

**Leçon 01 : GENERALITES SUR LES FONCTIONS**

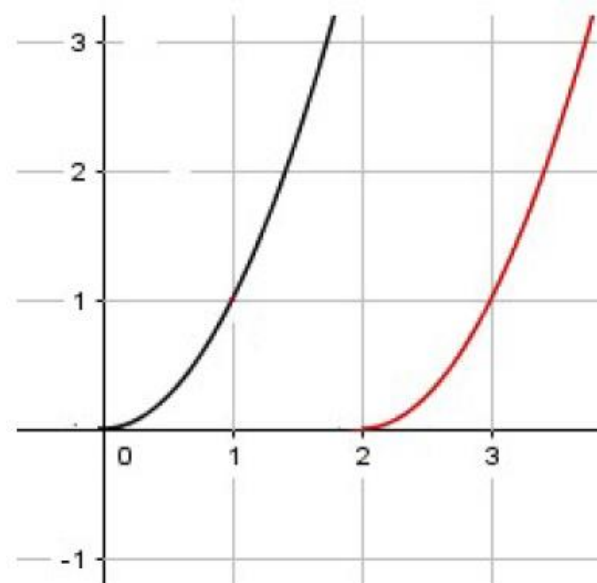
Habiletés	Contenus
Connaitre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- la définition de la restriction d'une fonction sur une partie non vide</li> <li>- la définition d'une application</li> <li>- la définition d'une application injective</li> <li>- la définition d'une application surjective</li> <li>- la définition d'une application bijective et de sa réciproque</li> <li>- la définition d'une fonction supérieure ou inférieure à une autre sur un intervalle donné</li> <li>- la définition de la somme, du produit et du quotient de deux fonctions</li> <li>- la définition de la composée de deux fonctions</li> <li>- les fonctions associées : <math>x \mapsto f(x - a)</math> ; <math>x \mapsto f(x) + b</math> ; <math>x \mapsto f(x - a) + b</math> ; <math>x \mapsto f(-x)</math> ; <math>x \mapsto -f(x)</math> ; <math>x \mapsto -f(-x)</math> ; <math>x \mapsto  f(x) </math></li> <li>- les propriétés relatives à la représentation graphique de fonctions et translation</li> <li>- les propriétés relatives à la représentation graphique de fonctions et symétries</li> <li>- la propriété relative à la représentation graphique d'une fonction bijective et celle de sa réciproque</li> </ul>
Reconnaitre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L'image d'une représentation graphique par une translation ou par une symétrie</li> <li>- La représentation graphique d'une fonction bijective</li> </ul>
Construire	<ul style="list-style-type: none"> <li>- les représentations graphiques des fonctions associées à la fonction <math>f</math> :  <math>x \mapsto f(x - a)</math> ; <math>x \mapsto f(x) + b</math> ; <math>x \mapsto f(x - a) + b</math> ; <math>x \mapsto f(-x)</math> ; <math>x \mapsto -f(x)</math> ; <math>x \mapsto -f(-x)</math> ; <math>x \mapsto \lfloor f(x) \rfloor</math>.</li> <li>- la courbe représentative de la bijection réciproque d'une bijection <math>f</math> dans un repère orthonormé.</li> </ul>

	- La courbe représentative de la bijection réciproque d'une bijection $f$ dans un repère orthonormé, connaissant la courbe représentative de $f$ .
Comparer	- Deux fonctions connaissant leurs représentations graphiques. - Deux fonctions connaissant leurs formules explicites.
Déterminer	- L'ensemble de définition de la somme, du produit, du quotient ou de la composée de deux fonctions - La formule explicite de la somme, du produit, du quotient ou de la composée de deux fonctions.
Interpréter	- Graphiquement l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ sur un intervalle donné .
Résoudre	- L'inéquation $f(x) \leq g(x)$
Traiter une situation	- Faisant appel à des fonctions.

### Situation d'apprentissage

Pendant une expérience en classe, un ordinateur donne différentes trajectoires d'un objet mobile sur un écran. Le professeur affirme qu'il existe une transformation qui permet de passer d'une des courbes à l'autre.

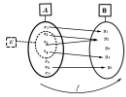
Curieux, les élèves décident d'étudier et de construire l'image d'une courbe par une transformation.

