FOMESOUTRA

ÇA SOUTRA !!!

COURS DE MATHS

TROISIEME

3ème

1ière édition

BY TEHUA

2025

MATHÉMATIQUES__PROGRESSION 3e__2024-2025

Volume horaire annuel : 120 heures *(4 heures par semaine)*

Trimestre	*Mois*	*Sem*	*Leçons*	*Vol. hor.*	*Taux d'exécution*
1er Trimestre	*Septembre*	*1*	1. Calcul littéral	*7 h*	3,57 % (4/112)
		2			6,25 % (7/112)
			Régulation	*1 h*	7,14 % (8/112)
		3	2. Propriétés de Thalès dans un triangle	*7 h*	10,71 % (12/112)
	Octobre	*4*			13,39 % (15/112)
			Régulation	*1 h*	14,28 % (16/112)
		5	3. Racines carrées	*7 h*	17,85 % (20/112)
		6			20,53 % (23/112)
			Régulation	*1 h*	21,42 % (24/112)
		7	4. Triangle rectangle	*11 h*	25 % (28/112)
Devoir de niveau	*Novembre*	*8*			28,57 % (32/112)
		9			31,25 % (35/112)
			Régulation	*1 h*	32,14 % (36/112)
		10	5. Calcul numérique	*9 h*	35,71 % (40/112)
		11			39,28 % (44/112)
2e Trimestre	*Décembre*	*12*			40,17 % (45/112)
			Régulation	*1 h*	41,07 % (46/112)
		13	6. Angles inscrits	*5 h*	42,85 % (48/112)
					45,53 % (51/112)
			Régulation	*1 h*	46,42 % (52/112)
		14	7. Vecteurs	*7 h*	50 % (56/112)
	Janvier	*15*			52,67 % (59/112)
			Régulation	*1 h*	53,57 % (60/112)
		16	8. Équations et inéquations dans $\mathbb{R}$	*5 h*	57,14 % (64/112)
		17			58,03 % (65/112)
			Régulation	*1 h*	58,92 % (66/112)
			9. Coordonnées de vecteurs	*7 h*	60,71 % (68/112)
		18			64,28 % (72/112)
Devoir de niveau	*Février*	*19*			65,17 % (73/112)
			Régulation	*1 h*	66,07 % (74/112)
			10. Équations de droites	*7 h*	67,85 % (76/112)
		20			71,42 % (80/112)
		21			72,32 % (81/112)
			Régulation	*1 h*	73,21 % (82/112)
			11. Statistique	*7 h*	75 % (84/112)
3e Trimestre	*Mars*	*22*			78,57 % (88/112)
		23			79,46 % (89/112)
			Régulation	*1 h*	80,35 % (90/112)
			12. Équations et inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	*7 h*	82,14 % (92/112)
		24			85,71 % (96/112)
		25	***Régulation***	*1 h*	87,50 % (98/112)
			13. Applications affines	*5 h*	89,28 % (100/112)
Devoir de niveau	*Avril*	*26*			91,96 % (103/112)
			Régulation	*1 h*	92,85 % (104/112)
		27	14. Pyramides et cônes	*7 h*	96,42 % (108/112)
		28			99,10 % (111/112)
			Régulation	*1 h*	100 % (112/112)
	Mai	*29*	***Révisions***	*8 h*	
		30			

NB : La régulation consiste à mener des activités de rémédiation relativement aux contenus de la leçon.
À cette occasion, le professeur mènera également des activités permettant d'évaluer et de renforcer les acquis des élèves.
C'est le cumul du temps de régulation qui fait 1h. Le professeur peut en faire des séances de travaux dirigés.

Remarque :

⇨ Le respect de la progression est obligatoire afin de garantir l'achèvement du programme dans le temps imparti et de permettre l'organisation des devoirs de niveau.

⇨ Les volumes horaires indiqués comprennent les cours, les exercices et les travaux dirigés (75%) et IE, DS et comptes rendus (25%)

M.E.N.A.
DIRECTION DE LA PÉDAGOGIE ET DE LA FORMATION CONTINUE
Coordination Nationale Disciplinaire de Mathématiques
Le Coordonnateur National

Jean-Marie KOFFI

COMPETENCE 2

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux calculs dans l'ensemble des nombres réels, au calcul littéral, aux équations et inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et à l'organisation des données.

THEME 2 : CALCUL LITTERAL

LECON 1 : CALCUL LITTERAL

HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	-la propriété relative à l'égalité de deux quotients - les règles relatives aux puissances d'un nombre -la propriété relative au produit nul -la propriété relative aux nombres de même carré -un polynôme -une fraction rationnelle
♦ Calculer	-la somme, la différence, le produit, le quotient de polynômes ou de fractions rationnelles - une valeur numérique d'une expression littérale
♦ Développer	des expressions littérales
♦ Réduire	des expressions littérales
♦ Factoriser	des expressions littérales
♦ Déterminer	les valeurs de la variable pour lesquelles un quotient existe
♦ Simplifier	une fraction rationnelle
♦ Traiter une situation	faisant appel à des quotients, à des polynômes ou à des fractions rationnelles

Situation d'apprentissage :

Dans un exercice du concours de mathématique il est écrit :
« Prend un nombre quelconque ajoute 2 le tout au carré, fait le produit e ce nombre par l'inverse du nombre choisit diminué de 3. Il s'agit de tester les connaissances des candidats.

I- FRACTIONS

1- Opérations sur les fractions

Activité :

Calcule : $A = \frac{6}{7} - \frac{6}{5} \times \frac{6}{5}$

Réponse attendue :

$$A = \frac{6}{7} - \frac{6 \times 6}{5 \times 5} = \frac{6}{7} - \frac{36}{25} = \frac{-102}{175}$$

Règle

$a, b, c\ et\ d$sont des nombres réels et b, d sont différents de 0.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \quad ; \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad ; \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exercice d'application :

Calcule : $B = \frac{17}{11} \div (\frac{5}{3} - \frac{5}{11})$

Réponse attendue :

$$B = \frac{17}{11} \div \left(\frac{55 - 15}{33}\right) = \frac{17}{11} \div \frac{40}{33} = \frac{17}{11} \times \frac{33}{40} = \frac{561}{440}$$

2- Transformation d'égalité de fractions

Activité :
$a, b, c\ et\ d$sont des nombres réels différents de 0.
Démontre que : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\ équivaut$ à $ad = bc$
Réponse attendue :

$$d \times \frac{a}{b} = d \times \frac{c}{d} \leftrightarrow \frac{da}{b} = c \leftrightarrow b \times \frac{da}{b} = bc \leftrightarrow da = bc$$

Propriété :

$a, b, c\ et\ d$ sont des nombres réels différents de 0.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\ équivaut \text{ à } ad = bc\ équivaut \text{ à } \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

Le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.

Exercice d'application :

1) Les quotients $\frac{2}{3}$ et $\frac{8}{12}$ sont-ils égaux ?
2) x désigne un nombre réel non-nul. calcule x pour qu'on ait :

$$\frac{x}{2} = \frac{9}{18} \ et \ \frac{4}{3} = \frac{20}{x}$$

Réponse attendue :

1) $2 \times 12 = 24 \ \ et \ 3 \times 8 = 24$

On a bien $2 \times 12 = 3 \times 8$ donc $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

2) En faisant le produit des extrêmes et celui des moyens, on a :$x = 1$; $x = 15$

Exercices de maison : N°1 ; 2 page 128 CIAM 3ème

II- CALCUL AVEC LES EXPRESSIONS LITTERALES

1- Puissance à exposant entier relatif

Activité :

Ecris sous la forme a^n les expressions ci-dessous :

$$a = 2^2 \times 2^{-4} \,; b = 3^5 \times 3^{-2}$$

Réponse attendue :

$$a = 2^2 \times 2^{-4} = 2^{-2} \,; \ b = 3^5 \times 3^{-2} = 3^3$$

Convention :

aEst nombre non nul.

$$a^0 = 1 \,; \ a^1 = a \,; \ a^{-1} = \frac{1}{a}$$

Si n est un entier naturel, alors $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $a^n \times a^{-n} = 1$

Propriétés :

$a \ et \ b$sont des nombres différents de 0, $m \ et \ n$ sont des nombres entiers relatifs :

✓ $a^n \times b^n = (ab)^n \,; a^n \times a^m = a^{n+m} \,; (a^m)^n = a^{m\times n}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

- ✓ Si m=n, alors $\frac{a^m}{a^n} = 1$
- ✓ Si n est pair, $(-a)^n = a^n$
- ✓ Si n est impair, $(-a)^n = -a^n$

Exercice d'application

Donne une écriture simplifiée des expressions ci-dessous :

$A = 2^{-5} \times 2^3$; $B = 3^2 \times 3^3$; $C = (2^{-2})^3$; $D = 2^{-3} \times (-1)^{-3}$; $E = \frac{2^2}{2^{-5}}$

Réponse attendue :

$A = 2^{-2}$; $B = 3^5$; … ……….

2- Développer et réduire

Activité :

Développe les expressions suivantes :

$$A = 3(2a - 6) \; ; B = (x - 3)^2$$

Réponse attendue :

$$A = 6a - 18 \; ; B = x^2 - 6x + 9$$

Propriétés :

Suppressions des parenthèses

- ✓ a et b sont des nombres, on a :

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

Règle de priorité :

- ✓ dans une suite d'opération, les opérations entre parenthèse sont prioritaires .
- ✓ La multiplication est prioritaire sur l'addition et sur la soustraction.
- ✓ L'élévation à une puissance est prioritaire sur la multiplication.

Développement

- ✓ $\boldsymbol{x, y \text{ et } z}$ sont des nombres :

$$x(y+z) = xy + xz$$
$$x(y-z) = xy - xz$$

Egalités remarquables :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Exercice d'application :

Développe puis réduis les expressions suivantes :

$$C = (x-2)^2\ ; D = (x-4)^2;\ E = \left(\frac{3}{4}x+1\right)^2 + (x+1)^2\ ;\ F = (5-3x)(3x+5)$$

Réponse attendue :

$$C = x^2 - 4x + 4\ ; D = x^2 - 2x\sqrt{2} + 2\ \ ; E = \frac{9}{16}x^2 + \frac{3}{2}x + 1 + x^2 + 2x + 1 = \cdots$$

3- Factorisation

Activité :

Ecris sous la forme d'un produit de facteurs les expressions ci-dessous :

$$A = 2x + 4\ ; B = 3x(2x+1) + (2x+1)\ ;\ C = x^2 + 4x + 4$$

Réponse attendue :

$$A = 2(x+2)\ ; B = (2x+1)(3x+1)\ ; C = (x+2)^2$$

Méthode :

Pour factoriser une expression littérale, on peut procéder comme suit :

- ✓ Mettre en évidence un facteur commun à chaque terme et utiliser une des égalités suivantes :
$$ka + kb = k(a+b)$$
$$ka - kb = k(a-b)$$
- ✓ Reconnaitre et utiliser les égalités remarquables.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

- ✓ Utiliser plusieurs techniques

Exercice d'application :

Factorise les expressions ci-dessous :

$D = 64 - 16x + x^2$; $E = x^2 - 9$; $F = 25 - (2x - 5)(1 - x) - 4x^2$

Réponse attendue :

$$D = (8 - x)^2;\ E = x^2 - \sqrt{3}^2 = (x - 3)(x + 3)\ ; F = \cdots$$

4- Produit nul- nombres de même carré

Propriétés :

$a\ et\ b$sont des nombres réels.

- ✓ $ab = 0$ $équivaut$ à $a = 0\ ou\ b = 0$
- ✓ $ab \neq 0$ équivaut à $a \neq 0\ et\ b \neq 0$
- ✓ $a^2 = b^2$ équivaut à $a = b\ ou\ a = -b$

Exemple :

$(x - 1)(x + 3) = 0$ Equivaut à $x - 1 = 0\ ou\ x + 3 = 0$

Exercices de maison : N° 3 ; 5 et 9 page 128

III- POLYNOMES ET FRACTIONS RATIONNELLES

1- Polynômes

$-3x^4$est une expression littérale, appelée monôme en x de coefficient -3 et de degré 4.
$x^0 = 1$; On convient de dire que tout nombre différent de 0 est un monôme.

Complète le tableau ci-dessous :

Monôme	Coefficient	Degré
$-3x^4$		
$5x^2$		
$-x$		
2		

Ecris la somme P des monômes ci-dessus : on obtient $P = -3x^4 + 5x^2 - x + 2$;

On appelle polynôme en x la somme de monômes.
P est un polynôme de degré 4 qui est réduis et ordonné suivant les exposants de$x$.
Le degré d'un polynôme est le degré du monôme qui a le grand exposant.

Exercice d'application :
Développe et réduis chacune des expressions littérales suivantes puis ordonne le polynôme et donne son degré.

$$B = (3x - 1)(x^2 + 4) - (2x - 5)(x - 7); A = 2x^2 + 2 - 4x - x^3 + 3x - 4 + 2x^2$$

Réponse attendue :

$A = -x^3 + 4x^2 - x - 2$ Et le degré de A est 3

$B = 3x^3 - 3x^2 + 31x - 39$ Et le degré de B est 3

2- Fraction rationnelle

a- Définition

Une fraction rationnelle est le quotient de deux polynômes.
Exemple :

$$A = x^2 + 2x + 1 \; et \; B = x^2 - 1$$

$R = \frac{A}{B} = \frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$ est une fraction rationnelle.

A est le numérateur et B est le dénominateur.

b- Trouver les valeurs pour lesquelles une fraction existe.

Règle :
Pour qu'une fraction existe, il faut et il suffit que le dénominateur ne soit jamais nul($\neq 0$).
Ainsi il faut trouver les valeurs de la variable $x$qui n'annulent pas le dénominateur.
Exercice d'application :

1) Détermine les valeurs de la variable x qui n'annulent pas l'expression :

$$A = (x - 1)(x + 3)$$

2) Trouve les valeurs de la variable x pour lesquelles la fraction rationnelle B existe :

$$B = \frac{1 - 9x^2}{1 + 6x + 9x^2}$$

Réponse attendue :

1) $A \neq 0 \leftrightarrow (x-1)(x+3) \neq 0$

$\leftrightarrow x-1 \neq 0 \; et \; x+3 \neq 0$

$\leftrightarrow x \neq 1 \; et \; x \neq -3$

$A \; existe \; si \; et \; seulement \; si$

$x \neq 1 \; et \; x \neq -3$

2) B existe ssi $1+6x+9x^2 \neq 0$

- ✓ Factorisons $1+6x+9x^2 = (1+3x)^2$
- ✓ $B \; existe \; ssi \; (1+3x)^2 \neq 0 \; \leftrightarrow 1+3x \neq 0 \leftrightarrow x \neq -\frac{1}{3}$

Pour tout $x \neq -\frac{1}{3}$; B existe.

c- Simplification

Définition :

C'est trouver une écriture plus simple de la fraction, la rendre irréductible.

Méthode :

Pour cela, il faut (si possible et nécessaire) :

- ✓ Factoriser le dénominateur et le numérateur.
- ✓ Trouver les valeurs de la variable x pour lesquelles la fraction existe.
- ✓ Simplifier la fraction par le même facteur au numérateur et au dénominateur.
- ✓ Ecrire la fraction simplifiée précédée des conditions d'existence c'est-à-dire les valeurs pour lesquelles la fraction rationnelle existe

Exercice d'application :

1) Simplifie la fraction rationnelle : $C = \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$
2) Calcule la valeur numérique de C pour $x = 0$

Réponse attendue :

1) Factorisons le numérateur : $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$
- ✓ Factorisons le dénominateur : $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$
- ✓ $C = \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}$
- ✓ $C \; existe \; ssi \; (x-1)(x+1) \neq 0 \; \leftrightarrow x-1 \neq 0 \; et \; x+1 \neq 0 \leftrightarrow x \neq 1 \; et \; x \neq -1$

Pour tout $x \neq \{-1; 1\}$; $C = \frac{x-1}{x+1}$

2) Pour $x = 0$; $C = \frac{0-1}{0+1} = -1$

Exercice de maison : N°14 page 129

TRAVAUX DIRIGES

EXERCICE 1

1) Effectue les opérations suivantes et écris les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\mathrm{A} = \frac{7}{8} \times \frac{2}{3} - \left(\frac{5}{3} - 1\right)^2 \quad ; \quad \mathrm{B} = \frac{7}{11} - 3 \times \frac{27-24}{27-16} \ ; \ \mathrm{C} = \frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

2) Donne une écriture simplifiée de chacune des expressions ci-dessous :

$$\mathrm{A} = 2^3 \times 2^5 \ ; \mathrm{B} = 5^4 \times 7^4 \ ; \mathrm{C} = \frac{3^6}{3^{11}} ; \mathrm{D} = \frac{2^8}{2^5} ; \mathrm{E} = \frac{3^5}{3^5} ; \ \mathrm{F} = \frac{(2^2)^5}{2^5} ;$$

$$\mathrm{G} = (-3)^3 \times 3^4 \quad ; \ \mathrm{H} = \frac{(-4)^4 \times 3^4}{4^2 \times (-3)^7}$$

3) Calcule : -1^{15} ; $(-1)^{13}$; $(5^2)^4 \times 5$; $(-2)^3 \times (-2)^5$

4) Effectue les calculs ci-dessous. Tu écriras ton résultat sous forme d'une fraction irréductible ou de l'opposé d'une fraction irréductible.

$$\mathrm{A} = \frac{4}{7} + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \ ; \ \mathrm{B} = \frac{1}{4} - \left(\frac{-1}{2}\right)^3 \text{ et } \mathrm{C} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

EXERCICE 2

1) Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = -4(x-4) \ ; B = x(y+2) \ ; C = (x+3)(x-5) \ ; D = (x-5)^2;$$
$$E = (x+1)^2; F = (x+3)(x-3); G = (x+3)(x-5) + (x-1)^2;$$
$$H = (x+2) + 5(x-10) \ et \ I = (x-1)^2 - (x+1)$$

2) Ecrire les expressions suivantes sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.

$$A = x^2 + 8x + 16 \ ; B = 9x^2 - 6x + 1 \ ; C = x^2 - 64 \ ; D = 121 - 9x^2;$$
$$E = (3x+1)^2 - (3x+1) \ ; \ F = (x-2)(x+8) + (x-2);$$
$$G = x^2 - (x+5) - 25$$

EXERCICE 3

On donne le polynôme E tel que : $E = (2x-1)(x+5) + (x-3)^2$

1) Développe et réduis E
2) Calcule la valeur numérique de E pour $x = -2$

EXERCICE 4

On donne l'expression : $F = 8x - (2x+1)^2 + 4$

1) Ecris F sous la forme d'un produit de deux polynômes du premier degré.
2) Calcule la valeur numérique de F pour $x = -\frac{3}{2}$

EXERCICE 5

On donne le polynôme $A = x^2 - 4 + (x+2)(-2x+3)$

1) Ecris A sous la forme d'un produit de polynômes de premier degré.
2) Trouve les valeurs de la variable x pour lesquelles $(x+2)(-x+1) = 0$

EXERCICE 6

On donne le polynôme A et la fraction rationnelle B tels que :

$$A = x^2 - 9 + (x-3)(x-4) \; et \;\; B = \frac{A}{4x^2 - 1}$$

1) Démontre que $A = (x-3)(2x-1)$
2) Trouve les valeurs de x pour lesquelles B existe.
3) Simplifie B

EXERCICE 7

On donne les polynômes B, C et la fraction rationnelle R tels que :

$$\mathrm{B} = x^2 + (x-3)(x-4) - 9 \;\; ; \mathrm{C} = 4x^2 - 4x + 1 \; et \;\; \mathrm{R} = \frac{\mathrm{B}}{\mathrm{C}}$$

1) Démontre que : $\mathrm{B} = (x-3)(2x-1)$
2) Ecris sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré l'expressionC.
3) Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique deR.
4) SimplifieR.
5) Calcule la valeur numérique de R pour $x = \frac{3}{4}$

EXERCICE 8

On donne la fraction rationnelle R telle que :

$$R = \frac{(3x+2)(x-1)}{9x^2 - 4 + 5(3x+2)}$$

1) Justifie que : $9x^2 - 4 + 5(3x+2) = 3(3x+2)(x+1)$
2) Trouve les valeurs de x pour lesquelles R existe, puis simplifie R.
3) R admet-elle une valeur numérique pour $x = -1$? justifie ta réponse.
4) Calcule R pour $x = 3$

COMPETENCE 2

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux calculs dans l'ensemble des nombres réels, au calcul littéral, aux équations et inéquations du premier degré dans R et dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et à l'organisation des données.

THEME 1 : CALCUL NUMERIQUE

LECON 1 : RACINE CARREE

Nombres de séances :
Séances :
Durée :
Matériel : calculatrice, manuel
Pré- requis : calculs dans Q, carré d'un nombre, aire d'un carré.

HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	✓ Une racine carrée d'un nombre positif ✓ Les propriétés relatives aux racines carrées ✓ Un nombre réel
♦ Noter	✓ Une racine carrée ✓ l'ensemble des nombres réels
♦ Ecrire	✓ Un quotient sans radical au dénominateur
♦ Calculer	✓ Des sommes, des différences, des produits, des quotients contenant des racines carrées
♦ Traiter une situation	✓ Faisant appel aux racines carrées

SITUATION :

Le terrain de Football du village de Foula dans la sous-préfecture de Bako est de forme carrée et a une aire égale à 500 m^2.
Les habitants du village décident de l'achat de grillage pour le clôturer.
Pour se faire une idée du nombre de mètres de grillage à acheter, il est donc nécessaire de calculer le périmètre de ce terrain.

- ✓ Je distribue l'énoncé de la situation aux élèves
- ✓ Je demande à chaque élève de lire l'énonce de la situation
- ✓ Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation
- ✓ Je m'assure que les élèves se sont appropriés la situation et ont bien compris la tâche à réaliser

- ✓ **NB : j'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre**
- ✓ J'accorde un temps de recherches
- ✓ J'observe le travail des élèves
- ✓ Je repère les élèves qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler
- ✓ Je suis les échanges entre les élèves
- ✓ J'apprécie le travail de chaque élève
- ✓ J'envoie un élève dont le travail est exploitable au tableau
- ✓ Je demande aux élèves de se prononcer sur la production de l'élève qui est au tableau

Production attendue

- ✓ Décomposition en produit de facteurs premiers le nombre 625 :
- ✓ $500 = 5 \times 100 = 25 \times 4 \times 5 = 5 \times 5 \times 5 \times 4$
- ✓ Or $aireducarré = c^2$
- ✓ Donc $c = 5\sqrt{20}\ m$
- ✓ Le périmètre $P = 4 \times 5\sqrt{20}\ m$.

I- RACINE CARREE

1- Définition

Activité :
Donne le nombre positif dont le carré est 9.
Quel est le nombre dont le carré est 2 ?
Le nombre dont le carré est 2 est appelé$\sqrt{2}$.

Réponse attendue :
On a : 3
Définition :
On appelle racine carrée du nombre positif a notée$\sqrt{a}$, le nombre positif dont le carré est a.

$$a \geq 0;\ \sqrt{a^2} = a$$

Notation et lecture :
$\sqrt{a}$ se lit « racine carrée de a »
Le symbole √ est appelé radical ou racine carrée.
Exemples :

$$\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2\ ;\ \left(\sqrt{6}\right)^2 = 6$$
$$\sqrt{100} = 10$$

2- Conséquence de la définition

$a\ et\ b$sont des nombres positifs.

$$\sqrt{a} \geq 0\ ;\ \sqrt{0} = 0\ ;\ \sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{a} = b \text{ équivaut à } a = b^2$$
$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

3- Ensemble des nombres réels

Remarque :

$\frac{4}{5}$est un nombre rationnel.

$\sqrt{2}$ne peut pas s'écrire sous la forme d'un nombre rationnel, donc $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel. On dit que$\sqrt{2}$ est un irrationnel. Or $\sqrt{2}$ est un nombre, alors, il appartient à l'ensemble des nombres rationnels et irrationnels appelé ensemble des nombres réels noté : $\mathbb{R}$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset D \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

II- OPERATIONS ET RACINES CARRES

1- Produits et racines carrées

Activité :

Calcule : $A = \sqrt{25} \times \sqrt{144}$ et $B = \sqrt{25 \times 144}$; puis compare A $et B$

Démontre que :$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

Réponse attendue :

$A = 5 \times 12 = 60$; $B = \sqrt{3600} = 60$

Donc $A = B$

On a :$\left(\sqrt{a} \times \sqrt{b}\right)^2 = \sqrt{a}^2 \times \sqrt{b}^2 = a \times b$; $\sqrt{a \times b}^2 = a \times b$

Donc : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

Propriété :

a et $b$sont des nombres réels positifs.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

Exemples :

$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$; $\sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$

Remarque :

$a$étant un nombre réel positif. $\sqrt{a}^2 = a$

Exercice d'application :

Ecris plus simplement :$\sqrt{4 \times 49}$; $\sqrt{9 \times 16}$; $\sqrt{3} \times \sqrt{300}$; $\sqrt{23} \times \sqrt{23}$

Réponse attendue :

$\sqrt{4 \times 49} = \sqrt{4} \times \sqrt{49} = 2 \times 7 = 14$; $\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{9} \times \sqrt{16} = 3 \times 4 = 12$

$\sqrt{3} \times \sqrt{300} = \sqrt{3 \times 300} = \sqrt{900} = 30$; $\sqrt{23} \times \sqrt{23} = \sqrt{23}^2 = 23$

2- **Quotients et racines carrées**

Activité :

Calcule : $A = \sqrt{16} \div \sqrt{4}$ et $B = \sqrt{16 \div 4}$; puis compare $A\ etB$

Démontre que :$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

Réponse attendue :

$A = 4 \div 2 = 2$; $B = \sqrt{16/_4} = \sqrt{4} = 2$;

$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$; $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$Donc $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

Propriété :

$a\ et\ b$sont des nombres réels positifs et b est non nul.

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Exemple :

$\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{9}} = \frac{9}{3} = 3$; $\sqrt{\frac{81}{9}} = \sqrt{9} = 3$

Exercice d'application :

Ecris plis simplement :$\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}$; $\sqrt{\frac{1}{9}}$; $\sqrt{\frac{49}{81}}$

Réponse attendue :

$$\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{147}{3}} = \sqrt{49} = 7$$

$$\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4; \dots \dots$$

3- **Somme et racines carrées**

Activité :

Calcule : $A = \sqrt{25} + \sqrt{144}$ et $B = \sqrt{25 + 144}$; puis compare $A\ etB$

Réponse attendue :

$A = \sqrt{25} + \sqrt{144} = 5 + 12 = 17etB = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13\ donc\ A \neq B$

Propriété :

$a$et b sont des nombres réels positifs.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a + b}\ ;\ \sqrt{a - b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

Exemples :

$\sqrt{9} + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5$; $\sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$

4- Racines carrées et puissances

Activité :

Justifie que :$\sqrt{3^6} = 3^3\ et\ \sqrt{2^7} = 2^3 \times \sqrt{2}$

Réponse attendue :

$\sqrt{3^6} = \sqrt{(3^3)^2} = 3^3$; $\sqrt{2^7} = \sqrt{(2^3)^2 \times 2} = 2^3 \times \sqrt{2}$

Propriétés :

$a$est un nombre réel positif. $n$est un entier relatif

$\sqrt{a^{2n}} = a^n$; $\sqrt{a^{2n+1}} = a^n\sqrt{a}$

Exemples :

$\sqrt{5^4} = \sqrt{5^{2\times 2}} = 5^2$; $\sqrt{7^5} = \sqrt{7^{2\times 2+1}} = 7^2\sqrt{7}$

Exercice d'application :

Ecris plus simplement les nombres suivants :

$$A = \sqrt{5^8}\ ; B = \sqrt{3^{-12}}\ ; C = \sqrt{2^9}\ ;\ D = \sqrt{0{,}0081}\ ; E = \sqrt{2^5 \times 3^4 \times 5^2}$$

Réponse attendue :

$A = \sqrt{5^8} = 5^4$; $B = \sqrt{3^{-12} = 3^{-6}}$; $C = \sqrt{2^9} = 2^4\sqrt{2}$; $D = \sqrt{0{,}0081} = 0{,}09$

$$E = \sqrt{2^5 \times 3^4 \times 5^2} = 2^2 \times 3^2 \times 5\sqrt{2}$$

Exercices de maison :N° 8, 12 et 15 page 138 CIAM 3ème

III- CALCULS AVEC LES RACINES CARREES

1- Réduire une somme

Activité :
Réduis chacune des sommes suivantes :
$A = \sqrt{48} - \sqrt{54} + \sqrt{24}$; $B = \sqrt{75} - 2\sqrt{48} + 3\sqrt{12}$

Réponse attendue :

$$A = \sqrt{16 \times 3} - \sqrt{9 \times 6} + \sqrt{6 \times 4} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{3} - \sqrt{6}$$

$$B = \sqrt{25 \times 3} - 2\sqrt{16 \times 3} + 3\sqrt{4 \times 3} = 5\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

2- Ecrire un quotient sans radical au dénominateur

a- Utiliser le quotient du dénominateur

Exercice :

Ecris les quotients sans radical au dénominateur.

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \; ; \; \frac{3}{\sqrt{2}} \; ; \; \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \; et \; \frac{2\sqrt{5} - 4}{\sqrt{3}}$$

Réponse attendue :

$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$; $\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$; … … …

b- Utiliser une expression conjuguée

Définition :

Deux expressions sont dites conjuguées lorsque leur produit peut s'écrire sans radical.

$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$

Donc : $\sqrt{a} + \sqrt{b}$a pour expression conjuguée le nombre $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

Exercice d'application :

1) Donne l'expression conjuguée de : $a = 2 - \sqrt{5}$; $b = \sqrt{5} + \sqrt{7}$
2) Ecris le quotient sans radical au dénominateur : $B = \frac{1-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$

Réponse attendue :

1) $2+\sqrt{5}$; $\sqrt{5}-\sqrt{7}$
2) $B=\frac{(1-\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}{4-5}=-(2+5-2\sqrt{5}-\sqrt{5})=-7+3\sqrt{5}$

Exercice de maison : N° 20, 21 et 28 page 139 CIAM 3ème

TRAVAUX DIRIGES : RACINES CARREES

EXERCICE 1

Ecris les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où $a\ et\ b$ sont des entiers et b est le plus petit possible.

$A=\sqrt{48}$; $B=\sqrt{20}$; $C=\sqrt{900}$; $D=4\sqrt{50}$; $E=3\sqrt{7}-\sqrt{7}$; $F=7\sqrt{6}-2\sqrt{24}$;

$G=\sqrt{12}+3\sqrt{3}-\sqrt{75}$; $H=3\sqrt{3}-\sqrt{300}+3\sqrt{12}+\sqrt{27}$; $I=7\times\sqrt{\frac{72}{49}}$;

EXERCICE 2

On donne $A=\sqrt{18}-3\sqrt{50}+2\sqrt{72}$; $B=\sqrt{27}-\sqrt{3}-\sqrt{12}-\sqrt{2}\times\sqrt{8}+\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$

$C=2\sqrt{45}+3\sqrt{12}-\sqrt{20}-6\sqrt{3}\ et\ D=2\sqrt{3}+7\sqrt{5}-11\sqrt{3}-\sqrt{80}+\sqrt{27}$

Montre que : $A=0$; $B=1$; $C=4\sqrt{5}\ et\ D=3\sqrt{5}-6\sqrt{3}$

EXERCICE 3

Ecris sans radical au dénominateur les expressions suivantes :

$$A=\sqrt{\frac{5}{36}};B=\sqrt{\frac{8}{32}};C=\sqrt{\frac{27}{25}};D=\sqrt{\frac{48}{98}};E=\sqrt{\frac{75}{72}};F=\frac{8}{\sqrt{3}-2}\ ;G=\frac{4-2\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$$

EXERCICE 4

1) On donne $A=\frac{-3}{3+2\sqrt{3}}\ \ et\ B=2\sqrt{3}-3$
   a) Justifie que : $A+B=0$
   b) Que peut-on dire des nombres $A\ et\ B$.
2) On donne a et b deux nombres réels tels que : $a=2-\sqrt{2}\ \ et\ \ b=\frac{a}{6-4\sqrt{2}}$
   a) Calcule a^2
   b) Démontre que $b=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$
   c) Justifie que $a\ et\ b$ $\text{sont inverses l'un de l'autre.}$

EXERCICE 5

1) On pose $X = \sqrt{8+3\sqrt{7}}\ et\ Y = \sqrt{8-3\sqrt{7}}$
   a) Calcule le produit $X \times Y$. Que peut-on en déduire pour $X\ et\ Y$.
   b) Calcule $X^2, puis\ Y^2$.
   c) On pose $S = X + Y$. Montre que : $S^2 = 18$ et déduis la valeur de S.
2) On pose $A = \sqrt{9+4\sqrt{5}}\ et\ B = \sqrt{9-4\sqrt{5}}$
   a) Justifie que $A\ et\ B$ sont inverses.
   b) Calcule $A^2\ et\ B^2$.
   c) Justifie que $A = \sqrt{5} + 2\ \ et\ B = \sqrt{5} - 2$

EXERCICE 6

$a\ et\ b$sont des nombres réels tels que : $a = \sqrt{17+12\sqrt{2}}\ \ et\ b = \sqrt{17-12\sqrt{2}}$

1) Montre que $ab = 1$
2) On pose : $u = a + b\ \ et\ v = a - b$
   a) Calcule $u^2\ et\ v^2$
   b) En déduire $u\ \ et\ v$
   c) Donne une écriture simple de $a\ \ et\ b$

COMPETENCE 1

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux objets géométriques suivants: distances, vecteurs, angles, triangles, cercles, perspective cavalière, pyramides, cônes, symétries et translations.

THEME 1 : CONFIGURATION DU PLAN

LECON 1 : TRIANGLE RECTANGLE

Nombres de séances :
Séances :
Durée :
Matériel : calculatrice, manuel
Pré- requis : calculs dans Q, carré d'un nombre, aire d'un carré.

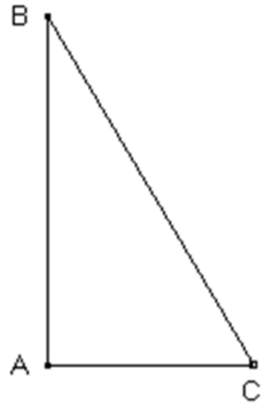
HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	- la propriété de Pythagore - la propriété réciproque de la propriété de Pythagore - la propriété métrique déduite de l'aire - le sinus d'un angle aigu - le cosinus d'un angle aigu - la propriété relative à la somme des carrés du cosinus et du sinus - l'encadrement du cosinus et du sinus - la propriété relative au cosinus et au sinus de deux angles complémentaires - la tangente d'un angle aigu
♦ Construire	Un segment de longueur $\sqrt{a}, a > 0$
♦ Calculer	le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu
♦ Utiliser	- les propriétés de Pythagore pour calculer différentes longueurs dans un triangle rectangle - le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu pour calculer différentes longueurs dans un triangle rectangle - une table trigonométrique ou une calculatrice pour donner la valeur exacte, une valeur approchée ou un encadrement de la mesure d'un angle aigu connaissant le cosinus, le sinus ou la tangente
♦ justifier	qu'un triangle est rectangle
♦ Traiter une situation	de vie courante faisant appel aux propriétés de Pythagore, au cosinus, au sinus ou à la tangente d'un angle aigu.

Situation :

Dans un sous quartier de Yopougon, une antenne est fixée sur un pylône tenu en équilibre à l'aide de quatre câbles de longueur 20 m chacun. Les câbles sont fixés au sommet du pylône d'une part, et d'autre part au sol à l'aide de clous situés à 10 mètre du pied du pylône. Chaque câble fait un angle de 60° avec l'horizontal.

Pour connaître le rayon d'action de l'antenne, il est question de calculer la hauteur du pylône.

Production attendue



[AB] représente le pylône

[BC] représente un câble
[AC] le chemin rectiligne qui relie le clou au pylône
Le triangle ABC est rectangle en A
D'après la propriété de Pythagore
on a : $AB^2 = BC^2 - AC^2$
Donc AB= $10\sqrt{3}$
La hauteur du pylône est environ 17,32 m

I- PROPRIETES DE PYTHAGORE

1- Propriété de Pythagore

Activité :
Construis un triangle ABC tels que :

$$AB = 4\ cm; AC = 3\ cm\ et\ BC = 5\ cm$$

a) A l'aide des instruments de géométrie, vérifie que ABC est un triangle rectangle en A.
b) Calcule $AB^2; AC^2 et BC^2$
c) Vérifie que : $AB^2 + AC^2 = BC^2$
d) Quelle conclusion peut-on tirer ?

Réponse attendue :

a) $(AB) \perp (AC)$, ABC est un triangle rectangle en A.
b) $on\ a$: $AB^2 = 16$; $AC^2 = 9\ et\ BC^2 = 25$
c) donc :$AB^2 + AC^2 = BC^2$
d) On peut donc dire que si ABC est un triangle tel que :

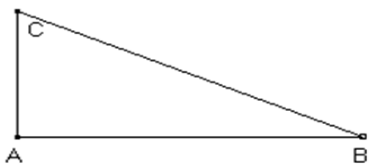
$$\boldsymbol{si\ ABC\ est\ triangle\ rectangle\ en\ A\ alors\ AB^2 + AC^2 = BC^2}$$

Propriété :

Si ABC est un triangle rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres cotés.

ABC est un triangle rectangle en A

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



<u>Exercice d'application</u>

ABC est un triangle rectangle en A.

1) $AB = 5\ cm\ et\ AC = 7\ cm, calule\ BC.$
2) $AB = 5\ cm\ et\ BC = 10\ cm, calcule\ AC$

<u>Réponse attendue</u> :

1) ABC est un triangle rectangle, d'après le propriété de Pythagore :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

On a :$BC^2 = 25 + 49 = 74 \rightarrow BC = \sqrt{74}$

2) De même, on a : $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 100 - 25 \rightarrow AC = \sqrt{75}$

2- **<u>Réciproque de la propriété</u>** :

<u>Activité</u> :

Construis un triangle ABC tels que :

$$AB = 4\ cm; AC = 3\ cm\ et\ BC = 5\ cm$$

a) Vérifie que : $AB^2 + AC^2 = BC^2$
b) A l'aide des instruments de géométrie, vérifie que ABC est un triangle rectangle en A.
c) Quelle conclusion peut-on tirer ?

<u>Réponse attendue</u> :

a) $on\ a: AB^2 = 16\ ; AC^2 = 9\ et\ BC^2 = 25$

donc :$AB^2 + AC^2 = BC^2$

b) $(AB) \perp (AC)$, ABC est un triangle rectangle en A.
c) On peut donc dire que si ABC est un triangle tel que :

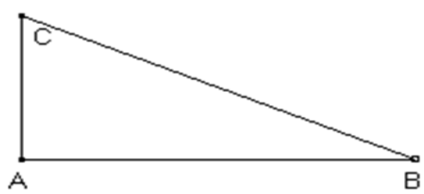
$si\ \ AB^2 + AC^2 = BC^2, alors\ ABC\ est\ triangle\ rectangle\ en\ A$

<u>Propriété</u> :

Si dans un triangle ABC, le carré d'un coté est égal à la somme des carrés des deux autres cotés, alors ce triangle est rectangle.

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

ABC est un triangle rectangle en A



<u>Exercice d'application</u> :

ABC est un triangle tel que :$AB = 5\sqrt{3}; AC = 5\sqrt{2}etBC = 5.$

Démontre que le triangle $ABC\ est\ rectangle\ en\ C$

Réponse attendue :

On a : $AB^2 = \left(5\sqrt{3}\right)^2 = 75\ ; AC^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2 = 50\ et\ BC^2 = 5^2 = 25$

On constate que $AB^2 = AC^2 + BC^2$ donc la réciproque de Pythagore ABC est un triangle rectangle en C.

3- Construction d'un segment de longueur $\sqrt{a}$

Programme de construction d'un segment de mesure $\sqrt{a}$:

- ✓ Vérifie que :$\sqrt{a}^2 = b^2 + c^2\ ou\ \sqrt{a}^2 = b^2 - c^2$(où $b\ et\ c\ sont\ des\ nombres$).
- ✓ Si c'est l'une des égalités alors :
  - $a = b^2 + c^2$

  Considérons un triangle ABC tel que : $AB = b\ et\ AC = c$

  D'après la propriété de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en A et d'hypoténuse $[BC]$ dont la longueur est $\sqrt{a}$ ainsi recherchée.
  - Si $a = b^2 - c^2$

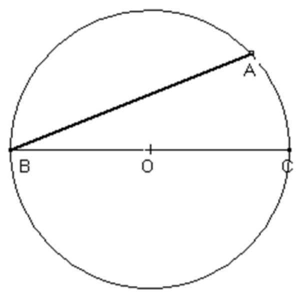
  Cela revient à construire un cercle de diamètre $[AB]\ tel\ AB = b$
- ✓ Place le point C tel que $AC = c$
- ✓ Le segment [BC] est de longueur $\sqrt{a}$

Exercice d'application

L'unité de longueur est le centimètre.

Sachant que : $32 = 36 - 4$

Construis un segment de longueur $4\sqrt{2}$



Réponse attendue :

On sait que : $32 = 36 - 4 = \left(4\sqrt{2}\right)^2 = 6^2 - 2^2$

Construisons un cercle (C) de diamètre [BC] tel que $BC = 6$.

