

FICHE PÉDAGOGIQUE

Discipline : MATHÉMATIQUE Classe : 2nde A

Thème 2 : Fonctions

Leçon 6 : Étude de fonctions élémentaires

Durée totale : 08 heures Nombre de séances : 3

Situation d'apprentissage

Pour une bonne production agricole un cultivateur veut connaître la pluviométrie de sa région. Il se rend à la station météo de la ville où on lui remet les prévisions relatives à l'évolution de la pluviométrie en fonction des douze mois de l'année. Ces prévisions se présentent comme suit :

pour $x \in [1 ; 5]$, $h(x) = 2x$ pour $x \in]5 ; 8]$, $h(x) = 1,5$ pour $x \in]8 ; 12]$, $h(x) = -x + 10$

où x désigne le rang du mois de l'année et $h(x)$ désigne en millimètre la quantité de pluie attendue. Ne sachant pas interpréter ces données, il demande à son fils élève en classe de 2nde A, de l'aider à identifier la période où la pluviométrie est constante. Ce dernier sollicite ses camarades de classe. Ensemble ils décident de faire des recherches sur l'étude de fonctions élémentaires.

HABILETÉS	CONTENUS
Définir	une fonction affine, une fonction linéaire, une fonction affine par intervalles
Reconnaître	une fonction affine, une fonction linéaire, une fonction affine par intervalles
Déterminer	l'ensemble de définition d'une fonction affine, de $x \mapsto x^2$ et de $x \mapsto 1/x$
Étudier	le sens de variation d'une fonction affine, de $x \mapsto x^2$ et de $x \mapsto 1/x$
Dresser	le tableau de variation d'une fonction affine, d'une fonction affine par intervalles, de $x \mapsto x^2$ et de $x \mapsto 1/x$
Construire	la représentation graphique d'une fonction affine, d'une fonction affine par intervalles, de $x \mapsto x^2$ et de $x \mapsto 1/x$
Traiter	une situation faisant appel à l'étude de fonctions élémentaires

Répartition des habiletés/contenus par séance

Séance 1 : Fonctions affines et fonctions linéaires (définitions, ensemble de définition, sens de variation)

Séance 2 : Fonctions affines par intervalles (définition, représentation graphique, application à la situation d'apprentissage)

Séance 3 : Étude des fonctions $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto 1/x$ (ensemble de définition, sens de variation, tableau de variation, représentation graphique)

Leçon 6 : ÉTUDE DE FONCTIONS ÉLÉMENTAIRES

Séance : 1/3

Discipline	MATHÉMATIQUE	Classe	2nde A
Thème 2	Fonctions	Séance	1/3
Leçon 6	Étude de fonctions élémentaires	Durée de la séance	55 min
Supports didactiques	Calculatrice, Manuel, Tableau, Règle.	Prérequis	Fonctions numériques, calcul numérique (2nde A).

Plan du cours

Séance 1 : Fonctions affines et fonctions linéaires

I- Fonctions affines et fonctions linéaires

1- Définitions

2- Étude d'une fonction affine : ensemble de définition, sens de variation

HABILETÉS	CONTENUS
Définir	une fonction affine, une fonction linéaire
Reconnaître	une fonction affine, une fonction linéaire
Déterminer	le sens de variation d'une fonction affine

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail individuel	Activité : parmi les expressions suivantes, lesquelles peuvent être vues comme l'expression d'une fonction ? $3x+2$; $5x$; x^2 ; -7 .	Réponse attendue : les élèves rappellent la notion de fonction numérique vue en calcul numérique et identifient que chaque expression permet de calculer une image à partir de x .	Rappel : une fonction associe à un nombre x un unique nombre appelé image de x .

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Développement t 10 min	Travail de groupe	Activité : le professeur présente les expressions $g(x)=ax+b$ et $f(x)=ax$ et demande aux apprenants de comparer leurs formes.	Réponse attendue : $f(x)=ax$ est un cas particulier de $g(x)=ax+b$ lorsque $b=0$.	I- Fonctions affines et fonctions linéaires 1- Définitions On appelle fonction affine , toute fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = ax + b$ où a et b sont des nombres réels. On appelle fonction linéaire , toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax$ où a est un nombre réel. <i>Exemple : $f(x) = 21x - 15$ est une fonction affine ; $g(x) = -93x$ est une fonction linéaire.</i> <i>Remarque : toute fonction linéaire est une fonction affine.</i>
Application 5 min	Travail individuel	Exercice d'application : parmi $g(x)=-4x+1$; $g(x)=5(-2+x)$; $g(x)=(-7/9)x$, laquelle est une fonction linéaire ?	Réponse attendue : $g(x)=(-7/9)x$, car elle s'écrit sous la forme ax sans terme constant.	Une fonction affine $g(x)=ax+b$ est linéaire si et seulement si $b=0$.
Développement t 15 min	Travail de groupe	Activité : le professeur demande de calculer les images de -2 , 0 et 3 par $f(x)=2x-5$, puis d'observer si l'image croît ou décroît quand x augmente ; il fait ensuite reproduire l'activité avec $g(x)=-3x+7$.	Réponse attendue : avec f , quand x augmente, $f(x)$ augmente ($a=2>0$) ; avec g , quand x augmente, $g(x)$ diminue ($a=-3<0$).	2- Étude d'une fonction affine 2.1- Ensemble de définition : toute fonction affine est définie sur $\mathbb{R}$. 2.2- Sens de variation : soit $f(x)=ax+b$ définie sur $\mathbb{R}$: f est croissante si et seulement si $a > 0$ f est décroissante si et seulement si $a < 0$ f est constante si et seulement si $a = 0$
Application 15 min	Travail individuel	Exercice d'application : étudie les variations de $f(x)=2x-5$; $g(x)=-3x+7$; $h(x)=-2021$.	Réponses attendues : f est croissante car $2>0$; g est décroissante car $-3<0$; h est constante car $a=0$.	Exercices de maison : étudier le sens de variation de fonctions affines données dans le manuel.

