INSTITUT

GIOVANNI BIFFI

ANNÉE SCOLAIRE 2026-2027

QCM / QCD

MATHS 3ième

AUTEUR

M. TEHUA

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

Questionnaire : CALCUL LITTÉRAL

Classe de Troisième – Mathématiques – Thème : Calculs algébriques – Leçon 1

Nom et prénoms : ..... **Classe :** ..... **Note :** ..... / 20

Consignes : 20 questions, 1 point chacune. Pour les QCM (questions 1 à 12), une seule réponse est exacte : entoure la lettre correspondante. Pour les QCD (questions 13 à 20), réponds par **Vrai** ou **Faux** puis justifie brièvement.

PARTIE A – QCM (Questions à choix multiples) – 12 points

1. Soient a, b, c et d des nombres avec b ≠ 0 et d ≠ 0. L'égalité a/b = c/d équivaut à :

A. ab = cd
B. ad = bc
C. ac = bd
D. a + d = b + c

2. a est un nombre non nul tel que 7/a = 2/5. La valeur de a est :

A. 2,8
B. 14
C. 17,5
D. 3,5

3. 5^{-3} est égal à :

A. -125
B. $1/125$
C. -15
D. $1/15$

4. $(-7)^{3} \times (-7)^{-5}$ est égal à :

A. $(-7)^{-2}$
B. $(-7)^{-15}$
C. $(-7)^{8}$
D. $(-7)^{2}$

5. Pour a ≠ 0, $(a^{-2})^{-3}$ s'écrit plus simplement :

A. a^{-6}
B. a^{5}
C. a^{6}
D. a^{-5}

6. Le développement de $(x + 7)^{2}$ est :

A. $x^{2} + 49$
B. $x^{2} + 7x + 49$
C. $x^{2} + 14x + 49$
D. $x^{2} + 14x + 14$

7. Le développement de $(3x + 4)(3x - 4)$ est :

A. $9x^2 + 16$
B. $9x^2 - 16$
C. $3x^2 - 16$
D. $9x^2 - 24x - 16$

8. Après développement et réduction, $5x(x + 3) - 4x(x - 2)$ est égal à :

A. $x^2 + 7x$
B. $x^2 + 23x$
C. $9x^2 + 23x$
D. $x^2 - 7x$

9. La factorisation de $9a^2 + 24a + 16$ est :

A. $(3a + 16)^2$
B. $(3a - 4)^2$
C. $(9a + 4)^2$
D. $(3a + 4)^2$

10. La factorisation de $3x(2x + 1) - 17(2x + 1)$ est :

A. $(2x + 1)(3x + 17)$
B. $(2x + 1)(3x - 17)$
C. $(2x - 1)(3x - 17)$
D. $(3x - 17)$

11. Les nombres a tels que $(a - 2)(a + 3) = 0$ sont :

A. 2 et 3
B. -2 et 3
C. 2 et -3
D. -2 et -3

12. La fraction rationnelle $K = (x + 6)/(5x + 2)$ existe si et seulement si :

A. $x \neq 2/5$
B. $x \neq -2/5$
C. $x \neq -6$
D. $x \neq 0$

PARTIE B – QCD (Questions à choix dichotomique : Vrai / Faux) – 8 points

13. Pour tous nombres a et b, $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.

☐ Vrai ☐ Faux
Justification : .....

14. Pour tous nombres a, b et c, $a - (b - c) = a - b + c$.

☐ Vrai ☐ Faux
Justification : .....

15. Si $x^2 = 49$, alors $x = 7$ uniquement.

☐ Vrai ☐ Faux
Justification : .....

16. $9x^5 - 48x^2 + 36x - 4$ est un polynôme de degré 5.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

17. $23/x^4 + 7x^3 - 1$ est un polynôme.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

18. $(x^2 - 9)/(x + 3)$ est une fraction rationnelle qui existe pour $x \neq -3$.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

19. Pour $x \neq -3$ et $x \neq 1$, $(x^2 - 9)/((x + 3)(x - 1)) = (x - 3)/(x - 1)$.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

20. Une coopérative vend chaque article 2000 F et le coût de fabrication de x objets est $C = 2090x - x^2$ $(x > 0)$. Les dépenses et la recette s'équilibrent pour $x = 90$ articles.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

CORRIGÉ

PARTIE A – QCM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	C	B	A	C	C	B	B	D	B	C	B

1. Réponse B : ad = bc

Propriété de l'égalité de deux quotients : a/b = c/d équivaut à ad = bc (produits en croix).

2. Réponse C : 17,5

7/a = 2/5 équivaut à 2 × a = 7 × 5, soit 2a = 35, donc a = 35/2 = 17,5.

3. Réponse B : 1/125

$a^{-n} = 1/a^n$, donc $5^{-3} = 1/5^3 = 1/125$.

4. Réponse A : $(-7)^{-2}$

$a^n \times a^m = a^{n+m}$: 3 + (−5) = −2. Donc le résultat est $(-7)^{-2}$.

5. Réponse C : a^6

$(a^m)^n = a^{m\times n}$: (−2) × (−3) = 6. Donc a^6.

6. Réponse C : $x^2 + 14x + 49$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec a = x et b = 7 : $x^2 + 14x + 49$.

7. Réponse B : $9x^2 - 16$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ avec a = 3x et b = 4 : $(3x)^2 - 4^2 = 9x^2 - 16$.

8. Réponse B : $x^2 + 23x$

$5x^2 + 15x - 4x^2 + 8x = x^2 + 23x$.

9. Réponse D : $(3a + 4)^2$

$9a^2 + 24a + 16 = (3a)^2 + 2 \times 3a \times 4 + 4^2 = (3a + 4)^2$.

10. Réponse B : (2x + 1)(3x − 17)

Le facteur commun est (2x + 1) : (2x + 1)(3x − 17).

11. Réponse C : 2 et −3

Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul : a − 2 = 0 ou a + 3 = 0, donc a = 2 ou a = −3.

12. Réponse B : $x \neq -2/5$

K existe si 5x + 2 ≠ 0. Or 5x + 2 = 0 équivaut à x = −2/5. Donc $x \neq -2/5$.

PARTIE B – QCD

13. FAUX

Faux. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Le double produit 2ab ne doit pas être oublié.

14. VRAI

Vrai. Un signe « − » devant la parenthèse change les signes de tous les termes à l'intérieur : −(b − c) = −b + c.

15. FAUX

Faux. $x^2 = 49$ équivaut à x = 7 ou x = −7 ($a^2 = b^2$ équivaut à a = b ou a = −b).

16. VRAI

Vrai. C'est une somme de monômes en x et le plus grand exposant de x est 5.

17. FAUX

Faux. Le terme $23/x^4 = 23x^{-4}$ a un exposant négatif : ce n'est pas un monôme, donc l'expression n'est pas un polynôme.

18. VRAI

Vrai. C'est le quotient de deux polynômes, et elle existe si le dénominateur $x + 3$ est différent de 0, c'est-à-dire $x \neq -3$.

19. VRAI

Vrai. $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$. On simplifie par le facteur commun $(x + 3)$, ce qui est permis car $x \neq -3$.

20. VRAI

Vrai. $R = 2000x$ et $B = R - C = 2000x - 2090x + x^2 = x(x - 90)$. $B = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x = 90$; comme $x > 0$, on retient $x = 90$.

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

Questionnaire : PROPRIÉTÉS DE THALÈS

Classe de Troisième – Mathématiques – Thème : Géométrie du plan – Leçon 2

Nom et prénoms : ..... **Classe :** ..... **Note :** ..... / 20

Consignes : 20 questions, 1 point chacune. Les longueurs sont en centimètres sauf indication contraire. Pour les QCM (questions 1 à 12), une seule réponse est exacte : entoure la lettre correspondante. Pour les QCD (questions 13 à 20), réponds par **Vrai** ou **Faux** puis justifie brièvement. Fais un schéma au brouillon si nécessaire.

PARTIE A – QCM (Questions à choix multiples) – 12 points

1. ABC est un triangle, M est un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC). Si (MN) // (BC), alors on peut écrire :

A. AM/AB = AC/AN
B. AM/AB = AN/AC
C. AM/AC = AN/AB
D. AM/BC = AN/MN

2. Avec les mêmes données (M ∈ (AB), N ∈ (AC), (MN) // (BC)), la conséquence de la propriété de Thalès donne : AM/AB = AN/AC = …

A. BC/MN
B. MN/BC
C. MB/NC
D. MN/AB

3. M ∈ (AB), N ∈ (AC), (MN) // (BC), avec AM = 4, AB = 6 et AC = 9 (en cm). La longueur AN est :

A. 2,67 cm
B. 6 cm
C. 13,5 cm
D. 5 cm

4. Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A, avec A entre B et M et entre C et N. On a (BC) // (MN), AB = 3, AM = 9 et AC = 4. La longueur AN est :

A. 1,33
B. 12
C. 7
D. 10

5. ADE est un triangle, B ∈ [AE], C ∈ [AD], (BC) // (ED), AE = 6, AD = 9 et AB = 4. La longueur AC est :

A. 6
B. 2,67
C. 13,5
D. 9

6. Dans le triangle ABC, M ∈ (AB), N ∈ (AC), (MN) // (BC), AM = 3, AB = 5 et BC = 10. La longueur MN est :

- **A.** 1,5
- **B.** 6
- **C.** 16,67
- **D.** 4

7. Dans le triangle BEP, K ∈ [BE], H ∈ [BP], (KH) // (EP), BK = 40, BE = 60 et EP = 54. La longueur KH est :

- **A.** 36
- **B.** 81
- **C.** 29,6
- **D.** 24

8. Les droites (AF) et (BE) sont sécantes en K et (AB) // (EF). On donne KA = 7, KF = 3 et KE = 6. La longueur KB est :

- **A.** 2,57
- **B.** 14
- **C.** 9
- **D.** 3,5

9. Pour montrer que (MN) // (BC) à l'aide de la réciproque de la propriété de Thalès, il faut :

- **A.** vérifier que AM/AB = AN/AC, avec M et N placés de la même façon par rapport à (A, B) et (A, C)
- **B.** vérifier que AM = AN
- **C.** vérifier que AM/AB = MN/BC
- **D.** vérifier que le triangle ABC est rectangle

10. ABC est un triangle avec AB = 8 et AC = 12. M ∈ [AB] avec AM = 2 et N ∈ [AC] avec AN = 3. On peut affirmer que :

- **A.** (MN) // (BC), car AM/AB = AN/AC = 1/4
- **B.** (MN) et (BC) ne sont pas parallèles, car AM ≠ AN
- **C.** (MN) ⊥ (BC)
- **D.** on ne peut pas conclure

11. Pour partager un segment [AB] en 7 segments de même longueur, on trace une demi-droite [AX] (différente de [AB]) puis on place sur [AX] un nombre de traits de graduation régulièrement espacés égal à :

- **A.** 6
- **B.** 7
- **C.** 8
- **D.** 14

12. Dans la situation de l'anacardier, les droites (OW) et (EA) sont toutes deux perpendiculaires à (YW). On en déduit que (OW) // (EA) car :

- **A.** OW = EA
- **B.** deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles
- **C.** YO = YE
- **D.** YA = AW

PARTIE B – QCD (Questions à choix dichotomique : Vrai / Faux) – 8 points

13. Dans un triangle ABC, avec M ∈ (AB) et N ∈ (AC), l'égalité AM/AB = AN/AC suffit pour conclure que (MN) // (BC), quelle que soit la position de M et de N.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

14. La propriété directe de Thalès permet de démontrer que deux droites sont parallèles.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

15. Si (MN) // (BC), alors MN/BC = AM/AB = AN/AC.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

16. ABC est un triangle tel que AB = 15 et AC = 5. M ∈ [AC] avec AM = 3 et N ∈ [AB] avec AN = 9. Alors (MN) // (CB).

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

17. ABC est un triangle tel que AB = 6 et AC = 9. D ∈ [AB] avec AD = 2 et E ∈ [AC] avec AE = 4. Alors (DE) // (BC).

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

18. Si (OW) ⊥ (YW) et (EA) ⊥ (YW), alors (OW) // (EA).

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

19. Dans la situation de l'anacardier, avec (OW) // (EA), YA = 20 m, YW = 50 m et WO = 5,1 m, on trouve AE = 2,04 m.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

20. Pour partager un segment [AB] en n segments de même longueur, on trace une demi-droite [AX] portée par la droite (AB).

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

CORRIGÉ

PARTIE A – QCM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	B	B	B	A	B	A	B	A	A	B	B

1. Réponse B : AM/AB = AN/AC

Propriété de Thalès : si (MN) // (BC), alors AM/AB = AN/AC. Les points M et N correspondent à A, B et C dans le même ordre au numérateur et au dénominateur.

2. Réponse B : MN/BC

Conséquence de la propriété de Thalès : MN/BC = AM/AB = AN/AC. Le troisième quotient fait intervenir les côtés parallèles MN et BC.

3. Réponse B : 6 cm

AM/AB = AN/AC donne 4/6 = AN/9, donc AN = (4 × 9)/6 = 6 cm.

4. Réponse B : 12

Configuration en « papillon » : AB/AM = AC/AN, donc 3/9 = 4/AN et AN = (4 × 9)/3 = 12.

5. Réponse A : 6

AB/AE = AC/AD donne 4/6 = AC/9, donc AC = (4 × 9)/6 = 6.

6. Réponse B : 6

Conséquence de Thalès : MN/BC = AM/AB, donc MN = (10 × 3)/5 = 6.

7. Réponse A : 36

BK/BE = KH/EP donne 40/60 = KH/54, donc KH = (54 × 40)/60 = 36.

8. Réponse B : 14

KF/KA = KE/KB donne 3/7 = 6/KB, donc KB = (7 × 6)/3 = 14.

9. Réponse A : vérifier que AM/AB = AN/AC, avec M et N placés de la même façon par rapport à (A, B) et (A, C)

La réciproque demande l'égalité des quotients AM/AB et AN/AC et une même position de M et N par rapport à A, B et A, C.

10. Réponse A : (MN) // (BC), car AM/AB = AN/AC = 1/4

AM/AB = 2/8 = 1/4 et AN/AC = 3/12 = 1/4. Les quotients sont égaux et M, N sont sur les segments [AB] et [AC] : d'après la réciproque de Thalès, (MN) // (BC).

11. Réponse B : 7

Pour obtenir n segments égaux, on place n traits de graduation à partir de A. Ici n = 7.

12. Réponse B : deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles

Deux droites perpendiculaires à une même troisième droite sont parallèles entre elles.

PARTIE B – QCD

13. FAUX

Faux. Il faut aussi que M et N soient placés de la même façon par rapport à A, B et A, C (même côté de A).

14. FAUX

Faux. La propriété directe suppose le parallélisme et permet de calculer des longueurs ou de justifier une égalité de quotients. Pour prouver un parallélisme, on utilise la réciproque.

15. VRAI

Vrai. C’est la conséquence de la propriété de Thalès, valable dans les configurations de Thalès.

16. VRAI

Vrai. AM/AC = 3/5 et AN/AB = 9/15 = 3/5. Les quotients sont égaux et la position est correcte : réciproque de Thalès.

17. FAUX

Faux. AD/AB = 2/6 = 1/3 et AE/AC = 4/9. Comme 1/3 ≠ 4/9, les droites (DE) et (BC) ne sont pas parallèles.

18. VRAI

Vrai. Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

19. VRAI

Vrai. YA/YW = AE/WO donne AE = (20 × 5,1)/50 = 2,04 m.

20. FAUX

Faux. La demi-droite [AX] doit être différente de [AB) : on ne peut pas construire de parallèles utiles si elle est confondue avec (AB).

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

Questionnaire : RACINES CARRÉES

Classe de Troisième – Mathématiques – Thème : Calculs algébriques – Leçon 3

Nom et prénoms : ..... **Classe :** ..... **Note :** ..... / 20

Consignes : 20 questions, 1 point chacune. Pour les QCM (questions 1 à 12), une seule réponse est exacte : entoure la lettre correspondante. Pour les QCD (questions 13 à 20), réponds par **Vrai** ou **Faux** puis justifie brièvement. La calculatrice n'est pas autorisée.

PARTIE A – QCM (Questions à choix multiples) – 12 points

1. a désigne un nombre positif. La racine carrée de a, notée √a, est :

A. le nombre positif dont le carré est égal à a
B. la moitié de a
C. le nombre dont le double est égal à a
D. le nombre négatif dont le carré est égal à a

2. $(\sqrt{7})^2$ est égal à :

A. 49
B. 7
C. 3,5
D. 14

3. $\sqrt{((-2{,}3)^2)}$ est égal à :

A. $-2{,}3$
B. 2,3
C. 5,29
D. 0

4. La valeur absolue du nombre $-\sqrt{7}$, notée $|-\sqrt{7}|$, est :

A. $-\sqrt{7}$
B. $\sqrt{7}$
C. 7
D. 0

5. $\sqrt{(49 \times 100)}$ est égal à :

A. 7
B. 70
C. 700
D. 4 900

6. $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$ est égal à :

A. 6
B. 36
C. 15
D. 9

7. Écrit sous la forme a√b avec b le plus petit possible, √125 est égal à :

A. 25√5
B. 5√5
C. 12,5
D. 5√25

8. √75 + √48 est égal à :

A. √123
B. 9√3
C. 9√6
D. 20,7

9. √(25/9) est égal à :

A. 25/3
B. 5/3
C. 5/9
D. 25/9

10. En écrivant 4/√15 sans radical au dénominateur, on obtient :

A. 4√15/15
B. 4/15
C. 4√15
D. √15/4

11. En écrivant 3/(3 + √5) sans radical au dénominateur, on obtient :

A. (9 − 3√5)/4
B. (9 + 3√5)/4
C. (9 − 3√5)/14
D. 3 − √5

12. Le produit (3√2 − √3)(3√2 + √3) est égal à :

A. 15
B. 21
C. 3
D. 15√6

PARTIE B – QCD (Questions à choix dichotomique : Vrai / Faux) – 8 points

13. Pour tous nombres positifs a et b, √(a + b) = √a + √b.

☐ Vrai ☐ Faux
Justification : .....

14. Pour tout nombre réel a, $\sqrt{(a^2)} = |a|$.

☐ Vrai ☐ Faux
Justification : .....

15. $\sqrt{((-\pi)^2)} = -\pi$.

☐ Vrai ☐ Faux
Justification : .....

16. $\sqrt{(3^8)} = 3^4 = 81$.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

17. $\sqrt{(7^{11})} = 7^5\sqrt{7}$.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

18. Pour tout réel x, $x^2 - 11 = (x - \sqrt{11})(x + \sqrt{11})$.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

19. Pour tout réel x, $x^2 - 4/9 = (x - 2/3)^2$.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

20. Un rectangle de longueur $2\sqrt{3} + 2$ et de largeur $2\sqrt{3} - 2$ (en cm) a pour aire 12 cm^2.

☐ Vrai ☐ Faux

Justification : .....

CORRIGÉ

PARTIE A – QCM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	B	B	B	B	A	B	B	B	A	A	A

1. Réponse A : le nombre positif dont le carré est égal à a

Définition : $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a. Par exemple $\sqrt{25} = 5$ car $5^2 = 25$.

2. Réponse B : 7

Pour a positif, $(\sqrt{a})^2 = a$. Donc $(\sqrt{7})^2 = 7$.

3. Réponse B : 2,3

Pour tout réel a, $\sqrt{(a^2)} = |a|$. Ici $|-2{,}3| = 2{,}3$.

4. Réponse B : $\sqrt{7}$

La valeur absolue d'un nombre est sa distance à zéro. Pour un réel négatif a, $|a| = -a$, donc $|-\sqrt{7}| = \sqrt{7}$.

5. Réponse B : 70

$\sqrt{(a \times b)} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$: $\sqrt{49} \times \sqrt{100} = 7 \times 10 = 70$.

6. Réponse A : 6

$\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{(12 \times 3)} = \sqrt{36} = 6$.

7. Réponse B : $5\sqrt{5}$

$\sqrt{125} = \sqrt{(25 \times 5)} = \sqrt{25} \times \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$.

8. Réponse B : $9\sqrt{3}$

$\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ et $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$. Donc $\sqrt{75} + \sqrt{48} = 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$.

9. Réponse B : 5/3

$\sqrt{(a/b)} = \sqrt{a}/\sqrt{b}$: $\sqrt{25}/\sqrt{9} = 5/3$.

10. Réponse A : $4\sqrt{15}/15$

On multiplie le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{15}$: $(4 \times \sqrt{15})/(\sqrt{15} \times \sqrt{15}) = 4\sqrt{15}/15$.

11. Réponse A : $(9 - 3\sqrt{5})/4$

On multiplie par l'expression conjuguée $3 - \sqrt{5}$: $3(3 - \sqrt{5})/((3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})) = (9 - 3\sqrt{5})/(9 - 5) = (9 - 3\sqrt{5})/4$.

12. Réponse A : 15

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$: $(3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 = 18 - 3 = 15$.

PARTIE B – QCD

13. FAUX

Faux. Contre-exemple : a = 9 et b = 16 donnent $\sqrt{25} = 5$, alors que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$. En général, $\sqrt{(a + b)} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

14. VRAI

Vrai. La racine carrée du carré d'un nombre est égale à la valeur absolue de ce nombre.

15. FAUX

Faux. $\sqrt{((-\pi)^2)} = |-\pi| = \pi$. Une racine carrée est toujours positive ou nulle.

16. VRAI

Vrai. $\sqrt{(a^{2n})} = a^n$: $8 = 2 \times 4$, donc $\sqrt{(3^8)} = 3^4 = 81$.

17. VRAI

Vrai. $\sqrt{(a^{2n+1})} = a^n\sqrt{a}$: $11 = 2 \times 5 + 1$, donc $\sqrt{(7^{11})} = 7^5\sqrt{7}$.

18. VRAI

Vrai. On utilise $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a = x$ et $b = \sqrt{11}$, car $(\sqrt{11})^2 = 11$.

19. FAUX

Faux. $x^2 - 4/9 = x^2 - (2/3)^2 = (x - 2/3)(x + 2/3)$. Le carré $(x - 2/3)^2$ contiendrait un terme en x.

20. FAUX

Faux. $A = (2\sqrt{3} + 2)(2\sqrt{3} - 2) = (2\sqrt{3})^2 - 2^2 = 12 - 4 = 8$ cm^2.

QUESTIONNAIRE 1 : QCM

Troisième – Mathématiques – Leçon 4 : TRIANGLE RECTANGLE

Consigne : pour chaque question, une seule proposition est juste. Recopie le numéro de la question et la lettre de la bonne réponse. **Barème :** 1 point par question (20 points). Unité de longueur : le centimètre sauf indication contraire.