Plaçons le point A sur (C) tel que :$AC = 2$

Le segment $[AB]\ représenté$ sur la figure a pour mesure $AB = 4\sqrt{2}$

4- Propriété métrique déduite de l'aire

Activité :

ABC est un triangle rectangle en A. (AH) est la hauteur issue de A tel que : $H \in (BC)$.

Calcule de deux manières différentes l'aire du triangle ABC.

Réponse attendue :

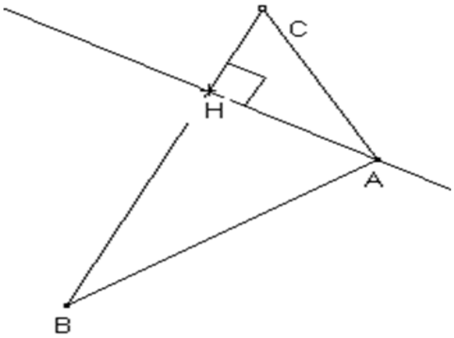
$$aire\ 1 = \frac{base \times hauteur}{2} = \frac{BC \times AH}{2}$$

$aire\ 2 = \frac{AB \times AC}{2}$ or $aire\ 1 = aire\ 2, on obtient alors BC \times AH = AB \times AC$

Cette égalité est appelée relation métrique déduite de l'aire.

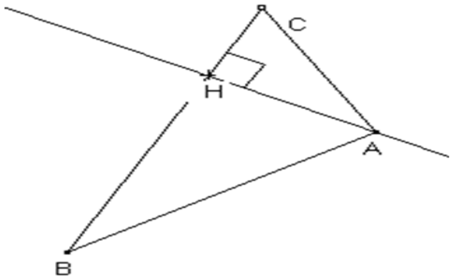
Propriété :

ABC est un triangle rectangle en A. (AH) est la hauteur issue du sommet A tel que : $H \in (BC)$: $\mathbf{BC \times AH = AB \times AC}$



Exercice d'application :

On donne la figure ci-dessous :



On donne : $AB = 2\sqrt{7}; BC = 6\ et\ AC = \frac{2\sqrt{14}}{3}$

Calcule AH.

Réponse attendue :

ABC est un triangle rectangle en A. (AK) est la hauteur issue de A et H ∈ (BC).

D'après la propriété déduite de l'aire, on a : $\mathbf{BC \times AH = AB \times AC}$

$$\leftrightarrow AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{14}{9}\sqrt{2}$$

Exercices de maison : N° 2 ; 3 ; 5 et 6 page 31 CIAM 3ème

II- COSINUS ET SINUS D'UN ANGLE AIGU

1- Définitions

Dans un triangle rectangle.

- On appelle le sinus d'un angle aigu (ou de sa mesure), le quotient du coté opposé par l'hypoténuse.
- On appelle cosinus d'un angle aigu(ou de sa mesure) le quotient du coté adjacent à cet angle par l'hypoténuse.

$$\sin a° = sin\,\hat{A} = \frac{coté\ opposé}{hypoténuse} = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos a° = cos\,\hat{A} = \frac{coté\ adjacent\ à\ \hat{A}}{hypoténuse} = \frac{AB}{AC}$$

Exercice d'application 1:

ABC est triangle rectangle en B tels que :

$$AB = 4\ cm; AC = 5\ cm et BC = 3\ cm$$

Calcule $\cos\hat{A}$; $\sin\hat{A}\ et\ \tan\hat{A}$

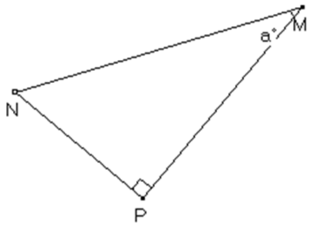
Réponse attendue :

$$\cos\hat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{5}; \sin\hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}\ et\ \tan\hat{A} = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{4}$$

Exercice d'application 2 :

MNP est un triangle rectangle en P, tel que : $cos\widehat{M} = 0,6\,; sin\widehat{M} = 0,8\ et\ MN = 10\ cm$.

Calcule $MP\ et\ NP$.



Réponse attendue :

On sait que :$cos\widehat{M} = \frac{MP}{MN}\quad or\ cos\widehat{M} = 0,6 \leftrightarrow MP = cos\widehat{M} \times MN = 6\ cm$.

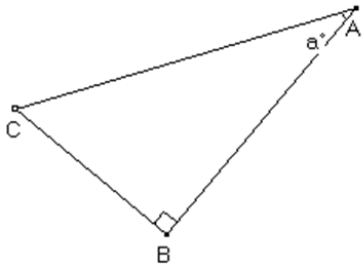
De même : $sin\widehat{M} = \frac{NP}{MN}\ or\ sin\widehat{M} = 0,8 \leftrightarrow NP = MN \times sin\widehat{M} = 8\ cm$

2- Propriétés

Activité 1 :

ABC est un triangle rectangle en B.

1) Justifie que les angles $\hat{A}\ et\ \hat{C}$ sont complémentaires.
2) Compare $\cos\hat{A}\ \ et \sin\hat{C}$
3) Compare $\cos\hat{C}\ etsin\ \hat{A}$



Réponse attendue :

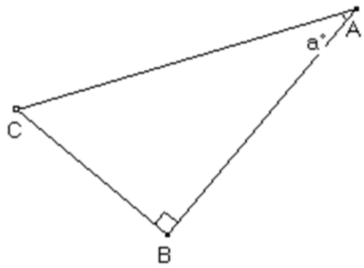
1) On a :$mes\ \hat{B} = 90°, d'$où $mes\ \hat{A} + mes\ \hat{C} = 90°\ donc\ les\ angles\ \hat{A}\ et\ \hat{C}$ sont complémentaires.
2) $\cos\hat{A} = \frac{AB}{AC}\ et \sin\hat{C} = \frac{AB}{AC}\ donc \sin\hat{C} = cos\hat{A}$
3) Même que 2)

Propriété 1

Lorsque deux angles sont complémentaires, le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre.

$$\cos(90° - a°) = \sin a°\,; \sin(90) - a°)$$

$$\cos\hat{C} = \sin\hat{A}\ ; \sin\hat{C} = \cos\hat{A}$$



Exercice d'application :

On donne :$\cos 23° = 0,9205\ \ et \sin 51° = 0,771$.

Détermine une valeur approchée de $\sin 67°\ \ et \cos 39°$

Réponse attendue :

On a :$23° + 67° = 90°$ $donc \cos 23° = \sin 67° = 0{,}9205$

De même $\cos 39° = \sin 51° = 0{,}771$

Activité 2 :

ABC est un triangle rectangle en B. tel que : $mes\ \hat{A} = a°$

$$AB < AC\ ; BC < AC$$

Justifie que : $0 < \frac{AB}{AC} < 1 \quad et\ 0 < \frac{BC}{AC} < 1$

Calcule $(cosa°)^2 + (sina°)^2$

Réponse attendue :

On a : $0 < AB < AC \quad \rightarrow \quad 0 < \frac{AB}{AC} < 1$

$$0 < BC < AC \quad \rightarrow 0 < \frac{BC}{AC} < 1$$

$cos^2a° = \frac{AB^2}{AC^2}$ $et\ sin^2a° = \frac{BC^2}{AC^2}$; on a alors : $cos^2a° + sin^2a° = \frac{AB^2+BC^2}{AC^2} = \frac{AC^2}{AC^2} = 1$

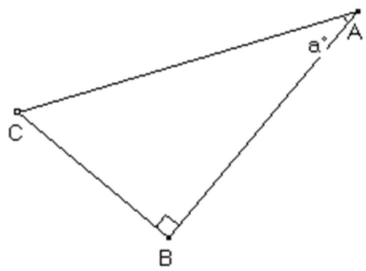
NB : on pourra noté$(sina°)^2 = sin^2a°$

Propriété 2:

Pour tout angle aigu de mesure a° ; on a : $0 < cosa° < 1$; $0 < sina° < 1$

$cos^2\ a° + sin^2\ a° = 1$

$$0 < \cos\hat{A} < 1\ ;\ 0 < \sin\hat{A} < 1;\ \sin^2\hat{A} + co$$



Exercice d'application :

On donne : $\sin a° = \frac{1}{3}$

Calcule $\cos a°$

Réponse attendue :

On a :$sin^2a° + cos^2a° = 1 \rightarrow \cos a° = \sqrt{1 - sin^2a°} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

3- **Cosinus et sinus d'angles particuliers**

Table trigonométrique des angles particuliers

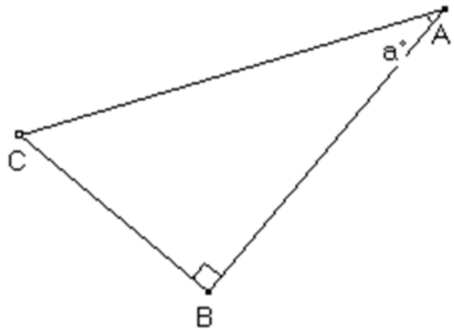
$a°$	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin a°$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos a°$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

III- TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

1- Définition

On appelle tangente d'un angle aigu(ou de sa mesure) le quotient du coté opposé par le coté adjacent à cet angle.

$$\tan a° = tan\hat{A} = \frac{cot}{coté\ a}$$

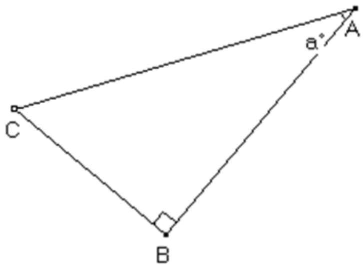


2- Propriétés :

Activité 1 :

ABC est un triangle rectangle en B. on donne :

$\sin \hat{A}\,; \cos \hat{A}\ \ et\ \ t$



Justifie que $\tan \hat{A} = \frac{sin\hat{A}}{cos\hat{A}}$

Réponse attendue :

$$sin\hat{A} = \frac{BC}{AC}$$

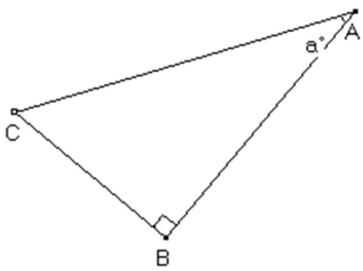
$$cos\hat{A} = \frac{AB}{AC}$$

$$tan\hat{A} = \frac{BC}{AB}\ \ et\ \ \frac{sin\hat{A}}{cos\hat{A}} = \frac{BC}{AB}\ \ \ donc\ \tan \hat{A} = \frac{sin\hat{A}}{cos\hat{A}}$$

Propriété 1

La tangente d'un angle aigu est égale au quotient du sinus par le cosinus.

$\tan \hat{A} = \frac{sin\hat{A}}{cos\hat{A}} = \frac{sina°}{cosa°}$

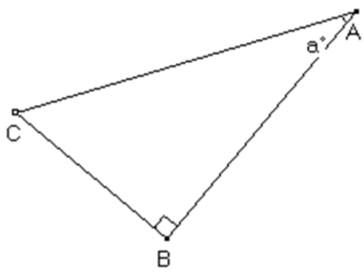


Exercice d'application :

ABC est un triangle rectangle en B.

Calcule $\tan \hat{A}$ lorsque :

1) $\sin \hat{A} = \frac{1}{3}\ \ et \cos \hat{A} = \frac{3\sqrt{2}}{3}$
2) $\sin \hat{A} = \frac{3}{5}\ \ et \cos \hat{A} = \frac{4}{5}$



Réponse attendue :

1) $\tan \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{9}$; 2) $\tan \hat{A} = \frac{3}{4}$

IV- UTILISATION DE LA TABLE TRIGONOMETRIQUE

1- Lire la table trigonométrique :

Activité 1 :

Trouve dans la table trigonométrique, les valeurs de :

$$\sin 13\,°; \cos 47° ; \tan 42° ; \sin 58° ; \cos 69° \ \ et \tan 80°$$

Réponse attendue :

En utilisant la table trigonométrique :$\sin 13° = 0{,}225$; $\cos 47° = 0{,}682$; … …

Activité 2 :

Utilise la table trigonométrique pour trouver la mesure des angles $\hat{A}$; $\hat{B}\ \ et\ \hat{C}$ tels que :

$$\sin \hat{A} = 0{,}1736\ \ ; \cos \hat{B} = 0{,}6157\ \ et \tan \hat{C} = 3{,}2709$$

Réponse attendue :

$$\sin \hat{A} = 0{,}1736 \rightarrow mes\ \hat{A} = 10°$$
$$\cos \hat{B} = 0{,}6157 \rightarrow mes\ \hat{B} = 52°$$
$$\tan \hat{C} = 3{,}2709 \rightarrow mes\ \hat{C} = 73°$$

2- Encadrer la mesure d'un angle

Activité :

On donne : $\sin \widehat{M} = 0{,}832$; $\cos \widehat{N} = 0{,}345\ \ et\ tan\ \hat{P} = 1{,}350$

Utilise la table trigonométrique pour donner un encadrement par deux entiers consécutifs de la mesure des angles $\widehat{M}$; $\widehat{N}\ et\ \hat{P}$.

Réponse attendue :

On a : $0{,}829 < sin\widehat{M} < 0{,}839 \leftrightarrow sin56° < sin\widehat{M} < sin57° \leftrightarrow 56° < mes\widehat{M} < 57°$

On a :$0{,}342 < cos\widehat{N} < 0{,}358 \leftrightarrow cos69° < cos\widehat{N} < cos70° \leftrightarrow 69° < mes\widehat{N} < 70°$

FICHE D'EXERCICES

EXERCICE 1

MNP est un triangle rectangle en P tel que :$\mathrm{MN} = 8$ et mes $\widehat{\mathrm{MNP}} = 30°$

On donne $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin 30° = \frac{1}{2}$ et $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

1) Calcule MP et PN
2) Construis un segment [AB] de mesure $\sqrt{3}$ (on donnera un programme de construction).

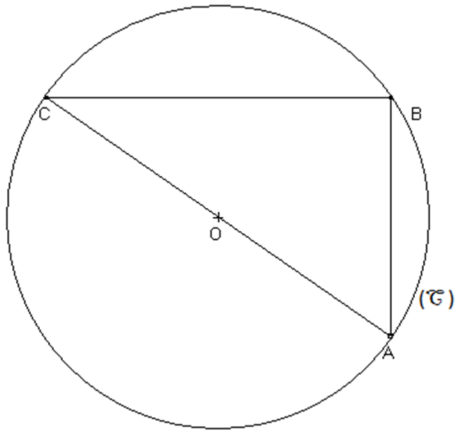
EXERCICE 2

L'unité de longueur est le centimètre.

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur :

- ABC est un triangle inscrit dans le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de diamètre [AC].
- On donne : $AB = 4\sqrt{3}$; $AC = 8$;

$$\sin 30° = \cos 60° = \frac{1}{2};\ \cos 30° =$$



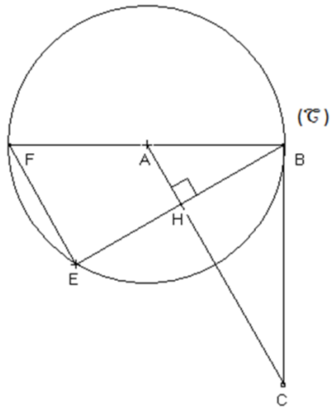
1) Justifie que ABC est un triangle rectangle en B.
2) Justifie que $\sin \widehat{ACB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
3) Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

EXERCICE 3

L'unité est le centimètre.

- $(\mathcal{C})$ est le cercle de centre A et de diamètre [BF]
- $AC = 10$; $BC = 8$ *et* $BF = 12$

1) Justifie que la droite (BC) est tangente au cercle $(\mathcal{C})$.
2) La hauteur (BH) du triangle ABC recoupe le cercle $(\mathcal{C})$ au point E. Justifie que BEF est un triangle rectangle.
3) Calcule $\sin \widehat{BAC}$ et donne un encadrement de $mes\widehat{BAC}$ par deux nombres entiers consécutifs en utilisant la table trigonométrique.
4) Justifie que $\cos \widehat{BAH} = 0{,}6$
5) Calcule AH *et* EF



COMPETENCE 1

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux objets géométriques suivants: distances, vecteurs, angles, triangles, cercles, perspective cavalière, pyramides, cônes, symétries et translations.

THEME 1 : CONFIGURATION DU PLAN

LECON 2 : PROPRIETE DE THALES DANS LE TRIANGLE

HABILETES	CONTENUS
♦ Reconnaître	une configuration de Thalès
♦ Identifier	- deux quotients égaux dans une configuration de Thalès - la propriété de Thalès - la conséquence de la propriété de Thalès - la propriété réciproque de la propriété de Thalès
♦ Partager	un segment en des segments de même longueur
♦ Calculer	des distances
♦ Démontrer	le parallélisme de droites
♦ Traiter une situation	de vie courante faisant appel aux propriétés de Thalès

SITUATION

En vue de bitumer des axes reliant des villages situés sur un plateau, BIA, OLIKRO et ALODOUGOU sont deux à deux distants de 10 kilomètres.
Sur le même plateau se trouvent trois autres villages, CALLI, KOUMI et FALLA :

- Cali est situé à 10 km d'Olikro sur l'axe Alodougou - Okikro ;
- Koumi est situé à mi-chemin de Bia et de Calli ;
- Falla est au carrefour des axes Alodougou - Koumi et Bia - OliKro.

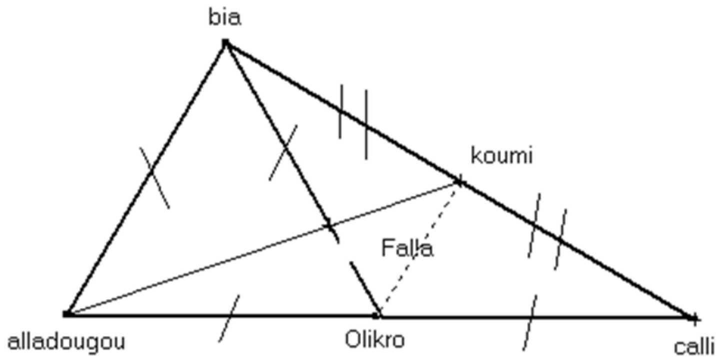
On supposera dans la suite du problème, tous les axes reliant ces villages rectilignes.
Le conseil régional décide la construction d'un centre de santé sur une superficie de trois hectares. Pour faciliter le déplacement des populations et l'accès au centre de santé, le conseil régional envisage de bitumer trois axes : Bia-Calli, Olikro-Koumi et Alogougou-Koumi.
Les spécialistes travaillant à la réalisation de ces ouvrages estiment à 120 millions de francs le kilomètre de bitume et à 40 millions de francs la construction du centre de santé.

Le conseil régional dispose de 4,5 millards de francs pour la réalisation de ces travaux. Il est question de savoir si le conseil régional pourra réaliser ce projet.

- ✓ Je distribue l'énoncé de la situation aux élèves
- ✓ Je demande à chaque élève de lire l'énonce de la situation
- ✓ Je choisis un apprenant pour lire à haute voix l'énoncé de la situation
- ✓ Je m'assure que les élèves se sont appropriés la situation et ont bien compris la tâche à réaliser
- ✓ **NB : j'évalue l'exécution de chaque consigne avant de donner une autre**

- ✓ J'accorde un temps de recherches
- ✓ J'observe le travail des élèves
- ✓ Je repère les élèves qui ne travaillent pas pour les encourager à travailler
- ✓ Je suis les échanges entre les élèves
- ✓ J'apprécie le travail de chaque élève
- ✓ J'envoie un élève dont le travail est exploitable au tableau
- ✓ Je demande aux élèves de se prononcer sur la production de l'élève qui est au tableau

<u>Production attendue</u>



<u>Calculons</u> :

- La distance BIA-CA
- La distance OLIKRO
- La distance ALLODOUGOU-KOUMI

Désignons par :

- BIA par B ;
- CALLI par C
- OLIKRO par O ;
- KOUMI par K ;
- ALLODOUGOU par A ;
- FALLA par F.

- **<u>Calculons OK</u>**

COA est un triangle. K est le milieu de [BC], O est le milieu de [AC] et $(KO) \parallel (AB)$

D'après la propriété de la droite des milieux $KO = \frac{1}{2}AB$ or $AB = 10$donc $KO = 5\ km.$

- **<u>Calculons CB</u>**

On a CBA est un triangle d'hypoténuse [CA].
O est le milieu de [CA] et $AO = OC = OB$ d'où CBA est inscrit dans le cercle de diamètre [AC] donc ABC est rectangle en B.
D'après la propriété de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2 \leftrightarrow BC^2 = AC^2 - AB^2$

$$BC^2 = 20^2 - 10^2 = 400 - 100 = 300 \leftrightarrow BC = 10\sqrt{3}\ km$$

- **Calculons AK**

KBA est un triangle rectangle en B.

D'après la propriété de Pythagore :$KA^2 = KB^2 + BA^2 \leftrightarrow KA^2 = \left(\frac{1}{2}BC\right)^2 + 10^2$

$$KA^2 = \frac{1}{4}10^2 \times 3 + 100 = 175 \leftrightarrow KA = 5\sqrt{7}\ km$$

- **Calculons KF**

FBA est un triangle. $O \in (FB); K \in (AF)\ et\ (OK) \parallel (AB)$
D'après la conséquence de la propriété de Thalès :

$$\frac{FO}{FB} = \frac{FK}{FA} = \frac{OK}{AB} \leftrightarrow \frac{FK}{FA} = \frac{1}{2} \leftrightarrow FA = 2 \times FK$$

$$KA = KF + FA = 5\sqrt{7} \ \leftrightarrow FK = 5\sqrt{3} - FA$$

$$FK = 5\sqrt{7} - 2 \times FK \leftrightarrow FK + 2 \times FK = 5\sqrt{7}$$

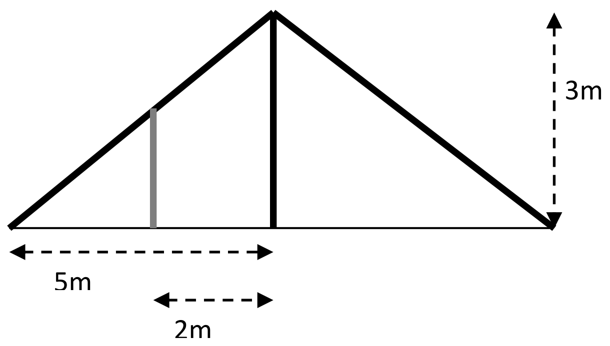
$$FK = \frac{5\sqrt{7}}{3}$$

- La dépense totale pour les bitumages est :

$$(OK + AK + BC) \times 40000000 =$$

Situation d'apprentissage

Voici la toiture de l'apatam d'un lycée. Les bois inclinés sont reliés a une barre verticale de hauteur 3m. Ces bois présentant des défections, le charpentier veut renforcer ce toit en fixant une barre verticale dont le pied est place à 2m de la barre verticale initiale. Il veut savoir la dimension de cette barre dont le sommet est relie au bois oblique.



I- PROPRIETES DE THALES

1- Propriété de Thalès

Activité :

ABC est un triangle tels que : $AB = 2\ cm\ ; BC = 3,5\ cm\ et\ AC = 2,5\ cm$

Soient les points M et N appartenant respectivement à [AB) et [AC) tels que :

$$AM = 4\ cm\ et\ AN = 5\ cm$$

Calcule les rapports :$\frac{AM}{AB}\ et\ \frac{AN}{AC}$; compare ces deux rapports.

Vérifie que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

ABC est un triangle. $M\epsilon(AB) et\ N\epsilon(AC)$tel que :$(BC) \parallel (MN)$

Démontre que :$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

<u>Réponse attendue</u> :

On a :$\frac{AM}{AB} = \frac{4}{2} = 2\quad et\ \frac{AN}{AC} = \frac{5}{2{,}5} = 2$; on a $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

A l'aide des instruments de géométrie, on constate que $(MN) \parallel (BC)$.

<u>Démonstration</u> :

$\frac{AM}{AB} = \frac{AM\times\frac{NP}{2}}{AB\times\frac{NP}{2}} = \frac{aire(AMN)}{aire(ABN)}$; de même $\frac{AN}{AC} = \frac{AN\times\frac{MQ}{2}}{AC\times\frac{MQ}{2}} = \frac{aire(AMN)}{aire(ACM)}$

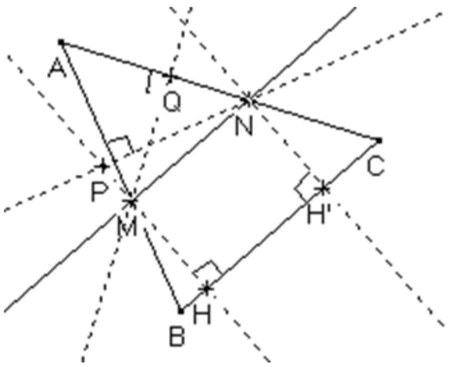
On a :$aire(AMN) = aire(AMN)$

On sait que $aire(BMC) = aire(BNC)\ car\ MH = NH'(voir\ schéma)$

$aire(ABN) = aire(ABC) - aire(BNC)$, $aire(ACM) = aire(ABC) - aire(BMC)\ or$

$$aire(BMC) = aire(BNC)\ donc\ aire(ABN) = aire(ACM)$$

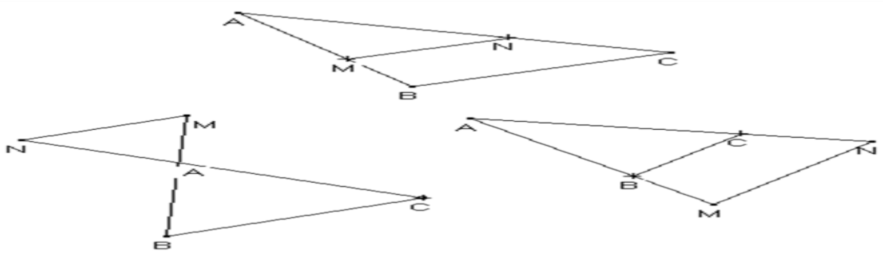
On aura alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$



<u>Propriété de Thalès</u> :

ABC est un triangle. M est un point de (AB) et N est un point de (AC).

Si $(MN) \parallel (BC)\ alors\ \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$



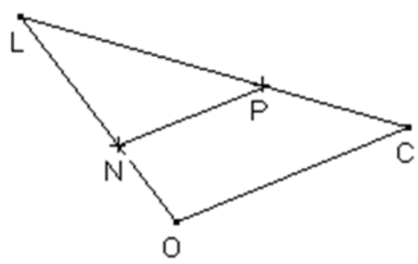
<u>Exercice d'application</u> 1 :

Sur la figure ci-contre :

$$N\epsilon(OL); P \in (LC); (OC) \parallel (N$$

Trouve un rapport égal à chacun des rapports suivants :

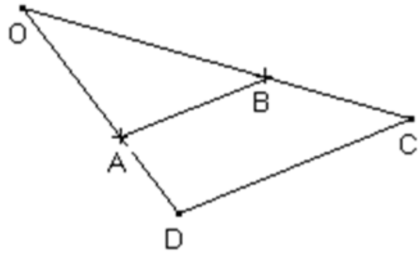
$$\frac{LN}{LO}; \frac{LP}{LC}; \frac{LO}{LN}\ et\ \frac{LC}{LP}$$



Réponse attendue :

On a ;$\frac{LN}{LO} = \frac{LP}{LC}$; $\frac{LP}{LC} = \frac{LN}{LO}$; $\frac{LO}{LN} = \frac{LC}{LP}$ et $\frac{LC}{LP} = \frac{LO}{LN}$

Exercice d'application 2 :



OAB est un triangle. $D\epsilon(OA); C \in (0B)$

On donne :$OC = 6$; $OD = 9$ et $OA = 4$ et $(AB) \parallel (DC)$

Calcule OB.

Réponse attendue :

OAB est un triangle. $D\epsilon(OA); C \in (0B)$

$et\ (AB) \parallel (DC)$

D'après la propriété directe de Thalès, on a :

$$\frac{OD}{OA} = \frac{OC}{OB}\ avec\ OD = 9\ ; OC = 6\ et\ OA = 4$$

$$OB = OA \times \frac{OC}{OD} = \frac{8}{3}$$

2- Réciproque de la propriété de Thalès

Activité :

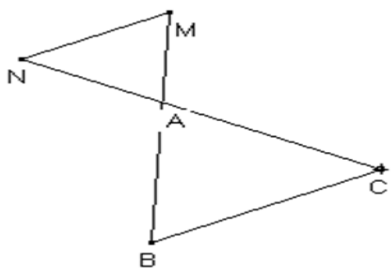
L'unité est le centimètre.

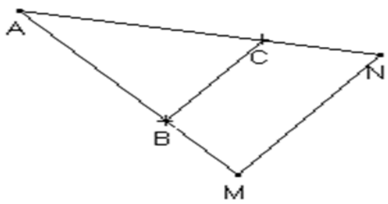
Dans chacun des cas de figures ci-dessous. ABC est un triangle, $M \in (AB)$ et $N \in$(AC)

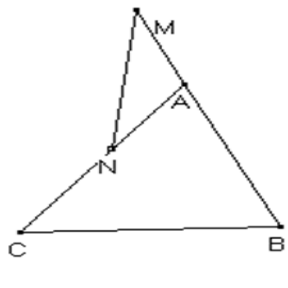
Tels que : $AB = 4; AC = 3{,}5; AM = 1{,}6\ et\ AN = 1{,}4$.

Vérifie l'égalité des quotients $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$

Précise dans quels cas on a :$(MN) \parallel (BC)$







Réponse attendue :

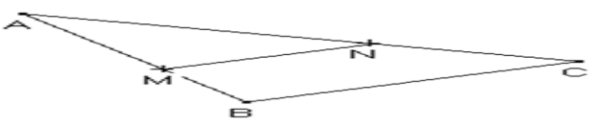
On a :$\frac{AM}{AB} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{14}{35}; 14 \times 5 = 70 = 35 \times 2$ $donc$ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

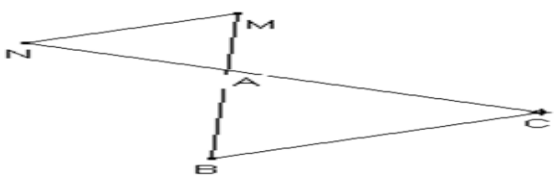
$(MN) \parallel (BC)$ Dans les cas 1 et 2.

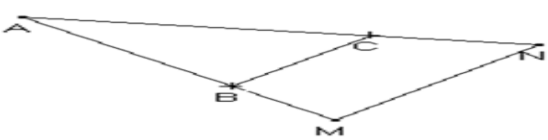
Propriété :

ABC est un triangle. $M \in (AB)$ et $N \in$(AC) tels que : la position du point M par rapport à A et B soit la même que celle du point N par rapport à A et C.

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ $alors\ (MN) \parallel (BC)$





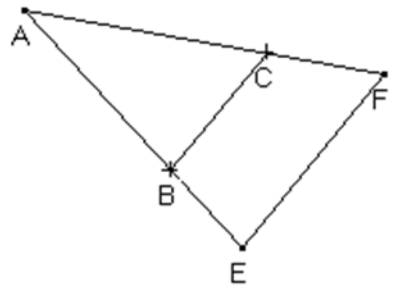


Exercice d'application :

Sur la figure ci-contre, ABC est un triangle tels que :

$E \in [AB); F \in [AC)$. On donne $AB = 8$; $AC = 7$; $AE = 20$ et $AF = 17{,}5$.

Justifie que $(BC) \parallel (EF)$



Réponse attendue :

ABC est un triangle. $E \in [AB); F \in [AC)$.La position du point E par rapport à A et B est la même que celle du point F par rapport à A et C.

On a :$\frac{AE}{AB} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} et \frac{AF}{AC} = \frac{17{,}5}{7} = \frac{175}{70}$

Vérifiions si $\frac{5}{2} = \frac{175}{70}$

$5 \times 70 = 175 \times 2 = 350$ Donc d'après la réciproque de Thalès $(EF) \parallel (BC)$.

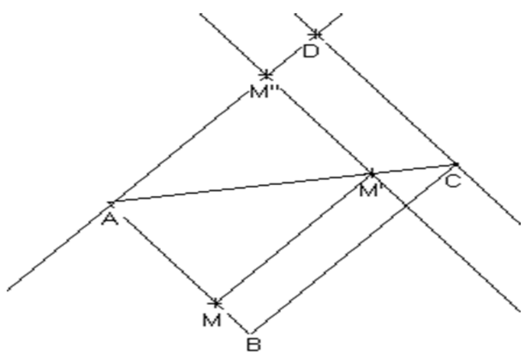
3- Conséquence de la propriété de Thalès :

Activité :

ABC est un triangle. M est un point de (AB) et M' est un point de (AC) tel que :

$$(MM') \parallel (BC).$$

Démontre que :$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MM\prime}{BC}$ (pour cela traçons la droite (L) passant par A et parallèle à (BC). D et M'' sont des points de (L) tels que les droites(MM''), (DC) et (AB) soient parallèles.



Réponse attendue :

ABC est un triangle. $ona : M \in (\text{AB}); M' \in (\text{AC}) et (MM') \parallel (BC) donc \frac{AM}{AB} = \frac{AM'}{AC}$

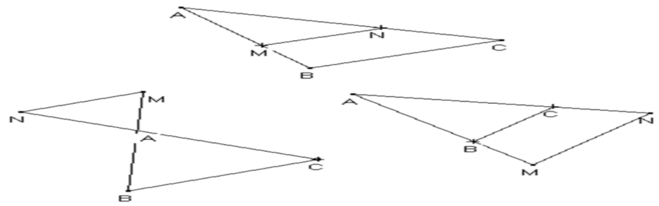
De même $ona : M' \in (\text{AC}); M'' \in (\text{AD})\ et (M'M'') \parallel (DC) donc \frac{AM''}{AD} = \frac{AM'}{AC}$

Des égalités, on obtient :$\frac{AM}{AB} = \frac{AM'}{AC} = \frac{AM''}{AD}$ $or\ AM'' = MM' et\ AD = BC$ donc

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AM'}{AC} = \frac{MM'}{BC}$$

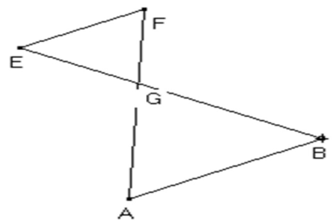
Propriété :

ABC est un triangle.$M \in (AB) et\ N \in (AC),\ si\ (MN) \parallel (BC)\ alors\ \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



Exercice d'application :

On donne la figure suivante :



EFG est un triangle. $B \in [EG) et\ A \in [FG)\ et\ (EF) \parallel (AB)$

On donne $FG = 3\ cm; AG = 7\ cm\ et\ EF = 6\ cm$

Calcule AB.

Réponse attendue :

EFG est un triangle. $B \in [EG) et\ A \in [FG)\ et\ (EF) \parallel (AB)$

D'après la conséquence de Thalès,

On a :$\frac{GB}{GE} = \frac{G}{GF} = \frac{AB}{EF} \rightarrow AB = EF \times \frac{AG}{FG} = 6 \times \frac{7}{3} = 14\ cm$

Exercices de maison : N°1 ; 2 ; 3 ; 8 et 9 page 17 CIAM 3ème

II- UTILISER LES PROPRIETES DE THALES

1- PARTAGER UN SEGMENT DANS UN RAPPORT DONNE

PRESENTATION :

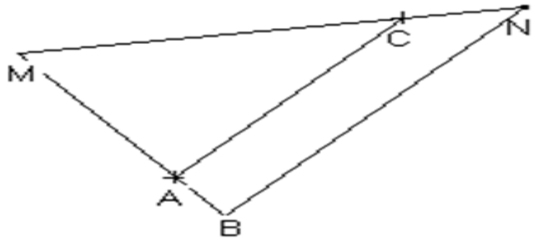
On donne trois segments de mesures $a, b\ et\ c$.

On veut construire la quatrième proportionnelle des nombres $a, b\ et\ c$ pris dans l'ordre.

Cela revient à construire un segment $[MN]\ tel\ que: \frac{a}{b} = \frac{c}{MN}$; pour cela :

- ✓ On trace deux demi-droites de même origine M ;
- ✓ Sur l'une des demi-droites, on marque A et B tels que : $MA = a\ et\ MB = b$
- ✓ Sur l'autre demi-droite, marque C tel que :$MC = c$

- ✓ On trace la droite parallèle à (AC) qui passe par le point B, elle coupe (MC) au point N ;
- ✓ D'après la propriété de Thalès dans le triangle MAC :$\frac{MA}{MB} = \frac{MC}{MN} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{MN}$



<u>Exercice d'application</u> :

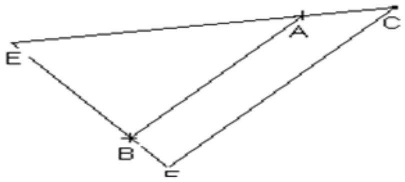
L'unité est le centimètre.

E, F sont deux points du plan tels que : $EF = 9$

Construis le point B de (EF) tel que :$\frac{EB}{9} = \frac{3}{5}$

<u>Réponse attendue :</u>

- ✓ Traçons deux demi-droites d'origine E ;
- ✓ Sur une demi-droite, plaçons les points A et C tels que :$EA = 3\ et\ EC = 5$
- ✓ Sur l'autre demi-droite, plaçons le point F tel que :$EF = 9$
- ✓ Traçons la droite parallèle à (CF) passant par A ;
- ✓ Le point d'intersection des droites (EF) et la parallèle ainsi tracée est le point B.



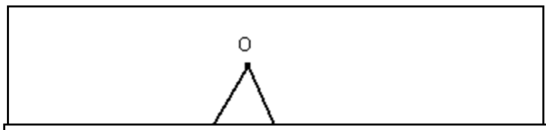
TRAVAUX DIRIGES : PROPRIETES DE THALES DANS UN TRIANGLE

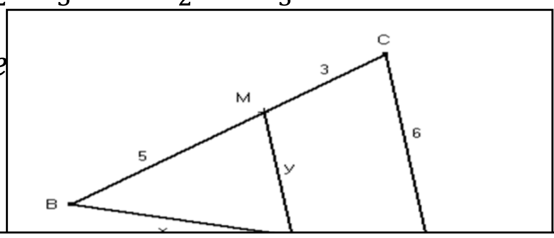
EXERCICE 1

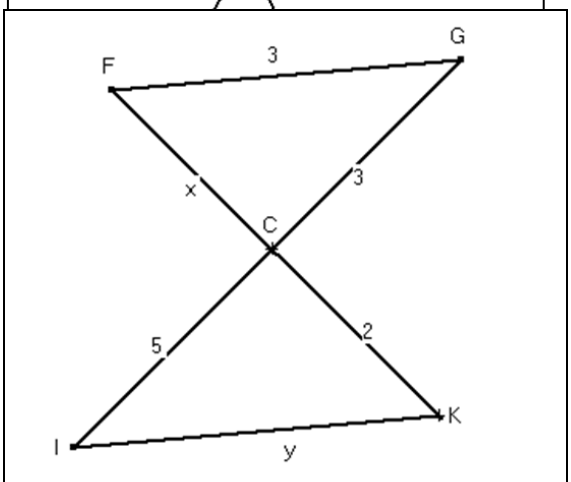
1) Trouve dans chacun des cas, la valeur de x :

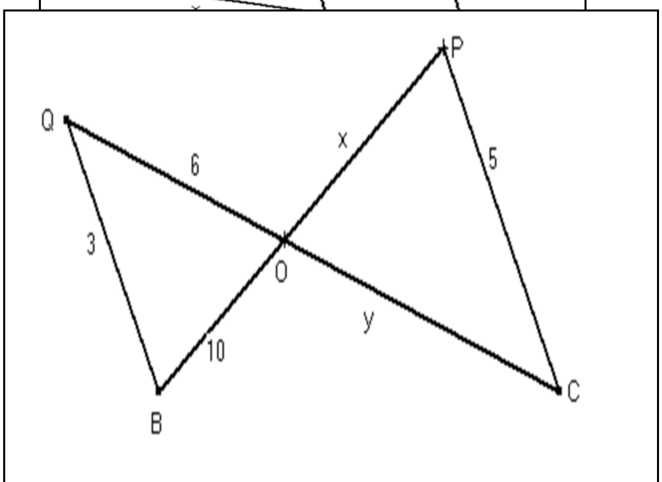
$a)\ \frac{x}{8} = \frac{9}{4}\ ;\ b)\ \frac{6}{5} = \frac{15}{x}\ ; c)\ \frac{x+1}{2} = \frac{2}{4}\ ; d)\ \frac{x}{x+2} = \frac{2}{5}\ ;\ e)\ \frac{x-5}{2} = \frac{x+2}{3}$

2) Dans les figures suivantes, calcule x e

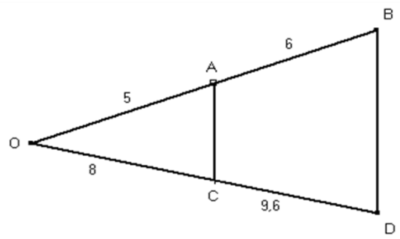








3) Sur la figure ci-dessous, Montre que $(AC) \parallel (BD)$

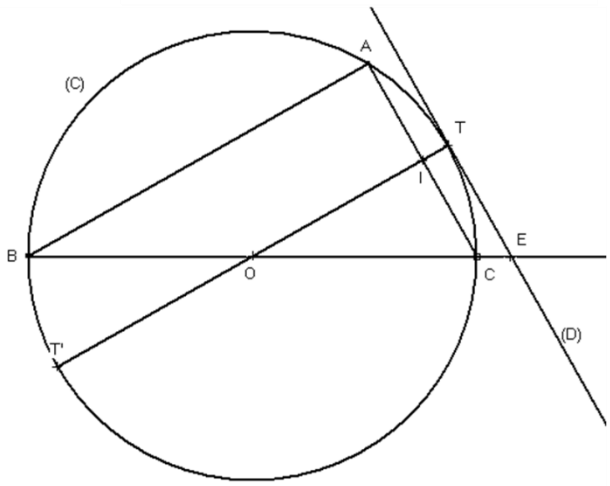


EXERCICE 2

Soit le triangle ABC tel que :

$$AB = 8\ cm\ ; BC = 10\ cm\ et\ AC =$$

1) Démontre que ABC est un triangle rectangle.
2) On appelle O le milieu du segment [BC] et (C) le cercle de diamètre [BC]. Démontre que A est un point du cercle (C).
3) On appelle I le milieu du segment [AC]. Démontre que $(OI) \perp (AC)$
4) Calcule OI
5) La droite (OI) coupe le cercle (C) aux points T et T' avec T, I, O et T' alignés dans cet ordre. On appelle (D) la tangente au cercle (C) passant par le point T.



a) Démontre que $(AC) \parallel (D)$
b) La droite (D) coupe (BC) en E (voir figure).
c) Calcule la valeur du rapport $\frac{OE}{OC}$
d) En déduire la longueur du segment $[OE]$

EXERCICE 3

ABC est un triangle tel que :$BC = 8\ ; AB = 12\ et\ AC = 9$

Soit M le milieu de $[BC]$. Soit E le point de $[BM]$ tel que $BE = 3$ et le point F de $[AB]$ tel que $AF = 3$. L'unité est le centimètre.

a) Fais la construction
b) Montre que $(AM) \parallel (EF)$
c) Soit I le milieu de$[AC]$. La droite(BI) coupe les segments $[AM] et\ [EF]$ respectivement en $G\ et\ N$.

