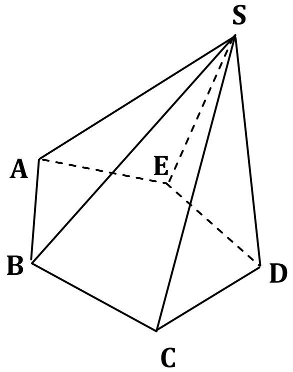
PYRAMIDES ET CÔNES (3ème)

Fomesoutra.com ça soutra !

I- PYRAMIDES

1.1. Présentation et Description



- **SABCDE** est la représentation d'une **pyramide.**
- Le point **S** est le **sommet** de cette pyramide.
- Le polygone **ABCDE** est sa **base.**
- **Le triangle SAB** est une **face latérale** de la pyramide.
- **Les segments [AB]** et **[SA]** sont **des arêtes** de la pyramide.

EXERCICE DE FIXATION

Complète les phrases suivantes :

1. Les triangles
sont aussi des faces latérales de la pyramide SABCDE.

2. Les segments
sont aussi des arêtes de la pyramide SABCDE.

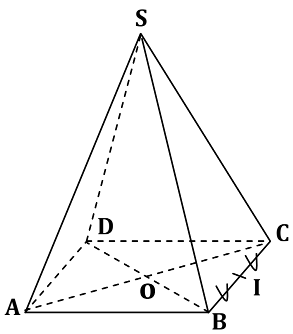
1.2. Définition

Une pyramide est un solide de l'espace qui a **un sommet** (désigné le plus souvent par **S**), une base (qui est un polygone) et **des faces latérales** (qui sont des triangles).

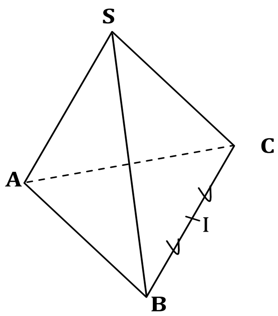
1.3. Pyramide régulière

a- Définition

Une pyramide régulière est une pyramide dont la base est **un polygone régulier** et ses faces latérales sont des triangles **isocèles.**



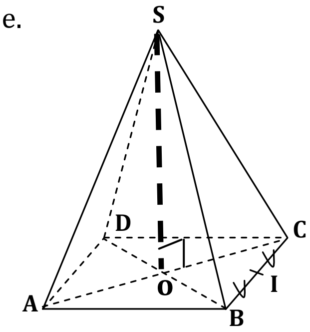
ABCD est un **carré.**
SAB, SBC, SCD, SDA sont des **triangles isocèles.**



ABC est un **triangle équilatéral.**
SAB, SBC, SCA sont des **triangles isocèles.**

b- Hauteur

La hauteur d'une pyramide régulière est la droite qui passe par son sommet et qui est perpendiculaire au plan de sa base.



La droite **(SO)** est la **hauteur** de la pyramide

c- Volume

Le volume d'une pyramide est donné par la formule suivante :

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h$$

ou

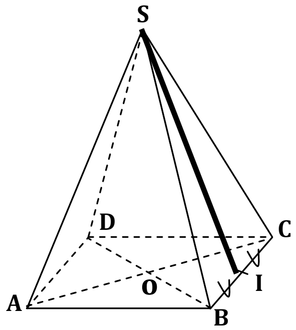
$$V = \frac{B \times h}{3}$$

avec

V: *volume*
B: *aire de la base*
h: *hauteur de la pyramide*

d- Apothème

L'apothème d'une pyramide régulière est **la hauteur d'une face latérale.**



La droite **(SI)** est **l'apothème** de la pyramide

e- Aire latérale

L'aire latérale d'une pyramide est donnée par la formule suivante :

$$A = \frac{P \times a}{2}$$

avec

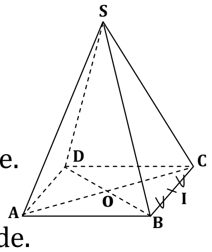
A: *aire latérale*
P: *périmètre de la base*
a: *apothème*

f- Aire totale

L'aire totale est la somme de l'aire latérale et de l'aire de la base.