1. ABC est un triangle rectangle en A. D'après la propriété de Pythagore :

a) $AB^2 = AC^2 + BC^2$
b) $BC^2 = AB^2 + AC^2$
c) $AC^2 = AB^2 + BC^2$

2. EFG est un triangle rectangle en F. Son hypoténuse est :

a) [EF]
b) [FG]
c) [EG]

3. DEF est un triangle rectangle en D avec DE = 5 cm et DF = 12 cm. Alors EF est égal à :

a) 13 cm
b) 17 cm
c) $\sqrt{119}$ cm

4. MNP est un triangle rectangle en M avec NP = 10 cm et MP = 8 cm. Alors MN est égal à :

a) 2 cm
b) 6 cm
c) $\sqrt{164}$ cm

5. Dans un triangle ABC, AB = 5 ; AC = 12 ; BC = 13. Ce triangle est rectangle en :

a) B
b) C
c) A

6. Un triangle a pour côtés 4 cm, 5 cm et 6 cm. Ce triangle :

a) n'est pas rectangle
b) est rectangle
c) est rectangle et isocèle

7. On construit un segment de longueur $\sqrt{13}$ cm en utilisant l'égalité :

a) $13 = 10 + 2$
b) $13 = 9 + 4$
c) $13 = 5 + 7$

8. Pour construire [BC] de longueur $\sqrt{7}$ cm ($7 = 16 - 9$), on trace un demi-cercle de diamètre AB = 4 cm puis on place C tel que AC =

a) 2 cm
b) $\sqrt{7}$ cm
c) 3 cm

9. ABC est rectangle en A et H est le pied de la hauteur issue de A. D'après la propriété métrique déduite de l'aire :

a) $AB \times AC = AH \times BC$
b) $AB \times BC = AH \times AC$
c) $AH \times AB = AC \times BC$

10. ABC est rectangle en A avec AB = 3 cm, AC = 4 cm, BC = 5 cm. La hauteur AH issue de A mesure :

a) 1,2 cm
b) 2,4 cm
c) 3,5 cm

11. IJK est un triangle rectangle en J. Alors sin IKJ est égal à :

a) IJ/KJ
b) JK/IK
c) IJ/IK

12. ABC est un triangle rectangle en C. Alors cos ABC est égal à :

a) BC/AB
b) AC/AB
c) BC/AC

13. RST est un triangle rectangle en R. Alors tan RST est égal à :

a) RS/ST
b) TR/RS
c) TS/TR

14. ABC est rectangle en B avec AB = 4 cm, BC = 3 cm, AC = 5 cm. Alors sin ACB est égal à :

a) 3/5
b) 4/3
c) 4/5

15. Dans le même triangle ABC (rectangle en B, AB = 4, BC = 3, AC = 5), tan BAC est égal à :

a) 3/4
b) 4/3
c) 3/5

16. Pour tout angle aigu de mesure a°, $\sin^2 a° + \cos^2 a°$ est égal à :

a) 0
b) 1
c) 2

17. On donne cos 23° = 0,9205. Une valeur approchée de sin 67° est :

a) 0,0795
b) 0,3907
c) 0,9205

18. Pour un angle aigu Â, sin Â = 3/5 et cos Â = 4/5. Alors tan Â est égal à :

a) 3/4
b) 4/3
c) 12/25

19. D’après la table trigonométrique (17° : sin ≈ 0,292 ; cos ≈ 0,956 ; tan ≈ 0,306), la valeur de tan 17° au millième près est :

a) 0,292
b) 0,306
c) 0,956

20. On sait que cos F = 0,302, avec cos 73° ≈ 0,292 et cos 72° ≈ 0,309. Un encadrement de mes F est :

a) 71° < mes F < 72°
b) 73° < mes F < 74°
c) 72° < mes F < 73°

QUESTIONNAIRE 2 : QCD (questions à réponse directe)

Troisième – Mathématiques – Leçon 4 : TRIANGLE RECTANGLE

Consigne : réponds directement à chaque question en justifiant brièvement par la propriété utilisée (Pythagore, réciproque, propriété métrique, sinus, cosinus, tangente). **Barème :** 1 point par question (20 points). Unité de longueur : le centimètre sauf indication contraire.

1. ABC est rectangle en A, AB = 6 cm et AC = 8 cm. Calcule BC.

2. DEF est rectangle en D, DE = 9 cm et EF = 15 cm. Calcule DF.

3. ABC est rectangle en A avec AB = AC = 5 cm. Calcule BC (valeur exacte).

4. Un triangle a pour côtés 7 cm, 24 cm et 25 cm. Est-il rectangle ? Si oui, en quel sommet ?

5. Un triangle a pour côtés 6 cm, 8 cm et 11 cm. Est-il rectangle ? Justifie.

6. Recopie et complète : « Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle …… est rectangle en …… ».

7. Sachant que $10 = 3^2 + 1^2$, décris la construction d'un segment de longueur $\sqrt{10}$ cm.

8. Sachant que $21 = 5^2 - 2^2$, décris la construction d'un segment [NQ] de longueur $\sqrt{21}$ cm.

9. ABC est rectangle en A avec AB = 3 cm et AC = 4 cm. H est le pied de la hauteur issue de A. Calcule AH.

10. On donne MN = 8 cm, ML = 4,8 cm et LN = 6,4 cm. Montre que LMN est rectangle en L, puis calcule LK, où K est le pied de la hauteur issue de L.

11. IJK est rectangle en J avec IJ = 5 cm et IK = 13 cm. Calcule JK.

12. Avec le triangle de la question précédente, calcule sin IKJ.

13. Avec le même triangle, calcule cos IKJ.

14. Avec le même triangle, calcule tan IKJ.

15. ABC est rectangle en A avec AB = 6, AC = 8 et BC = 10. Calcule tan C.

16. MNP est rectangle en P, MN = 8 cm et mes MNP = 30°. Sachant que sin 30° = 1/2, calcule MP.

17. Avec le même triangle et cos 30° = √3/2, calcule PN.

18. Pour un angle aigu Â, sin Â = √3/2 et cos Â = 1/2. Calcule tan Â.

19. Pour un angle aigu a°, cos a° = 3/5. Calcule sin a°.

20. Une échelle de 5 m est appuyée contre un mur, son sommet est à 4 m du sol. (a) À quelle distance du mur se trouve son pied ? (b) Calcule le sinus de l’angle formé par l’échelle et le sol, puis encadre cet angle sachant que sin 53° ≈ 0,799 et sin 54° ≈ 0,809.

CORRIGÉS

Questionnaire 1 (QCM) et Questionnaire 2 (QCD)

Corrigé du Questionnaire 1 – QCM

N°	Rép.	Bonne proposition	Justification
1	**b)**	$BC^2 = AB^2 + AC^2$	L'hypoténuse est [BC] (côté opposé à l'angle droit A).
2	**c)**	[EG]	L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit F, donc [EG].
3	**a)**	13 cm	$EF^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$, donc EF = 13 cm.
4	**b)**	6 cm	$MN^2 = NP^2 - MP^2 = 100 - 64 = 36$, donc MN = 6 cm.
5	**c)**	A	$BC^2 = 169 = 25 + 144 = AB^2 + AC^2$; réciproque de Pythagore : rectangle en A.
6	**a)**	n'est pas rectangle	$6^2 = 36 \neq 4^2 + 5^2 = 41$; d'après la contraposée de la réciproque, il n'est pas rectangle.
7	**b)**	13 = 9 + 4	$13 = 3^2 + 2^2$: triangle rectangle de côtés de l'angle droit 3 cm et 2 cm.
8	**c)**	3 cm	ABC est rectangle en C : $BC^2 = AB^2 - AC^2 = 16 - 9 = 7$.
9	**a)**	AB × AC = AH × BC	Le produit des côtés de l'angle droit est égal au produit de l'hypoténuse par la hauteur.
10	**b)**	2,4 cm	AH = (AB × AC) / BC = 12/5 = 2,4 cm.
11	**c)**	IJ/IK	Côté opposé à K : [IJ] ; hypoténuse : [IK].
12	**a)**	BC/AB	Côté adjacent à B : [BC] ; hypoténuse : [AB].
13	**b)**	TR/RS	Côté opposé à S : [RT] ; côté adjacent à S : [RS].
14	**c)**	4/5	Côté opposé à C : [AB] ; hypoténuse : [AC] ; sin ACB = 4/5.
15	**a)**	3/4	tan BAC = côté opposé / côté adjacent = BC/AB = 3/4.
16	**b)**	1	Propriété fondamentale : $\sin^2 a° + \cos^2 a° = 1$.
17	**c)**	0,9205	23° + 67° = 90° : angles complémentaires, donc sin 67° = cos 23° = 0,9205.
18	**a)**	3/4	tan Â = sin Â / cos Â = (3/5) / (4/5) = 3/4.
19	**b)**	0,306	On lit directement la valeur de la tangente dans la colonne « tan » : 0,306.
20	**c)**	72° < mes F < 73°	0,292 < 0,302 < 0,309, donc cos 73° < cos F < cos 72° ; le cosinus décroît : 72° < mes F < 73°.

Récapitulatif : 1-b ; 2-c ; 3-a ; 4-b ; 5-c ; 6-a ; 7-b ; 8-c ; 9-a ; 10-b ; 11-c ; 12-a ; 13-b ; 14-c ; 15-a ; 16-b ; 17-c ; 18-a ; 19-b ; 20-c

Corrigé du Questionnaire 2 – QCD

N°	Réponse et justification
1	$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 36 + 64 = 100$, donc BC = √100 = **10 cm**.
2	$EF^2 = DE^2 + DF^2$, donc $DF^2 = 225 - 81 = 144$ et DF = **12 cm**.

N°	Réponse et justification
3	$BC^2 = 25 + 25 = 50$, donc $BC = \sqrt{50} = \mathbf{5\sqrt{2}\ cm}$.
4	$25^2 = 625$ et $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$. D'après la réciproque de Pythagore, le triangle est **rectangle** ; l'angle droit est opposé au plus grand côté (25 cm).
5	$11^2 = 121$ et $6^2 + 8^2 = 100$. Comme $121 \neq 100$, le triangle **n'est pas rectangle**.
6	« Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle **ABC** est rectangle en **A** ».
7	On construit un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 1 cm ; son hypoténuse mesure $\sqrt{(9 + 1)} = \mathbf{\sqrt{10}\ cm}$ (Pythagore).
8	On trace [NA] de longueur 5 cm et le demi-cercle de diamètre [NA]. On place Q sur ce demi-cercle tel que AQ = 2 cm. NAQ est rectangle en Q, donc $NQ^2 = 5^2 - 2^2 = 21$: **$NQ = \sqrt{21}$ cm**.
9	BC = 5 cm. $AB \times AC = AH \times BC$, donc $AH = 12/5 = \mathbf{2,4\ cm}$.
10	$MN^2 = 64$; $ML^2 + LN^2 = 23,04 + 40,96 = 64$. Donc LMN est rectangle en L (réciproque). Alors $ML \times LN = LK \times MN$, d'où $LK = (4,8 \times 6,4)/8 = \mathbf{3,84\ cm}$.
11	$JK^2 = IK^2 - IJ^2 = 169 - 25 = 144$, donc **$JK = 12$ cm**.
12	$\sin IKJ = IJ/IK = \mathbf{5/13}$.
13	$\cos IKJ = JK/IK = \mathbf{12/13}$.
14	$\tan IKJ = IJ/JK = \mathbf{5/12}$ (on vérifie : (5/13) / (12/13) = 5/12).
15	$\tan C$ = côté opposé / côté adjacent = $AB/AC = 6/8 = \mathbf{3/4}$.
16	$\sin MNP = MP/MN$, donc $MP = 8 \times \sin 30° = 8 \times 1/2 = \mathbf{4\ cm}$.
17	$\cos MNP = NP/MN$, donc $PN = 8 \times \cos 30° = 8 \times \sqrt{3}/2 = \mathbf{4\sqrt{3}\ cm}$.
18	$\tan \hat{A} = (\sqrt{3}/2) / (1/2) = \mathbf{\sqrt{3}}$.
19	$\sin^2 a° = 1 - \cos^2 a° = 1 - 9/25 = 16/25$. Comme a° est aigu, $\sin a° > 0$: **$\sin a° = 4/5$**.
20	(a) $d^2 = 5^2 - 4^2 = 9$, donc **$d = 3$ m**. (b) $\sin = 4/5 = 0,8$. Comme $0,799 < 0,8 < 0,809$, on a $\sin 53° < \sin \alpha < \sin 54°$, donc **$53° < \alpha < 54°$**.

QUESTIONNAIRE 1 : QCM

Troisième – Mathématiques – Leçon 5 : CALCUL NUMERIQUE

Consigne : pour chaque question, une seule proposition est juste. Recopie le numéro de la question et la lettre de la bonne réponse. **Barème :** 1 point par question (20 points). Unité de longueur : le centimètre sauf indication contraire.

1. Soient a et b deux nombres réels. « a ≥ b » équivaut à :

a) a = b ou a < b
b) a = b ou a > b
c) a > b

2. Parmi les affirmations suivantes, laquelle est vraie ?

a) 81 < 81
b) 7,4 < −119
c) 8 ≤ 8

3. L'inégalité 2 < x ≤ 4,5 s'écrit sous forme d'intervalle :

a)]2 ; 4,5]
b) [2 ; 4,5]
c) [2 ; 4,5[

4. L'inégalité x ≥ −4 s'écrit sous forme d'intervalle :

a)]−4 ; →[
b) [−4 ; →[
c)]←; −4]

5. x ∈]←; 3[équivaut à :

a) x ≤ 3
b) x > 3
c) x < 3

6. Le centre de l'intervalle]−3 ; 2] est :

a) −1/2
b) −5/2
c) 1/2

7. L'amplitude de l'intervalle [−1 ; 4] est :

a) 3
b) 5
c) 4

8. [−3 ; 5[∩ [3 ; 7] est égal à :

a) [3 ; 5]
b) [−3 ; 7]
c) [3 ; 5[

9. [−3 ; 5[∪ [3 ; 7] est égal à :

a) [−3 ; 7]
b) [−3 ; 7[
c) [3 ; 5[

10. $[-3 ; 1[\cap [4 ; 7]$ est égal à :

a) $[1 ; 4]$
b) $\varnothing$
c) $[-3 ; 7]$

11. Soient a, b, c des réels avec $a < b$ et $c > 0$. Alors :

a) $ac > bc$
b) $ac = bc$
c) $ac < bc$

12. Soient a, b, c des réels avec $a < b$ et $c < 0$. Alors :

a) $ac > bc$
b) $ac < bc$
c) $a + c > b + c$

13. On sait que $1,5 < a < 1,6$ et $2,2 < b < 2,3$. Un encadrement de $a + b$ est :

a) $1,7 < a + b < 3,9$
b) $3,7 < a + b < 3,9$
c) $3,3 < a + b < 3,68$

14. Avec les mêmes données, un encadrement de ab est :

a) $3,7 < ab < 3,9$
b) $0,3 < ab < 0,68$
c) $3,30 < ab < 3,68$

15. Comparaison de $2\sqrt{3}$ et $3\sqrt{2}$:

a) $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$
b) $2\sqrt{3} > 3\sqrt{2}$
c) $2\sqrt{3} = 3\sqrt{2}$

16. Comparaison de -9 et $-4\sqrt{5}$:

a) $-9 > -4\sqrt{5}$
b) $-9 < -4\sqrt{5}$
c) $-9 = -4\sqrt{5}$

17. Comparaison de $1/\sqrt{7}$ et $1/\sqrt{5}$:

a) $1/\sqrt{7} > 1/\sqrt{5}$
b) $1/\sqrt{7} = 1/\sqrt{5}$
c) $1/\sqrt{7} < 1/\sqrt{5}$

18. On donne $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$. L'encadrement de $\sqrt{2}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 1 est :

a) $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$
b) $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$
c) $1 < \sqrt{2} < 2$

19. L'arrondi d'ordre 2 de $\sqrt{15} = 3,8729833\ldots$ est :

a) 3,88
b) 3,87
c) 3,9

20. On donne $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$. Un encadrement de $-\sqrt{2}$ est :

a) $-1,41 < -\sqrt{2} < -1,42$
b) $1,41 < -\sqrt{2} < 1,42$
c) $-1,42 < -\sqrt{2} < -1,41$

QUESTIONNAIRE 2 : QCD (questions à réponse directe)

Troisième – Mathématiques – Leçon 5 : CALCUL NUMERIQUE

Consigne : réponds directement à chaque question en justifiant brièvement par la propriété utilisée (intervalles, encadrements, comparaison, opérations sur les inégalités). **Barème :** 1 point par question (20 points). Unité de longueur : le centimètre sauf indication contraire.

1. Réponds par Vrai ou Faux : a) $0{,}2 \geq 2/10$; b) $4{,}1 > 2{,}53$; c) $7{,}4 < -119$; d) $81 < 81$.

2. Écris sous forme d'intervalles : $x \leq -1$; $x > 2{,}3$; $-1 < x \leq 6$.

3. Traduis à l'aide d'inégalités : $x \in]0\ ;\ 7]$; $x \in]\leftarrow;\ 3[$; $x \in [-2\ ;\ \rightarrow[$.

4. Détermine le centre et l'amplitude de l'intervalle $]-5\ ;\ 1[$.

5. Écris plus simplement : $]\leftarrow;\ 2[\cup\ ]-1\ ;\ 4]$.

6. Écris plus simplement : $[-1\ ;\ \rightarrow[\cap\ ]-4\ ;\ 0]$.

7. Écris plus simplement : $]-3\ ;\ 2] \cup\ ]2\ ;\ 5[$.

8. Écris plus simplement : $]-2\ ;\ 2] \cap [3\ ;\ 6]$.

9. ABC est un triangle isocèle en A avec AB = x et BC = 8, où $4{,}5 < x < 4{,}6$. Exprime le périmètre P en fonction de x, puis encadre-le.

10. On donne $1{,}5 < a < 1{,}6$ et $2{,}2 < b < 2{,}3$. Encadre $a + b$.

11. Avec les mêmes données, encadre ab par deux décimaux d'ordre 2.

12. Avec les mêmes données, encadre $b - a$.

13. Compare $2\sqrt{5}$ et $3\sqrt{2}$.

14. Compare $5\sqrt{2}$ et 7.

15. Compare $-3\sqrt{3}$ et -5.

16. Compare $1/\sqrt{3}$ et $1/\sqrt{2}$.

17. Détermine le signe de $3\sqrt{2} - 5$.

18. Compare $2\sqrt{2} - 1$ et $3 - \sqrt{2}$ en étudiant le signe de leur différence.

19. Sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$ et $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$, encadre $3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$ par deux décimaux d'ordre 2.

20. On donne $A = 1/(4 - 3\sqrt{2})$ et $B = 2 + 3\sqrt{2}/2$. (a) Écris A sans radical au dénominateur. (b) Calcule A + B.

CORRIGÉS

Questionnaire 1 (QCM) et Questionnaire 2 (QCD)

Corrigé du Questionnaire 1 – QCM

N°	Rép.	Bonne proposition	Justification
1	**b)**	a = b ou a > b	Par définition, a ≥ b signifie a = b ou a > b.
2	**c)**	8 ≤ 8	8 ≤ 8 est vraie car 8 = 8 ; 81 < 81 est fausse ; 7,4 > −119.
3	**a)**	]2 ; 4,5]	2 est exclu (ouvert) et 4,5 est inclus (fermé) :]2 ; 4,5].
4	**b)**	[−4 ; →[	−4 est inclus et x est supérieur à −4 : [−4 ; →[.
5	**c)**	x < 3	L'intervalle]←; 3[contient les nombres strictement inférieurs à 3.
6	**a)**	−1/2	Centre = (−3 + 2)/2 = −1/2.
7	**b)**	5	|−1 − 4| = |−5| = 5.
8	**c)**	[3 ; 5[	Éléments communs : de 3 (inclus) à 5 (exclu).
9	**a)**	[−3 ; 7]	La réunion va de −3 (inclus) à 7 (inclus) car 5 appartient à [3 ; 7].
10	**b)**	∅	Les deux intervalles sont disjoints : leur intersection est l'ensemble vide.
11	**c)**	ac < bc	Multiplier par un nombre positif conserve le sens de l'inégalité.
12	**a)**	ac > bc	Multiplier par un nombre négatif change le sens de l'inégalité.
13	**b)**	3,7 < a + b < 3,9	On ajoute membre à membre : 1,5 + 2,2 < a + b < 1,6 + 2,3.
14	**c)**	3,30 < ab < 3,68	Nombres positifs : 1,5 × 2,2 < ab < 1,6 × 2,3.
15	**a)**	2√3 < 3√2	$(2\sqrt{3})^2 = 12$ et $(3\sqrt{2})^2 = 18$; 12 < 18 et les nombres sont positifs.
16	**b)**	−9 < −4√5	$(-9)^2 = 81 > (-4\sqrt{5})^2 = 80$; pour des nombres négatifs l'ordre est contraire : −9 < −4√5.
17	**c)**	1/√7 < 1/√5	√7 > √5, et deux positifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.
18	**a)**	1,4 < √2 < 1,5	Ordre 1 : un chiffre après la virgule (l'ordre 2 donne 1,41 < √2 < 1,42).
19	**b)**	3,87	Le chiffre suivant (2) est inférieur à 5 : on garde 3,87.
20	**c)**	−1,42 < −√2 < −1,41	En multipliant par −1, le sens change : −1,42 < −√2 < −1,41.

Récapitulatif : 1-b ; 2-c ; 3-a ; 4-b ; 5-c ; 6-a ; 7-b ; 8-c ; 9-a ; 10-b ; 11-c ; 12-a ; 13-b ; 14-c ; 15-a ; 16-b ; 17-c ; 18-a ; 19-b ; 20-c

Corrigé du Questionnaire 2 – QCD

N°	Réponse et justification
1	a) **Vrai** (0,2 = 2/10) ; b) **Vrai** ; c) **Faux** (7,4 > −119) ; d) **Faux**.
2	**]←; −1]** ; **]2,3 ; →[** ; **]−1 ; 6]**.

