

NIVEAU 2nde A

Leçon 7 : STATISTIQUE

Discipline : Mathématiques

Classe : 2nd A

Compétence 2 : Traiter une situation relative à la modélisation de phénomènes aléatoires, à l'organisation et aux traitements des données

Thème 2 : Organisation et traitements des données

Leçon 7 : Statistique

Nombre de séances : 4

Durée globale : 6 heures

Situation d'apprentissage

Un professeur de mathématiques dans un lycée veut récompenser la classe de 2nde A qu'il tient, à condition que la moitié des élèves ait une moyenne annuelle en mathématiques supérieure ou égale à 13 sur 20. Le professeur fournit les moyennes annuelles en mathématiques des élèves de la classe dans le tableau ci-dessous. Pour savoir s'ils peuvent obtenir la récompense proposée, les élèves cherchent à approfondir leurs connaissances sur les effectifs cumulés, la moyenne et la médiane.

Moyennes annuelles en mathématiques	[6 ; 8[	[8 ; 10[	[10 ; 12[	[12 ; 14[	[14 ; 16[
Effectifs	05	20	18	15	10

(Effectif total $N = 68$ — la valeur « 20 » de la classe $[8 ; 10[$ est celle utilisée dans les calculs de moyenne du cours.)

TABLEAU DES HABILETÉS ET CONTENUS

HABILETÉS	CONTENUS
Déterminer	- l'effectif cumulé décroissant d'une modalité - la fréquence cumulée décroissante d'une modalité
Calculer	- la moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif (discret ou continu)
Déterminer	- la médiane d'une série statistique (cas discret et cas continu)
Représenter	- le polygone des effectifs cumulés décroissants ; le polygone des fréquences cumulées décroissantes
Déterminer graphiquement	- la médiane d'une série statistique à l'aide du polygone des effectifs (ou fréquences) cumulés décroissants
Reconnaître et interpréter	- une série chronologique et ses représentations graphiques

HABILETÉS / CONTENUS PAR SÉANCE

1ère séance

HABILETÉS	CONTENUS
Déterminer	L'effectif cumulé décroissant d'une modalité
Calculer	La fréquence cumulée décroissante d'une modalité

2ème séance

HABILETÉS	CONTENUS
Calculer	La moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif discret
Calculer	La moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif continu (regroupement par classes)

3ème séance

HABILETÉS	CONTENUS
Déterminer	La médiane d'une série statistique à caractère quantitatif discret
Construire	Le polygone des effectifs cumulés décroissants
Déterminer graphiquement	La médiane d'une série statistique à caractère continu

4ème séance

HABILETÉS	CONTENUS
Reconnaître	Une série chronologique
Représenter	Une série chronologique (diagramme à bandes, polygone des effectifs)

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite																		
Présentation 5 min	Travail de groupe	Activité 1 : Voici les notes obtenues (sur 20) par les élèves à un devoir :	Réponses attendues : L'effectif cumulé décroissant d'une modalité est la somme des effectifs des modalités supérieures ou égales à cette modalité. Eff. cumulés décr. : 50 ; 49 ; 44 ; 25 ; 8 Fréq. cumulées décr. (%) : 100 ; 98 ; 88 ; 50 ; 16	I- Effectifs cumulés décroissants – Fréquences cumulées décroissantes 1) Effectif cumulé décroissant Définition : l'effectif cumulé décroissant d'une modalité est la somme des effectifs des modalités supérieures ou égales à cette modalité. Exemple :																		
Développement 20 min		Modalité : 12 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17 Effectifs : 1 ; 5 ; 19 ; 17 ; 8 Consigne : détermine l'effectif cumulé décroissant de chaque modalité, puis la fréquence cumulée décroissante correspondante.	Réponse attendue : Eff. cum. décr. : 45 ; 38 ; 25 ; 9 ; 5 Fréq. cum. décr. (%) : 100 ; 84 ; 56 ; 20 ; 11	<table border="1"> <tr> <td>Modalité</td><td>12</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td></tr> <tr> <td>Effectifs</td><td>1</td><td>5</td><td>19</td><td>17</td><td>8</td></tr> <tr> <td>ECD</td><td>50</td><td>49</td><td>44</td><td>25</td><td>8</td></tr> </table>	Modalité	12	14	15	16	17	Effectifs	1	5	19	17	8	ECD	50	49	44	25	8
Modalité		12	14	15	16	17																
Effectifs	1	5	19	17	8																	
ECD	50	49	44	25	8																	
Application 20 min	Travail individuel	Exercice d'application : Complète le tableau des effectifs cumulés décroissants et des fréquences cumulées décroissantes : Modalités : 8 ; 10 ; 15 ; 18 ; 22 — Effectifs : 7 ; 13 ; 16 ; 4 ; 5 (Total 45)																				
Évaluation 10 min	Travail individuel	Exercice de maison : Reprendre le tableau de la situation d'apprentissage (Moyennes [6;8[...[14;16[, effectifs 05, 20, 18, 15, 10) et construire le tableau des effectifs cumulés décroissants correspondant.		2) Fréquence cumulée décroissante Définition : la fréquence cumulée décroissante d'une modalité est la somme des fréquences des modalités supérieures ou égales à cette modalité. Exemple (fréquences en %) : 100 ; 98 ; 88 ; 50 ; 16 pour les modalités 12, 14, 15, 16, 17. Remarque : la 1ère valeur d'un tableau d'effectifs (resp. fréquences) cumulés décroissants est toujours égale à l'effectif total (resp. 100 %).																		

