 7 \times 11$ donc $PPCM(a; b) = 2 \times 3^2 \times 7 \times 11$
3) $a = 3^2 \times 7$ et $b = 3^2 \times 5$ donc $PPCM(a; b) = 3^2 \times 7 \times 5$

2) PGCD de deux nombres entiers naturels

a- Définition

Soit a et b deux nombres entiers naturels non nuls.

Le plus grand de tous les nombres entiers naturels qui sont à la fois diviseurs de a et diviseurs de b est appelé le Plus Grand Commun Diviseur de a et b et est noté PGCD $(a; b)$.

Règle :

Pour obtenir le $PGCD$ de deux nombres entiers naturels non-nuls, on peut procéder comme suit :

- Décomposer en produit de facteurs premiers chaque nombre ;
- Faire le produit q de tous les facteurs premiers apparus dans les décompositions, chacun n'étant pris qu'une seule fois et affecté de son plus petit exposant

On pourrait noter le PGCD de deux nombres a et b: $PGCD(a; b)$

Exercice d'application :

1- Trouve le PGCD de 28 et 40
2- Rends les deux fractions suivantes au même dénominateur en utilisant le PPCM de 6 et 9. $\frac{2}{9}$ et $\frac{5}{6}$
3- Simplifie la fraction $\frac{18}{24}$.

Réponse attendue :

1- $28 = 2^2 \times 7$ et $40 = 2^3 \times 5$ donc $PGCD(28; 40) = 2^2 = 4$
2- $\frac{2}{9} = \frac{4}{18}$ et $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$
3- $\frac{18}{24} = \frac{18 \div 6}{24 \div 6} = \frac{3}{4}$

Remarque :

Pour simplifier une fraction et la rendre irréductible, il suffit de simplifier le numérateur et le dénominateur par le PGDC du numérateur et du dénominateur.

Exemple :

Simplifions $\frac{28}{40}$.

$PGCD(28; 40) = 4$ donc $\frac{28 \div 4}{40 \div 4} = \frac{7}{10}$

Exercices de maison :

Exercice 1 :

Calcule le PGCD des nombres a et b suivants :

1) $a = 2 \times 3^2 \times 5$ et $b = 2^3 \times 7 \times 5$
2) $a = 54$ et $b = 72$
3) $a = 147$ et $b = 2^4 \times 5^3$

Exercice 2 :

1- Rends au même dénominateur les fractions suivantes en utilisant le PPCM : $\frac{8}{9}$ et $\frac{12}{25}$
$\frac{7}{21}$ et $\frac{11}{24}$
2- Simplifie les fractions suivantes en utilisant le PGCD : $\frac{28}{52}$; $\frac{105}{75}$ et $\frac{147}{234}$

II. Nombres rationnels

1) Définition :

Un nombre rationnel est un nombre égal à une fraction ou à l'opposé d'une fraction

L'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$.

Exemple :

0 ; 2 ; -3 ; 4,75 ; - 0,023 ; $\frac{7}{2}$ et $-\frac{9}{5}$ sont des nombres rationnels.

Exercice d'application :

Ecris les nombres décimaux suivants sous la forme d'une fraction ou de l'opposé d'une fraction.

$0{,}63$; $8{,}1$; $-0{,}432$; -4 et 3

Réponse attendue :

$0{,}63 = \frac{63}{100}$; $8{,}1 = \frac{81}{10}$; -4 et 3

2) Ecriture des nombres rationnels

Propriétés

- Un nombre rationnel peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ où a et b sont deux entiers relatifs et $b \neq 0$.
- Pour deux entiers naturels a et b avec $b \neq 0$ on a : $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$.

Exemples :

$\frac{-9}{5} = \frac{9}{-5} = -\frac{9}{5}$ et $\frac{-7}{-2} = \frac{7}{-(-2)} = \frac{7}{2}$

Remarque

Tout nombre décimal est un nombre rationnel.

3) Opérations sur les nombres rationnels

a- Produit de deux nombres rationnels

Propriété :

a, b, c et d sont des nombres entiers relatifs tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Exemples

- $\frac{-9}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{-9\times4}{5\times7} = \frac{-36}{35} = -\frac{36}{35}$.
- $\frac{-9}{5} \times \frac{7}{-2} = \frac{-9\times7}{5\times(-2)} = \frac{-63}{-10} = \frac{-(-63)}{10} = \frac{63}{10}$.
- $3 \times \frac{8}{11} = \frac{3\times8}{11} = \frac{24}{11}$.

Activité :

Calcule les produits suivants :

$$a = \frac{3}{5} \times \frac{7}{6} \ ; \ b = \left(-\frac{2}{7}\right) \times \frac{21}{8}; \ c = \left(-\frac{7}{8}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) \text{ et } d = (-2) \times (-\frac{7}{12})$$

Complète : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \cdots$

Réponse attendue :

$$a = \frac{3}{5} \times \frac{7}{6} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10} \ ; \ b = \left(-\frac{2}{7}\right) \times \frac{21}{8} = -\frac{42}{56} = -\frac{3}{4};$$

$$c = \left(-\frac{7}{8}\right) \times \left(\frac{-2}{5}\right) = \frac{14}{40} = \frac{7}{20} \text{ et } d = (-2) \times \left(-\frac{7}{12}\right) = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

b- Inverse d'un nombre rationnel

Définition :

a et b sont deux entiers relatifs non nuls.

L'inverse du nombre rationnel $\frac{a}{b}$ est le nombre rationnel $\frac{b}{a}$.

Exemples :

L'inverse de $\frac{9}{5}$ est $\frac{5}{9}$ (on remarque que : $\frac{9}{5} \times \frac{5}{9} = \frac{45}{45} = 1$).

L'inverse de $-\frac{7}{13}$ est $-\frac{13}{7}$.

Remarque

Le nombre 0 n'a pas d'inverse.

Activité :

Calcule les produits suivants :

$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}$; $(-3) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$; $5 \times 0{,}2$

Que constates-tu ?

Comment sont les nombres $\frac{3}{4}$ et $\frac{4}{3}$?

Complète $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \cdots$

Réponse attendue :

$\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}=\frac{12}{12}=1$; $(-3)\times\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{3}=1$ *et* $5\times0{,}2=1$

On constate que chaque produit donne le nombre 1.

On dit alors que les $\frac{3}{4}$ *et* $\frac{4}{3}$ *sont inverses*. $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=\mathbf{1}$

c- Quotient de deux nombres rationnels

Définition :

a, b, c *et* d sont des nombres entiers relatifs tels que b, c *et* d sont non nuls.

On appelle quotient du nombre rationnel $\frac{a}{b}$ par le nombre rationnel $\frac{c}{d}$, le nombre rationnel $\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$.

Ainsi, $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$.

Exemples

- $\frac{\frac{-9}{5}}{\frac{4}{7}}=\frac{-9}{5}\times\frac{7}{4}=\frac{-9\times7}{5\times4}=\frac{-63}{20}=-\frac{63}{20}$.
- $\frac{\frac{-9}{5}}{-7}==\frac{-9}{5}\times\frac{1}{-7}=\frac{-9\times1}{5\times(-7)}=\frac{-9}{-35}=\frac{9}{35}$.
- $\frac{7}{\frac{3}{4}}=7\times\frac{4}{3}=\frac{7\times4}{3}=\frac{28}{3}$.

Exercice d'application

Calcule les quotients suivants :

$$\mathrm{A}=\frac{\frac{-5}{7}}{\frac{4}{9}}\ ;\ \mathrm{B}=\frac{3}{\frac{4}{5}}\ ;\mathrm{C}=\frac{8}{5}\div\frac{-3}{7}\ \ ;\ \mathrm{D}=\frac{\frac{2}{3}}{5}$$

Réponse attendue :

$$\mathrm{A}=\frac{\frac{-5}{7}}{\frac{4}{9}}=\frac{-5}{7}\times\frac{9}{4}=-\frac{45}{28}\ ;\ \mathrm{B}=\frac{3}{\frac{4}{5}}=\frac{15}{4}\ ;\mathrm{C}=\frac{8}{5}\div\frac{-3}{7}=-\frac{56}{15}\ ;\ \mathrm{D}=\frac{\frac{2}{3}}{5}=\frac{2}{15}$$

Exercices de maison :

Effectue les calculs ci-dessous (tu écriras chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou de l'opposé d'une fraction irréductible).

$$A=\frac{3}{4}+\frac{6}{5}+\frac{7}{2}\ ;\ B=2+\frac{2}{4}+(-3)+\frac{2}{3}\ ;\ C=\frac{3}{2}\times\frac{7}{5}\times\left(-\frac{20}{9}\right);D=\frac{7}{9}\times\frac{36}{35}\times\frac{3}{4}$$

$$E=\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{7}{5}\right)\times\left(-\frac{8}{75}\right)\ ;\ F=\frac{5}{-7}\div\frac{5}{8};G=\frac{-\frac{7}{2}}{21}$$

4) Approximation décimale – Arrondi – Troncature

a) Approximations décimales d'un nombre rationnel

Présentation :
On considère l'encadrement $1,85 < \frac{13}{7} < 1,86.$

On a : 1,86 – 1,85 = 0,01 = 10^{-2} . On dit que :

- ✓ 1,85 est l'approximation décimale par défaut d'ordre 2 de $\frac{13}{7}$.
- ✓ 1,86 est l'approximation décimale par excès d'ordre 2 de $\frac{13}{7}$.

Exemple

Déterminons les approximations décimales par excès et par défaut d'ordre 3 de $\frac{18}{7}$.

On a : $\frac{18}{7} = 2,5714285.$

L'approximation décimale d'ordre 3 par défaut de $\frac{18}{7}$ est $2,571$.

L'approximation décimale d'ordre 3 par excès de $\frac{18}{7}$ est $2,572$.

Exercice de fixation

Complète le tableau ci-dessous.

	26,457131	31,354942
Approximation décimale d'ordre 2 par excès		
Approximation décimale d'ordre 2 par défaut		
Approximation décimale d'ordre 3 par excès		
Approximation décimale d'ordre 3 par défaut		

Corrigé

	26,457131	31,354942
Approximation décimale d'ordre 2 par excès	26,46	31,36
Approximation décimale d'ordre 2 par défaut	26,45	31,35
Approximation décimale d'ordre 3 par excès	26,458	31,355
Approximation décimale d'ordre 3 par défaut	26,457	31,354

b) Arrondi d'ordre *n* d'un nombre rationnel

Méthode :
a et b sont deux entiers relatifs et $b \neq 0$.
Pour trouver l'arrondi d'ordre n du nombre rationnel $\frac{a}{b}$.

- On calcule d'abord le quotient q de la division de a par b $avec$ $n+1$ chiffres après la virgule.
- Si le $(n+1)^{ième}$ chiffre après la virgule est 0, 1, 2, 3 ou 4, l'arrondi d'ordre n de $\frac{a}{b}$ est l'approximation décimale par défaut.
- Si le $(n+1)^{ième}$ chiffre après la virgule est 5, 6, 7, 8 ou 9, l'arrondi d'ordre n de $\frac{a}{b}$ est l'approximation décimale par excès.

<u>Exemple</u>

Déterminons l'arrondi d'ordre 5 de $\frac{18}{7}$.

On a : $\frac{18}{7} = 2{,}5714285$.

L'arrondi d'ordre 5 de $\frac{18}{7}$ est 2,57143 car le 6ème chiffre après la virgule est 8.

<u>Exercice d'application</u> :

Donne les arrondis de $\pi = 3{,}14159265$ d'ordre 2 et d'ordre 4.

<u>Réponse attendue</u> :

D'ordre 2 : le 3ème chiffre est 1, donc l'arrondi est l'approximation décimale par défaut qui est $\pi = 3{,}14$.

D'ordre 4 : le 5ème chiffre est 9, donc l'arrondi est l'approximation décimale par excès qui est $\pi = 3{,}1316$

<u>Exercices de maison</u> :

<u>Exercice 1</u> :

Ecris sous la forme d'une puissance de 10.

$\frac{0{,}001}{10^2}$; $\frac{10^{-3}}{0{,}01}$; $\frac{0{,}001}{0{,}0001}$; $\frac{1}{10^3} \times 10^4 \times 10^2$ et $\frac{10^{-3}\times10^8}{10^3\times10^{-8}}$

<u>Exercice</u> 2 :

On donne les nombres rationnels suivants : $\frac{1}{3}$ et $\frac{120}{7}$

1) Donne la troncature à 3 décimales de chacun de ces nombres.
2) Donne l'approximation décimale d'ordre 2 par défaut et par excès de ces nombres.
3) Trouve l'arrondi d'ordre 1 et 3 de chacun de ces nombres.

Discipline : MATHÉMATIQUE

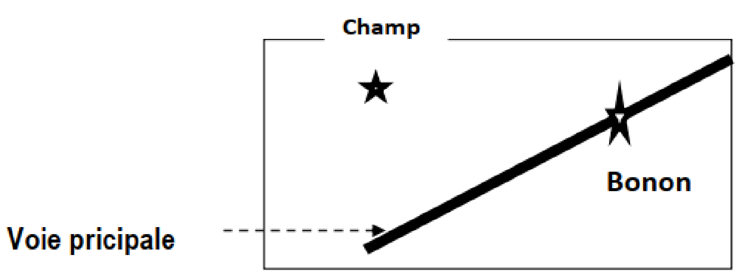
Classe : 4ième
Compétence 1
Thème : CONFIGURATION DU PLAN
Leçon : DISTANCES
Nombre de séances : 03
Séance 1 : Distance d'un point à une droite
Durée d'une séance : 55 min
Supports didactiques : Manuels au programme, instrument géométriques
Pré-requis :
- Triangle rectangle ;
- Construire une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point.

THEME : CONFIGURATION DU PLAN

LEÇON : DISTANCES

HABILETES	CONTENUS
◆ Identifier	- la distance d'un point à une droite. - la distance de deux droites parallèles - la bissectrice d'un angle
◆ Déterminer	- la distance d'un point à une droite. - la distance de deux droites parallèles
◆ Placer	- un point à une distance donnée d'une droite donnée
◆ construire	- une droite à une distance donnée d'un point donné - la bissectrice d'un angle
◆ Justifier	- l'appartenance d''un point à la bissectrice d'un angle
◆ Traiter une situation	faisant appel à la distance d'un point à une droite, à la distance de deux droites parallèles

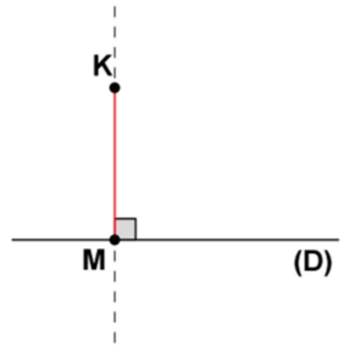
Exemple de situation :
Un topographe cherche sur carte de la localité de Bonon à tracer la voie la plus courte joignant un champ à la voie principale bitumée et rectiligne à cet endroit.
Cela pour écouler aisément les produits venant de ce champ. Voici la carte .



I- Distance d'un point à une droite

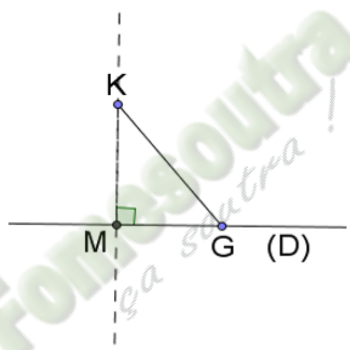
1. Définition

(D) est une droite et K est un point qui n'appartient pas à la droite (D). M est le point d'intersection de (D) et de la perpendiculaire à la droite (D) passant par K. KM est appelée distance du point K à la droite (D).



Remarques :

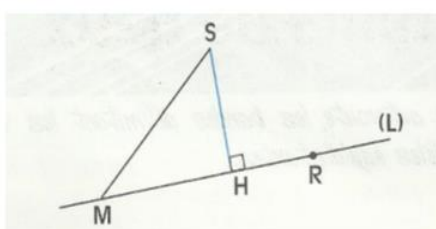
- KM étant la distance du point K à la droite (D), pour tout point G de la droite (D) non confondu à M, on a : KM < KG.



- G ∈ (D) donc la distance du point G à la droite (D) est nulle.

Exemple :

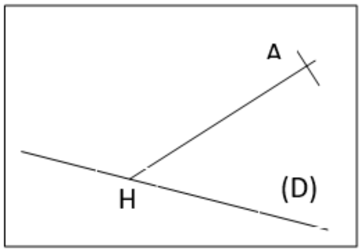
Sur la figure ci-dessous, la droite (SH) est perpendiculaire à la droite (L) au point H, donc SH est la distance du point S à la droite (L).



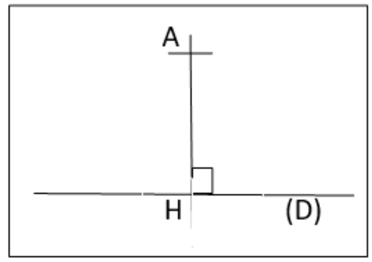
Exercice de fixation

Parmi les figure ci-dessous identifie celles sur lesquelles AH est la distance du point A à la droite (D).

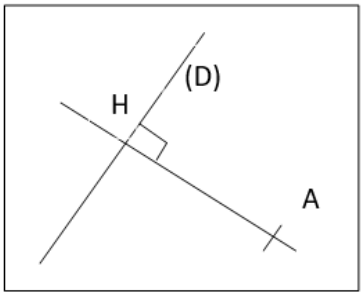
1



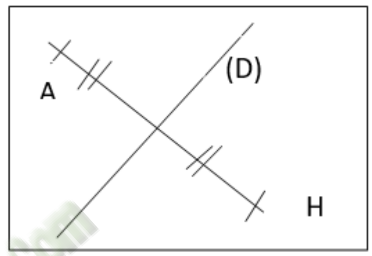
2



3



4



Corrigé

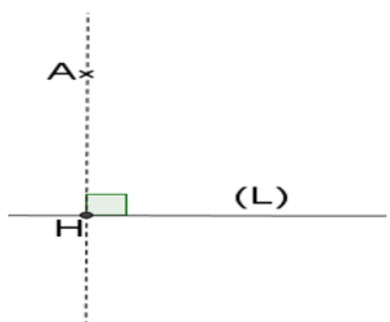
Les figures sur lesquelles AH est la distance du point A à la droite (D) sont les figures 2 et 3.