N°	Réponse et justification
3	**$0 < x \leq 7$** ; **$x < 3$** ; **$x \geq -2$**.
4	Centre : $(-5 + 1)/2 = \mathbf{-2}$. Amplitude : $\lvert -5 - 1 \rvert = \mathbf{6}$.
5	Tout nombre inférieur à 4 est dans l'une des deux parties : **$]\leftarrow; 4]$**.
6	Éléments à la fois ≥ -1 et $\in]-4 ; 0]$: **$[-1 ; 0]$**.
7	2 appartient au premier intervalle, donc il n'y a pas de trou : **$]-3 ; 5[$**.
8	Aucun nombre n'est à la fois ≤ 2 et ≥ 3 : l'intersection est Ø (intervalles disjoints).
9	$P = 2x + 8$. De $4,5 < x < 4,6$ on tire $9 < 2x < 9,2$, donc **$17 < P < 17,2$**.
10	$1,5 + 2,2 < a + b < 1,6 + 2,3$, donc **$3,7 < a + b < 3,9$**.
11	Nombres positifs : $1,5 \times 2,2 < ab < 1,6 \times 2,3$, donc **$3,30 < ab < 3,68$**.
12	$b - a = b + (-a)$; $-1,6 < -a < -1,5$. Alors $2,2 - 1,6 < b - a < 2,3 - 1,5$, donc **$0,6 < b - a < 0,8$**.
13	$(2\sqrt{5})^2 = 20$ et $(3\sqrt{2})^2 = 18$; $20 > 18$, donc **$2\sqrt{5} > 3\sqrt{2}$** (nombres positifs).
14	$(5\sqrt{2})^2 = 50$ et $7^2 = 49$; $50 > 49$, donc **$5\sqrt{2} > 7$**.
15	$(-3\sqrt{3})^2 = 27$ et $(-5)^2 = 25$; $27 > 25$. Pour des nombres négatifs, l'ordre est contraire : **$-3\sqrt{3} < -5$**.
16	$3 > 2$, donc $\sqrt{3} > \sqrt{2}$; l'ordre des inverses est contraire : **$1/\sqrt{3} < 1/\sqrt{2}$**.
17	$(3\sqrt{2})^2 = 18 < 25 = 5^2$, donc $3\sqrt{2} < 5$ et **$3\sqrt{2} - 5 < 0$** (négatif).
18	$(2\sqrt{2} - 1) - (3 - \sqrt{2}) = 3\sqrt{2} - 4$. $(3\sqrt{2})^2 = 18 > 16 = 4^2$, donc $3\sqrt{2} > 4$ et la différence est positive : **$2\sqrt{2} - 1 > 3 - \sqrt{2}$**.
19	$3\sqrt{2}$: $4,242 < 3\sqrt{2} < 4,245$, soit $4,24 < 3\sqrt{2} < 4,25$. $-4\sqrt{3}$: $-6,93 < -4\sqrt{3} < -6,92$. En ajoutant : $4,24 - 6,93 < 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} < 4,25 - 6,92$, donc **$-2,69 < 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} < -2,67$**.
20	(a) $A = (4 + 3\sqrt{2}) / [(4 - 3\sqrt{2})(4 + 3\sqrt{2})] = (4 + 3\sqrt{2})/(16 - 18) = \mathbf{-(4 + 3\sqrt{2})/2}$. (b) $A + B = -2 - 3\sqrt{2}/2 + 2 + 3\sqrt{2}/2 = \mathbf{0}$: A et B sont opposés.

QUESTIONNAIRE 1 : QCM

Troisième – Mathématiques – Leçon 6 : ANGLES INSCRITS

Consigne : pour chaque question, une seule proposition est juste. Recopie le numéro de la question et la lettre de la bonne réponse. **Barème :** 1 point par question (20 points).

1. Un angle inscrit dans un cercle est un angle dont :

- **a)** le sommet est le centre du cercle et les côtés sont des rayons
- **b)** le sommet est un point du cercle et les côtés coupent le cercle
- **c)** le sommet est à l'extérieur du cercle

2. Un angle au centre d'un cercle a pour sommet :

- **a)** un point quelconque du cercle
- **b)** un point extérieur au cercle
- **c)** le centre du cercle

3. L'angle inscrit AMB (M sur le cercle) intercepte l'arc :

- **a)** AB
- **b)** AM
- **c)** MB

4. Un angle inscrit et un angle au centre sont dits associés lorsque :

- **a)** ils ont le même sommet
- **b)** ils interceptent le même arc
- **c)** ils ont la même mesure

5. Dans un cercle de centre O, l'angle au centre associé à l'angle inscrit ACB est :

- **a)** AOC
- **b)** BOC
- **c)** AOB

6. Un angle aigu inscrit dans un cercle a pour mesure :

- **a)** la moitié de celle de l'angle au centre associé
- **b)** le double de celle de l'angle au centre associé
- **c)** la même mesure que l'angle au centre associé

7. Dans un cercle de centre O, mes AOB = 100° et M est un point du grand arc AB. Alors mes AMB est égal à :

- **a)** 200°
- **b)** 50°
- **c)** 100°

8. Un angle inscrit aigu mesure 35°. L'angle au centre associé mesure :

- **a)** 17,5°
- **b)** 35°
- **c)** 70°

9. Dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc :

- **a)** ont la même mesure
- **b)** ont des mesures dont l'une est le double de l'autre
- **c)** ont des mesures supplémentaires

10. Un triangle ABD équilatéral est inscrit dans un cercle de centre O. Alors mes AOB est égal à :

a) 60°
b) 120°
c) 30°

11. [AB] est un diamètre d'un cercle et M est un point du cercle distinct de A et B. Le triangle AMB est :

a) rectangle en A
b) isocèle en M
c) rectangle en M

12. [AC] est un diamètre d'un cercle, B est un point du cercle et mes BAC = 40°. Alors mes BCA est égal à :

a) 50°
b) 140°
c) 40°

13. O est le centre d'un cercle, A et C sont deux points du cercle avec mes OAC = 36°. Alors mes AOC est égal à :

a) 72°
b) 108°
c) 36°

14. Avec les données de la question précédente, B est un point du grand arc AC. Alors mes ABC est égal à :

a) 108°
b) 72°
c) 54°

15. Dans un cercle, les angles inscrits BAC et BMC interceptent le même arc BC et mes BAC = 30°. Alors mes BMC est égal à :

a) 30°
b) 60°
c) 15°

16. [SR] est un diamètre d'un cercle de centre O et U est un point du cercle avec mes UOS = 62°. Alors mes UOR est égal à :

a) 62°
b) 118°
c) 28°

17. Avec les mêmes données, C est un point du cercle tel que UCR soit l'angle inscrit associé à UOR. Alors mes UCR est égal à :

a) 118°
b) 31°
c) 59°

18. Un triangle RST est inscrit dans un cercle. On donne mes RST = 75° et mes SRT = 40°. Alors mes RTS est égal à :

a) 65°
b) 75°
c) 115°

19. Dans un cercle, mes AOC = 132° (angle au centre). L’angle inscrit aigu ADC associé mesure :

a) 264°
b) 66°
c) 132°

20. Dans un cercle de centre O, B est à l’intérieur de l’angle AOC avec mes AOC = 132° et mes BOC = 78°. Alors mes AOB est égal à :

a) 210°
b) 66°
c) 54°

QUESTIONNAIRE 2 : QCD (questions à réponse directe)

Troisième – Mathématiques – Leçon 6 : ANGLES INSCRITS

Consigne : réponds directement à chaque question en justifiant brièvement par la propriété utilisée (angle inscrit, angle au centre associé, même arc, triangle rectangle). **Barème :** 1 point par question (20 points).

1. Définis un angle inscrit dans un cercle.

2. Définis un angle au centre d'un cercle.

3. Dans un cercle de centre O, A, B et M sont trois points du cercle. Nomme l'angle au centre associé à l'angle inscrit AMB et l'arc intercepté.

4. Énonce la propriété qui lie la mesure d'un angle aigu inscrit à celle de l'angle au centre associé.

5. Dans un cercle de centre O, mes AOB = 130° et M est un point du grand arc AB. Calcule mes AMB.

6. Dans un cercle de centre O, l'angle inscrit ACB (aigu) mesure 37°. Calcule mes AOB.

7. Un triangle ABD équilatéral est inscrit dans un cercle de centre O. Justifie que mes AOB = 120°.

8. Sur un cercle, mes BAC = 30° et mes BCA = 50°. M est un point du cercle. Détermine mes BMC et mes BMA (BMC et BAC interceptent le même arc ; BMA et BCA aussi).

9. [SR] est un diamètre d'un cercle de centre O, U est un point du cercle et mes UOS = 62°. Calcule (a) mes UOR ; (b) mes UCR, où C est un point du cercle tel que UCR soit associé à UOR.

10. Avec la figure de la question précédente, justifie que mes USR = mes UCR.

11. Un triangle RST est inscrit dans un cercle de centre O. On donne mes RUT = 75° (U sur le cercle, RUT et RST interceptent le même arc RT) et mes SOT = 80°. Détermine les mesures des angles de RST.

12. [AB] est un diamètre d’un cercle et M est un point du cercle distinct de A et B. Quelle est la nature du triangle AMB ? Justifie.

13. [AC] est un diamètre d’un cercle, B est un point du cercle et mes BAC = 40°. Calcule mes BCA.

14. O est le centre d’un cercle, A et C sont deux points du cercle et mes OAC = 36°. Indique la nature de OAC et donne mes OCA.

15. Avec les mêmes données, calcule mes AOC.

16. Avec les mêmes données, B est un point du grand arc AC. Calcule mes ABC.

17. Sur un cercle de centre O, ADC est un angle inscrit avec mes ADC = 66°, associé à AOC. Calcule mes AOC.

18. Avec mes AOC = 132° et mes BOC = 78° (B à l’intérieur de AOC), calcule mes AOB. Un artisan exige que AOB soit inférieur à 60° : est-ce le cas ?

19. L’unité est le centimètre. (C) est un cercle de centre I et de rayon 4 ; [EF] est un diamètre ; A est un point de (C) avec AF = 6. Justifie que AEF est rectangle en A, puis calcule AE (valeur exacte).

20. Avec la figure précédente, calcule sin AEF.

CORRIGÉS

Questionnaire 1 (QCM) et Questionnaire 2 (QCD)

Corrigé du Questionnaire 1 – QCM

N°	Rép.	Bonne proposition	Justification
1	**b)**	le sommet est un point du cercle et les côtés coupent le cercle	C'est la définition d'un angle inscrit.
2	**c)**	le centre du cercle	Un angle au centre a son sommet au centre O du cercle.
3	**a)**	AB	L'arc intercepté est celui qui est situé entre les côtés de l'angle, d'extrémités A et B.
4	**b)**	ils interceptent le même arc	Définition d'angles associés : même arc intercepté.
5	**c)**	AOB	Les deux angles interceptent le même arc AB.
6	**a)**	la moitié de celle de l'angle au centre associé	Propriété : mes inscrit = ½ × mes angle au centre associé.
7	**b)**	50°	AMB = ½ × AOB = ½ × 100° = 50°.
8	**c)**	70°	Angle au centre = 2 × angle inscrit = 70°.
9	**a)**	ont la même mesure	Propriété des angles inscrits interceptant le même arc.
10	**b)**	120°	ADB = 60° est inscrit et associé à AOB : AOB = 2 × 60° = 120°.
11	**c)**	rectangle en M	AOB est un angle plat (180°), donc l'angle inscrit AMB mesure 90°.
12	**a)**	50°	ABC est rectangle en B ; BCA = 180° − 90° − 40° = 50°.
13	**b)**	108°	OAC est isocèle en O : OCA = OAC = 36°, donc AOC = 180° − 72° = 108°.
14	**c)**	54°	ABC est inscrit et associé à AOC : ABC = ½ × 108° = 54°.
15	**a)**	30°	Même arc intercepté : les deux angles inscrits ont la même mesure.
16	**b)**	118°	ROS est plat : UOR = 180° − 62° = 118°.
17	**c)**	59°	UCR = ½ × UOR = ½ × 118° = 59°.
18	**a)**	65°	La somme des angles d'un triangle est 180° : 180° − (75° + 40°) = 65°.
19	**b)**	66°	ADC = ½ × 132° = 66°.
20	**c)**	54°	AOB = AOC − BOC = 132° − 78° = 54°.

Récapitulatif : 1-b ; 2-c ; 3-a ; 4-b ; 5-c ; 6-a ; 7-b ; 8-c ; 9-a ; 10-b ; 11-c ; 12-a ; 13-b ; 14-c ; 15-a ; 16-b ; 17-c ; 18-a ; 19-b ; 20-c

Corrigé du Questionnaire 2 – QCD

N°	Réponse et justification
1	Un angle inscrit dans un cercle est un angle dont **le sommet est un point du cercle** et dont **les côtés coupent le cercle**.
2	Un angle au centre est un angle dont **le sommet est le centre du cercle** (ses côtés sont des rayons).
3	L'angle au centre associé est **AOB** ; les deux angles interceptent l'arc **AB**.
4	Un angle aigu inscrit dans un cercle a pour mesure **la moitié de celle de l'angle au centre associé**.
5	AMB est inscrit et associé à AOB : AMB = ½ × 130° = **65°**.
6	AOB = 2 × ACB = 2 × 37° = **74°**.
7	ADB est un angle inscrit associé à AOB, donc AOB = 2 × ADB. Or ADB = 60° (triangle équilatéral), donc **AOB = 120°**.
8	Angles inscrits interceptant le même arc BC : **BMC = BAC = 30°**. Angles inscrits interceptant le même arc BA : **BMA = BCA = 50°**.
9	(a) ROS est plat (180°), donc UOR = 180° − 62° = **118°**. (b) UCR = ½ × UOR = **59°**.
10	USR et UCR sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc UR ; ils ont donc la même mesure (**59°**).
11	RST = RUT = **75°** (même arc). SRT est associé à SOT : SRT = ½ × 80° = **40°**. RTS = 180° − (75° + 40°) = **65°**.
12	L'angle au centre associé à AMB est AOB, un angle plat de 180°. Donc AMB = ½ × 180° = 90° : **AMB est rectangle en M**.
13	ABC est rectangle en B (inscrit dans un demi-cercle). Donc BCA = 180° − 90° − 40° = **50°**.
14	OA = OC (rayons), donc **OAC est isocèle en O** ; ses angles à la base sont égaux : **OCA = OAC = 36°**.
15	AOC = 180° − (36° + 36°) = **108°**.
16	ABC est inscrit et associé à AOC : ABC = ½ × 108° = **54°**.
17	AOC = 2 × ADC = 2 × 66° = **132°**.
18	AOB = AOC − BOC = 132° − 78° = **54°**. Comme 54° < 60°, **la condition est respectée**.
19	A est sur le cercle de diamètre [EF], donc AEF est rectangle en A. EF = 2 × 4 = 8. $AE^2 = EF^2 - AF^2$ = 64 − 36 = 28, donc **AE = √28 = 2√7 cm** (≈ 5,29 cm).
20	Dans le triangle AEF rectangle en A : sin AEF = AF/EF = 6/8 = **3/4 = 0,75**.

QUESTIONNAIRE 1 : QCM

Troisième – Mathématiques – Leçon 7 : VECTEURS

Consigne : pour chaque question, une seule proposition est juste. Recopie le numéro de la question et la lettre de la bonne réponse. **Barème :** 1 point par question (20 points).

1. Un vecteur $\vec{AB}$ est caractérisé par :

a) son origine et son milieu

b) sa direction, son sens et sa longueur

c) sa longueur uniquement

2. Des vecteurs sont dits colinéaires lorsque :

a) ils ont la même longueur

b) ils ont le même sens uniquement

c) ils ont la même direction ou que l'un d'eux est le vecteur nul

3. Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont égaux lorsqu'ils ont :

a) la même direction, le même sens et la même longueur

b) la même direction et la même longueur seulement

c) le même sens seulement

4. L'opposé du vecteur $\vec{AB}$ est :

a) $\vec{AB}$

b) $\vec{BA}$

c) $\vec{AB} + \vec{BA}$

5. D'après l'égalité de Chasles, $\vec{AB} + \vec{BC}$ est égal à :

a) $\vec{CA}$

b) $\vec{0}$

c) $\vec{AC}$

6. Deux vecteurs non nuls sont orthogonaux lorsque :

a) ce sont des vecteurs directeurs de deux droites perpendiculaires

b) ce sont des vecteurs directeurs de deux droites parallèles

c) ils ont la même longueur

7. ABCD est un parallélogramme. Alors $\vec{AB} + \vec{AD}$ est égal à :

a) $\vec{BD}$

b) $\vec{AC}$

c) $\vec{CA}$

8. ABCD est un parallélogramme de centre O. Alors $\vec{OA} + \vec{OC}$ est égal à :

a) $\vec{AC}$

b) $2\vec{OA}$

c) $\vec{0}$

9. A, B, C, D sont quatre points distincts. $\vec{AB} - \vec{CD}$ est égal à :

a) $\vec{AB} + \vec{DC}$

b) $\vec{AB} + \vec{CD}$

c) $\vec{AB} - \vec{DC}$

10. ABCD est un parallélogramme. Alors $\vec{AB} - \vec{AD}$ est égal à :

a) $\vec{BD}$

b) $\vec{DB}$

c) $\vec{AC}$

11. ABCD est un parallélogramme. Alors :

a) $\vec{DC} = \vec{BA}$

b) $\vec{AB} = \vec{AD}$

c) $\vec{DC} = \vec{AB}$

12. Soit k un réel strictement positif. Le vecteur $k\vec{AB}$ a :

a) le même sens que $\vec{AB}$

b) le sens contraire de $\vec{AB}$

c) une longueur nulle

13. Soit k un réel strictement négatif. Le vecteur $k\vec{AB}$:

a) est de même sens que $\vec{AB}$ et de longueur $k \times AB$

b) est de sens contraire à $\vec{AB}$ et de longueur $|k| \times AB$

c) est le vecteur nul

14. Le produit du vecteur $\vec{AB}$ par le réel 0 est :

a) $\vec{AB}$

b) $\vec{BA}$

c) le vecteur nul

15. $-3\vec{AB} + 5\vec{AB}$ est égal à :

a) $2\vec{AB}$

b) $-2\vec{AB}$

c) $8\vec{AB}$

16. $\frac{1}{2}(8\vec{AB})$ est égal à :

a) $16\vec{AB}$

b) $4\vec{AB}$

c) $\frac{1}{2}\vec{AB}$

17. $\vec{AB} = 3\vec{CD}$ équivaut à :

a) $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont opposés

b) $\vec{AB} = \vec{CD}$

c) $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ ont la même direction

18. I est le milieu de [AB] équivaut à :

a) $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI}$

c) $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$

19. A, B et M sont alignés équivaut à :

a) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB}$

b) il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

20. (AB) // (CD) équivaut à :

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

b) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$

c) il existe un réel k non nul tel que $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$

QUESTIONNAIRE 2 : QCD (questions à réponse directe)

Troisième – Mathématiques – Leçon 7 : VECTEURS

Consigne : réponds directement à chaque question en justifiant brièvement par la propriété utilisée (égalité de Chasles, somme et différence, produit par un réel, colinéarité). **Barème :** 1 point par question (20 points).

1. Quelles sont les caractéristiques d'un vecteur $\vec{AB}$?

2. Définis deux vecteurs égaux et donne l'opposé du vecteur $\vec{AB}$.

3. ABCD est un parallélogramme. Nomme un vecteur égal à $\vec{AB} + \vec{AD}$.

4. ABCD est un parallélogramme de centre O. Simplifie : $\vec{AO} + \vec{OC}$; $\vec{OA} + \vec{OC}$; $\vec{DO} + \vec{OB}$.

5. ABCD est un parallélogramme. Nomme un vecteur égal à $\vec{AB} - \vec{AD}$ et un vecteur égal à $\vec{AB} - \vec{CB}$.

6. Simplifie : $\vec{BC} + \vec{DE} - \vec{BA} + \vec{CD} + \vec{EF}$.

7. Simplifie : $\vec{AD} - \vec{CB} + \vec{EB} + \vec{CA}$.

8. Simplifie : $\vec{AB} + \vec{DE} - \vec{DC} + \vec{AD} - \vec{CB} + \vec{ED}$.

9. Définis un vecteur directeur d'une droite (D) et deux vecteurs orthogonaux.

10. A, B, C sont trois points non alignés. Décris la construction du point M tel que $\vec{CM} = -3\vec{AB}$.

11. Simplifie : $\frac{1}{2}(8\vec{AB})$; $-3\vec{AB} + 5\vec{AB}$; $-3\vec{AB} + \vec{CD} + 2(\vec{AB} - \vec{CD})$.

12. On donne $\vec{AB} = 2\vec{CD}$ et $3\vec{CD} = 4\vec{EF}$. Exprime $\vec{AB}$ en fonction de $\vec{EF}$.

13. Les points A, B, C, D, E, F, G sont régulièrement espacés sur une droite (6 segments de même longueur). Complète : $\vec{AC} = \ldots \vec{AD}$; $\vec{FE} = \ldots \vec{GA}$.

14. Avec les mêmes points, complète : $\vec{CG} = \ldots \vec{CB}$.

15. ABCD est un parallélogramme et F le milieu de [AB]. Justifie que $\vec{DC}$ et $\vec{AF}$ ont la même direction.

16. ABC est un triangle, S ∈ [AB] et I est tel que $3\vec{BI} = \vec{AC} - \vec{AB}$. Justifie que I ∈ [BC].

17. ABC est un triangle, E et F sont les milieux de [AB] et [AC]. Justifie que $\vec{EF}$ et $\vec{CB}$ sont colinéaires, puis que BC = 2EF.

18. ABCD est un parallélogramme, $\vec{ED} = \vec{DA}$ et $\vec{BF} = \vec{AB}$. Justifie que $\vec{EC} = \vec{DB}$.

19. Avec les mêmes données, justifie que $\vec{CF} = \vec{DB}$, puis conclus : C est-il le milieu de [EF] ?

20. Traduis en langage vectoriel : (a) I est le milieu de [AB] ; (b) A, B et M sont alignés ; (c) (AB) // (CD).

CORRIGÉS

Questionnaire 1 (QCM) et Questionnaire 2 (QCD)

Corrigé du Questionnaire 1 – QCM

N°	Rép.	Bonne proposition	Justification
1	**b)**	sa direction, son sens et sa longueur	Direction : la droite (AB) ; sens : de A vers B ; longueur : la distance AB.
2	**c)**	ils ont la même direction ou que l'un d'eux est le vecteur nul	C'est la définition de la colinéarité.
3	**a)**	la même direction, le même sens et la même longueur	Les trois caractéristiques doivent être identiques.
4	**b)**	$\vec{BA}$	$\vec{AB} = -\vec{BA}$: l'opposé de $\vec{AB}$ est $\vec{BA}$.
5	**c)**	$\vec{AC}$	On enchaîne les vecteurs : l'origine de $\vec{AB}$ et l'extrémité de $\vec{BC}$.
6	**a)**	ce sont des vecteurs directeurs de deux droites perpendiculaires	C'est la définition de l'orthogonalité de deux vecteurs.
7	**b)**	$\vec{AC}$	$\vec{AD} = \vec{BC}$, donc $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.
8	**c)**	$\vec{0}$	O est le milieu de [AC] : $\vec{OC} = \vec{AO} = -\vec{OA}$, donc la somme est nulle.
9	**a)**	$\vec{AB} + \vec{DC}$	Soustraire $\vec{CD}$, c'est ajouter son opposé $\vec{DC}$.
10	**b)**	$\vec{DB}$	$\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{DA} = \vec{DA} + \vec{AB} = \vec{DB}$.
11	**c)**	$\vec{DC} = \vec{AB}$	Les côtés opposés [AB] et [DC] ont même direction, même sens et même longueur.
12	**a)**	le même sens que $\vec{AB}$	Si $k > 0$, $k\vec{AB}$ et $\vec{AB}$ ont le même sens, et la longueur est $k \times AB$.
13	**b)**	est de sens contraire à $\vec{AB}$ et de longueur $\lvert k \rvert \times AB$	Si $k < 0$, le sens est contraire et la longueur est $\lvert k \rvert \times AB$.
14	**c)**	le vecteur nul	Par convention, $0\vec{AB} = \vec{0}$.
15	**a)**	$2\vec{AB}$	$(-3 + 5)\vec{AB} = 2\vec{AB}$.
16	**b)**	$4\vec{AB}$	$(\tfrac{1}{2} \times 8)\vec{AB} = 4\vec{AB}$.