   $calcule\ \dfrac{NG}{NB}$
d) Soit J le milieu de $[MC]$. Montre que $(JI) \parallel (AM)$

EXERCICE 4

L'unité est le centimètre.

ABC est un triangle tel que $AB = 6$; $AC = 4{,}7$ et $BC = 5{,}3$.

M est un point du segment $[AB]$ et N un point du segment $[BC]$ tels que $\frac{MN}{AC} = \frac{3}{4}$ et $(MN) \parallel (AC)$.

1) Justifie que $BM = \frac{3}{4}BA$
2) Construis le triangle ABC et place les points M et N qui respectent les conditions précitées. Justifie ta construction en précisant la propriété utilisée.

EXERCICE 5

ABC est un triangle. Eest le point du coté $[AB]$ tel que :$\frac{AE}{AB} = \frac{2}{3}$

La droite parallèle à (BC) passant par E coupe la droite (AC) au point F.

La droite parallèle à (AB) passant par F coupe la droite (BC) au point G.

La droite parallèle à (AC) passant par G coupe la droite (AB) au point H.

Les droites (EF) et (GH) se coupent au point I.

Démontre :

1) $\frac{AH}{AB} = \frac{1}{3}$
2) H est le milieu du segment [AE]
3) $\frac{HI}{AF} = \frac{1}{2}$

COMPETENCE 2

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux calculs dans l'ensemble des nombres réels, au calcul littéral, aux équations et inéquations du premier degré dans R et dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et à l'organisation des données.

THEME 1 : CALCUL NUMERIQUE

LECON 2 : CALCUL NUMERIQUE

HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	- un intervalle - L'amplitude d'un intervalle - les propriétés relatives aux inégalités et opérations
♦ Noter	un intervalle
♦ Lire	un intervalle
♦ Traduire	-un intervalle à l'aide d'inégalités -une inégalité à l'aide d'un intervalle
♦ Représenter	-un intervalle sur une droite graduée - l'intersection ou la réunion de deux intervalles sur une droite graduée
♦ Comparer	-deux nombres en recherchant le signe de leur différence - deux nombres positifs en comparant leurs carrés - deux nombres positifs en comparant leurs inverses
♦ Encadrer	- une racine carrée par deux entiers consécutifs - une racine carrée par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1, 2 ou 3, à l'aide d'une table de carrés ou d'une calculatrice -l'opposé d'un nombre -l'inverse d'un nombre non nul -la somme, la différence de deux nombres -le produit, le quotient de deux nombres positifs
♦ Déterminer	- le centre d'un intervalle - l'arrondi d'ordre 1,2 ou 3 d'une racine carré
♦ Traiter une situation	faisant appel à des intervalles, à des comparaisons de nombres réels ou à des encadrements de nombres

Exemple de situation

Pour son mariage un couple sollicite un restaurant pour un repas de 300 invités. Il exige un écart de 30 cm entre chaque invité.
Le restaurant ne disposant que de 12 tables veut disposer les invités sur la longueur des tables. Une table a sa longueur comprise entre 3m et 4 m.
Il est question pour le couple de savoir si tous les 300 invités pourront être installés.

I- INTERVALLES

1- Nouvelles inégalités

Activité :

Trouve deux solutions de l'inéquation : $x + 2 < 3$

Réponse attendue :

$$x + 2 < 3 \leftrightarrow x < 3 - 2 \leftrightarrow x < 1$$

0 et -3 sont deux nombres solutions de cette inéquation.

Propriété :

$a\ et\ b$sont des nombres réels.

Ecriture	Lecture	Signification
$a \leq b$	$a\ est\ inferieur\ ou\ égal\ à\ b$	$a \leq b\ équivaut\ a < b\ ou\ a = b$
$a \geq b$	$a\ estsuprieur\ ou\ égal\ à\ b$	$a \geq b\ équivaut\ a > b\ ou\ a = b$

Exercice d'application :

Complète par vraie ou faux :

$0,1 \geq \frac{1}{10}$	$3,1 > 1,5$	$6,5 \leq -1,5$	$5 \leq 5$

Réponse attendue :

$0,1 \geq \frac{1}{10}$	$3,1 > 1,5$	$6,5 \leq -1,5$	$5 \leq 5$
vraie	Vraie	Faux	Vraie

2- **Vocabulaire et représentation** :

a) **vocabulaire**

$a\ et\ b$sont des nombres réels tels que : $a < b$

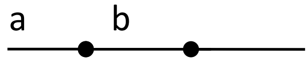
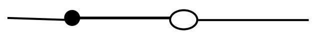
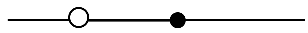
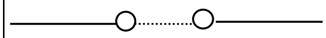
Les nombres $a\ et\ b$ sont appelés bornes de chacun des intervalles suivants :

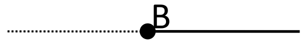
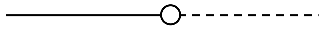
$$[a; b]; [a; b[;]a; b]\ et\ ]a; b[$$

$x$est un élément de chacun des intervalles, on peut associer respectivement l'encadrement : $a \leq x \leq b; a \leq x < b$; $a < x \leq b\ et\ a < x < b$

$(b - a)$est appelé amplitude de ces encadrements.

b) **Représentation** :

Ecriture	Lecture	Ensemble des x tels que	Représentation
$[a; b]$	Intervalle fermé a, b	$a \leq x \leq b$	a b 
$[a; b[$	Intervalle a, b fermé en a, ouvert en b.	$a \leq x < b$	 a b
$]a; b]$	Intervalle a, b, ouvert en a, fermé en b.	$a < x \leq b$	 a b
$]a; b[$	Intervalle ouvert a, b.	$a < x < b$	 a b
$] \leftarrow; b[$	Intervalle des nombres plus petits que b.	$x < b$	B 

$]\leftarrow; b]$	Intervalle des nombres inferieurs ou égaux à b.	$x \leq b$	
$]a; \rightarrow[$	Intervalle des nombres plus grands que a.	$x > a$	
$[a; \rightarrow[$	Intervalle des nombres supérieurs ou égaux à a.	$x \geq a$	

- Le nombre $(b-a)$est appelé **amplitude** ou **longueur** de l'intervalle.
- Le nombre$\frac{a+b}{2}$ est appelé centre de chacun des intervalles :

$$[a; b]; [a; b[;]a; b]\ et\ ]a; b[$$

<u>Exercice d'application</u> :

a) Ecris sous la forme d'intervalle chacun des ensembles de nombres définie ci-dessous : $x \leq 2$; $x > 3{,}5\ \ et -4 < x \leq 6$

b) Traduis à l'aide d'inégalités l'appartenance de x à l'intervalle donné puis donne une représentation : $x \in]-2; \rightarrow [\ et\ x \in]3; 4]$

<u>Réponse attendue</u> :

1) $x \leq 2 \rightarrow x \in]\leftarrow; 2]$; $x > 3{,}5 \rightarrow x \in]3{,}5; \rightarrow [\ et -4 < x < 6 \rightarrow x \in]-4; 6[$

2) $x \in]-2; \rightarrow [\ \rightarrow x > -2\ \ et\ x \in]3; 4] \rightarrow\ 3 < x \leq 4$

3- **<u>Intersection et réunion d'intervalles</u>**

✓ L'intersection de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments appartenant à A et à B. $x \in A \cap B$ *équivaut* à $x \in A\ et\ x \in B$.
L'intersection de deux intervalles est l'ensemble des éléments qui appartiennent aux deux intervalles. Le symbole ∩ se lit « inters ». $[-2; 4[\cap [2; 8]$ *se lit* $[-2; 4[$ *inter* $[2; 8]$. C'est l'intersection de ces deux intervalles $[-2; 4[$ *et* $[2; 8]$.

<u>Représentation</u> : 

Donc : $[-2; 4[\cap [2; 8] = [2; 4[$

✓ La réunion de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments appartenant à A ou à B. $x \in A \cup B$ *équivaut* à $x \in A\ ou\ x \in B$.
La réunion de deux intervalles est l'ensemble des éléments qui appartiennent à l'un ou à l'autre des intervalles. Le symbole ∪ se lit « union ».
$[-2; 4[\cup [2; 8]$ *se lit* $[-2; 4[$ *union* $[2; 8]$. C'est la réunion de ces deux intervalles $[-2; 4[$ *et* $[2; 8]$.

<u>Représentation</u> : 

Donc : $[-2; 4[\cup [2; 8] = [-2; 8]$

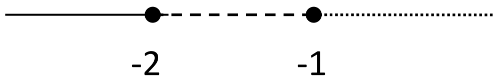
<u>Exercice d'application</u> :

Représente sur une droite graduée et écris plus simplement :

$$[-2; \rightarrow [\cap [-1; \rightarrow [\ et \ ]-2; -1[\cup [-1; \rightarrow [$$

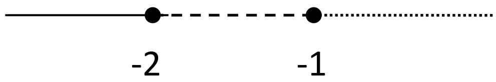
Réponse attendue :

a)Représentation :



Donc : $[-2; \rightarrow [\cap [-1; \rightarrow [= [-1; \rightarrow [$

b)Représentation :



Donc : $[-2; -1[\cup [-1; \rightarrow [= [-2; \rightarrow [$

Exercices de maison : N° 5, 6 et 8 page 156 CIAM 3ème

II- COMPARAISON DES NOMBRES REELS

1- Inégalités et opérations

a) Inégalités et additions

Activité :

Trouve deux solutions de l'inéquation : $x + 3 < 4$

Réponse attendue :

$x + 3 < 4 \leftrightarrow x < 1$; 0 et -3 sont deux solutions de cette inéquation.

Propriété :

Lorsqu'on ajoute membre à membre des inégalités de même sens, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.

$a, b \ , c \ \ et \ d$étant des ombres réels.

$$si \ a < b \ et \ c < d \ \ alors \ a + c < b + d$$
$$si \ a \leq b \ et \ c \leq d \ alors \ a + c \leq b + d$$

Exemple :

$$-1 < 4 \ et -3 < -2 \ \ alors -1 + (-3) < 4 + (-2) \leftrightarrow -4 < 2$$

b) Inégalités et multiplications :

Propriété :

Lorsqu'on multiplie membre à membre des inégalités de même sens, entre nombres positifs, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.

$a, b, c \ et \ d$ étant des nombres réels positifs.

$$si \ a < b \ et \ c < d \ alors \ a \times c < b \times d$$
$$si \ a \leq b \ et \ c \leq d \ \ alors \ a \times c \leq b \times d$$

Exemple :

$$4 > 3 \ et \ 2 > 1 \ alors \ 4 \times 2 > 3 \times 1$$

Remarque :

Si les nombres $a, b, c \ et \ d$ ne sont pas tous de même signe, on ne peut pas comparer les produits.

Exemple :

$-1 < 4 \; et -3 < -2$; $-1 \times -3 = 3 \;\; et \; 4 \times -2 = -8 \; donc -1 \times -3 > 4 \times -2$

2- Comparaison des nombres réels

a) Comparer deux nombres en comparant leur différence :

Propriété :

$a \; et \; b$ sont des nombres réels.

$$a - b < 0 \; équivaut \text{ à } a < b$$
$$a - b > 0 \; équivaut \text{ à } a > b$$

Exemple :

Comparons -3 et -7

Faisons la différence :$-3 - (-7) = -3 + 7 = 4 > 0 \;\; donc (-3) > (-7)$

Exercice d'application :

Compare :$\frac{2}{3} \; et \; \frac{3}{4}$

Réponse attendue :

On a :$\frac{2}{3} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{12} \;\; or -\frac{1}{12} < 0 \;\; donc \; \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$

b) Comparer des nombres de même signe en comparant leurs carrés :

Activité :

a	-3	-2	0	1	4	5
a^2						

1) Complète le tableau
2) Les nombres de la première ligne sont rangés dans l'ordre croissant. Comment sont rangés les nombres de la deuxième ligne ?

Réponse attendue :

a	-3	-2	0	1	4	5
a^2	9	4	0	1	16	25

- Les nombres de la deuxième ligne : les nombres négatifs sont rangés dans l'ordre décroissant et les nombres positifs sont rangés dans l'ordre croissant.

Propriété 1 :

Deux nombres négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs carrés.

$a \; et \; b$ sont des nombres réels négatifs :

$$a < b \; équivaut \text{ à } a^2 > b^2$$
$$a \leq b \; équivaut \text{ à } a^2 \geq b^2$$

Exemple :

On pose : $a = -9 \; et \; b = -2$

On a :$a^2 = (-9)^2 = 81 \; et b^2 = (-2)^2 = 4$ or $81 > 4 \; donc a < b$

Propriété 2 :

Deux nombres réels positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés.

$a \; et \; b$ sont des nombres réels positifs :

$$a < b \; équivaut \text{ à } a^2 < b^2$$

$$a \leq b \; équivaut \text{ à } a^2 \leq b^2$$

Démonstration :
Soient $a \; et \; b$ deux nombres réels.

- $a \; et \; b$ sont des nombres réels négatifs :

On a :$a^2 > b^2 \leftrightarrow a^2 - b^2 > 0 \leftrightarrow (a-b)(a+b) > 0 \; or a + b < 0 \; donc a - b < 0$ d'où $a < b$.

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \; tel \; que \; a \; et \; b \; soient \; négatifs \colon a < b \text{ équivaut à } a^2 > b^2$$

- $a \; et \; b$ étant positifs. On a : $a^2 > b^2 \leftrightarrow (a-b)(a+b) > 0 \; or a + b > 0$

Donc $a - b > 0 \; d'où \; a > b$.

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \; tel \; que \; a \; et \; b \; soient \; positifs \colon a < b \text{ équivaut à } a^2 < b^2$$

c) Comparer deux nombres positifs en comparant leurs racines carrées

Propriété :
Deux nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs racines carrées.
$a \; et \; b$sont des réels positifs.

$$a < b \text{ équivaut à } \sqrt{a} < \sqrt{b}$$
$$a \leq b \; équivaut \text{ à } \sqrt{a} \leq \sqrt{b}$$

Exemple :

$$\sqrt{9} > \sqrt{4} \leftrightarrow 9 > 4$$

Remarque :
Pour comparer deux nombres positifs, on peut comparer leurs carrés.
Exercice d'application :

1) Compare $3\sqrt{2} \; et \; 4$
2) Compare $4\sqrt{3} \;\; et \; 5\sqrt{2}$
3) Trouve le signe de :$\left(5\sqrt{2} - 2\right) \; et \; (4\sqrt{5} - 9)$

1) $\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18 \;\; et \; 4^2 = 16$

De plus $18 - 16 = 2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 - 4^2 > 0 \; donc \; 3\sqrt{2} > 4$

2) De même que le 1) on obtient :$\left(4\sqrt{3}\right)^2 = 48 \;\; et \; \left(5\sqrt{2}\right)^2 = 50 \; donc \; 4\sqrt{3} < 5\sqrt{2}$
3) Trouvons le signe : $on \; a$: $\left(5\sqrt{2}\right)^2 = 50 \;\; et \; 2^2 = 4 \; or \; \left(5\sqrt{2}\right)^2 - 2^2 > 0$
   Donc $5\sqrt{2} - 2 > 0$

De même, on a :$\left(4\sqrt{5}\right)^2 = 80 \;\; et \; 9^2 = 81 \; or \; \left(4\sqrt{5}\right)^2 - 9^2 < 0 \; donc \; 4\sqrt{5} - 9 < 0$.

Exercices de maison : N°10 ; 11 et 12 page 156 CIAM 3ème

d) Comparer deux nombres de même signe en comparant leurs inverses.

Propriété :
Deux nombres non nuls de même signe sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses.

a et $b$sont des nombres réels non nuls de même signe.

$$a < b \text{ } équivaut \text{ à } \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$
$$a \leq b \text{ } équivaut \text{ à } \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$$

Exercice d'application :

On a : $a = \sqrt{2}$ et $b = \sqrt{3}$

1) Compare a et b.
2) compare$\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$

Réponse attendue :

1) on a :$(\sqrt{2})^2 = 2$ $et(\sqrt{3})^2 = 3$ or $2 - 3 = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 < 0$ $donc\sqrt{2} < \sqrt{3}$
2) $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

III- ENCADREMENTS

1- Encadrement d'une racine carrée :

Activité :

Trouve à l'aide d'une calculatrice l'encadrement de :

a) $\sqrt{17}$ par deux entiers consécutifs ;
b) $\sqrt{17}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 1 ;
c) $\sqrt{17}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2 ;

Réponse attendue :

a) $on\ a$: $4^2 < \sqrt{17}^2 < 5^2 \leftrightarrow 4 < \sqrt{17} < 5$
b) $on\ a$: $\sqrt{17} = 4{,}12310 \leftrightarrow 4{,}1 < \sqrt{17} < 4{,}2$
c) $on\ a$: $\sqrt{17} = 4{,}12310 \leftrightarrow 4{,}12 < \sqrt{17} < 4{,}13$

2- Encadrement de la somme de deux nombres connaissant l'encadrement de chacun d'eux.

Activité :

On donne :$1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$ et $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$

Trouve un encadrement de $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

Réponse attendue :

On a : $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$ et $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$

$d'o$ù $1{,}414 + 1{,}732 < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 1{,}415 + 1{,}733 \leftrightarrow 3{,}146 < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 3{,}148$

3- Encadrement du produit de deux nombres connaissant l'encadrement de chacun d'eux.

Activité :

Trouve un encadrement d'ordre 3 du nombre $\sqrt{6}$

Réponse attendue :

On a $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415 \quad et\ 1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$

$$1{,}414 \times 1{,}732 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 1{,}415 \times 1{,}733$$

$$2{,}449 < \sqrt{6} < 2{,}452$$

4- <u>Encadrement de la différence deux nombres connaissant l'encadrement de chacun d'eux.</u>

<u>Activité :</u>

Trouve un encadrement de $4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$

<u>Réponse attendue</u> :

On a $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415 \quad et\ 1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$

$$5{,}656 < 4\sqrt{2} < 5{,}660\ et\ 5{,}196 < 3\sqrt{3} < 5{,}199$$

$$-5{,}199 < -3\sqrt{3} < -5{,}196\ d'ou\ 0{,}457 < 4\sqrt{2} - 3\sqrt{3} < 0{,}464$$

<u>Attention !!!</u>

Il n'existe pas de règle permettant de soustraire membre à membre des inégalités de même sens.

<u>Méthode</u> :

Pour encadrer la différence $(a - b)$, connaissant l'encadrement des nombres $a\ et\ b$.

On peut procéder comme suit :

- On détermine un encadrement de $(-b)$ de même sens que celui de a ;
- On détermine un encadrement de la somme $a + (-b)$.

5- **<u>Encadrement du quotient connaissant l'encadrement de chacun d'eux</u>**.

<u>Méthode :</u>

Pour encadrer le quotient $\frac{a}{b}$, connaissant l'encadrement des nombres $a\ et\ b$.

On peut procéder comme suit :

- On détermine un encadrement de $\frac{1}{b}$ de même sens que celui de a ;
- On détermine un encadrement du produit $a \times \frac{1}{b}$.

<u>Exercice d'application</u> :

Sachant que :$1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415 \quad et\ 1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$

Trouve un encadrement de $2 - \sqrt{3}\ et\ \frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{3}}$

<u>Réponse attendue</u> :

On a :$1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415 \quad et\ 2 - 1{,}733 < 2 - \sqrt{3} < 2 - 1{,}732$

$$1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415 \quad et\ 0{,}267 < 2 - \sqrt{3} < 0{,}268$$

$$d'où\ \frac{1}{0{,}268} < \frac{1}{2 - \sqrt{3}} < \frac{1}{0{,}267} \leftrightarrow 1{,}414 \times 3{,}731 < \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{3}} < 1{,}415 \times 3{,}745$$

Donc : $5{,}275 < \frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{3}} < 5{,}299$

<u>Exercice d'application :</u>

On donne : $A = \frac{3}{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}$

Sachant que :$2{,}236 < \sqrt{5} < 2{,}237 \quad et\ 1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$

1) Ecris A sans racine carrée au dénominateur.
2) Donne un encadrement A par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

Réponse attendue :

1) $A = \frac{3(\sqrt{5}-2\sqrt{3})}{5-4\times3} = \frac{3(\sqrt{5}-2\sqrt{3})}{-7}$
2) $2{,}236 < \sqrt{5} < 2{,}237 \quad et - 3{,}466 < -2\sqrt{3} < -3{,}464$

$$2{,}236 - 3{,}466 < \sqrt{5} - 2\sqrt{3} < 2{,}237 - 3{,}464$$

$-1{,}230 < \sqrt{5} - 2\sqrt{3} < -1{,}227$ ……. à suivre

6- Approximation décimale d'un nombre rationnel

Présentation :

Soit $1{,}85 < \frac{13}{7} < 1{,}86$.

- ✓ 1,85 est l'approximation décimale par défaut d'ordre deux de $\frac{13}{7}$
- ✓ 1,86 est l'approximation décimale par excès d'ordre deux de $\frac{13}{7}$

Méthode :

Pour trouver l'arrondi d'ordre n de la fraction $\frac{a}{b}$. On calcule le quotient q de la division de a par b avec $n+1$ chiffres après la virgule.

- Si le $(n+1)^e$ chiffre après la virgule est 0, 1, 2, 3 ou 4, l'arrondi d'ordre n de $\frac{a}{b}$ est l'approximation décimale par défaut.
- Si le $(n+1)^e$ chiffre après la virgule est 5, 6, 7, 8 ou 9, l'arrondi d'ordre n de $\frac{a}{b}$ est l'approximation décimale par excès.

Exercice d'application :

Donne les arrondis de $\pi = 3{,}14159265$ d'ordre 2 et d'ordre 4.

Réponse attendue :

D'ordre 2 : le 3ème chiffre est 1, donc l'arrondi est l'approximation décimale par défaut qui est $\pi = 3{,}14$.

D'ordre 4 : le 5ème chiffre est 9, donc l'arrondi est l'approximation décimale par excès qui est $\pi = 3{,}1316$

FICHE D'EXERCICES

EXERCICE 1

On donne $x = 3 + 2\sqrt{3} \; et \; y = 2 + 3\sqrt{3}$

$$on\ sait\ que\ \ 1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733 \; et \; \ 1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$$

1) Justifie que $(1-\sqrt{3})$ est négatif
2) Calcule $x - y$
3) En déduire une comparaison des nombres $x \; et \; y$
4) Donne un encadrement de $z = \frac{x-y}{1+\sqrt{2}}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 2

On donne : $a = \frac{\sqrt{2}-3}{\sqrt{7}}$ et $b = \frac{3+8\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$

1) Démontre $a \times b = 1 - 3\sqrt{2}$
2) On sait que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$, Donne un encadrement de ab par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 3

On donne : $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $et\ 2{,}236 < \sqrt{5} < 2{,}237$

1) Ecris l'inverse de a sans radical au dénominateur.
2) Compare $\frac{1}{a}$ $et\ a - 1$
3) Démontre $a^2 = a + 1$
4) Donne un encadrement de a^2 par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 4

On donne les nombres réels suivants : $A = 2 - \sqrt{5}$ $B = -2 - \sqrt{5}$ et

$$C = \frac{\sqrt{5}-1}{A} + \frac{\sqrt{5}+1}{B}$$

1) Quel est le signe de A ?
2) Démontre que A et B sont inverses.
3) Démontre que C est un nombre entier.
4) Sachant que$2{,}23 < \sqrt{5} < 2{,}24$, détermine un encadrement de B par deux décimaux consécutifs d'ordre 1.
5) Donne les arrondis d'ordre 1,2 et 3 de B.

<u>COMPETENCE</u> 1

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux objets géométriques suivants: distances, vecteurs, angles, triangles, cercles, perspective cavalière, pyramides, cônes, symétries et translations.

THEME 1 : CONFIGURATION DU PLAN

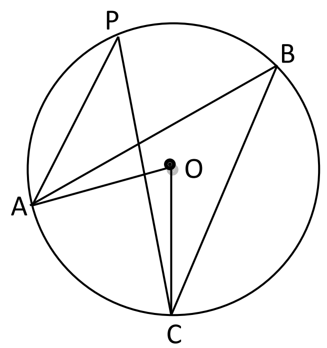
LECON 3 : ANGLES INSCRITS

Dans tout le chapitre, $(\mathcal{C})$ est le cercle de centre O.

HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	- un angle inscrit dans un cercle - un arc intercepté - des angles inscrits qui interceptent le même arc - un angle inscrit et un angle au centre associés - la propriété relative aux mesures de deux angles associés - la propriété relative aux mesures de deux angles inscrits interceptant le même arc
♦ Déterminer	la mesure d'un angle
♦ Justifier	une égalité de mesure d'angles
♦ Traiter une situation	de vie courante faisant appel aux propriétés des angles inscrits.

SITUATION

La figure ci-contre a été réalisée par Nina, une élève d'une classe de 3ème.
Les points B, C et P appartiennent au cercle de centre O et de rayon OA.
On donne$mes\widehat{COA}$ =40°
Le voisin de classe de Nina, en observant le dessin affirme que les angles $\widehat{CBA}$ et $\widehat{CPA}$ ont la même mesure.
Il s'agit de savoir si le voisin de Nina a raison



Réponse attendue :
Traçons le diamètre passant par les points B et O. cette droite (BO) recoupe le cercle en B'.
Le triangleBOC est isocèle en 0 d'où $mes\widehat{COB} + mes\widehat{OBC} + mes\widehat{OCB} = 180°$

$$mes\widehat{COB} = 180° - 2 \times mes\widehat{OBC} \text{ or } mes\widehat{B'OC} = 180° - mes\widehat{COB}$$

$$mes\widehat{B'OC} = 180° - (\widehat{180°} - 2 \times mes\widehat{B'BC}) = 2 \times mes\widehat{B'BC} \leftrightarrow$$

$$mes\widehat{B'BC} = \frac{1}{2} \times mes\widehat{B'OC} \quad (1)$$

Le triangle BAO est isocèle en 0 d'où $mes\widehat{AOB} + mes\widehat{OBA} + mes\widehat{OAB} = 180°$

$$mes\widehat{AOB} = 180° - 2 \times mes\widehat{OBA} \ or \ mes\widehat{B'OA} = 180° - mes\widehat{AOB}$$

$$mes\widehat{B'OA} = 180° - (\widehat{180°} - 2 \times mes\widehat{B'BA}) = 2 \times mes\widehat{B'BA} \leftrightarrow$$

$$mes\widehat{B'BA} = \frac{1}{2} \times mes\widehat{B'OA} \quad (2)$$

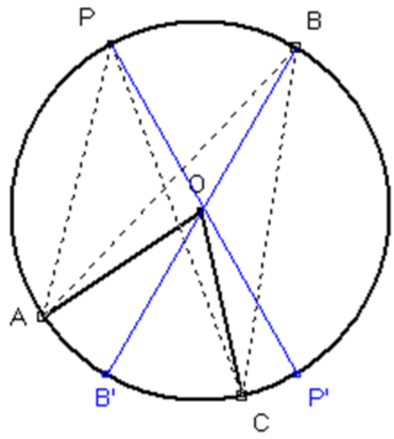
On a$mes\widehat{AOC} = mes\widehat{AOB'} + mes\widehat{B'OC}$ .Des égalités (1) et (2),

$$mes\widehat{ABC} = mes\ \widehat{ABB'} + mes\widehat{B'BC} = \frac{1}{2}mes\widehat{AOB'} + \frac{1}{2}mes\widehat{B'OC}$$

$mes\ \widehat{ABC} = \frac{1}{2}\left(mes\widehat{AOB'} + mes\widehat{B'OC}\right) = \frac{1}{2}mes\widehat{AOC} = 20°$

De même que le précédent, on prouve que $mes\widehat{APC} = 20°$

Nous pouvons dire que Nina a raison.



I- ANGLE INSCRIT ET ANGLE AU CENTRE ASSOCIE

1- Reconnaître un angle au centre et un angle associé.

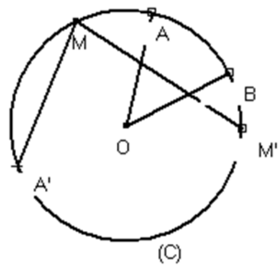
Présentation :

(C) est le cercle de centre O. le sommet de l'angle$\widehat{AOB}$ est le point O, centre du cercle (C).

On dit que l'angle$\widehat{AOB}$ est un angle au centre.

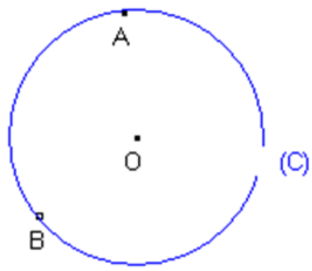
- Les points A' et M' appartiennent à (C).

On dit que l'angle $\widehat{A'MM'}$ est un angle inscrit dans le cercle.



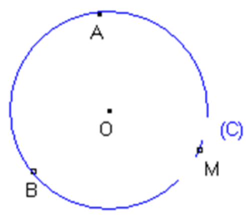
Exercice d'application :

1) Nomme un angle au centre.
2) Place un point M tel que $\widehat{AMB}$ soit un angle Inscrit dans le cercle (C).



Réponse attendue :

1) $\widehat{AOB}$ est un angle au centre.
2) Plaçons un point M sur le cercle (C).



2- Arcs de cercle intercepté par un angle.

Les points A et B déterminent deux arcs d'extrémités A et B.

L'arc d'extrémités A et B ne contenant pas le point M

Est appelé petit arc et noté :$\widehat{AB}$.

L'autre arc contenant le point M est appelé grand arc

Et noté :$\breve{AB}$

$\widehat{AOB}$est un angle au centre ;

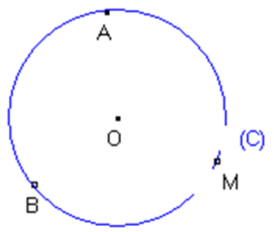
$\widehat{AMB}$est un angle inscrit, alors les angles aigus interceptent

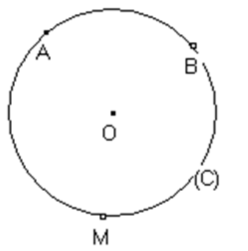
Le même arc$\widehat{AB}$

On dit que l'angle au centre$\widehat{AOB}$ est associé à l'angle inscrit$\widehat{AMB}$.

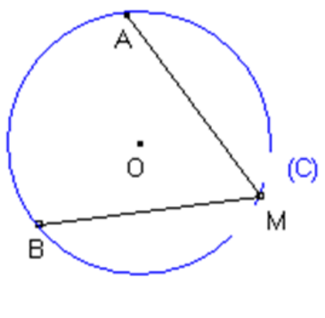
<u>Exercice d'application</u> :

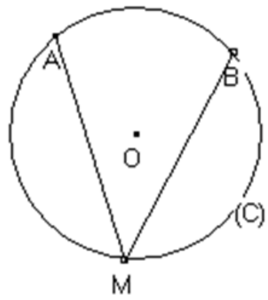
Trace dans chacun des cas, l'angle au centre associé à l'angle inscrit aigu $\widehat{AMB}$





<u>Réponse attendue</u> :

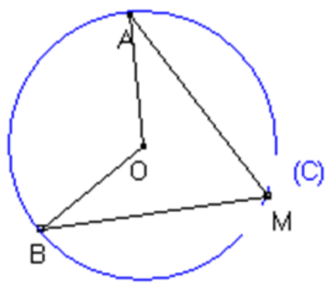




II- <u>MESURE D'UN ANGLE INSCRIT DANS UN CERCLE</u>

1- <u>Mesure d'un angle inscrit aigu.</u>

<u>Activité</u> :



(C) est le cercle de centre O. A, B et M sont trois points de (C).

Le diamètre passant par les points O et M coupe le cercle en A'.

Démontre que : $mes\widehat{A'MB} = \frac{1}{2}mes\widehat{A'OB}$

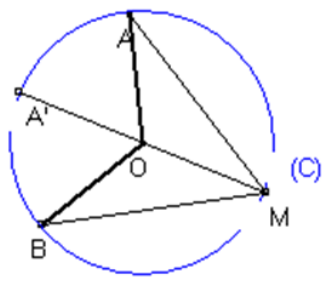
Justifie que : $mes\widehat{AMB} = \frac{1}{2}mes\widehat{AOB}$

<u>Réponse attendue</u> :

Le diamètre coupe le cercle en A'.

Démontrons que : $mes\widehat{A'MB} = \frac{1}{2}mes\widehat{A'OB}$

MOB est un triangle isocèle en O.



$$mes\widehat{OMB} = mes\widehat{OBM} = mes\widehat{A'M}$$

$$mes\widehat{MOB} = 180° - 2mes\widehat{A'MB} \text{ or } msMO$$

Donc $mes\widehat{A'OB} = 180° - mes\widehat{MOB}$

$$mes\widehat{A'OB} = 180° - (180° - 2mes\widehat{A'}$$

$$mes\widehat{A'OB} = 2mes\widehat{A'MB}$$

De même $mes\widehat{AMA'} = \frac{1}{2}mes\widehat{AOA'}$ $\quad or\ mes\widehat{AMB} = mes\widehat{AMA'} + mes\widehat{A'MB}$

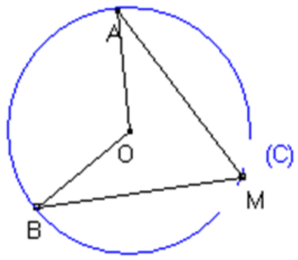
$$mes\widehat{AMB} = \frac{1}{2}mes\widehat{AOA'} + mes\widehat{A'OB} = \frac{1}{2}\left(mes\widehat{AOA'} + mes\widehat{A'OB}\right) = \frac{1}{2}mes\widehat{AOB}$$

Donc $mes\widehat{AMB} = \frac{1}{2}mes\widehat{AOB}$

Propriété :

Un angle aigu inscrit dans un cercle a pour mesure la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.

$mes\widehat{AMB} =$

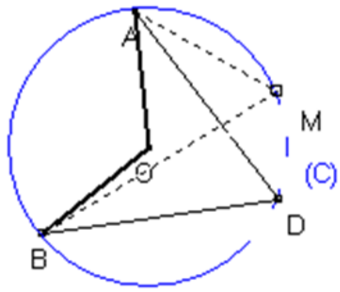


Exercice d'application :

(C) est un cercle de centre O.

A, B et M sont trois points de (C) tel que le triangle ABD soit équilatéral.

1) justifie que : $mes\widehat{AOB} = 120°$
2) calcule $mes\widehat{AMB}$



Réponse attendue :

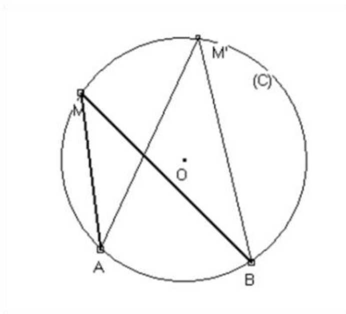
1) $\widehat{ADB}$ est angle inscrit ayant pour angle associé l'angle au centre $\widehat{AOB}$.

   $on\ a: mes\widehat{AOB} = 2mes\widehat{ADB}\ or\ mes\widehat{ADB} = 60°\ donc\ mes\widehat{AOB} = 120°$

2) $\widehat{AMB}$ est un angle inscrit ayant pour angle au centre associé $\widehat{AOB}$

   $mes\widehat{AMB} = \frac{1}{2}mes\widehat{AOB} = 60°$

2- Angles inscrits interceptant le même arc.



Activité :

(C) est le cercle de centre O.

$\widehat{AMB}$ et $\widehat{AM'B}$ sont deux angles inscrits qui interceptent le même arc.

Justifie que : $mes\widehat{AMB} = mes\widehat{AM'B}$

Réponse attendue :

On a : $mes\widehat{AMB} = \frac{1}{2}mes\widehat{AOB}$ $\ et\ mes\widehat{AM'B} = \frac{1}{2}mes\widehat{AOB}$

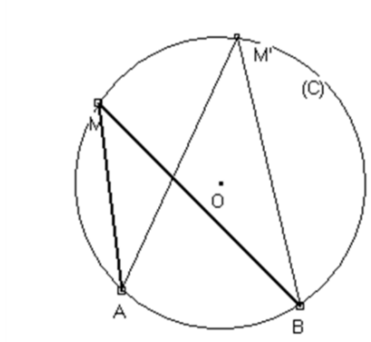
Donc $me\widehat{AMB} = mes\widehat{AM'B}$

Propriétés :

- Dans un cercle, deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.

$\widehat{AMB}$ *et* $\widehat{AM'B}$ *interceptent le même arc*

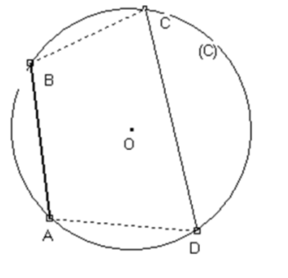
$mes\widehat{AMB} = mes\widehat{AM'B}$



- Si un quadrilatère est inscriptible dans un cercle, alors ses angles opposés sont supplémentaires.

$$mes\widehat{ADC} + mes\widehat{ABC} = 180°$$

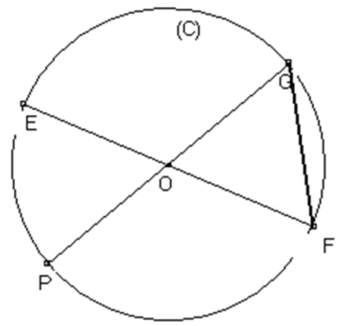
$$mes\widehat{DAB} + mes\widehat{BCD} = 180°$$



Exercice d'application

(C) est le cercle de centre O et de diamètre [EF].
Le diamètre [PG] est tel que : $GF = OF$.

1) Démontre que : $mes\widehat{GOF} = 60°$
2) En déduis la mesure de l'angle$\widehat{GEF}$
3) Justifie que les angles$\widehat{EFG}$ *et* $\widehat{EPG}$ ont la même Mesure.



Réponse attendue :

1) OGF est un triangle isocèle car $OG = OF$ *or* $OF = GF$donc OGF est un triangle équilatéral, $mes\widehat{GOF} = 60°$.
2) En déduisons *mesure de l'angle* $\widehat{GEF}$.

L'angle $\widehat{GEF}$ est un angle aigu inscrit ayant pour angle associé l'angle au centre $\widehat{GOF}$.
Donc $mes\ \widehat{GEF} = \frac{1}{2} \times mes\widehat{GOF} = 30°$

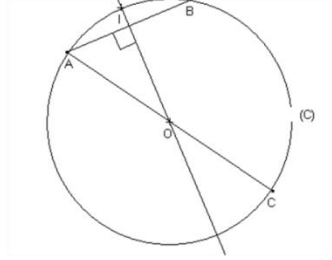
3) Justifions que $mes\widehat{EFG} = mes\widehat{EPG}$

Les angles$\widehat{EFG}$ *et* $\widehat{EPG}$ sont des angles aigus inscrits qui interceptent le même arc $\widehat{EG}$.
Donc $mes\widehat{EFG} = mes\widehat{EPG}$

Problème : 1

Sur la figure ci-dessous [AC] est un diamètre du cercle (C) de centre O et de rayon r.
$[AB]$ est une corde de (C) telle que $AB = r$. La médiatrice de [AB] coupe le petit arc $\widehat{AB}$ en I.