2. Méthode

Pour déterminer la distance d'un point A à une droite (L) :

- on trace la perpendiculaire à (L) passant à A ;
- on note H le point d'intersection de cette droite avec (L) ;
- on mesure le segment [AH].

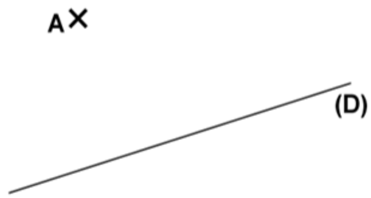
  La distance du point A à la droite (L) est la distance AH.



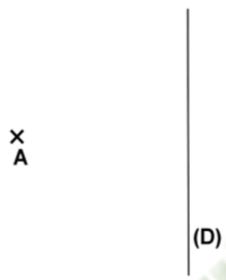
Exercice de fixation

Dans chacun des cas suivants, utilise tes instruments de géométrie pour déterminer la distance du point A à la droite (D).

1)

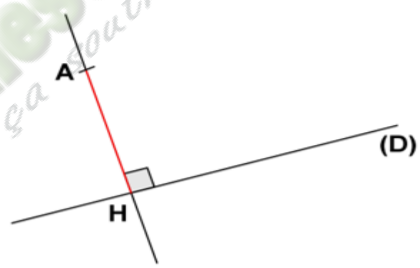


2)



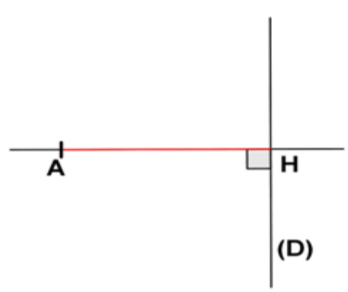
Corrigé

1)



La distance du point A à la droite (D) est la distance AH.

2)

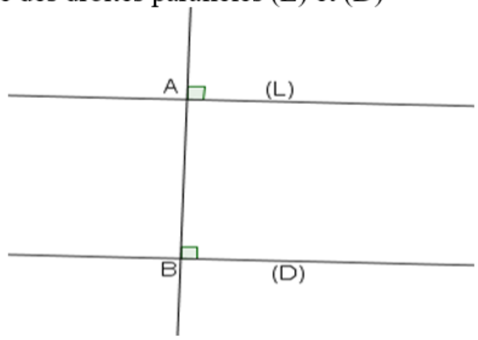


La distance du point A à la droite (D) est la distance AH.

II. Distance de deux droites parallèles

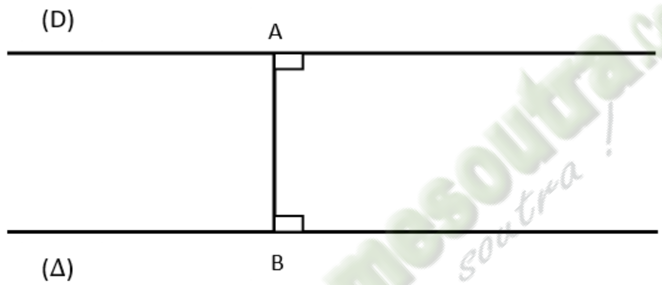
Définition

(L) et (D) sont deux droites parallèles.
A est un point de la droite (L) et B un point de la droite (D) tels que la droite (AB) est perpendiculaire à la droite (L).
La distance AB est appelée distance des droites parallèles (L) et (D)



Exemple

Sur la figure ci-dessous : (D) // (Δ) ; A ∈ (D) ; B ∈ (Δ) ; (AB)⊥(Δ) et AB = 2,6 cm.

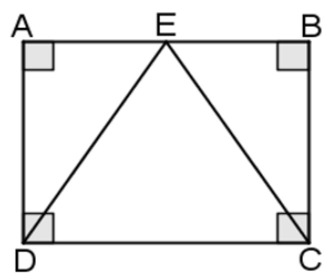


La distance des deux droites parallèles (D) et (Δ) est la distance AB c'est-à-dire 2,6 cm.

Exercice de fixation

Observe la figure codée ci-contre puis complète le tableau suivant par Vrai ou Faux.

Affirmation	La distance de la droite (AB) à la droite (DC) est ED	La distance de la droite (AD) à la droite (BC) est AB	La distance de la droite (AB) à la droite (DC) est BC
Réponse			



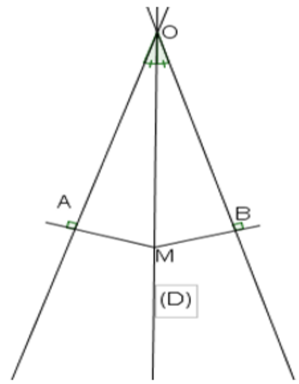
Corrigé

Affirmation	La distance de la droite (AB) à la droite (DC) est ED	La distance de la droite (AD) à la droite (BC) est AB	La distance de la droite (AB) à la droite (DC) est BC
Réponse	Faux	Vrai	Vrai

III. Caractérisation de la bissectrice d'un angle

Propriété 1

Si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est **équidistant** des supports des côtés de cet angle.



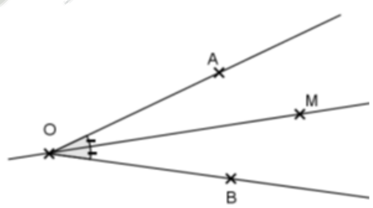
Le point M appartient à la bissectrice (D) de l'angle $\widehat{AOB}$

↓

distance de M à (OA) = distance M à (0B)

Exercice de fixation

Sur la figure ci-dessous, $\widehat{AOB}$ est un angle et M un point du plan.
Justifie que le point M est équidistant des droites (OA) et (OB).

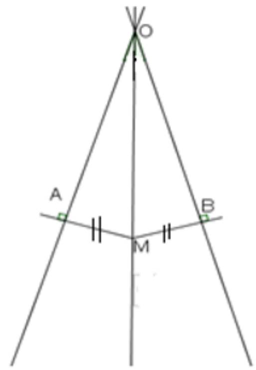


Corrigé

La droite (OM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$. Comme M∈(OM) alors le point M est équidistant des supports des côtés de l'angle $\widehat{AOB}$.

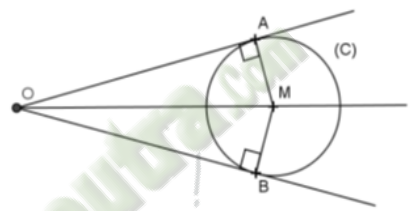
Propriété 2

Si un point est équidistant des supports des côtés d'un angle, alors ce point appartient à la bissectrice de cet angle.



Exercice de fixation

Observe la figure ci-dessous et justifie que le point M appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.



Corrigé

(C) est un cercle de centre M.
A et B sont deux points de (C), donc MA =MA.
Ainsi M est équidistant des supports des côtés de l'angle $\widehat{AOB}$.
D'où M appartient à la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$.

Discipline : MATHÉMATIQUE

Thème : CONFIGURATIONS DE L'ESPACE
Leçon : PERSPECTIVE CAVALIERE
Séance : 3/3
Durée de la séance : 55 min
Supports didactiques: Manuel, instruments de géométrie, mon cahier d'habiletés
Pré-requis :

THEME 3 : CONFIGURATION DE L'ESPACE

LEÇON : PERSPECTIVE CAVALIERE

HABILETES	CONTENUS
• Identifier	les règles de la perspective cavalière
• Reconnaitre	- une figure en perspective cavalière - un plan dans une perspective cavalière - un plan vertical de face, un plan vertical de profil, un plan horizontal
• Représenter	- un pavé droit en perspective cavalière - un prisme droit en perspective cavalière
• Traiter une situation	de vie courante faisant appel à la perspective cavalière d'un pavé droit ou d'un prisme droit

A - SITUATION D'APPRENTISSAGE

Lors d'une journée dénommée « journée carrière », les élèves d'une classe de quatrième d'un lycée moderne ont effectué, en compagnie de leur professeur de mathématique, une visite dans une usine de fabrication de savons solides ayant la forme de pavé droit. De retour en classe, le professeur constitue les élèves en différents groupes et demande à chacun de ces groupes de représenter dans un cahier un savon vu à l'usine. Ayant vérifié la production de chaque groupe, le professeur affirme qu'aucune représentation ne respecte les règles de la perspective cavalière.

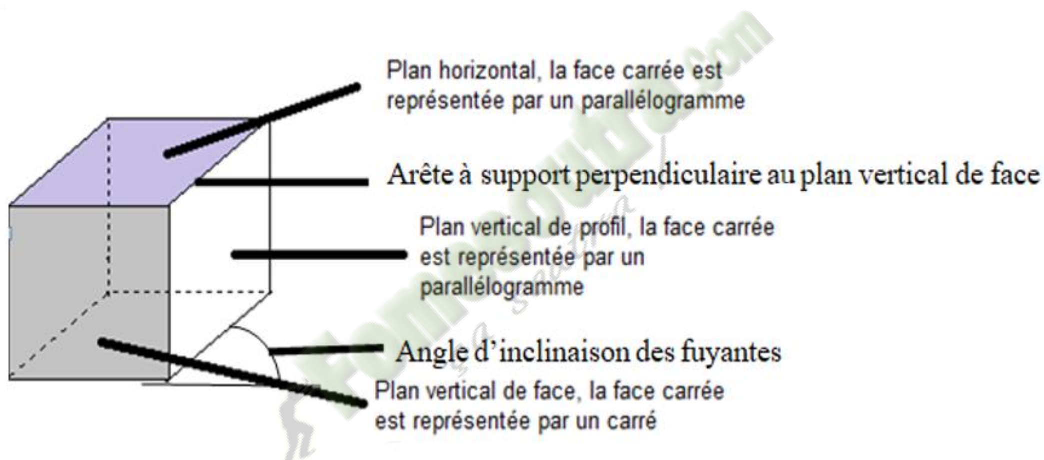
Curieux, les élèves se mettent à faire des recherches sur les règles de la perspective cavalière.

B – CONTENU DE LA LEÇON

La perspective cavalière est une technique de dessin qui permet de représenter dans le plan un solide de l'espace tout en rendant visibles les parties cachées.

I- Vocabulaire

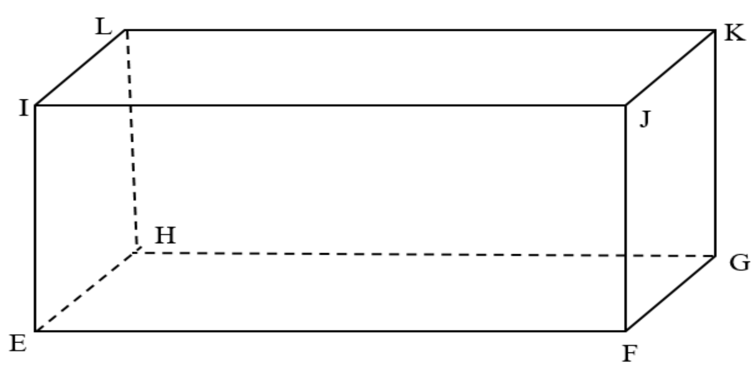
Représentation d'un cube en perspective cavalière.



Exercice de fixation

Voici ci-dessous un solide représenté en perspective cavalière.

1. Donne le plan vertical de face arrière.
2. Cite un plan vertical de profil.
3. Donne un plan horizontal.



S

Corrigé

1. Le plan vertical de face arrière est le parallélogramme LKGH.
2. Un plan vertical de profil est le parallélogramme EILH ou FJKG.
3. Un plan horizontal est le parallélogramme LKJI ou EHGF.

II- Représentation en perspective cavalière

1. Règles de la perspective cavalière

Règle 1 : Des arêtes à supports parallèles sur l'objet sont représentées par des segments de supports parallèles sur le dessin.

Règle 2 : Toute face de l'objet, située dans le plan vertical de face est dessinée sans déformation.

Règle 3 : Des arêtes « cachées » sont représentées par des traits en pointillés.

Règle 4 : Les arêtes de l'objet, à supports perpendiculaires au plan vertical de face, sont représentées par des segments à supports parallèles faisant un angle de mesure fixée α avec la représentation de l'horizontal sur le dessin. (α est appelé : l'inclinaison des fuyantes sur l'horizontal).

Règle 5 : Les longueurs des segments du dessin, représentant les arêtes de l'objet ayant des supports perpendiculaires au plan vertical de face sont multipliées par un coefficient c. (c est appelé : coefficient de réduction).

Exercice de fixation

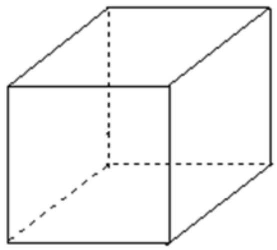
Pour chacune des affirmations suivantes, complète le tableau par « vrai » si l'affirmation est vraie ou par « faux » si l'affirmation est fausse.

Des arêtes cachées sont représentées par des traits continus	
Les arêtes de l'objet, à supports perpendiculaires au plan vertical de face, sont représentées par des segments à supports perpendiculaires	
Toute face de l'objet, située dans un plan vertical de face, est représentée sans déformation	
Les longueurs des segments du dessin, représentant les arêtes de l'objet ayant des supports perpendiculaires au plan vertical de face, sont multipliées par un coefficient de réduction plus petit que 1	

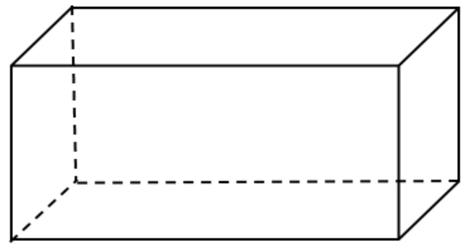
Corrigé

Des arêtes cachées sont représentées par des traits continus	Faux
Les arêtes de l'objet, à supports perpendiculaires au plan vertical de face, sont représentées par des segments à supports perpendiculaires	Vrai
Toute face de l'objet, située dans un plan vertical de face, est représentée sans déformation	Vrai
Les longueurs des segments du dessin, représentant les arêtes de l'objet ayant des supports perpendiculaires au plan vertical de face, sont multipliées par un coefficient de réduction plus petit que 1	Vrai

2. Quelques représentations en perspective cavalière d'un cube et d'un pavé droit



Cube



Pavé droit

Exercice de fixation

Parmi les figures ci-dessous, cite celles qui sont en perspective cavalière.

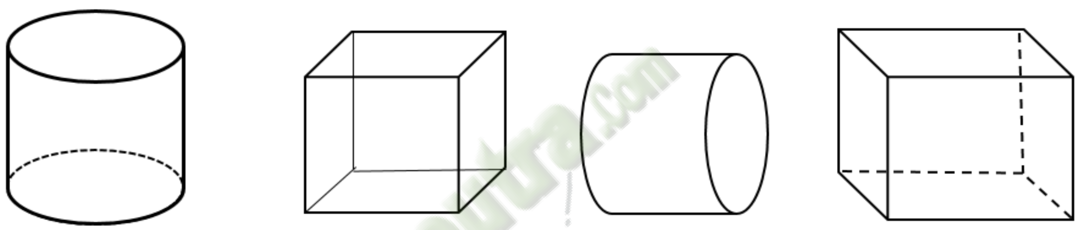


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

Corrigé

Les figures qui sont représentées en perspective cavalière sont : Figure 1 et Figure 4.

S

Discipline : MATHÉMATIQUE

Classe : 4$^{\text{ième}}$ **Compétence 2** **Thème :** ACTIVITE NUMERIQUE **Leçon 1 :** CALCUL LITTERAL **Nombre de séance :** 03 **Séance** 1/3 **Durée d'une séance** : 55 min **Supports didactiques :** Manuels au programme **Pré-requis :**

THEME 2: CALCUL LITTERAL

LEÇON: CALCUL LITTERAL

HABILETES	CONTENUS
◆ Connaître	- le développement de chacun des produits : $a(x+y), a(x-y), (a+b)(x+y)$ - le développement de chacun des produits remarquables : $(a+b)^2, (a-b)^2, (a+b)(a-b)$ - la factorisation de chacune des sommes : $ax+ay, ax-ay, ax+ay+bx+by$ - la factorisation de chacune des expressions remarquables $a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$, a^2-b^2
◆ Utiliser	- le développement de chacun des produits :$a(x+y), a(x-y), (a+b)(x+y)$pour développer un produit - le développement de chacun des produits remarquables : ○ $(a+b)^2, (a-b)^2, (a-b)(a+b)$pour développer un produit - la factorisation de chacune des sommes : $ax+ay; ax-ay; ax+ay+bx+by$ pour factoriser une somme - la factorisation des expressions remarquables pour factoriser une somme
◆ Traiter une situation	faisant appel au développement ou à la factorisation d'une expression littérale

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

A la rentrée scolaire, au mois de septembre, une élève en classe de 4$^{\text{ème}}$ dispose de 1 000 F dans sa tirelire.

Chaque mois, elle y met une pièce de 200 F économisée sur son argent de poche. Elle veut trouver une formule qui lui permettrait de connaître le montant de son épargne à un mois donné ($n^{\text{ième}}$ mois). Elle sollicite l'aide de ses camarades de classe pour déterminer son épargne en fonction du nombre de mois qu'elle aura épargné.

B. CONTENU DE LA LECON

B. CONTENU DE LA LECON

I. Expressions littérales

1. Définition

Une expression qui contient une ou plusieurs lettres est appelée **expression littérale**.

Exemples

$2a$; $(a - 5b)$; $2\pi r$; $3x + 4$… sont des expressions littérales.

2. Calcul de la valeur numérique d'une expression littérale

Méthode

- Pour calculer la valeur numérique d'une expression littérale qui contient une seule lettre, on remplace cette lettre par le nombre donné.
- Pour calculer la valeur numérique d'une expression littérale qui contient plusieurs lettres, on remplace ces lettres par les nombres donnés.

Exercices de fixation

Exercice 1

On donne l'expression littérale A telle que : A $= 3x + 4$.
Calcule la valeur numérique de A pour $x = 5$.

Corrigé

Pour $x = 5$, A $= 3 \times 5 + 4 = 15 + 4 = 19$.