EXERCICE DE FIXATION

Une pyramide régulière SABCD de centre O et de sommet S a pour base le carré ABCD de 4 cm de côté et de centre O.

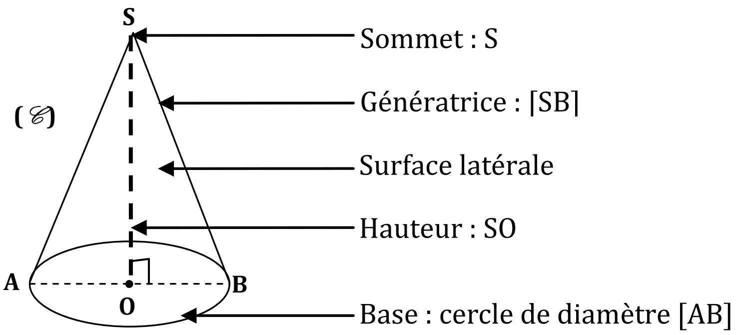


On donne SA = 6 cm.

1) a- Calculer la hauteur de cette pyramide.
   b- Calculer son volume.
2) a- Calculer l'apothème de cette pyramide.
   b- Calculer son aire latérale.
   b- Calculer son aire totale.

II- CÔNE DE REVOLUTION

2.1 Présentation et Description



2.2. Définition

Un Cône est un solide de l'espace qui a **un sommet** (désigné le plus souvent par la lettre **S**) et une base de forme **circulaire**.

2.3. Hauteur

La hauteur d'un cône de révolution est la droite qui passe par son sommet et qui est perpendiculaire au plan de sa base.

2.4 - Volume

Le volume d'un cône est donné par la formule suivante :

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h$$

ou

$$V = \frac{B \times h}{3}$$

avec

V: *volume*
B: *aire de la base*
h: *hauteur du cône*

2.5 - Génératrice

Un segment dont les extrémités sont le sommet du cône et un point de la base est une **génératrice.**

2.6 - Aire latérale

L'aire latérale du cône est donnée par la formule suivante :

$$A = \frac{P \times g}{2}$$

avec

A: *aire latérale*
P: *périmètre de la base*
g: *génératrice*

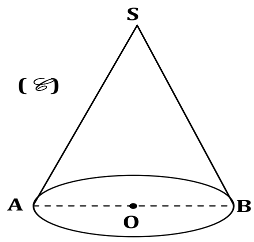
2.7 - Aire totale

L'aire totale est la somme de l'aire latérale et de l'aire de la base.

EXERCICE DE FIXATION

Un cône de révolution de sommet S, de base le cercle (𝒞) de centre O et de rayon r = 2 cm a pour génératrice 7 cm.

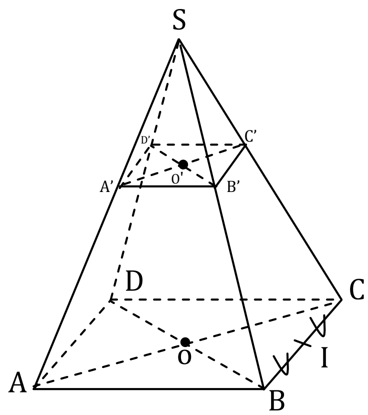
1) Calcule son volume
2) Calcule son aire latérale.
3) Calcule son aire totale.



III- SECTIONS PLANES

3.1 Pyramide Régulière

a- Figure



b- Description

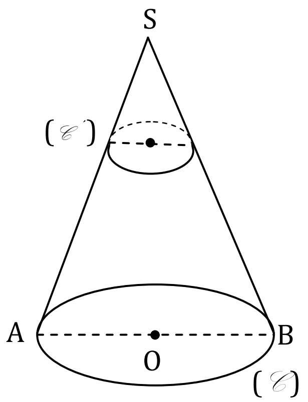
- SABCD est une pyramide régulière de sommet S et de base le carré ABCD et de hauteur [SO].
  Cette pyramide a été sectionnée (coupée) par un plan parallèle à sa base.
- La partie SA'B'C'D' est la **pyramide réduite** et sa hauteur est [   ].
- La partie ABCDA'B'C'D' est appelée le **tronc** de la pyramide.

c – Propriété

La section d'une pyramide régulière par un plan parallèle à sa base est un polygone de même nature que cette base ; les côtés de ces polygones sont parallèles deux à deux.