1) Justifie que le triangle ABC est rectangle
2) Démontre que le triangle AOB est équilatéral.
3) Justifie que $mes\widehat{ACB} = 30°$



Réponse attendue :

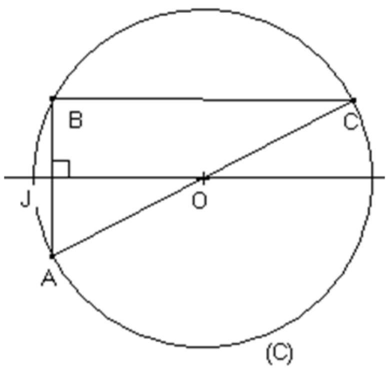
1) Justifions que ABC est un triangle rectangle.
ABC est un triangle inscrit dans le cercle (C) de diamètre $[AC]$ donc ABC est un triangle rectangle en B.
2) Démontrons que AOB est équilatéral.
On a : $AB = OB = OA$ donc AOB est un triangle équilatéral.
3) Justifions que : $mes\widehat{ACB} = 30°$
$\widehat{ACB}$ est un angle aigu inscrit dans le cercle (C) ayant pour angle au centre associé l'angle $\widehat{AOB}$, d'où $mes\widehat{ACB} = \frac{1}{2} \times mes\widehat{AOB}$ $or\ mes\widehat{AOB} = 60°$
Donc $mes\widehat{ACB} = 30°$

FICHE D'EXERCICES

EXERCICE 1

Sur la figure ci-dessous :
[AC] est un diamètre du cercle (C) de centre O et de rayon r.
[AB] est une corde de (C) telle que $AB = r$.
La médiatrice de [AB] coupe le petit arc $\widehat{AB}$ en J.

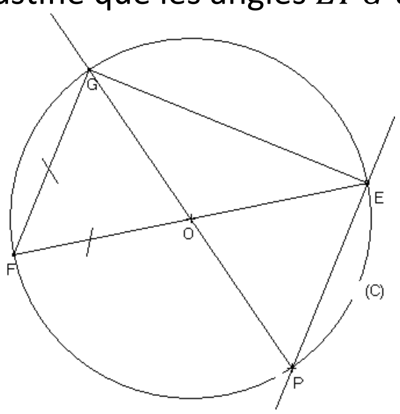
1) Justifie que le triangle ABC est rectangle.
2) Démontre que le triangle AOB est équilatéral.
3) Justifie que $mes\widehat{ACB} = 30°$



EXERCICE 2

(C) est le cercle de centre O et de diamètre [EF].
Le diamètre [PG] est tel que : $GF = OF$

1- Démontre que $mes\ \widehat{GOF} = 60°$; puis calcule la mesure de l'angle $\widehat{GEF}$.
2- Justifie que les angles $\widehat{EFG}\ et\ \widehat{EPG}$ ont la même mesure.



<u>COMPETENCE</u> 1

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux objets géométriques suivants: distances, vecteurs, angles, triangles, cercles, perspective cavalière, pyramides, cônes, symétries et translations.

THEME 2 : GEOMETRIE ANALYTIQUE

LEÇON 1 : VECTEURS

HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	- le produit d'un vecteur par un nombre réel - des vecteurs colinéaires - des vecteurs directeurs d'une droite
♦ Connaitre	- les propriétés relatives au produit d'un vecteur par un nombre réel - la propriété de vecteurs de même direction
♦ Représenter	- un vecteur - des vecteurs égaux - une somme de deux ou trois vecteurs
♦ Construire	- le point M tel que $\overrightarrow{AM}$ = k$\overrightarrow{AB}$ où k est un réel non nul et le vecteur $\overrightarrow{AB}$ donné
♦ Réduire	- des sommes de vecteurs
♦ Traduire	- un langage géométrique par des égalités vectorielles et inversement
♦ Démontrer	- la colinéarité de deux vecteurs - l'alignement de points - le parallélisme de droites
♦ Traiter une situation	faisant appel au vecteur

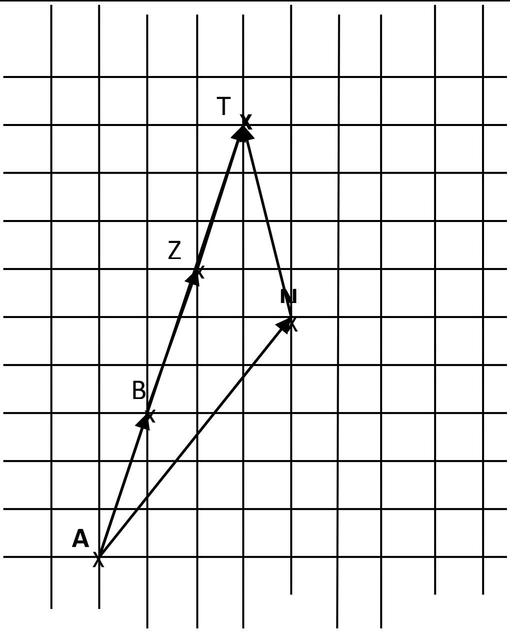
Exemple de situation

Le pilote d'un avion dispose d'un quadrillage sur lequel sont désignés à l'aide des vecteurs les trajets. Le premier avion fait trois escales à intervalle régulier. Le deuxième avion fait une seule escale.

Le pilote suggère que ces trajets peuvent se donner par un couple. Compléter le tableau et indiquer les rapports entre certains trajets.

Origine	A			N	B
Trajet	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AT}$	$\overrightarrow{AN}$	$\overrightarrow{NT}$	$\overrightarrow{BZ}$

Couple (a ; b) Permettant de repérer le trajet àpartir de l'orgine	**(1 ; 3)**				



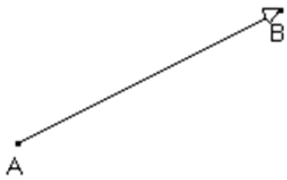
I- RAPPELS

1- Caractérisation d'un vecteur

Présentation

Le couple $(A;B)$ définie le vecteur$\overrightarrow{AB}$ dont les caractéristiques sont :

- La direction : la droite (AB) ;
- Le sens : de A vers B
- La longueur : AB



2- Egalité de deux vecteurs

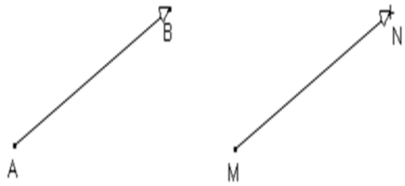
Propriété :

Deux vecteurs$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ sont égaux s'ils ont :

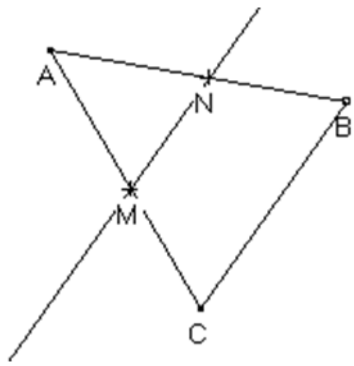
- La même direction :$(\mathrm{AB}) \parallel (\mathrm{MN})$
- Le même sens : de A vers B et de M vers N.
- La même longueur : $\mathrm{AB} = \mathrm{MN}$

$\boxed{(AB) \parallel (MN); AB = MN\ et\ A\ vers\ B\ et\ M\ vers\ N}$

$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{MN}}}$



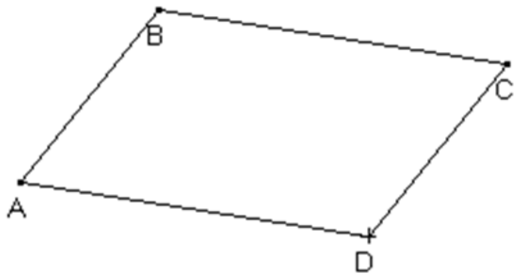
<u>Exercice d'application</u> :
ABC est un triangle isocèle en A.
M et N sont les milieux respectifs des segments $[AC]$ et $[AB]$
Trouves deux vecteurs qui ont le même sens.



<u>Réponse attendue</u> :
$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ ont le même sens.

3- Caractéristiques vectorielle du parallélogramme

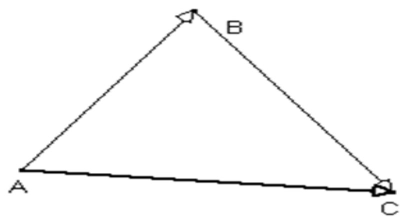
Propriété :
ABCD est un parallélogramme équivaut à $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{DC}}$ ou $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \overrightarrow{\mathrm{BC}}$



4- Egalité de CHASLES et somme de deux vecteurs

Propriété :
A, B et C sont trois points du plan.
On appelle somme des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$, le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$.
On écrit : $\underbrace{\overrightarrow{\mathrm{A}\mathbf{B}} + \overrightarrow{\mathbf{B}\mathrm{C}}}= \overrightarrow{\mathrm{AC}}$

Egalité de CHASLES

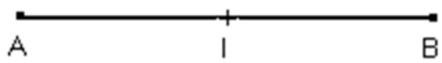


5- Vecteurs opposés et vecteur nul

D'après l'égalité de CHASLES : $\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BA}} = \overrightarrow{\mathrm{AA}} = \vec{0}$, le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AA}}$ est appelé vecteur nul. On le note : $\overrightarrow{\mathrm{AA}} = \vec{0}$
Les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ sont opposés: $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = -\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ ou $\overrightarrow{\mathrm{BA}} = -\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

6- Caractérisation vectorielle du milieu d'un segment .

<u>Activité</u> :
[AB] est un segment. Soit I, le milieu de [AB].



a) Justifie que $\overrightarrow{\mathrm{AI}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{IB}}$ ont la même direction.
b) Justifie que $\overrightarrow{\mathrm{AI}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{IB}}$ ont le même sens.
c) Justifie que $\overrightarrow{\mathrm{AI}} = \overrightarrow{\mathrm{IB}}$

Réponse attendue :

a) Justifions que $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$ ont la même direction

On a :$(AB) \parallel (AI)$et $(AB) \parallel (IB)$ donc $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$ ont la même direction

b) Justifions que$\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$ ont le même sens.

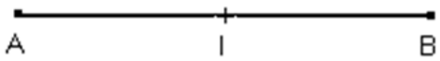
On a : $I \in [AB]$ et aller de A vers B et le même qu'aller de A vers I et de I vers B, donc$\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$ ont le même sens.

c) Les deux vecteurs$\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$ ont le même sens, même direction et $AI = IB$

Donc $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

Propriété :

Iest le milieu du segment $[AB]$ équivaut à :$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ ou $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$



Exercice d'application

A, B, P et Q sont des points du plan.

Utilise l'égalité de Chasles pour compléter les égalités vectorielles :

1) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{..B}$
2) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A..} + \overrightarrow{..B}$
3) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A..} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{..B}$
4) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AQ} + .. + \overrightarrow{P..}$

Réponse attendue :

1) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{\mathbf{P}B}$
2) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A\mathbf{Q}} + \overrightarrow{\mathbf{Q}B}$
3) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A\mathbf{P}} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{\mathbf{Q}B}$
4) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{\mathbf{QP}} + \overrightarrow{P\mathbf{B}}$

II- SOMME DE PLUSIEURS VECTEURS

1- Transformation d'une écriture

Activité :

A, B et C sont trois points du plan.

Calcule :$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Réponse attendue :

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$est la somme des vecteurs$\overrightarrow{AB}$ et $-\overrightarrow{AC}$ or$-\overrightarrow{AC}$ est l'opposé du vecteur$\overrightarrow{AC}$ donc$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$

2- Réduire une somme de vecteurs

Activité :

A, B, C, D, E, F et P sont des points du plan.

Simplifie l'écriture : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE}$

Réponse attendue :

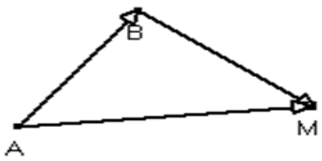
Simplifions l'écriture :$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE}$

On a :$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{EE} = \overrightarrow{AP}$

Remarque :

Pour effectuer certains calculs portant sur des vecteurs, il est souvent judicieux de remplacer un vecteur par une somme ou par une différence de vecteurs.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$



Exercice d'application :

ABCD est un parallélogramme

M est un point du plan.

Démontre que :

1) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{DM}$
2) $\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CM}$

Réponse attendue :

1) Démontrons que$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{DM}$

$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{DM} = \vec{0} \leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CD}$$

$$\leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} \text{ or } \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} \text{ donc } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$$

2) Démontrons que$\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CM}$

$$\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DA} = \vec{0}$$

$$\text{car } \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$$

Exercices de maison : N°5 et 30 page 46 CIAM 3ème

III- PRODUIT D'UN VECTEUR PAR UN NOMBRE REEL

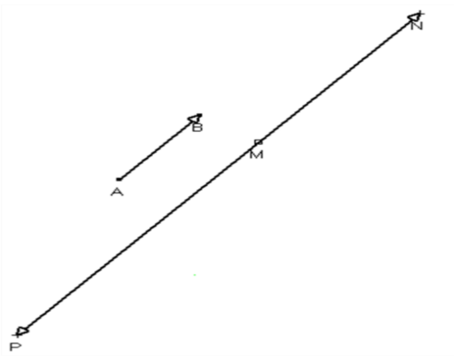
1- Définition :

Activité :

On donne le vecteur$\overrightarrow{AB}$ et le point M du plan.

1) Construis le point N tel que :$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$
2) Construis le point P tel que :$\overrightarrow{MP} = -3\overrightarrow{AB}$

Réponse attendue :



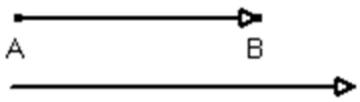
<u>Définition</u> :

On appelle produit d'un vecteur non-nul$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ par un nombre réel non nul k, le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ tel que :

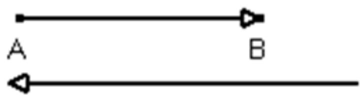
- (AB) et (MN) ont la même direction ;
- $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ ont $\begin{cases} -\text{le même sens lorsque k est positif} \\ -\text{des sens contraires lorsque k est négatif.} \end{cases}$
- $\mathrm{MN} = |\mathrm{k}|\mathrm{AB}$
- Le produit du vecteur nul par un nombre réel est le vecteur nul ;
- Le produit du vecteur non nul $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ par 0 est le vecteur nul$\vec{0}$.

Le produit du vecteur$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ par le nombre k est noté $\mathrm{k}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

- $k > 0$; $\mathrm{k}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$



- $k < 0$; $k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$



- $0 \times \overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{0}$
- $k \times \vec{0} = \vec{0}$

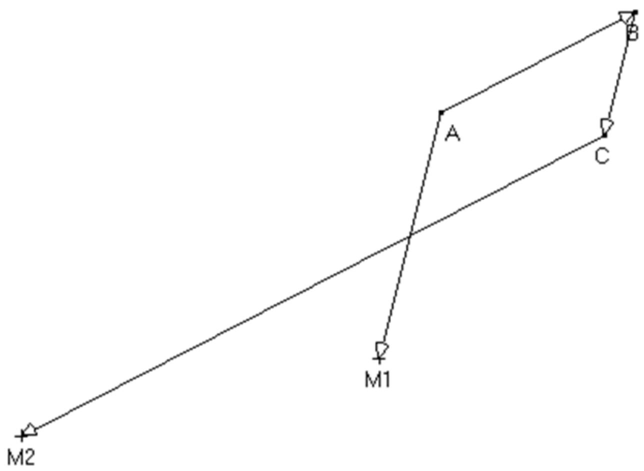
<u>Exercice d'application</u> :

A, B et C sont des points du plan.

Dans chaque cas, construis le point M tel que :

1) $\overrightarrow{\mathrm{AM}} = 2\overrightarrow{\mathrm{BC}}$
2) $\overrightarrow{\mathrm{CM}} = -3\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

<u>Réponse attendue</u> :



2- **Propriété :**

Activité :

A, B, M et N sont des points du plan.

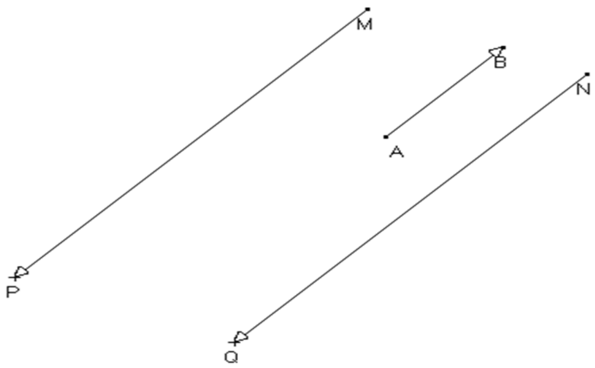
On veut comparer :$(-5)\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB}$ et $(-5+2)\overrightarrow{AB}$

Construis le point P tel que :$\overrightarrow{MP} = -5\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB}$

Construis le point Q tel que :$\overrightarrow{NQ} = -3\overrightarrow{AB}$

Justifie que :$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NQ}$

Réponse attendue :



On a :$(-5+2)\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AB}$

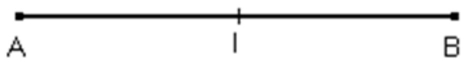
Donc $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NQ}$

Propriété :

A, B, C et D sont des points du plan. k et hsont des nombres réels.

- $k \times \left(h\overrightarrow{AB}\right) = (k \times h)\overrightarrow{AB}$
- $k\overrightarrow{AB} + h\overrightarrow{AB} = (h+k)\overrightarrow{AB}$
- $k\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{CD} = k(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$
- $1 \times \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$

Exemple :



[AB] est un segment et I est le milieu de [AB].

On a :$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4} \times \left(2\overrightarrow{AB}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

On donne :$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right)\overrightarrow{AB} = \frac{7}{6}\overrightarrow{AB}$

Exercice d'application :

A, B, C et D sont des points du plan.

Simplifie les écritures suivantes :

1) $3\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$
2) $\left(-\frac{3}{2}\right)\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}\right) + 2(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD})$

Réponse attendue :

1) $3\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} = \left(3 + \frac{2}{5}\right)\overrightarrow{AB} = \frac{17}{5}\overrightarrow{AB}$
2) $\left(-\frac{3}{2}\right)\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}\right) + 2\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}\right) = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CD}$

$$\left(-\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right)\overrightarrow{AB} + \left(-\frac{3}{2} - 2\right)\overrightarrow{CD} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{7}{3}\overrightarrow{CD}$$

Exercices de maison : N°6 ; 10 ; 11 ; 12 ; 25 et 26 page 45 CIAM 3ème

IV- VECTEURS ET CONFIGURATIONS

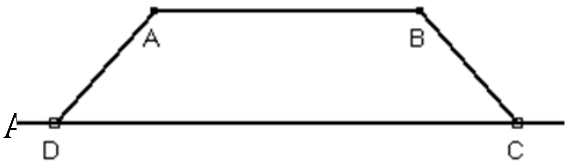
I- Définition

1- Vecteurs de même direction

Activité :

ABCD est un trapèze de base [AB] et [CD] tel que :

$AB = 2\text{ cm} ; DC = 5\text{ cm et } A$



a) Justifie que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction.
b) Démontre que $\overrightarrow{CD} = -2{,}5\overrightarrow{AB}$ (on dit qu'on a exprimé $\overrightarrow{CD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$)
c) Exprime le vecteur $\overrightarrow{DC}$ en fonction $\overrightarrow{AB}$.
d) Cites deux vecteurs de même direction et deux vecteurs de direction différente.

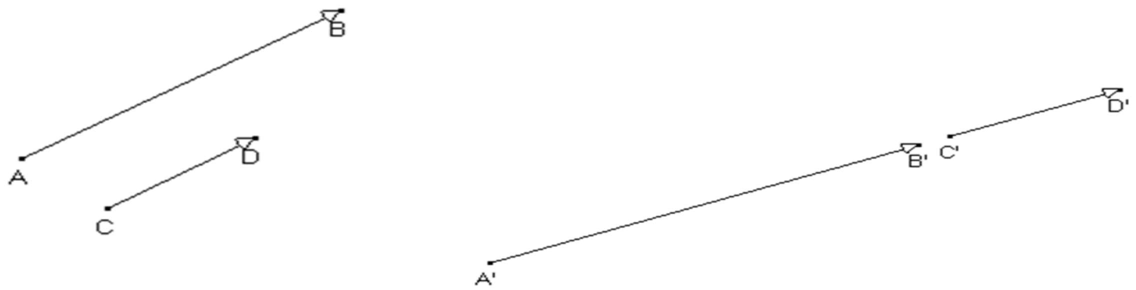
Réponse attendue :

a) ABCD est un trapèze donc $(AB) \parallel (CD)$ d'où $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction.
b) Démontrons que : $\overrightarrow{CD} = -2{,}5\overrightarrow{AB}$
   $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont des sens contraire et $CD = 2{,}5 \times AB$ donc $\overrightarrow{CD} = -2{,}5\overrightarrow{AB}$
c) Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction.

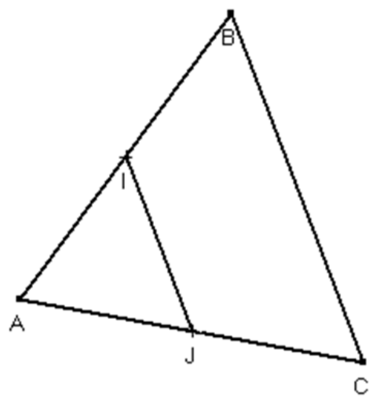
Propriété :

A, B, C et D sont quatre points du plan.

$$\left.\begin{array}{c}\text{les vecteurs } \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{CD} \\ \text{ont la même direction ou } (AB) \parallel (CD)\end{array}\right\} \text{équivaut à } \left\{\begin{array}{l}\text{on peut trouver un nombre} \\ k \text{ non nul tel que: } \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}\end{array}\right.$$



$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{A'B'} = 3\overline{C}$



Exercice d'application :

ABC est un triangle. I et J sont les milieux respectifs de [AB] et [AC].

Justifie que $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont la même direction.

Réponse attendue :

On a : I et J sont les milieux respectifs des segments [AB] et [AC]

D'après la droite des milieux $(IJ) \parallel (BC)$ donc $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont la même direction

2- Vecteurs colinéaires

Définition :

On dit que des vecteurs sont colinéaires lorsqu'ils ont la même direction ou lorsque l'un d'eux est le vecteur nul.

Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur du plan.

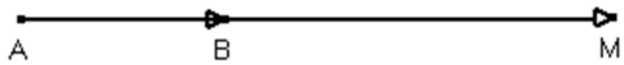
Activité :

Soient les points A et B du plan.

Construis le point M tel que :$\overrightarrow{\mathrm{AM}} = 3\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

Démontre que : $\mathrm{M} \in (\mathrm{AB})$

Réponse attendue :



On a :$\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ sont colinéaires. A, B et M sont alignés

Donc $\mathrm{M} \in (\mathrm{AB})$

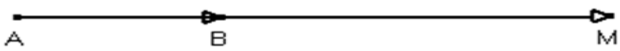
Propriété :

A et B sont deux points du plan.

A, B et Msont alignés ou $\mathrm{M} \in (\mathrm{AB})$ **équivaut à**$\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ sont colinéaires

Equivaut à on peut exprimer :$\overrightarrow{\mathrm{AM}} = \mathrm{k}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ où $\mathrm{k} \in \mathbb{R} - \{0\}$

$\overrightarrow{\mathrm{AM}} = 3\overrightarrow{\mathrm{AB}}$



Exercice d'application :

A, B, C et D sont quatre points du plan non alignés tel que :$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = 2\overrightarrow{\mathrm{CD}}$

Les droites (AC) et (BD) se coupent en E.

Justifie que C est le milieu de [AE].

Réponse attendue :

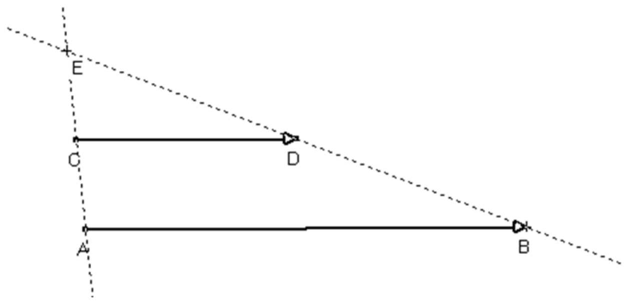
On a : EAB est un triangle.

$(\mathrm{CD}) \parallel (\mathrm{AB})$et $\mathrm{CD} = \frac{1}{2}\mathrm{AB}$

D'après la conséquence de la propriété de Thales: $\frac{\mathrm{EC}}{\mathrm{EA}} = \frac{\mathrm{ED}}{\mathrm{EB}} = \frac{\mathrm{CD}}{\mathrm{AB}} = \frac{1}{2}$

Donc $\frac{\mathrm{EC}}{\mathrm{EA}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \mathrm{EC} = \frac{1}{2}\mathrm{EA}$

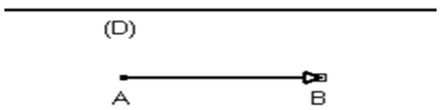
D'où C est le milieu du segment [AE].



3- vecteurs directeurs d'une droite - vecteurs orthogonaux

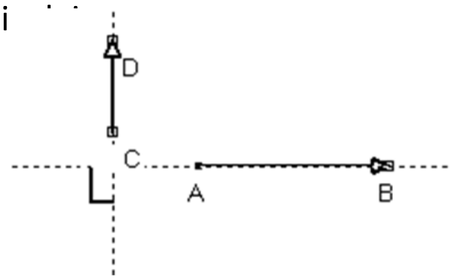
Définition :

- On dit que le vecteur$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ est un vecteur directeur de la droite (D) lorsque les droites (D) et (AB) sont parallèles



- On dit que deux vecteurs sont orthogonaux lorsqu'ils sont des vecteurs directeurs de deux droites perpendi

(AB)



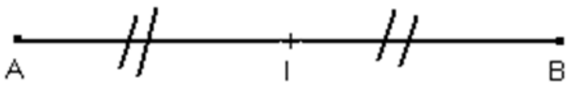
On note :$\overrightarrow{\mathrm{AB}} \perp \overrightarrow{\mathrm{CD}}$

4- <u>Démontrer que</u> :

a) <u>Un point est le milieu d'un segment</u>

<u>Propriété</u> :

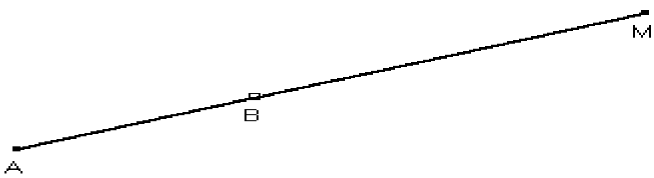
Iest le milieu du segment [AB] ⇔ $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = 2\overrightarrow{\mathrm{AI}}$ ou $\overrightarrow{\mathrm{AI}} + \overrightarrow{\mathrm{IB}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}}$



b) <u>Des points sont alignés</u>

<u>Propriété</u> :

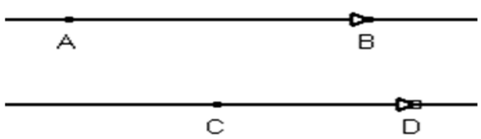
A, B et M sont alignés ⇔ on peut trouver un réel k non nul tel que :$\overrightarrow{\mathrm{AM}} = \mathrm{k}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ $(\mathrm{k} \neq 0)$



c) <u>Des droites sont parallèles</u>

<u>Propriété</u> :

$(\mathrm{AB}) \parallel (\mathrm{CD})$ ⇔ on peut trouver un nombre réel k non nul tel que: $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \mathrm{k}\overrightarrow{\mathrm{CD}}$

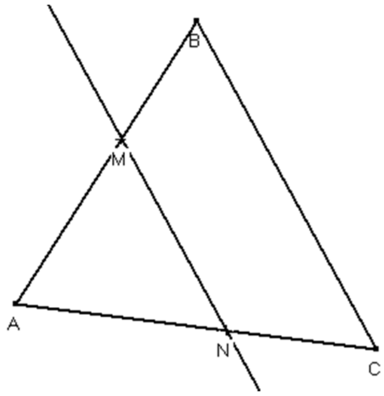


5- <u>Caractéristique vectorielle de la propriété de Thales</u>

<u>Propriété :</u>

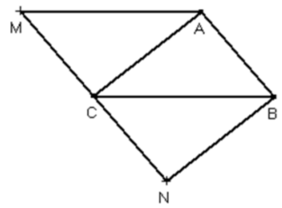
ABC est un triangle.
kest un nombre réel non nul,
M est un point de (AB) ; N est un point de (AC) et $(MN) \parallel (BC)$
Equivaut à$\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ ϵ



Exercice d'application :
ABC est un triangle.

1) Place les points M et N tel que : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{CA}$
2) Démontrer que C est le milieu du segment [MN].



Réponse attendue :

1) voir figure.
2) On a :$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}et\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{CA}$
   Donc AMCB est un parallélogramme d'où$\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$

De même ACNB est aussi un parallélogramme d'où$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CN}$
En conclusion$\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CN}$ donc C est le milieu du segment [MN].

Exercice de maison : **N° 27 et 37 page 46 CIAM 3ème**

FICHE D'EXERCICES : VECTEURS

EXERCICE 1

On donne les égalités vectorielles suivantes :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{EF}\ ;\ \overrightarrow{GH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD} + 3\overrightarrow{EF} \text{ et } \overrightarrow{IJ} = -4\overrightarrow{CD} - 3\overrightarrow{EF}$$

Exprime en fonction de $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$ les vecteurs :

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{IJ}$
b) $\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{GH} - \overrightarrow{IJ}$

EXERCICE 2

EFG est un triangle.

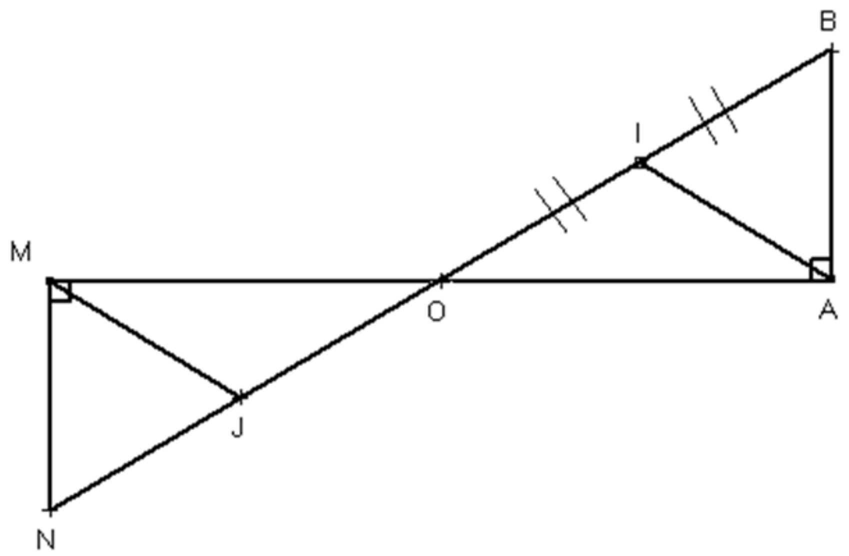
1) Construis le point P tel que $\overrightarrow{EP} = 3\overrightarrow{EF} + (-2)\overrightarrow{EG}$
2) Exprime le vecteur $\overrightarrow{FP}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$
3) Démontre que les points F, P et G sont alignés.

PROBLEME

On ne demande pas de reproduire la figure sur la copie.
L'unité de longueur est le centimètre (cm).

- OAB est un triangle rectangle en A.
- I est le milieu du segment [OB]
- M et N sont les points tels que : $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{ON}} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$
- $\mathrm{OA} = 3$ et $\mathrm{OB} = 2$

1)
   a) Démontre que $\overrightarrow{\mathrm{MN}} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ (on pourra utiliser la décomposition ($\overrightarrow{\mathrm{MN}} = \overrightarrow{\mathrm{MO}} + \overrightarrow{\mathrm{ON}}$)
   b) Déduis-en la position des droites (MN) et (AB).
2) La parallèle à la droite (AI) passant par M coupe la droite (OB) en J.
   a) Démontre que $\frac{\mathrm{OJ}}{\mathrm{OI}} = \frac{3}{2}$
   b) Déduis-en que $\overrightarrow{\mathrm{OJ}} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{\mathrm{OI}}$
3)
   a) Démontre que $\overrightarrow{\mathrm{OI}} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{ON}}$
   b) Déduis que le point J est le milieu du segment [ON]



COMPETENCE 2
L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux calculs dans l'ensemble des nombres réels, au calcul littéral, aux équations et inéquations du premier degré dans R et dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et à l'organisation des données.

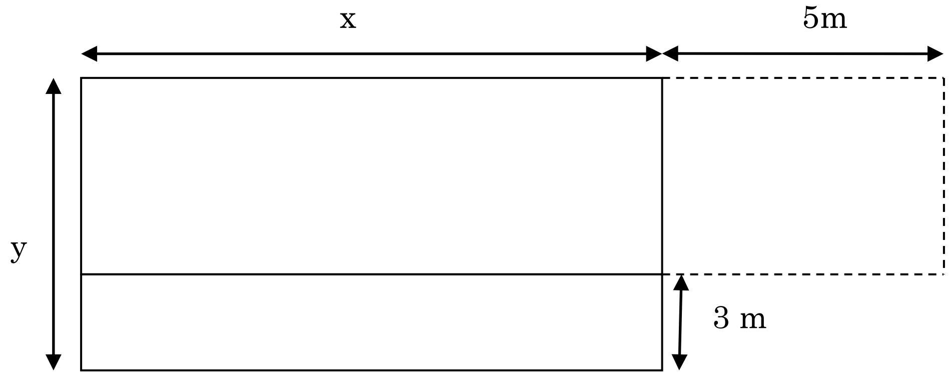
THEME 2 : CALCUL LITTERAL

LECON 2 : EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS $\mathbb{R}$

HABILETES	CONTENUS
♦ Résoudre	- Des équations des types : • $ax + b = 0$ • $(ax + b)(cx + d) = 0$ - Des inéquations du type : • $ax + b \geq 0$ • $ax + b \geq cx + d$ • $ax + b < cx + d$ - Un système de deux inéquations dans IR
♦ Utiliser	Des intervalles pour donner l'ensemble des solutions d'une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}$
♦ Traiter une situation	Faisantappel à des équations ou inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}$.

Exemple de situation

Le propriétaire d'un terrain reçoit un courrier de la commune dont il dépend, l'informant que des modifications vont être apportées à son terrain, à cause de la construction d'une route.
Le terrain préalablement rectangulaire aura l'une de ses dimensions augmentée de 5m et l'autre diminuée de 3m selon le schéma ci-dessous.



A la réception de cette lettre, le propriétaire se réjouit en constatant que l'aire de son terrain se trouvera augmentée de 25 m² à cette opération.
A partir d'un graphique, il est question de faire deux propositions de dimensions de ce terrain.

I- EQUATIONS DU PREMIER DEGRE DANS $\mathbb{R}$:

1- Equations du type : $ax + b = 0$

Activité :
Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x + 3 = 0 \ \ et \ 2x + 3 = 0$
Réponse attendue :

$$x = -3, \mathrm{S_R} = \{-3\} \ \ et \ x = \frac{-3}{2}, S_R = \{-\frac{3}{2}\}$$

Remarque :
Une équation du type :$ax + b = 0$ a pour unique solution, le réel $-\frac{b}{a}$. On dit que $-\frac{b}{a}$ est la solution de l'équation $ax + b = 0$ ou l'ensemble des solutions de l'équation est$-\frac{b}{a}$ $et\ not$é: $S_R = \{-\frac{b}{a}\}$.

2- Equations du type :$ax = b$

Remarque :
Une équation du type $ax = b$ a pour ensemble de solutions le réel$\frac{b}{a}$. On écrit $S_{\mathbb{R}} = \{\frac{b}{a}\}$.
Pour tout a, un nombre réel. L'ensemble $A = \{a\}$ est un ensemble qui ne contient qu'un seul élément, il est appelé singleton.

Exercice d'application :
Résoudre :$(E1)$: $3x = 4 \quad et \ (E2)$: $\frac{5}{2}x + 4 = 2$
Réponse attendue :
$(E1)$: $3x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$; $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{4}{3}\right\}$; $(E2)$:$\frac{5}{2}x + 4 = 2 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{5}$; $S_{\mathbb{R}} = \{-\frac{4}{5}\}$.

3- Equations du type : $ax + b = cx + d$

Méthode :
Pour résoudre une équation du type : $ax + b = cx + d$, on regroupe dans un même membre les termes en x et dans l'autre les nombres réels.
Exemple :
Résoudre : $2x - 3 = x + 4 \Leftrightarrow 2x - x = 4 + 3 \Leftrightarrow x = 7$; $S_{\mathbb{R}} = \{7\}$
Exercice d'application :
Résoudre dans $\mathbb{R}$: $a) - 3x - 2 = -5x + 6 \quad et \ b) \ x\sqrt{3} + 1 = x + 5$
Réponse attendue :

$$a) \Leftrightarrow -3x + 5x = 2 + 6 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4\,; \ \ S_{\mathbb{R}} = \{4\}$$

$$b) \Leftrightarrow x\sqrt{3} - x = -1 + 5 \Leftrightarrow x = \frac{4}{\sqrt{3} - 1}\ ; \ S_{\mathbb{R}} = \{\frac{4}{\sqrt{3} - 1}\}$$

Exercice de maison : N°1 page 16 CIA 3ème

4- **Equations du type** :$(ax+b)(cx+d)=0$

Propriété :
$a\ et\ b$sont deux nombres réels : $ab=0 \Leftrightarrow a=0\ ou\ b=0$
Exemple :
Résoudre dans $\mathbb{R}$, (E): $(x-1)(x+2)=0$

$$(E) \Leftrightarrow x-1=0\ ou\ x+2=0 \Leftrightarrow x=1\ ou\ x=-2\ ;\ S_{\mathbb{R}}=\{-2;1\}$$

$\{-2;1\}$ se lit : la paire -2 ; 1.
Remarque :
$a\ et\ b$sont deux réels. L'ensemble $A=\{a;b\}$ est un ensemble de deux éléments appelé paire.
Méthode :
Pour résoudre une équation du type :$(ax+b)(cx+d)=0$
On peut procéder comme suit :

- ✓ Résoudre séparément les équations $(E1): ax+b=0\ et\ (E2): cx+d=0$
- ✓ L'ensemble des solutions de l'équation est constitué des solutions de chacune des équations$(E1) et\ (E2)$.

Exercice d'application :
Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$(E1): (2x-1)(2x-3)=0\ ; (E2): \left(\frac{1}{2}x-2\right)\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{4}\right)=0\ ; (E3): x\left(x-\sqrt{3}\right)=0$$

Réponse attendue :

$$(E1) \Leftrightarrow 2x-1=0\ ou\ 2x-3=0 \Leftrightarrow 2x=1\ ou\ 2x=3 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\ ou\ x=\frac{3}{2};$$

$$S_{\mathbb{R}}=\{\frac{1}{2};\frac{3}{2}\}$$

$(E2) \Leftrightarrow S_{\mathbb{R}}=\{4;\frac{3}{8}\}$; $(E3) \Leftrightarrow S_{\mathbb{R}}=\{0;\sqrt{3}\}$
Exercice de maison : N°2 page 167 CIAM 3ème

5- **Equations du type** : $x^2=a$

Rappel :
$a\ et\ b$ sont des nombres réels : $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
Méthode :
Pour résoudre une équation d'inconnue x du type : $x^2=a$, on peut procéder comme suit :

- ✓ Lorsque a est positif, on transforme cette équation pour la ramener à la forme :$(x+\sqrt{a})(x-\sqrt{a})=0$
- ✓ Lorsque a est négatif, l'équation $x^2=a$ n'a pas de solution réelle.
- ✓ L'équation $x^2=0$ a une solution unique $x=0$.

Exemple :
Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2 = 9$
On remarque que 9 $est\ positif$.

$$x^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0\ ou\ x + 3 = 0;$$

$$S_{\mathbb{R}} = \{-3; 3\}$$

Exercice d'application :
Résoudre dans $\mathbb{R}$ $(E1)$: $x^2 = 5\ \ et\ (E2)$: $x^2 = -16$
Réponse attendue :

$$(E1) \Leftrightarrow \left(x - \sqrt{5}\right)\left(x + \sqrt{5}\right) = 0 \Leftrightarrow x - \sqrt{5} = 0\ ou\ x + \sqrt{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{5}\ ou\ x = -\sqrt{5}\ ;\ S_{\mathbb{R}} = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$$

$(E2) n'a\ pas\ de\ solution\ dans\ \mathbb{R}$.
Exercice de maison : N°26 et 27 page 169 CIAM 3ème

II- INEQUATIONS DU PREMIER DEGRE DANS $\mathbb{R}$

1- Inéquations du type : $ax + b < cx + d$

Exemple :

Résolvons l'inéquation (I): $2x + 3 < 3x + 1 \leftrightarrow 2x + 3 - 3x < 3x + 1 - 3x$

$$\leftrightarrow -x + 3 < 1 \leftrightarrow -x < 1 - 3 \leftrightarrow -x < -2 \leftrightarrow (I): (-1) \times (-x) > (-1) \times (-2)$$

$$(I): x > 2.\ S_{\mathbb{R}} =]2; \rightarrow [$$

Exercice d'application :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :$(I1)$: $3x - 6 \leq 0\ \ et\ (I2)$: $3x - 5\sqrt{3} \geq \sqrt{5}$

Réponse attendue :

$$(I1) \leftrightarrow 3x \leq 6 \leftrightarrow x \leq 2 \rightarrow S_{\mathbb{R}} =]\leftarrow; 2]$$

$$(I2) \leftrightarrow 3x \geq 6\sqrt{3} \leftrightarrow x \geq 2\sqrt{3} \rightarrow S_{\mathbb{R}} =]2\sqrt{3}\ ; \rightarrow [$$

2- Système d'inéquations.