Exercice 2

On donne l'expression littérale E telle que: E $= a - 5b$.
Calcule la valeur numérique de E pour $a = 7$ et $b = 1$.

Corrigé

Pour $a = 7$ et $b = 1$, E $= 7 - 5 \times 1 = 7 - 5 = 2$.

3. Organisation d'un calcul

Règle d'écriture

Dans un produit, on n'écrit pas le symbole de la multiplication « × » avant une lettre ou avant une parenthèse ouvrante.

Exemples

On écrira $2x$ au lieu de $2 \times x$ ou $\times 2$.
On écrira ab au lieu de $a \times b$.
On écrira $2(x - 7)$ au lieu de $2 \times (x - 7)$.
On écrira $9(12 + p)(x - 7)$ au lieu de $9 \times (12 + p) \times (x - 7)$.

4. Suppression de parenthèses

Règles

Règle 1

Dans une somme algébrique, on peut supprimer les parenthèses sans rien changer si:

- La parenthèse ouverte est précédée du signe « + » .
- Il n'y a aucun signe avant la parenthèse ouverte.

Exemple

$(-7 + a) + (b - 3 + c) = -7 + a + b - 3 + c.$

Règle 2

Dans une somme algébrique, on peut supprimer les parenthèses précédées du signe « − » à condition de changer les signes qui précèdent les termes dans ces parenthèses.

Exemple

$a - (b - 3 + c) = a - b + 3 - c.$

Exercice de fixation

Ecris l'expression suivante sans les parenthèses :

$x - (3a - b) - (-m + t - y)$

Corrigé

$x - (3a - b) - (-m + t - y) = x - 3a + b + m - t + y$.

5. Ordre de priorité des opérations

Règle

Pour calculer une somme algébrique :

- On effectue d'abord les opérations entre les parenthèses (s'il y'a en).
- En absence des parenthèses, on effectue dans l'ordre :
  - Les calculs de puissances,
  - Les multiplications et divisions,
  - Les additions et soustractions.

Exemple

Calcule la somme algébrique A telle que : $A = 7 \times 3^2 - 2\left(5 + \frac{1}{2}\right) + 4.$

$A = 7 \times 3^2 - 2\left(5 + \frac{1}{2}\right) + 4$: J'effectue l'opération entre parenthèses.

$A = 7 \times 3^2 - 2 \times \frac{11}{2} + 4$: Je calcule la puissance de 3^2.

$A = 7 \times 9 - 2 \times \frac{11}{2} + 4$: Je calcule les produits.

$A = 63 - 11 + 4$: Je calcule les sommes et les différences.

$A = 56.$

II. Développement et réduction d'un produit

1. Définition

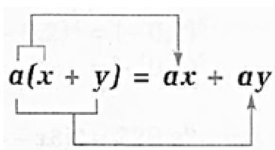
Développer un produit, c'est l'écrire sous la forme d'une somme.

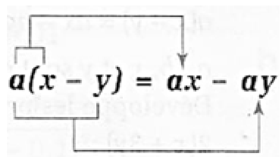
2. Développement des produits $a(x+y)$ et $a(x-y)$

Propriété

a, x et y sont des nombres rationnels.

- $a(x+y) = ax + ay$
- $a(x-y) = ax - ay$





Remarque

On écrit :

- $2x$ et non $x2$.
- $2(x+3)$ et non $(x+3)2$.
- 2×7 et non $2\,.\,7$
- $2 \times (-9)$ et non 2×-9.

Exercice de fixation

Développe chacun des produits suivants :

$5(x+7)$; $-2{,}5(x-4)$; $6(-10-2x)$.

Corrigé

$5(x+7) = 5x + 5 \times 7 = 5x + 35.$

$-2{,}5(x-4) = -2{,}5x - 2{,}5 \times (-4) = -2{,}5x + 10.$

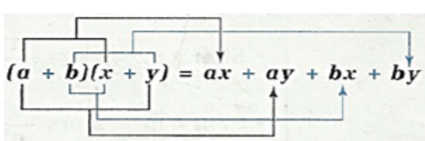
$6(-10-2x) = 6 \times (-10) + 6 \times (-2x) = -60 - 12x.$

3. Développement du produit $(a+b)(x+y)$

Propriété

a, b, x et y sont des nombres rationnels.

$(a+b)(x+y) = ax + ay + bx + by$



Exercice de fixation

Développe chacun des produits suivants :

$(x+5)(y+3)$; $(x+2)(y-3)$; $(3x+2)(2y-1)$.

Corrigé

$(x+5)(y+3) = xy + 3x + 5y + 15$

$(x+2)(y-3) = xy - 3x + 2y - 6$

$(3x+2)(2y-1) = 6xy - 3x + 4y - 2$

4. Produits remarquables

Propriétés

a et b sont des nombres rationnels.

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

Exercice de fixation

Développe chacun des produits suivants :

$(a+7)^2$; $(a-3)^2$; $(a+8)(a-8)$.

Corrigé

$(a+7)^2 = a^2 + 2 \times a \times 7 + 7^2 = a^2 + 14a + 49$.

$(a-3)^2 = a^2 - 2 \times a \times 3 + 3^2 = a^2 - 6a + 9$.

$(a+8)(a-8) = a^2 - 8^2 = a^2 - 64$.

III. Factorisation

1. Factorisation par la mise en évidence d'un facteur commun

Définition

Factoriser une somme, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs.

Exemple

Factorisons les expressions littérales A et B telles que : $A = 3x + 3$; $B = 12x^2 - 18x$.

Corrigé

A = $3x + 3$	$B = 12x^2 - 18x$
A = $3x + 3 \times 1$	$B = 6x \times 2x - 6x \times 3$
A = $3(x+1)$.	$B = 6x(2x-3)$.

Exercice de fixation

Factorise chacune des expressions littérales P, R et S suivantes :

$P = 10 - 5a$; $R = 2x(y-1) + (y-1)$ et $S = -x^2 + 2x$.

Corrigé

$P = 10 - 5a$	$R = 2x(y-1) + (y-1)$	$S = -x^2 + 2x$
$P = 5 \times 2 - 5 \times a$	$R = 2x \times (y-1) + 1 \times (y-1)$	$S = -x \times x + 2 \times x$
$P = 5(2-a)$.	$R = (y-1)(2x+1)$.	$S = x(-x+2)$.

2. Factorisation par l'utilisation de produits remarquables

Exemples

- $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x+3)^2$.
- $x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x-5)^2$.
- $x^2 - 121 = x^2 - 11^2 = (x-11)(x+11)$.

Exercice de fixation

Factorise chacune des expressions littérales M, N et L suivantes :

$M = a^2 - 16$; $N = x^2 + 14x + 49$ et $L = y^2 - 22x + 121$.

Corrigé

$M = a^2 - 16$	$N = x^2 + 14x + 49$	$L = y^2 - 22y + 1211$
$M = a^2 - 4^2$	$N = x^2 + 2 \times x \times 7 + 7^2$	$L = y^2 - 2 \times x \times 11 + 11^2$
$M = (a+4)(a-4)$.	$N = (x+7)^2$.	$L = (y-11)^2$.

Discipline : MATHÉMATIQUE

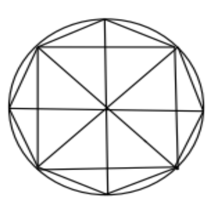
Classe : 4ième
Compétence 1
Thème : CONFIGURATIONS DU PLAN
Leçon : CERCLES ET TRIANGLES
Nombre de séance : 04
Séance
Durée d'une séance : 55 min
Supports didactiques : Manuels au programme, instrument géométriques, , mon cahier d'habiletés.
Pré-requis :

THEME : CONFIGURATION DU PLAN

LEÇON : CERCLES ET TRIANGLES

HABILETES	CONTENUS
• Identifier	- une tangente à un cercle - la droite des milieux
• Reconnaître	- les droites particulières dans un triangle (hauteur, médiane, bissectrice) - des points remarquables dans un triangle (centre de gravité, orthocentre, centre du cercle inscrit)
• Déterminer	- les positions relatives d'un cercle et d'une droite
• Construire	- une tangente à un cercle en un point du cercle - les tangentes à un cercle passant par un point à l'extérieur du cercle - des droites particulières dans un triangle - des points remarquables dans un triangle - un cercle inscrit dans un triangle
• Calculer	- une longueur dans un triangle
• Justifier	- le parallélisme de deux droites - qu'un point est le milieu d'un segment -que deux droites sont perpendiculaires
• Traiter une situation	faisant appel : - aux positions relatives d'un cercle et d'une droite. - aux points remarquables dans un triangle.

<u>Exemple de situation</u>
Après le tournoi inter- établissement votre école a remporté le trophée. Les joueurs ont obtenu
des médailles marqués par des figures géométriques ci-dessous.
Le professeur veut exploiter ces figures pour le prochain cours
Il est question de distinguer les figures géométriques et de les reproduire .

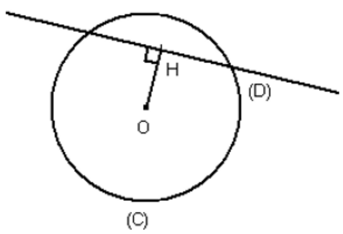
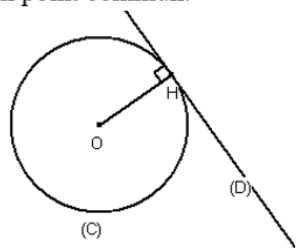
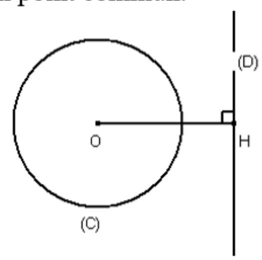


B-CONTENU DE LA LECON

I. Cercle et droite

1. Positions relatives d'une droite et d'un cercle

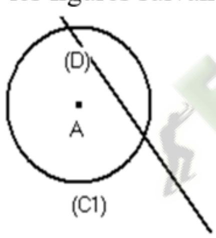
Propriétés

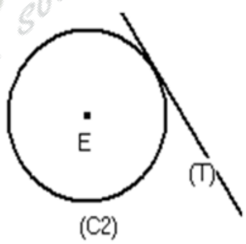
$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et de rayon r ; (D) est une droite. H est le point de (D) tel que :$(OH) \perp (D)$.		
Si $OH < r$, alors $(\mathcal{C})$ et (D) ont deux points communs.  $(\mathcal{C})$ et (D) sont sécants.	Si $OH = r$, alors $(\mathcal{C})$ et (D) ont un point commun.  $(\mathcal{C})$ et (D) sont tangents.	Si $OH > r$, alors $(\mathcal{C})$ et (D) n'ont aucun point commun.  $(\mathcal{C})$ et (D) sont disjoints.
Si $(\mathcal{C})$ et (D) ont deux points communs, alors $OH < r$.	Si $(\mathcal{C})$ et (D) ont un point commun, alors $OH = r$.	Si $(\mathcal{C})$ et (D) n'ont aucun point commun, alors $OH > r$.

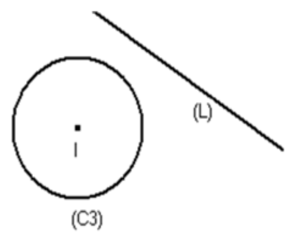
Exercice de fixation

Exercice 1

Observe les figures suivantes.







Recopie et complète par le mot qui convient : tangents, disjoints ou sécants.

- La droite (D) et le cercle (C1) sont …………….
- La droite (T) et le cercle (C2) sont …………….
- La droite (L) et le cercle (C3) sont …………….

Corrigé

- La droite (D) et le cercle (C1) sont sécants.
- La droite (T) et le cercle (C2) sont tangents.
- La droite (L) et le cercle (C3) sont disjoints

Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre.

(C) est le cercle de centre I et de rayon 3 et (L) une droite. K est un point de la droite (L) tel que : IK=5.

Détermine la position relative de (C) et de (L).

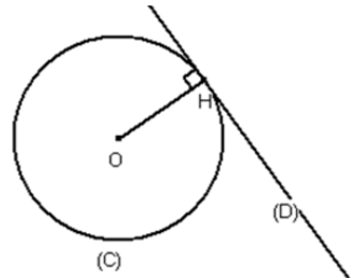
Corrigé

$IK > 3$, donc (C) et (L) sont disjoints.

2. Tangente à un cercle

a- Définition

$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et H est un point de $(\mathcal{C})$.
On appelle tangente en H au cercle$(\mathcal{C})$, la droite passant par H et perpendiculaire au support du rayon [OH].



H est un point de $(\mathcal{C})$.
[OH] est un rayon du cercle.
(D) est perpendiculaire à (OH) en H.
(D) est la tangente à$(\mathcal{C})$ en H.

b- Construction des tangentes à un cercle passant par un point extérieur au cercle

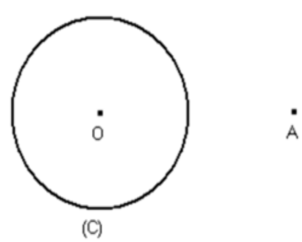
Méthode

On donne un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et un point A extérieur à ce cercle.
Pour construire les tangentes à $(\mathcal{C})$ passant par le point A, on procède de la manière suivante :
- on place le point I milieu de $[AO]$;
- on trace le cercle $(\mathcal{C}')$ de centre I et de rayon IA ;
- on place T et T', points d'intersection des cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$.
- on trace les droites (AT) et (AT').

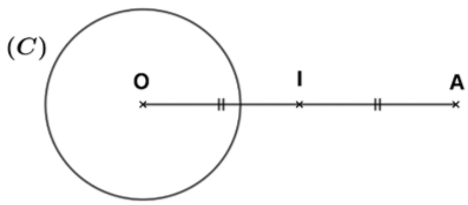
Les droites (AT) et (AT') sont les tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ passant par A.

Exercice de fixation

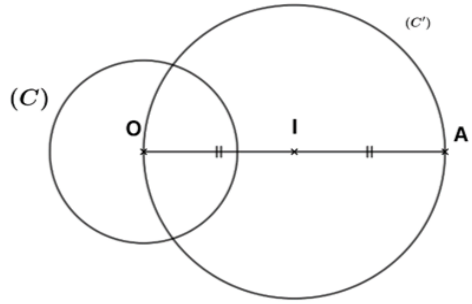
$(\mathcal{C})$ est un cercle de centre O et A est un point extérieur à $(\mathcal{C})$.
Construis les tangentes à $(\mathcal{C})$ passant par A.



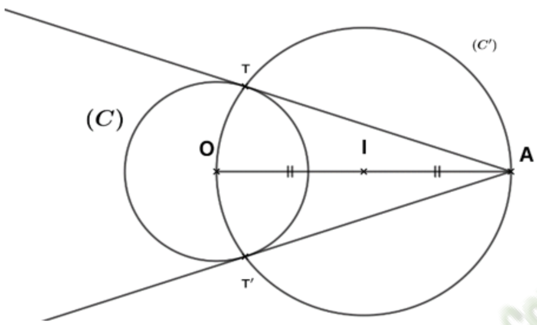
Corrigé



Etape 1



Etape 2



Etape 3

II. Triangles et droites

1. Droite des milieux

Propriété

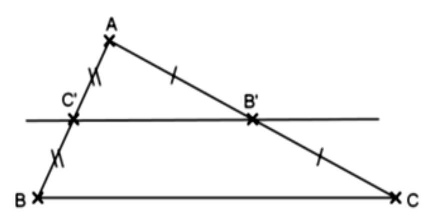
Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux cotés, alors elle est parallèle au support du troisième côté.

ABC est un triangle

C' est le milieu de [AB]

B' est le milieu de [AC]

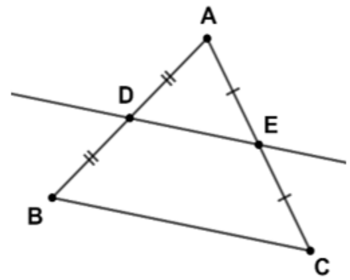
(B'C')// (BC)



(BC) est appelée **droite des milieux.**

Exercice de fixation

Examine la figure ci-contre.
Justifie que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.



Corrigé

ABC est un triangle. D est le milieu de [AB] et E le milieu de [AC].
Donc, la droite (DE) est parallèle à (BC), car dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux cotés, alors elle est parallèle au support du troisième côté.

2-Segment joignant les milieux de deux côtés

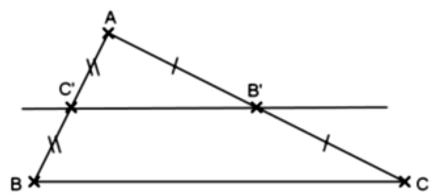
Propriété

Dans un triangle, la longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

ABC est un triangle

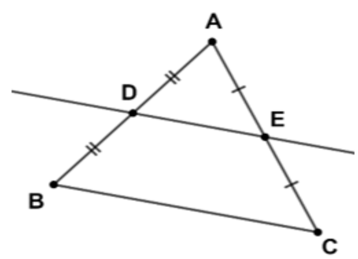
C' est le milieu de [AB]	B' est le milieu de [AC]

B'C' $= \frac{1}{2}$ BC



Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs, ABC est un triangle tel que $BC = 15\ cm$.
Calcule DE.



Corrigé

ABC est un triangle. D est le milieu de [AB] et E le milieu de [AC].

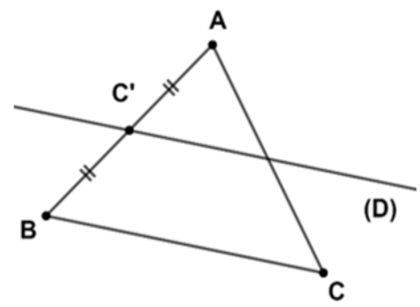
Donc : DE $= \frac{1}{2} BC$, car dans un triangle, la longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

DE $= \frac{1}{2} \times 15 = 7{,}5\ cm$.

3- Droite passant par le milieu d'un côté

Propriété

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un autre côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.



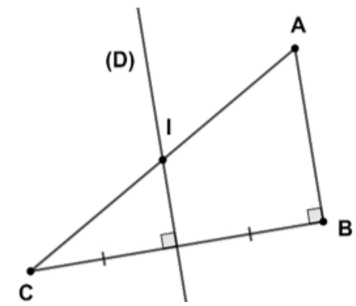
ABC est un triangle.