3.2. Cône de révolution

a- Figure



b- Description

[SO] est la hauteur du cône de révolution de sommet S et de base le cercle (𝒞) de centre O

Ce cône été sectionné (coupé) par un plan parallèle à sa base.

On obtient aussi **un cône réduit** de sommet S, de base le cercle (𝒞) de centre O', de hauteur [SO'] et **un tronc de cône**.

c – Propriété

La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est un cercle.

3.3. Propriété de réduction

Notons ***k*** **l'échelle (coefficient) de réduction** du solide

$$\frac{\boldsymbol{hauteur\ du\ solide\ réduit}}{\boldsymbol{hauteur\ du\ solide\ initial}} = \boldsymbol{k}\ ;$$

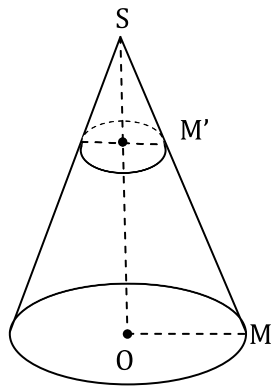
$$\frac{\boldsymbol{Aire\ du\ solide\ réduit}}{\boldsymbol{Aire\ du\ solide\ initial}} = \boldsymbol{k^2}\ ;$$

$$\frac{\boldsymbol{Volume\ du\ solide\ réduit}}{\boldsymbol{Volume\ du\ solide\ initial}} = \boldsymbol{k^3}\ .$$

EXERCICE DE FIXATION

On ne demande pas de reproduire la figure sur la copie.

L'unité de longueur est le centimètre. La figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles représente un cône de révolution de sommet S et de base de cercle de centre O et de rayon OM.



On donne SO = 10 ; OM= 6.

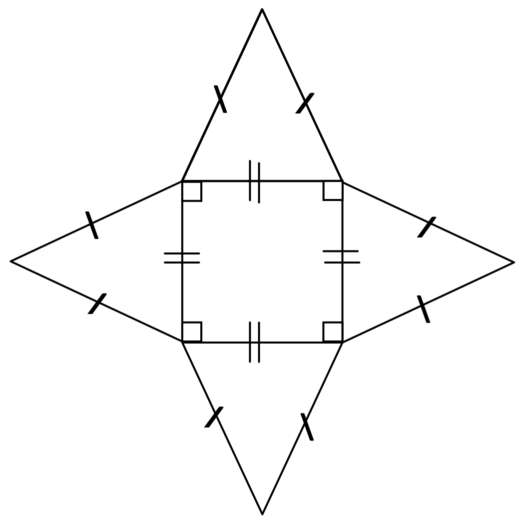
On prendra 3,14 pour valeur approchée de π.

1) Démontre qu'une valeur approchée par excès du volume V du cône est 377 cm^3.
2) On sectionne le cône par un plan parallèle au plan de la base et qui passe par le point M' du segment [SM] tel que SM' = $\frac{1}{2}$ SM
   Calcule une valeur approchée à l'unité près du volume V' du tronc du cône.

IV- PATRONS

4.1. Patron d'une pyramide régulière

Le patron d'une pyramide régulière est constitué du **polygone** de base et **des triangles isocèles** dont les bases respectives sont les côtés respectifs du polygone de base.



EXERCICE DE FIXATION

Construis le patron d'une pyramide régulière de sommet S et de base le carré ABCD.