Leçon 6 : ÉTUDE DE FONCTIONS ÉLÉMENTAIRES

Séance : 2/3

Discipline	MATHÉMATIQUE	Classe	2nde A
Thème 2	Fonctions	Séance	2/3
Leçon 6	Étude de fonctions élémentaires	Durée de la séance	55 min
Supports didactiques	Calculatrice, Manuel, Tableau, Règle.	Prérequis	Fonctions affines, sens de variation d'une fonction affine (séance 1).

Plan du cours

Séance 2 : Fonctions affines par intervalles

3- Fonctions affines par intervalles

3.1- Définition

3.2- Représentation graphique

Application à la situation d'apprentissage

HABILETÉS	CONTENUS
Définir	une fonction affine par intervalles
Construire	la représentation graphique d'une fonction affine par intervalles
Traiter	la situation d'apprentissage relative à la pluviométrie

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail individuel	Activité : le professeur relit la situation d'apprentissage (pluviométrie) et demande : « l'expression de $h(x)$ est-elle la même sur tout l'intervalle $[1 ; 12]$? »	Réponse attendue : non, l'expression change selon l'intervalle auquel appartient x .	La fonction h de la situation n'est pas une simple fonction affine : son expression dépend de l'intervalle.

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite														
Développement t 10 min	Travail de groupe	Activité : le professeur présente la fonction f définie par : f(x)=2x+1 si x∈[-3;0[et f(x)=5 si x∈[0;2[, et demande de la nommer.	Réponse attendue : les apprenants remarquent que f est affine sur chaque morceau de son ensemble de définition.	3- Fonctions affines par intervalles Définition : on appelle fonction affine par intervalles, toute fonction numérique f d'une variable réelle dont l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles sur chacun desquels l'expression de f est celle d'une fonction affine. Remarque : sa représentation graphique est une réunion de segments ou de demi-droites.														
Application 10 min	Travail de groupe	Exercice d'application : on considère h définie par h(x)=2x sur [-3;1], h(x)=1,5 sur]1;2], h(x)=−x+2 sur]2;4[. Représente h sur [-3;4[.	Réponse attendue : les apprenants tracent, sur chaque intervalle, le segment ou la demi-droite correspondant à l'expression affine, en respectant les points ouverts/fermés.	Représentation graphique de h (exemple) [AB] : représentation sur [-3;1] ; [CD] sur]1;2] ; [EF] sur]2;4[.														
Développement t 15 min	Travail de groupe	Activité : le professeur invite les apprenants à revenir à la situation d'apprentissage et à étudier le sens de variation de h sur chacun des trois intervalles [1;5],]5;8] et]8;12], puis à dresser son tableau de variation.	Réponses attendues : sur [1;5], h(x)=2x est linéaire de coefficient 2>0 donc h est croissante ; sur]5;8], h(x)=1,5 est constante ; sur]8;12], h(x)=−x+10 est affine de coefficient −1<0 donc h est décroissante.	Application : ensemble de définition de h : [1 ; 12]. <table><tr><td>x</td><td>1</td><td></td><td>5</td><td>8</td><td></td><td>12</td></tr><tr><td>h(x)</td><td>2</td><td>↗</td><td>10 1,5</td><td>1,5</td><td>2</td><td>↘ −2</td></tr></table>	x	1		5	8		12	h(x)	2	↗	10 1,5	1,5	2	↘ −2
x	1		5	8		12												
h(x)	2	↗	10 1,5	1,5	2	↘ −2												

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Application 10 min	Travail individuel	Consigne : construis la représentation graphique de h sur $[1;12]$, puis identifie la période où la pluviométrie est constante.	Réponse attendue : la courbe est une ligne brisée ; le morceau horizontal correspond à $]5;8]$, donc à une pluviométrie constante de 1,5 mm du 6 ^e au 8 ^e mois de l'année.	Évolution de la pluviométrie $h(x)$ Conclusion : la pluviométrie est constante sur $]5 ; 8]$, ce qui répond à la question posée par le cultivateur.