C' est le milieu de [AB]	(D) //(BC)	C' ∈ (D)

(D) passe par le milieu de [AC]

Exercice de fixation

Sur la figure ci-contre, ABC est un triangle rectangle en B.
La médiatrice (D) de [BC] coupe l'hypoténuse en un point I.
Justifie que le point I est le milieu du segment $[AC]$.



Corrigé

- ABC est un triangle rectangle en B, donc (AB)⊥ (BC).

  (D) est la médiatrice du segment [BC], donc (D) ⊥(BC).

Les droites (AB) et (D) sont perpendiculaires à une même droite (BC), donc elles sont parallèles.

- Dans le triangle ABC, la droite (D)passe par le milieu de [BC] et est parallèle à (AB).
  Donc, la droite (D) passe par le milieu de $[AC]$.
  Or (D) passe par le point I qui appartient au segment $[AC]$.
  Par conséquent, le point I est le milieu de $[AC]$.

III. Droites particulières et points remarquables dans un triangle

1- Hauteurs et orthocentre

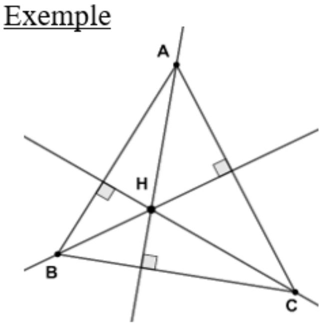
a- Propriété

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

b-Définition

Le point de concours des hauteurs d'un triangle est appelé orthocentre.

Exemple

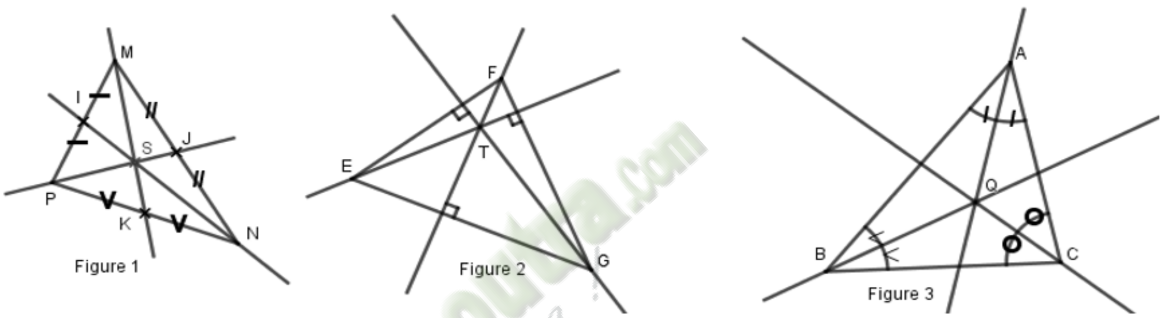


Le point H est l'orthocentre du triangle ABC.

Exercice de fixation

Observe les figures ci-dessous.

Lequel des points S, T et Q est l'orthocentre du triangle ? Justifie ta réponse.



Corrigé

Le points S n'est pas le point de concours des hauteurs du triangle MNP.

Le point Q n'est pas le point de concours des hauteurs du triangle ABC.

Le point T est le point de concours des hauteurs du triangle EFG, donc il est l'orthocentre du triangle EFG.

2- Médianes et centre de gravité

a- Propriété

Les trois médianes d'un triangle sont concourantes.

b- Définition

Le point de concours des médianes d'un triangle est appelé **centre de gravité** du triangle.

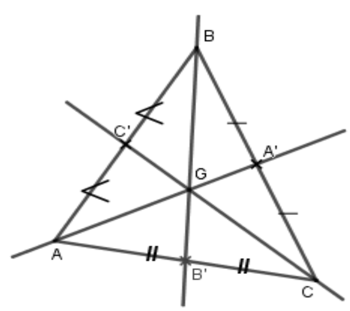
Exemple

Les droites (AA'), (BB') et (CC')

sont les médianes du triangle ABC.

G est le centre de gravité du triangle ABC.

On a : $AG = \frac{2}{3}AA'; BG = \frac{2}{3}BB'$ et $CG = \frac{2}{3}CC'$.



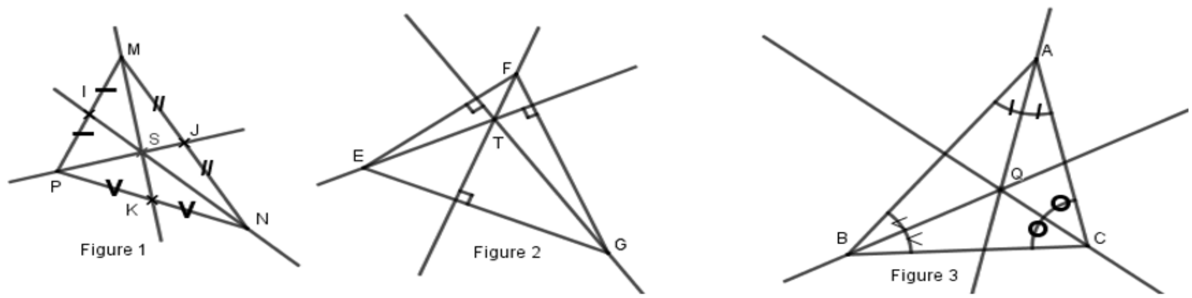
Remarque

Le centre de gravité d'un triangle est situé aux $\frac{2}{3}$ de chaque médiane à partir du sommet.

Exercice de fixation

Observe les figures ci-dessous.

Réponds par Vrai ou par Faux à chacune des affirmations suivantes :



Affirmation	Réponse
S est le centre de gravité du triangle MNP	
T est le centre de gravité du triangle EFG	
Q est le centre de gravité du triangle ABC	

Corrigé

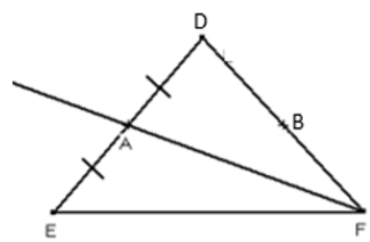
Affirmation	Réponse
S est le centre de gravité du triangle MNP	Vrai
T est le centre de gravité du triangle EFG	Faux
Q est le centre de gravité du triangle ABC	Faux

Remarque

Chaque médiane d'un triangle le partage en deux triangles de même aire.

La droite (AF) est une médiane du triangle EDF.

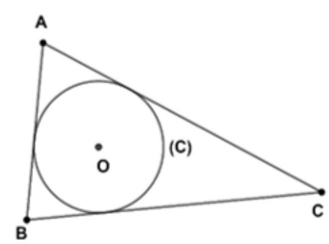
$Aire\ AEF = Aire\ ADF$



3-Bissectrices et centre du cercle inscrit

a-Définition

On appelle cercle inscrit dans un triangle, le cercle intérieur à ce triangle et tangent aux supports de ses côtés.



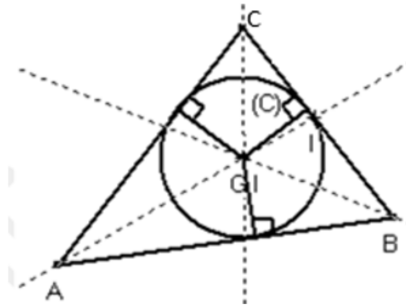
b-Propriété

Les trois bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes. Leur point de concours est le centre du cercle inscrit dans ce triangle.

Exemple

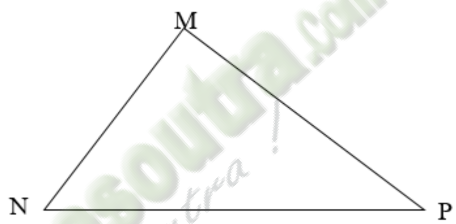
Les droites (AI) , (CI) et (BI) sont les bissectrices du triangle ABC.

I est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC.



Exercice de fixation

Trace les trois bissectrices du triangle MNP, puis trace le cercle inscrit dans ce triangle.



Discipline : MATHÉMATIQUE

Classe : 4^{ième}
Compétence 2
Thème : ACTIVITE NUMERIQUE
Leçon : EQUATIONS ET INEQUATIONS
Nombre de séance : 04
Séance
Durée d'une séance : 55 min
Supports didactiques : Manuels au programme
Pré-requis :

LEÇON : EQUATIONS ET INEQUATIONS

Situation :

Pendant les congés de noël, le club culturel d'un collège a organisé une journée théâtrale dans la salle de spectacle de l'école. Il y avait 85 spectateurs :

- les spectateurs assis ont payé chacun 500 F le billet d'entrée ;
- les spectateurs debout ont payé chacun 150 F le billet d'entrée.

La recette totale de la journée théâtrale est de 30 250 F.

Pour vérifier que le trésorier du club a été correct dans les comptes, les élèves de la 4ème de ce club décident de résoudre une équation pour déterminer le nombre de spectateurs assis.

HABILETES	CONTENUS
• Présenter	les notions : - d'une équation - -dune 'inéquation - d'une inconnue d'une équation ou d'une inéquation - de membre d'une équation ou d'une inéquation
• Connaître	- -Les propriétés relatives aux opérations et à l'égalité - -Les propriétés relatives aux opérations et aux inégalités
• Traduire	- une situation donnée par une équation du premier degré dans Q. - une situation donnée par une inéquation du premier degré dans Q.
• Justifier	- qu'un nombre rationnel donné est solution ou non d'une équation du premier degré dans Q. - qu'un nombre rationnel donné est une solution ou non d'une inéquation du premier degré dans Q
• Placer	♦ sur une droite graduée par les nombres décimaux relatifs une solution trouvée d'une inéquation du premier degré dans Q
• Résoudre	♦ une équation du premier degré dans Q
• Déterminer	- une oudes solutions d'une inéquation du premier degré dans Q - -une inéquation du 1er degré dans Q du type $x<a$ ou $x>a$ ayant les mêmes solutions qu'une inéquation du type $x+a<b$ ou $x+a>b$ ou $ax+b>c$ ou du type $ax+b<c$
• Traiter une situation	faisant appel aux équations et inéquations du premier degré dans Q

B. CONTENU DE LA LEÇON

I. Équations du premier degré dans $\mathbb{Q}$

1. Définition

a, b et c sont des nombres rationnels tels que a différent de zéro.
Une égalité du type « $ax + b = c$ » où x désigne un nombre rationnel est appelée équation d'inconnue x.

Vocabulaire

- $ax + b$ est le premier membre ou le membre de gauche de l'équation $ax + b = c$.
- c est le second membre ou le membre de droite de l'équation $ax + b = c$.
- Tout nombre rationnel pour lequel l'égalité $ax + b = c$ est vraie, est appelé solution de l'équation $ax + b = c$.

Remarque
Résoudre une équation, c'est trouver toutes les solutions de cette équation.

Exemple

$2x + 3 = 5$ est **une équation** d'inconnue x.

- $2x + 3$ est le premier membre ;
- 5 est le second membre ;
- 1 est solution de l'équation $2x + 3 = 5$ car $2 \times 1 + 3 = 5$.

Exercice

1. Justifie que le nombre -4 est solution de l'équation $-2 + x = -6$.
2. Justifie que le nombre -2 n'est pas solution de l'équation $9x = -10$.
3. Justifie que le nombre 6 est solution de l'équation $2x + 7 = 19$.

Corrigé

1. On a :$-2 + (-4) = -6$.
   Donc-4 est solution de l'équation : $-2 + x = -6$.
2. On a :$9 \times (-2) = -18, or - 18 \neq -10$.
   Donc -2 n'est pas solution de l'équation : $9x = -10$.
3. On a :$2 \times 6 + 7 = 19$.
   Donc 6 est solution de l'équation : $2x + 7 = 19$

2. Égalités et opérations

Propriété 1
En ajoutant un même nombre rationnel à chaque membre d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.
a, b et c sont des nombres rationnels.
Si $a = b$, alors $a + c = b + c$.
Exemple

$2x + 1 = 2$, donc $2x + 1 + 3 = 2 + 3$, c'est-à-dire : $2x + 4 = 5$.

Activité1 :
Koumassi et Yao ont chacun la somme de 350 francs. Leur oncle donne à chacun la somme de 1250 francs. Compare leurs nouveaux avoirs.
Réponse attendue :
Yao aura 350+1250= 1600
Kouassi aura 350+1250 = 1600
On constate qu'ils ont les mêmes avoirs.

Activité2 :
Kouassi et Yao ont maintenant chacun 6 billes.
Leur Père multiplie les billes de chacun par 3. Compare leurs nouveaux avoirs.
Réponse attendue :
Kouassi aura 6×2=12
Yao aura 6×2=12
Ils auront les mêmes avoirs.

Propriété 2

En multipliant par un même nombre rationnel non nul, chaque membre d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.
a, b et k sont des nombres rationnels tels que k est différent de zéro
Si $a = b$ alors $ka = kb$
Exemple
$2x = 4$, donc $2x \times 3 = 4 \times 3$; c'est-à-dire : $6x = 12$.

Exercice de fixation
a, b et c sont des nombres rationnels non nuls.
Complète le tableau ci-dessous par vrai ou par faux.

$Si\ c = b, alors\ ac = ab$	
$Si\ c = b, alors\ ac = bc$	
$Si\ a = b, alors\ ab = bc$	

Corrigé

$Si\ c = b, alors\ ac = ab$	vrai
$Si\ c = b, alors\ ac = bc$	Faux
$Si\ a = b, alors\ ab = bc$	faux

3. Résolution d'une équation

Propriété 1
a et b étant deux nombres rationnels, l'équation : $a + x = b$ a pour unique solution la différence $b - a$.
Exemple
$x + 5 = 7$ a pour solution $x = 7 - 5 = 2$.

Exercice de fixation

Résous dans $\mathbb{Q}$ chacune des équations ci-dessous :

a) $x + 12 = 1$.
b) $-13 + x = 0$.

Corrigé

a) $x = 1 - 12 = -11$.
-11 est la solution de cette équation.
b) $x = 0 - (-13) = 13$.
13 est la solution de cette équation.

Activité :

Le double d'un nombre augmenté de 5 est nul.

1) Donne l'expression littérale de cette phrase où x désigne le nombre cherché.
2) Quel est le premier membre et le second membre de cette équation ?
3) Quel est l'inconnue ?
4) En remplaçant dans cette équation x par $0; 1$ *ou* $\frac{-5}{2}$ 0, 1
5) Dis si l'égalité obtenue est vrai ?

Réponse attendue :

1) $2x + 5 = 0$
2) $2x + 5$ est le premier membre et 0 est le second membre
3) $2x + 5 = 0$ est l'équation d'inconnue x
4) Pour $x = 0, x = 1$, l'égalité n'est pas vérifiée ;
Pour $x = \frac{-5}{2}$, l'égalité est vérifiée.
Donc $\frac{-5}{2}$ est la solution de l'équation : $2x + 5 = 0$

Exercice d'application

Traduire chacune des phrases suivantes par une équation :

1) La moitié d'un nombre est égal à 11.
2) Le double d'un nombre diminué de 3 est égal à 0.

Déterminer pour chaque équation le premier, le second membre et la solution vérifiant cette équation.

Réponse attendue :

$\frac{1}{2}x = 11$, le premier membre est $\frac{1}{2}x$ et le second membre est 11.

$2x - 3 = 0$, le premier membre est $2x - 3$ et le second membre est 0.

Le nombre 22 est la solution de l'équation $\frac{1}{2}x = 11$ et le nombre $\frac{3}{2}$ est la solution de l'équation $2x - 3 = 0$.

Propriété 2

a et b étant deux nombres rationnels (a différent de zéro), l'équation : $ax = b$ a pour unique solution le quotient $\frac{b}{a}$.

Exemple

$4x = 8$ a pour solution $= \frac{8}{4} = 2$.

Exercice de fixation

Résous dans $\mathbb{Q}$ chacune des équations ci-dessous :

a) $4x = 2$.
b) $-3x = 5$.

Corrigé

a) $x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.
$\frac{1}{2}$ est la solution de l'équation.
b) $x = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3}$.
$-\frac{5}{3}$ est la solution de l'équation.

II. Inéquation du premier degré dans $\mathbb{Q}$

1. Définition

a , b et c sont des nombres rationnels tels que a est différent de zéro.
Une inégalité du type $ax + b >$ c ou $ax + b <$ c dans laquelle x désigne un nombre rationnel est appelée inéquation d'inconnue x.

Vocabulaire

- $ax + b$ est le premier membre ou le membre de gauche de l'inéquation $ax + b >$ c (ou $ax + b <$ c).
- c est le second membre ou le membre de droite de l'inéquation $ax + b >$ c (ou $ax + b <$ c).
- Tout nombre rationnel pour lequel l'inégalité $ax + b >$ c (ou $ax + b <$ c) est vraie, est appelée solution de l'inéquation $ax + b >$ c (ou $ax + b <$ c.)

Remarque

Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les solutions de cette inéquation.

Exemple

$3x + 4 < 7$ est une **inéquation** d'inconnue x.

- $3x + 4$ est le premier membre ;
- 7 est le second membre ;
- -2 est une solution de l'inéquation $3x + 4 < 7$ car $3 \times (-2) + 4 = -2$ et $-2 < 7$.

Activité :
En 1999, deux frères avaient respectivement 5 ans et 8 ans. Compare leurs âges en 1999. Puis en 2009.
Quel remarque fais-tu ?
Réponse attendue :
En 1999 : 5<8
En 2009 : 5+10<8+10

2. Inégalités et opérations

Propriété 1

En ajoutant un même nombre rationnel à chaque membre d'une inégalité on obtient une nouvelle inégalité de même sens.
a, b et c sont des nombres rationnels.

- Si $a < b$, alors $a + c < b + c$
- Si $a > b$, alors $a + c > b + c$

Exemples

- $x + 1 < 2$, donc $x + 1 + 4 < 2 + 4$; c'est-à-dire : $x + 5 < 6$.
- $2x + 4 > 0$, donc $2x + 4 + 5 > 0 + 5$; c'est-à-dire : $2x + 9 > 5$.

Activité :
Le double d'un nombre augmenté de 3 est plus petit que 1.

1) Donner l'expression littérale de cette phrase où x désigne le nombre cherché.
2) Quel est le 1er et second membre de cette inéquation.