N°	Rép.	Bonne proposition	Justification
17	**c)**	$\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ ont la même direction	Il existe un réel k non nul tel que $\vec{AB} = k\vec{CD}$ (ici k = 3) : même direction.
18	**a)**	$\vec{AB} = 2\vec{AI}$	I est au milieu : $\vec{AI}$ est la moitié de $\vec{AB}$.
19	**b)**	il existe un réel k tel que $\vec{AM} = k\vec{AB}$	M appartient à (AB) si et seulement si $\vec{AM}$ et $\vec{AB}$ sont colinéaires.
20	**c)**	il existe un réel k non nul tel que $\vec{CD} = k\vec{AB}$	Droites parallèles : vecteurs de même direction, donc colinéaires.

Récapitulatif : 1-b ; 2-c ; 3-a ; 4-b ; 5-c ; 6-a ; 7-b ; 8-c ; 9-a ; 10-b ; 11-c ; 12-a ; 13-b ; 14-c ; 15-a ; 16-b ; 17-c ; 18-a ; 19-b ; 20-c

Corrigé du Questionnaire 2 – QCD

N°	Réponse et justification
1	**Direction** : la droite (AB) ; **sens** : de A vers B ; **longueur** : la distance AB.
2	$\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont égaux s'ils ont **la même direction, le même sens et la même longueur**. L'opposé de $\vec{AB}$ est $\vec{BA}$: $\vec{AB} = -\vec{BA}$.
3	$\vec{AD} = \vec{BC}$, donc $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ (Chasles).
4	$\vec{AO} + \vec{OC} = \vec{AC}$; $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{0}$ (O milieu de [AC]) ; $\vec{DO} + \vec{OB} = \vec{DB}$.
5	$\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{DA} = \vec{DA} + \vec{AB} = \vec{DB}$. $\vec{AB} - \vec{CB} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.
6	$= \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EF}$ (car $-\vec{BA} = \vec{AB}$) $= \vec{AF}$ (Chasles).
7	$= \vec{AD} + \vec{BC} + \vec{EB} + \vec{CA} = \vec{EB} + \vec{BC} + \vec{CA} + \vec{AD} = \vec{ED}$.
8	$= \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{ED} + \vec{AD} = \vec{AD} + \vec{0} + \vec{AD} = \mathbf{2}\vec{AD}$.
9	Un vecteur non nul $\vec{AB}$ est un **vecteur directeur** de (D) lorsque (AB) // (D). Deux vecteurs non nuls sont **orthogonaux** lorsqu'ils sont des vecteurs directeurs de deux droites perpendiculaires.
10	On trace la droite passant par C et parallèle à (AB). On place M sur cette droite tel que $\vec{CM}$ soit **de sens contraire à** $\vec{AB}$ et que **CM = 3 × AB**.
11	$\frac{1}{2}(8\vec{AB}) = \mathbf{4}\vec{AB}$; $-3\vec{AB} + 5\vec{AB} = \mathbf{2}\vec{AB}$; $-3\vec{AB} + \vec{CD} + 2\vec{AB} - 2\vec{CD} = -\vec{AB} - \vec{CD} = \vec{BA} + \vec{DC}$.
12	$\vec{CD} = \frac{1}{2}\vec{AB}$ et $\vec{CD} = (4/3)\vec{EF}$. Donc $\frac{1}{2}\vec{AB} = (4/3)\vec{EF}$, d'où $\vec{AB} = \mathbf{(8/3)}\vec{EF}$.
13	$\vec{AC}$ = 2 unités et $\vec{AD}$ = 3 unités, même sens : $\vec{AC} = \mathbf{(2/3)}\vec{AD}$. $\vec{FE}$ = 1 unité vers A, $\vec{GA}$ = 6 unités vers A : $\vec{FE} = \mathbf{(1/6)}\vec{GA}$.
14	$\vec{CG}$ = 4 unités vers G, $\vec{CB}$ = 1 unité en sens contraire : $\vec{CG} = \mathbf{-4}\vec{CB}$.
15	$\vec{DC} = \vec{AB}$ (parallélogramme) et $\vec{AB} = 2\vec{AF}$ (F milieu). Donc $\vec{DC} = 2\vec{AF}$: **les deux vecteurs ont la même direction**.
16	$3\vec{BI} = \vec{AC} + \vec{BA} = \vec{BA} + \vec{AC} = \vec{BC}$. Donc $\vec{BI} = \frac{1}{3}\vec{BC}$: $\vec{BI}$ et $\vec{BC}$ sont colinéaires et **I ∈ [BC]** (I est au tiers de [BC] à partir de B).
17	$\vec{EF} = \vec{EA} + \vec{AF} = \frac{1}{2}\vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{AC} = \frac{1}{2}\vec{BC}$. Donc $\vec{EF}$ et $\vec{BC}$ (donc $\vec{CB}$) sont colinéaires, et **BC = 2EF**.

N°	Réponse et justification
18	$\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$, donc $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$. Or $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$, donc $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$.
19	$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB}$, donc $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$. Ainsi $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DB}$: **C est le milieu de [EF]** (l'affirmation est vraie).
20	(a) $\overrightarrow{AB} = \mathbf{2}\overrightarrow{AI}$; (b) il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AM} = \mathbf{k}\overrightarrow{AB}$; (c) il existe un réel k non nul tel que $\overrightarrow{CD} = \mathbf{k}\overrightarrow{AB}$.

QUESTIONNAIRE 1 : QCM

Troisième – Mathématiques – Leçon 8 : ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DANS $\mathbb{R}$

Consigne : pour chaque question, une seule proposition est juste. Recopie le numéro de la question et la lettre de la bonne réponse. **Barème :** 1 point par question (20 points).

1. La solution de l'équation $x + 5 = 9$ est :

- **a)** 14
- **b)** 4
- **c)** -4

2. La solution de l'équation $3x = 18$ est :

- **a)** 15
- **b)** 54
- **c)** 6

3. L'équation $0x = 0$:

- **a)** admet une infinité de solutions (tous les réels)
- **b)** n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$
- **c)** admet 0 pour seule solution

4. L'équation $0x = 5$:

- **a)** admet une infinité de solutions
- **b)** n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$
- **c)** admet 5 pour solution

5. La solution de l'équation $6x - 2 = 4$ est :

- **a)** 2
- **b)** -1
- **c)** 1

6. La solution de l'équation $7x - 13 = 15$ est :

- **a)** 4
- **b)** 3
- **c)** 5

7. L'équation $6x - 3 = 2x - 2$ est équivalente à :

- **a)** $8x = -5$
- **b)** $4x = 1$
- **c)** $4x = -5$

8. Les solutions de l'équation $(3x + 4)(-x - 7) = 0$ sont :

- **a)** $4/3$ et 7
- **b)** $-4/3$ et 7
- **c)** $-4/3$ et -7

9. Pour des réels a et b, $ab = 0$ équivaut à :

- **a)** $a = 0$ ou $b = 0$
- **b)** $a = 0$ et $b = 0$
- **c)** $a + b = 0$

10. Les solutions de l'équation $x^2 = 25$ sont :

a) 5 seulement
b) -5 et 5
c) 25 et -25

11. L'équation $x^2 = -4$:

a) a pour solutions 2 et -2
b) a pour solution -2
c) n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$

12. L'équation $x^2 = 0$:

a) admet 0 pour seule solution
b) n'admet aucune solution
c) admet deux solutions distinctes

13. L'ensemble des solutions de l'inéquation $2x - 6 > 0$ est :

a) $]\leftarrow; 3[$
b) $]3 ; \rightarrow[$
c) $[3 ; \rightarrow[$

14. L'ensemble des solutions de l'inéquation $-3x - 6 \geq 0$ est :

a) $[-2 ; \rightarrow[$
b) $]\leftarrow; 2]$
c) $]\leftarrow; -2]$

15. Lorsqu'on multiplie ou divise les deux membres d'une inéquation par un nombre négatif :

a) le sens de l'inégalité change
b) le sens de l'inégalité est conservé
c) l'inéquation devient une équation

16. L'inéquation $8x + 5 < 3x + 10$ est équivalente à :

a) $x > 1$
b) $x < 1$
c) $x < 3$

17. L'ensemble des solutions de $x + 5 \leq 4(x + 1) + 7$ est :

a) $]\leftarrow; -2]$
b) $[2 ; \rightarrow[$
c) $[-2 ; \rightarrow[$

18. L'ensemble des solutions du système $\{ 2x - 3 < 0 ; 4x + 5 \geq 0 \}$ est :

a) $[-5/4 ; 3/2[$
b) $]-5/4 ; 3/2]$
c) $[3/2 ; \rightarrow[$

19. L'ensemble des solutions du système $\{ 5x + 1100 > 2600 ; 41x - 2400 < 18\,100 \}$ est :

a) $[300 ; 500]$
b) $]300 ; 500[$
c) $]500 ; \rightarrow[$

20. Une proposition coûte 1500 + 200x F et une autre 320x F pour x films loués. La première est avantageuse à partir de :

a) 12 films
b) 12,5 films
c) 13 films

QUESTIONNAIRE 2 : QCD (questions à réponse directe)

Troisième – Mathématiques – Leçon 8 : ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DANS ℝ

Consigne : réponds directement à chaque question en justifiant brièvement par la propriété utilisée (résolution d'équations et d'inéquations, système, problème). **Barème :** 1 point par question (20 points).

1. Résous dans ℝ les équations : $x + 5 = 9$ et $3x = 18$.

2. Résous dans ℝ : $6x - 2 = 4$ et $7x - 13 = 15$.

3. Que dire des solutions de l'équation $0x = 0$? de l'équation $0x = b$ avec b non nul ?

4. Justifie que $6x - 3 = 2x - 2$ est équivalente à $4x = 1$, puis résous-la.

5. Résous dans ℝ : $-2x + 3 = 5x - 8$.

6. Résous dans ℝ : $3(x - 1) + 2 = 1 + 3x$.

7. Résous dans ℝ : $5x - 11 = 5(x - 3) + 4$.

8. Résous dans ℝ : $(3x + 4)(-x - 7) = 0$.

9. On pose $A = (x - 2)^2 + (x - 2)(3x + 1)$. (a) Développe et réduis A. (b) Factorise A. (c) Résous $A = 0$.

10. Résous dans ℝ : $-3x(4 - 2x) = 0$.

11. Résous dans ℝ : (a) $(3 - 4x) - (2x - 1) = 0$; (b) $(3 - 4x)(2x - 1) = 0$.

12. Résous dans ℝ : $x^2 = 25$; $x^2 = 7$; $x^2 = -9$.

13. Résous $2x - 6 > 0$ et $-3x - 6 \geq 0$; donne les ensembles de solutions sous forme d'intervalles.

14. Résous dans ℝ : $8x + 5 < 3x + 10$.

15. Parmi les nombres -5 ; -3 ; 0 ; 3, lesquels sont solutions de $x + 5 \leq 4(x + 1) + 7$? Justifie.

16. Résous $x + 5 \leq 4(x + 1) + 7$ et représente l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

17. Résous dans $\mathbb{R}$: $3 - 4x > 2x - 1$.

18. Résous le système $\{ 2x - 3 < 0 \ ; \ 4x + 5 \geq 0 \}$.

19. Un cotisant verse x F. 250 élèves cotisent et la coopérative ajoute 55 000 F : la somme dépasse 130 000 F. 205 élèves cotisent et 12 000 F sont retenus : le reste ne dépasse pas 90 500 F. Traduis par un système et résous-le.

CORRIGÉS

Questionnaire 1 (QCM) et Questionnaire 2 (QCD)

Corrigé du Questionnaire 1 – QCM

N°	Rép.	Bonne proposition	Justification
1	**b)**	4	$x + 5 = 9$ équivaut à $x = 9 - 5 = 4$.
2	**c)**	6	$3x = 18$ équivaut à $x = 18/3 = 6$.
3	**a)**	admet une infinité de solutions (tous les réels)	Pour tout réel x, $0 \times x = 0$: tout réel est solution.
4	**b)**	n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$	Pour tout x, $0x = 0 \neq 5$: il n'y a pas de solution.
5	**c)**	1	$6x = 6$, donc $x = 1$.
6	**a)**	4	$7x = 28$, donc $x = 4$.
7	**b)**	$4x = 1$	$6x - 2x = -2 + 3$, soit $4x = 1$.
8	**c)**	$-4/3$ et -7	$3x + 4 = 0$ donne $x = -4/3$; $-x - 7 = 0$ donne $x = -7$.
9	**a)**	$a = 0$ ou $b = 0$	Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.
10	**b)**	-5 et 5	$x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5) = 0$ donc $x = 5$ ou $x = -5$.
11	**c)**	n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$	Un carré est toujours positif ou nul : $x^2 = -4$ est impossible dans $\mathbb{R}$.
12	**a)**	admet 0 pour seule solution	$x^2 = 0$ équivaut à $x = 0$.
13	**b)**	$]3 ; \rightarrow[$	$2x > 6$ donc $x > 3$, borne 3 exclue.
14	**c)**	$]\leftarrow ; -2]$	$-3x \geq 6$; en divisant par -3 on change le sens : $x \leq -2$.
15	**a)**	le sens de l'inégalité change	Règle sur les inégalités et la multiplication par un réel négatif.
16	**b)**	$x < 1$	$8x - 3x < 10 - 5$, soit $5x < 5$, donc $x < 1$.
17	**c)**	$[-2 ; \rightarrow[$	$x + 5 \leq 4x + 11$ donne $-3x \leq 6$, donc $x \geq -2$.
18	**a)**	$[-5/4 ; 3/2[$	$x < 3/2$ et $x \geq -5/4$: intersection $[-5/4 ; 3/2[$.
19	**b)**	$]300 ; 500[$	$5x > 1500$ donne $x > 300$; $41x < 20\,500$ donne $x < 500$.
20	**c)**	13 films	$1500 + 200x < 320x$ équivaut à $x > 12{,}5$; x est entier donc $x \geq 13$.

Récapitulatif : 1-b ; 2-c ; 3-a ; 4-b ; 5-c ; 6-a ; 7-b ; 8-c ; 9-a ; 10-b ; 11-c ; 12-a ; 13-b ; 14-c ; 15-a ; 16-b ; 17-c ; 18-a ; 19-b ; 20-c

Corrigé du Questionnaire 2 – QCD

N°	Réponse et justification
1	$x + 5 = 9$ équivaut à $x = 4$; $3x = 18$ équivaut à $x = 6$. Solutions : **4** et **6**.
2	$6x = 6$ donc $\mathbf{x = 1}$; $7x = 28$ donc $\mathbf{x = 4}$.
3	$0x = 0$: **tout réel est solution** (infinité de solutions). $0x = b$ ($b \neq 0$) : **aucune solution** dans $\mathbb{R}$.
4	$6x - 2x = -2 + 3$, donc $4x = 1$ et $\mathbf{x = 1/4}$.
5	$-2x - 5x = -8 - 3$, soit $-7x = -11$; $\mathbf{x = 11/7}$.
6	$3x - 3 + 2 = 1 + 3x$ donne $3x - 1 = 3x + 1$, soit $0x = 2$: **pas de solution**.
7	$5x - 11 = 5x - 15 + 4 = 5x - 11$: l'égalité est toujours vraie, donc $\mathbf{S = \mathbb{R}}$.
8	$3x + 4 = 0$ ou $-x - 7 = 0$, donc $x = -4/3$ ou $x = -7$. $\mathbf{S = \{-4/3 ; -7\}}$.
9	(a) $A = x^2 - 4x + 4 + 3x^2 - 5x - 2 = \mathbf{4x^2 - 9x + 2}$. (b) $A = (x - 2)(x - 2 + 3x + 1) = \mathbf{(x - 2)(4x - 1)}$. (c) $x - 2 = 0$ ou $4x - 1 = 0$: $\mathbf{S = \{2 ; 1/4\}}$.
10	$-3x = 0$ ou $4 - 2x = 0$, donc $x = 0$ ou $x = 2$. $\mathbf{S = \{0 ; 2\}}$.
11	(a) $4 - 6x = 0$ donc $\mathbf{x = 2/3}$. (b) $3 - 4x = 0$ ou $2x - 1 = 0$: $\mathbf{S = \{3/4 ; 1/2\}}$.
12	$x^2 = 25$: $\mathbf{-5}$ **et** $\mathbf{5}$. $x^2 = 7$: $\mathbf{-\sqrt{7}}$ **et** $\mathbf{\sqrt{7}}$. $x^2 = -9$: **aucune solution** dans $\mathbb{R}$.
13	$2x > 6$ donc $x > 3$: $\mathbf{]3 ; +\infty[}$. $-3x \geq 6$ donc $x \leq -2$ (le sens change) : $\mathbf{]-\infty ; -2]}$.
14	$5x < 5$ donc $x < 1$. $\mathbf{S =]-\infty ; 1[}$.
15	Pour -5 : $0 \leq -9$ faux. Pour -3 : $2 \leq -1$ faux. Pour 0 : $5 \leq 11$ vrai. Pour 3 : $8 \leq 19$ vrai. Solutions : **0 et 3**.
16	$x + 5 \leq 4x + 11$ donne $-3x \leq 6$, soit $x \geq -2$. $\mathbf{S = [-2 ; +\infty[}$: demi-droite fermée en -2, dirigée vers la droite.
17	$-6x > -4$; en divisant par -6 : $x < 2/3$. $\mathbf{S =]-\infty ; 2/3[}$.
18	$2x - 3 < 0$: $x < 3/2$, $S_1 =]-\infty ; 3/2[$. $4x + 5 \geq 0$: $x \geq -5/4$, $S_2 = [-5/4 ; +\infty[$. $\mathbf{S = S_1 \cap S_2 = [-5/4 ; 3/2[}$.
19	$250x + 55\,000 > 130\,000$ donne $x > 300$; $205x - 12\,000 < 90\,500$ donne $x < 500$. $\mathbf{S =]300 ; 500[}$: la cotisation est comprise entre 300 F et 500 F.

QUESTIONNAIRE 1 : QCM

Troisième – Mathématiques – Leçon 9 : COORDONNÉES D'UN VECTEUR

Consigne : pour chaque question, une seule proposition est juste. Recopie le numéro de la question et la lettre de la bonne réponse. **Barème :** 1 point par question (20 points).

1. Un repère du plan est un triplet (O, I, J) de points :

a) alignés

b) distincts et non alignés

c) confondus

2. Un repère (O, I, J) est orthonormé lorsque :

a) (OI) $\perp$ (OJ) et OI $\neq$ OJ

b) (OI) et (OJ) sont sécantes et OI = OJ

c) (OI) $\perp$ (OJ) et OI = OJ

3. Un repère (O, I, J) est orthogonal (non orthonormé) lorsque :

a) (OI) $\perp$ (OJ) et OI $\neq$ OJ

b) (OI) $\perp$ (OJ) et OI = OJ

c) (OI) et (OJ) sont sécantes et OI = OJ

4. L'axe des abscisses est la droite :

a) (OJ)

b) (OI)

c) (IJ)

5. L'abscisse du point A(3 ; 2) est :

a) 2

b) 5

c) 3

6. Les couples (4 ; 2) et (2 ; 4) :

a) ne sont pas égaux

b) sont égaux

c) ont la même abscisse

7. Les couples $(x + 1 ; -3)$ et $(-2 ; y - 5)$ sont égaux si :

a) $x = -1$ et $y = 2$

b) $x = -3$ et $y = 2$

c) $x = -3$ et $y = -8$

8. Si $\vec{AB} = 2\vec{OI} - 3\vec{OJ}$, le couple de coordonnées de $\vec{AB}$ est :

a) $(-3 ; 2)$

b) $(2 ; 3)$

c) $(2 ; -3)$

9. Si $\overrightarrow{CD} = -6\overrightarrow{OI}$, le couple de coordonnées de $\overrightarrow{CD}$ est :

a) $(-6 ; 0)$

b) $(0 ; -6)$

c) $(-6 ; -6)$

10. Le vecteur nul a pour couple de coordonnées :

a) $(1 ; 1)$

b) $(0 ; 0)$

c) $(0 ; 1)$

11. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}(a - 3 ; 4)$ et $\overrightarrow{CD}(8 ; -5 - b)$ sont égaux si :

a) $a = 5$ et $b = -9$

b) $a = 11$ et $b = 9$

c) $a = 11$ et $b = -9$

12. $\overrightarrow{AB}(2 ; 3)$ et $\overrightarrow{CD}(-6 ; 3)$. Les coordonnées de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ sont :

a) $(-4 ; 6)$

b) $(8 ; 0)$

c) $(-4 ; 0)$

13. $\overrightarrow{AB}(-5 ; 10)$. Les coordonnées de $-4\overrightarrow{AB}$ sont :

a) $(-20 ; 40)$

b) $(20 ; -40)$

c) $(-9 ; 6)$

14. $\overrightarrow{AB}(x ; y)$ et $\overrightarrow{A'B'}(x' ; y')$ sont colinéaires équivaut à :

a) $xx' + yy' = 0$

b) $x + y = x' + y'$

c) $xy' - x'y = 0$

15. Dans un repère orthonormé, $\overrightarrow{AB}(x ; y)$ et $\overrightarrow{A'B'}(x' ; y')$ non nuls sont orthogonaux équivaut à :

a) $xx' + yy' = 0$

b) $xy' - x'y = 0$

c) $xy + x'y' = 0$

16. $A(-2 ; 3)$ et $B(1 ; 2)$. Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont :

a) $(-3 ; 1)$

b) $(3 ; -1)$

c) $(-1 ; 5)$

17. $A(2 ; -3)$ et $B(3/2 ; -5)$. Les coordonnées du milieu K de [AB] sont :

a) $(7/2 ; -8)$

b) $(1/4 ; 1)$

c) $(7/4 ; -4)$

18. Dans un repère orthonormé, L(2 ; −2) et M(5 ; −1). La distance LM est égale à :

a) $\sqrt{10}$

b) 10

c) 4

19. $\vec{AB}(2 ; 1)$ et $\vec{CD}(6 ; 3)$. Ces vecteurs sont :

a) orthogonaux

b) colinéaires

c) égaux

20. Dans un repère orthonormé, $\vec{AB}(3 ; 5)$ et $\vec{CD}(5 ; -3)$. Ces vecteurs sont :

a) colinéaires

b) égaux

c) orthogonaux

QUESTIONNAIRE 2 : QCD (questions à réponse directe)

Troisième – Mathématiques – Leçon 9 : COORDONNÉES D'UN VECTEUR

Consigne : réponds directement à chaque question en justifiant brièvement par la propriété utilisée (repère, coordonnées, colinéarité, orthogonalité, milieu, distance). **Barème :** 1 point par question (20 points).