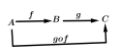


**1-Restriktion d'une fonction**  
**2-Composée de deux fonctions**

Durée :55 min

**Déroulement de la séance**

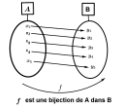
Moment s didactiq ues	Stratégies pédagogiqu es	Activités du professeur	Activités des apprenants(es)	Trace écrite
		<p><b><u>Exercice d'application 1</u></b></p>	<p><b><u>Production attendue</u></b></p>	<p><b>I- ETUDE INTRODUCTIVE</b>  <b>1-Restriktion d'une fonction</b>  <u>Définition</u>            Soit <math>f</math> une fonction de A vers B, E une partie non vide de l'ensemble de définition de <math>f</math>.            On appelle <b>restriction</b> à E de la fonction <math>f</math>, l'application <math>g</math> de E dans B définie par :  <math>g(x) = f(x)</math>.</p> 

		<p>On donne la fonction <math>f</math> de <math>\mathbb{R}</math> vers <math>\mathbb{R}</math> définie par <math>f(x) =  x </math>. Détermine la restriction <math>g</math> de la fonction <math>f</math> à l'intervalle <math>]-\infty; 0]</math></p> <p><b><u>Exercice d'application 2</u></b> On donne les fonctions <math>f</math> et <math>g</math> suivantes :</p> $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{et} \quad g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto x + 1 \quad \quad \quad x \mapsto \frac{1}{x}$ <p>a) Détermine l'ensemble de définition <math>D_{gof}</math> de <math>gof</math>.</p> <p>b) Pour tout élément <math>x</math> de <math>D_{gof}</math> ; détermine <math>(gof)(x)</math>.</p> <p><b><u>EXERCICES DE MAISON</u></b> 1b page 58 et 2e page 67 CIAM 1ere SE</p>	<p>Pour tout élément <math>x</math> de <math>]-\infty; 0]</math>, <math>f(x) = -x</math>, donc <math>g</math> est l'application de <math>]-\infty; 0]</math> vers <math>\mathbb{R}</math> définie par <math>g(x) = -x</math></p> <p><b><u>Production attendue</u></b></p> <p>a) <math>x \in D_{gof} \Leftrightarrow x \in D_f \text{ et } f(x) \in D_g</math>  <math>\Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \text{ et } f(x) \neq 0</math>  <math>\Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \text{ et } x + 1 \neq 0</math>  <math>\Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \text{ et } x \neq -1</math>  Donc <math>D_{gof} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}</math>.</p> <p>b) <math>\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}</math>, <math>gof(x) = g[f(x)] = g(x + 1) = \frac{1}{x+1}</math>.</p>	<p>L'application <math>g</math> est la restriction de la fonction <math>f</math> à l'ensemble E</p> <p><b>2) composée de deux fonctions</b> <b><u>Définition</u></b> Soit A, B, C des parties de l'ensemble des nombres réels. Soit <math>f</math> (resp <math>g</math>) une fonction numérique de A vers B (resp de B vers C). On appelle composée de <math>f</math> suivie de <math>g</math> la fonction <math>x \mapsto g[f(x)]</math>. On la note <math>gof</math> et on lit "g rond f". Son ensemble de définition <math>D_{gof}</math> est tel que : <math>x \in D_{gof} \Leftrightarrow [x \in D_f \text{ et } f(x) \in D_g]</math>.</p> 
--	--	--	---	---

### 3- Applications bijectives

Durée :55 min

#### Déroulement de la séance

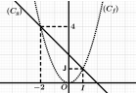
Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités du professeur	Activités des apprenants(es)	Trace écrite
		<p><b>Activité 1</b> On donne l'application <math>f</math> suivante ; <math>f: \{1; 2; 3\} \rightarrow \{5; 6; 7\}</math> <math>x \mapsto x + 4</math> En posant <math>A = \{1; 2; 3\}</math> et <math>B = \{5; 6; 7\}</math></p> <p>Justifie que tout élément de <math>B</math> a un unique antécédent par <math>f</math>.</p> <p><i>On dit que l'application <math>f</math> est une bijection de <math>A</math> dans <math>B</math>.</i></p> <p><b>Activité 2</b> On considère la bijection définie à l'activité 1 par <math>f(x) = x + 4</math>. Soit <math>y</math> un élément de <math>B</math> et <math>x</math> un élément de <math>A</math> tel que <math>f(x) = y</math>.</p> <p>Exprime <math>x</math> en fonction de <math>y</math>.</p> <p><i>On dit que l'application <math>g</math> définie par</i></p>	<p><b>Production attendue</b> <math>x + 4 = 5 \Leftrightarrow x = 1</math>, donc l'unique antécédent de 5 par <math>f</math> est 1.</p> <p><math>x + 4 = 6 \Leftrightarrow x = 2</math>, donc l'unique antécédent de 6 par <math>f</math> est 2.</p> <p><math>x + 4 = 7 \Leftrightarrow x = 3</math>, donc l'unique antécédent de 7 par <math>f</math> est 3.</p> <p>On en déduit que tout élément de <math>B</math> a un unique antécédent par l'application <math>f</math>.</p> <p><b>Production attendue</b> <math>x + 4 = y \Leftrightarrow x = y - 4</math>.</p>	<p><b>3) Applications bijectives</b> a- Bijection</p> <p><u>Définition</u> On appelle <b>bijection</b> d'un ensemble <math>A</math> dans un ensemble <math>B</math> toute <b>application</b> de <math>A</math> dans <math>B</math> telle que chaque élément de <math>B</math> soit l'image par <math>f</math> d'un élément de <math>A</math> et <b>un seul</b>.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>b- Bijection réciproque</p>