Réponse attendue :

1) $2x + 3 < 1$
2) Le 1er membre est $2x + 3$ et le second membre est 1.

Exercice d'application :
Traduis chacune des phrases suivantes par une inéquation.

a) La somme d'un tiers du nombre et de 7 est plus petite que 2.
b) Le double d'un nombre diminué de 5 est plus grand que 0.

Réponse attendue :

a) $\frac{1}{3}x + 7 < 2$
b) $2x - 5 > 0$

Remarque :
Résoudre une inéquation, c'est chercher tous les nombres qui vérifient l'inégalité.
Ces nombres, lorsqu'ils existent sont appelés solutions de cette inéquation.

Propriété 2

En multipliant par un même nombre non nul chaque membre d'une inégalité, on obtient :

- une nouvelle inégalité de même sens si ce nombre est positif ;
- une nouvelle inégalité de sens contraire si ce nombre est négatif.

a, b et k sont des nombres rationnels.

➢ k est **positif et non nul.**
  - Si $a < b$, alors $ka < kb$.
  - Si $a > b$, alors $ka > kb$.

➢ k est **négatif et non nul.**
  - Si $a < b$, alors $ka > kb$.
  - Si $a > b$, alors $ka < kb$.

Exemples

- $4x < 13$, donc $2 \times 4x < 2 \times 13$; c'est-à-dire : $8x < 26$.
- $5x < 7$, donc $-3 \times 5x > 7 \times (-3)$; c'est-à-dire : $-15x > -21$.

3. Résolution d'une inéquation

Méthodes

- Pour résoudre une inéquation du type $x + a < b$ (ou $x + a > b$), on ajoute à chaque membre de l'inéquation l'opposé de a pour se ramener à une inéquation du type $x < u$ (ou $x > u$).
- Pour résoudre une inéquation du type $ax < b$ (ou $ax > b$), on multiplie chaque membre de l'inéquation par l'inverse de a pour se ramener à une inéquation du type $x < v$ (ou $x > v$).

Exemples

- Déterminons les solutions de l'inéquation $x - 8 < 5$.

$x - 8 < 5$;

$x - 8 + 8 < 5 + 8$;

$x < 13$.

Tout nombre plus petit que 13 est solution de l'inéquation $x - 8 < 5$.

- Déterminons les solutions de l'inéquation $4x > 8$.
  $\frac{1}{4} \times (4x) > \frac{1}{4} \times 8$;
  $x > \frac{8}{4}$;
  $x > 2$.

Tout nombre plus grand que 2 est solution de l'inéquation $4x > 8$.

Activité :
Traduis la phrase suivante par une inéquation.
La somme d'un nombre et de 7 est plus petite que 10.

a) Trouve les solutions de cette inéquation.
b) Détermine les différents membres de cette inéquation.
c) Ajoute à chaque membre de cette inéquation le nombre 4 et trouve les solutions de cette nouvelle inéquation.
d) Multiplie chaque membre de cette inéquation par 2 et trouve les solutions de cette inéquation. Compare les solutions trouvées à celles trouvées au 1.
e) Multiplie chaque membre de cette inéquation par (-2) et trouve les solutions de cette nouvelle inéquation. Compare les solutions trouvées à celles trouvées au 1.

Réponse attendue :
$x + 7 < 10$

a) $x < 3$
b) $x + 7$ est le premier membre et 10 est le second membre.
c) $x + 7 + 4 < 10 + 4 \leftrightarrow x + 11 < 14 \leftrightarrow x < 3$
d) $2 \times (x + 7) < 2 \times 10 \leftrightarrow x < 3$
e) -2$-2 \times (x + 7) > -2 \times 10 \leftrightarrow x < 3$

Exercice de d'application

a) Trouve trois nombres solutions de l'inéquation : $\frac{5}{4}x > 5$
b) Trouve trois nombres qui ne sont pas solutions de l'inéquation : $-6x < -4$

Réponse attendue :

a) $\frac{5}{4}x > 5 \leftrightarrow \frac{4}{5} \times \frac{5}{4}x > \frac{4}{5} \times 5 \leftrightarrow x > 4$
   Les nombres sont : 5 ; 6 et 30.
b) $-6x < -4 \leftrightarrow \frac{-1}{6} \times -6x > \frac{-1}{6} \times -4 \leftrightarrow x > \frac{2}{3}$
c) Les nombres sont : 1 ; 2 et 3.

PROBLEMES DU PREMIER DEGRE DANS $\mathbb{Q}$

1) Résoudre un problème en utilisant une équation

Activité :

A la foire de Nouna, Apo a acheté des œufs à 40 francs l'unité. Sa fille Aya, très turbulente, en casse 10. Elle revend le reste à 50 francs l'unité et réalise un bénéfice égal au huitième du prix d'achat des œufs.

a) Combien d'œufs Apo a-t-elle acheté à la foire ?
b) Quel était le bénéfice réalisé ?

Réponse attendue :

Tâche à réaliser :

Je dois déterminer le nombre d'œufs achetés et déterminer le bénéfice réalisé par Apo.

Données :

- Apo a acheté les œufs à 40 francs l'unité
- Sa fille en casse 10 ;
- Elle revend le reste à 50 francs l'unité ;
- Elle réalise un bénéfice qui est égal au huitième du prix d'achat

Traduction mathématique :

- Choix de l'inconnue : soit x, le nombre d'œufs achetés par Apo.
- Mise en équation :

  Prix d'achat des œufs : $40\,x$

  Le nombre d'œufs revendu : $x - 10$

  Le prix de vente du reste des œufs : $50(x - 10)$

  Le bénéfice réalisé :: $\frac{1}{8} \times 40x$

  $PV = PA + B \leftrightarrow 50(x - 10) = 40x + 5x$

Résolution de l'équation :

$50x - 500 = 45x \leftrightarrow 5x = 500 \leftrightarrow x = 100$

Vérification et solution du problème :

$40 \times 100 = 4000$

Le prix de vente : $50(100 - 10) = 4500$

Bénéfice : $4500 - 4000 = 500 \leftrightarrow \frac{1}{8} \times 4000 = 500$

Conclusion :

Apo a acheté 100 œufs et réalisé 500 F de bénéfice.

2) Résoudre un problème en utilisant une inéquation

Activité :

Un représentant commercial a un salaire mensuel de $135000\ F$ et une prime mensuelle de 2,5% sur le montant de ses ventes.

Quel est le nombre total de ventes qu'il doit réaliser pour avoir un salaire plus grand que $150000\ F$?

Réponse attendue :

Tâche à réaliser :

Je dois déterminer le nombre de ventes réalisé pour avoir un salaire mensuel plus grand que 150000 F.

Données :

- Le salaire mensuel est de 135000 F
- Une prime de 2,5% sur le montant de ventes
- Un salaire total plus grand que 150000 F

Traduction mathématique :

- Choix de l'inconnue : soit x, le montant des ventes réalisés.
- Mise en inéquation :

  Prime de 2,5% sur les ventes: $2{,}5 \times \frac{x}{100}$

  Le salaire total supérieur ou égal à 150000 F:$135000 + 2{,}5 \times \frac{x}{100} \geq 150000$

Résolution de l'inéquation :

$135000 + 2{,}5 \times \frac{x}{100} \geq 150000 \leftrightarrow 2{,}5 \times \frac{x}{100} \geq 15000 \leftrightarrow x \geq 600000$

Vérification et solution du problème :

$2{,}5 \times \frac{600000}{100} = 15000$

Le salaire total : $135000 + 15000 = 150000\ F$

Conclusion :

Le montant de ses ventes est plus grand que 600000 F.

Discipline : MATHÉMATIQUE

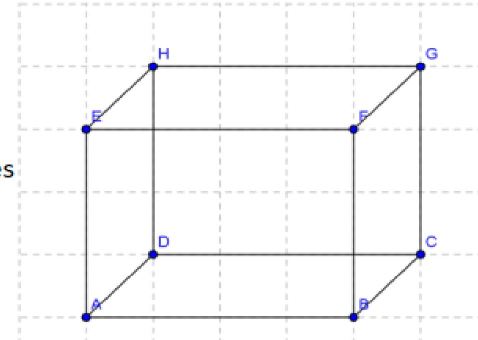
Classe : $4^{ième}$
Compétence 1
Thème : CONFIGURATIONS DU PLAN
Leçon : VECTEURS
Nombre de séances : 05
Séance
Durée d'une séance : 55 min
Supports didactiques : Manuels au programme, instrument géométriques
Pré-requis :

LEÇON : VECTEURS

HABILETES	CONTENUS
• Présenter	- un vecteur
• Noter	- un vecteur
• Identifier	- Deux vecteurs égaux - L'égalité de Chasles
• Reconnaître	- des droites de même direction sur une figure - des couples de points de même sens - des vecteurs - des vecteurs de même direction - des vecteurs de même sens - des vecteurs de même longueur - des vecteurs égaux - deux vecteurs opposés
• placer	- des couples de points de même sens
• Tracer	- un vecteur
• Construire	- Une droite de même direction qu'une droite donnée - la somme de deux vecteurs en utilisant légalité de Chasles - des vecteurs égaux
• Caractériser	- un parallélogramme - le milieu d'un segment
• Déterminer	la somme de vecteurs en utilisant l'égalité de Chasles
• Justifier	- l'égalité de vecteurs - qu'un quadrilatère est un parallélogramme - l'égalité de distances - qu'un point est le milieu d'un segment - l'alignement de trois points - le parallélisme de droites
Traiter une situation	faisant appel aux vecteurs.

SITUATION D'APPRENTISSAGE

Voici un cube que votre professeur vous a présenté. Les segments [AE], [AB], [AD], [DH], [DC], [EH], [EF], [HG], [CG], [BF], [BC], [AE] sont les arêtes du cube. Pour faciliter la compréhension plus aisée sur les vecteurs, il est question de nommer les couples et dont les distances sont égales.



I- VECTEURS

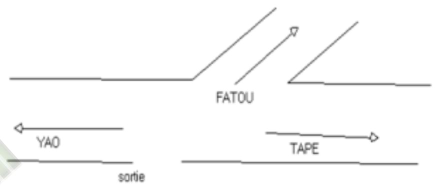
1- Présentation

1- Direction et sens.

Présentation :

Langage usuel :

Yao et Tapé ne vont pas dans la même direction.

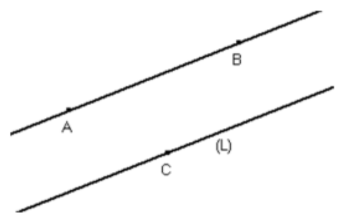


Langage mathématique :

Yao et Tapé marche dans la même direction ; ils vont en sens contraire.

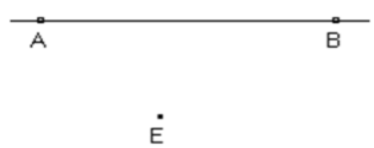
Définition :

Lorsque deux droites sont parallèles,
On dit qu'elles ont la même direction
$(AB) \parallel (L)$ *équivaut* à (AB)*et* (L)*ont la même direction*

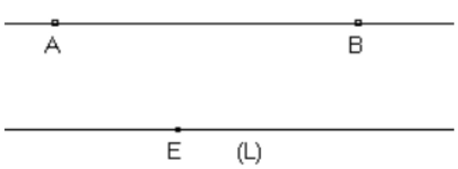


Activité 1:

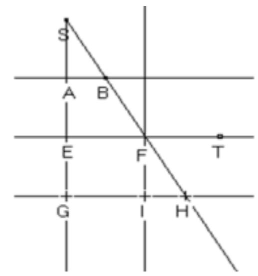
- Trace une droite (L) passant par E et parallèle à (AB).
  Complète :
- La droite (AB) détermine une ....
- La droite (AB) détermine deux ....
- Le sens de A vers B qui est le sens du couple (A ; B)
- Le sens de .... Vers .... qui est le ....



Réponse attendue :



- La droite (AB) détermine une *direction*.
- La droite (AB) détermine deux *sens.*
- Le sens de B vers A qui est le sens du couple (B ; A)



<u>Exercice d'application</u> :

On donne la figure ci-contre.

(AB), (EF) et (GH) sont parallèles.

Trouve deux droites qui ont la même direction que (AB).

a) Trouve trois couples qui ont même sens que le couple (A ; B).

b) Trouve deux couples qui ont des sens opposés que le couple (B ; S).

c) Trouve deux couples qui ont même sens et même longueur et dont les supports ont même direction que (E ; F).

<u>Réponse attendue</u> :

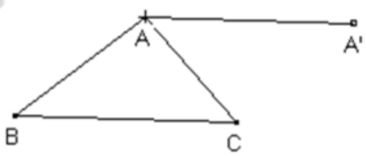
1- (AC) ;(EF) et (GH)

2- a) (A ; C) ; (E ; F) et (G ; H)

b) (B ; F) et (F ; H)

c) (G ; I) et (A ; C)

<u>Activité</u> 2 :



a) Construis les points B' et C' tels que les couples (B ; B') et (C ; C') :

- aient le même sens
- la même longueur que le couple (A ; A')
- et dont les supports soient de même direction que la droite (AA').

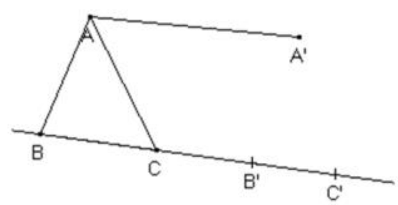
b) Marque un point M et construis le pont M' par le même procédé.

c) Cite des couples de points qui ont la même direction, même longueur et le même sens.

d) Ces couples de points défissent un …….. ;
Noté indifféremment : $\overrightarrow{AA'}$ ou … … ; … . . ; … . ; … . . ;

e) Le point M est…………. du vecteur $\overrightarrow{MM'}$ et le point M' est …….. du vecteur $\overrightarrow{MM'}$

<u>Réponse attendue</u> :



a) On peut construire un seul point M'.

b) On définit ainsi un couple de points qui est déterminé par <u>**les deux**</u> points <u>**M et M'**</u>.

c) Ces couples sont :$(A; A')$; (BB'); (CC') et (MM')

d) Ces couples de points définissent un même vecteur
Note indifféremment : : $\overrightarrow{AA'}$ ou $\overrightarrow{BB'}$; $\overrightarrow{CC'}$; $\overrightarrow{MM'}$

e) Le point M est début du vecteur et M' son arrivé.
Il est lu : vecteur MN.

Un vecteur est déterminé par un couple de points.

Remarque :

Le couple de points $(A; B)$ détermine le vecteur $\overrightarrow{AB}$ où le sens est celui de A vers B, la direction celle de la droite (AB) et de longueur celle du segment [AB].

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ $est\ different\ du\ vecteur\ \overrightarrow{BA}.$

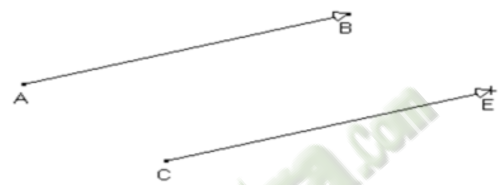
2- Egalité de vecteurs

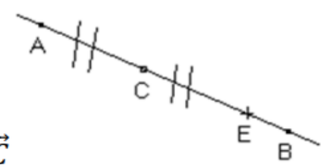
Deux vecteurs qui ont la même direction, le même sens et la même longueur sont égaux.

Organigramme : (voir CIAM 4ème page 69)

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CE}$ ont même direction	$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CE}$ ont même sens	$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CE}$ ont même longueur

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$$





Activité :

a) Cite deux vecteurs qui ont la même direction que le vecteur $\overrightarrow{AC}$

b) Cite deux vecteurs qui ont même sens que le vecteur $\overrightarrow{AC}$

c) Cite un vecteur qui la même longueur que le vecteur $\overrightarrow{AC}$

d) Cite un vecteur qui a la même direction, le même sens et la même longueur que $\overrightarrow{AC}$

Réponse attendue :

a) $\overrightarrow{AE}$; $\overrightarrow{AB}$

b) $\overrightarrow{AE}$; $\overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CE}$

d) $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CE}$

Ces vecteurs sont dits égaux.

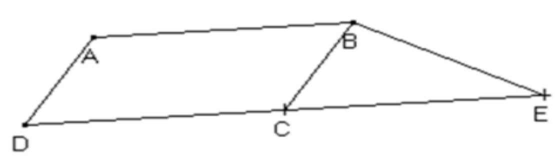
Exercice d'application :

Sur la figure ci-contre :

ABCD est un parallélogramme.

Le symétrique de D par rapport a C est E.

Nomme deux vecteurs égaux.



Réponse attendue :

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont la même longueur, même sens et la même direction

Donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$

<u>Exercice de maison</u> :

Sur la figure ci-dessous :

FAE est un triangle équilatéral.

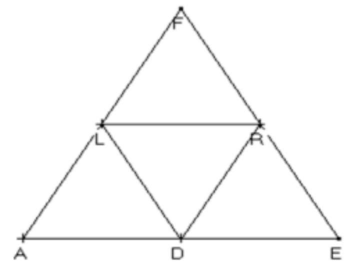
L, R et D sont les milieux respectifs des cotés [FA], [FE] et [AE].

Trouve :

a) Cinq vecteurs qui ont la même direction que $\overrightarrow{FR}$

b) Trois vecteurs qui le même sens que $\overrightarrow{ED}$

c) les vecteurs qui sont égaux aux vecteurs $\overrightarrow{LD}$



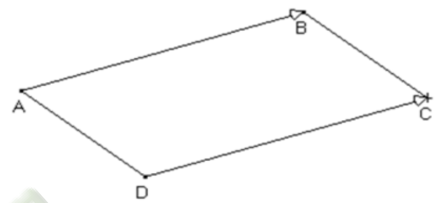
3- <u>Caractérisation vectorielle</u> :

a) <u>Parallélogramme</u>

<u>Propriété</u> :

A, B, C et D sont quatre points non alignés.

ABCD est un parallélogramme ***équivaut à*** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

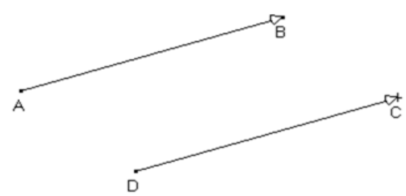


ABCD est un parallélogramme

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

ABCD est un parallélogramme



<u>Activité</u> :

a) ABCD est un parallélogramme.