1. Identifie le type de repère : (a) (OI) ⊥ (OJ) et OI = OJ ; (b) (OI) ⊥ (OJ) et OI ≠ OJ ; (c) (OI) et (OJ) sécantes et OI ≠ OJ.

2. Détermine x et y pour que les couples soient égaux : (a) (x + 1 ; −3) et (−2 ; y − 5) ; (b) (−5 ; 3y) et (2x ; 4).

3. Donne le couple de coordonnées de $\vec{CD}$ dans chaque cas : (a) $\vec{CD} = -3\vec{OI} - 7\vec{OJ}$; (b) $\vec{CD} = \sqrt{2}\vec{OI} + 2\vec{OJ}$; (c) $\vec{CD} = -6\vec{OI}$; (d) $\vec{CD} = 9\vec{OJ}$.

4. Détermine a et b pour que $\vec{AB}(a - 3 ; 4)$ et $\vec{CD}(8 ; -5 - b)$ soient égaux.

5. Dans un repère, $\vec{AB}(2 ; x + 4)$ et $\vec{CD}(y - 2 ; 1)$ sont égaux. Démontre que x = −3 et y = 4.

6. Calcule les coordonnées de : (a) $\vec{AB} + \vec{CD}$ avec $\vec{AB}(2 ; 3)$ et $\vec{CD}(-6 ; 3)$; (b) $\vec{EF} + \vec{GH}$ avec $\vec{EF}(-3 ; 2)$ et $\vec{GH}(4 ; -7)$.

7. Calcule les coordonnées de : (a) $-4\vec{AB}$ avec $\vec{AB}(-5 ; 10)$; (b) $2\vec{EF}$ et $-4\vec{EF}$ avec $\vec{EF}(5 ; 2)$.

8. $\vec{AB}(-3 ; -1)$ et $\vec{CD}(3\sqrt{2} ; \sqrt{2})$. Vérifie que ces vecteurs sont colinéaires.

9. $\vec{MN}(-3 ; 2)$ et $\vec{PQ}(1/3 ; x)$ sont colinéaires. Détermine x.

10. Dans un repère orthonormé, $\vec{AB}(-2 ; 4)$ et $\vec{CD}(2 ; 1)$. Justifie que ces vecteurs sont orthogonaux.

11. Calcule les coordonnées de $\vec{AB}$ pour A(−2 ; 3) et B(1 ; 2), puis celles de $\vec{LM}$ pour L(√2 ; 3) et M(2 ; −3).

12. Calcule les coordonnées du milieu K de [AB] avec A(2 ; −3) et B(3/2 ; −5).

13. Repère orthonormé. Calcule LM pour L(2 ; −2), M(5 ; −1), puis NP et PQ pour N(−5 ; −1), P(−3 ; 3), Q(−3 ; 0).

14. Repère orthonormé. N(−5 ; −1) et P(−3 ; 3). Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{NP}$ et du milieu T de [NP].

15. Repère orthonormé. A(3 ; −1), B(8 ; 2), C(−1 ; −5). Calcule $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$ et la distance AB.

16. Soient A(−3 ; −2), B(2 ; −1) et C(3 ; 2). Détermine les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme.

17. A(−4 ; 2), B(1 ; −1) et C(5 ; y). Détermine y pour que A, B et C soient alignés.

18. A(1 ; −1) et B(−2 ; 0). D est le symétrique de B par rapport à A. Détermine les coordonnées de D.

19. Avec C(−3 ; −3), D(4 ; −2) et E(−4 ; −6), calcule $\overrightarrow{AC}$ (A(1 ; −1)) et $\overrightarrow{ED}$. Les droites (AC) et (ED) sont-elles parallèles ?

20. Repère orthonormé. A(2 ; 0), B(6 ; 2), C(0 ; 4). Démontre que ABC est un triangle rectangle isocèle en A.

CORRIGÉS

Questionnaire 1 (QCM) et Questionnaire 2 (QCD)

Corrigé du Questionnaire 1 – QCM

N°	Rép.	Bonne proposition	Justification
1	**b)**	distincts et non alignés	O, I et J doivent être distincts et non alignés pour définir deux axes.
2	**c)**	(OI) ⊥ (OJ) et OI = OJ	Axes perpendiculaires et même unité de longueur sur les deux axes.
3	**a)**	(OI) ⊥ (OJ) et OI ≠ OJ	Axes perpendiculaires mais unités différentes.
4	**b)**	(OI)	La droite (OI) est l'axe des abscisses, (OJ) celui des ordonnées.
5	**c)**	3	Dans A(x ; y), x est l'abscisse : ici 3.
6	**a)**	ne sont pas égaux	Deux couples sont égaux si leurs premiers termes et leurs seconds termes sont égaux.
7	**b)**	x = −3 et y = 2	x + 1 = −2 donne x = −3 ; −3 = y − 5 donne y = 2.
8	**c)**	(2 ; −3)	Les coordonnées sont les coefficients de $\vec{OI}$ puis de $\vec{OJ}$.
9	**a)**	(−6 ; 0)	$\vec{CD} = -6\vec{OI} + 0\vec{OJ}$.
10	**b)**	(0 ; 0)	$\vec{0} = 0\vec{OI} + 0\vec{OJ}$.
11	**c)**	a = 11 et b = −9	a − 3 = 8 donne a = 11 ; 4 = −5 − b donne b = −9.
12	**a)**	(−4 ; 6)	(2 + (−6) ; 3 + 3) = (−4 ; 6).
13	**b)**	(20 ; −40)	(−4 × (−5) ; −4 × 10) = (20 ; −40).
14	**c)**	xy′ − x′y = 0	Condition de colinéarité de deux vecteurs en coordonnées.
15	**a)**	xx′ + yy′ = 0	Condition d'orthogonalité en repère orthonormé.
16	**b)**	(3 ; −1)	(xB − xA ; yB − yA) = (1 − (−2) ; 2 − 3) = (3 ; −1).
17	**c)**	(7/4 ; −4)	K((2 + 3/2)/2 ; (−3 − 5)/2) = (7/4 ; −4).
18	**a)**	√10	LM = √((5 − 2)² + (−1 + 2)²) = √(9 + 1) = √10.
19	**b)**	colinéaires	2 × 3 − 1 × 6 = 0 : colinéaires (et $\vec{CD} = 3\vec{AB}$).
20	**c)**	orthogonaux	3 × 5 + 5 × (−3) = 0 : orthogonaux.

Récapitulatif : 1-b ; 2-c ; 3-a ; 4-b ; 5-c ; 6-a ; 7-b ; 8-c ; 9-a ; 10-b ; 11-c ; 12-a ; 13-b ; 14-c ; 15-a ; 16-b ; 17-c ; 18-a ; 19-b ; 20-c

Corrigé du Questionnaire 2 – QCD

N°	Réponse et justification
1	(a) **repère orthonormé** ; (b) **repère orthogonal** ; (c) **repère quelconque**.
2	(a) $x + 1 = -2$ et $-3 = y - 5$: **$x = -3$ et $y = 2$**. (b) $-5 = 2x$ et $3y = 4$: **$x = -5/2$ et $y = 4/3$**.
3	(a) **$(-3 ; -7)$** ; (b) **$(\sqrt{2} ; 2)$** ; (c) **$(-6 ; 0)$** ; (d) **$(0 ; 9)$**.
4	$a - 3 = 8$ et $4 = -5 - b$: **$a = 11$ et $b = -9$**.
5	Égalité de vecteurs : $2 = y - 2$ et $x + 4 = 1$. Donc **$y = 4$** et **$x = -3$**.
6	(a) $(2 - 6 ; 3 + 3) =$ **$(-4 ; 6)$**. (b) $(-3 + 4 ; 2 - 7) =$ **$(1 ; -5)$**.
7	(a) **$(20 ; -40)$**. (b) $2\vec{EF}(10 ; 4)$ et $-4\vec{EF}$**$(-20 ; -8)$**.
8	$xy' - x'y = (-3)(\sqrt{2}) - (3\sqrt{2})(-1) = -3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 0$. **Les vecteurs sont colinéaires.**
9	$xy' - x'y = (-3)x - (1/3)(2) = 0$ donne $-3x = 2/3$, donc **$x = -2/9$**.
10	$xx' + yy' = (-2)(2) + 4 \times 1 = -4 + 4 = 0$: $\vec{AB}$ **et** $\vec{CD}$ **sont orthogonaux**.
11	$\vec{AB}(1 + 2 ; 2 - 3) =$ **$(3 ; -1)$**. $\vec{LM}(2 - \sqrt{2} ; -3 - 3) =$ **$(2 - \sqrt{2} ; -6)$**.
12	$K((2 + 3/2)/2 ; (-3 - 5)/2) =$ **$K(7/4 ; -4)$**.
13	$LM = \sqrt{(3^2 + 1^2)} =$ **$\sqrt{10}$**. $NP = \sqrt{(2^2 + 4^2)} = \sqrt{20} =$ **$2\sqrt{5}$**. $PQ = \sqrt{(0^2 + 3^2)} =$ **3**.
14	$\vec{NP}(-3 + 5 ; 3 + 1) =$ **$(2 ; 4)$**. $T((-5 - 3)/2 ; (-1 + 3)/2) =$ **$T(-4 ; 1)$**.
15	$\vec{AB}(5 ; 3)$; $\vec{BC}(-9 ; -7)$; $\vec{CB}(9 ; 7)$. $2\vec{AB} - \vec{CB} = (10 - 9 ; 6 - 7) =$ **$(1 ; -1)$**. $AB = \sqrt{(25 + 9)} =$ **$\sqrt{34}$**.
16	ABCD parallélogramme équivaut à $\vec{AB} = \vec{DC}$. $\vec{AB}(5 ; 1)$ et $\vec{DC}(3 - x ; 2 - y)$: $3 - x = 5$ et $2 - y = 1$, donc **$D(-2 ; 1)$**.
17	$\vec{AB}(5 ; -3)$ et $\vec{AC}(9 ; y - 2)$ colinéaires : $5(y - 2) - (-3)(9) = 0$, soit $5y + 17 = 0$: **$y = -17/5$**.
18	A est le milieu de [BD] : $(-2 + xD)/2 = 1$ et $(0 + yD)/2 = -1$. Donc **$D(4 ; -2)$**.
19	$\vec{AC}(-4 ; -2)$ et $\vec{ED}(8 ; 4)$. $-4 \times 4 - (-2) \times 8 = 0$: les vecteurs sont colinéaires, donc **(AC) // (ED)**.
20	$\vec{AB}(4 ; 2)$, $\vec{AC}(-2 ; 4)$: $4(-2) + 2 \times 4 = 0$, donc $AB \perp AC$ (rectangle en A). $AB = \sqrt{20}$ et $AC = \sqrt{20}$: **isocèle en A**.

QUESTIONNAIRE : ÉQUATIONS DE DROITES

Classe de Troisième – Mathématiques – Thème : Géométrie du plan – Leçon 10

Nom et prénoms : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Consignes : la partie A comporte 10 QCM (une seule réponse exacte, 1 point chacun). La partie B comporte 10 questions à développement (1 point chacune) : rédige soigneusement ta démarche. Sauf mention contraire, le plan est muni d'un repère (O ; I ; J).

PARTIE A – QCM (Questions 1 à 10)

Question 1. Parmi les égalités suivantes, laquelle est une équation de droite ?

A. $xy - y + 4 = 0$
B. $3x - 3y + 4 = 0$
C. $x^2 + y - 4 = 0$
D. $0x + 0y + 4 = 0$

Question 2. Une équation de la droite (AB) avec A(4 ; −3) et B(6 ; 1) est :

A. $2x + y - 11 = 0$
B. $x - 2y - 11 = 0$
C. $4x + 2y - 22 = 0$
D. $2x - y - 11 = 0$

Question 3. Le coefficient directeur de la droite (AB) avec A(2 ; −2) et B(−3 ; −1) est :

A. $1/5$
B. 5
C. $-1/5$
D. -5

Question 4. La droite (D) : 6x + 2y − 5 = 0 a pour coefficient directeur a et pour ordonnée à l'origine b :

A. $a = -3$ et $b = 5/2$
B. $a = 3$ et $b = 5/2$
C. $a = -3$ et $b = -5/2$
D. $a = 6$ et $b = -5$

Question 5. Laquelle de ces droites est parallèle à la droite d'équation y = 2x + 1 ?

A. $x - 2y + 1 = 0$
B. $2x - y + 5 = 0$
C. $2x + y - 3 = 0$
D. $y = -x/2 + 4$

Question 6. Le repère est orthonormé. Laquelle de ces droites est perpendiculaire à (D) : y = 3x − 3 ?

A. $y = 3x + 4$
B. $y = -3x - 3$
C. $y = -x/3 - 4$
D. $y = x/3$

Question 7. Soit (Δ) la droite d'équation 2x − y + 1 = 0. Quels points appartiennent à (Δ) parmi A(0 ; 1), B(2 ; −3) et C(2 ; 5) ?

A. A seulement
B. B et C
C. A, B et C
D. A et C

Question 8. Une équation de la droite (D) passant par A(2 ; −1) et parallèle à l'axe des abscisses (OI) est :

- **A.** $y = -1$
- **B.** $x = 2$
- **C.** $x = -1$
- **D.** $y = 2$

Question 9. Une équation de la droite (D) passant par E(5 ; 3) et de vecteur directeur FG(3 ; −6) est :

- **A.** $2x - y - 7 = 0$
- **B.** $x + 2y - 11 = 0$
- **C.** $2x + y - 13 = 0$
- **D.** $-2x - y - 13 = 0$

Question 10. L'équation réduite de la droite qui coupe l'axe (OI) au point d'abscisse 12 et l'axe (OJ) au point d'ordonnée −6 est :

- **A.** $y = 2x - 6$
- **B.** $y = -x/2 - 6$
- **C.** $y = x/2 + 6$
- **D.** $y = x/2 - 6$

PARTIE B – Questions à développement (Questions 11 à 20)

Question 11. Le plan est muni d'un repère (O ; I ; J). Détermine une équation de la droite (AB) avec A(−2 ; 2) et B(1 ; −2).

Question 12. On donne A(2 ; 0), B(−3 ; −2) et C(0 ; −1). Détermine une équation de la droite (D) passant par A et parallèle à (BC).

Question 13. Le repère est orthonormé. On donne K(√2 ; −1), L(2 ; 1) et M(−1 ; −1). Détermine une équation de la droite (D) passant par K et perpendiculaire à (LM).

Question 14. Le plan est muni du repère (O ; I ; J).
1) Détermine une équation de la droite (Δ) passant par A(2 ; 3) et de coefficient directeur −2.
2) Détermine une équation de la droite (D1) passant par B(−1 ; 7) et parallèle à (Δ).
3) (Le repère est orthonormé.) Détermine une équation de la droite (D2) passant par C(2 ; 1) et perpendiculaire à (Δ).

Question 15. Détermine le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite (D) dans chaque cas :
a) $3x + y = 4$; b) $x - 4y = 1$; c) $3x - 3y + 4 = 0$.

Question 16. Le plan est muni d'un repère orthonormé. Les droites (D1), (D2) et (D3) ont pour équations respectives $-2x + 2y + 3 = 0$; $x - y + 1 = 0$ et $3x + 3y - 6 = 0$. Justifie que (D1) ∥ (D2) et (D2) ⊥ (D3).

Question 17. On donne E(10 ; 8), F(−5 ; −1) et la droite (D) passant par A(0 ; −2) de coefficient directeur 3/5. 1) Justifie que (EF) et (D) sont parallèles. 2) Donne l'équation réduite de (D).

Question 18. Dans un repère (O ; I ; J), construis les droites (D1) : $2x - 3y + 2 = 0$ et (D2) : $y = -2x + 3$.

Question 19. Le plan est muni d'un repère orthonormé. On donne R(1 ; 5), S(−1 ; 1), U(3 ; −1) et T(0 ; 3).
1) Vérifie que T est le milieu de [RS].
2) Détermine une équation de la médiane issue de U dans le triangle RUS.
3) Détermine une équation de la médiatrice de [RS].

Question 20. Situation d'évaluation. Une parcelle carrée ABCD de côté 3 hm est représentée dans le repère orthonormé (A, I, J) avec A(0 ; 0), I(1 ; 0), D(3 ; 0), K(0 ; 2), C(3 ; 3). H est le point d'intersection de (KD) et (IC).
1) Détermine l'équation réduite de (KD) et de (IC).
2) Justifie que (KD) ⊥ (IC).
3) Calcule la deuxième coordonnée de H sachant que la première est 21/13.
4) Calcule KH et CH au dixième près.

CORRIGÉ

PARTIE A – Réponses aux QCM

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Réponse	B	D	C	A	B	C	D	A	C	D

Q1. Réponse **B** : $3x - 3y + 4 = 0$
Une équation de droite a la forme $ax + by + c = 0$ avec $(a ; b) \neq (0 ; 0)$. A contient le produit xy, C contient x^2, et dans D on a $a = b = 0$.

Q2. Réponse **D** : $2x - y - 11 = 0$
AB(2 ; 4) et AM($x - 4 ; y + 3$). $M \in (AB) \Leftrightarrow 4(x - 4) - 2(y + 3) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y - 22 = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 11 = 0$. Vérification : A : $8 + 3 - 11 = 0$; B : $12 - 1 - 11 = 0$.

Q3. Réponse **C** : $-1/5$
$a = (y_B - y_A)/(x_B - x_A) = (-1 - (-2))/(-3 - 2) = 1/(-5) = -1/5$.

Q4. Réponse **A** : $a = -3$ et $b = 5/2$
$2y = -6x + 5$ donc $y = -3x + 5/2$. Ainsi $a = -3$ et $b = 5/2$.

Q5. Réponse **B** : $2x - y + 5 = 0$
Deux droites sont parallèles $\Leftrightarrow$ elles ont le même coefficient directeur. $2x - y + 5 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 5$, donc $a = 2$. Les autres ont pour coefficients $1/2 ; -2 ; -1/2$.

Q6. Réponse **C** : $y = -x/3 - 4$
$(D) \perp (D') \Leftrightarrow a \times a' = -1$. Avec $a = 3$, on cherche $a' = -1/3$.

Q7. Réponse **D** : A et C
A : $0 - 1 + 1 = 0$ ✓ ; B : $4 + 3 + 1 = 8 \neq 0$ ✗ ; C : $4 - 5 + 1 = 0$ ✓.

Q8. Réponse **A** : $y = -1$
Une droite parallèle à (OI) est horizontale : tous ses points ont la même ordonnée, ici -1.

Q9. Réponse **C** : $2x + y - 13 = 0$
EK($x - 5 ; y - 3$) et FG($3 ; -6$) colinéaires $\Leftrightarrow -6(x - 5) - 3(y - 3) = 0 \Leftrightarrow -6x - 3y + 39 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 13 = 0$. (A et B passent par E mais ont une mauvaise direction.)

Q10. Réponse **D** : $y = x/2 - 6$
La droite passe par (12 ; 0) et (0 ; −6). $a = (-6 - 0)/(0 - 12) = 1/2$, et $b = -6$. Donc $y = x/2 - 6$.

PARTIE B – Corrigé des questions à développement

Question 11.
On a AB(3 ; −4). Soit M(x ; y) ; AM($x + 2 ; y - 2$).
$M \in (AB) \Leftrightarrow$ AM et AB colinéaires $\Leftrightarrow 3(y - 2) - (-4)(x + 2) = 0$.
$\Leftrightarrow 3y - 6 + 4x + 8 = 0 \Leftrightarrow$ **$4x + 3y + 2 = 0$**.
Vérification : A : $-8 + 6 + 2 = 0$; B : $4 - 6 + 2 = 0$.

Question 12.
BC(3 ; 1). Soit M(x ; y) ; AM($x - 2 ; y$).
$M \in (D) \Leftrightarrow$ AM et BC colinéaires $\Leftrightarrow 3y - 1 \times (x - 2) = 0 \Leftrightarrow -x + 3y + 2 = 0$.
(D) : $x - 3y - 2 = 0$ (équation équivalente : $-x + 3y + 2 = 0$).
Contrôle : le coefficient directeur de (BC) est $(-1 + 2)/(0 + 3) = 1/3$ et celui de (D) est aussi 1/3.

Question 13.

LM(−3 ; −2). Soit P(x ; y) ; KP(x − √2 ; y + 1).
P ∈ (D) ⇔ KP et LM orthogonaux ⇔ −3(x − √2) − 2(y + 1) = 0.
⇔ −3x + 3√2 − 2y − 2 = 0 ⇔ **3x + 2y + 2 − 3√2 = 0**.
Vérification avec K : 3√2 − 2 + 2 − 3√2 = 0 ✓.

Question 14.

1) y = −2x + b et A ∈ (Δ) : 3 = −4 + b donc b = 7. **(Δ) : y = −2x + 7**.
2) (D1) ∥ (Δ) donc a = −2 ; B ∈ (D1) : 7 = 2 + b donc b = 5. **(D1) : y = −2x + 5**.
3) (D2) ⊥ (Δ) donc a' = −1/(−2) = 1/2 ; C ∈ (D2) : 1 = 1 + b donc b = 0. **(D2) : y = x/2**.

Question 15.

a) y = −3x + 4 : **a = −3 et b = 4**.
b) −4y = −x + 1 donc y = x/4 − 1/4 : **a = 1/4 et b = −1/4**.
c) −3y = −3x − 4 donc y = x + 4/3 : **a = 1 et b = 4/3**.