		<p><math>g: \{5; 6; 7\} \rightarrow \{1; 2; 3\}</math>  <math>x \mapsto x - 4</math> est la bijection réciproque de la bijection <math>f</math>. On la note <math>f^{-1}</math>.</p> <p><b><u>Exercice d'application 3</u></b>  On donne la bijection <math>h: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+</math>  <math>x \mapsto x^2</math>.</p> <p>Détermine <math>h^{-1}</math>, la bijection réciproque de <math>h</math>.</p> <p><b><u>EXERCICES DE MAISON</u></b>  3a page 69 et 3d page 72 CIAM 1ere SE</p>	<p><b><u>Production attendue</u></b>  Soit <math>x</math> un élément de <math>\mathbb{R}^+</math> et <math>y</math> un élément de <math>\mathbb{R}^+</math> tels que <math>f(x) = y</math>.</p> $f(x) = y \Leftrightarrow x^2 = y$ $\Leftrightarrow x = \sqrt{y}.$ <p>La bijection réciproque de <math>h</math> est donc :  <math>h^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+</math>  <math>x \mapsto \sqrt{x}</math></p>	<p><b><u>Définition</u></b>  Soit <math>f</math> une bijection d'un ensemble A dans un ensemble B. On appelle bijection réciproque de <math>f</math>, l'application de B vers A notée <math>f^{-1}</math> qui à tout élément de B associe son unique antécédent par <math>f</math>.</p>

**4- Comparaison de deux fonctions**  
**II- OPERATIONS SUR LES FONCTIONS**

Durée :55 min

**Déroulement de la séance**

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités du professeur	Activités des apprenants(es)	Trace écrite																																																												
(15 min)		<p><b>Activité 3</b>            On donne les représentations graphiques respectives <math>(C_f)</math> et <math>(C_g)</math> de deux fonctions <math>f</math> et <math>g</math> dans le repère <math>(O, I, J)</math> ci-dessous.</p>  <p>Complète le tableau suivant :</p> <table border="1" data-bbox="369 1324 504 1396"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>-2</th> <th>-1</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Image</td> <td><math>f(x)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Préimage</td> <td><math>f^{-1}(y)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Image</td> <td><math>g(x)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Préimage</td> <td><math>g^{-1}(y)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	x	-2	-1	0	1	2	Image	$f(x)$					Préimage	$f^{-1}(y)$					Image	$g(x)$					Préimage	$g^{-1}(y)$					<p><b>Production attendue</b></p> <table border="1" data-bbox="1019 750 1131 813"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>-2</th> <th>-1</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Image</td> <td><math>f(x)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Préimage</td> <td><math>f^{-1}(y)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Image</td> <td><math>g(x)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Préimage</td> <td><math>g^{-1}(y)</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	x	-2	-1	0	1	2	Image	$f(x)$					Préimage	$f^{-1}(y)$					Image	$g(x)$					Préimage	$g^{-1}(y)$					<p><b>4) Comparaison de deux fonctions</b></p> <p align="right"><u>Définition</u></p>
x	-2	-1	0	1	2																																																											
Image	$f(x)$																																																															
Préimage	$f^{-1}(y)$																																																															
Image	$g(x)$																																																															
Préimage	$g^{-1}(y)$																																																															
x	-2	-1	0	1	2																																																											
Image	$f(x)$																																																															
Préimage	$f^{-1}(y)$																																																															
Image	$g(x)$																																																															
Préimage	$g^{-1}(y)$																																																															

On dit que :

- $f$  est strictement supérieure à  $g$  sur  $]-\infty; -2[ \cup ]1; +\infty[$  et on note  $f > g$  sur  $]-\infty; -2[ \cup ]1; +\infty[$ .
- $f$  est strictement inférieure à  $g$  sur  $]-2; 1[$  et on note  $f < g$  sur  $]-2; 1[$ .