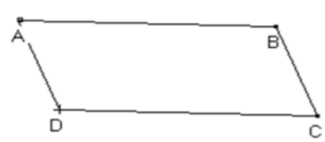
Trouve :

Un vecteur égal à $\overrightarrow{AB}$;

Un vecteur égal à $\overrightarrow{AD}$;

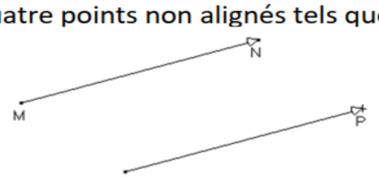
Un vecteur égal à $\overrightarrow{CD}$.

Justifie tes réponses.



b) M, N, P et Q sont quatre points non alignés tels que :

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$



Justifie que le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme.

Réponse attendue :

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; ils ont même sens, même direction et même longueur.
$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$; Ils ont même sens, même direction et même longueur.
$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$; Ils ont même sens, même direction et même longueur.

b) On a : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$; ces deux vecteurs ont le même sens, même direction et même longueur.
$(MN) \parallel (QP)$ *et* $MN = QP$ *donc MNPQ est un parallélogramme.*

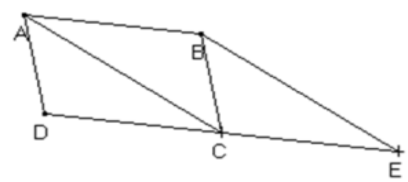
Exercice d'application :

ABCD est un parallélogramme ; construis le point E tel que : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$

a) Démontre que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$
b) Justifie que $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$

Réponse attendue :

a) on a : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$ d'où BECA est un parallélogramme.
donc $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB}$
b) On a : ABCD est un parallélogramme,
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ *or* $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ *donc* $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$

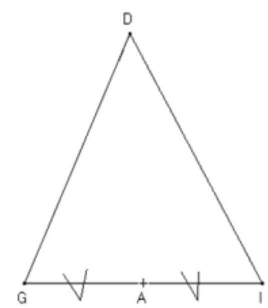


EXERCICE DE MAISON :

DIG est un triangle. A est le milieu du segment [IG].

1- a) Construis le point E image de D par la symétrie de centre A.
b) justifie que le quadrilatère DIEG est un parallélogramme.

2- a) construis le point O tel que $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{GO}$
b) Démontre que $\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{GO}$

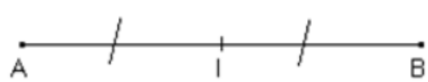


c) **Milieu d'un segment**

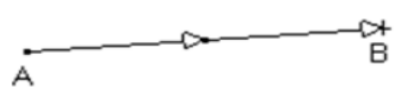
Propriété :

A, B et I sont trois points du plan. I est le milieu de [AB] équivaut à $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

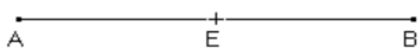
I est le milieu de $[AB]$
$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$



$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
I est le milieu de [AB]



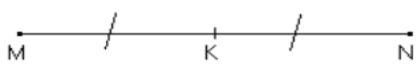
Activité :
Sur la figure ci-dessous E est le milieu du segment [AB].



Justifie que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$
E est le milieu du segment [AB], alors quels sont les vecteurs égaux ?
Réponse attendue :
E est le milieu de [AB], alors $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{EB}$ ont la même direction, le même sens et la même longueur donc $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$
On a :$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{BE}$

Activité :
Place trois points M, N et K tels que $\overrightarrow{NK} = \overrightarrow{KM}$
Justifie que K est le milieu de [MN].
Complète :
Si les deux vecteurs $\overrightarrow{NK}$ et $\overrightarrow{KM}$ sont égaux, alors K est ....

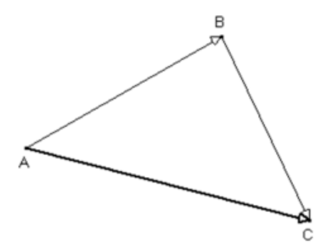
Réponse attendue :



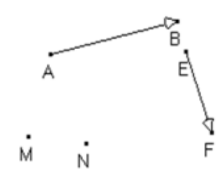
$\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{KN}$, alors $K \in [KN] et\ MK = KN$, donc K est le milieu du segment $[MN]$.

4- Somme de deux vecteurs.

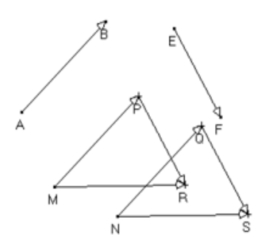
Propriété : (Egalité de CHASLES)
A, B et C sont des points du plan.
On appelle somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ le vecteur $\overrightarrow{AC}$
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
Egalité de Chasles



Activité :
M et N sont des points du plan, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont des vecteurs.
Marque les P, Q, R, S tels que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NQ}$ et $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{PR} = \overrightarrow{QS}$
Justifie que $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{NS}$(pour cela, justifie que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{RS}$).



Réponse attendue :
On a :
- $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NQ}$ équivaut à dire que MPQN est un parallélogramme
donc $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$
- $\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{QS}$ équivaut à dire que PQSR est un parallélogramme
  Donc $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{PQ}$
- $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{RS}$ $alors$ $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{RS}$ ce qui équivaut
  A dire que MRSN est un parallélogramme
  Donc $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{NS}$

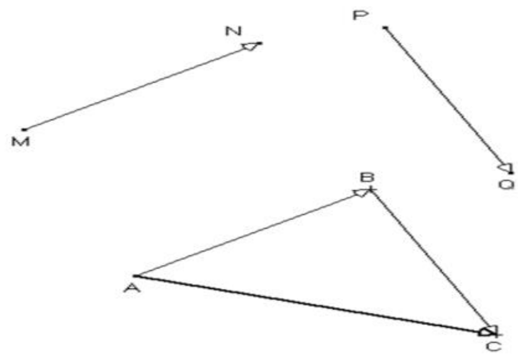


<u>Méthode de construction</u> :

Pour construire la somme des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$

On peut procéder comme suit :

- Choisir un point A dans le plan ;
- Construire le point B du plan tel que$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$;
- Construire le point C du plan tel que $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC}$
- Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ ainsi obtenu est la somme des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{PQ}$.



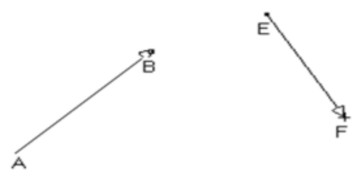
$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} = \underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}_{\textit{Egalité de Chasles}}$$

<u>Exercice d'application</u> :

a) Complète les égalités suivantes :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \cdots$; $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF} = \cdots$; $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{P\ldots} = \overrightarrow{MG}$

b) Construis un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF}$

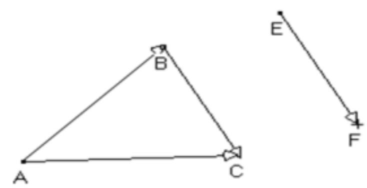


<u>Réponse attendue</u> :

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PG} = \overrightarrow{MG}$

b) On construit un vecteur $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$

On a :$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



5- <u>Somme de plusieurs vecteurs</u>.

<u>Règle</u> :

Pour calculer une somme de plusieurs vecteurs, on peut déplacer et regrouper certains vecteurs

<u>Activité</u> :

a) En appliquant l'égalité de Chasles, calcule :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$

b) Calcule ensuite : $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD})$.Que constates-tu ?

<u>Réponse attendue</u> :

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD}$

b) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$.

Il y a égalité entre les deux.

Exercice d'application :

Calcule : $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{CA}$

Réponse attendue :

$$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{ED}$$

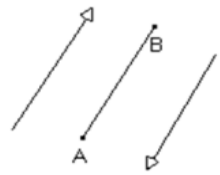
Exercice d'application :

Calcule : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{DA}$

Réponse attendue :

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{AA}$$

6- Opposé d'un vecteur.



Définition :

A et B étant des points du plan.

On a : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}$

Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est appelé vecteur nul. on le note $\vec{0}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{BA}$ sont dis opposés. On note : $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$ *ou* $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$

($\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$ *donc* $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$)

Exercices de maison :

Exercice 1 :

MNP est un triangle.

Construis le point Q tel que : $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{MQ}$

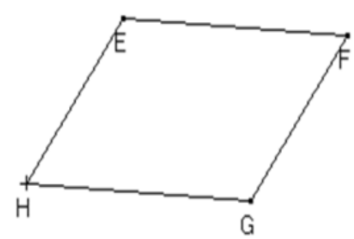
Justifie que le vecteur $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MQ}$

Exercice 2 :

EFGH est un parallélogramme.

Trouve deux vecteurs égaux à chacun des vecteurs suivar

$\overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{GH}$

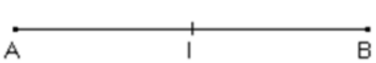


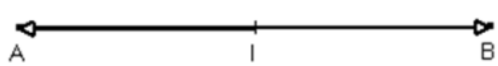
7- Nouvelle caractérisation du milieu d'un segment.

Propriété : **(voir CIAM 4ème page 74)**

A, B et I sont trois points du plan.

I est le milieu de [AB] ***équivaut à*** $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$





I est le milieu de [AB]
$\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

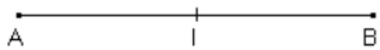
$\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$
I est le milieu de [AB]

Activité :

On donne deux points A et B du plan.

a) Construis le milieu I de [AB].
b) Justifie que $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

Réponse attendue :



a)
b) On a : $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$ $donc$ $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

Exercice d'application :

ABCD est un parallélogramme de centre M. Démontre que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$

Réponse attendue :

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right) + \left(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}\right)$

M étant le centre du parallélogramme ABCD, alors M est à la fois milieu de [AC] et [BD],

D'où $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$

Donc $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$

Discipline : MATHÉMATIQUE

Niveau : 4ème
Thème : ORGANISATION DE DONNEES
Leçon : STATISTIQUE
Séance : 5
Supports didactiques: Manuel
Pré-requis :
Durée de la séance : 55 min

THEME 3 : ORGANISATION DE DONNEES

LEÇON : STATISTIQUE

HABILETES	CONTENUS
◆ Identifier	- le mode d'une série statistique - la moyenne d'une série statistique - un diagramme semi-circulaire
◆ Déterminer	- le mode d'une série statistique
◆ Calculer	- la moyenne d'une série statistique
◆ Construire	- un diagramme semi-circulaire
◆ Extraire	- d'un diagramme semi-circulaire, un tableau des effectifs ou des fréquences.
◆ Interpréter	- un diagramme semi-circulaire
◆ Traiter une situation	faisant appel au mode, à la moyenne ou à un diagramme semi-circulaire

Situation

Une grande école a placé cinq de ses étudiants, N'golo, Tapé, Kouamé, Yapi et Tayé dans une entreprise à Boundiali. Ces stagiaires ont été évalués de manière continue pendant la période de stage.

Voici les notes obtenues chronologiquement par chacun d'eux :

N'golo : 14 – 16 – 12 – 14 – 13-14

Yapi : 15– 14 – 11 – 16– 12 -12

Tapé: 16 – 12 – 10 – 14 – 12-14

Tayé : 13 – 15 – 14 – 14– 13 -12

Kouamé :13 – 15 – 14 – 14– 13 -12

A la fin du stage, l'entreprise a décidé d'embaucher les trois meilleurs stagiaires en établissant la liste des étudiants par ordre de mérite.

I- ORGANISATION ET TRAITEMENT DES DONNEES

1) Vocabulaire :

La population : est l'ensemble des personnes ou des choses auxquelles s'adresse la question posée à l'enquête.
L'individu : est un élément de la population étudiée
L'effectif total : est le nombre total d'individu.
Le caractère : est le terme de la question précisant l'objet de l'étude ou ce sur quoi porte l'étude.
Les modalités : sont les différentes réponses obtenues.
L'effectif d'une modalité : est le nombre de fois que la modalité a été citée.
La fréquence d'une modalité : est le quotient de l'effectif d'une modalité par l'effectif total.

2) Effectif cumulé croissant et fréquence cumulée croissante :

Définitions :

- **Effectif cumulé croissant** : on appelle effectif cumulé croissant de modalité n, la somme des effectifs de chaque modalité inférieure ou égale à n.
- **Fréquence cumulée croissante** : on appelle fréquence cumulée croissante de modalité n, le quotient de l'effectif cumulé de la modalité n par l'effectif total.

Exemple :

Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2
Effectifs cumulés croissants	2	3	7	8	10	13	15
Fréquences cumulées croissantes	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{10}{15}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{15}{15}$

L'effectif cumulée de la modalité 7 est 8.

3) moyenne

Définition :

On appelle moyenne d'une série statistique, le quotient par l'effectif total de la somme du produit de chaque modalité par son effectif.

Méthode :

Pour obtenir la moyenne d'une série statistique, on peut procéder comme suit :

- On multiplie chaque modalité (valeur) par l'effectif correspondant
- On additionne les produits obtenus
- On divise cette somme par l'effectif total.

Exemple :

Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2

La moyenne de cette série est la somme de tous les nombres donnés divisés par l'effectif total :

$$m = \frac{3 \times 2 + 5 \times 1 + 6 \times 4 + 7 \times 1 + 7{,}5 \times 2 + 8 \times 3 + 9 \times 2}{2 + 1 + 4 + 1 + 2 + 3 + 2} = \frac{99}{15} = 6{,}6$$

La moyenne des notes est 6,6.

4) Mode d'une série statistique :

Définition :

On appelle mode d'une série statistique toute modalité dont l'effectif est maximal.

Remarque :

Une série statistique peut avoir un ou plusieurs modes.

Exemple :

Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2

Dans cette série la modalité qui a l'effectif le plus élevé est la note que les élèves ont le plus obtenue :

Selon le tableau, cette note est 6 qui a un effectif de 4.

Le mode de cette série est 6.

5) Médiane

Définition :

La médiane est le nombre se trouvant au milieu de la série, c'est-à-dire qu'il y a autant d'effectif à droite de ce nombre qu'à gauche.

Exemple :

Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2

$$\underbrace{3\ \ 3\ \ 5\ \ 6\ \ 6\ \ 6\ \ 6}_{7}\ \ 7\ \ \underbrace{7{,}5\ \ 7{,}5\ \ 8\ \ 8\ \ 9\ \ 9}_{7}$$

Médiane

Remarque :

La médiane peut être illustrée par une ligne de partage.

Ici, l'effectif total de la série est 15 qui est un nombre impaire, mais dans certain cas cet effectif est pair. Dans ce cas, on peut prendre pour médiane, la moyenne de ces deux nombres se situant autour de **la ligne de partage.**

Exemple :

Voici les notes données à un groupe d'élèves.

Notes	3	5	7	8	10	13
Effectifs	1	1	1	1	1	1

Déterminons la médiane de cette série :

$$\underbrace{3\ \ 5\ \ 7}_{3}\ \ \ \underbrace{8\ \ 10\ \ 13}_{3}$$

Médiane

Ici, il l'effectif total est 6 qui est un nombre pair.

On peut prendre pour médiane $\frac{7+8}{2} = 7{,}5$ donc la médiane est 7,5.

Exercice d'application 1:

Voici les notes obtenues par les élèves d'une classe de troisième lors d'un devoir de mathématique noté sur 20.

08 ; 09 ; 14 ; 08 ; 12 ; 09 ; 07 ; 12 ; 09 ; 13 ; 09 ; 11 ; 12 ; 07 ; 09 ; 08 ; 08 ; 15 ; 10 ; 14 ; 08 ; 13 ; 07 ; 08 et 07.

