

EXERCICE 1 : 2 points

Dans chacun des cas suivants, recopie le numéro de l'affirmation suivi de Vrai si l'affirmation est vraie et Faux si non.

1. Pour tout nombre a positif et $b \in \mathbb{R}$, $\ln a = b \Leftrightarrow a = e^b$.
2. Soit $z \in \mathbb{C}$ et \bar{z} le conjugué de z . Le module de z est un nombre réel positif noté $|z|$ tel que $|z| = z\bar{z}$.
3. Pour une série statistique double $(X ; Y)$, la droite de régression de Y en X notée (D) d'expression $Y = aX + b$ est telle que $a = \frac{\text{cov}(X;Y)}{V(Y)}$.
4. Soit a et b deux nombres réels tels que $a < b$. Si une fonction est continue et monotone sur un intervalle $[a ; b]$ et que la courbe représentative de f coupe une fois l'axe des abscisses alors l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique. Cette propriété est appelé théorème des valeurs intermédiaires.

EXERCICE 2 : 2 points

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	AFFIRMATIONS OU ENONCES INCOMPLETS	REPONSES			
		A	B	C	D
1	Soit le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Soit S une similitude directe de centre $A(1 + i)$ telle que le point $B(-2 + 3i)$ a pour image le point $C(3 + 4i)$. S a pour rapport	$k = 1$	$k = \frac{1}{2}$	$k = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$k = \sqrt{2}$
2	Les racines carrées de $3 - 4i$ sont	$\sqrt{3} + 2i$ et $\sqrt{3} - 2i$	$2 - i$ et $2 + i$	$-\sqrt{3} + 2i$ et $-\sqrt{3} - 2i$	$-2 - i$ et $-2 + i$
3	L'équation $(E) : e^{x+2} \geq e^{-x+4}$ pour ensemble de solution l'intervalle $S =$	$[2 ; 4]$	$]2 ; +\infty[$	$]0 ; 4[$	$[1 ; +\infty[$
4	Soit le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'écriture complexe associée à la symétrie axiale d'axe (OJ) est	$z' = z$	$z' = -z$	$z' = \bar{z}$	$z' = -\bar{z}$

EXERCICE 3 : 3 points

On considère la suite définie par intégrale notée (I_n) telle que : $\forall n \in \mathbb{N}, I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$.

- 1- Justifie que $I_0 = \ln 2$
- 2- Calcule $I_0 + I_1$ puis déduis-en la valeur de I_1 .
- 3- Exprime $I_{n+1} + I_n$ en fonction de n .
- 4- Montre que la suite (I_n) est positive puis décroissante.
- 5- Démontre que $\forall n \in \mathbb{N}, I_n \leq \frac{1}{n+1}$
- 6- Déduis-en la convergence de la suite (I_n) puis détermine sa limite.

EXERCICE 4 : 3,5 points

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher dont : $\begin{cases} 4 \text{ boules rouges} \\ 6 \text{ boules blanches} \end{cases}$

On tire au hasard et simultanément deux boules de cette urne.

- 1- Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de 2 boules, associe le nombre de boules rouges tirées.
 - a- Détermine la loi probabilité de X .
 - b- Calcule l'espérance mathématique et la variance de X .
- 2- Calcule la probabilité pour que les deux boules tirées soient de la même couleur.
- 3- Soit un entier naturel n tel que $2 \leq n \leq 8$.

On considère une urne de 10 boules dont : $\begin{cases} n \text{ boules blanches} \\ 10 - n \text{ boules rouges} \end{cases}$

On tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne.

- a- Démontre que la probabilité $P(n)$ de tirer deux boules de même couleur est $P(n) = \frac{2n^2 - 20n + 90}{90}$.
- b- Détermine le nombre n de boules blanches pour que $P(n)$ soit *minimale*. Puis calcule ce minimum.

EXERCICE 5 : 4,5 points

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0;1]$ par $f(x) = \frac{1+x}{2+x} + \ln x$. On note (C_f) sa courbe représentative dans le repère orthogonal (O, I, J) tel que $OI = 1$ cm et $OJ = 2$ cm.

- 1- Calcule que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ puis interprète graphiquement le résultat.
- 2- Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interprète graphiquement le résultats.
- 3- Soit f' la fonction dérivée de f , f étant dérivable sur $]1; +\infty[$.
 - a- Démontre que $f'(x) = \frac{1}{(2+x)^2} + \frac{1}{x}$
 - b- Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variations.
- 4-
 - a- Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0; 1]$.
 - c- Justifie que $0,54 < \alpha < 0,55$.
 - d- Etudie le signe de f suivant les valeurs de x .

5- Soit la fonction P définie sur l'intervalle $]0;1]$ par : $\begin{cases} P(x) = \frac{-x^2 \ln x}{1+x} \text{ si } x > 0 \\ P(0) = 0 \end{cases}$

- a- Justifie que P est continue en 0.
 - b- Démontre que P est dérivable en 0.
 - c- Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x)$
 - d- Vérifie que pour $x > 0$, $P'(x) = -\frac{x(2+x)}{(1+x^2)} f(x)$.
 - e- Déduis en les variations de P puis dresse son tableau de variation.
- 6- Construis la courbe (C_f)

EXERCICE 6 : 5 points

Dans la politique de diversification des produits agricoles, L'Etat ivoirien a financé des chercheurs. En cela, dans un centre de recherche agronomique, des scientifiques étudient la croissance du gingembre dont le jus est réputé en Côte d'Ivoire pour ses vertus thérapeutiques.

Leur objectif est de mieux comprendre les premières phases de croissance afin d'optimiser les rendements.

A travers des différents bocaux, on a observé l'évolution de la plante :

- Le plant de gingembre a une croissance rapide de telle sorte que la vitesse d'accroissement de la masse est proportionnelle à sa masse elle-même
- Après 1 jour d'observation, la plante pèse 2 g
- Après 5 jours, les mesures montrent que la plante atteint 8 g

Les chercheurs savent que cette croissance est typique des plantes de ce type avant que des facteurs limitant (attaque bactériennes, manque de nutriments etc ne ralentissent le rythme.)

Ayant pour objectif de prévoir la masse de la plante après 60 jours, il sollicite ton aide.

Détermine la masse de la plante de gingembre au bout de ses 60 jours.