Question 16.

(D1) : 2y = 2x − 3 donc y = x − 3/2, d'où a1 = 1.
(D2) : y = x + 1, d'où a2 = 1.
(D3) : 3y = −3x + 6 donc y = −x + 2, d'où a3 = −1.
a1 = a2 = 1 donc **(D1) ∥ (D2)**. a2 × a3 = 1 × (−1) = −1 donc **(D2) ⊥ (D3)**.

Question 17.

1) Coefficient directeur de (EF) : (−1 − 8)/(−5 − 10) = −9/−15 = 3/5, égal à celui de (D). Donc **(EF) ∥ (D)**.
2) A(0 ; −2) donne b = −2. **(D) : y = (3/5)x − 2**.

Question 18.

On cherche deux points de chaque droite, on les place dans le repère, puis on trace la droite.
(D1) : x = −1 donne −2 − 3y + 2 = 0 soit y = 0 ; x = 2 donne 4 − 3y + 2 = 0 soit y = 2. Points **(−1 ; 0)** et **(2 ; 2)**.
(D2) : x = 0 donne y = 3 ; x = 1 donne y = 1. Points **(0 ; 3)** et **(1 ; 1)**.
On trace (D1) par (−1 ; 0) et (2 ; 2), et (D2) par (0 ; 3) et (1 ; 1). Elles se coupent en (7/8 ; 5/4).

Question 19.

1) Milieu de [RS] : ((1 − 1)/2 ; (5 + 1)/2) = (0 ; 3) = T ✓.
2) La médiane est (UT). a = (3 − (−1))/(0 − 3) = −4/3 et b = 3 (T est sur l'axe des ordonnées). **(UT) : y = −(4/3)x + 3**, soit 4x + 3y − 9 = 0. Vérification avec U : −4 + 3 = −1 ✓.
3) Coefficient directeur de (RS) : (1 − 5)/(−1 − 1) = 2. La médiatrice passe par T et lui est perpendiculaire : a' = −1/2, b = 3. **y = −x/2 + 3**, soit x + 2y − 6 = 0.

Question 20.

1) (KD) : a = (2 − 0)/(0 − 3) = −2/3 et b = 2, donc **y = −(2/3)x + 2**.
(IC) : a' = (3 − 0)/(3 − 1) = 3/2 ; I(1 ; 0) donne b' = 0 − 3/2 = −3/2, donc **y = (3/2)x − 3/2**.
2) a × a' = (−2/3) × (3/2) = −1, donc **(KD) ⊥ (IC)**.
3) H ∈ (IC) : y = (3/2)(21/13) − 3/2 = 63/26 − 39/26 = 24/26 = **12/13**. H(21/13 ; 12/13).
4) KH = √[(21/13)² + (2 − 12/13)²] = √[(21/13)² + (14/13)²] = √(637/169) ≈ **1,9 hm**.
CH = √[(3 − 21/13)² + (3 − 12/13)²] = √[(18/13)² + (27/13)²] = √(1053/169) ≈ **2,5 hm**.

QUESTIONNAIRE : STATISTIQUE

Classe de Troisième – Mathématiques – Thème : Organisation des données – Leçon 11

Nom et prénoms : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Consignes : la partie A comporte 10 QCM (une seule réponse exacte, 1 point chacun). La partie B comporte 10 questions à développement (1 point chacune) : rédige soigneusement ta démarche. Tu peux utiliser une calculatrice, une règle et un rapporteur.

PARTIE A – QCM (Questions 1 à 10)

Question 1. On considère la série : modalités 3 ; 5 ; 7 ; 10 ; 13 avec pour effectifs respectifs 2 ; 10 ; 15 ; 25 ; 8 (effectif total 60). Le mode de cette série est :

A. 25
B. 10
C. 13
D. 60

Question 2. Avec la même série, la fréquence de la modalité 7 (effectif 15) est :

A. 15 %
B. 0,15
C. 25 %
D. 4 %

Question 3. On a pesé huit téléphones portables : 110 ; 100 ; 120 ; 130 ; 110 ; 120 ; 110 ; 130 (en g). La moyenne de cette série est :

A. 116,25 g
B. 110 g
C. 120 g
D. 930 g

Question 4. Les notes 3 ; 5 ; 7 ; 10 ; 13 ont pour effectifs respectifs 2 ; 10 ; 25 ; 15 ; 8. L'effectif cumulé croissant de la modalité 10 est :

A. 15
B. 37
C. 52
D. 60

Question 5. La médiane de la série 35 ; 33 ; 34 ; 37 ; 39 ; 40 ; 37 ; 28 est :

A. 35
B. 36
C. 37
D. 36,5

Question 6. Une série de 15 données est rangée par ordre croissant. La médiane est la valeur de rang :

A. 7
B. 7,5
C. 15
D. 8

Question 7. Les données sont regroupées en classes de même amplitude, la première étant [5 ; 25[. La deuxième classe est :

- **A.** [25 ; 45[
- **B.** [25 ; 50[
- **C.** [20 ; 40[
- **D.** [5 ; 45[

Question 8. Temps de travail (en h) de 20 élèves : [0 ; 2[: 4 ; [2 ; 4[: 6 ; [4 ; 6[: 2 ; [6 ; 8[: 4 ; [8 ; 10[: 4. La classe modale est :

- **A.** [0 ; 2[
- **B.** [4 ; 6[
- **C.** [6 ; 8[
- **D.** [2 ; 4[

Question 9. Classes [0 ; 2[; [2 ; 4[; [4 ; 6[; [6 ; 8[; [8 ; 10[d'effectifs 10 ; 12 ; 15 ; 8 ; 3. La moyenne de cette série est :

- **A.** 4,5
- **B.** 5
- **C.** 4,25
- **D.** 204

Question 10. Dans un diagramme circulaire d'une série d'effectif total 20, l'angle du secteur représentant un effectif de 6 mesure :

- **A.** 54°
- **B.** 72°
- **C.** 126°
- **D.** 108°

PARTIE B – Questions à développement (Questions 11 à 20)

Question 11. Une enquête auprès de 200 élèves de 4e sur la couleur de bandeau souhaitée pour les activités sportives a donné :

Couleur	Rouge	Vert	Bleu	Orange	Noir	Jaune
Nombre d'avis	45	30	42	22	36	25

1) Quel est le mode de cette série ?
2) Calcule la fréquence en pourcentage de chaque couleur.

Question 12. Les notes de mathématiques de 40 élèves sont données dans le tableau suivant :

Notes	8	10	12	13	14	16	17	Total
Effectifs	2	6	4	8	3	7	10	40

1) Complète les lignes des effectifs cumulés croissants et des fréquences cumulées croissantes (en %).
2) Quel pourcentage d'élèves a une note inférieure ou égale à 13 ?
3) Quel pourcentage d'élèves a une note supérieure ou égale à 14 ?
4) Détermine la note médiane.

Question 13. Détermine la médiane de chacune des séries suivantes :
a) 2 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15
b) 5 ; 8 ; 5 ; 7 ; 8 ; 9 ; 8 ; 7
c) 12 ; 15 ; 11 ; 18 ; 20 ; 14 ; 16

Question 14. Une entreprise possède 15 voitures. Leurs consommations moyennes aux 100 km (en litres) sont : 9,5 ; 6,7 ; 7,8 ; 8,2 ; 10,1 ; 9,3 ; 6,9 ; 7,5 ; 6,8 ; 8,5 ; 9 ; 10,2 ; 11 ; 7 ; 10,5.

1) Détermine la consommation moyenne aux 100 km.
2) Détermine la médiane de cette série.
3) Interprète ce résultat.

Question 15. On considère la série : 0,6 ; 1,2 ; 1,6 ; 1,5 ; 1,3 ; 0,8 ; 1,9 ; 1,4 ; 0,8 ; 1,8 ; 1,7 ; 0,9 ; 1,1 ; 1,9 ; 0,7 ; 1,8 ; 1,6 ; 1,6.

1) Regroupe ces données en classes d'amplitude 0,5, la première classe étant [0,5 ; 1[.
2) Détermine la classe modale.
3) Calcule la moyenne de la série regroupée (arrondie au centième).

Question 16. Dans une entreprise, les salaires en milliers de francs CFA se répartissent ainsi :

Classes	[100 ; 120[	[120 ; 140[	[140 ; 160[	[160 ; 180[	[180 ; 200[	[200 ; 220[
Effectifs	23	12	19	18	5	3

1) Calcule le salaire moyen dans cette entreprise.
2) Quelle est la classe modale ?
3) Quel pourcentage de salariés gagne moins de 160 000 F ?

Question 17. Une enquête auprès de 60 élèves sur leur artiste préféré est représentée par un diagramme circulaire dont les secteurs mesurent : Meiway 60° ; DJ Arafat 150° ; Aïcha Koné 30° ; Alpha Blondy 120°.

1) Identifie le mode de cette série.
2) Dresse le tableau des effectifs.
3) Dresse le tableau des fréquences en pourcentage (arrondies au dixième).

Question 18. Les notes d'une interrogation de mathématiques dans une classe de 25 élèves se répartissent ainsi :

Notes	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[
Fréquences	8 %	20 %	48 %	24 %

1) Calcule l'effectif de chaque classe.
2) Calcule la mesure (en degrés, arrondie à l'unité) de chaque secteur d'un diagramme circulaire.
3) Construis ce diagramme circulaire.

Question 19. Voici le nombre d'heures passées devant la télévision par 28 enfants :

Nombre d'heures	[1 ; 3[	[3 ; 5[	[5 ; 7[	[7 ; 9[	[9 ; 11[	Total
Effectifs	2	6	4	7	9	28

1) Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants.
2) Construis le polygone des effectifs cumulés croissants.
3) Combien d'enfants passent moins de 9 h devant la télévision ? Au moins 5 h ?
4) Détermine la classe médiane, puis une valeur approchée de la médiane par lecture graphique.

Question 20. Situation d'évaluation. Une enquête de satisfaction est jugée satisfaisante si au moins 55 % des internautes ont donné une note supérieure ou égale à la note médiane. Les notes sur 20 données par 50 internautes sont :

Note	6	8	10	12	14	15	17
Effectif	1	5	7	8	12	9	8

1) a) Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants.
   b) Justifie que la note médiane de cette série est 14.
2) Dresse le tableau des fréquences cumulées croissantes.
3) L'enquête est-elle jugée satisfaisante ? Justifie ta réponse.

CORRIGÉ

PARTIE A – Réponses aux QCM

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Réponse	B	C	A	C	B	D	A	D	C	D

Q1. Réponse **B** : 10
Le mode est la modalité qui a le plus grand effectif. L'effectif maximal est 25 et la modalité correspondante est 10 (25 est un effectif, pas une modalité).

Q2. Réponse **C** : 25 %
Fréquence = effectif de la modalité / effectif total = 15/60 = 0,25, soit 25 %.

Q3. Réponse **A** : 116,25 g
Somme = 930 et effectif total = 8, donc moyenne = 930/8 = 116,25 g.

Q4. Réponse **C** : 52
C'est le nombre d'élèves ayant une note inférieure ou égale à 10 : 2 + 10 + 25 + 15 = 52.

Q5. Réponse **B** : 36
On range : 28 ; 33 ; 34 ; 35 ; 37 ; 37 ; 39 ; 40. L'effectif 8 est pair : la médiane est la moyenne des 4e et 5e valeurs, (35 + 37)/2 = 36.

Q6. Réponse **D** : 8
L'effectif total N = 15 est impair : la médiane est la valeur de rang (N + 1)/2 = 16/2 = 8.

Q7. Réponse **A** : [25 ; 45[
L'amplitude de [5 ; 25[est 25 − 5 = 20. La classe suivante commence à 25 et a pour amplitude 20 : [25 ; 45[.

Q8. Réponse **D** : [2 ; 4[
La classe modale est la classe de plus grand effectif : [2 ; 4[(effectif 6).

Q9. Réponse **C** : 4,25
Centres : 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9. Somme : 1×10 + 3×12 + 5×15 + 7×8 + 9×3 = 204. Effectif total 48. Moyenne = 204/48 = 4,25.

Q10. Réponse **D** : 108°
Mesure = 360° × 6/20 = 108°.

PARTIE B – Corrigé des questions à développement

Question 11.

1) Le plus grand effectif est 45 : le **mode est la couleur Rouge**.

2) fréquence (%) = effectif/200 × 100 :

Couleur	Rouge	Vert	Bleu	Orange	Noir	Jaune	Total
Fréquence (%)	22,5	15	21	11	18	12,5	100

Question 12.

1)

Notes	8	10	12	13	14	16	17
Effectifs cumulés croissants	2	8	12	20	23	30	40
Fréquences cumulées croissantes (%)	5	20	30	50	57,5	75	100

2) La fréquence cumulée croissante de 13 est **50 %** (20 élèves sur 40).

3) 40 − 20 = 20 élèves, soit **50 %**.

4) N = 40 est pair : la médiane est la moyenne des 20e et 21e valeurs. D'après les effectifs cumulés, la 20e valeur est 13 et la 21e est 14. Médiane = (13 + 14)/2 = **13,5**.

Question 13.

a) Série déjà rangée, N = 11 (impair) : rang (11 + 1)/2 = 6. La 6e valeur est 9. **Médiane = 9**.

b) On range : 5 ; 5 ; 7 ; 7 ; 8 ; 8 ; 8 ; 9. N = 8 (pair) : on prend la moyenne des 4e et 5e valeurs, (7 + 8)/2 = **7,5**.

c) On range : 11 ; 12 ; 14 ; 15 ; 16 ; 18 ; 20. N = 7 (impair) : rang (7 + 1)/2 = 4. La 4e valeur est 15. **Médiane = 15**.

Question 14.

1) Somme des données = 129 et effectif total = 15. Moyenne = 129/15 = **8,6 litres** aux 100 km.

2) On range les données par ordre croissant : 6,7 ; 6,8 ; 6,9 ; 7 ; 7,5 ; 7,8 ; 8,2 ; 8,5 ; 9 ; 9,3 ; 9,5 ; 10,1 ; 10,2 ; 10,5 ; 11.

N = 15 est impair, donc la médiane est la valeur de rang (15 + 1)/2 = 8. La 8e valeur est 8,5 : **médiane = 8,5 litres**.

3) 7 voitures consomment moins de 8,5 litres aux 100 km et 7 voitures en consomment plus.

Question 15.

1) Amplitude 0,5 : classes [0,5 ; 1[, [1 ; 1,5[et [1,5 ; 2[.

Classes	[0,5 ; 1[	[1 ; 1,5[	[1,5 ; 2[	Total
Effectifs	5	4	9	18
Centres	0,75	1,25	1,75	

2) La classe de plus grand effectif (9) est **[1,5 ; 2[** : c'est la classe modale.

3) M = (0,75×5 + 1,25×4 + 1,75×9)/18 = 24,5/18 ≈ **1,36**.

Question 16.

1) Centres : 110 ; 130 ; 150 ; 170 ; 190 ; 210. Effectif total : 80.

M = (110×23 + 130×12 + 150×19 + 170×18 + 190×5 + 210×3)/80 = 11 580/80 = 144,75. Le salaire moyen est **144,75 milliers de F, soit 144 750 F**.

2) La classe modale est **[100 ; 120[** (effectif 23).

3) Moins de 160 000 F : 23 + 12 + 19 = 54 salariés, soit 54/80 = 0,675 = **67,5 %**.

Question 17.

L'effectif total 60 correspond à 360°, donc 1 élève ↔ 6° et effectif = angle/6.

Artiste	Meiway	DJ Arafat	Aïcha Koné	Alpha Blondy	Total
Angle	60°	150°	30°	120°	360°
Effectif	10	25	5	20	60
Fréquence (%)	16,7	41,7	8,3	33,3	100

1) Le plus grand effectif est 25 : le **mode est DJ Arafat**.

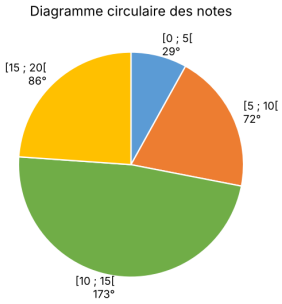
Question 18.

1) Effectif = fréquence × 25 : 0,08×25 = 2 ; 0,20×25 = 5 ; 0,48×25 = 12 ; 0,24×25 = 6 (total 25).

2) Angle = 360° × fréquence : 28,8° ≈ 29° ; 72° ; 172,8° ≈ 173° ; 86,4° ≈ 86° (total 360°).

Classes	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	Total
Effectifs	2	5	12	6	25
Angles	29°	72°	173°	86°	360°

3) On trace un cercle de centre O et un rayon [OA], puis on reporte successivement les angles 29°, 72°, 173° et 86° au rapporteur :

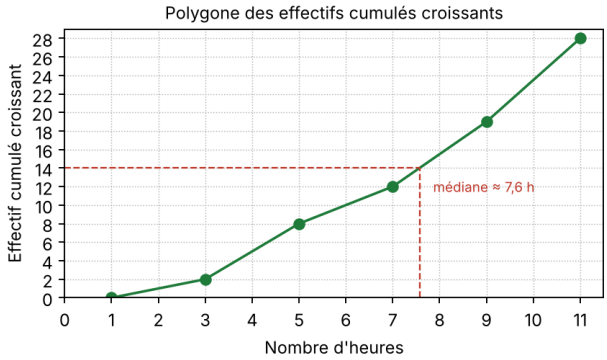


Question 19.

1)

Nombre d'heures	[1 ; 3[	[3 ; 5[	[5 ; 7[	[7 ; 9[	[9 ; 11[
Effectifs	2	6	4	7	9
Effectifs cumulés croissants	2	8	12	19	28

2) On place les points (1 ; 0), (3 ; 2), (5 ; 8), (7 ; 12), (9 ; 19) et (11 ; 28), puis on les relie par des segments :



3) **19 enfants** passent moins de 9 h. Moins de 5 h : 8 enfants, donc au moins 5 h : 28 − 8 = **20 enfants**.

4) N/2 = 14. L'effectif cumulé croissant est 12 avant 7 h et 19 avant 9 h : la **classe médiane est [7 ; 9[**. Par lecture graphique (ou par interpolation linéaire : 7 + 2/3,5), on lit 14 en ordonnée pour une abscisse d'environ **7,6 h**.

Question 20.

1) a)

Note	6	8	10	12	14	15	17
Effectif	1	5	7	8	12	9	8
Effectifs cumulés croissants	1	6	13	21	33	42	50

b) N = 50 donc N/2 = 25. Les 25e et 26e valeurs sont comprises entre les effectifs cumulés croissants 21 et 33 : ce sont toutes deux égales à 14. La **note médiane est 14**.

2)

Note	6	8	10	12	14	15	17
Fréquences cumulées croissantes	1/50	6/50	13/50	21/50	33/50	42/50	1

3) 21/50 des internautes ont une note inférieure ou égale à 12. Donc 50 − 21 = 29 internautes, soit 29/50 = 58 %, ont une note supérieure ou égale à 14. 58 % ≥ 55 % : **l'enquête est jugée satisfaisante**.

QUESTIONNAIRE : ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Classe de Troisième – Mathématiques – Thème : Calculs algébriques – Leçon 12

Nom et prénoms : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Consignes : la partie A comporte 10 QCM (une seule réponse exacte, 1 point chacun). La partie B comporte 10 questions à développement (1 point chacune) : rédige soigneusement ta démarche. Le plan est muni d'un repère orthonormé ; prévois une règle et du papier quadrillé.

PARTIE A – QCM (Questions 1 à 10)

Question 1. Laquelle de ces égalités est une équation du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$?

A. $xy = 2$
B. $2x - 3y = 7$
C. $x^2 + y = 1$
D. $1/x + y = 3$

Question 2. Parmi les couples suivants, lequel est solution de l'équation $3x + 5y = 2$?

A. $(1 ; 0)$
B. $(2 ; 1)$
C. $(0 ; 2)$
D. $(4 ; -2)$

Question 3. Lequel de ces systèmes est un système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$?

A. $x + y + z = 2$ et $x - 2y = 4$
B. $x^2 + y = 0$ et $x + y = -1$
C. $x + 2y = 0$ et $-2x + y = -1$
D. $2/x + y = 5$ et $x + y = 3$

Question 4. La solution du système $x - 3y = 5$ et $3x + 2y = 4$ est :

A. $(2 ; -1)$
B. $(-2 ; 1)$
C. $(-1 ; 2)$
D. $(1 ; -1)$

Question 5. Pour résoudre par combinaison le système $2x + 3y = 4$ et $3x - 2y = -7$, on élimine x. On multiplie la 1re équation par 3 et la 2e équation par :

A. 2
B. -2
C. 3
D. -3

Question 6. Le système $2x - y = 2$ et $4x - 2y = 4$ a pour représentation graphique :

A. deux droites parallèles distinctes : aucune solution
B. deux droites sécantes : une seule solution
C. deux droites confondues : une infinité de solutions
D. deux droites perpendiculaires

Question 7. Quel couple est solution de l'inéquation $x - y + 3 < 0$?

A. $(0 ; 0)$
B. $(2 ; 0)$
C. $(-3 ; 0)$
D. $(1 ; 5)$

Question 8. Lequel de ces points appartient à l'ensemble des solutions de $x + y - 2 > 0$?

- **A.** (2 ; 1)
- **B.** (1 ; 1)
- **C.** (0 ; 0)
- **D.** (0 ; 1)

Question 9. Quel couple est solution du système d'inéquations $x - y + 3 < 0$ et $x + y - 2 > 0$?

- **A.** (0 ; 0)
- **B.** (0 ; 5)
- **C.** (2 ; 0)
- **D.** (−3 ; 1)

Question 10. Un spectacle propose des billets à 1 000 F (adultes) et 500 F (enfants). Il y a eu 205 billets vendus pour une recette de 120 000 F. Le nombre d'adultes est :

- **A.** 170
- **B.** 205
- **C.** 35
- **D.** 120

PARTIE B – Questions à développement (Questions 11 à 20)

Question 11. On considère l'équation (E) : $3x + 2y = 8$.

1) Les couples (2 ; 1), (1 ; 2) et (0 ; 4) sont-ils solutions de (E) ?
2) Détermine y pour $x = -2$, puis x pour $y = -2$, et donne les couples solutions obtenus.

Question 12. Indique, parmi les expressions suivantes, lesquelles sont des équations ou des inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$:
a) $2x - 5 > 3y$ b) $x^2 + y \leq 0$ c) $5 \leq 3x - 2y/3$ d) $x\sqrt{2} + y = 0$ e) $2/x + y = 5$

Question 13. Résous par la méthode de substitution le système : $x - 5y + 1 = 0$ et $3x + y = 5$.

Question 14. Résous par la méthode de combinaison le système : $5x + 2y = 11$ et $3x - 4y = 4$.