1) Quelle est la population étudiée ?
2) Quel est l'effectif total ?
3) Quel est le caractère étudié ? précise sa nature.
4) Donne la liste des modalités.
5) Etablis le tableau des effectifs et des effectifs cumulés croissants.
6) Etablis le tableau des fréquences et des fréquences cumulées croissantes.
7) Calcule la moyenne de cette série.
8) Quelle est le mode de cette série statistique
9) Calcule la médiane de cette série.
10) Construis le diagramme en bâton des effectifs de cette série.
    (Échelle : 1 cm entre les bâtons et 2 cm pour un élève

Réponse attendue :

1) La population étudiée est : les élèves d'une classe de 3ème
2) L'effectif total est : 25 $élèves$
3) Le caractère est les notes. Il est quantitatif
4) Les modalités sont : $07;\ 08; 09\ ; 10; 11; 12; 13; 14\ et\ 15.$
5) Le tableau :

Modalités	07	08	09	10	11	12	13	14	15
Effectifs	3	6	5	1	2	3	2	2	1
Eff.cumulés.croissants	3	9	14	15	17	20	22	24	25

6) Le tableau des fréquences :

$$fréquence = \frac{eff/modalité}{eff/total}$$

Modalités	07	08	09	10	11	12	13	14	15
Effectif	3	6	5	1	2	3	2	2	1
Fréquence	0,12	0,24	0,2	0,04	0,08	0,12	0,08	0,08	0,04
Fréq.cum.crois	0,12	0,36	0,56	0,6	0,68	0,8	0,88	0,96	1

7) Calculons la moyenne :

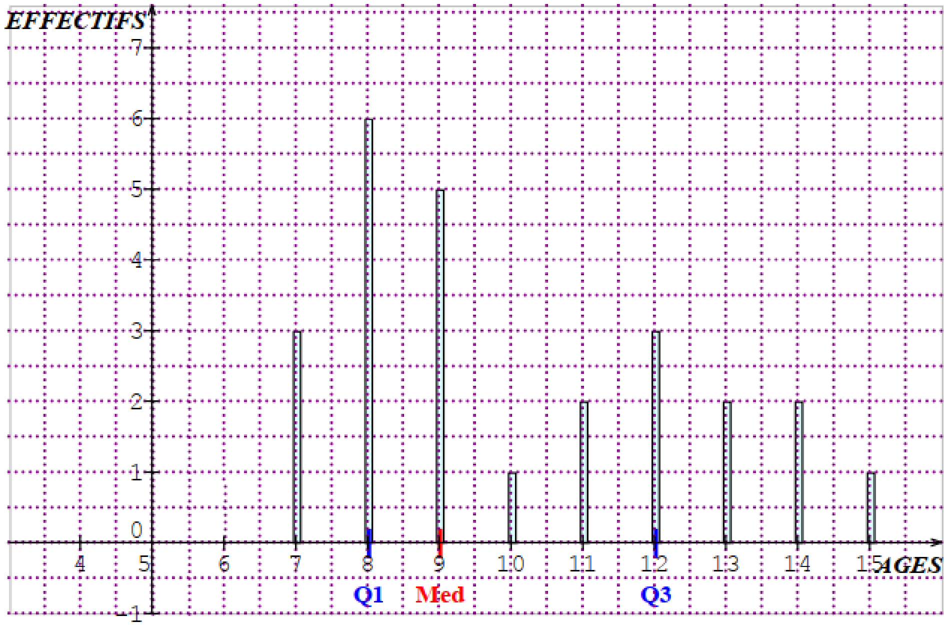
$$M = \frac{3\times7+6\times8+5\times9+1\times10+2\times11+3\times12+2\times13+2\times14+1\times15}{25} = \frac{251}{25} = 10{,}04$$

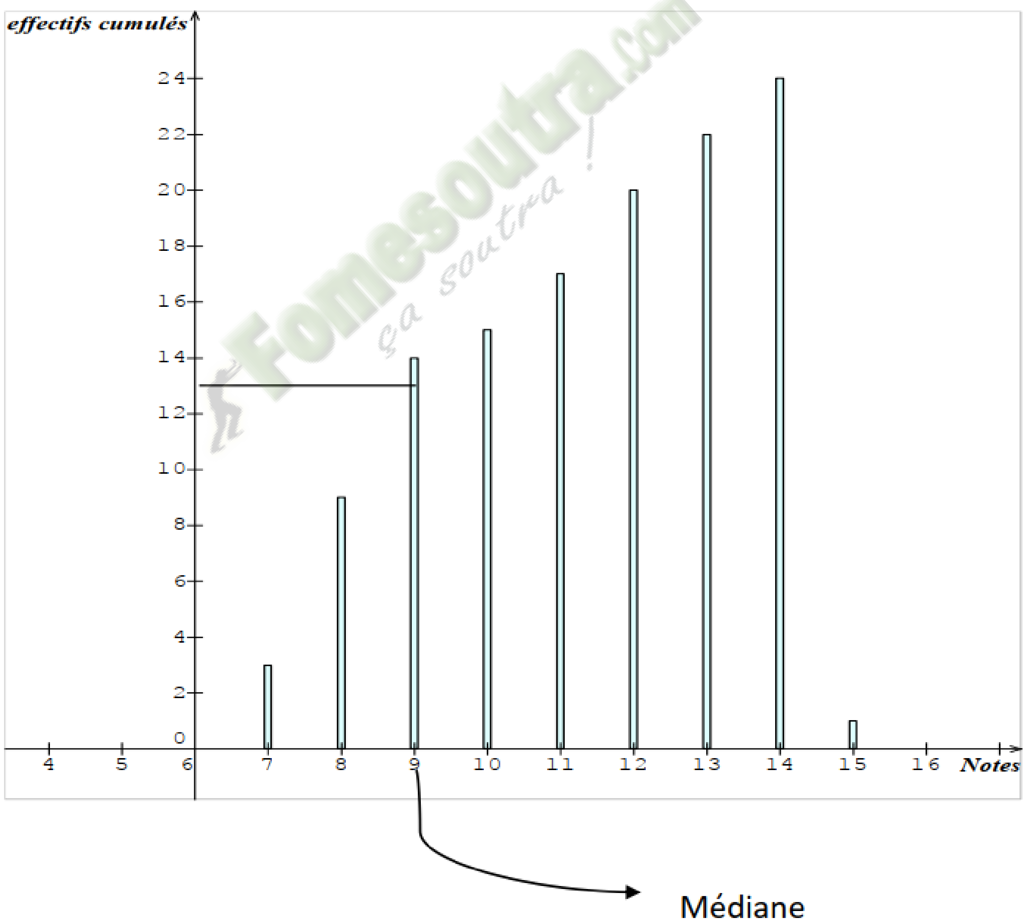
8) Le mode de la série statistique est : 08
9) Ici, l'effectif est impair

$$\underbrace{7\ 7\ 7\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8}_{9}\ 9\ \underbrace{10\ 11\ 11\ 12\ 12\ 12\ 14\ 14\ 15}_{9}$$

Médiane = 9

10) Le diagramme en bâton :


EFFECTIFS
AGES
Q1
Med
Q3


effectifs cumulés
Notes
Médiane

Exercice d'application 2

La direction régionale de la santé de Bouaflé a relevé l'âge de chacun des 65 élèves d'une classe de troisième. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Ages	12	13	14	15	16	17	18
Effectifs	7	8	10	20	12	5	3

1) Quel est le mode de cette série statistique ?
2) Quel est le caractère étudié ?
3) Calcule la moyenne d'âge de cette classe ?

Réponse attendue :

1) Le mode de cette série statistique est 15 ans.
2) Le caractère étudié est l'âge des élèves d'une classe de troisième.
3) $moyenne = \frac{12\times7+13\times8+14\times10+15\times20+16\times12+17\times5+18\times3}{65} = \frac{84+104+140+300+192+85+54}{65} = \frac{959}{65} = 14{,}75 \approx 15\ ans.$

Diagramme semi-circulaire.

On peut représenter une série statistique par un diagramme semi-circulaire.

Remarque :

Dans le cas d'un diagramme semi-circulaire la mesure du secteur semi-circulaire est de180° alors que dans le cas du diagramme circulaire cette mesure est de 360°.

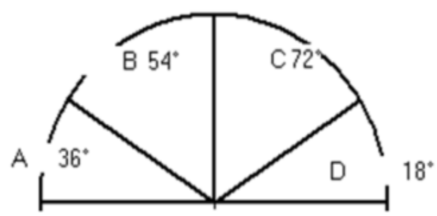
$$mesure\ du\ secteur = \frac{180° \times eff/modalité}{eff\ total}$$

Exercice d'application :

Le diagramme ci-dessous représente la compagnie d'abonnement téléphonique portable de 1000 personnes.

Etablis le tableau des effectifs et détermine

Le mode de cette série statistique.



Réponse attendue :

On a : $eff = \frac{1000\times mes}{180°}$

Modalités	A	B	C	D
Effectifs	200	300	400	100

Le mode de cette série statistique est : C

Exercice d'application :

Dans le tableau ci-dessous, on donne la répartition en fréquence des 60 élèves d'une classe de troisième selon leur âge.

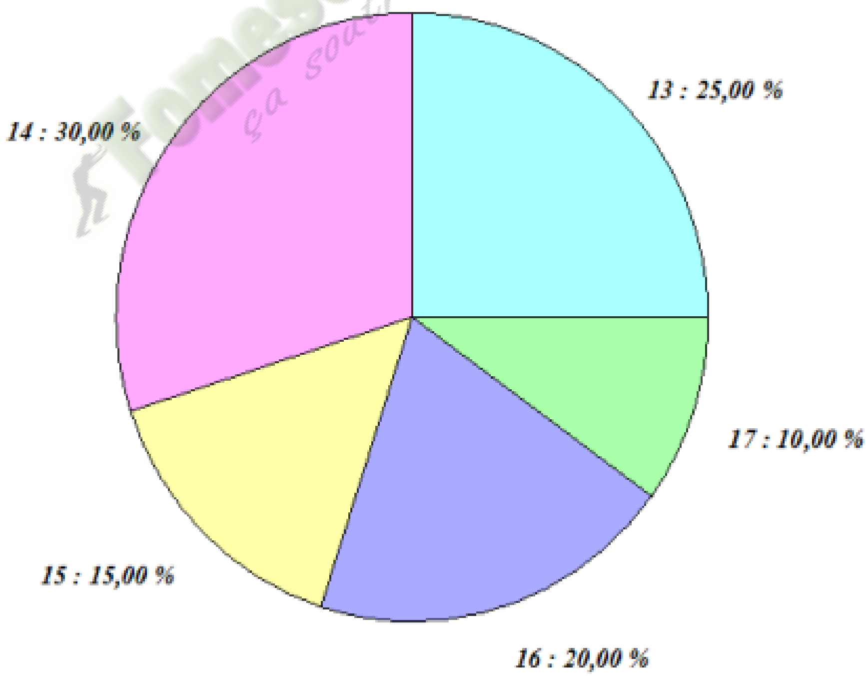
Ages	13	14	15	16	17
Fréquence(%)	25	30	20	15	10

1) Quel est le mode de cette série statistique de la série ?
2) Calcule le nombre d'élèves âgés de 15 ans
3) Construis le diagramme circulaire des fréquences.

Réponse attendue :

1) Le mode est 14
2) On a : $eff = \frac{fréq \times eff\ total}{100}$
   L'effectif de la modalité 15 ans est : 9 $élèves$
3) Le tableau des fréquences en degré :

Modalités	13	14	15	16	17	$TOTAL$
Effectifs	15	18	9	12	6	60
Fréquence(°)	90	108	54	72	36	360



Discipline : MATHÉMATIQUE

Thème : **TRANSFORMATIONS DU PLAN**
Leçon : **SYMETRIES ET TRANSLATIONS**
Séance : **10**
Durée de la séance : **55 min**
Supports didactiques: **Manuel, instruments de géométrie, fiches d'exercices, mon cahier d'habiletés**
Pré-requis :

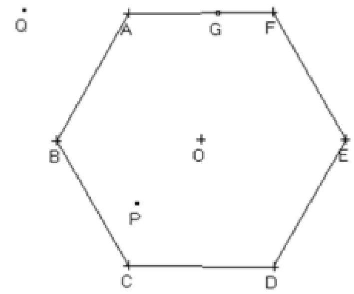
THEME 2 : TRANSFORMATIONS DU PLAN

LEÇON : SYMETRIES ET TRANSLATIONS

HABILETES	CONTENUS
◆ Définir	- une application du plan dans le plan - une translation - une symétrie orthogonale - une symétrie centrale
◆ Reconnaître	l'image d'un point par une symétrie orthogonale, une symétrie centrale, une translation
◆ Lire	un tableau de correspondance se rapportant à un texte ou à une figure
◆ Compléter	un tableau de correspondance se rapportant à un texte ou à une figure
◆ Dresser	un tableau de correspondance se rapportant à un texte ou à une figure
◆ Rédiger	un programme de construction
◆ Construire	l'image d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un angle, d'un cercle par : ⇨ une translation ⇨ une symétrie orthogonale ⇨ une symétrie centrale
◆ Démontrer	- l'alignement de points - la perpendicularité de droites - le parallélisme de droites - l'égalité de longueur de segments - l'égalité de mesure d'angles - qu'un point est le milieu d'un segment
◆ Traiter une situation	de vie courante faisant appel aux applications du plan et à leurs propriétés

1- Définition

Activité 1



ABCDEF est un hexagone régulier de centre O.
G est un point de [AF].
P et Q sont deux points du plan.
Construis le point H, symétrique du point G par rapport à O.
Construis les points P' et Q' symétriques respectifs des points P et Q par rapport à O.
Recopie et complète le tableau de correspondance suivant :

Points	O	A	B	C	D	E	F	G	P	Q
Symétrique par rapport à O.										

Quelles remarques fais-tu pour chaque point ?

Réponse attendue :

Points	O	A	B	C	D	E	F	G	P	Q
Symétrique par rapport à O.	O	D	E	F	A	B	C	H	P'	Q'

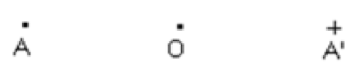
On remarque que chaque point a pour symétrique un seul point.
On fait remarquer que l'application de l'activité ci-dessus est appelée symétrie centrale et notée S_I.
M'est l'image de M par S_I.

Définition :
On appelle application du plan dans le plan toute correspondance qui, à chaque point du plan, associe un point du plan et un seul.

Remarque :
Lorsque l'application f du plan dans le plan associe au point M le point M'.
On note :$M' = f(M)$

Activité 1 :
Soient les points A et O.
Construis le symétrique A'de A par rapport à O.

Réponse attendue :
Le symétrique de A est A'.
Le point O est le milieu du segment [AA']



2- **Exemple d'application** :

a) Symétrie centrale

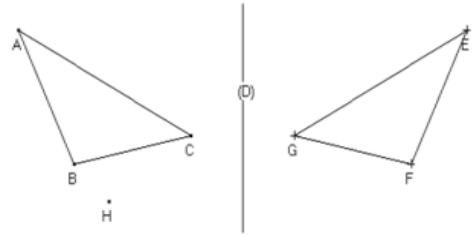
La correspondance qui à chaque point M du plan associe un et seul point M' symétrique de M par rapport à un point O est une application.
Elle est appelée symétrie centrale et notée S_I

b) Symétrie orthogonale

Activité :

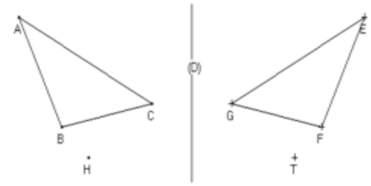
Sur la figure ci-dessous ABC et EFG sont symétriques par rapport à (D).

1) Construis le point T symétrique du point H.
2) Complète le tableau.



Points	A	B	C	H
Symétrique par rapport à (D)				

Réponse attendue :



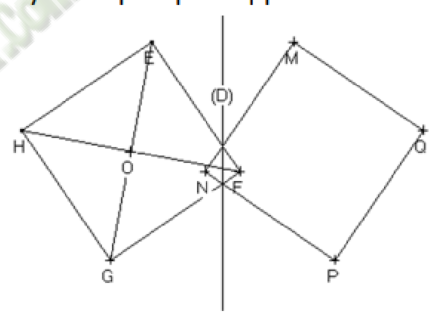
Points	A	B	C	H
Symétrique par rapport à (D)	E	F	G	T

La correspondance qui à chaque point M du plan associe un et seul point M' symétrique de M par rapport à une droite (D) est une application est appelée symétrie orthogonale et notée : $S_{(D)}$

Exercice d'application :

Sur la figure ci- dessous, les carrés EFGH et MNPQ sont symétriques par rapport à la droite (D).

Complète le tableau de correspondance suivant :



$S_{(D)}$	E	F	G	H	M	N	P	Q

Réalise le tableau de correspondance de S_O

Réponse attendue :

$S_{(D)}$	E	F	G	H	M	N	P	Q
	M	N	P	Q	E	F	G	H

S_O	E	F	G	H	O
	G	H	E	F	O

II- SYMETRIES

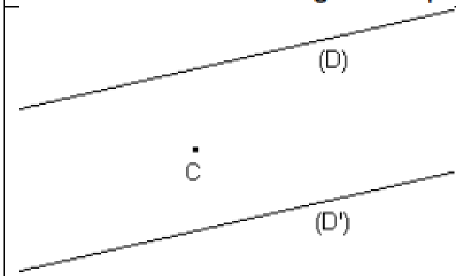
1- Propriétés

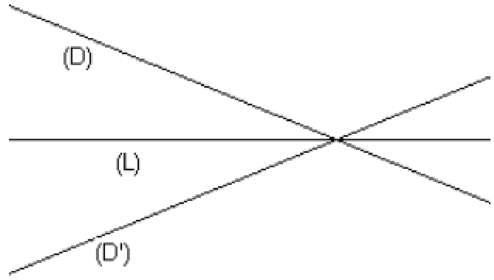
a- Utilisation du tableau de correspondance

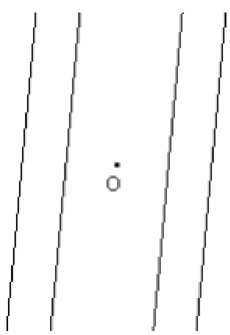
Propriétés :

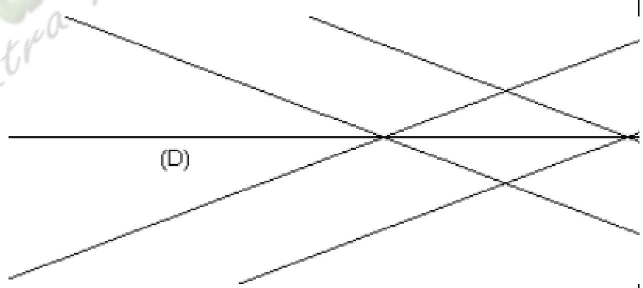
<table>
<tr><th>Par une symétrie centrale :</th><th>Par symétrie orthogonale :</th></tr>
<tr><td colspan="2">

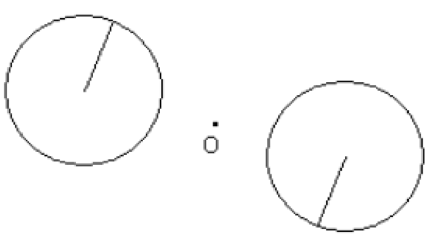
Des points alignés ont pour images des points alignés.
Une droite a pour image une droite.
Un segment a pour image un segment de même longueur.
Le milieu d’un segment a pour image le milieu de l’image de ce segment.

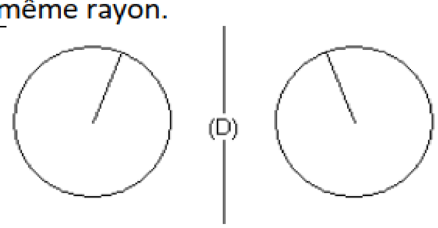
</td></tr>
<tr><td>


(D) et (D’) sont parallèles.
Une droite passant par O est sa propre image par la symétrie de centre O.
</td><td>


(D) et (D’) sont sécantes.
Une droite perpendiculaire à (L) est sa propre image par la symétrie d’axe (L).
</td></tr>
<tr><td colspan="2">
Deux droites parallèles ont pour image deux droites parallèles.
</td></tr>
<tr><td>


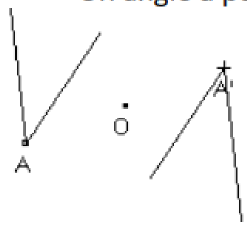
</td><td>


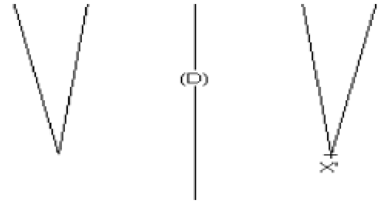
</td></tr>
<tr><td colspan="2">
Un cercle a pour image un cercle de même rayon.
</td></tr>
<tr><td>


</td><td>


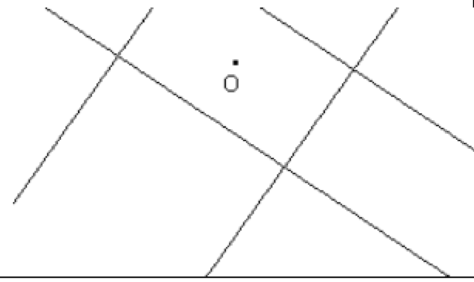
</td></tr>
</table>

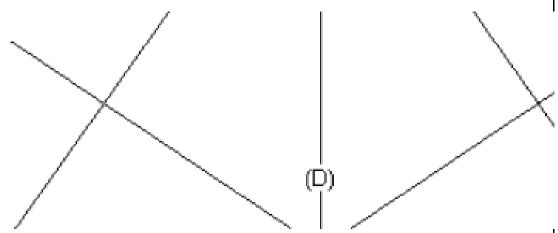
- Un angle a pour image un angle de même mesure.