**Exercice d'application 4**

On donne les fonctions  $f$  et  $g$  de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définies par  $f(x) = x$  et  $g(x) = x^2$ . Compare  $f$  et  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Production attendue**

$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) - g(x) = x(1 - x)$ .  
Tableau de signe de  $f(x) - g(x)$  sur  $\mathbb{R}$

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$
$x$	$-$	$0$	$+$	$+$
$1-x$	$+$	$+$	$0$	$-$
$f(x) - g(x)$	$-$	$0$	$0$	$-$

On en déduit que :  
 $f < g$  sur  $]-\infty; 0] \cup ]1; +\infty[$ , et  
 $f \geq g$  sur  $[0; 1]$ .

$f$  et  $g$  sont deux fonctions de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définies sur un ensemble  $E$ .

- On dit que :  
sur  $E$ ,  $f$  est supérieure ou égale à  $g$  lorsque, pour tout  $x$  élément de  $E$ ,  $f(x) \geq g(x)$ .  
On note : sur  $E$ ,  $f \geq g$ .
- On dit que :  
sur  $E$ ,  $f$  est strictement supérieure à  $g$  lorsque, pour tout  $x$  élément de  $E$ ,  $f(x) > g(x)$ .  
On note : sur  $E$ ,  $f > g$ .
- On dit que :  
sur  $E$ ,  $f$  est inférieur ou égale à  $g$  lorsque, pour tout  $x$  élément de  $E$ ,  $f(x) \leq g(x)$ .  
On note : sur  $E$ ,  $f \leq g$ .
- On dit que :  
sur  $E$ ,  $f$  est strictement inférieur à  $g$  lorsque, pour tout  $x$  élément de  $E$ ,  $f(x) < g(x)$ .  
On note : sur  $E$ ,  $f < g$ .

**REMARQUE :**

$f$  et  $g$  étant deux fonctions définies sur un ensemble  $A$ , comparer  $f$  et  $g$  sur  $A$  c'est déterminer les intervalles contenus dans  $A$  sur lesquels  $f \leq g$  et ceux sur lesquels  $f \geq g$ .  
Cela revient à étudier, sur l'ensemble  $A$  le signe de :  $f(x) - g(x)$ .

## II- OPERATIONS SUR LES FONCTIONS

On donne deux fonctions numériques  $f$  et  $g$  d'ensemble de définitions respectives  $D_f$  et  $D_g$ .

Le tableau ci-dessous donne la présentation de la *somme*, du *produit* et du *quotient* des fonctions  $f$  et  $g$

Opération	Ecriture	Notation	Ensemble de définition
<b>Somme</b>	$x \mapsto f(x) + g(x)$	$f + g$	$D_{f+g} = D_f \cap D_g$
<b>Produit</b>	$x \mapsto f(x) \times g(x)$	$fg$	$D_{fg} = D_f \cap D_g$
<b>Quotient</b>	$x \mapsto \frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f}{g}$	$x \in D_{f/g} \Leftrightarrow [x \in D_f; x \in D_g \text{ et } g(x) \neq 0]$