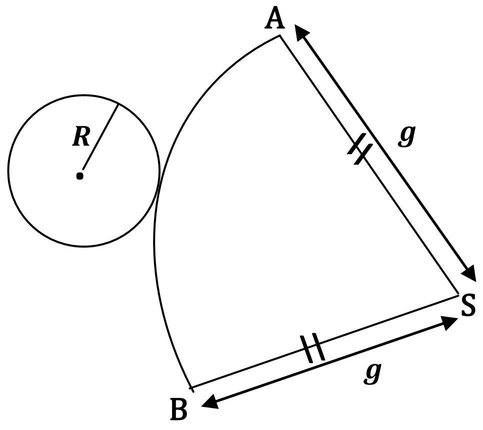
On donne AB =2cm, SA = 3 cm.

4.2. Patron du cône de Révolution

Le patron du cône de révolution de **génératrice g** et de cercle de base **de rayon *R*** est constitué d'un arc de cercle de rayon g et de cercle de rayon R tangent à l'arc de cercle.

La mesure de l'angle au centre de l'arc de cercle est :

$$\boldsymbol{mes\ \widehat{ASB} = \frac{360° \times R}{g}}$$



$\widehat{ASB}$ est appelé **angle de développement**

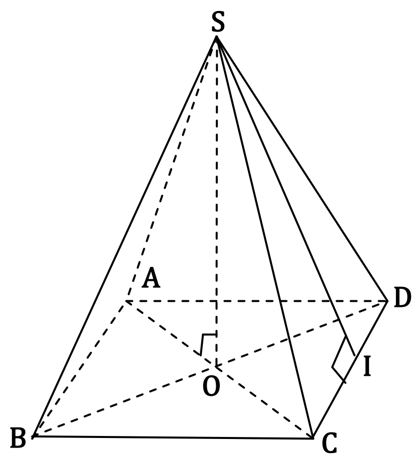
EXERCICE DE FIXATION

Un cône de révolution à pour génératrice g = 5 cm et pour cercle de base de rayon r = 2 cm. Construis le patron de ce cône.

AUTRES EXERCICES DE FIXATION

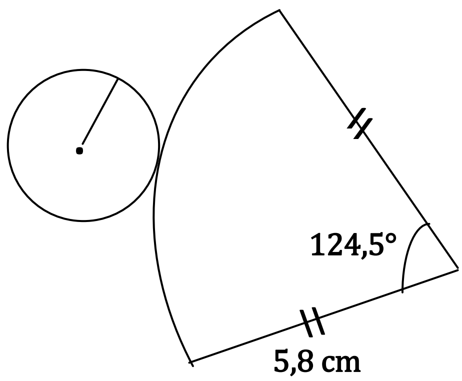
Exercice1

L'unité de longueur est le centimètre.
SABCD est une pyramide régulière
A base carrée et de centre O tel que : AB=4 et SI=5
1) Calcule l'aire latérale de SABCD.
2) Calcule son aire totale.
3) Calcule le volume de cette pyramide.



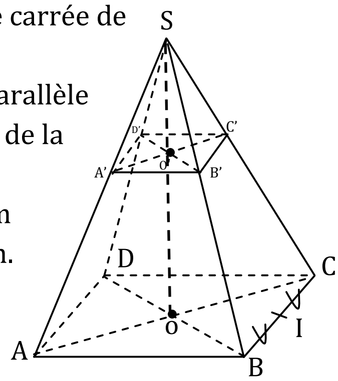
Exercice2

La figure ci-dessous représente le patron d'un cône de révolution.
1) Calcule la hauteur de ce cône.
2) Calcule son aire.
3) Calcule le volume de ce cône.



Exercice3

SABCD est une pyramide à base carrée de volume 266,6 cm³.
La base ABCD de centre O est parallèle
A la base A'B'C'D' de centre OO' de la pyramide SA'B'C'D'.
On donne : SO=8cm et SO'=5cm
1) Calcule l'échelle de réduction.
2) Déduis le volume de la pyramide SA'B'C'D'.



Exercice4

La figure ci-contre représente un cône de révolution de sommet S et de base le cercle de centre O et de rayon OM.
On donne : SO=20cm et OM=10cm.
On sectionne ce cône par un plan parallèle à la base et qui passe par le point N' du segment [SM] tel que SN'=5,6cm.
1) Calcule le volume V du cône.
2) Calcule le volume V' du petit cône.
3) Déduis-en le volume V'' du tronc du cône