Notion de système :
On donne les inéquations : (I): $2x - 3 < 0$ et (J): $3x + 5 \geq 0$

On veut trouver les nombres réels x qui sont à la fois solutions de $(I) et\ de\ (J)$. on obtient ainsi un système d'inéquations d'inconnue x. on note :(S): $\begin{cases} 2x - 3 < 0 \\ 3x + 5 \geq 0 \end{cases}$

Résoudre ce système, c'est trouver l'ensemble des solutions communes aux deux inéquations.

Exemple :

Résoudre le système (S) : $\begin{cases} 2x - 3 < 0 \\ 3x + 5 \geq 0 \end{cases}$

- Résoudre(I): $2x - 3 < 0 \leftrightarrow x < \frac{3}{2} \rightarrow S_{1\mathbb{R}} =]\leftarrow; \frac{3}{2}[$
- résoudre(J): $3x + 5 \geq 0 \leftrightarrow x \geq -\frac{5}{3} \rightarrow S_{2\mathbb{R}} =] -\frac{5}{3}; \rightarrow [$
- $S_{\mathbb{R}} = S_{1\mathbb{R}} \cap S_{2\mathbb{R}} =]\leftarrow; \frac{3}{2}[\cap]-\frac{5}{3}; \rightarrow [= [-\frac{5}{3}; \frac{3}{2}[$

Exercice d'application :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système ci-dessous :(S): $\begin{cases} 12x + 3 \geq 8x - 5 \\ 4x - 5 < 2x + 1 \end{cases}$

Réponse attendue :

- $12x + 3 \geq 8x - 5 \leftrightarrow 4x \geq -8 \leftrightarrow x \geq -2 \rightarrow S_{1\mathbb{R}} = [-2; \rightarrow [$
- $4x - 5 < 2x + 1 \leftrightarrow 2x < 6 \leftrightarrow x < 3 \rightarrow S_{2\mathbb{R}} =]\leftarrow; 3[$
- $S_{\mathbb{R}} = S_{1\mathbb{R}} \cap S_{2\mathbb{R}} = [-2; \rightarrow [\cap] \leftarrow; 3[= [-2; 3[$

Exercices de maison : N°8 et 9 page 167 CIAM 3ème

III- PROBLEMES DU PREMIER DEGRE DANS $\mathbb{R}$

1- Résoudre un problème en utilisant une équation :

Activité :

A la foire de Nouna, Apo a acheté des œufs à 40 francs l'unité. Sa fille Aya, très turbulente, en casse 10. Elle revend le reste à 50 francs l'unité et réalise un bénéfice égal au huitième du prix d'achat des œufs.

a) Combien d'œufs Apo a-t-elle acheté à la foire ?
b) Quel était le bénéfice réalisé ?

Réponse attendue :

Tâche à réaliser :

Je dois déterminer le nombre d'œufs achetés et déterminer le bénéfice réalisé par Apo.

Données :

- Apo a acheté les œufs à 40 francs l'unité
- Sa fille en casse 10 ;
- Elle revend le reste à 50 francs l'unité ;
- Elle réalise un bénéfice qui est égal au huitième du prix d'achat

Traduction mathématique :

- Choix de l'inconnue : soit x, le nombre d'œufs achetés par Apo.
- Mise en équation :
  Prix d'achat des œufs : $40\,x$
  Le nombre d'œufs revendu : $x - 10$
  Le prix de vente du reste des œufs : $50(x - 10)$
  Le bénéfice réalisé :: $\frac{1}{8} \times 40x$

$$PV = PA + B \leftrightarrow 50(x - 10) = 40x + 5x$$

Résolution de l'équation :

$$50x - 500 = 45x \leftrightarrow 5x = 500 \leftrightarrow x = 100$$

Vérification et solution du problème :

$$40 \times 100 = 4000$$

Le prix de vente : $50(100 - 10) = 4500$

Bénéfice : $4500 - 4000 = 500 \leftrightarrow \frac{1}{8} \times 4000 = 500$

Conclusion :

Apo a acheté 100 œufs et réalisé 500 F de bénéfice.

2- Résoudre un problème en utilisant une inéquation :

Activité :

Un représentant commercial a un salaire mensuel de $135000\ F$ et une prime mensuelle de 2,5% sur le montant de ses ventes.
Quel est le nombre total de ventes qu'il doit réaliser pour avoir un salaire supérieur ou égal à $150000\ F$?

Réponse attendue :

Tâche à réaliser :

Je dois déterminer le nombre de ventes réalisé pour avoir un salaire mensuel supérieur ou égal à 150000 F.

Données :

- Le salaire mensuel est de 135000 F
- Une prime de 2,5% sur le montant de ventes
- Un salaire total supérieur ou égal à 150000 F

Traduction mathématique :

- Choix de l'inconnue : soit x, le montant des ventes réalisés.
- Mise en inéquation :
  Prime de 2,5% sur les ventes: $2{,}5 \times \frac{x}{100}$
  Le salaire total supérieur ou égal à $150000\ F$:$135000 + 2{,}5 \times \frac{x}{100} \geq 150000$

Résolution de l'inéquation :

$$135000 + 2{,}5 \times \frac{x}{100} \geq 150000 \leftrightarrow 2{,}5 \times \frac{x}{100} \geq 15000 \leftrightarrow x \geq 600000$$

Vérification et solution du problème :

$$2{,}5 \times \frac{600000}{100} = 15000$$

Le salaire total : $135000 + 15000 = 150000\ F$

Conclusion :

Le montant de ses ventes est supérieur ou égal à 600000 F.

Exercices de maison : N° 27 et N°29 page 169 CIAM 3ème

FICHE D'EXERCICES

EXERCICE 1

On donne : $E = (2x+5)^2 - 5(2x+5)$.

1) Développe et réduis E.
2) Ecris E sous forme d'un produit de facteurs de premier degré.
3) Résous l'équation : $2x(2x+5) = 0$

EXERCICE 2

On donne le nombre réel : $a = 3 - 2\sqrt{3}$

1) Démontre que a est négatif.
2) Justifie que :$\left(3 - 2\sqrt{3}\right)^2 = 21 - 12\sqrt{3}$
3) Trouve le nombre réel positif x tel que : $x^2 - \left(21 - 12\sqrt{3}\right) = 0$

EXERCICE 3

On donne l'expression $B = (x-1)^2 - 2(x^2 - 1)$

1) Justifie que $B = (1-x)(x+3)$
2) Résous l'équation : $B = 0$

EXERCICE 4

Traduis les phrases suivantes en un langage mathématique :

a. La somme d'un nombre et de (-4) est plus grande que le double de ce nombre augmenté de 3.
b. Le triple d'un nombre est plus petit que son quart augmenté de 5.
c. La différence d'un nombre et de 4 est égale à (-2).

EXERCICE 5

Dans le but d'accroitre sa clientèle, la société téléphonique «MIKA TELECOM » propose deux formules d'abonnement mensuel suivant :

Formule 1 : 12000 F pour un forfait de deux premières heures de communication	Formule 2 : 15600 F pour un forfait de deux premières heures de

et 50 F la minute après le forfait de deux heures.	communication et 30 F la minute après le forfait de deux heures.

EBA et AMOS décident de s'abonner à « MIKA TELECOM ». EBA a choisi la formule 1 alors qu'AMOS préfère la formule 2.

1. Quel est le temps de communication pour lequel EBA et AMOS payent le même montant ?
2. AMOS dispose d'un budget de communication de 30000 F. trouve le temps(en minutes) de communication qu'il peut faire.

EXERCICE 6

1) Résous l'inéquation suivante : $2x - \frac{2}{3} < \frac{1}{4} - 5x$
2) Résous les systèmes suivants :

$$(S_1): \begin{cases} x + 4 \geq -7x + 1 \\ 2x - 5 \leq 4x - 1 \end{cases} \quad ; \quad (S_2): \begin{cases} 3x - 2 < 9 \\ -4x + 5 \leq 5x + 3 \end{cases}$$

<u>COMPETENCE</u> 1

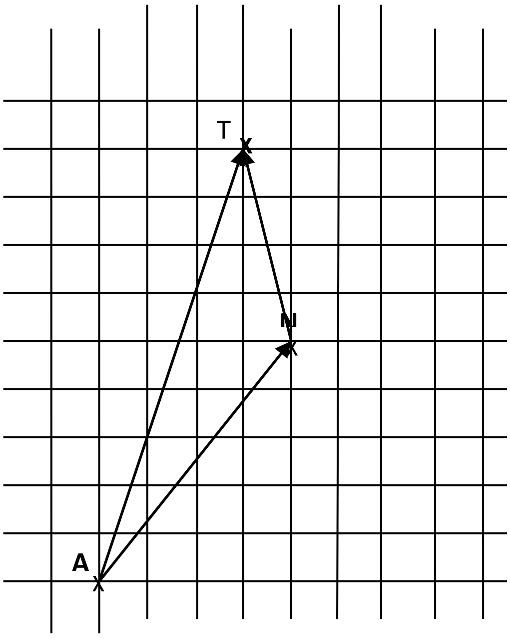
L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux objets géométriques suivants: distances, vecteurs, angles, triangles, cercles, perspective cavalière, pyramides, cônes, symétries et translations.

THEME 2 : GEOMETRIE ANALYTIQUE

LEÇON 2 : COORDONNEES DE VECTEURS

Exemple de situation

Le pilote d'un avion a son trajet déterminé sur un quadrillage. Il quitte Abidjan fait une escale à Niamey, puis à Tunis. Le co- pilote qui a pris le quadrillage a effacé les positions des villes car pour lui il suffit de faire le trajet Abidjan -Tunis. Il est question au pilote de donner les éléments de repérage de chacune des villes.en considérant le point A départ comme le point 0.

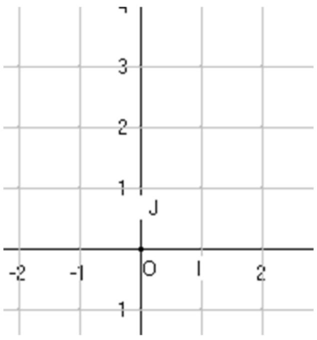


HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	- les différents repères du plan - les coordonnées d'un vecteur - les coordonnées de deux vecteurs égaux - les coordonnées d'une somme de deux vecteurs - les coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel - les coordonnées de deux vecteurs colinéaires - les coordonnées du milieu d'un segment

♦ Connaitre	- la propriété relative aux coordonnées de deux vecteurs orthogonaux - la propriété relative à la distance de deux points
♦ Lire	- le couple de coordonnées d’un vecteur dans un repère
♦ Calculer	- les coordonnées d’un vecteur - les coordonnées du milieu d’un segment - la distance de deux points
♦ Démontrer	- que deux vecteurs sont colinéaires - que deux droites sont parallèles - que des points sont alignés - que deux vecteurs sont orthogonaux - que deux droites sont perpendiculaires
♦ Traiter une situation	faisant appel aux coordonnées de vecteurs.

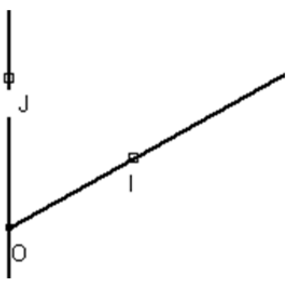
RAPPELS

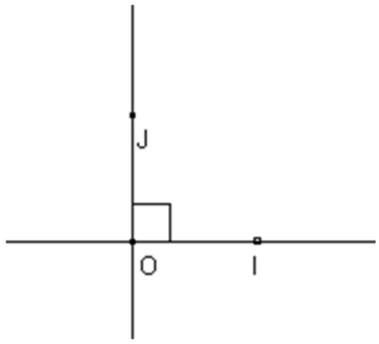
1- repère du plan

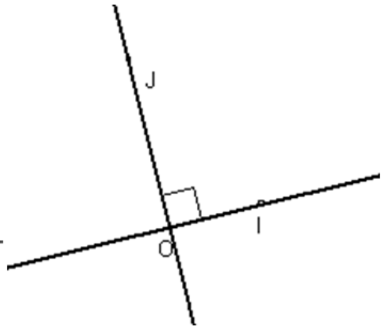


I, J et O sont trois points du plan tels que :$(OI) \perp (OJ)$ et $OI = OJ$.
On dit que (O, I, J) est un repère orthonormé.
Le point O est l’origine du repère ;
(OI) est l’axe des abscisses ;
(OJ) est l’axe des ordonnées.

Dans ce chapitre, le plan sera muni d’un repère.





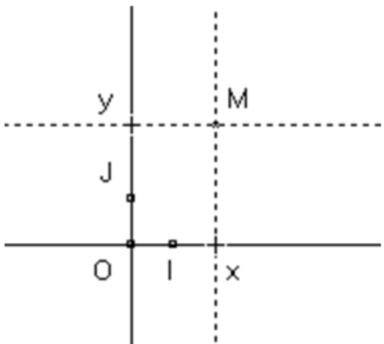


Repère quelconque **repère orthonormé** **repère orthogonal**

$(OI) \perp (OJ)$ et $OI = OJ$ $(OI) \perp (OJ)$

2- Repérage dans le plan

Présentation :



(O, I, J) est un repère orthonormé du plan.
Le couple des nombres $(x; y)$ est le couple de coordonnées

Du point M dans le repère (O, I, J).

On note : $M(x; y)$ ou $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ où x est l'abscisse de M

et$y$ est l'ordonnée de M.

Remarque :

Dans un couple, l'ordre des éléments est très important.

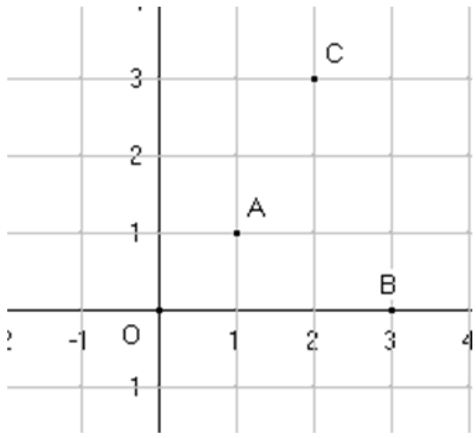
Le couple$(x; y)$ est différent du couple $(y; x)$.

Les couples$(x; y)$ et $(x'; y')$ sont égaux ***équivaut à***$x' = x$ et $y = y'$

Exercice d'application :

(O, I, J) est un repère orthonormé.

1) Trouve les couples de coordonnées des points A, B et C.
2) Place dans le même repère (O, I, J), les points $E(2; 5)$; $F(-3; 1)et$ $G(0; -4)$



Réponse attendue :

$A(1; 1)$; $B(3, 0)et$ $C(2; 3)$

I- COORDONNEES D'UN VECTEUR

1- Définition

Activité :

Le plan étant muni du repère orthonormé (O, I, J).

A et B sont deux points du plan.

On veut exprimer$\overrightarrow{AB}$ en fonction de$\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$.

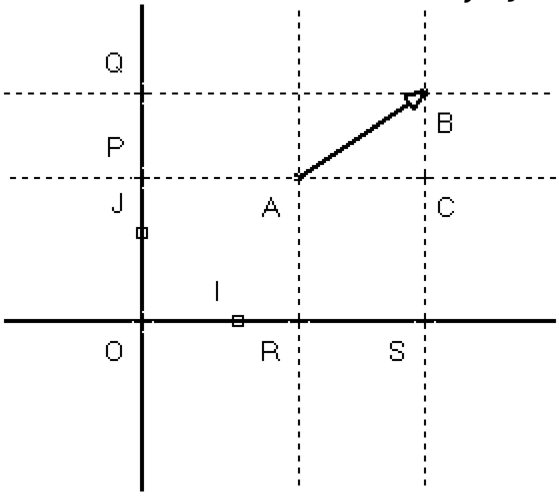
Désignons par R et S les projetés orthogonaux respectifs des points A et B sur (OI) parallèlement à (OJ).

Désignons par R et S les projetés orthogonaux respectifs des points A et B sur (OJ) parallèlement à (OI).

Justifie que :$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{PQ}$

On peut ainsi trouver x et un seul tel que :$\overrightarrow{RS} = x\overrightarrow{OI}$ et y tel que :$\overrightarrow{PQ} = y\overrightarrow{OJ}$

On obtient ainsi : $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$



Réponse attendue :

On a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$ or $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{RS}\ et\ \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{PQ}$

Donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{PQ}$ or $\overrightarrow{RS} = x\overrightarrow{OI}\ et\ \overrightarrow{PQ} = y\overrightarrow{OJ}$ d'où $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$

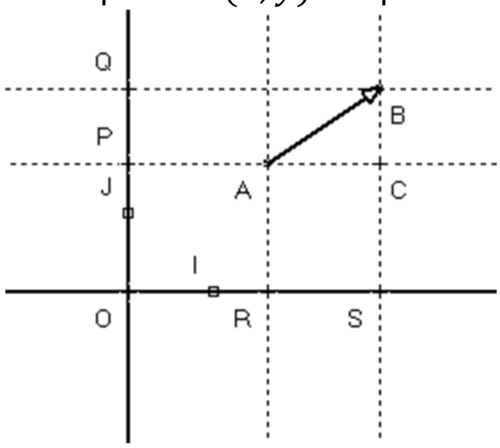
Définition :

Le plan est muni du repère (O, I, J).

A et B sont deux points du plan.

On appelle couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ le couple réel $(x; y)$ tel que :

$\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$



On note : $\overrightarrow{AB}(x; y)$ ou $\overrightarrow{AB}\binom{x}{y}$

Exemple :

Soit $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}$

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont :

$\overrightarrow{AB}(-2; 3)$ ou $\overrightarrow{AB}\binom{-2}{3}$

2- Représentation d'un vecteur

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne un point A.

On veut construire le point B tel que : $\overrightarrow{AB}(3; 2)$

On sait que $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OJ}$

- Marque un point C tel que $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{OI}$
- Marque le point B tel que $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{OJ}$

Propriété :

Deux vecteurs sont égaux lorsqu'ils ont des couples de coordonnées égaux.

$$\overrightarrow{AB}(x; y) = \overrightarrow{A'B'}(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

Exercice d'application :

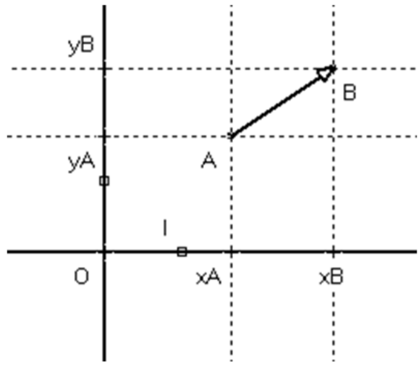
On donne $A(-2; 2) et\ B(0; 4)$

1) Quel est le couple de coordonnées des vecteurs$\overrightarrow{OA}\ et\ \overrightarrow{OB}$?
2) Quel est le couple de coordonnées du point M tel que :$\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}$

<u>Réponse attendue</u> :

1) On a :$\overrightarrow{OA} = -2\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OJ}$ donc $\overrightarrow{OA}(-2; 2)$
   On a :$\overrightarrow{OB} = 0\overrightarrow{OI} + 4\overrightarrow{OJ}$ donc $\overrightarrow{OB}(0; 4)$
2) On a : $M(-1; 3)$

<u>Exercice de maison</u> : N°1 ; 2 ; 4 page 56 CIAM 3ème



II- <u>CALCULS DANS UN REPERE</u>

1- <u>Calcul des coordonnées d'un vecteur</u>

<u>Activité</u> :

Le plan est muni du repère (O, I, J).

On donne $A(x_A; y_A)\ etB(x_B; y_B)$.

Donne l'expression de$\overrightarrow{AB}$ en fonction de$\overrightarrow{OA}\ \ et\ \overrightarrow{OB}$.

Démontrer que :$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\overrightarrow{OI} + (y_B - y_A)\overrightarrow{OJ}$.

<u>Réponse attendue</u> :

On a :$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ or $\overrightarrow{OA} = x_A\overrightarrow{OI} + y_A\overrightarrow{OJ}\ et\ \overrightarrow{OB} = x_B\overrightarrow{OI} + y_B\overrightarrow{OJ}$

Donc $\overrightarrow{AB} = -x_A\overrightarrow{OI} - y_A\overrightarrow{OJ} + \ x_B\overrightarrow{OI} + y_B\overrightarrow{OJ} = -x_A\overrightarrow{OI} + x_B\overrightarrow{OI} + y_B\overrightarrow{OJ} - y_A\overrightarrow{OJ}$

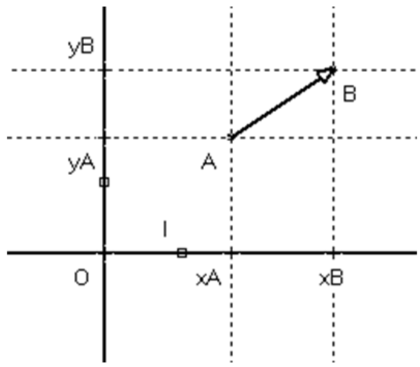
$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\overrightarrow{OI} + (y_B - y_A)\overrightarrow{OJ}$$

<u>Propriété</u> :

Le plan est muni d'un repère.

A et B sont deux points du plan.

Si $A\begin{pmatrix}x_A\\y_A\end{pmatrix}\ etB\begin{pmatrix}x_B\\y_B\end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$



<u>Exercice d'application</u> :

(O, I, J) est un repère du plan.

On donne $A(-1; 2)$; $B(3; 5)$; $C(-3{,}5; -1{,}5)\ et\ D(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$.

1) Démontre que :$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
2) Représente dans le même repère (O, I, J) le vecteur$\overrightarrow{AB}$.

<u>Réponse attendue</u> :

1) Calculons les coordonnées des vecteurs$\overrightarrow{AB}\ et\ \overrightarrow{CD}$:
   $\overrightarrow{AB}\binom{3+1}{5-2} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\binom{4}{3}et\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}0{,}5+3{,}5\\1{,}5+1{,}5\end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{CD}\binom{4}{3}x_{\overrightarrow{AB}} = \quad {}_{\overrightarrow{CD}}\ et\ y_{\overrightarrow{AB}} = y_{\overrightarrow{CD}}$
   Donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
2) Voir graphique.

2- Coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre réel.

Activité :

On donne $\overrightarrow{AB}(x; y)$ et k.

Détermine les coordonnées du vecteur $k \times \overrightarrow{AB}$

Réponse attendue :

On a : $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$

$$k \times \overrightarrow{AB} = k \times \left(x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}\right) = kx\overrightarrow{OI} + ky\overrightarrow{OJ}$$

Propriété :

Le plan est muni d'un repère.

A et B sont deux points du plan, k est un nombre réel.

Si $\overrightarrow{AB}\binom{x}{y}$ $alors\ k\overrightarrow{AB}\binom{kx}{ky}$

Exercice d'application :

(O, I, J) est un repère du plan.

On donne les vecteurs $\overrightarrow{ON}\binom{-1}{-6}$ $et\ \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\3\end{pmatrix}$ tels que : $\overrightarrow{OC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{ON}\ et\ \overrightarrow{OK} = 2\overrightarrow{OM}$

1) Quelles sont les couples de coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OC}\ et\ \overrightarrow{OK}$?
2) Démontre que : $\overrightarrow{OM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{ON}$

Réponse attendue :

1) $\overrightarrow{OC}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\times -1\\\frac{3}{2}\times -6\end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{OC}\begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\\-9\end{pmatrix}$ $et\ \overrightarrow{OK}(2 \times \frac{1}{2}; 2 \times 3) \Leftrightarrow \overrightarrow{OK}(1; 6)$
2) Démontrons que $\overrightarrow{OM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{ON}$

   On a : $-\frac{1}{2} \times \overrightarrow{ON} = \left(\frac{1}{2}; 3\right) = \overrightarrow{OM}$ donc $\overrightarrow{OM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{ON}$.

Exercice de maison : N °9 ; 11 page 56 CIAM 3ème

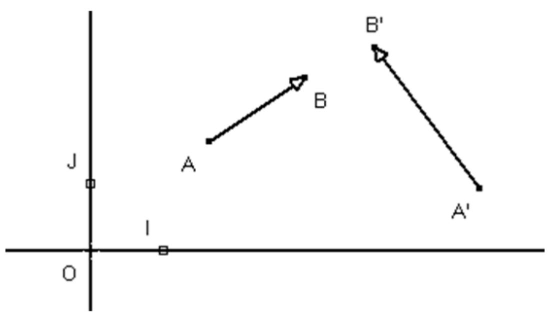
3- Coordonnées de la somme de deux vecteurs

Activité :

Le plan est muni du repère (O, I, J).

On donne les vecteurs $\overrightarrow{AB}(x; y) et\ \overrightarrow{A'B'}(x'; y')$

Détermine le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'}$



Réponse attendue :

On a : $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}\ et\ \overrightarrow{A'B'} = x'\overrightarrow{OI} + y'\overrightarrow{OJ}$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ} + x'^{\overrightarrow{OI}} + y'^{\overrightarrow{OJ}} = (x + x')\overrightarrow{OI} + (y + y')\overrightarrow{OJ}$$

Donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'}\binom{x+x'}{y+y'}$

Propriété :

Le plan est muni d'un repère. A, B, A' et B' sont des points du plan.

Si $\overrightarrow{AB}(x; y)\ et\ \overrightarrow{A'B'}(x'; y')\ alors\ (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'B'})\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$

Exercice d'application :

(O, I, J) est un repère du plan. On donne$\overrightarrow{AB}(2; 5);\ \overrightarrow{CD}(3; -1)\ et\ \overrightarrow{EF}(\frac{-2}{5}; \frac{5}{2})$

Calcule les coordonnées de chacun des vecteurs$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{AB}$

Réponse attendue :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}(2 + 3; 5 - 1) = (5; 4);\ \ \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{AB}\left(\frac{-2}{5} - 2; \frac{5}{2} - 5\right) = (\frac{-12}{5}; \frac{-5}{2})$$

4- Coordonnées du milieu d'un segment

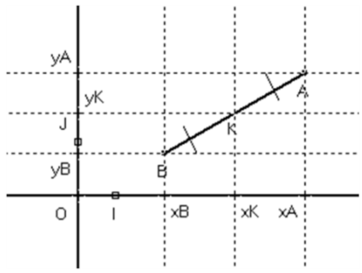
Activité :

Le plan est muni du repère (O, I, J).

On donne les points $A(x_A; y_A)\ et\ B(x_B; y_B)$.

On note K le milieu du segment [AB].

Détermine les coordonnées du point K.



Réponse attendue :

On a :$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{KB}$

$$\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix} x_K - x_A \\ y_K - y_A \end{pmatrix}\ \ et\ \ \overrightarrow{KB}\begin{pmatrix} x_B - x_K \\ y_B - y_K \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x_K - x_A = x_B - x_K \\ y_K - y_A = y_B - y_K \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_K = x_A + x_B \\ 2y_K = y_A + y_B \end{cases}$$

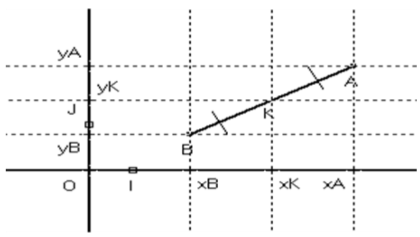
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

Propriété

Le plan est muni d'un repère. A, B et K sont des points du plan tels que :

K est le milieu du segment [AB].

Si $A(x_A; y_A)\ et\ B(x_B; y_B)\ \ alors\ K\begin{pmatrix} \frac{x_A+x_B}{2} \\ \frac{y_A+y_B}{2} \end{pmatrix}$



Exercice d'application :

(O, I, J) est un repère du plan.

On donne les points $A(2; -3)\ et\ B(6; -5)$

1) Justifie que $K(4; -4)$ est le milieu de [AB].
2) Calcule les coordonnées du point N image par la symétrie centrale de centre K de $M(-2; -5)$

Réponse attendue :

1) Calculons les coordonnées du point K, milieu du segment [AB]

On a : $K\begin{pmatrix}\frac{x_A+x_B}{2}\\ \frac{y_A+y_B}{2}\end{pmatrix} = K\begin{pmatrix}\frac{2+6}{2}\\ \frac{-3-5}{2}\end{pmatrix} = \binom{4}{-4}$ donc $K(4;-4)$ est le milieu du segment [AB].

2) $S_K(M) = N$ ⇔K est le milieu du segment [MN].

$$\begin{cases} x_K = \dfrac{x_M + x_N}{2} \\ y_K = \dfrac{y_M + y_N}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_K - x_M = x_N \\ 2y_K - y_M = y_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 8 + 2 = 10 \\ y_N = -8 + 5 = -3 \end{cases}$$

5- Distance de deux points

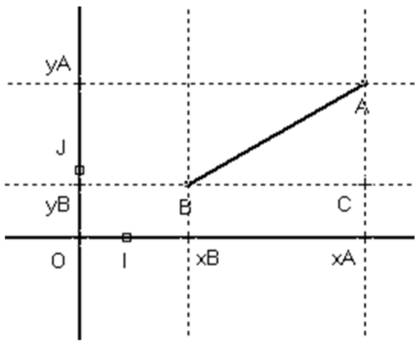
Activité :

Le plan est muni du repère (O, I, J).

On donne $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$

Détermine AC ; CB

Calcule AB.



Réponse attendue :

On a : $BC = |x_B - x_A| = x_A - x_B etAC = \ |y_B - y_A| = y_A - y_B$

En considérant le triangle ABC rectangle en C, d'après la propriété de Pythagore :

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 \Leftrightarrow AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

Propriété :

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J).

A et B sont deux points du plan.

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, alors $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Remarque :

Si $\overrightarrow{AB}(x; y)$, alors $AB = \sqrt{x^2 + y^2}$

Exercice d'application :

Le plan est muni du repère orthonormé (o, I, J). On donne les points $A(-1; 3); B(3; \sqrt{3}); C(2; 3)$ et $D(-2; -\sqrt{3})$.

Calcule les distances AC et BD.

Réponse attendue :

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3$$

$$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{25+12} = \sqrt{37}$$

Exercice de maison : N° 20 page 57 CIAM 3ème

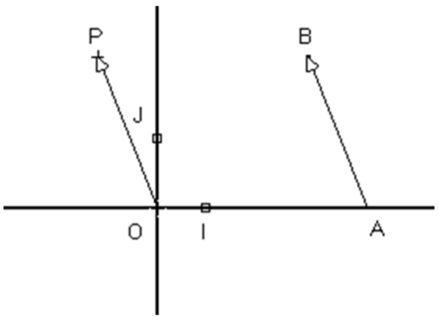
III- VECTEURS COLINEAIRES – VECTEURS ORTHOGONAUX

1- Vecteurs colinéaires

Activité :

Le plan est muni du repère (O, I, J).

On donne les vecteurs $\overrightarrow{AB}\left(\frac{1}{2};-2\right)$ et $P(-1;4)$.



a) Vérifie que $(AB) \parallel (OP)$
b) Calcule $\frac{1}{2} \times 4 - (-2) \times (-1)$
c) On pose $\overrightarrow{AB}(x;y)$, $\overrightarrow{A'B'}(x';y')$ $et\ k\ un\ réel$.
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$ ont la même direction.
Démontre que : $xy' - x'y = 0$

Réponse attendue :

a) On a : $\overrightarrow{OP} = -2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont la même direction, donc $(AB) \parallel (OP)$.
b) $\frac{1}{2} \times 4 - (-2) \times (-1) = 2 - 2 = 0$
c) On a : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{A'B'}$ ont la même direction, $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{A'B'}$
$\begin{cases} x = kx' \\ y = ky' \end{cases}$ et $xy' - x'y = kx'y' - kx'y' = 0$ donc $xy' - x'y = 0$.

Propriété :

Le plan est muni d'un repère.

On donne : $\overrightarrow{AB}\binom{x}{y}$ et $\overrightarrow{A'B'}\binom{x'}{y'}$ sont colinéaires ***équivaut à*** $xy' - x'y = 0$

Exercice d'application :

On donne $A(1;-2)$; $B(-1;-1)$ et $C(5;-4)$

Justifie que les points A, B et C sont alignés.

Réponse attendue :

$$\overrightarrow{AB}(-2;1)\ et\ \overrightarrow{AC}(4;-2)$$

Vérifions si les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

$$-2 \times -2 - 1 \times 4 = 4 - 4 = 0$$

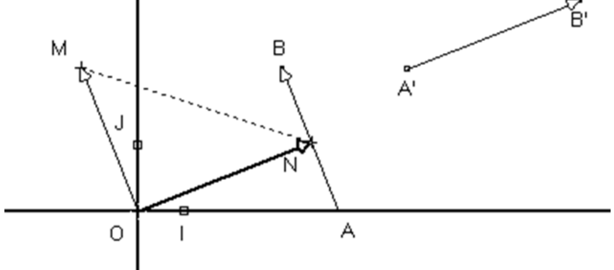
Donc les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, d'où les A, B et C sont alignés.

2- Vecteurs orthogonaux

Activité :

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J).

On donne $\overrightarrow{CD}\binom{4}{2}$ et $\overrightarrow{EF}\binom{-3}{6}$



a) Vérifie que :$(CD) \perp (EF)$
b) Calcule : $4 \times (-3) + 2 \times 6$
c) On pose $\overrightarrow{AB}(x; y)$, $\overrightarrow{A'B'}(x'; y')$
$\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{A'B'}$sont non nuls et orthogonaux.
Démontre que : $xx' + yy' = 0$

On peut considérer les points M et N tels que :$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{A'B'}$ et appliquer la propriété de Pythagore dans le triangle OMN rectangle en O.

Réponse attendue :

a) $(CD) \perp (EF)$
b) $4 \times (-3) + 2 \times 6 = -12 + 12 = 0$
c) OMN est un triangle rectangle en O.

$$OM = \sqrt{x^2 + y^2} \ \ et \ \ ON = \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

D'après la propriété de Pythagore : $MN^2 = OM^2 + ON^2$

$$MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2}$$

Or $\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$

$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} x'-x \\ y'-y \end{pmatrix}$;

$$MN^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 = x'^2 - 2x'x + x^2 + y'^2 - 2yy' + y^2$$
$$MN^2 = x^2 + y^2 + x'^2 + y'^2 - 2xx' - 2yy'$$

Or $MN^2 = x^2 + y^2 + x'^2 + y'^2$

Donc $-2xx' - 2yy' = 0 \Leftrightarrow xx' + yy' = 0$

Propriété:

Le plan est muni du repère (O, I, J).

$\overrightarrow{AB}$ *et* $\overrightarrow{A'B'}$sont deux vecteurs non nuls :

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ *et* $\overrightarrow{A'B'}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$sont orthogonaux $\Leftrightarrow xx' + yy' = 0$.

Exercice d'application :

Le plan est muni du repère (O, I, J).
On donne : $A(-2; -2); B(-4; 4) et\ D(4; 0)$.
Justifie que ABD est rectangle en A.

Réponse attendue :

On a :$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -4+2 \\ 4+2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 4+2 \\ 0+2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

De plus $-2 \times 6 + 2 \times 6 = -12 + 12 = 0$

Donc $(AD) \perp (AB)$ d'où ABD est un triangle rectangle en A.

Exercice de maison :N° 16 ; 17 18 et 31 page 57 et 58 CIAM 3ème

FICHE D'EXERCICES

EXERCICE 1

Dans la plan muni du repère orthonormé (O, I, J), on considère le point$A(0;-1)$

1) Calcule les coordonnées du point B tel que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ ait pour coordonnées $(-2;4)$.
   Place les points $A\ et\ B$.
2) Calcule les coordonnées du point C tel que le vecteur $\overrightarrow{AC}$ ait pour coordonnée $(4;2)$;
   Place le pont C.
3) Démontre que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

EXERCICE 2

Dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J), on donne les points $A(2;3), B(-1;2)\ et\ C(4;-3)$

1- Place les points A, B, et C dans le repère (prendre le centimètre comme unité).
2- Démontre que le triangle ABC est rectangle en A.
3- D est le point de coordonnées $(5;4)$. Justifie que A est le milieu de [BD].

EXERCICE 3

Dans le plan muni du repère orthonormé (O,I,J

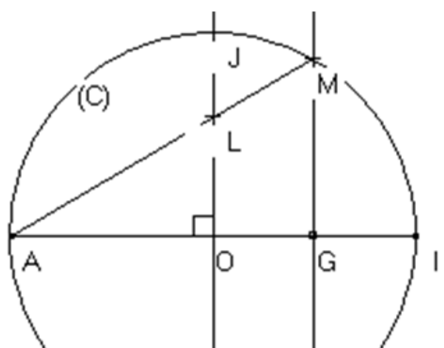
1) Place les points $A(3;2), B(1;-1)$, $C(-5;-2) et\ D(-3;1)$
2) Démontre que ABCD est un parallélogramme.
3) On donne $E(3;-2)$. Démontre que les points B, D et E sont alignés.
4) Calcule les coordonnées du point G, symétrique du point D par rapport au point O.
5) Calcule les coordonnées du point F, symétrique du point G par rapport à l'axe des abscisses

PROBLEME

Sur la figure ci-dessous qui n'est pas en vraie grandeur.

- ✓ Le plan est muni du repère (O,I,J).
- ✓ (C) est le cercle de centre O et de diamètre [AI].
- ✓ $\sin 30° = \frac{1}{2}$; $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\ et\ A(-1;0)$
- ✓ Les points M et G sont tels que M appartient à (C) :$IM = 1\ et\ \overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AI}$
- ✓ La droite (AM) coupe la droite (OJ) au point L.
- ✓ La droite (MG) recoupe le cercle (C) au point N.

1) Justifie que le triangle AMI est rectangle en M.
2)
   a) Justifie que :$AI = 2$
   b) Justifie que :$mes\ \widehat{MAI} = 30°$



3)
   a) Détermine $mes\ \widehat{MNI}$
   b) Justifie que : $mes\ \widehat{IOM} = 60°$

4)
   a) Justifie que : $AM = \sqrt{3}$
   b) Calcule AL

5)
   a) Justifie que le couple de coordonnées du point G est $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.
   b) Détermine le couple de coordonnées du point M.

<u>COMPETENCE</u> 1

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux objets géométriques suivants: distances, vecteurs, angles, triangles, cercles, perspective cavalière, pyramides, cônes, symétries et translations.

THEME 2 : GEOMETRIE ANALYTIQUE

LEÇON 3 :EQUATIONS DE DROITES

HABILETES	**CONTENUS**
♦ Identifier	- une équation de droite - les positions relatives de deux droites - le coefficient directeur d'une droite
♦ Déterminer	- une équation d'une droite passant par deux points - une équation d'une droite passant par un point et parallèle à une droite donnée - une équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée dans un repère orthonormé - le coefficient directeur d'une droite
♦ Vérifier	l'appartenance d'un point à une droite ou non
♦ Construire	- une droite dont on connaît une équation - une droite connaissant un de ses points et son coefficient directeur
♦ Calculer	le coefficient directeur d'une droite passant par deux points et non parallèle à l'axe des ordonnées
♦ Lire	graphiquement le coefficient directeur d'une droite
♦ Justifier	- le parallélisme de deux droites - la perpendicularité de deux droites
♦ Traiter une situation	de vie courante faisant appel à une équation de droite

SITUATION:

Pour débuter un petit commerce à Adjamé, Ozoua veut acheter du soja à 550 f Cfa le kg et du mil à 300 f Cfa le kg. Elle dispose de 5000 f Cfa.
A l'aide d'un graphique, il est question d'indiquer les différentes possibilités d'achats (nombre de kg de soja et nombre de kg de mil)
Réponse attendue :

I- EQUATIONS DU PREMIER DEGRE DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

1- Notion d'équation dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Activité :
Apo peut dépenser exactement 100 francs pour acheter des bonbons à 10 francs l'un et des chewing-gums à 15 francs l'unité.
Combien de bonbon et de chewing-gum Apo pourra-t-elle acheter ?
Réponse attendue :

- désignons par x le nombre de bonbons et par y le nombre de chewing-gums que Apo pourra acheter.
- Le prix des bonbons est : $10x$
- Le prix des chewing-gums est : $15y$
- On a : $10x + 15y = 100$

On appelle : $10x + 15y = 100$ équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
Présentation :
$a, b\ et\ c$sont des nombres réels.
On considère l'expression littérale : $ax + by + c$
On pose :(E) : $ax + by + c = 0$, une équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ d'inconnues $x\ et\ y$.
Exemple :

$$(E) : 10x + 15y = 100$$

(E)est une équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ d'inconnues $x\ et\ y$.
Dans cette équation,

- Si on pose $x = 2\ et\ y = 3$, on a : $10 \times 2 + 3 \times 15 = 65 \neq 100$ donc (E) n'est pas vraie.
- Si on pose $x = 1\ et\ y = 6$, on a : $10 \times 1 + 15 \times 6 = 100$, donc (E) est vraie.

On dit alors que le couple $(1; 6)$ vérifie (E), donc est une solution de (E).

2- Transformation d'une équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Propriété :

- Lorsqu'on ajoute un même nombre à chaque membre d'une équation, on obtient une équation qui a les mêmes solutions que l'équation de départ.
- Lorsqu'on multiplie par un même nombre non nul chaque membre d'une équation, on obtient une équation qui a les mêmes solutions que l'équation de départ.