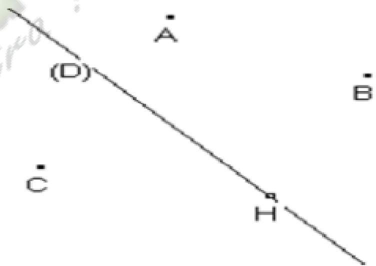
- Deux droites perpendiculaires ont pour image deux droites perpendiculaires.





- Si un point appartient à deux lignes, alors son image appartient aux images de ces deux lignes.

<u>Activité</u> :



$S_{(D)}$	A	B	C	H
	E	F	G	H

$S_{(D)}$	(AC)	[BC]	ABC	(C)

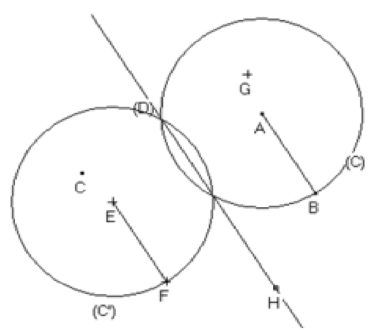
En te référant au 1[er] tableau de correspondance ci-dessus, complète la figure, puis donne l'image par $S_{(D)}$:

- De la droite (AC)
- Du segment [BC]
- Du triangle ABC
- Du cercle (C) de centre A et de rayon AB.

Reporte ces résultats dans le 2[ème] tableau.

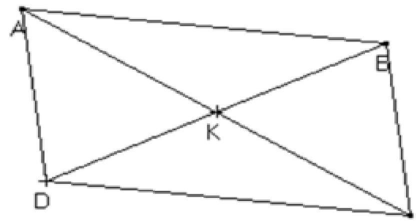
<u>Réponse attendue</u> :

$S_{(D)}$	(AC)	[BC]	ABC	(C)
	(EG)	[FG]	EFG	(C')



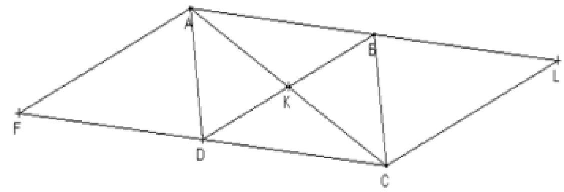
Exercice d'application :

ABCD est un parallélogramme de centre K.
Construis le point F symétrique de C par rapport à D et le point L symétrique de F par rapport à K.
Dresse le tableau de S_K .
Justifie que B est le milieu de [AL].



Réponse attendue :

	A	B	C	D	F	[AB]	[DF]	[CF]
S_K	C	D	A	B	L	[CD]	[BL]	[AL]



On a : AB=CD ; D est le milieu de [CF] donc B image de D par S_K
Donc B est le milieu de [AL].

2- **Utilisation de symétrie** :

a) **Des symétries pour démontrer** :

La résolution d'un problème qui a pour objet de démontrer se fait en trois étapes :

Lecture de l'énoncé :

- Fais ou reproduis une figure codée
- Ecris les données et la conclusion

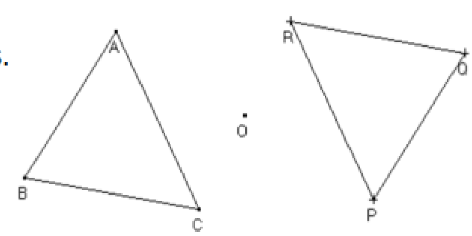
Recherche d'une démarche :

- Analyse la figure codée
- Recherche une démarche de démonstration
- Recherche les outils nécessaires aux justifications

Rédaction de la solution :

Rédige les différentes étapes de démonstration et justifie.

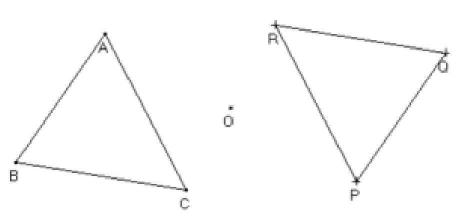
Exemple :
On donne le point O et trois points A, B et C non alignés.
P, Q et R sont les images respectives de A, B et C par la symétrie de centre O.
Démontre que les triangles ABC et PQR sont superposables.



Réponse attendue :

Données :

	A	B	C
S_O	P	Q	R



Conclusion :
ABC et PQR sont superposables.

Recherche d'une démarche :
Je peux utiliser la propriété des segments symétriques, puis une propriété des triangles superposables.
Rédaction de la conclusion :
Des segments symétriques ont la même longueur,
Donc : AB= PQ ; BC=QR et CA=RP

S_O	A	B	C
	P	Q	R

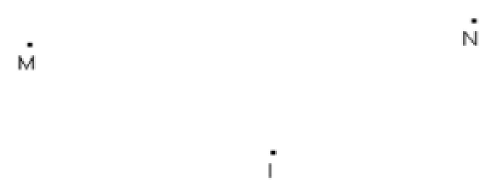
Les triangles ABC et PQR sont superposables car leurs trois cotés sont deux à deux de même longueur.

b) Des symétries pour construire

La résolution d'un problème qui a pour objet de construire se fait en trois étapes :
Lecture de l'énoncé :
Ecrire les données, les contraintes et les instruments imposés.
Recherche d'une démarche (au brouillon) :
- Faire une esquisse
- Analyse l'esquisse

Recherche une méthode de construction :
Rédaction de la solution :
- Ecrire le programme de construction
- Réalise la construction de la figure.
- Justifie que la figure obtenue respect les contraintes de l'énoncé.

Exemple :
Activité :
Sur la figure ci-dessous :
M, N et I sont les points du plan.
Construis les droites (D) et (L) symétriques par rapport à I tels que : M $\in$ (D) et N $\in$ (L).



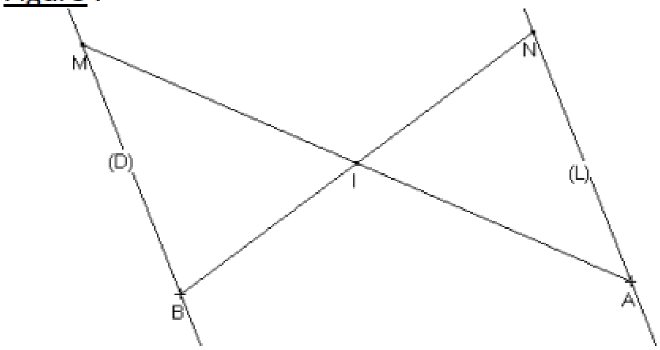
Réponse attendue :
Données :
M, N et I sont des points non alignés.
(D) et (L) sont symétriques par rapport à I.
Contraintes :
M $\in$ (D)
N $\in$ (L)
Instruments imposés :
Aucun
Programme de construction :

S_I	M	N
	A	B

Construire les points A et B tels que :
Tracer la droite (D) passant par M et B.

Tracer la droite (L) passant par N et A

Figure :



Justification :

Les droites (MB) et (NA) sont symétriques par rapport à I.
Comme (D) et (L) sont symétriques tels que
M $\in$ (D) et N $\in$ (L) donc (D) est la droite (MB) et (L) est la droite (NA).

S_I	M	B	(MB)
	A	N	(NA)

TRAVAUX DIRIGES :

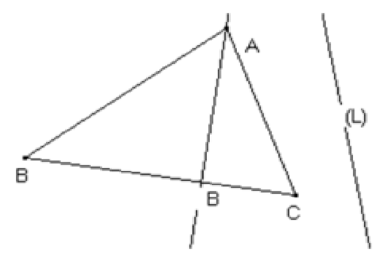
EXERCICE 1 :

IJK est un triangle isocèle en I. (D) est la médiatrice de [JK]. La droite perpendiculaire à (IJ) qui passe par J coupe (D) en A.
Démontre que la droite (AK) est perpendiculaire à (IK).

EXERCICE 2 :

En utilisant le tableau de correspondance ci-dessous, complète la figure codée ci-dessous :

$S_{(L)}$	A	B	C	H
	E	F	G	K



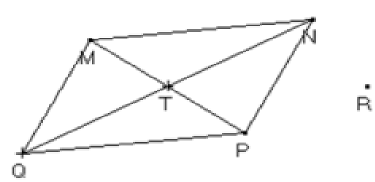
Justifie que E, F et G sont alignés.
Démontre que (EK) est une hauteur du triangle EFG.

EXERCICE 3 :

On donne une droite (D) et un point P n'appartenant pas à (D). En utilisant seulement la règle et le compas, construis le symétrique du point P par rapport à la droite (D).

EXERCICE 4 :

Sur la figure ci-dessous :
MNPQ est un parallélogramme de centre T.
R est un point.
Construis le symétrique de R par rapport à T en



III- TRANSLATION ET VECTEURS

1) Définition :

Définition :

A et B sont deux points du plan.

On appelle translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, l'application du plan dans le plan qui à tout point M associe le point M' tel que : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

On la note : $t_{\overrightarrow{AB}}$ et se lit translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

Activité :

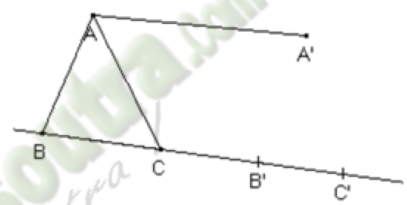
a) Construis les points B' et C' tels que les couples (B ; B') et (C ; C') :
- aient le même sens
- la même longueur que le couple (A ; A')
- et dont les supports soient de même direction que la droite (AA').

b) Marque un point M et construis le pont M' par le même procédé.

c) Combien de points M' peux-tu construire ?

On définit ainsi une application du plan dans le plan qui est déterminé par les …. points ….. et …… appelé ……… qui applique …….. sur ……

Réponse attendue :



On peut construire un seul point M'.

On définit ainsi une application du plan dans le plan qui est déterminé par **les deux** points **M et M'** appelé **la translation** qui applique M sur M'.

Exercice d'application :

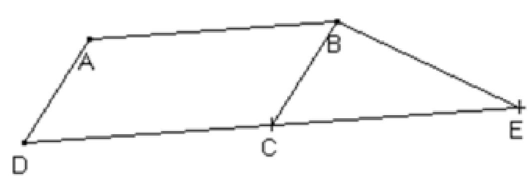
Sur la figure codée ci-dessous, ABCD est un parallélogramme.

t est la translation qui applique A sur B.

Complète le tableau de correspondance ci-dessous.

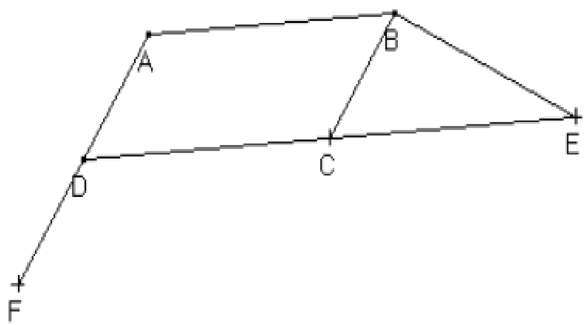
Construis F image de D par la translation t' qui applique B sur C.

	A	D	C
t			



Réponse attendue :

	A	D	C
t	B	C	E



<u>Activité :</u>

t est la translation qui applique A sur B.

A l'aide du tableau complète :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{...} = \overrightarrow{...}$

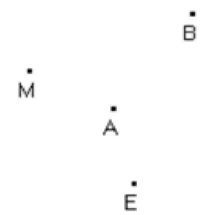
t est la ....de vecteur........ notée ...

<u>Réponse attendue</u> :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{MN}$

t est la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ notée $t_{\overrightarrow{AB}}$

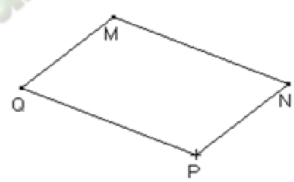
t	
A	B
E	F
M	N



<u>Exercice d'application</u> :

MNPQ est un parallélogramme.

Complète le tableau de correspondance.



$t_{\overrightarrow{PQ}}$	
P	......
N	
(PQ)	......
(MN)	

<u>Réponse attendue</u>

$t_{\overrightarrow{PQ}}$	
P	Q
N	M
(PQ)	(PQ)
(MN)	(MN)

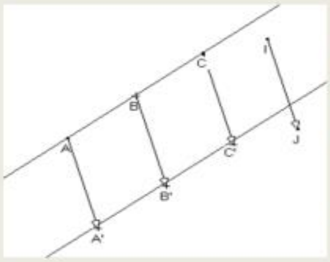
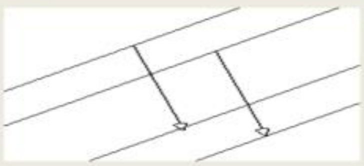
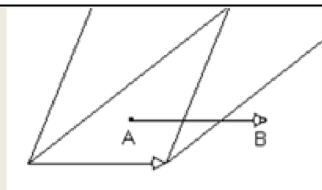
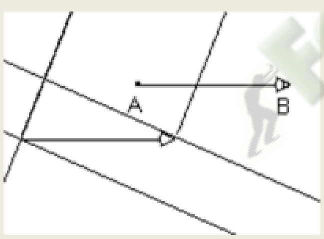
2) **<u>Propriétés</u>**

<u>Propriété</u> 1 :

A, B, M, M' sont quatre points du plan.

L'image de M par $t_{\overrightarrow{AB}}$ est M' ***équivaut à*** $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

<u>Propriété</u> 2 : (Voir livre page 75 CIAM 4ème)

Par une translation	
	• Des points alignés ont pour image des points alignés. • Une droite a pour image une droite de même direction • Un segment a pour image un segment de même longueur. • Le milieu d'un segment a pour image le milieu de l'image de ce segment.
	• Deux droites parallèles ont pour image deux droites parallèles
	• Un angle a pour image un angle de même mesure.
	• Deux droites perpendiculaires ont pour image deux droites perpendiculaires
• Si un point appartient à deux lignes alors son image appartient aux images de ces deux lignes.	

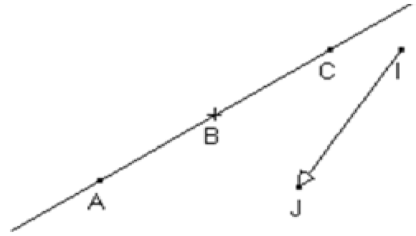
Activité :

En utilisant le tableau suivant :

a) Construis les points A', B' et C'.

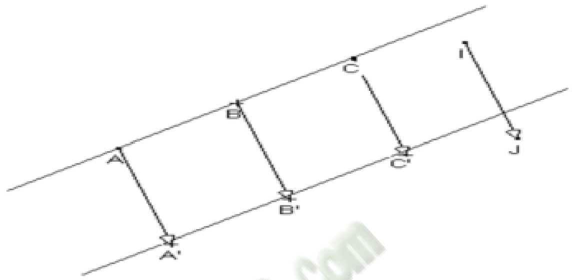
b) Vérifie que :

- A', B' et C' sont alignés
- (AB) et (A'B') sont parallèles
- AB=A'B'
- B' est le milieu de [A'C']



$t_{\overrightarrow{IJ}}$	
A	A'
B	B'
C	C'

Réponse attendue :

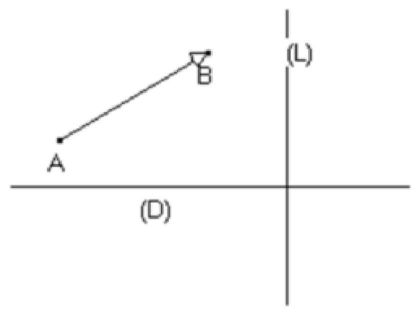


Exercice d'application :

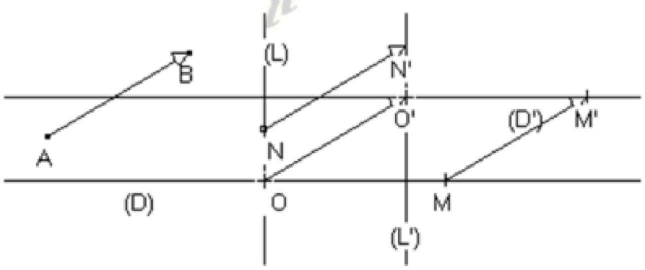
Observe la figure ci-dessous :

Construis (D') et (L') images respectives de (D) et de (L) par la translation du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Justifie que (D') et (L') sont perpendiculaires.



Réponse attendue :



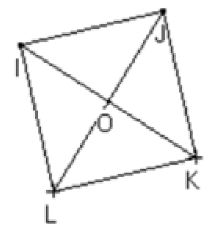
$t_{\overrightarrow{AB}}$	
M	M'
O	O'
N	N'
(L)	(L')
(D)	(D')

On a : $(D) \perp (L)$ donc d'après le tableau $(D') \perp (L')$.

Exercice de maison :

EXERCICE :
IJKL est un carré de centre O. on donne le tableau de correspondance ci-dessous :

$t_{\overrightarrow{JO}}$	
I	A
K	B
L	C



a) Construis les points A, B et C.
b) Quelle est l'image de J par $t_{\overrightarrow{JO}}$?
c) Démontre que AOBC est carrée.