### EXERCICES DE MAISON

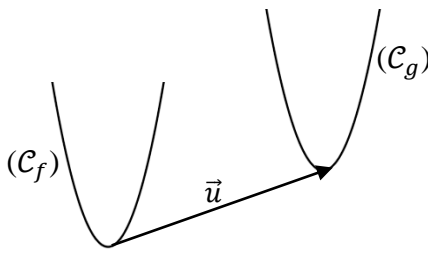
1e page 59 et 2a page 65 CIAM 1ere SE

1- Représentation graphique de la fonction  $x \mapsto f(x - a) + b$

Durée :55 min

Déroulement de la séance

Moments didactiques	Stratégies pédagogiques	Activités du professeur	Activités des apprenants(es)	Trace écrite
		<p>Rappel :</p> <p>Le plan est muni d'un repère (O, I, J).            Soit <math>\vec{u} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}</math> un vecteur du plan et <math>t_{\vec{u}}</math> la translation de vecteur <math>\vec{u}</math>.  <math>M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}</math> et <math>M' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}</math> des points du plan.</p> <div style="border: 1px solid black; background-color: yellow; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">M' = t_{\vec{u}}(M) \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + \alpha \\ y' = y + \beta \end{cases}</math> </div> <p><b>Activité 4</b></p> <p>Le plan est muni d'un repère (O, I, J) et <math>\vec{u} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}</math> est un vecteur du plan.            Soit <math>f</math> une fonction de représentation graphique (<math>\mathcal{C}</math>) ; et (<math>\mathcal{C}'</math>) l'image de (<math>\mathcal{C}</math>) par la translation de vecteur <math>\vec{u}</math>.</p> <p>On veut déterminer la fonction <math>g</math> qui a pour représentation graphique (<math>\mathcal{C}'</math>).</p> <p>Soit <math>M' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}</math> un point de (<math>\mathcal{C}'</math>) et <math>M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}</math> un point de (<math>\mathcal{C}</math>) tel que <math>M' = t_{\vec{u}}(M)</math>.</p>	<p><b>Production attendue</b></p> $M' = t_{\vec{u}}(M) \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + \alpha \\ y' = y + \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - \alpha \\ y' = f(x) + \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - \alpha \\ y' = f(x' - \alpha) + \beta \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - \alpha \\ g(x') = f(x' - \alpha) + \beta \end{cases}$	

<p><b>Application</b> (10 min)</p>	<p>En posant <math>y' = f(x')</math> et <math>y = f(x)</math>, puis en utilisant le résultat du rappel ci-dessus ; justifie que <math>g(x') = f(x' - \alpha) + \beta</math>.</p> <p><b>Exercice d'application 5</b> On muni le plan d'un repère (O, I, J). On donne la fonction <math>f : x \mapsto \sqrt{x}</math> et <math>(C_f)</math> sa représentation graphique sur <math>[0; +\infty[</math>.</p> <p>Déduis de <math>(C_f)</math> la représentation graphique <math>(C_g)</math> de la fonction <math>g</math> dans chacun des cas suivants :</p> <p>a) <math>g : x \mapsto \sqrt{x - 2} + 3</math>  b) <math>g : x \mapsto \sqrt{x + 5} + 2</math>  c) <math>g : x \mapsto \sqrt{x - 7}</math>  d) <math>g : x \mapsto \sqrt{x} - 4</math></p>	<p><b>Production attendue</b></p> <p>a) <math>\forall x \in D_g</math> , <math>g(x) = f(x - 2) + 3</math>. Donc <math>(C_g)</math> se déduit de <math>(C_f)</math> par la translation de vecteur <math>2\vec{OI} + 3\vec{OJ}</math>.  b) <math>\forall x \in D_g</math> , <math>g(x) = f(x + 5) + 2</math>. Donc <math>(C_g)</math> se déduit de <math>(C_f)</math> par la translation de vecteur <math>-5\vec{OI} + 2\vec{OJ}</math>.  c) <math>\forall x \in D_g</math> , <math>g(x) = f(x - 7)</math>. Donc <math>(C_g)</math> se déduit de <math>(C_f)</math> par la translation de vecteur <math>7\vec{OI}</math>.  d) <math>\forall x \in D_g</math> , <math>g(x) = f(x) - 4</math>. Donc <math>(C_g)</math> se déduit de <math>(C_f)</math> par la translation de vecteur <math>-4\vec{OJ}</math>.</p>	<p><b>Propriété</b> Le plan est muni d'un repère (O, I, J). Soit <math>f</math> une fonction de représentation graphique <math>(C_f)</math>. La représentation graphique de la fonction <math>x \mapsto f(x - \alpha) + \beta</math> est l'image de <math>(C_f)</math> par la translation de vecteur <math>\alpha\vec{OI} + \beta\vec{OJ}</math>.</p> <p><b>Remarque</b> : dans la propriété précédente,  - En posant <math>\alpha = 0</math>,  La représentation graphique de la fonction <math>x \mapsto f(x) + \beta</math> est l'image de <math>(C_f)</math> par la translation de vecteur <math>\beta\vec{OJ}</math>.  - En posant <math>\beta = 0</math>,  La représentation graphique de la fonction <math>x \mapsto f(x - \alpha)</math> est l'image de <math>(C_f)</math> par la translation de vecteur <math>\alpha\vec{OI}</math>.</p>  <p>The diagram shows two identical parabolas, <math>(C_f)</math> on the left and <math>(C_g)</math> on the right. A vector <math>\vec{u}</math> is drawn from the vertex of <math>(C_f)</math> to the vertex of <math>(C_g)</math>, representing the translation vector.</p>
	<p><b>EXERCICES DE MAISON</b> 2c page 13 CIAM 1ere SE</p>		