NB :

- Transformer une équation du premier degré dans$\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, c'est exprimer x en fonction de y ou exprimer y en fonction de x.

3- Recherche des solutions

- Pour rechercher une solution d'une équation du premier degré dans$\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, on donne des valeurs à x, puis on calcule la valeur de y.
- Il y a autant de solutions que l'on veut pour l'équation.

Exercice d'application :

On donne :(E): $5x - 4y = 12$

a) Exprime y en fonction de x.

b) Exprime x en fonction de y

c) On donne :$(4; 2)$; $(3; 1)$; $(0; -3)$; $(5; 3)$ et $(1; -\frac{7}{4})$

Parmi ces couples, trouve ceux qui sont des solutions de (E).

Réponse attendue :

a) On a : $5x - 4y - 5x = 12 - 5x \Leftrightarrow -4y = 12 - 5x \Leftrightarrow y = \frac{5}{4}x - 3$

b) On a : $5x - 4y + 4y = 12 + 4y \Leftrightarrow 5x = 12 + 4y \Leftrightarrow x = \frac{4}{5}y + \frac{12}{5}$

c) Pour le couple$(4; 2)$, $on\ a$: $5 \times 4 - 2 \times 4 = 20 - 8 = 12$ donc le couple $(4; 2)$ est une solution de cette équation (E)……

4- Représentation graphique

Représentation :

Dans le repère (O, I, J) du plan, représentons les points dont les couples de coordonnées sont les solutions de l'équation :(E): $2x + y - 6 = 0$

Donnons les couples dans un tableau :

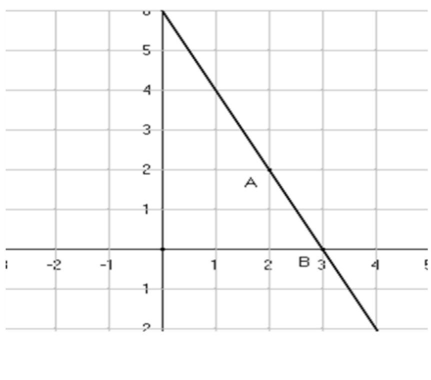
	A	B	C	D	E	F
x	0	1	2	3	4	5
y	6	4	2	0	-2	-4

On remarque que les points sont alignés.

La représentation des solutions de (E) est une droite.

Ainsi tous les points qui appartiennent à cette droite vérifient (E).

On dit alors que(E): $2x + y - 6 = 0$ est une équation de



Droite.

Exercice de maison : N° 1 et 2 page 68 CIAM 3ème

II- EQUATIONS D'UNE DROITE

1- Déterminer une équation de droite

Le plan est muni du repère (O, I, J)

a) Droite passant par deux points

On donne les points $A(5; 3)\ et\ B(-3; 2)$

Recherchons une équation de la droite (AB)

soit $M(x; y)$ un point de (AB) équivaut à $\overrightarrow{AB}\ et\ \overrightarrow{AM}$ sont colinéaires

or $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-5 \\ y-3 \end{pmatrix} et \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3-5 \\ 2-3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -8 \\ -1 \end{pmatrix}$

d'où $M \in (AB) \Leftrightarrow -1 \times (x - 5) - (-)8 \times (y - 3) = 0$

$$M \in (AB) \Leftrightarrow -x + 5 + 8y - 24 = 0 \Leftrightarrow -x + 8y - 19 = 0$$

On a obtenu une équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:$(E): -x + 8y - 19 = 0$

(E)est une équation de la droite (AB).

Les équations suivantes : $x - 8y + 19 = 0; x = 8y - 19\ et\ y = \frac{1}{8}x + \frac{19}{8}$ sont aussi des équations de cette droite (AB).

Exercice d'application

On donne : $A(-2; 1)\ et\ B(1; 0)$

Détermine une équation de la droite (AB).

Réponse attendue :

On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1+2 \\ 0-1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

Soit $M \in (AB) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x+2 \\ y-1 \end{pmatrix}\ et\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont colinéaires

$\Leftrightarrow -1 \times (x + 2) - 3(y - 1) = 0 \Leftrightarrow -x - 2 - 3y + 3 = 0 \Leftrightarrow -x - 3y + 1 = 0$

Donc une équation de la droite(AB): $x + 3y - 1 = 0$

b) Droite passant par un point et parallèle à une droite donnée.

Activité :

Déterminons une équation de la droite (D) passant par $K(-2; 1)$ et parallèle à la droite$(EF) tels\ que$: $E(3; 2)\ et\ F(-1; -4)$.

On a : $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} -1-3 \\ -4-2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix}$

Soit $M \in (D) \Leftrightarrow \overrightarrow{KM}\begin{pmatrix} x+2 \\ y-1 \end{pmatrix}\ et\ \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix}$ sont colinéaires

$\Leftrightarrow -6 \times (x + 2) + 4(y - 1) = 0 \Leftrightarrow -6x - 12 + 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow -6x + 4y - 16 = 0$

Donc une équation de la droite(D): $3x - 2y + 8 = 0$

Exercice d'application :

On donne $A(3;2); B(-1;4) et\ C(-2;1)$.

Détermine une équation de la droite (D) passant par A et parallèle à (BC).

Réponse attendue :

Soit $M(x;y) \in (D) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} et\ \overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

Or :$\overrightarrow{BC}\binom{-1}{-3}\ et\ \ \overrightarrow{AM}\binom{x-3}{y-2}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow -1 \times (y-2) + 3 \times (x-3) = 0$

$$\Leftrightarrow -y + 2 + 3x - 9 = 0 \Leftrightarrow -y + 3x - 7 = 0$$

Donc $(D): 3x - y - 7 = 0$

c) Droite passant par un point donné et perpendiculaire à une droite donnée

Le plan est muni du repère (O, I, J).

On donne les points : $A(4;-3)$; $B(6;1) et\ C(1;3)$.

Déterminons une équation de la droite (D) passant par A et perpendiculaire à (BC).

Soit $M(x;y) \in (D) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\ et\ \overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

Or $\overrightarrow{AM}\binom{x-4}{y+3}\ et \overrightarrow{BC}\binom{-5}{2}$

D'où $M \in (D) \Leftrightarrow -5 \times (x-4) + 2 \times (y+3) = 0 \Leftrightarrow -5x + 20 + 2y + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow -5x + 2y + 26 = 0$$

Donc $(D): - 5x + 2y + 26 = 0$

Exercice d'application :

On donne $E(1;1)$; $F(0;-3)\ et\ G(1;-2)$

Détermine une équation de la droite (Δ) passant par le point E et perpendiculaire à (FG).

Réponse attendue :

On a :$\overrightarrow{FG}\binom{1-0}{-2+3} \Leftrightarrow \overrightarrow{FG}\binom{1}{1}$

Soit $M(x;y) \in (\Delta), \overrightarrow{EM}\binom{x-1}{y-1}\ \ et\ \overrightarrow{FG}\binom{1}{1}$ sont orthogonaux

$$\Leftrightarrow\ 1 \times (x-1) + 1 \times (y-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$$

Donc $(\Delta): x + y - 2 = 0$

Propriété :

Dans le plan muni du repère (O, I, J).

- Toute droite a une équation de la forme : $px + qy + r = 0$ ($p\ et\ q$ n'étant pas tous nuls).
- Toute équation de la forme $px + qy + r = 0$ est une équation d'une droite (D).

$$(p\ et\ q\ n'étantpas\ tous\ nuls)$$

Exercices de maison : N°5 et 6 page 68 CIAM 3ème.

2- Construction d'une droite dont on connait une équation

Activité :

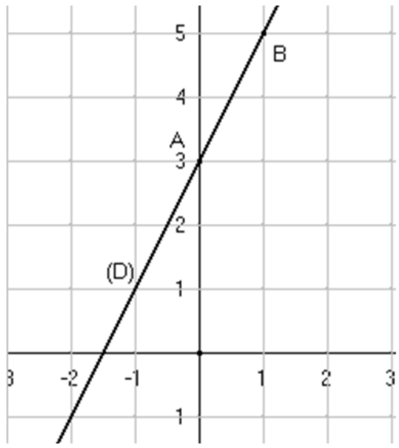
Le plan est muni du repère (O, I, J).

(D)est la droite d'équation ; $2x - y + 3 = 0$

a) Construis la droite (D) dans le repère (O, I, J).

b) Justifie que $M\left(-\frac{1}{2}; 2\right) \in (D)$.

c) La droite (D) coupe (OI) en A et (OJ) en B.
Détermine les coordonnées des points $A\ et\ B$.



Réponse attendue :

a) $(D): 2x - y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 3$

	A	B
x	0	1
y	3	5

Plaçons les points $A\ et\ B$ dans le repère (O, I, J).

b) On a : $2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 + 3 = 0$, donc $M \in (D)$.

c) Lorsque (D) coupe $(OI); y = 0$ donc $x = -\frac{3}{2}; A(-\frac{3}{2}; 0)$
Lorsque (D) coupe $(OJ); x = 0\ donc\ y = 3; B(0; 3)$

3- Vecteurs et coefficients directeurs d'une droite

Activité :

Le plan est muni du repère (O, I, J).

$$(D): 6x + 2y - 5 = 0$$

Donne l'expression de y en fonction de x.

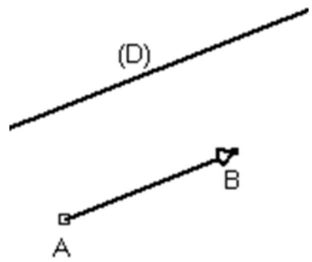
Réponse attendue :

On a : $y = -3x + \frac{5}{2}$; c'est aussi une équation de la droite (D).

Elle est de la forme $y = ax + b$ où le nombre a est appelé coefficient directeur de la droite(Δ): $y = ax + b$

Définition :

On dit que le vecteur$\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (D) lorsque la droite (AB) est parallèle ou confondue à la droite (D).

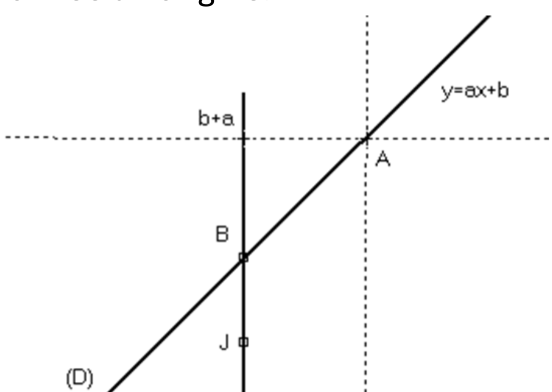


Propriété :

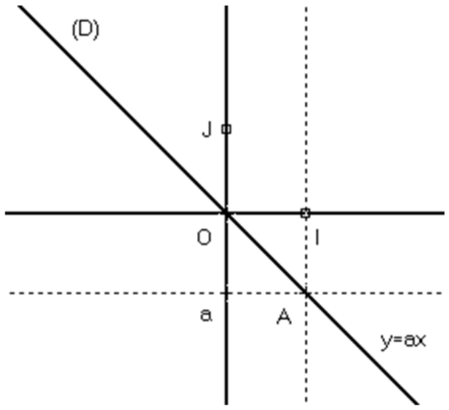
Une droite(D) non-parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme :
$y = ax + b$;

- a est le coefficient directeur de la droite (D), b est son ordonnée à l'origine.
- Une droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme : $x = k$
  Elle n'a ni coefficient directeur ni ordonnée à l'origine.

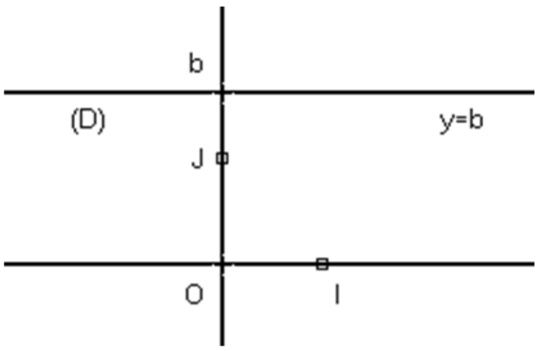
- Le coefficient directeur est a
  Un vecteur directeur $\overrightarrow{BA}\binom{1}{a}$



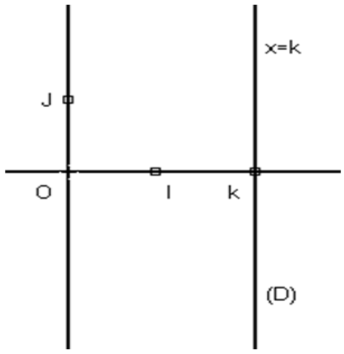
- Le coefficient directeur est a
  Un vecteur directeur est $\overrightarrow{0A}\binom{1}{a}$



- Le coefficient directeur est 0
  Un vecteur directeur est $\overrightarrow{OI}\binom{1}{0}$



- Pas de coefficient directeur :



<u>Exercice d'application</u> :
Détermine le coefficient et vecteur directeur de$(\ D)$: $3x + 2y - 5 = 0$
<u>Réponse attendue</u> :

On a : $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

Le coefficient directeur $a = -\frac{3}{2}$

Un vecteur directeur :$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$

4- Calcule du coefficient directeur et équation d'une droite

Remarque :

Le plan est muni du repère (O, I, J).

Soit (D), une droite non parallèle à l'axe des ordonnées.

Son équation est de la forme $y = ax + b$.

$A(x_A; y_A) et\ B(x_B; y_B)$sont deux points du plan qui appartiennent à (D) : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exercice d'application :

Le plan est muni du repère (O, I, J).

On donne : $P(3; -2)\ et\ Q(1; -1)$

a) Détermine le coefficient directeur de la droite (PQ).
b) Déduis-en une équation de la droite (PQ).

Réponse attendue :

a) On a : $a = \frac{3-1}{-2-(-1)} = \frac{2}{-1} = -2$donc $a = -2$.
b) On a : $y = ax + b \Leftrightarrow y = -2x + b$

$$P \in (PQ) \Leftrightarrow y_P = -2x_P + b \Leftrightarrow b = 4$$

Donc (PQ): $y = -2x + 4$

Exercices de maison : N°13 ; 14 ; 16 et 17 page 69 CIAM

III- POSITION RELATIVES DE DEUX DROITES

1- Droites parallèles

Propriété :

Le plan est muni du repère(O, I, J).

Les droites$(D)\ et\ (\Delta)$ ont pour coefficients directeurs respectifs $a\ et\ a'$.

$$(D) \parallel (\Delta)\ équivaut\ à\ \ a = a'$$

Exercice d'application :

(D)est la droite d'équation $y = 3x - 2$.

Trouve une équation dd la droite (T) parallèle à (D) et passant par le point $A(-2; -3)$.

Réponse attendue :

On a : $a = 3$.

(T)a pour équation : $y = a'x + b$ avec $a = a' = 3$

D'où$y = 3x + b$ or $A(-2; -3) \in (T) \Leftrightarrow y_A = 3x_A + b \Leftrightarrow b = 3$

Donc (T): $y = 3x + 3$

2- Droites perpendiculaires

Propriété :

Le plan est muni du repère(O, I, J).

Les droites(D) et (Δ) ont pour coefficients directeurs respectifs a et a'.

$$(D) \perp (\Delta) \text{ } \acute{e}quivaut \text{ à } a \times a' = -1$$

Exercice d'application :

Le plan est muni du repère $(O; I; J)$.

Soit la droite (AB) d'équation : $-x + 2y + 5 = 0$

On donne $A(1; -2)$ et $B(3; -1)$

Détermine une équation de la droite (Δ) médiatrice de $[AB]$.

Réponse attendue :

La droite(AB) a pour équation de droite $a = \frac{1}{2}$

$$(AB) \perp (\Delta) \text{ } \acute{e}quivaut \text{ à } a \times a' = -1 \Leftrightarrow a' = -2$$

D'où(Δ): $y = a'x + b \Leftrightarrow y = -2x + b$

Soit K, le milieu du segment$[AB]$.

$K\begin{pmatrix} \frac{1+3}{2} \\ \frac{-2-1}{2} \end{pmatrix} \Leftrightarrow K\begin{pmatrix} 2 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$: $y_K = -2x_P + b \Leftrightarrow b = y_K + 2x_K = \frac{5}{2}$

Exercices d'application : N°24 ; 27 page 70

FICHE D'EXERCICES

EXERCICE 1

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J).

1- Place le point A(2 ; -2) et trace la droite (OA).
2- Trace la droite (D) d'équation : $3x - 2y - 4 = 0$
3- Ecris une équation de la droite (OA).
4- Justifie que les droites (OA) et (D) ne sont pas perpendiculaires.

EXERCICE 2

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J).

1- On donne : $A(-1; 2)$ et $B(2; 1)$
   a- Calcule les coordonnées du point C sachant que $\overrightarrow{AC}(-3; -2)$
   b- (D) est la droite passant par B et parallèle à (AC). Détermine une équation de la droite (D).
2- On donne les points $A(-6; 3)$, $B(-1; 4)$, $C(2; -1)$ et la droite (D) d'équation : $3x - y - 7 = 0$
   a- Justifie que C est un point de la droite (D)
   b- Construis les droites (D) et (AB).
   c- Démontre que les droites (AB) et (D) sont sécantes.

PROBLEME 1

Dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J).
On donne les points $A(2;5), B(2;1) et D(-1;5)$.

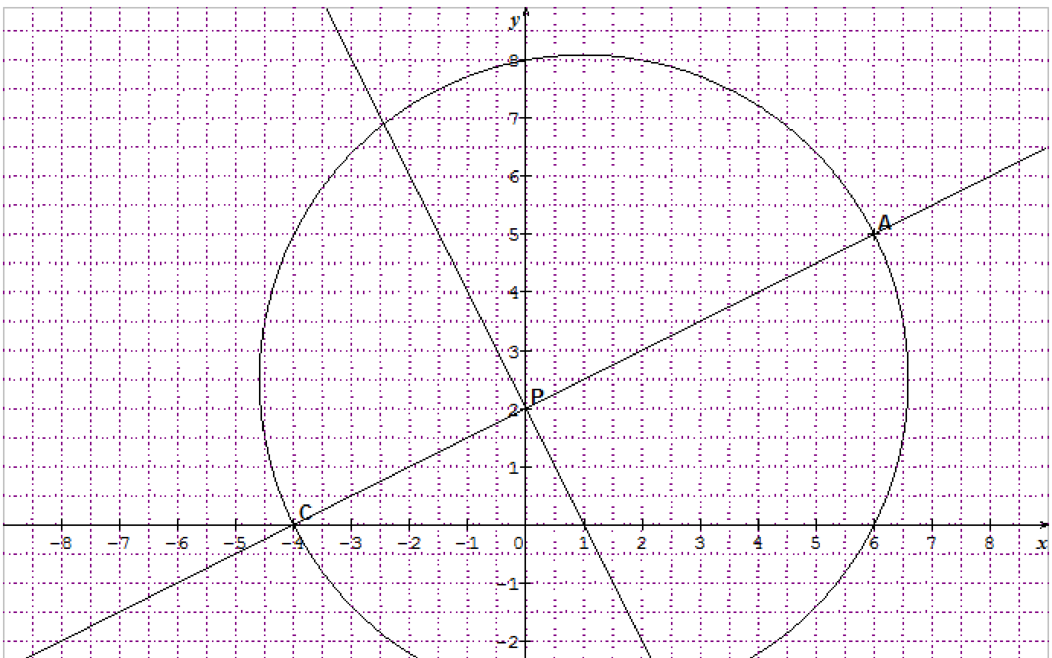
1- Place les points A, B et D dans le repère (O, I, J).
2- Démontre que le triangle ABD est rectangle en A.
3- Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABD et E le centre de ce cercle (C).
   a- Construis (C).
   b- Calcule les coordonnées du point E.
4- Justifie qu'une équation de la droite (BD) est : $4x + 3y - 11 = 0$
5- Soit (T) la tangente du cercle (C) en B. Détermine une équation de la droite (T).
6- Le point F est l'image du point A par la symétrie orthogonale d'axe (BD).
   a- Construis le point F.
   b- Justifie que F est un point de (C).

PROBLEME 2

Sur la figure ci-contre (O, I, J) est un repère orthonormé.
On donne les points $A(6;5), B(2;-3)\ et\ C(-4;0)$.

✓ (C) est le cercle circonscrit au triangle ABC.
✓ La droite (AC) coupe l'axe des ordonnées en P.
✓ (D) est perpendiculaire à la droite (AC) en P.

1) Justifie que : $AB = 4\sqrt{5}$; $AC = 5\sqrt{5}\ \ et\ BC = \ 3\sqrt{5}$
2) Déduis-en que le triangle ABC est rectangle en B.
3) Justifie que $\sin\widehat{ACB} = \frac{4}{5}$
4) Trouve un encadrement de $mes\ \widehat{ACB}$ par deux entiers consécutifs.
5) Justifie qu'une équation de la droite de (AC) est :$x - 2y + 4 = 0$
6) Détermine les coordonnées du point P.
7) Détermine les coordonnées du point G telque ACBG soit un parallélogramme.



COMPETENCE 2
L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux calculs dans l'ensemble des nombres réels, au calcul littéral, aux équations et inéquations du premier degré dans R et dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et à l'organisation des données.

THEME 3 : ORGANISATION DE DONNEES

LECON 1 : STATISTIQUE

HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	✓ La médiane d'une série statistique à caractère discret ou continu ✓ Les effectifs cumulés croissants ✓ Les fréquences cumulées croissantes ✓ Les classes de même amplitude ✓ Une classe modale ✓ La moyenne d'une série statistique à caractère continu
♦ Dresser	✓ Le tableau des effectifs cumulés croissants ✓ Le tableau des fréquences cumulées croissantes
♦ Déterminer	✓ La médiane d'une série statistique par lecture graphique ou par le calcul ✓ La classe modale
♦ Lire	✓ Un diagramme circulaire
♦ Construire	✓ Un diagramme circulaire ✓ Un polygone des effectifs cumulés croissants
♦ Interpréter	✓ La médiane d'une série statistique
♦ Extraire	✓ Un tableau statistique d'un diagramme
♦ Regrouper	✓ Les données d'une série statistique en classes de même amplitude
♦ Traiter une situation	✓ Faisant appel à la statistique

Exemple de situation

Le relevé du nombre d'hectares de parcelles reboisées par les clubs « ENVIRONNEMENT » des 15 établissements de votre localité donne le résultat suivant :
2, 6, 8, 7, 3, 7, 3, 5, 2, 8, 3,9, 8, 6, 7.

La Direction Régionale de l'Education Nationale (DREN) décide de récompenser les 8 meilleurs clubs. Votre club a reboisé 6 hectares. Vous voulez savoir si vous pouvez avoir la chance de faire partie des lauréats

I- ORGANISATION ET TRAITEMENT DES DONNEES

1) Vocabulaire :

La population : est l'ensemble des personnes ou des choses auxquelles s'adresse la question posée à l'enquête.
L'individu : est un élément de la population étudiée
L'effectif total : est le nombre total d'individu.
Le caractère : est le terme de la question précisant l'objet de l'étude ou ce sur quoi porte l'étude.
Les modalités : sont les différentes réponses obtenues.
L'effectif d'une modalité : est le nombre de fois que la modalité a été citée.
La fréquence d'une modalité : est le quotient de l'effectif d'une modalité par l'effectif total.

2) Effectif cumulé croissant et fréquence cumulée croissante :

Définitions :

- **Effectif cumulé croissant** : on appelle effectif cumulé croissant de modalité n, la somme des effectifs de chaque modalité inférieure ou égale à n.
- **Fréquence cumulée croissante** : on appelle fréquence cumulée croissante de modalité n, le quotient de l'effectif cumulé de la modalité n par l'effectif total.

Exemple :
Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2
Effectifs cumulés croissants	2	3	7	8	10	13	15
Fréquences cumulées croissantes	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{10}{15}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{15}{15}$

L'effectif cumulé de la modalité 7 est 8.

3) moyenne

Définition :
On appelle moyenne d'une série statistique, le quotient par l'effectif total de la somme du produit de chaque modalité par son effectif.

Méthode :
Pour obtenir la moyenne d'une série statistique, on peut procéder comme suit :

- On multiplie chaque modalité (valeur) par l'effectif correspondant
- On additionne les produits obtenus
- On divise cette somme par l'effectif total.

Exemple :
Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2

La moyenne de cette série est la somme de tous les nombres donnés divisés par l'effectif total :

$$m = \frac{3 \times 2 + 5 \times 1 + 6 \times 4 + 7 \times 1 + 7{,}5 \times 2 + 8 \times 3 + 9 \times 2}{2 + 1 + 4 + 1 + 2 + 3 + 2} = \frac{99}{15} = 6{,}6$$

La moyenne des notes est6,6.

4) Mode d'une série statistique :

Définition :

On appelle mode d'une série statistique toute modalité dont l'effectif est maximal.

Remarque :

Une série statistique peut avoir un ou plusieurs modes.

Exemple :

Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2

Dans cette série la modalité qui a l'effectif le plus élevé est la note que les élèves ont le plus obtenue :

Selon le tableau, cette note est 6 qui a un effectif de 4.

Le mode de cette série est 6.

5) Médiane

Définition :

La médiane est le nombre se trouvant au milieu de la série, c'est-à-dire qu'il y a autant d'effectif à droite de ce nombre qu'à gauche.

Exemple :

Voici les notes données à un groupe de 15 élèves.

Notes	3	5	6	7	7,5	8	9
Effectifs	2	1	4	1	2	3	2

$$\underbrace{3\ \ 3\ \ 5\ \ 6\ \ 6\ \ 6\ \ 6}_{7}\ \ 7\ \underbrace{7{,}5\ \ 7{,}5\ 8\ \ 8\ \ 9\ \ 9}_{7}$$

Médiane

Remarque :

La médiane peut être illustrée par une ligne de partage.

Ici, l'effectif total de la série est 15 qui est un nombre impaire, mais dans certain cas cet effectif est pair. Dans ce cas, on peut prendre pour médiane, la moyenne de ces deux nombres se situant autour de **la ligne de partage.**

Exemple :

Voici les notes données à un groupe d'élèves.

Notes	3	5	7	8	10	13
Effectifs	1	1	1	1	1	1

Déterminons la médiane de cette série :

$$\underbrace{3\ \ 5\ \ 7}_{3}\ \uparrow\ \underbrace{8\ \ 10\ \ 13}_{3}$$

Médiane

Ici, l'effectif total est 6 qui est un nombre pair.

On peut prendre pour médiane $\frac{7+8}{2} = 7{,}5$ donc la médiane est$7{,}5$.

<u>Exercice d'application</u> 1:

Voici les notes obtenues par les élèves d'une classe de troisième lors d'un devoir de mathématique noté sur20.

08 ; 09 ; 14 ; 08 ; 12 ; 09 ; 07 ; 12 ; 09 ; 13 ; 09 ; 11 ; 12 ; 07 ; 09 ; 08 ; 08 ; 15 ; 10 ; 14 ; 08 ; 13 ; 07 ; 08 et 07.

1) Quelle est la population étudiée ?
2) Quel est l'effectif total ?
3) Quel est le caractère étudié ? précise sa nature.
4) Donne la liste des modalités.
5) Etablis le tableau des effectifs et des effectifs cumulés croissants.
6) Etablis le tableau des fréquences et des fréquences cumulées croissantes.
7) Calcule la moyenne de cette série.
8) Quelle est le mode de cette série statistique
9) Calcule la médiane de cette série.
10) Construis le diagramme en bâton des effectifs de cette série.
    (Échelle : 1 cm entre les bâtons et 2 cm pour un élève

<u>Réponse attendue</u> :

1) La population étudiée est : les élèves d'une classe de 3$^{\text{ème}}$
2) L'effectif total est : $25\ élèves$
3) Le caractère est les notes. Il est quantitatif
4) Les modalités sont : $07;\ 08; 09\ ; 10; 11; 12; 13; 14\ et\ 15$.
5) Le tableau :

Modalités	07	08	09	10	11	12	13	14	15
Effectifs	3	6	5	1	2	3	2	2	1
Eff.cumulés.croissants	3	9	14	15	17	20	22	24	25

6) Le tableau des fréquences :

$$fréquence = \frac{eff/modalité}{eff/total}$$

Modalités	07	08	09	10	11	12	13	14	15
Effectif	3	6	5	1	2	3	2	2	1
Fréquence	0,12	0,24	0,2	0,04	0,08	0,12	0,08	0,08	0,04
Fréq.cum.crois	0,12	0,36	0,56	0,6	0,68	0,8	0,88	0,96	1

7) Calculons la moyenne :

$$M = \frac{3\times 7+6\times 8+5\times 9+1\times 10+2\times 11+3\times 12+2\times 13+2\times 14+1\times 15}{25}$$

$$= \frac{251}{25} = 10{,}04$$

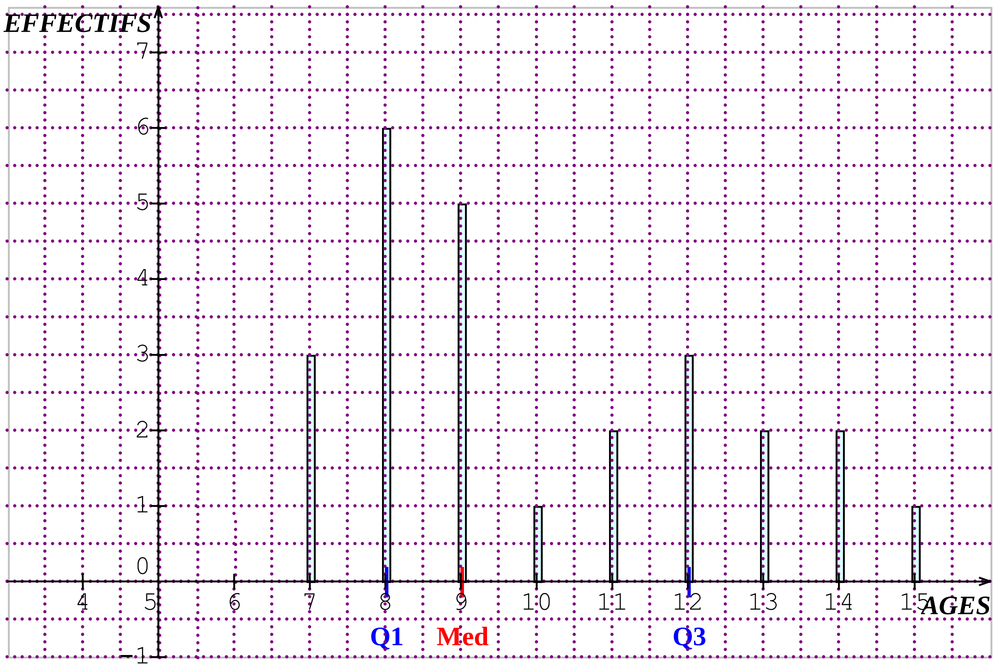
8) Le mode de la série statistique est : 08

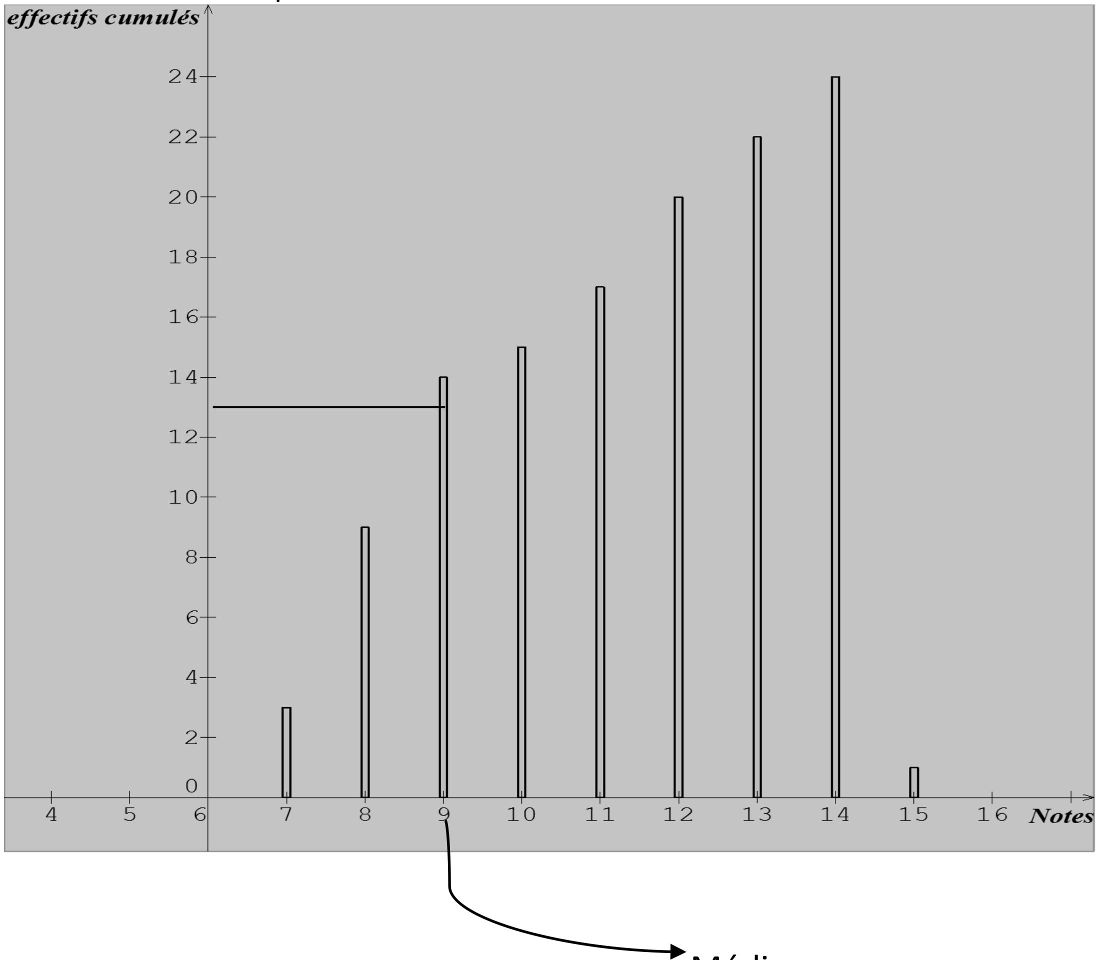
9) Ici, l'effectif est impair

$$\underbrace{7\ 7\ 7\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8}_{9}\ 9\ \underbrace{10\ 11\ 11\ 12\ 12\ 12\ 14\ 14\ 15}_{9}$$

Médiane = 9

10) Le diagramme en bâton :





Médiane

Exercice d'application 2

La direction régionale de la santé de Bouaflé a relevé l'âge de chacun des 65 élèves d'une classe de troisième. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Ages	12	13	14	15	16	17	18
Effectifs	7	8	10	20	12	5	3

1) Quel est le mode de cette série statistique ?
2) Quel est le caractère étudié ?
3) Calcule la moyenne d'âge de cette classe ?

Réponse attendue :

1) Le mode de cette série statistique est 15 ans.
2) Le caractère étudié est l'âge des élèves d'une classe de troisième.
3) $moyenne = \frac{12\times7+13\times8+14\times10+15\times20+16\times12+17\times5+18\times3}{65} = \frac{84+104+140+300+192+85+54}{65} = \frac{959}{65} = 14{,}75 \approx 15\ ans.$

Diagramme semi-circulaire.

On peut représenter une série statistique par un diagramme semi-circulaire.

Remarque :

Dans le cas d'un diagramme semi-circulaire la mesure du secteur semi-circulaire est de$180°$ alors que dans le cas du diagramme circulaire cette mesure est de $360°$.

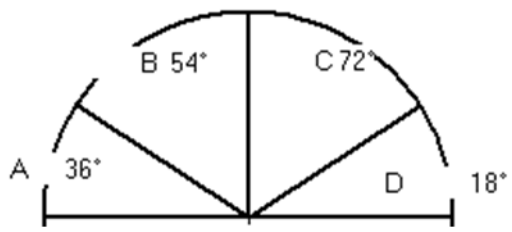
$$mesure\ du\ secteur = \frac{180° \times eff/modalité}{eff\ total}$$

Exercice d'application :

Le diagramme ci-dessous représente la compagnie d'abonnement téléphonique portable de 1000 personnes.

Etablis le tableau des effectifs et détermine

Le mode de cette série statistique.



Réponse attendue :

On a : $eff = \frac{1000 \times mes}{180°}$

Modalités	A	B	C	D
Effectifs	200	300	400	100

Le mode de cette série statistique est : C

Exercice d'application :

Dans le tableau ci-dessous, on donne la répartition en fréquence des 60 élèves d'une classe de troisième selon leur âge.

Ages	13	14	15	16	17
Fréquence(%)	25	30	20	15	10

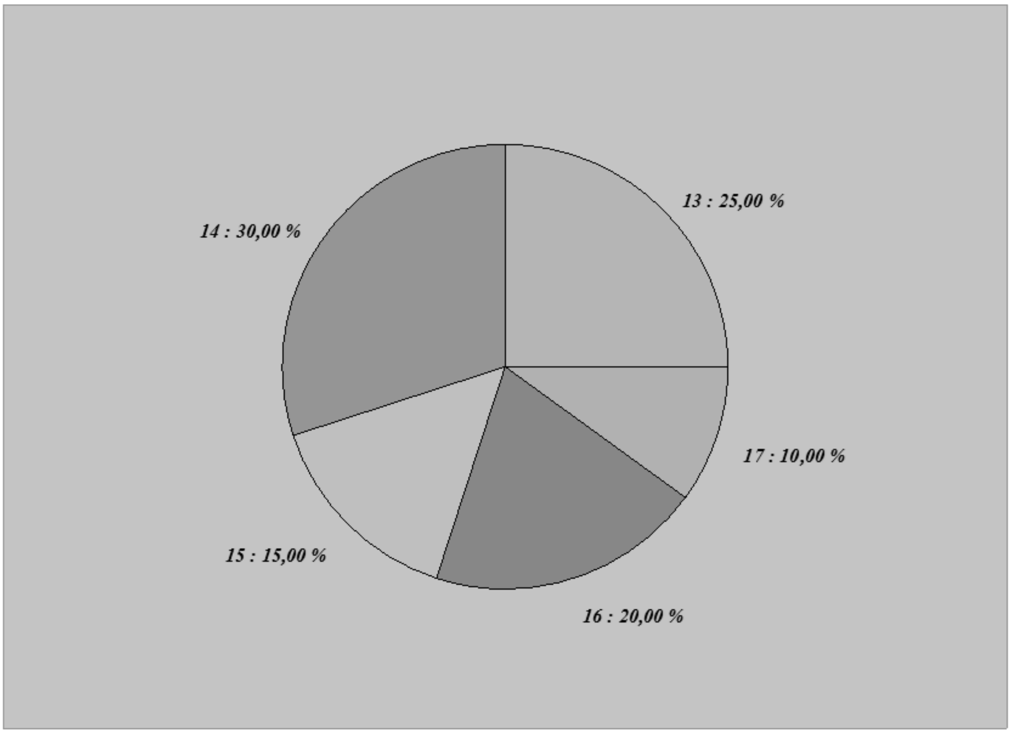
1) Quel est le mode de cette série statistique de la série ?
2) Calcule le nombre d'élèves âgés de 15 ans
3) Construis le diagramme circulaire des fréquences.

Réponse attendue :

1) Le mode est 14
2) On a :$eff = \frac{fréq \times efftotal}{100}$

   L'effectif de la modalité 15 ans est : 9 $élèves$
3) Le tableau des fréquences en degré :

Modalités	13	14	15	16	17	$TOTAL$
Effectifs	15	18	9	12	6	60
Fréquence(°)	90	108	54	72	36	360



II- REGROUPEMENT EN CLASSE

Activité (exemple) :
Au cours d'une séance de saut en hauteur, le professeur d'EPS décide de séparer ses élèves en trois groupes selon la taille. Pour cela, il a mesuré la taille en centimètres de ses élèves. Il a obtenu les résultats suivants :

154	153	157	159	154	155	160	163	159	167
161	163	167	169	168	169	170	172	173	164
174	178	155	176	175	179	166	177	167	169
159	176	164	167	169	178	176	159	174	178
173	168	165	171	179	165	157	158	165	155

Les trois groupes ainsi obtenus sont :
- Le groupe des petits dont la taille varie entre 150 cm et 160 cm (160 cm exclus).
- Le groupe des moyens dont la taille varie entre 160 cm et 170 cm (170 cm exclus).
- Le groupe des grands dont la taille varie entre 170 cm et 180 cm (180 cm exclus).

On dit qu'il a regroupé les élèves en trois **classes d'amplitude** 10 cm : les classes sont :

$$[150;160[\ ;\ [160;170[\quad et\ [170;180[$$

1- Tableau des effectifs et des fréquences

Classes	$[150;160[$	$[160;170[$	$[170;180[$	$TOTAL$
Effectifs	$\mathbf{13}$	$\mathbf{20}$	$\mathbf{17}$	$\mathbf{50}$
Fréquence	$\mathbf{0,26}$	$\mathbf{0,40}$	$\mathbf{0,34}$	$\mathbf{1}$

2- Quelle est la classe qui a le plus grand effectif ?

Réponse : c'est la classe$[\mathbf{160};\mathbf{170}[$

- La classe $[\mathbf{160};\mathbf{170}[$constitue la classe modale car elle a le plus grand effectif.