Leçon 6 : ÉTUDE DE FONCTIONS ÉLÉMENTAIRES

Séance : 3/3

Discipline	MATHÉMATIQUE	Classe	2nde A
Thème 2	Fonctions	Séance	3/3
Leçon 6	Étude de fonctions élémentaires	Durée de la séance	55 min
Supports didactiques	Calculatrice, Manuel, Tableau, Règle.	Prérequis	Fonctions affines et fonctions affines par intervalles (séances 1 et 2).

Plan du cours

Séance 3 : Étude de quelques fonctions élémentaires

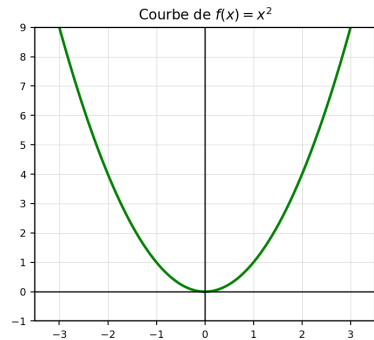
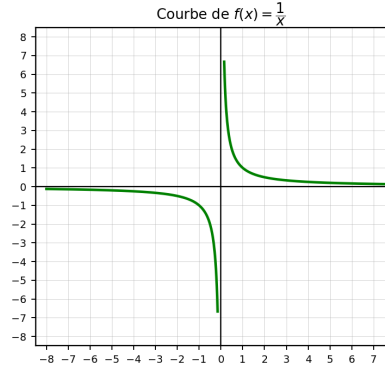
II- Étude de quelques fonctions élémentaires

- 1- La fonction $f : x \mapsto x^2$
- 2- La fonction $f : x \mapsto 1/x$

HABILETÉS	CONTENUS
Déterminer	l'ensemble de définition et le sens de variation de $x \mapsto x^2$ et de $x \mapsto 1/x$
Dresser	le tableau de variation de $x \mapsto x^2$ et de $x \mapsto 1/x$
Construire	la représentation graphique de $x \mapsto x^2$ et de $x \mapsto 1/x$

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite												
Présentation 10 min	Travail individuel	Activité : calcule les images de -3 , -1 , 0 , 1 et 3 par $f(x)=x^2$, puis compare $f(-2)$ et $f(2)$.	Réponse attendue : $f(-3)=9$; $f(-1)=1$; $f(0)=0$; $f(1)=1$; $f(3)=9$. On remarque $f(-2)=f(2)=4$.	II- Étude de quelques fonctions élémentaires 1- La fonction $f : x \mapsto x^2$												
Développement 10 min	Travail de groupe	Activité : à l'aide de la calculatrice, compare $f(x)$ pour x pris dans $]-\infty;0]$ puis dans $[0;+\infty[$ et déduis le sens de variation de f .	Réponse attendue : sur $]-\infty;0]$, quand x augmente, $f(x)$ diminue ; sur $[0;+\infty[$, quand x augmente, $f(x)$ augmente.	1.1- Ensemble de définition : $f : x \mapsto x^2$ est définie sur $\mathbb{R}$. 1.2- Sens de variation : f est décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$. 1.3- Tableau de variation : <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$\searrow$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$		0		$+\infty$	$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	
x	$-\infty$		0		$+\infty$											
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$												

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite												
Application 5 min	Travail individuel	Exercice d'application : construis la représentation graphique de $f : x \mapsto x^2$.	Réponse attendue : les apprenants placent quelques points puis tracent la courbe (parabole).	 Courbe de $f(x) = x^2$												
Développement 15 min	Travail de groupe	Activité : le professeur demande de calculer l'image de 0 par $f(x)=1/x$, puis de comparer $f(1)$ et $f(2)$, ainsi que $f(-1)$ et $f(-2)$.	Réponse attendue : $f(0)$ n'existe pas ; $f(1)=1 > f(2)=0,5$; $f(-1)=-1 < f(-2)=-0,5$: dans les deux cas, f décroît quand x augmente.	2- La fonction $f : x \mapsto 1/x$ 2.1- Ensemble de définition : f est définie sur $] -\infty; 0[\cup] 0; +\infty[$. 2.2- Sens de variation : f est décroissante sur $] -\infty; 0[$ et décroissante sur $] 0; +\infty[$. 2.3- Tableau de variation : <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$\searrow$</td><td>$\parallel$</td><td>$\searrow$</td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$		0		$+\infty$	$f(x)$		$\searrow$	$\parallel$	$\searrow$	
x	$-\infty$		0		$+\infty$											
$f(x)$		$\searrow$	$\parallel$	$\searrow$												
Application 15 min	Travail individuel	Exercice d'application : complète le tableau de valeurs de $f(x)=1/x$ pour $x \in \{0,5; 1; 2; 4; 5\}$, puis construis la représentation graphique de f sur $[0,5; 5]$.	Réponse attendue : $f(0,5)=2$; $f(1)=1$; $f(2)=0,5$; $f(4)=0,25$; $f(5)=0,2$. La courbe obtenue est une branche d'hyperbole décroissante.	 Courbe de $f(x) = \frac{1}{x}$ Exercices de maison : exercices 9, 10 et 11 du manuel (tableaux de valeurs et représentations graphiques de $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto 1/x$ sur des intervalles donnés).												