Séance : 5/6 : **III- REPRESENTATIONS GRAPHIQUES DE FONCTIONS**

- 2- Représentations graphiques des fonctions  $x \mapsto -f(x)$  et  $x \mapsto f(-x)$
- 3- Représentation graphique de la fonction  $x \mapsto |f(x)|$

Durée :55 min

**Déroulement de la séance**

<b>Moments didactiques</b>	<b>Stratégies pédagogiques</b>	<b>Activités du professeur</b>	<b>Activités des apprenants(es)</b>	<b>Trace écrite</b>

### Activité 5

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J)

Soit  $f$  une fonction de représentation graphique ( $\mathcal{C}$ ).

1) Soit ( $\mathcal{C}'$ ) l'image de ( $\mathcal{C}$ ) par la symétrie orthogonale d'axe (OI).

On veut déterminer la fonction  $g$  qui a pour représentation graphique ( $\mathcal{C}'$ ).

Soit  $M' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  un point de ( $\mathcal{C}'$ ) et  $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  un point de ( $\mathcal{C}$ ) tel que  $M' = S_{(OI)}(M)$ .

- a) Ecris  $x'$  et  $y'$  en fonction de  $x$  et  $y$ .  
b) Déduis-en l'écriture de  $g(x')$  en fonction de  $f(x)$ .

2) Soit ( $\mathcal{C}''$ ) l'image de ( $\mathcal{C}$ ) par la symétrie orthogonale d'axe (OJ).

On veut déterminer la fonction  $h$  qui a pour représentation graphique ( $\mathcal{C}''$ ).

Soit  $M'' \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix}$  un point de ( $\mathcal{C}''$ ) et  $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  un point de ( $\mathcal{C}$ ) tel que  $M'' = S_{(OJ)}(M)$ .

- a) Ecris  $x''$  et  $y''$  en fonction de  $x$  et  $y$ .  
b) Déduis-en l'écriture de  $g(x'')$  en fonction de  $f(x)$ .

### Exercice d'application 6

### Production attendue

1)

$$a) \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ g(x') = -f(x) \end{cases}$$

On en déduit que  $g(x') = -f(x')$ .

2)

$$a) \begin{cases} x'' = -x \\ y'' = y \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x'' = -x \\ y'' = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -x'' \\ g(x'') = f(x) \end{cases}$$

On en déduit que  $g(x'') = f(-x'')$ .

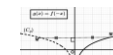
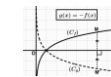
### **2Représentations graphiques des fonctions $x \mapsto -f(x)$ et $x \mapsto f(-x)$**

#### Propriété

Le plan est muni d'un **repère orthogonal** (O, I, J).

- La représentation graphique de la fonction  $x \mapsto -f(x)$  est le **symétrique de ( $\mathcal{C}_f$ )** par rapport à (**OI**).

- La représentation graphique de la fonction  $x \mapsto f(-x)$  est le **symétrique de ( $\mathcal{C}_f$ )** par rapport à (**OJ**).



On muni le plan d'un repère orthogonal (O, I, J). On donne la fonction  $f: x \mapsto \sin(3x + 7)$  et  $(C_f)$  sa représentation graphique sur  $[0; +\infty[$ .

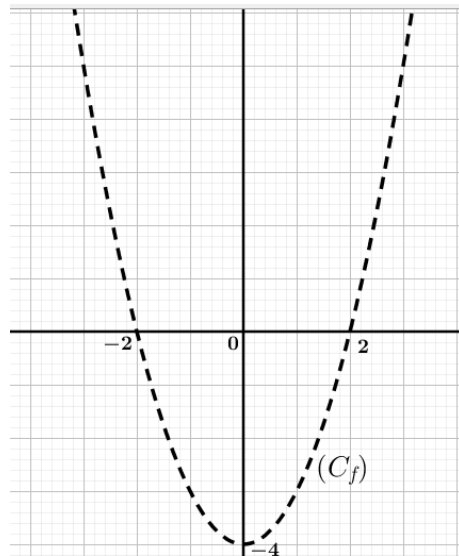
Déduis de  $(C_f)$  la représentation graphique  $(C_g)$  de la fonction  $g$  dans chacun des cas suivants :

- a)  $g: x \mapsto \sin(-3x + 7)$
- b)  $g: x \mapsto -\sin(3x + 7)$

**Activité 6**

Le plan est muni d'un repère orthogonal. On donne ci-dessous la représentation graphique  $(C_f)$  d'une fonction  $f: x \mapsto f(x)$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

On veut représenter dans le même repère la fonction  $g: x \mapsto |f(x)|$ . On note  $(C_g)$  cette représentation graphique.