3- Moyenne d'un regroupement par classe.

$$moyenne = \bar{x} = \frac{n_{1\times}c_1 + \cdots + n_k c_k}{effectif\ total}$$

$$\text{où } n_k = effectif\ de\ la\ classe\ k\ et\ c_k = centre\ de\ la\ classe\ k$$

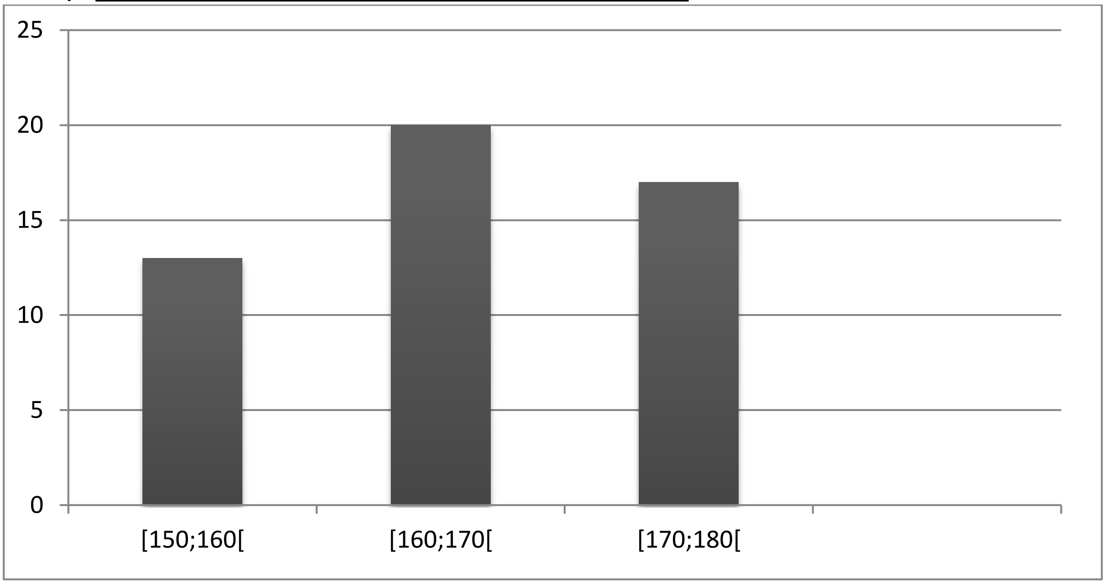
Calculons ma moyenne du regroupement ci-dessus :

$$\bar{x} = m = \frac{n_1 \times c_1 + n_2 \times c_2 + n_3 \times c_3}{50} = \frac{13 \times 155 + 20 \times 165 + 17 \times 175}{50}$$

$$\bar{x} = 165{,}8\ \ cm$$

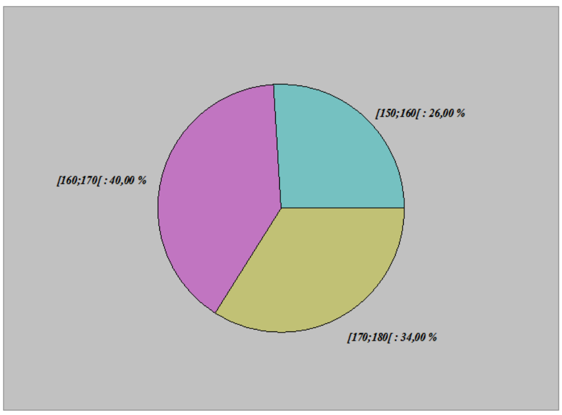
4- Représentation par des diagrammes

a) Diagramme à bandes(ou histogramme)



b) Diagramme circulaire

c) $angle\ au\ centre = \frac{effectif\ de\ la\ modalité \times 360°}{eff\ total}$



5- Médiane de cette série :

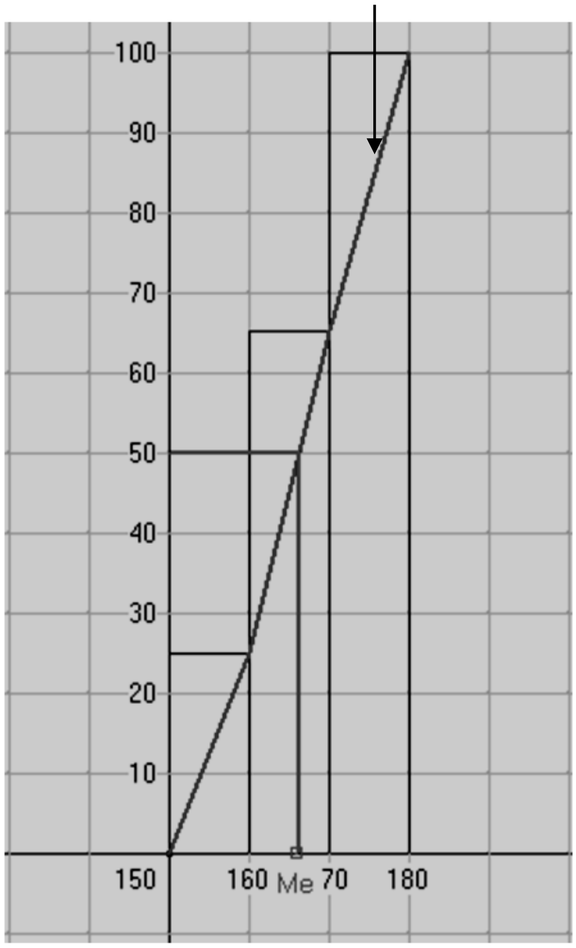
Il y a un effectif total de 50.

$\frac{50}{2} = 25$ donc la médiane se situe dans l'intervalle [160 ;170]

La taille médiane est $165\ cm$.

On peut aussi déterminer la taille médiane graphiquement en construisant l'histogramme des fréquences cumulées.

Courbes des fréquences cumulées



FICHE D'EXERCICES

EXERCICE 1

On a relevé les âges des adhérents d'un club de mathématique :
18 19 24 18 22 19 17 22 19 23 19 21 22 17 19 18 22 18 18 25 20 24 23 18
17 19 21 21 22 18 17 17 24 23 23 23

1) Etablis le tableau des effectifs et des fréquences de cette série statistique.
2) Quel est le pourcentage des adhérents qui ont au moins 20 ans ?
3) Calcule l'âge moyen des adhérents.
4) Détermine l'âge médian.
5) Trace le diagramme en bâton des effectifs de cette série.
   (on prendra 1 cm pour 2 ans et 1 cm pour un adhérent)

EXERCICE 2

Une enquête auprès des élèves d'une classe de troisième sur le temps nécessaire à chacun pour se rendre au lycée a donné les résultats suivants:

Durée du trajet (En minutes)	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[
Nombres d'élèves	8	7	9	6

1- Représente cette situation par un diagramme à bandes
   (Prendre 1 cm pour 10 minutes et 1cm pour 2 élèves)
2- Pour combien d'élèves le trajet a-t-il une durée strictement inferieure à 20 minutes ?
3- Calcule le pourcentage d'élève dont le trajet a une durée supérieure ou égale à 30 minutes.
4- Calcule la moyenne de cette série.
5- Construis l'histogramme des fréquences cumulées et détermine graphiquement la durée médiane de cette série.

EXERCICE 3

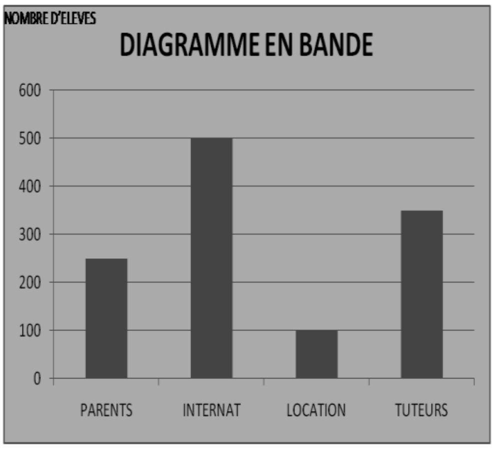
Le tableau ci-dessous donne les renseignements sur la santé de 500 personnes hospitalisées dans une ville.

1) Reproduis puis complète le tableau ci-dessus (arrondis les résultats à l'unité).
2) Construis un diagramme semi-circulaire des effectifs en prenant un diamètre de 10 cm.

	Choléra	Malaria	MST	Polio	Total
Effectifs	200	150	30	120	500
Fréquence en pourcentage					100
Mesure de l'angle (en degré)					180

EXERCICE 4

Une enquête menée auprès des élèves d'un collège. Concernant leur mode d'habitation, a permis d'établir le diagramme ci-contre.



1) Quel est l'effectif total des élèves du collège et le mode de la série ?
2) Reproduis et complète le tableau ci-dessous :

Modalités	Chez les parents	Chez les tuteurs	A l'internat	En location
Effectifs				
Fréquences (%)				

COMPETENCE 2

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux calculs dans l'ensemble des nombres réels, au calcul littéral, aux équations et inéquations du premier degré dans R et dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et à l'organisation des données.

THEME 2 : CALCUL LITTERAL

LECON 3 : EQUATIONS ET INEQUATIONS DU 1er DEGRE DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	-une équation du premier degré dans IRxIR -une inéquation du premier degré dans IRxIR -un système de deux équations du premier degré dans IRxIR -un système de deux inéquations du premier degré dans IRxIR
♦ Vérifier	qu'un couple de réels donné est solution ou non d'une équation ou d'une inéquation du premier degré dans IRXIR;
♦ Déterminer	- des couples de réels, solutions d'une équation du premier degré dans IRXIR - une composante étant fixée, une valeur de la deuxième composante, pour qu'un couple soit solution d'une inéquation du premier degré dans IRxIR
♦ Représenter	- graphiquement l'ensemble des solutions d'une inéquation du premier degré dans IRxIR -graphiquement l'ensemble des solutions d'un système de deux

	inéquations du premier degré dans IRxIR
♦ Résoudre	- un système de deux équations du premier degré dans IRXIR, par substitution - un système de deux équations du premier degré dans IRXIR, par combinaison -graphiquement un système de deux équations du premier degré dans IRXIR dans le plan muni d'un repère
♦ Traiter une situation	faisant appel à des équations dans IRxIR, des inéquations dans IRXIR, à des systèmes d'équations dans IRxIR ou à des systèmes d'inéquations dans IRXIR

Situation

Pour leur fête de fin d'année, les élèves d'une classe de troisième d'un collège d'Abidjan, commandent du jus de « Bissap » et de « Gnamancou ». Le litre du jus de « Bissap » coûte 400F CFA et celui de « Gnamancou » 500F CFA. Les organisateurs ont commandé 20 litres de jus pour 9200F CFA.
Pour faire le bilan de la fête, il est question pour les organisateurs de calculer le nombre de litres de chaque type de jus.

I- SYSTEME DE DEUX EQUATIONS DU PREMIER DEGRE DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

1- Notion de système

Présentation :

Soient $a, a', b, b', c\ et\ c'$ des nombres réels.
On considère les équations :$(E1): ax + by + c = 0\ \ et\ (E2): a'x + b'y + c' = 0$ d'inconnues $x\ et\ y$.
On veut trouver les nombres réels qui sont solutions à la fois de$(E1)\ et\ (E2)$.

Alors, on note les équations comme suit :$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$

On dit qu'on a un système de deux équations d'inconnues $x\ et\ y$.

Exemple :

$$\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$$

Vocabulaire

Résoudre un système d'équations, c'est trouver tous les nombres réels qui sont solutions de ce système.

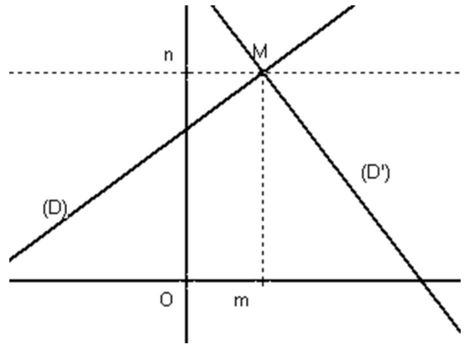
2- Résolution d'un système d'équations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

a) Résolution graphique

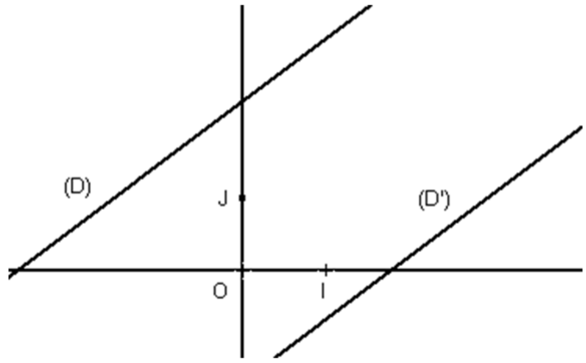
<u>Méthode</u> :

Pour résoudre graphiquement le système de deux équations : $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$

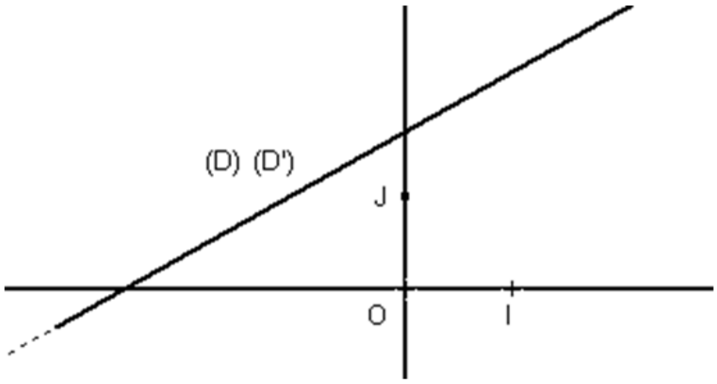
- On trace les droites : $(D): ax + by + c = 0 \ \ et \ \ (D'): a'x + b'y + c' = 0$ dans un repère du plan.
- Il y a trois cas de figures qui se présentent :
  - ✓ $(D) \ et \ (D')$ sont sécantes en un point $M(m; n)$:
    on conclut que : $(m; n)$ est la solution du système.



  - ✓ $(D) et \ (D')$ n'ont aucun point en commun :$(D) \parallel (D')$
    On conclut que : le système n'a pas de solution.



  - ✓ $(D) et \ (D')$ sont confondues : $(D = (D')$
    Les droites$(D) \ et \ (D')$ ont une infinité de points en commun.
    Le système admet une infinité de solutions.



<u>Exercice d'application</u> :

Résoudre graphiquement le système :(S): $\begin{cases} -2x + y - 3 = 0 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$

<u>Réponse attendue</u> :

Traçons les droites(D'): $-2x + y - 3 = 0$ et (D): $x - 2y + 3 = 0$ dans le repère orthonormé(O, I, J).

- <u>Déterminons leurs coefficients directeurs a et a'</u>

(D'): $y = 2x + 3 \quad \Rightarrow a' = 2$

$$(D \quad): y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$a \neq a'$, donc le système admet une solution unique.

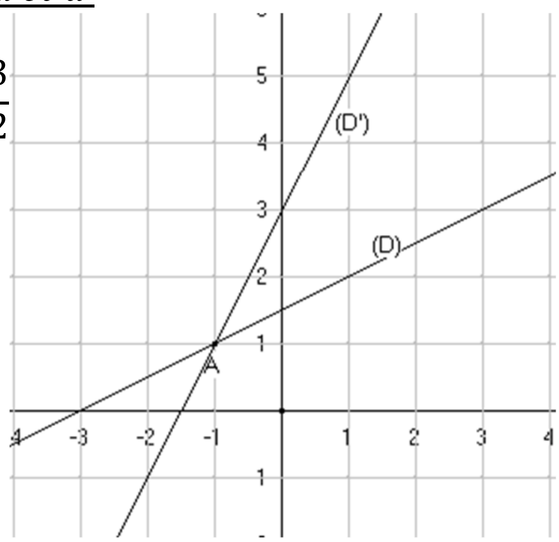
- Traçons (D) et (D') :

(D') :

x	0	-1
y	3	1

(D) :

x	1	-1
y	2	1



Le point A a pour coordonnées$(-1; 1)$:$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = (-1; 1)$.

b) <u>Résolution par substitution</u>

Résoudre le système :(S): $\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$

<u>Interprétations graphique</u> :

Le plan est muni du repère (O, I, J).

(D)la droite d'équation ; $2x + y - 6 = 0; a = -2$

(D')la droite d'équation : $x - y + 3 = 0; a' = 1$

Or $a \neq a'$ donc le sytème (S) admet une solution unique.

<u>Recherche de la solution</u>

- Exprimons y en fonction de x dans la première équation : $y = -2x + 6$
- Déterminons la valeur de x, en remplaçant y par son expression ainsi obtenue dans la seconde équation : $x - (-2x + 6) + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$
- Déterminons la valeur de y en remplaçant la valeur de x dans l'expression de y :

$$y = -2 \times 1 + 6 \Leftrightarrow y = 4$$

<u>Vérification de la solution</u>

On vérifie que $(1; 4)$ vérifie les deux équations :

$\begin{cases} 2 \times 1 + 4 - 6 = 6 - 6 = 0 \\ 1 - 4 + 3 = -3 + 3 = 0 \end{cases}$ donc $(1; 4)$ vérifie ces deux équations.

$$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = (1; 4)$$

c) <u>Résolution par combinaison</u>

Résous le système :(S): $\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$

<u>Interprétations graphique</u> :

Le plan est muni du repère (O, I, J).
(D)la droite d'équation ; $2x + y - 6 = 0; a = -2$
(D')la droite d'équation : $x - y + 3 = 0; a' = 1$
Or $a \neq a'$ donc le sytème (S) admet une solution unique.

Recherche de la solution

- **Eliminons x** :
  Multiplions l'équation (1) par 1 et l'équation (2) par -2 :
  $$\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ -2x + 2y - 6 = 0 \end{cases}$$
  On additionne membre à membre : $3y - 12 = 0 \Leftrightarrow y = 4$
- **Eliminons y :**

Multiplions l'équation (1) par 1 et l'équation (2) par 1 :
$$\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$$
On additionne membre à membre : $3x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Vérification de la solution

On vérifie que $(1; 4)$ vérifie les deux équations :
$\begin{cases} 2 \times 1 + 4 - 6 = 6 - 6 = 0 \\ 1 - 4 + 3 = -3 + 3 = 0 \end{cases}$ donc $(1; 4)$ vérifie ces deux équations.
$$S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} = (1; 4)$$

Exercice de maison : N° 1c page 175 CIAM 3ème

II- INEQUATIONS DU PREMIER DEGRE DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

1- Notion d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Soit l'expression littérale : $ax + by + c$
On pose(I): $ax + by + c \leq 0$
On dit que (I) est une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
Exemple :(I): $x + 3y - 4 \geq 0$ est une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

a- **Transformation d'une inéquation**

Activité :
Soit (I): $2x + y - 6 \geq 0$

a) Exprime x en fonction de y
b) Exprime y en fonction x

Réponse attendue :

a) $x \geq -\frac{1}{2}y + 3$
b) $y \geq -2x + 6$

b- **Recherche des solutions**

Complète le tableau ci-dessous :

x	0	1	2	3	4	5	$x \geq$	$x \geq$	$x \geq$

y	$y \geq$	$y \geq$	$y \geq$	$y \geq$	$y \geq$	$y \geq$	-4	-2	2
$(x;y)$	$(0;..)$	$(1;)$	$(2;)$	$(3;\ )$	$(4;\ )$	$(5;\ )$	$(\ ;-4)$	$(\ ;-2)$	$(\ ;2)$

<u>Réponse attendue</u> :

x	0	1	2	3	4	5	$x \geq 5$	$x \geq 4$	$x \geq 2$
y	$y \geq 6$	$y \geq 4$	$y \geq 2$	$y \geq 0$	$y \geq -2$	$y \geq -4$	-4	-2	2
$(x;y)$	$(0;6)$	$(1;4)$	$(2;2)$	$(3;0\ )$	$(4;-2\ )$	$(5;-4\ )$	$(\ ;-4)$	$(\ ;-2)$	$(\ ;2)$

<u>Propriété</u> :

Le plan est muni du repère(O,I,J).
(D)est la droite d'équation : $ax + by + c = 0$
La droite (D) partage le plan en trois parties :

- Deux demi-plans de frontière(D).
- La droite (D).

Les couples de coordonnées $(x;y)$ des points d'un demi-plan vérifient :

$$ax + by + c < 0$$

Les couples de coordonnées$(x;y)$ des points de l'autre demi-plan vérifient :

$$ax + by + c > 0$$

Les couples de coordonnées $(x;y)$ des points de (D) vérifient : $ax + by + c = 0$

<u>Méthode pratique</u> :

Pour résoudre une inéquation du type : $ax + by + c < 0$
On peut procéder comme suit :

- Construire dans un repère (O,I,J) du plan, la droite (D) d'équation :
$$ax + by + c = 0$$
- Choisir un point n'appartenant pas à la droite (D) : Exemple : $O, I\ ou\ J$.
- Si la valeur numérique de l'expression $(ax + by + c)$ est strictement négative pour les coordonnées de ce point choisit, le demi-plan ouvert de frontière (D) contenant ce point est l'ensemble des solutions de cette inéquation :
$$ax + by + c < 0$$
- Sinon, l'ensemble des solutions de cette inéquation est représenté par l'autre demi-plan ouvert.

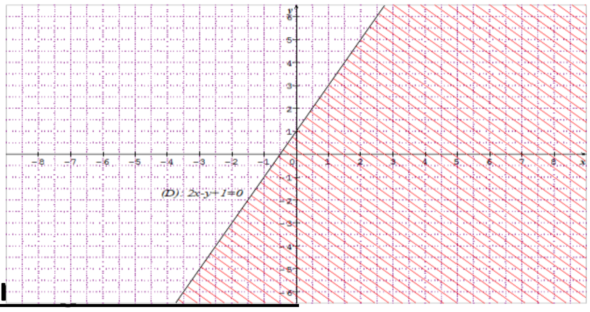
<u>Exemple</u> :

On muni le plan du repère (O,I,J).
Trace la droite (D) d'équation : $2x + y - 6 = 0$
Détermine le signe de l'expression $2x + y - 6$ pour le couple de coordonnées $(0;0)$ du point O : on obtient ainsi $2 \times 0 + 0 - 6 = -6 < 0$
En conclusion : le demi-plan de frontière (D) contenant le point O représente l'ensemble des solutions de l'inéquation : $2x + y - 6 < 0$

<u>Exercice d'application</u> :
Représente graphiquement les solutions de l'inéquation : $2x - y + 1 > 0$
<u>Réponse attendue</u> :
Le plan étant muni du repère (O, I, J).
- Traçons la droite(D): $2x - y + 1 = 0$
- Déterminons le signe de l'expression $2x - y + 1$ pour $O(0;0)$:

$$2 \times 0 - 0 + 1 = 1 > 0$$

Donc le demi-plan de frontière (D) contenant le point O représente l'ensemble des solutions de l'inéquation :(I): $2x - y + 1 > 0$



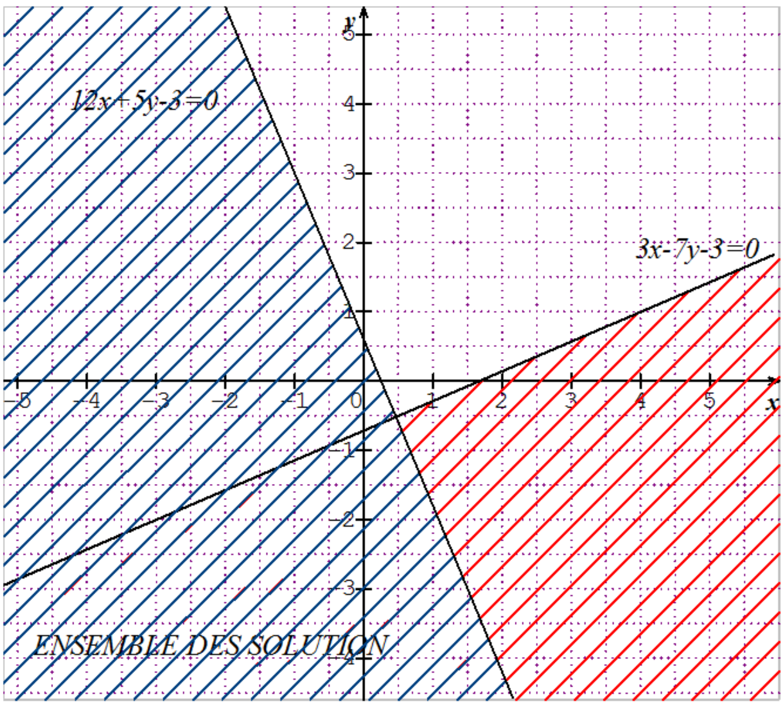
<u>Exercices de maison</u> :
N°8 ; 9 et 10 page 181 CIAM 3ème

2- Système de deux inéquations du premier

<u>Exemple</u> :
Représente graphiquement l'ensemble des solutions du système :

$$(S): \begin{cases} 3x - 7y - 5 > 0 \\ 12x + 5y - 3 < 0 \end{cases}$$

<u>Résolution</u> :
Le plan étant muni du repère (O, I, J).
Désignons par (Δ): $3x - 7y - 5 = 0$ *et* (D): $12x + 5y - 3 = 0$
- Déterminons le signe de l'expression $3x - 7y - 5$ pour $O(0;0)$
  $3 \times 0 - 7 \times 0 - 5 = -5 < 0$,donc le demi-plan de frontière (Δ) ne contenant pas le point O représente l'ensemble des solutions de l'inéquation :
  $$3x - 7y - 5 > 0$$
- Déterminons le signe de l'expression $12x + 5y - 3$ pour $O(0;0)$:
  $12 \times 0 + 5 \times 0 - 3 = -3 < 0$, donc le demi-plan de frontière (D) contenant le point O représente l'ensemble des solutions de l'inéquation : $12x + 5y - 5 < 0$



Exercice de maison : N° 1b page 178 CIAM 3ème

III- PROBLEMES DU PREMIER DEGRE DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

1- Utiliser un système d'équations pour résoudre un problème

Problème :

Koffi et Yao achètent des chemises cartonnées pour ranger leurs documents, il en existe de deux qualités $A \ \ et \ B$. Pour $1200 \ F$, Koffi achète 12 chemises de qualité A et 4 chemises de qualité B. Pour 1000 F, Yao achète 5 chemises de qualité A et 10 chemises de qualité B.

Quel est le prix d'une chemise de qualité A et une chemise de qualité B ?

Réponse attendue :

Tâche à réaliser :

Je dois déterminer le prix des chemises de qualités A et B.

Données :

- Koffi achète 12 chemises de qualité A et 4 chemises de qualité B à 1200 F ;
- Yao achète 5 chemises de qualité A et 10 chemises de qualité B à 1000 F

Traduction mathématique :

- **Choix de l'inconnue** : soit x, le prix d'une chemise de qualité A et y le prix d'une chemise de qualité B.
- **Mise en équation** :
- 12 chemises de qualité A et 4 chemises de qualité B à 1200 F : $12x + 4y = 1200$
- 5 chemises de qualité A et 10 chemises de qualité B à 1000 F : $5x + 10y = 1000$

On obtient le système : $\begin{cases} 12x + 4y = 1200 \\ 5x + 10y = 1000 \end{cases}$

Résolution de l'équation :

Résolvons ce système par combinaison :

Soit l'équation (1) : $12x + 4y = 1200 \Leftrightarrow 3x + y = 300$

Soit l'équation (2) : $5x + 10y = 1000 \Leftrightarrow x + 2y = 200$

Eliminons x :

Multiplions l'équation (1) par 1 et l'équation (2) par -3 : $\begin{cases} 3x + y = 300 \\ -3x - 6y = -600 \end{cases}$

On a : $y - 6y = 300 - 600 \Leftrightarrow -5y = -300 \Leftrightarrow y = 60$

Eliminons y :

Multiplions l'équation (1) par -2 et l'équation (2) par 1 : $\begin{cases} -6x - 2y = -600 \\ x + 2y = 200 \end{cases}$

On a : $-5x = -400 \Leftrightarrow x = 80$

Vérification et solution du problème :

$$\begin{cases} 3 \times 80 + 60 = 240 + 60 = 300 \\ 80 + 2 \times 60 = 80 + 120 = 200 \end{cases}$$

Conclusion :

Une chemise de qualité A coûte $80\ F$ et celle de qualité B coûte $60\ F$.

2- Utiliser un système d'inéquations pour résoudre un problème

Problème :

Konan veut constituer un petit élevage. Pour cela, il veut acheter plus de 8 poulet et canards, (plus d'une volaille de chaque sorte), mais sa dépense doit être inferieure à 18000 F.

1) Sachant qu'un poulet coûte 1500 F et un canard coûte 2250 F, quelles sont toutes les possibilités d'achat pour Konan ?
2) Quel est le nombre minimal de poulet que Konan peut acheter ?
3) Quelles sont les possibilités d'achat si Konan veut acquérir plus de 3 canards ?

Réponse attendue :

Tâche à réaliser :

Je dois déterminer :

- Toutes les possibilités d'achat pour Konan ;
- Le nombre minimal de poulets que Konan peut acheter ;
- Les achats possibles si Konan veut plus de 3 canards.

Données :

- Le nombre de volailles est supérieur à 8.
- Les dépenses sont inférieur à 18000 F.

Traduction mathématique :

- **Choix de l'inconnue** : soit x, le nombre de poulets et y le nombre canards achetés
- **Mise en équation** :
  - Le nombre de volailles est supérieur à 8 :$x + y > 8$
  - Le prix d'achat des volailles est plus petit que 18000 F :$1500x + 2250y < 18000$

On obtient le système :$\begin{cases} x + y > 8 \\ 1500x + 2250y < 18000 \end{cases}$

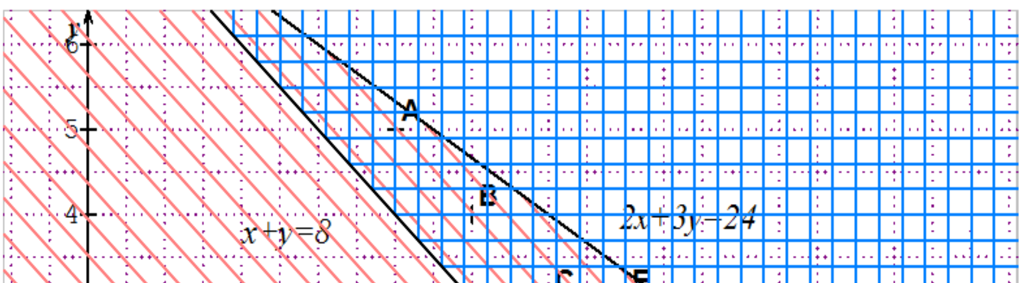
Résolution de l'équation :

Résolvons graphiquement ce système :

Soit l'inéquation (1) : $x + y > 8$

Soit l'inéquation (2) : $1500x + 2250y < 18000 \Leftrightarrow 2x + 3y < 24$

Traçons dans le repère (O, I, J) les droites (D) : $x + y = 8$ et (D'): $2x + 3y = 24$



On a : x et y étant des entiers naturels plus grand que 1.

$A(4;5)$; $B(5;4)$; $C(6;3)$; $D(7;2)$; $E(7;3)$ et $F(8;2)$sont des solutions de ce système

Vérification et solution du problème :

Konan peut alors acheter :

- 4 poulets et 5 canards, soit 9 volailles à 17250 F.
- 5 poulets et 4 canards, soit 9 volailles à 16500 F
- 6 poulets et 3 canards, soit 9 volailles à 15750 F
- 7 poulets et 2 canards, soit 9 volailles à 17250 F
- 7 poulets et 3 canards, soit 10 volailles à 15000 F
- 8 poulets et 2 canards, soit 10 volailles à 16500 F

Conclusion :

Konan peut acheter au minimum 4 poulets.

Konan a deux possibilités pour acquérir plus de 3 canards.

- 4 poulets et 5 canards.
- 5 poulets et 4 canards.

Exercices de maison : N° 24 et 31 page 183 CIAM 3ème

FICHE D'EXERCICES N°13

EXERCICE 1

1) Résous graphiquement les systèmes d'équations suivants dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

$(S1)$: $\begin{cases} x - 2y - 4 = 0 \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases}$; $(S2)$: $\begin{cases} 6x - 4y - 4 = 0 \\ 3x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$; $(S3)$: $\begin{cases} 2x + 4y - 6 = 0 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

2) Résous par combinaison les systèmes d'équations suivants dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$: $\begin{cases} 3x + 2y = 31 \\ x + y = 12 \end{cases}$ et $\begin{cases} 6x - 2y = 3 \\ 12x - 4y = 0 \end{cases}$

3) Résous par substitution les systèmes d'équations suivants dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + y\sqrt{2} = -\dfrac{1}{3} \\ x\sqrt{3} - y = -2 \end{cases} \quad et \quad \begin{cases} 2x + y = \sqrt{3} \\ x - \sqrt{2}y + 1 = 0 \end{cases}$$

EXERCICE 2

1) Résous graphiquement les inéquations suivantes :

$$2x + y - 4 < 0 \quad et \quad 3x + 2y + 2 \leq 0$$

2) Résous graphiquement le système d'inéquations suivant : $\begin{cases} 3x - y > 0 \\ 3x - y - 9 < 0 \end{cases}$

PROBLEME 1

Une société de fabrication de pièces détachées emploie 392 agents. Au mois de décembre de chaque année, 12 hommes et 20 femmes partent en congé annuel. Le nombre d'hommes est alors le double de celui des femmes.

1) Justifie que le nombre d'hommes et de femmes est la solution du système
(S) : $\begin{cases} 2x - y = 28 \\ x + y = 392 \end{cases}$

$(on\ désignera\ par\ x\ \ le\ nombre\ de\ femmes\ et\ par\ y\ le\ nombre\ d'hommes\ de\ cette\ société)$

2) Combien de femmes et d'hommes la société emploie-t-elle ?

PROBLEME 2

Au cinéma « le capitole », la recette des deux séances de 18 heures 30 et de 21 heures s'est élevée au total à 84000 francs pour 116 entrées.
Le prix de la place est de 500 francs à la séance de 18 heures 30 et de 1000 francs à celle de 21heures.
Quel est le nombre de spectateurs à 18 heures 30 et de 21 heures ?

COMPETENCE 1

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux objets géométriques suivants: distances, vecteurs, angles, triangles, cercles, perspective cavalière, pyramides, cônes, symétries et translations.

THEME : CONFIGURATION DE L'ESPACE

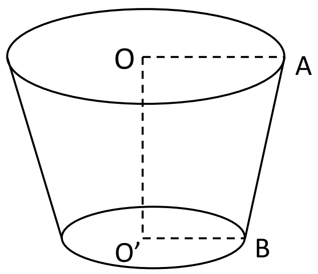
LECON : PYRAMIDES ET CONES

HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	- une pyramide régulière - un cône de révolution - un patron d'une pyramide régulière - le patron d'un cône de révolution - le sommet d'une pyramide régulière, d'un cône de révolution - les faces d'une pyramide régulière - la base d'une pyramide régulière, d'un cône - une arrête d'une pyramide régulière - hauteur d'une pyramide régulière - hauteur d'un cône de révolution - angle de développement d'un cône de révolution - tronc de pyramide régulière - l'apothème - une génératrice
♦ Connaître	- la formule du volume d'une pyramide régulière - la formule de l'aire latérale d'une pyramide régulière - la formule du volume d'un cône - la formule de l'aire latérale d'un cône - la relation entre la longueur d'une génératrice, l'angle de développement et le périmètre de la base - les propriétés de réduction
♦ Décrire	- une pyramide régulière - un cône de révolution
♦ Construire	- un patron de pyramide régulière - un patron de cône de révolution
♦ Réaliser	- un cône de révolution - une pyramide régulière
♦ Extraire	une figure plane d'une représentation de l'espace
♦ Calculer	-le volume et l'aire latérale d'une pyramide régulière - le volume et l'aire latérale d'un cône de révolution; - des aires de troncs de pyramides régulières ou de cône de révolution

	- des volumes de troncs de pyramides régulières ou de cône de révolution
♦ Traiter une situation	de vie courante à l'aide des pyramides régulières ou des cônes de révolution

Situation

La figure ci-contre représente un seau rempli d'eau.
L'unité de longueur est le cm. On donne
OA= 30, O'B=20 et OO'=60
Il faut 100 fois la quantité d'eau contenue dans ce seau pour remplir la bassine du lycée.
Pour connaître le volume de cette bassine, il est nécessaire de calculer en litres la quantité d'eau contenue dans ce seau.



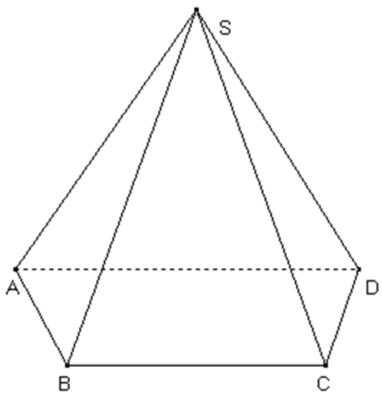
I- PYRAMIDES

1- Présentation :

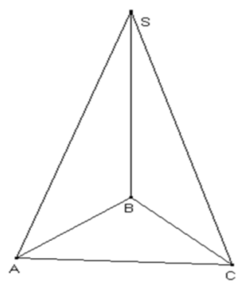
Activité :

SABCD est la représentation dans le plan d'une pyramide.

- Le point S est le sommet de la pyramide.
- Les segments [SA], [SB], [SC] et [SD] sont des arêtes de la pyramide.
- Les triangles SAB, SBC, SCD et SDA sont les faces Latérales de la pyramide.
- Le polygone ABCD est la base de cette pyramide.



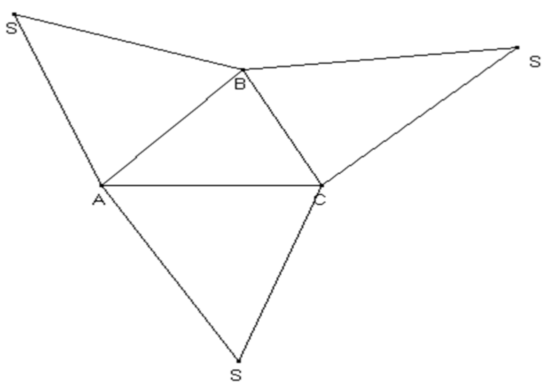
SABC est la représentation dans le plan d'une pyramide De sommet S et de base ABC.



Remarque :

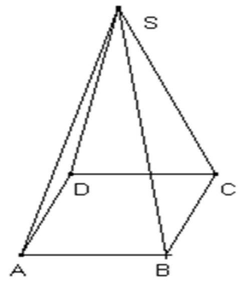
Chaque face peut être utilisée comme une base et chaque point peut être considéré comme sommet principal.

Cette figure est appelée **patron** de la Pyramide SABC



2- **Définitions** :

a- **Pyramide régulière :**



Définition :

On dit qu'une pyramide est régulière lorsque :

- Sa base est un polygone régulier
- Ses faces latérales sont des triangles isocèles

ABCD est un carré, SA=SB=SC donc SABCD est une pyramide régulière.

Remarque :

Les faces latérales d'une pyramide régulière sont superposables.

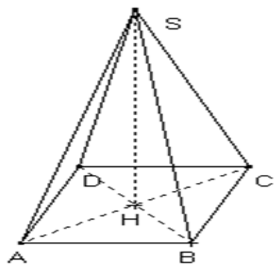
b- Hauteur d'une pyramide

Définition :

La hauteur d'une pyramide est la droite qui passe par son sommet et qui est perpendiculaire au plan de la base.

Exemples :

$(SH) \perp (AB)$; $(SH) \perp (AC)$; $(SH) \perp (BC)$; (SH)

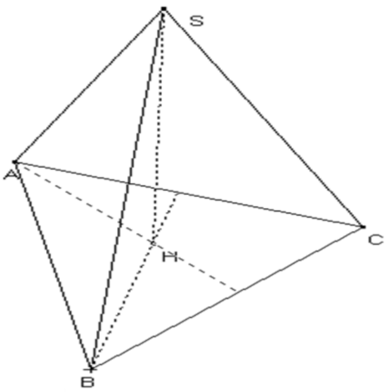


SABCD est une pyramide régulière car sa base est le carré ABCD.

Les faces latérales sont des triangles isocèles

D'où [SH] ,(SH) ou SH est la hauteur de la pyramide.

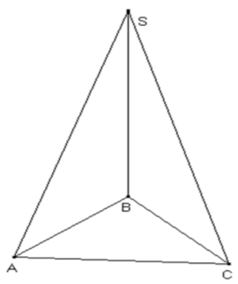
- SABC est une pyramide régulière car sa base est un triangle équilatéral et ses faces latérales sont des triangles isocèles.
- D'où (SH) est la hauteur de cette pyramide.



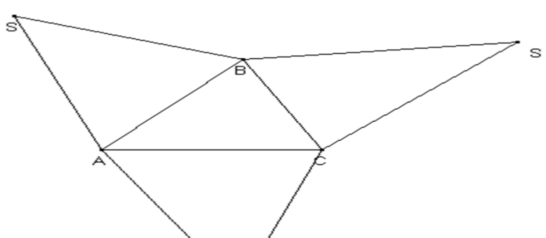
Exercice d'application :

Réalise le patron de la pyramide régulière SABC.