Question 15. Résous graphiquement chacun des systèmes suivants (repère orthonormé) :
a) $x + y = 4$ et $x - y = 2$ b) $2x + y = 2$ et $2x + y = -1$ c) $2x - y = 2$ et $4x - 2y = 4$

Question 16. On considère l'inéquation (I) : $2x - y + 5 < 0$.

1) Les couples (0 ; 0), (−3 ; 0) et (−2 ; 2) sont-ils solutions de (I) ?
2) Représente graphiquement l'ensemble des solutions de (I).

Question 17. Résous graphiquement le système d'inéquations : $x - 2y + 3 < 0$ et $5x + 3y \geq 1$. Donne deux couples solutions.

Question 18. Un objet en alliage d'or et de cuivre pèse 1 875 g pour un volume de 143 cm³. 1 cm³ d'or pèse 19,5 g et 1 cm³ de cuivre pèse 9 g. Calcule le volume d'or et le volume de cuivre de cet objet.

Question 19. Une usine emploie 392 agents. Une équipe de 20 hommes et 12 femmes travaille la nuit ; le nombre d'hommes restant à l'usine est alors égal au triple du nombre de femmes restantes. On note x le nombre de femmes et y le nombre d'hommes employés.
1) Traduis chaque information par une équation.
2) Détermine le nombre d'hommes et de femmes.
3) Calcule le pourcentage de femmes (arrondi à l'unité).

Question 20. Un Conseil propose d'équiper une bibliothèque avec des romans à 2 000 F l'un et des livres divers à 3 000 F l'un. Les élèves souhaitent : au moins 50 romans, plus de romans que de livres, et une dépense inférieure ou égale à 300 000 F. On note x le nombre de romans et y le nombre de livres.
1) Traduis ces souhaits par un système d'inéquations.
2) Les achats (100 ; 30) et (60 ; 70) respectent-ils ces souhaits ?
3) Représente graphiquement les possibilités.
4) Le Conseil a acheté 140 ouvrages en dépensant exactement 300 000 F. Détermine le nombre de romans et de livres divers.

CORRIGÉ

PARTIE A – Réponses aux QCM

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Réponse	**B**	**D**	**C**	**A**	**B**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**

Q1. Réponse **B** : $2x - 3y = 7$
Une équation du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ s'écrit $ax + by = c$ avec $(a\ ;\ b) \neq (0\ ;\ 0)$. A contient un produit xy, C un carré x^2, D un quotient $1/x$.

Q2. Réponse **D** : $(4\ ;\ -2)$
$(4\ ;\ -2)$: $3\times4 + 5\times(-2) = 12 - 10 = 2$ ✓. Les autres donnent 3 ; 11 ; 10.

Q3. Réponse **C** : $x + 2y = 0$ et $-2x + y = -1$
A a trois inconnues, B contient x^2, D contient $2/x$. Seul C est formé de deux équations $ax + by = c$.

Q4. Réponse **A** : $(2\ ;\ -1)$
Par substitution : $x = 5 + 3y$, donc $3(5 + 3y) + 2y = 4$, soit $11y = -11$ et $y = -1$. Alors $x = 5 + 3(-1) = 2$. Solution $(2\ ;\ -1)$.

Q5. Réponse **B** : -2
On obtient $6x + 9y = 12$ et $-6x + 4y = 14$: les coefficients de x sont opposés. En additionnant : $13y = 26$, donc $y = 2$ puis $x = -1$.

Q6. Réponse **C** : deux droites confondues : une infinité de solutions
La 2e équation est le double de la 1re : les deux droites sont confondues, donc le système admet une infinité de solutions (les couples de coordonnées des points de la droite).

Q7. Réponse **D** : $(1\ ;\ 5)$
$(1\ ;\ 5)$: $1 - 5 + 3 = -1 < 0$ ✓. $(0\ ;\ 0)$ donne 3, $(2\ ;\ 0)$ donne 5, $(-3\ ;\ 0)$ donne 0 : ce ne sont pas des nombres strictement négatifs.

Q8. Réponse **A** : $(2\ ;\ 1)$
$(2\ ;\ 1)$: $2 + 1 - 2 = 1 > 0$ ✓. $(1\ ;\ 1)$ donne 0 (point de la droite, non solution), $(0\ ;\ 0)$ donne -2 et $(0\ ;\ 1)$ donne -1.

Q9. Réponse **B** : $(0\ ;\ 5)$
$(0\ ;\ 5)$: $0 - 5 + 3 = -2 < 0$ ✓ et $0 + 5 - 2 = 3 > 0$ ✓. Les autres vérifient au plus une des deux inéquations.

Q10. Réponse **C** : 35
Soit x adultes et y enfants : $x + y = 205$ et $1000x + 500y = 120\,000$, soit $2x + y = 240$. Par différence $x = 35$ et $y = 170$ (35 adultes, 170 enfants).

PARTIE B – Corrigé des questions à développement

Question 11.

1) $(2\ ;\ 1)$: $3\times2 + 2\times1 = 8$ ✓ : **solution**. $(1\ ;\ 2)$: $3\times1 + 2\times2 = 7 \neq 8$: **pas solution**. $(0\ ;\ 4)$: $0 + 8 = 8$ ✓ : **solution**.

2) $x = -2$: $-6 + 2y = 8$ donc $2y = 14$ et $y = 7$: couple **$(-2\ ;\ 7)$**.
$y = -2$: $3x - 4 = 8$ donc $3x = 12$ et $x = 4$: couple **$(4\ ;\ -2)$**.

Question 12.

a) **Oui** : inéquation du premier degré ($2x - 3y - 5 > 0$).

b) **Non** : elle contient x^2.

c) **Oui** : $3x - (2/3)y - 5 \geq 0$ est une inéquation du premier degré.

d) **Oui** : équation du premier degré de la forme $ax + by = c$ avec $a = \sqrt{2}$ et $b = 1$.

e) **Non** : elle contient l'expression $2/x$ (l'inconnue est au dénominateur).

Question 13.

1) De la 1re équation : $x = 5y - 1$.

2) On remplace dans la 2e : $3(5y - 1) + y = 5$, soit $15y - 3 + y = 5$, donc $16y = 8$ et $y = 1/2$.

3) $x = 5 \times 1/2 - 1 = 3/2$.

4) Vérification : $3/2 - 5/2 + 1 = 0$ ✓ et $9/2 + 1/2 = 5$ ✓.

Solution : (3/2 ; 1/2).

Question 14.

Élimination de y : on multiplie la 1re équation par 2 : $10x + 4y = 22$; la 2e reste $3x - 4y = 4$. En additionnant : $13x = 26$, donc **x = 2**.

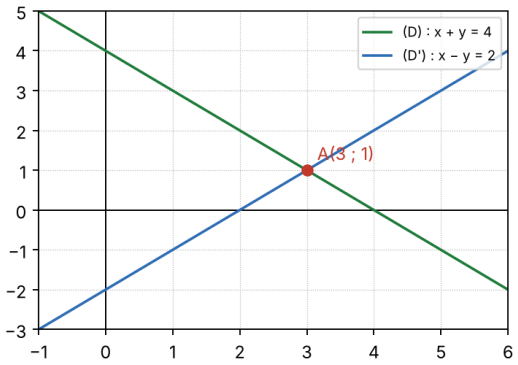
Élimination de x : on multiplie la 1re équation par 3 et la 2e par -5 : $15x + 6y = 33$ et $-15x + 20y = -20$. En additionnant : $26y = 13$, donc **y = 1/2**.

Vérification : $5\times2 + 2\times(1/2) = 11$ ✓ et $3\times2 - 4\times(1/2) = 4$ ✓.

Solution : (2 ; 1/2).

Question 15.

a) (D) : $x + y = 4$ passe par (0 ; 4) et (4 ; 0). (D') : $x - y = 2$ passe par (0 ; −2) et (2 ; 0). Les droites se coupent en A(3 ; 1) : **solution (3 ; 1)** ($3 + 1 = 4$ et $3 - 1 = 2$).



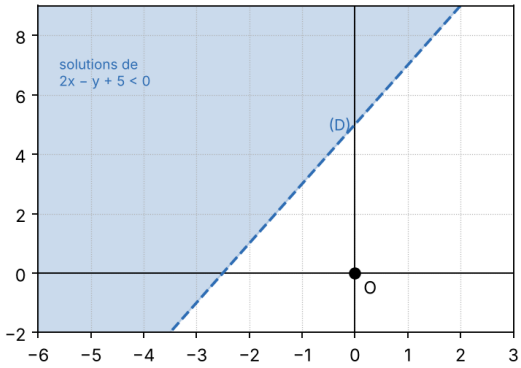
b) (D) : $2x + y = 2$ passe par (0 ; 2) et (1 ; 0). (D') : $2x + y = -1$ passe par (0 ; −1) et (−1 ; 1). Même coefficient directeur (−2) : droites parallèles disjointes, donc **aucune solution**.

c) La 2e équation est le double de la 1re : (D) et (D') sont confondues (points (0 ; −2) et (1 ; 0)). Le système admet **une infinité de solutions** : les couples $(x ; 2x - 2)$.

Question 16.

1) (0 ; 0) : $5 < 0$ est faux : **non**. $(-3 ; 0)$: $-6 + 5 = -1 < 0$: **oui**. $(-2 ; 2)$: $-4 - 2 + 5 = -1 < 0$: **oui**.

2) On trace la droite (D) : $2x - y + 5 = 0$, qui passe par (0 ; 5) et $(-3 ; -1)$ (en pointillés car l'inégalité est stricte). L'origine O n'est pas solution : l'ensemble des solutions est le demi-plan **ne contenant pas O**, bord exclu.

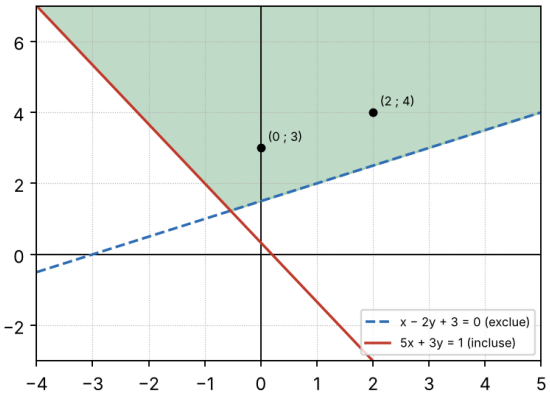


Question 17.

On trace (D1) : $x - 2y + 3 = 0$ (points $(-3 ; 0)$ et $(1 ; 2)$) et (D2) : $5x + 3y = 1$ (points $(1/5 ; 0)$ et $(1 ; -4/3)$).

O(0 ; 0) donne $3 < 0$ (faux) pour la 1re inéquation et $0 \geq 1$ (faux) pour la 2e : on retient, pour chacune, le demi-plan ne contenant pas O. (D1) est exclue, (D2) est incluse.

L'ensemble des solutions est l'intersection des deux demi-plans (zone colorée).



Exemples de couples solutions : **(0 ; 3)** ($0 - 6 + 3 = -3 < 0$ et $9 \geq 1$) et **(2 ; 4)** ($2 - 8 + 3 = -3 < 0$ et $22 \geq 1$).

Question 18.

Inconnues : x = volume d'or (cm^3), y = volume de cuivre (cm^3).

Mise en équations : $x + y = 143$ et $19{,}5x + 9y = 1\,875$.

Résolution : $y = 143 - x$, donc $19{,}5x + 9(143 - x) = 1\,875$, soit $10{,}5x + 1\,287 = 1\,875$, d'où $10{,}5x = 588$ et $x = 56$. Puis $y = 143 - 56 = 87$.

Vérification : $19{,}5 \times 56 + 9 \times 87 = 1\,092 + 783 = 1\,875$ ✓.

Conclusion : 56 cm^3 d'or et 87 cm^3 de cuivre.

Question 19.

1) $x + y = 392$ et $y - 20 = 3(x - 12)$, soit $y = 3x - 16$.

2) On remplace : $x + 3x - 16 = 392$, donc $4x = 408$ et $x = 102$. Alors $y = 3 \times 102 - 16 = 290$.

Vérification : $290 - 20 = 270$ et $3 \times (102 - 12) = 270$ ✓.

L'usine emploie 102 femmes et 290 hommes.

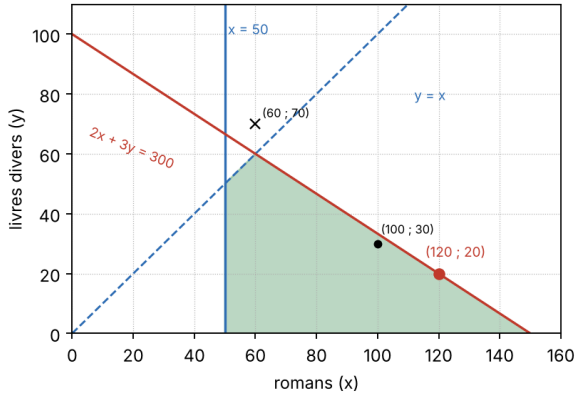
3) $102/392 \approx 0{,}26$, soit environ **26 %** de femmes.

Question 20.

1) $x \geq 50$; $x > y$; $2\,000x + 3\,000y \leq 300\,000$ soit $2x + 3y \leq 300$ (avec $y \geq 0$).

2) (100 ; 30) : $100 \geq 50$ ✓, $100 > 30$ ✓, $200 + 90 = 290 \leq 300$ ✓ : **convient**. (60 ; 70) : $60 > 70$ est faux : **ne convient pas**.

3) Les possibilités sont les points à coordonnées entières de la zone colorée (bords : $x = 50$ et $2x + 3y = 300$ inclus ; $y = x$ exclu).



4) $x + y = 140$ et $2\,000x + 3\,000y = 300\,000$, soit $2x + 3y = 300$. Donc $2x + 3(140 - x) = 300$, soit $420 - x = 300$ et $x = 120$, puis $y = 20$. Les souhaits sont respectés ($120 \geq 50$ et $120 > 20$).

Conclusion : 120 romans et 20 livres divers.

QUESTIONNAIRE : APPLICATIONS AFFINES

Classe de Troisième – Mathématiques – Thème : Fonctions – Leçon 13

Nom et prénoms : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Consignes : la partie A comporte 10 QCM (une seule réponse exacte, 1 point chacun). La partie B comporte 10 questions à développement (1 point chacune) : rédige soigneusement ta démarche. Le plan est muni d'un repère orthonormé ; prévois une règle et du papier quadrillé.

PARTIE A – QCM (Questions 1 à 10)

Question 1. Laquelle de ces correspondances est une application affine ?

A. $x \mapsto 4x^2 - 5$
B. $x \mapsto 16x - 5$
C. $x \mapsto 1/(7x) - 10$
D. $x \mapsto 11\sqrt{x} + 1$

Question 2. Pour l'application $p : x \mapsto -4 + (1/7)x$, le coefficient a et le terme constant b sont :

A. $a = 1/7$ et $b = -4$
B. $a = -4$ et $b = 1/7$
C. $a = 7$ et $b = -4$
D. $a = -1/7$ et $b = 4$

Question 3. L'image de -1 par l'application affine $f : x \mapsto -5x + 7$ est :

A. 2
B. -2
C. 12
D. -12

Question 4. Soit $g : x \mapsto 5x - 7$. Le nombre x tel que $g(x) = 8$ est :

A. -3
B. 15
C. 1/5
D. 3

Question 5. Soit f une application affine telle que $f(2) = -3$ et $f(4) = 1$. L'expression de $f(x)$ est :

A. $2x - 7$
B. $2x + 7$
C. $-2x - 7$
D. $4x - 11$

Question 6. La représentation graphique de $f : x \mapsto 0{,}5x - 3$ est une droite qui passe par le point :

A. $(0 ; 3)$
B. $(4 ; -1)$
C. $(-3 ; 0)$
D. $(0 ; 0)$

Question 7. La droite d'équation $3x + y - 5 = 0$ est la représentation graphique de l'application affine :

A. $f(x) = 3x - 5$
B. $f(x) = 3x + 5$
C. $f(x) = -3x + 5$
D. $f(x) = -3x - 5$

Question 8. L'application affine k : x ↦ −(7 − 0,5x) est :

- **A.** décroissante
- **B.** constante
- **C.** ni croissante ni décroissante
- **D.** croissante

Question 9. Parmi les applications affines suivantes, laquelle est linéaire ?

- **A.** $x \mapsto -7x + 4$
- **B.** $x \mapsto 3x$
- **C.** $x \mapsto 4$
- **D.** $x \mapsto -11x - 10$

Question 10. Soit f une application linéaire telle que f(2) = −6 et f(−3) = 9. Sans déterminer f(x), f(−1) est égal à :

- **A.** 3
- **B.** −3
- **C.** −15
- **D.** 15

PARTIE B – Questions à développement (Questions 11 à 20)

Question 11. Pour chacune des correspondances suivantes, dis si c'est une application affine. Si oui, donne son coefficient et son terme constant :
a) f : x ↦ 16x − 5 b) g : x ↦ 4x² − 5 c) h : x ↦ −4 + x/7 d) i : x ↦ 1/(7x) − 10 e) j : x ↦ x√3 + 1 f) k : x ↦ 2(x − 9)

Question 12. Soit f l'application affine définie par f(x) = (2/3)x − 4.

1) Calcule les images de −3, de −1/2 et de 3/2.
2) Détermine les nombres m et n tels que f(m) = 0 et f(n) = 4.

Question 13. Détermine l'expression de l'application affine :
a) f telle que f(−4) = 6 et f(6) = 1 ; b) g telle que g(3) = 5 et g(7) = 13.

Question 14. Soit h l'application linéaire telle que h(√2) = √6.

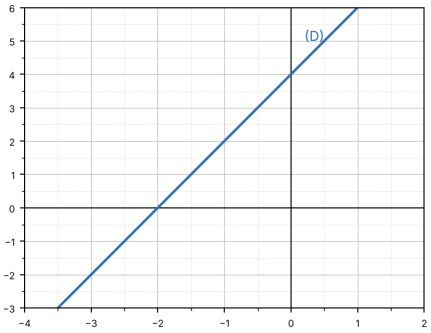
1) Détermine l'expression de h(x).
2) Calcule l'image de 2√3.
3) Détermine le nombre m tel que h(m) = 3.

Question 15. Soit f une application linéaire telle que f(2) = −6 et f(−3) = 9. Sans déterminer l'expression de f, calcule f(−1), f(5), f(4) et f(9).

Question 16. Soit f l'application affine définie par f(x) = 0,5x − 3, et g l'application linéaire telle que g(4) = 2.

1) Détermine l'expression de g(x).
2) Représente graphiquement f et g dans un même repère orthonormé (couleurs différentes).
3) Que remarques-tu pour les deux droites ? Justifie.

Question 17. La droite (D) ci-dessous (repère orthonormé) est la représentation graphique d'une application affine g.



1) Détermine graphiquement les images par g de 0 ; −1 et −1,5.
2) Détermine graphiquement les nombres dont les images sont respectivement 0 ; 1 et −2.
3) Détermine l'expression de g(x).

Question 18. Pour chaque application affine, indique si elle est croissante, décroissante ou constante, et justifie :
f : x ↦ 2x + 5 ; g : x ↦ −5 − 2x ; h : x ↦ 8 ; i : x ↦ −(7 − 0,5x) ; j : x ↦ 10 − (3/4)x ; l : x ↦ −πx.
Puis compare : f(−2) et f(−7) ; g(17/4) et g(√3) ; h(−9) et h(16).

Question 19. Pour imprimer, on achète des cartouches d'encre. En magasin, la cartouche coûte 15 000 F l'unité. Sur internet, elle coûte 10 000 F l'unité, plus un forfait de livraison de 15 000 F quel que soit le nombre de cartouches. Soit x le nombre de cartouches achetées.

1) Exprime en fonction de x le prix m(x) en magasin et le prix i(x) sur internet.
2) Calcule le prix de 6 cartouches dans chaque cas. Quel tarif est le plus avantageux ?
3) Cauphy dispose de 80 000 F. Quel tarif lui permet d'acheter le plus de cartouches ?
4) À partir de combien de cartouches le prix sur internet est-il le plus avantageux ?
5) Représente graphiquement m et i dans un même repère (en milliers de F).

Question 20. Situation d'évaluation. M. Sylla doit faire un voyage Abidjan – Odienné (distance 800 km) puis revenir à Abidjan. La quantité q (en litres) d'essence restant dans la voiture après une distance x (en km) est une application affine de x. Après 100 km, la consommation est d'environ 5 litres. Au départ d'Abidjan, le réservoir de 60 litres est plein. Le voyant lumineux devrait s'allumer lorsqu'il reste 5 litres dans le réservoir.

1) Détermine la quantité d'essence restante après 100 km.
2) Démontre que $q(x) = -(1/20)x + 60$.
3) a) Détermine la distance parcourue après laquelle le voyant devrait s'allumer.
   b) Déduis-en la distance à parcourir d'Odienné au lieu où le voyant devrait s'allumer.

CORRIGÉ

PARTIE A – Réponses aux QCM

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Réponse	**B**	**A**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**	**D**	**B**	**A**

Q1. Réponse **B** : $x \mapsto 16x - 5$
Une application affine s'écrit $x \mapsto ax + b$. A contient x^2, C contient x au dénominateur, D contient $\sqrt{x}$. Seule B ($a = 16$, $b = -5$) convient.

Q2. Réponse **A** : $a = 1/7$ et $b = -4$
On réécrit $p(x) = (1/7)x - 4$: le coefficient (devant x) est $1/7$ et le terme constant est -4.

Q3. Réponse **C** : 12
$f(-1) = -5 \times (-1) + 7 = 5 + 7 = 12$.

Q4. Réponse **D** : 3
On résout $5x - 7 = 8$, donc $5x = 15$ et $x = 3$. Vérification : $g(3) = 15 - 7 = 8$.

Q5. Réponse **A** : $2x - 7$
$2a + b = -3$ et $4a + b = 1$. En soustrayant : $2a = 4$, donc $a = 2$, puis $b = -3 - 4 = -7$. Donc $f(x) = 2x - 7$. ($4x - 11$ vérifie $f(2) = -3$ mais pas $f(4) = 1$.)

Q6. Réponse **B** : (4 ; −1)
$f(4) = 0{,}5 \times 4 - 3 = -1$, donc (4 ; −1) est sur la droite. Les autres : $f(0) = -3 \neq 3$ et $\neq 0$; $f(-3) = -4{,}5 \neq 0$.

Q7. Réponse **C** : $f(x) = -3x + 5$
$3x + y - 5 = 0$ équivaut à $y = -3x + 5$. Donc $f(x) = -3x + 5$.