**Production attendue**

a)  $\forall x \in D_g, g(x) = f(-x)$ . Donc  $(C_g)$  se déduit de  $(C_f)$  par la symétrie orthogonale d'axe (OJ).

b) a)  $\forall x \in D_g, g(x) = -f(x)$ . Donc  $(C_g)$  se déduit de  $(C_f)$  par la symétrie orthogonale d'axe (OI).

**Production attendue**

a)

$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

b)  $\forall x \in ]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[$ ,  
 $f(x) \geq 0$  donc  $|f(x)| = f(x)$ , par conséquent  $g(x) = f(x)$ .  
 On en déduit que  $(C_f)$  et  $(C_g)$  sont confondues sur  $]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[$ .

c)  $\forall x \in ]-2; 2[$ ,  
 $f(x) \leq 0$  donc  $|f(x)| = -f(x)$ , par conséquent  $g(x) = -f(x)$ .  
 On en déduit que  $(C_g)$  est la symétrique de  $(C_f)$  par la symétrie orthogonale d'axe (OI) sur  $]-2; 2[$ .

**3- Représentation graphique de la fonction  $x \mapsto |f(x)|$**

On sait que  $M(\alpha; f(\alpha)) \in (C_f) \Leftrightarrow$  d)  
 $N(\alpha; |f(\alpha)|) \in (C_g)$ .

a) dresse le tableau de signe de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

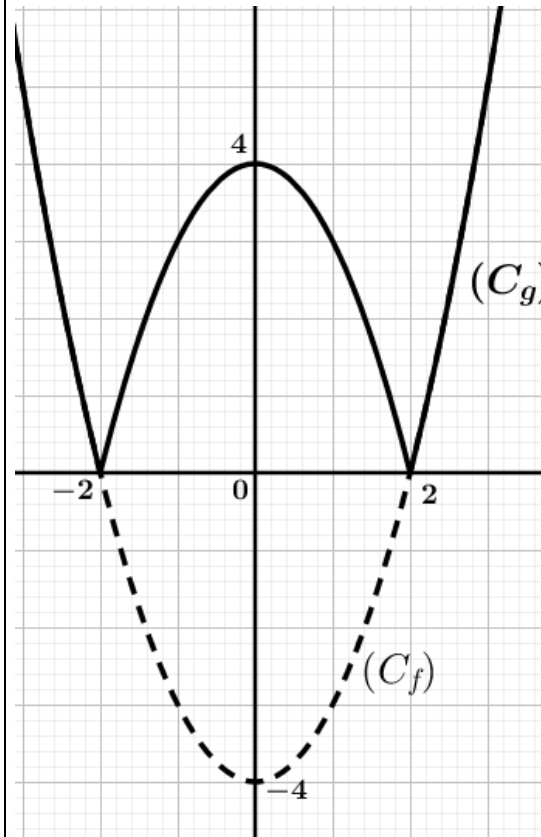
b) Montre que  $(C_f)$  et  $(C_g)$  sont confondues sur  $]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[$ .

c) Montre que  $(C_g)$  est le symétrique de  $(C_f)$  par la symétrie orthogonale d'axe (OI) sur  $]-2; 2[$ .

d) Construis  $(C_g)$ .

EXERCICES DE MAISON

2f et 2g page 15



--	--	--	--	--

Séance :6/6 : **III- REPRESENTATIONS GRAPHIQUES DE FONCTIONS**

**4- Représentation graphique de la bijection d'une fonction**

Durée :55 min

**Déroulement de la séance**

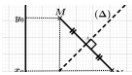
<b>Moments didactiques</b>	<b>Stratégies pédagogiques</b>	<b>Activités du professeur</b>	<b>Activités des apprenants(es)</b>	<b>Trace écrite</b>

### Activité 7

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

$f$  et  $g$  sont deux bijections réciproques,  $(C_f)$  et  $(C_g)$  sont leurs représentations graphiques respectives.

$(\Delta)$  est la droite d'équation :  $y = x$ .