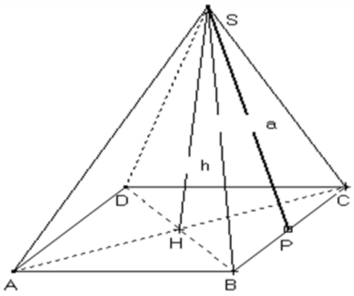
On prendra : $AB = 4\ cm\ et\ SA = 4{,}5\ cm$



Réponse attendue :



3- **<u>Aire latérale et volume d'une pyramide</u>**



$$A = aire\ latérale = \frac{P \times a}{2} \quad ;$$

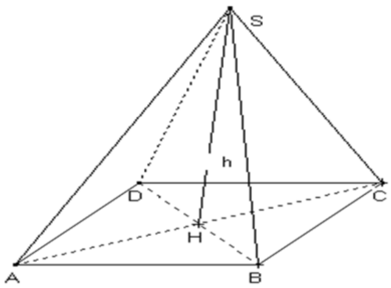
$$P = périmètre = \ 4 \times AB$$

$$SP = a = génératrice = apothème$$

$$V = \frac{B \times h}{3} \ \text{où}\ V = volume; B = surface\ de$$

$$et\ SH = h = hauteur\ de\ la\ pyramide$$

<u>Exercice d'application</u> 1:



L'unité est le centimètre.

SABCD est une pyramide régulière de sommet S et De base le carré ABCD de centre H.

On donne : $SH = 12\ et\ AB = 6$

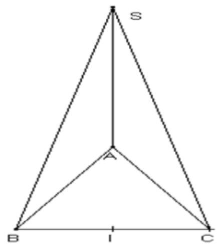
1) Calcule le volume V de la pyramide SABCD
2) Construis en dimension réelle le triangle SAC.

<u>Réponse attendue</u> :

1) On sait que : $V = \frac{B \times SH}{3}\ \ avec\ SH = 12\ et\ B = 6 \times 6$

   $V = \frac{36 \times 12}{3} = 144\ cm^3$
2) ....

<u>Exercice d'application 2</u>:



Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, SABC est une pyramide régulière de sommet principale S et de base le triangle équilatéral ABC. I est le milieu du segment [BC]. $SB = 9\ cm; AB = 6\ cm$

1) Justifie que le triangle SIB est rectangle en I
2) Justifie que : $SI = 6\sqrt{2}$
3) Calcule l'aire latérale de la pyramide SABC.

<u>Réponse attendue</u> :

1) On sait que : $SABC$ est une pyramide régulière donc SBC est un triangle isocèle en S d'où $SB = SC$ or I est le milieu de $[BC]$ donc $[SI]$ est ma médiatrice du segment $[BC]$. SIB est un triangle rectangle en I.
2) Justifions que $SI = 6\sqrt{2}$

SIBest un triangle rectangle en I. d'après la propriété de Pythagore, on a :

$$SB^2 = SI^2 + IB^2 \leftrightarrow SI^2 = SB^2 - IB^2 \leftrightarrow SI^2 = 81 - 9 = 72 = (6\sqrt{2})^2$$

$$SI = 6\sqrt{2}$$

3) Calculons l'aire latérale :

On sait que : $A = \frac{P \times SI}{2} = \frac{3 \times AB \times 6\sqrt{2}}{2} = \frac{3 \times 6 \times 6\sqrt{2}}{2} = 54\sqrt{2}\ cm^2$

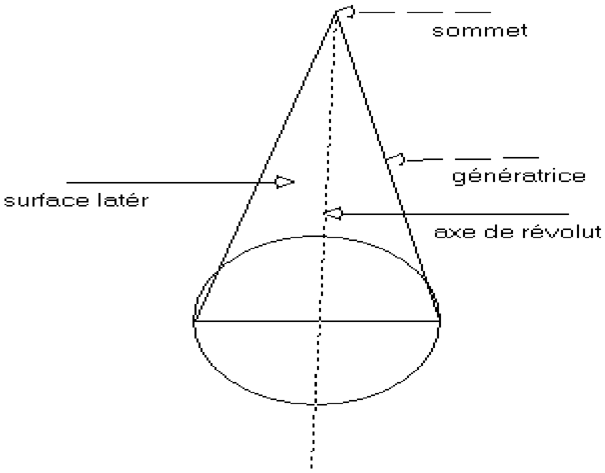
Exercices de maison : N°3, 4 et 7 page 111.

II- CONE DE REVOLUTION

1- Présentation

Activité :

Le cône de révolution est obtenu en faisant tourner un triangle isocèle autour de son axe de symétrie. Le cône est donc un cône de révolution.



2- Patron d'un cône de révolution

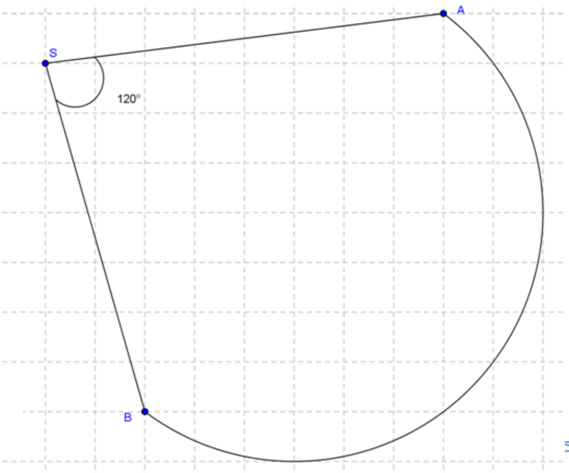
Réalise le patron d'un cône de révolution dont le diamètre de disque de base soit 4 cm et la génératrice est 6 cm.

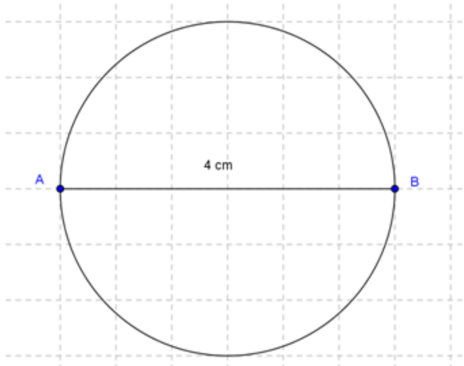
Calculons d'abord la mesure du secteur angulaire : α

Longueur de l'arc	$2\pi R$	$2\pi r$
Mesure de l'angle au centre	360	α

Donc $\frac{2\pi R}{360} = \frac{2\pi r}{\alpha} \leftrightarrow \alpha = \frac{2\pi r \times 360}{2\pi R}$ avec $R = generatrice = 6\ cm\ et\ r = rayon\ du\ disque = 2\ cm$

$\alpha = 120°$

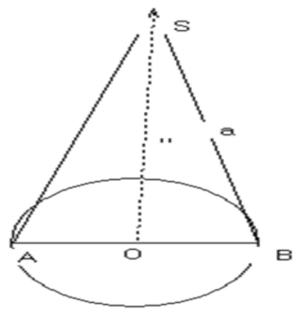




3- Hauteur d'un cône

Définition :
On appelle hauteur d'un cône, la droite qui passe par le sommet et qui est perpendiculaire au plan de la base.

Propriété :
La base d'un cône de révolution est un cercle, son axe est la hauteur du cône.
$[SO]$ est la hauteur de ce cône.
$OA = OB = r$qui est le rayon de sa base.



4- Aire latérale et volume d'un cône

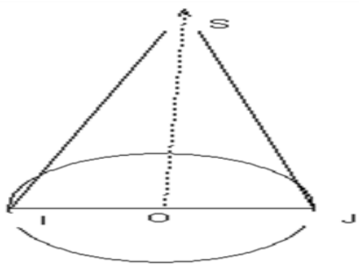
Formule:

$$A = \frac{P \times a}{2} \quad et\ V = \frac{B \times h}{3}$$

Où $B = aire\ de\ la\ base = \pi r^2$; $P = périmètre\ de\ la\ base = 2\pi r$
$h = hauteur\ et\ a = génératrice$; $r\ est\ le\ rayon\ du\ cercle\ de\ la\ base.$

Exercice d'application :
L'unité est le centimètre.
La figure ci-contre qui n'est pas en vraie longueur représente un cône de révolution de sommet S, de hauteur [SO] et de base le cercle de diamètre [IJ].
On donne : $IJ = 10\ et\ SO = 12$

1) Démontre que $SI = 13$
2) Calcule l'aire latérale de ce cône
3) Calcule le volume de ce cône



Réponse attendue :

1) Démontrons que : $SI = 13$

On sait que :$(SO) \perp (IJ)$, donc SOI est un triangle rectangle en O, d'après la propriété de Pythagore : $SI^2 = SO^2 + OI^2 = 144 + 25 = 169 \rightarrow SI = 13$

2) Calculons A

$$A = \frac{2\pi r \times SI}{2} = \frac{2\pi \times IO \times 13}{2} = \frac{2\pi \times 5 \times 13}{2} = 65\pi\ cm^2$$

3) $V = \frac{\pi r^2 \times SO}{3} = \frac{25 \times 12 \times \pi}{3} = 100\pi\ cm^3$

Exercice de maison : N°25 page 113

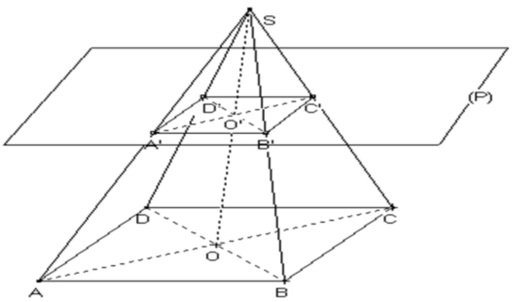
III- SECTION PLANE

1- Section d'une pyramide régulière par un plan parallèle à sabase :

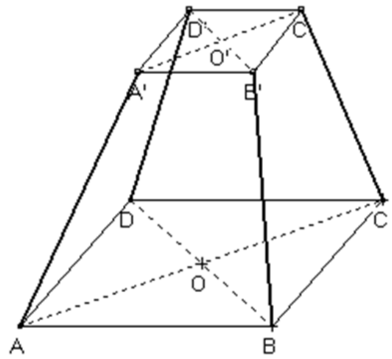
Propriété :

La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est un polygone de même nature que celle de la base. Les cotés de ces polygones sont parallèles deux à deux.

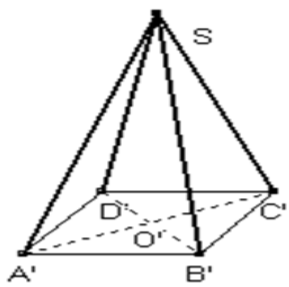
Section de la pyramide :



Tronc de la pyramide :



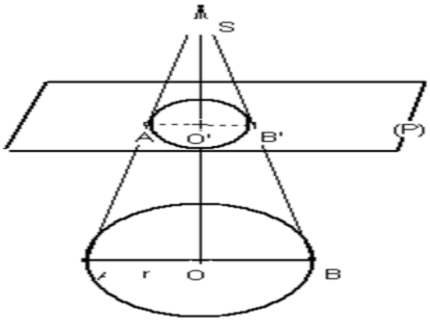
Pyramide réduite :



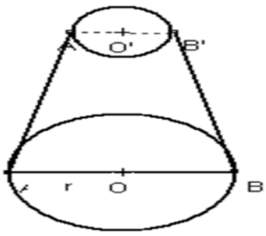
2- Section d'un cône de révolution par un plan parallèle au plan de sa base.

Propriété :
La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un cercle.

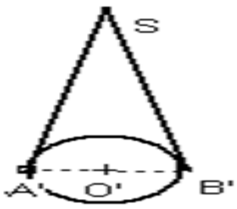
Section du cône de révolution :



Tronc du cône :



Cône réduit :



Propriétés de réduction :

Activité :

SABCD est une pyramide régulière à base carrée de sommet S et de hauteur [SI]. J un point de [SI] tel que $SJ = k.SI$.EFGH est la section de la pyramide par un plan parallèle à sa base ABCD passant par J. la hauteur de la face SBC coupe [FG] et [BC] respectivement en P et Q.

1) Identifie les figures contenues dans les plans ABC, SBC et SIC.
2) Démontre que $SG = k.SC$; $FG = k.BC$ et $SP = k.SQ$
3) $A1$ et $A2$ étant les aires latérales respectives des solides SABCD et SEFGH, écris le quotient $\frac{A2}{A1}$.
4) Reprendre pour les volumes $V1$ et $V2$

Réponse attendue :

<u>Propriétés</u>

Si les longueurs sont multipliées par k, alors :

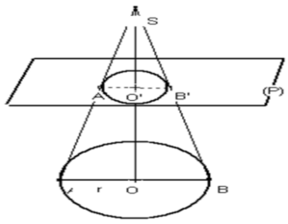
- Les aires sont multipliées par k^2
- Les volumes sont multipliés park^3

<u>Exercice d'application</u> :

On considère un cône de révolution de sommet S et de base le cercle de centre O.

$$OA = 3\ cm; SO = 10\ cm$$

1) Démontre que le volume $V1$ du cône est 30 cm^3
2) On coupe le cône par un plan parallèle au plan de la base. Ce plan passe par le point O' du segment [SO].
   Tel que : $SO' = \frac{2}{3}SO$
   Calcule le volume V du tronc de ce cône.



<u>Réponse attendue</u> :

1) On sait :$V_1 = \frac{\pi r^2 \times SO}{3} = \frac{9\times 10}{3}\pi = 30\pi\ cm^3$
2) Calculons le volume V_2 du cône réduit :
   On a :$\frac{SO\prime}{SO} = \frac{2}{3} = k$

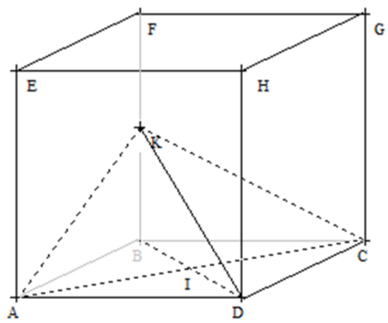
Donc $V_2 = k^3 V_1 = (\frac{2}{3})^3 \times 30\pi = \frac{80}{9}\pi\ cm^3$

$$V = V_1 - V_2 = 30\pi - \frac{80}{9}\pi = 21{,}10\pi\ cm^3$$

<u>Exercice de maison</u> : N° 32 page 114

SEANCE D'EXERCICES N°6

EXERCICE 1



L'unité est le centimètre

ABCDEFGH est un cube dont l'arête mesure 3 cm.

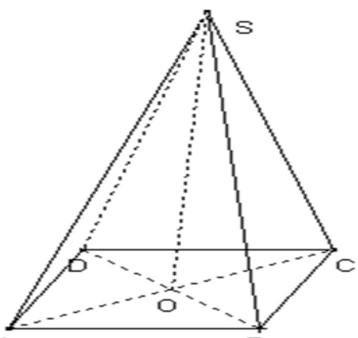
K est le milieu de [BF].

1- a- Justifie que le triangle ABD est rectangle et isocèle
   b- Justifie que $DB = 3\sqrt{2}$
   c- Calcule FD.

2- Construis en vraie grandeur le triangle FBD rectangle en B.

3- I est le centre du carré ABCD.
   a- Justifie queI est le milieu de [BD].
   b- Justifie que dans le triangle FDB, (KI) et (FD) sont parallèles.
   c- Calcule KI

4- Calcule le volume V de la pyramide KABCD.



EXERCICE 2

L'unité est le centimètre.

SABCD est une pyramide régulière de sommet S et de base

Le carré ABCD de centre O. $AS = 9$; $AB = 6$ et $AC = 6\sqrt{2}$

1) Justifie que le triangle SAO est $rectangle$ en O.
2) Démontrer que $SO = 3\sqrt{7}$
3) Calcule le volume de cette pyramide.

EXERCICE 3

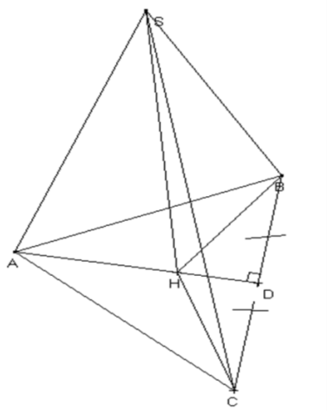
L'unité est le centimètre.

SABC est une pyramide régulière de hauteur [SH] tels que :

$$AB = 3, \qquad AS = 5$$

H est l'orthocentre du triangle ABC.

(AH) coupe perpendiculairement [BC] en son milieu D.



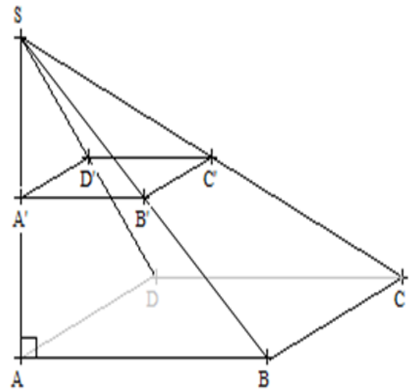
1- Justifie que ABC est un triangle équilatéral.
2- Justifie que $SC = 5$
3- Représente en vraie grandeur un patron de cette pyramide.
4- Démontre que $\text{AD} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$
5- On donne $SH = 2\sqrt{3}$. calcule le volume de la pyramide SABC.

EXERCICE 4

L'unité est le centimètre.

SABCD est une pyramide de hauteur [SA], à base rectar

On donne $AB = 4, AD = 3$ et $SA = 7$



1- Calcule AC.
2- Dessine en vraie grandeur le triangle ASD
3- Démontre que le volume V de la pyramide SABCD est de 28 cm^3.
4- On coupe la pyramide par un plan parallèle Au plan de la base de manière que : $SA' = \frac{1}{2}SA$.
   Calcule le volume V' de la pyramide SA'B'C'D'

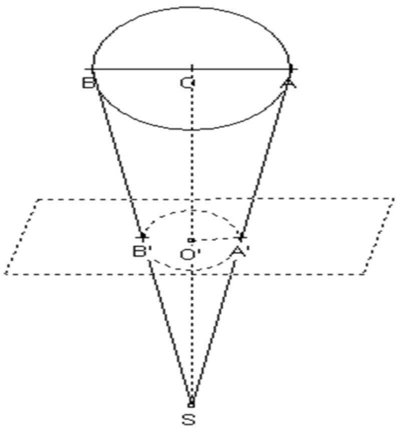
EXERCICE 5

L'unité est le centimètre.

Un forgeron veut fabriquer une cuvette à partir d'un cône métallique de sommet S et de base le cercle de centre O et de rayon OA.

Il coupe le cône suivant un plan parallèle à sa base.

On donne :$SO = 60$; $OA = 45$; $SA' = \frac{1}{3}SA$; $\pi \approx 3{,}1$



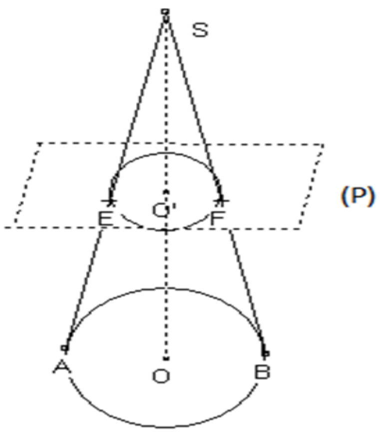
Le volume du cône initial est égal à $125550\ cm^3$

1) Calcule SO'
2) Calcule le volume de la cuvette représentée par le tronc de cône.

EXERCICE 6

L'unité est le centimètre.
La base d'un cône de sommet S est un cercle de diamètre$[AB]$ $et\ E\epsilon[SA]$.
Le plan (P) parallèle à la base et contenant E coupe (SB) en F.
On donne $SA = 13$; $AB = 10$ $et\ SE = 9$

1) Justifie que $SO = 12$
2) Calcule l'aire latérale du grand cône.
3) Justifie que le coefficient de réduction $k = \frac{9}{13}$
4) Calcule l'aire latérale du petit cône.
5) Calcule l'aire latérale du tronc de cône
6) Justifie que $SO' = \frac{108}{13}$ $et\ EO' = \frac{45}{13}$
7) Calcule le volume du tronc de cône.



COMPETENCE 2

L'apprenant(e) doit être capable de traiter des situations faisant appel à des habiletés relatives aux calculs dans l'ensemble des nombres réels, au calcul littéral, aux équations et inéquations du premier degré dans R et dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et à l'organisation des données.

THEME 3 : ORGANISATION DE DONNEES

LECON 2: APPLICATIONS AFFINES

HABILETES	CONTENUS
♦ Identifier	-la définition d'une application affine -la propriété relative à la représentation graphique -la propriété relative au sens de variation -la définition d'une application linéaire -les propriétés de linéarité
♦ Reconnaitre	-une application affine - graphiquement une application affine constante, croissante ou décroissante - une application linéaire
♦ Déterminer	-l'expression d'une application affine à partir de sa représentation graphique

	- graphiquement une image - graphiquement un réel a tel que f(a)=b (b donné) - une application affine connaissant deux nombres et leurs images ; - le sens de variation d'une application affine - l'application affine dont on connaît une équation de sa représentation graphique
♦ Utiliser	- le sens de variation d'une application affine pour comparer les images de deux nombres - les propriétés de linéarité pour calculer l'image d'un nombre
♦ Traduire	une situation de proportionnalité par une application linéaire
♦ Justifier	le sens de variation d'une application affine
♦ Traiter une situation	faisant appel à des applications affines

Situation

Pour la période des fêtes de fin d'année, Yapi veut louer une voiture pour se rendre à Touba

La société de location à laquelle il s'adresse lui propose deux contrats.

Contrat1

- La société met à disposition du client un chauffeur;
- Le client paie le chauffeur à 10000F Cfa.
- Le client paie 125 FCFA par kilomètre parcouru

Contrat2

- Le client conduit lui même le véhicule.
- Le client paie 125 FCFA par kilomètre parcouru

Il est question de savoir quel est le contrat le plus avantageux pour Yapi.

I- APPLICATIONS AFFINES

1- Notion d'application

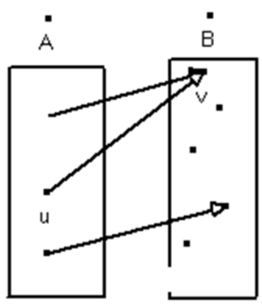
Définition :

On appelle application de l'ensemble A dans l'ensemble B, toute correspondance qui, à chaque élément de A, associe un et un seul élément de B.

Lorsqu'une application f de $A \ dans \ \ B$ associe à l'élément u l'élément v.

On note : $v = f(u)$

On dit que v est l'image de $u$par f.



Exemple :

La symétrie orthogonale et la symétrie centrale sont des applications du plan.

2- Applications affines

Définition :

a *et* b sont des nombres réels.

On appelle application affine de coefficient a et de terme constant b la correspondance qui à chaque nombre réel x associe le nombre réel $ax + b$

On dit que l'application affine f est définie par : $f(x) = ax + b$

NB : $f(x)$ est appelé l'image de x par l'application affine f.

Exemple :

Complète le tableau ci-dessous :

Application	Coefficient	Terme constant	Images		
$f(x) = 2x - 1$	$\boldsymbol{a = 2}$	$b = -1$	$f(-2) = -5$	$f(0) = -1$	$f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1$
$g(x) = (\sqrt{2} - 1)x$	$\boldsymbol{a = \sqrt{2} - 1}$	$b = 0$	$g(-2) = -2(\sqrt{2} - 1)$	$g(0) = 0$	$g(\sqrt{2}) = \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)$
$h(x) = 2009$	$a = 0$	$b = 2009$	$h(-2) = 2009$	$h(0) = 2009$	$h(\sqrt{2}) = 2009$

Remarque :

Lorsque le coefficient d'une application affine est différente de $0 (a \neq 0)$, cette application affine est une $bijection$de $\mathbb{R}$ $dans$ $\mathbb{R}$.

Exercice d'application :

Soit l'application affine f définie par : $f(x) = -x + 3$

a) Trouve le coefficient et le terme constant de f.
b) Calcule $f(-2)$
c) Détermine la valeur de x pour laquelle $f(x) = -2$

Réponse attendue :

a) On a : $a = -1$ et $b = 3$
b) $f(-2) = -(-2) + 3 = 2 + 3 = 5$
c) On a : $f(x) = -2 \Leftrightarrow -x + 3 = -2 \Leftrightarrow -x = -5 \Leftrightarrow x = 5$

3- Représentation graphique

Activité :

Un réservoir contient 200 litres d'eau. Karel ouvre le robinet et laisse l'eau régulièrement avec un débit de 30 litres par minute.

Complète le tableau suivant :

Durée d'écoulement(en mn)	1	2	3	4	5	6
Quantité d'eau restante dans le réservoir (litre)	170	140				

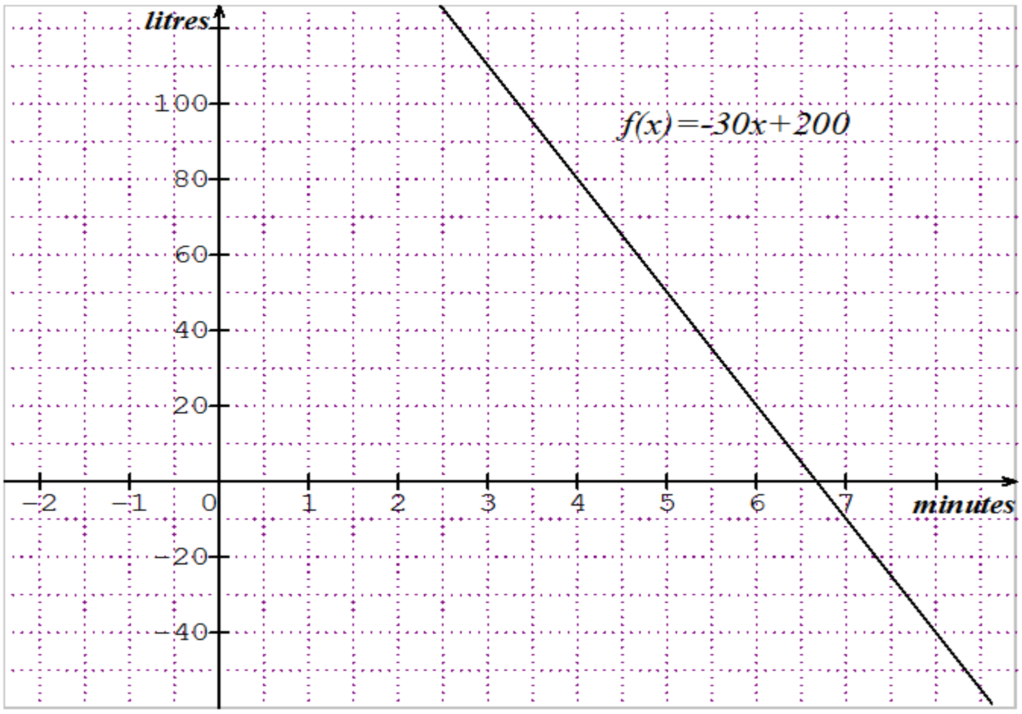
Pour calculer la quantité d'eau dans le réservoir, on peut utiliser l'application affine $f(x) = -30x + 200$

Le plan est muni du repère.

Place les points représentant les colonnes du tableau et vérifie que ces points sont alignés.

Réponse attendue :

Durée d'écoulement(en mn)	1	2	3	4	5	6
Quantité d'eau restante dans le réservoir (litre)	170	140	110	80	50	20



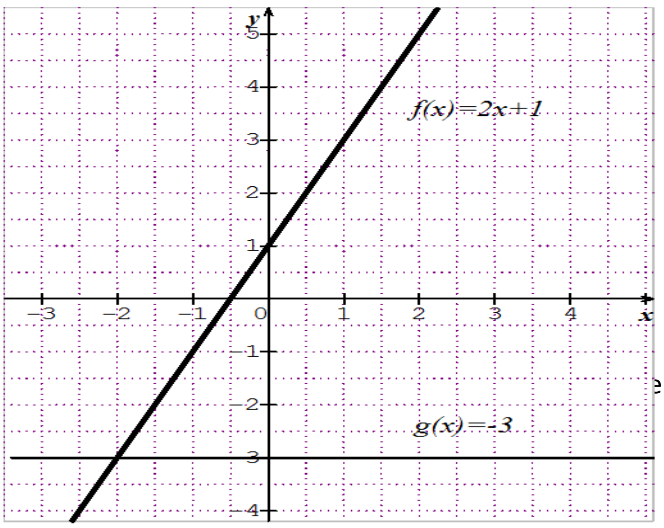
Ils ont pour couples $(\boldsymbol{x}; \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}))$.
L'ensemble de ces points est la représentation graphique de ce tableau de correspondance.

<u>Définition</u> :
Le plan est muni d'un repère. $A \ \ et \ B$ Sont des ensembles de nombres réels.
f Est une application de$A \ \ dans \ B$.
On appelle représentation graphique de l'application$f$, l'ensemble des points du plan de couple de coordonnées$(x; f(x))$, x étant un élément de A.

<u>Propriété</u> :
Le plan est muni d'un repère. $a \ \ et \ b$ Sont des nombres réels donnés.
L'application affine f définie par : $f(x) = ax + b$ a pour représentation graphique la droite d'équation$y = ax + b$.

<u>Exercice d'application</u> :
Trace la représentation graphique des applications affine$f \ et \ g$ définies par :
$f(x) = 2x + 1 \ \ et \ g(x) = -3$.

<u>Réponse attendue</u> :



Exercice de maison : N°3 et 5 page 195 CIAM 3ème

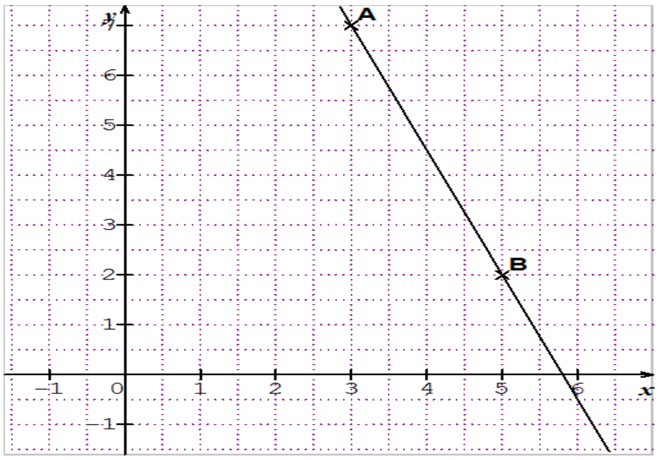
4- Sens de variation d'une application affine

Activité :

1) Représente graphiquement l'application affine telle que : $f(3) = 7 \ \ et \ f(5) = 2$En utilisant ce graphique, compare $f(-1) \ et \ f(2)$.
2) $a \ et \ b$ sont deux nombres réels, f est une application définie par : $f(x) = ax + b$ $u \ et \ v$ étant deux nombres réels, on veut comparer $f(u) \ et \ f(v)$.
   a) Justifie que : Si $a > 0 \quad et \ u < v$ alors $f(u) < f(u)$
   b) Justifie que : Si $a < 0 \quad et \ u < v$ alors $f(u) > f(u)$

Réponse attendue :

1)



Donc $f(-1) > f(2)$

2)

a) On a :$u < v \Leftrightarrow au < av \Leftrightarrow au + b < av + b \Leftrightarrow f(u) < f(v)$
   Donc : deux nombres réels et leurs images sont rangés dans le même ordre.
   On dit que f est une application croissante.

b) On a : $u < v \Leftrightarrow au > av \Leftrightarrow au + b > av + b \Leftrightarrow f(u) > f(v)$
   Donc : deux nombres réels et leurs images sont rangés dans des ordres contraires.
   On dit que f est une application décroissante.

Propriété 1 :

f est une application affine définie par : $f(x) = ax + b$.

u et $v$sont deux nombres réels tel que : $u < v$

- $u < v$ et $f(u) < f(v)$ équivaut à f est croissante.
- $u < v$ et $f(u) > f(v)$ équivaut à f est décroissante.
- $u < v$ et $f(u) = f(v)$ équivaut à f est constante.

Propriété 2 :

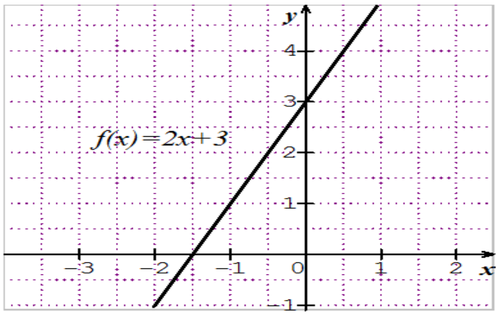
$f$est une application affine définie par : $f(x) = ax + b$

- f est croissante lorsque $a > 0$.

Exemple :

$f(x) = 2x + 3$; $a = 2 > 0$

Donc f est croissante.

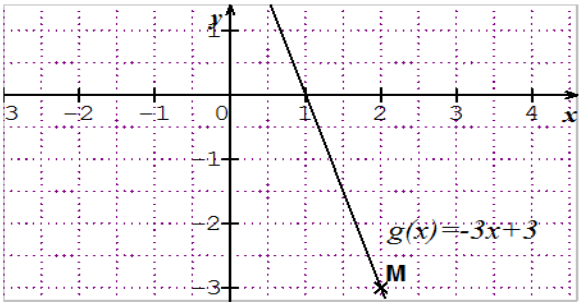


- f est décroissante lorsque $a < 0$:

Exemple :

$g(x) = -3x + 3$; $a = -3$

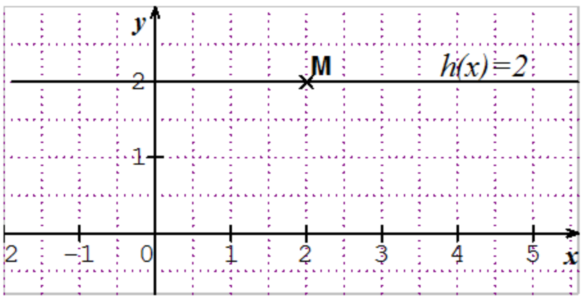
Donc g est décroissante.



- f est constante lorsque $a = 0$

Exemple :

$h(x) = 2$; $a = 0$donc$h$ est constante.



Exercice d'application :

$f$est une application affine définie par : $f(x) = (\sqrt{2} - 1)x + \frac{3}{5}$

Justifie que f est croissante.

Réponse attendue :

$f(x) = (\sqrt{2} - 1)x + \frac{3}{5}$a pour coefficient $a = \sqrt{2} - 1$

Etudions le signe $a = \sqrt{2} - 1$

On a :$\sqrt{2}^2 = 2\ et\ 1^2 = 1\ \ or\ 2 - 1 = 1 > 0$ donc $a > 0$
donc$f$ est croissante.

Exercice de maison : N° 6 ; 7 et 10 page 195 CIAM 3ème

II- APPLICATIONS LINEAIRES

1- Définition

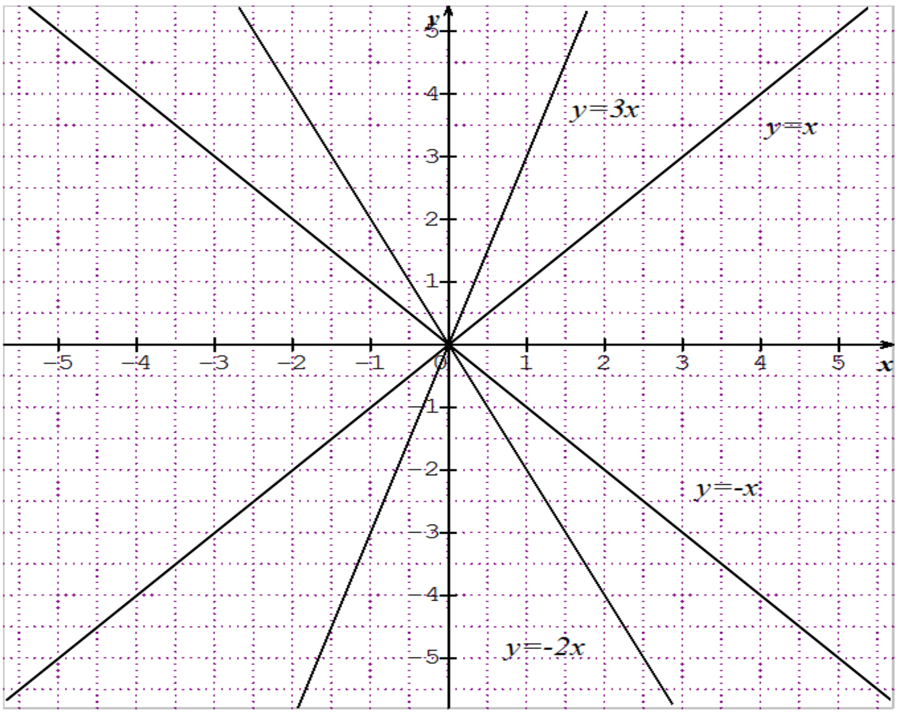
Définition :
On appelle application linéaire, une application affine définie par : $f(x) = ax$
$a$étant un nombre réel.

Exemple :
$f(x) = 2x$est une application linéaire : $a = 2$
Calculons$f(-2)$; $f(0)etf(\frac{1}{2})$:

$$f(-2) = 2 \times -2 = -4\ ; f(0) = 0\ et\ f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

2- Représentation graphique:

L'application linéaire définie par $f(x) = ax$ étant une application affine, sa représentation graphique est donc la droite d'équation $y = ax$.
Cette droite passe par l'origine du repère, l'ordonnée du point d'abscisse 1 de cette droite est le coefficient a.



Exercice d'application :
Détermine l'application linéaire g tells que :$g(\sqrt{2}) = -\sqrt{3}$

Réponse attendue :

On a : $g(x) = ax$ et $g(\sqrt{2}) = -\sqrt{3} \Leftrightarrow a\sqrt{2} = -\sqrt{3} \Leftrightarrow a = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

Donc $g(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{6}x$

Propriétés :

f est une application linéaire définie par : $f(x) = ax$.

y et $k$sont des nombres réels, k est non nul ; alors :

$$f(x+y) = f(x) + f(y) \quad ; \quad f(kx) = kf(x)$$

Exercice d'application :

$f$est une application linéaire telle que : $f(3) = -2$ et $f(\sqrt{2}) = 1$

Calcule $f(6)$; $f(3+\sqrt{2})etf(5\sqrt{2}-3)$

Réponse attendue :

On a : $f(6) = f(3 \times 3) = 3 \times f(3) = -6$

$$f(3+\sqrt{2}) = f(3) + f(\sqrt{2}) = -2 + 1 = -1$$

$$f(5\sqrt{2}-3) = f(5\sqrt{2}) + f(-3) = 5 \times 1 - 1 \times (-2) = 5 + 2 = 7$$

Exercices de maison : N°15 ; 19 et 23 page 196 CIAM 3ème

TRAVAUX DIRIGES : APPLICATIONS AFFINES

EXERCICE 1

$f$est une application affine de $\mathbb{R}$ $dans$ $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{3-2x}{2+\sqrt{5}}$

1) Justifie que f est décroissante sur $\mathbb{R}$, puis comparer sans les calculer $f(\sqrt{5})et\ f(\sqrt{7})$.
2) Démontre que $f(0) = 3\sqrt{5} - 6$ et $f(-1) = 5\sqrt{5} - 10$

EXERCICE 2

f est une application affine définie par :$f(3) = -4$ $etf(-11) = 8$.

Démontre que$f$ est décroissante

Range dans l'ordre croissant les nombres$f(\sqrt{2})$,$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $etf(2)$.

Détermine l'expression de l'application affine f.

EXERCICE 3

On donne l'application affine f définie par : $f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$

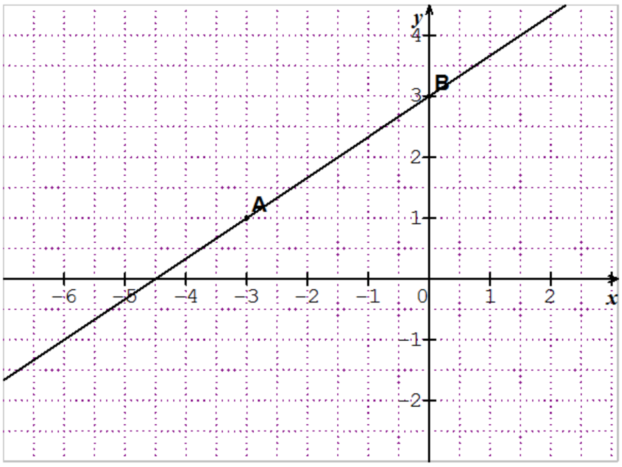
1) Justifie que : $f(2) = 3$ et $f(6) = 1$
2) Calcule le nombre réel x tel que : $f(x) = 0$
3) Représente dans le plan muni du repère orthonormé (O,I,J), l'application affine f.

EXERCICE 4

1) Détermine l'application linéaire g telle que : $g(2) = -\sqrt{3}$
2) h est une application linéaire telle que : $h(-4) + h(5) = -\frac{3}{2}$
   Détermine l'expression de h.

EXERCICE 6

Dans le plan muni du repère orthonormé (O,I,J) ci-contre :
A et B sont les points de couples de coordonnées respectives $(-3; 1)$ et $(0; 3)$. La droite (AB) est la représentation graphique d'uneapplication affine f.



1) A partir d'une lecture graphique, donne :
   a) $f(-6)$
   b) Le nombre x tel que : $f(x) = 4$
2) On pose $f(x) = ax + b$ où a et b sont des Nombres réels. Calcule a et b.