Q8. Réponse **D** : croissante
$k(x) = -7 + 0{,}5x$: le coefficient est $0{,}5 > 0$, donc k est croissante.

Q9. Réponse **B** : $x \mapsto 3x$
Une application linéaire est de la forme $x \mapsto ax$ (terme constant nul). Seule $x \mapsto 3x$ convient.

Q10. Réponse **A** : 3
$-1 = 2 + (-3)$, donc $f(-1) = f(2) + f(-3) = -6 + 9 = 3$ (propriété de linéarité).

PARTIE B – Corrigé des questions à développement

Question 11.

Correspondance	Application affine ?	Coefficient	Terme constant
$f : x \mapsto 16x - 5$	oui	16	-5
$g : x \mapsto 4x^2 - 5$	non (x^2)	–	–
$h : x \mapsto -4 + x/7$	oui	$1/7$	-4
$i : x \mapsto 1/(7x) - 10$	non (x au dénominateur)	–	–
$j : x \mapsto x\sqrt{3} + 1$	oui	$\sqrt{3}$	1
$k : x \mapsto 2(x - 9) = 2x - 18$	oui	2	-18

Question 12.

1) $f(-3) = (2/3)(-3) - 4 = -2 - 4 = \mathbf{-6}$.
$f(-1/2) = (2/3)(-1/2) - 4 = -1/3 - 4 = \mathbf{-13/3}$.
$f(3/2) = (2/3)(3/2) - 4 = 1 - 4 = \mathbf{-3}$.
2) $f(m) = 0 \Leftrightarrow (2/3)m - 4 = 0 \Leftrightarrow (2/3)m = 4 \Leftrightarrow m = 4 \times 3/2 = \mathbf{6}$.
$f(n) = 4 \Leftrightarrow (2/3)n - 4 = 4 \Leftrightarrow (2/3)n = 8 \Leftrightarrow n = 8 \times 3/2 = \mathbf{12}$.
Vérification : $f(6) = 4 - 4 = 0$ ✓ et $f(12) = 8 - 4 = 4$ ✓.

Question 13.

a) On écrit $f(x) = ax + b$. $f(-4) = 6$ donne $-4a + b = 6$ et $f(6) = 1$ donne $6a + b = 1$.
En soustrayant les deux équations : $10a = -5$, donc $a = -1/2$. Puis $b = 6 + 4a = 6 - 2 = 4$. **$f(x) = -(1/2)x + 4$**.
Vérification : $f(-4) = 2 + 4 = 6$ ✓ et $f(6) = -3 + 4 = 1$ ✓.
b) $3a + b = 5$ et $7a + b = 13$. En soustrayant : $4a = 8$, donc $a = 2$. Puis $b = 5 - 6 = -1$. **$g(x) = 2x - 1$**.
Vérification : $g(3) = 5$ ✓ et $g(7) = 13$ ✓.

Question 14.

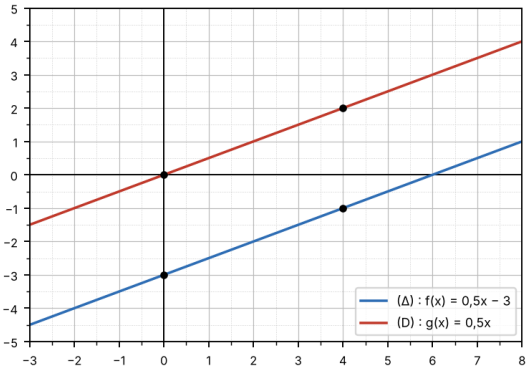
1) h est linéaire : $h(x) = ax$. $h(\sqrt{2}) = \sqrt{6}$ donne $a\sqrt{2} = \sqrt{6}$, donc $a = \sqrt{6}/\sqrt{2} = \sqrt{3}$. **$h(x) = \sqrt{3}\,x$**.
2) $h(2\sqrt{3}) = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 2 \times 3 = \mathbf{6}$.
3) $h(m) = 3 \Leftrightarrow \sqrt{3}\,m = 3 \Leftrightarrow m = 3/\sqrt{3} = \mathbf{\sqrt{3}}$.

Question 15.

f est linéaire : $f(m + n) = f(m) + f(n)$ et $f(km) = k\,f(m)$.
• $-1 = 2 + (-3)$, donc $f(-1) = f(2) + f(-3) = -6 + 9 = \mathbf{3}$.
• $5 = 2 - (-3)$, donc $f(5) = f(2) - f(-3) = -6 - 9 = \mathbf{-15}$.
• $4 = 2 \times 2$, donc $f(4) = 2\,f(2) = 2 \times (-6) = \mathbf{-12}$.
• $9 = -3 \times (-3)$, donc $f(9) = -3\,f(-3) = -3 \times 9 = \mathbf{-27}$.

Question 16.

1) $g(x) = ax$ et $g(4) = 2$ donne $4a = 2$, donc $a = 1/2$. **$g(x) = 0{,}5x$**.
2) Pour f : $f(0) = -3$ et $f(4) = -1$, donc la droite (Δ) passe par $(0 ; -3)$ et $(4 ; -1)$. Pour g : $g(0) = 0$ et $g(4) = 2$, donc la droite (D) passe par $O(0 ; 0)$ et $(4 ; 2)$.

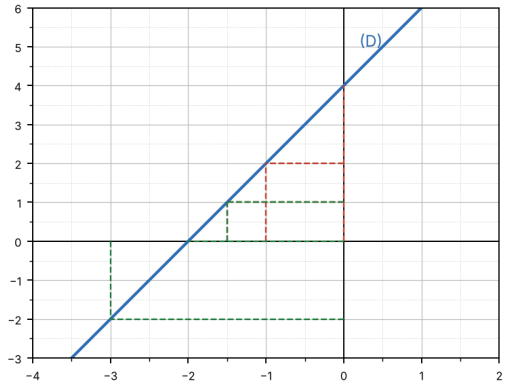


3) Les deux droites sont **parallèles** : elles ont le même coefficient directeur 0,5. (D) passe par l'origine car g est linéaire ; (Δ) coupe l'axe des ordonnées en -3.

Question 17.

1) On lit : **g(0) = 4** ; **g(−1) = 2** ; **g(−1,5) = 1** (traits rouges).

2) On lit : g(m) = 0 pour **m = −2** ; g(m) = 1 pour **m = −1,5** ; g(m) = −2 pour **m = −3** (traits verts).



3) g(x) = ax + b. La droite passe par A(0 ; 4) et B(−2 ; 0) : b = g(0) = 4 et −2a + 4 = 0, donc a = 2. **g(x) = 2x + 4**.

Question 18.

Application	Croissante	Constante	Décroissante	Justification
f : x ↦ 2x + 5	×			a = 2 > 0
g : x ↦ −5 − 2x			×	a = −2 < 0
h : x ↦ 8		×		a = 0
i : x ↦ −(7 − 0,5x) = 0,5x − 7	×			a = 0,5 > 0
j : x ↦ 10 − (3/4)x			×	a = −3/4 < 0
l : x ↦ −πx			×	a = −π < 0

- f est croissante et −2 > −7, donc **f(−2) > f(−7)**.
- g est décroissante et 17/4 = 4,25 > √3 ≈ 1,73, donc **g(17/4) < g(√3)**.
- h est constante, donc **h(−9) = h(16) = 8**.

Question 19.

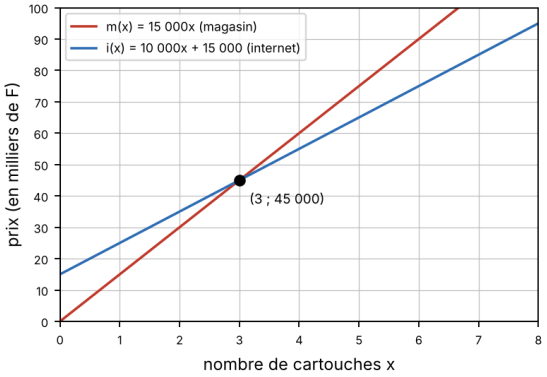
1) **m(x) = 15 000x** (application linéaire) et **i(x) = 10 000x + 15 000** (application affine).

2) m(6) = 90 000 F et i(6) = 60 000 + 15 000 = 75 000 F. Pour 6 cartouches, **internet** est plus avantageux.

3) En magasin : 15 000x ≤ 80 000 donne x ≤ 5,33, soit **5 cartouches**. Sur internet : 10 000x + 15 000 ≤ 80 000 donne x ≤ 6,5, soit **6 cartouches**. Le tarif internet est le plus avantageux.

4) i(x) < m(x) ⇔ 10 000x + 15 000 < 15 000x ⇔ 15 000 < 5 000x ⇔ x > 3. Pour x = 3, les deux prix sont égaux (45 000 F). Internet est plus avantageux **à partir de 4 cartouches**.

5) m passe par (0 ; 0) et (4 ; 60) ; i passe par (0 ; 15) et (4 ; 55). Les droites se coupent en (3 ; 45).



Question 20.

1) $60 - 5 =$ **55 litres**.

2) q est affine : $q(x) = ax + b$. Au départ $q(0) = 60$, donc $b = 60$. D'après 1), $q(100) = 55$, donc $100a + 60 = 55$ et $a = -5/100 = -1/20$. Donc $\mathbf{q(x) = -(1/20)x + 60}$.

3) a) $q(x) = 5 \Leftrightarrow -(1/20)x + 60 = 5 \Leftrightarrow (1/20)x = 55 \Leftrightarrow x = 1\,100$. **Le voyant devrait s'allumer après 1 100 km**.

b) L'aller jusqu'à Odienné fait 800 km et $1\,100 - 800 = 300$. Le voyant devrait s'allumer au retour, **à 300 km d'Odienné**.

QUESTIONNAIRE – LEÇON 14 : PYRAMIDES ET CÔNES

Classe de Troisième – Mathématiques – Géométrie de l’espace

Nom et prénoms : _____ Classe : _____ Note : _____ / 20

Consignes : la partie A comporte 12 QCM (une seule bonne réponse, 0,5 point chacun, soit 6 points). La partie B comporte 8 questions à développement (14 points) : justifie tes calculs et donne les unités. L’unité de longueur est le centimètre sauf indication contraire.

PARTIE A – Questions à choix multiples (QCM) – 6 points

Question 1. Une pyramide a autant de faces latérales que sa base a de…

- ☐ **A.** d’arêtes
- ☐ **B.** de côtés
- ☐ **C.** de diagonales
- ☐ **D.** d’angles droits

Question 2. Les faces latérales d’une pyramide sont des…

- ☐ **A.** carrés
- ☐ **B.** rectangles
- ☐ **C.** trapèzes
- ☐ **D.** triangles

Question 3. La hauteur d’une pyramide est la droite qui…

- ☐ **A.** passe par le sommet et est perpendiculaire au plan de la base
- ☐ **B.** passe par le sommet et par un sommet de la base
- ☐ **C.** est perpendiculaire à une arête de la base
- ☐ **D.** passe par le milieu d’un côté de la base

Question 4. L’apothème d’une pyramide régulière est…

- ☐ **A.** une arête latérale
- ☐ **B.** la hauteur de la pyramide
- ☐ **C.** la hauteur d’une face latérale issue du sommet
- ☐ **D.** le rayon du cercle circonscrit à la base

Question 5. Une pyramide est dite régulière lorsque…

- ☐ **A.** sa base est un polygone quelconque
- ☐ **B.** sa base est un polygone régulier et ses faces latérales sont des triangles isocèles superposables
- ☐ **C.** toutes ses faces sont des carrés
- ☐ **D.** sa hauteur est égale à son apothème

Question 6. Le volume d’une pyramide de base d’aire B et de hauteur h est :

- ☐ **A.** $V = B \times h$
- ☐ **B.** $V = (B \times h) \div 2$
- ☐ **C.** $V = (B \times h) \div 3$
- ☐ **D.** $V = B \times h \times 3$

Question 7. L’aire latérale d’une pyramide régulière, de périmètre de base P et d’apothème a, est :

- ☐ **A.** $(P \times a) \div 2$
- ☐ **B.** $P \times a$
- ☐ **C.** $(P \times a) \div 3$
- ☐ **D.** $P + a$

Question 8. Dans un cône de révolution de rayon r, de hauteur h et de génératrice g, on a :

- ☐ **A.** $g = r + h$
- ☐ **B.** $g^2 = r^2 + h^2$
- ☐ **C.** $h^2 = r^2 + g^2$
- ☐ **D.** $r^2 = g^2 + h^2$

Question 9. L’angle de développement α (en degrés) du patron d’un cône de rayon r et de génératrice g est :

- ☐ **A.** $\alpha = 360° \times g \div r$
- ☐ **B.** $\alpha = 180° \times r \div g$
- ☐ **C.** $\alpha = 360° \times r \div g$
- ☐ **D.** $\alpha = 360° \times r \times g$

Question 10. Une pyramide régulière a pour base un carré de côté 9 cm et pour hauteur 10 cm. Son volume est :

- ☐ **A.** 90 cm^3
- ☐ **B.** 270 cm^3
- ☐ **C.** 810 cm^3
- ☐ **D.** 135 cm^3

Question 11. On réduit une pyramide avec un rapport $k = 2/3$. Les aires sont alors multipliées par :

- ☐ **A.** 2/3
- ☐ **B.** 8/27
- ☐ **C.** 4/9
- ☐ **D.** 4/6

Question 12. La section d’un cône de révolution par un plan parallèle à la base est :

- ☐ **A.** un rectangle
- ☐ **B.** un triangle
- ☐ **C.** une ellipse allongée
- ☐ **D.** un disque

PARTIE B – Questions à développement (QCD) – 14 points

Question 13 (1,0 pt). Définis l'apothème d'une pyramide régulière. Quelle différence fais-tu entre l'apothème et la hauteur de la pyramide ?

Question 14 (2,0 pts). Un cône de révolution a pour rayon de base r = 6 cm et pour hauteur h = 8 cm.
1) Calcule la génératrice g.
2) Calcule son aire latérale (en fonction de π).
3) Calcule son volume (en fonction de π).

Question 15 (2,5 pts). SABCD est une pyramide régulière de sommet S et de base le carré ABCD de côté 10 cm. Son apothème mesure 13 cm.
1) Calcule son aire latérale.
2) Calcule sa hauteur SO (O est le centre de la base).
3) Calcule son volume.

Question 16 (1,5 pts). On veut construire le patron d'un cône de révolution de rayon de base 4 cm et de génératrice 10 cm.
1) Calcule l'angle de développement α.
2) Décris la construction du patron.

Question 17 (2,5 pts). SABCD est une pyramide régulière de base le carré ABCD de côté 6 cm et de hauteur SO = 9 cm. On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base passant par le point O' de [SO] tel que SO' = 6 cm.
1) Calcule le volume V de la pyramide SABCD.
2) Justifie que le coefficient de réduction est k = 2/3.
3) Déduis-en le volume V' de la petite pyramide.
4) Calcule le volume du tronc de pyramide.

Question 18 (2,5 pts). **Situation (boîtes d'emballage).** Deux modèles de boîtes sont proposés : une **pyramide régulière** de sommet D et de base carrée ABOU de centre H, avec DH = 40 cm, AH = 30 cm et DB = 50 cm ; un **cône de révolution** de sommet S, de hauteur SO = 40 cm, de rayon OM = 30 cm et de génératrice SM = 50 cm. Pour chaque boîte, on utilise la surface totale (base comprise). Le mètre carré de matière coûte 5 000 F CFA. Utilise π = 3,14.
1) Calcule l'aire totale du cône.
2) Pour la pyramide, justifie que le côté de la base est $30\sqrt{2}$ cm, puis que l'apothème est $\sqrt{2050}$ cm (≈ 45,3 cm). Calcule l'aire totale.
3) Quel modèle est le moins cher ? Donne le coût de 100 boîtes de ce modèle.

Question 19 (1,0 pt). Un cône de révolution de rayon 6 cm et de hauteur 9 cm est coupé par un plan parallèle à sa base, avec un coefficient de réduction k = 1/3. Calcule le volume du tronc de cône obtenu (en fonction de π).

Question 20 (1,0 pt). Le volume d'une pyramide régulière à base carrée est 2 dm³ et le côté du carré mesure 10 cm. Calcule la hauteur de la pyramide en cm.

CORRIGÉ DU QUESTIONNAIRE

Partie A – QCM : grille de réponses

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Rép.	**B**	**D**	**A**	**C**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**	**B**	**C**	**D**

Justifications

1. Réponse **B** (de côtés). Chaque face latérale s'appuie sur un côté de la base : nombre de faces latérales = nombre de côtés de la base.

2. Réponse **D** (triangles). Les faces latérales sont triangulaires et ont un sommet commun, le sommet principal.

3. Réponse **A** (passe par le sommet et est perpendiculaire au plan de la base). Définition du cours : droite passant par le sommet et perpendiculaire au plan de la base.

4. Réponse **C** (la hauteur d'une face latérale issue du sommet). L'apothème est la hauteur d'une face latérale issue du sommet de la pyramide.

5. Réponse **B** (sa base est un polygone régulier et ses faces latérales sont des triangles isocèles superposables). Base = polygone régulier ET faces latérales = triangles isocèles superposables.

6. Réponse **C** ($V = (B \times h) \div 3$). $V = (B \times h) \div 3$.

7. Réponse **A** ($(P \times a) \div 2$). $A = (P \times a) \div 2$: somme des aires des triangles isocèles superposables.

8. Réponse **B** ($g^2 = r^2 + h^2$). Le triangle formé par la hauteur, le rayon et la génératrice est rectangle ; g est l'hypoténuse : $g^2 = r^2 + h^2$.

9. Réponse **C** ($\alpha = 360° \times r \div g$). $\alpha = 360° \times r \div g$.

10. Réponse **B** (270 cm³). $B = 9 \times 9 = 81$ cm² ; $V = 81 \times 10 \div 3 = 270$ cm³.

11. Réponse **C** (4/9). Les aires sont multipliées par $k^2 = (2/3)^2 = 4/9$.

12. Réponse **D** (un disque). La section est un disque ; le cône obtenu est une réduction du cône initial.

Partie B – Questions à développement

Question 13 (1,0 pt)

Apothème : hauteur d'une face latérale (triangle isocèle) issue du sommet de la pyramide ; il est contenu dans une face latérale.

Hauteur : segment du sommet perpendiculaire au plan de la base, qui tombe au centre de la base d'une pyramide régulière ; il passe à l'intérieur du solide.

L'apothème est toujours plus long que la hauteur (c'est l'hypoténuse d'un triangle rectangle formé avec le demi-côté de la base, dans le cas d'une base carrée).

Question 14 (2,0 pts)

1) $g^2 = r^2 + h^2 = 36 + 64 = 100$, donc **$g = 10$ cm**.

2) $P = 2\pi \times 6 = 12\pi$ cm ; $A = (P \times g) \div 2 = (12\pi \times 10) \div 2 =$ **60π cm²**.

3) $B = \pi \times 6^2 = 36\pi$ cm² ; $V = (B \times h) \div 3 = (36\pi \times 8) \div 3 =$ **96π cm³**.

Question 15 (2,5 pts)

1) $P = 4 \times 10 = 40$ cm ; $A = (40 \times 13) \div 2 =$ **260 cm²**.

2) Soit I le milieu de [AB] : SI = 13 et OI = 10 ÷ 2 = 5. Le triangle SOI est rectangle en O : $SO^2 = SI^2 - OI^2 = 169 - 25 = 144$, donc **SO = 12 cm**.

3) $B = 10 \times 10 = 100$ cm² ; $V = (100 \times 12) \div 3 =$ **400 cm³**.

Question 16 (1,5 pts)

1) $\alpha = 360° \times r \div g = 360° \times 4 \div 10 =$ **144°**.

2) On trace un disque de rayon 4 cm (base) ; puis, à part, un secteur angulaire de rayon 10 cm (la génératrice) et d'angle 144° (surface latérale). La longueur de l'arc du secteur doit être égale au périmètre du disque de base (8π cm).

Question 17 (2,5 pts)

1) $V = (6 \times 6 \times 9) \div 3 =$ **108 cm³**.

2) Le plan est parallèle à la base : la petite pyramide est une réduction de la grande, donc $k = SO' \div SO = 6 \div 9 =$ **2/3**.

3) $V' = k^3 \times V = (2/3)^3 \times 108 = (8/27) \times 108 =$ **32 cm³**.

4) $V_{tronc} = V - V' = 108 - 32 =$ **76 cm³**.

Question 18 (2,5 pts)

1) **Cône :** $A_{lat} = \pi \times r \times g = 3{,}14 \times 30 \times 50 = 4\,710$ cm² ; base : $3{,}14 \times 30^2 = 2\,826$ cm². **Total ≈ 7 536 cm²** (≈ 0,7536 m²).

2) **Pyramide :** AH = 30 est la moitié de la diagonale du carré, donc diagonale = 60 cm et côté $c = 60 \div \sqrt{2} =$ **$30\sqrt{2}$ cm** (≈ 42,4 cm). Le milieu I du côté est à $c \div 2 = 15\sqrt{2}$ cm de B ; l'apothème a vérifie $a^2 = DB^2 - (15\sqrt{2})^2 = 2\,500 - 450 = 2\,050$, donc **$a = \sqrt{2050} \approx 45{,}3$ cm**. $A_{lat} = (4 \times 30\sqrt{2} \times \sqrt{2050}) \div 2 \approx 3\,842$ cm² ; base $= (30\sqrt{2})^2 = 1\,800$ cm². **Total ≈ 5 642 cm²** (≈ 0,5642 m²).

3) Coût du cône : $0{,}7536 \times 5\,000 \approx 3\,768$ F ; coût de la pyramide : $0{,}5642 \times 5\,000 \approx 2\,821$ F. **La pyramide est le modèle le moins cher.** Pour 100 boîtes : $100 \times 2\,821 \approx$ **282 100 F CFA** (contre ≈ 376 800 F pour le cône).

Question 19 (1,0 pt)

Grand cône : $V_G = (\pi \times 6^2 \times 9) \div 3 = 108\pi$ cm³.

Petit cône : $V_P = k^3 \times V_G = (1/27) \times 108\pi = 4\pi$ cm³.

Tronc : $V_T = V_G - V_P = 108\pi - 4\pi =$ **104π cm³**.

Question 20 (1,0 pt)

2 dm³ = 2 000 cm³ ; B = 10 × 10 = 100 cm².

$V = (B \times h) \div 3$ donne $h = 3V \div B = (3 \times 2\,000) \div 100 =$ **60 cm**.

Barème : QCM 12 × 0,5 = 6 points ; QCD 1 + 2 + 2,5 + 1,5 + 2,5 + 2,5 + 1 + 1 = 14 points ; total = 20 points.