On veut montrer que  $(C_f)$  et  $(C_g)$  sont symétriques par rapport à  $(\Delta)$ .

Soit  $x_0$  et  $y_0$  des nombres quelconques tels que  $M(x_0; y_0)$  est un point de  $(C_f)$ .

Nous savons que :

$$M(x_0; y_0) \in (C_f) \Leftrightarrow N(y_0; x_0) \in (C_g)$$

a) Justifie que le milieu  $A$  du segment  $[MN]$  appartient à la droite  $(\Delta)$ .

b) On donne  $\alpha = \frac{x_0+y_0}{2}$  et  $\beta = y_0 - x_0$

Justifie que les vecteurs  $\overrightarrow{OA}$  et  $\overrightarrow{MN}$  ont pour coordonnées respectives  $\overrightarrow{OA} \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix}$ ;  $\overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} \beta \\ -\beta \end{pmatrix}$  dans la base  $(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ ; puis déduis-en que les droites  $(MN)$  et  $(OA)$  sont perpendiculaires.

### Production attendue

a) Déterminons les coordonnées du point  $A$ .

$$A\left(\frac{x_0+y_0}{2}; \frac{y_0+x_0}{2}\right) \text{ donc } A\left(\frac{x_0+y_0}{2}; \frac{x_0+y_0}{2}\right).$$

On a bien  $x_A = y_A$  donc  $A \in (\Delta)$

b)  $\overrightarrow{OA} \begin{pmatrix} \frac{x_0+y_0}{2} \\ \frac{x_0+y_0}{2} \end{pmatrix}$  donc  $\overrightarrow{OA}(\alpha; \alpha)$

$$\overrightarrow{MN}(y_0 - x_0; x_0 - y_0) \text{ donc } \overrightarrow{MN}(\beta; -\beta).$$

On a  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{MN} = \alpha\beta - \alpha\beta = 0$  donc  $\overrightarrow{OA}$  et  $\overrightarrow{MN}$  sont orthogonaux, par conséquent les droites  $(OA)$  et  $(MN)$  sont perpendiculaires.

Des questions a) et b), on déduit que les points  $M$  et  $N$  sont symétriques par rapport à  $(\Delta)$ .

Tout point  $M$  de  $(C_f)$  a son symétrique  $N$  par rapport à  $(\Delta)$  sur  $(C_g)$  et réciproquement, donc  $(C_f)$  et  $(C_g)$  sont symétriques par rapport à  $(\Delta)$ .

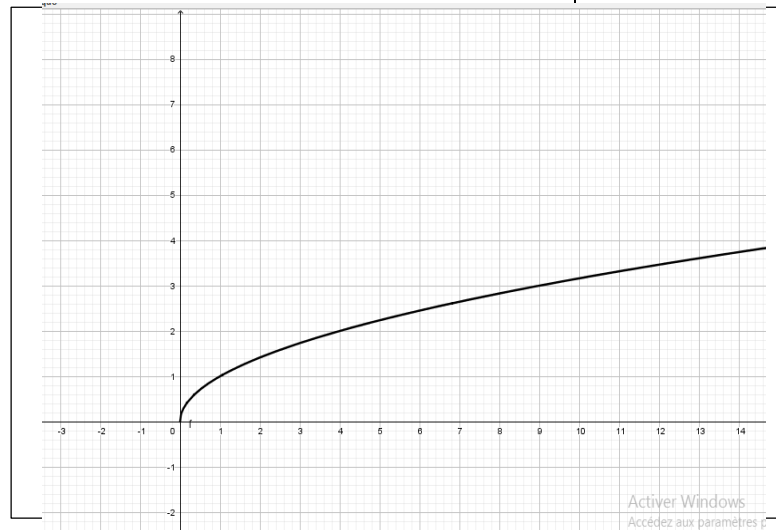
c) Déduis de ce qui précède que les points  $M$  et  $N$  sont symétriques par rapport à la droite  $(\Delta)$ .

Tire la conclusion.

### Exercice d'application 7

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On donne ci-dessous la représentation graphique  $(C_f)$  d'une bijection  $f$ .

Construis  $(C_{f^{-1}})$ , la représentation graphique de la bijection réciproque de  $f$  dans le même repère.



### Production attendue

### Propriété

Dans le plan muni d'un **repère orthonormé**, les représentations graphiques de deux **bijections réciproques** sont **symétriques** par rapport à la droite d'équation  $y = x$ .