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite																																		
Présentation 5 min	Travail individuel	Activité 1 : Le tableau ci-dessous donne les notes d'anglais des élèves de 2nde A : Notes : 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 13 ; 15 ; 17 Effectifs : 3 ; 6 ; 5 ; 9 ; 4 ; 5 ; 3 ; 1 Consigne : calcule la moyenne de la classe à ce devoir.	Réponse attendue : $\bar{X} = 10,5$ Réponse attendue : $\bar{X} \approx 10,92$ Réponse attendue : $\bar{X} = 42,7$	II- Moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif Définition : la moyenne $\bar{X}$ d'une série statistique quantitative est la somme de toutes les valeurs prises par le caractère, divisée par l'effectif total N. $\bar{X} = (a \cdot n_1 + b \cdot n_2 + \dots) / (n_1 + n_2 + \dots)$ Exemple (notes d'anglais) : <table><tr><td>Note</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>12</td><td>13</td><td>...</td></tr><tr><td>Eff.</td><td>3</td><td>6</td><td>5</td><td>9</td><td>4</td><td>5</td><td>...</td></tr></table> $\bar{X} = 10,5$ Remarque : caractère continu (classes) Si les modalités sont regroupées par intervalles, on remplace chaque valeur par le centre de la classe correspondante. Exemple (moyennes annuelles en mathématiques) : <table><tr><td>Classe</td><td>[6;8[</td><td>[8;10[</td><td>[10;12[</td><td>[12;14[</td><td>[14;16[</td></tr><tr><td>Centre</td><td>7</td><td>9</td><td>11</td><td>13</td><td>15</td></tr><tr><td>Effectif</td><td>9</td><td>20</td><td>18</td><td>15</td><td>10</td></tr></table> $\bar{X} = (7 \times 9 + 9 \times 20 + 11 \times 18 + 13 \times 15 + 15 \times 10) / 72 \approx 10,92$	Note	7	8	9	10	12	13	...	Eff.	3	6	5	9	4	5	...	Classe	[6;8[	[8;10[	[10;12[	[12;14[	[14;16[	Centre	7	9	11	13	15	Effectif	9	20	18	15	10
Note		7	8		9	10	12	13	...																													
Eff.		3	6		5	9	4	5	...																													
Classe	[6;8[	[8;10[	[10;12[	[12;14[	[14;16[																																	
Centre	7	9	11	13	15																																	
Effectif	9	20	18	15	10																																	
Développement 20 min	Travail de groupe	Exercice d'application : Reprends le tableau des moyennes annuelles en mathématiques de la situation d'apprentissage (intervalles [6;8[...[14;16[, effectifs 9, 20, 18, 15, 10) et calcule la moyenne annuelle de la classe.																																				
Application 20 min	Travail individuel	Exercice de maison : Le tableau ci-dessous donne les âges des patients reçus en un mois dans un centre de santé : [10;20[: 16 ; [20;30[: 22 ; [30;40[: 34 ; [40;50[: 48 ; [50;60[: 80 Calcule l'âge moyen des patients.																																				
Évaluation 10 min																																						

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 5 min	Travail individuel	Activité 1 : Voici les âges de 15 élèves d'un club : Âge : 12 ; 13 ; 15 ; 16 ; 17 ; 18 ; 19 Effectifs : 2 ; 3 ; 1 ; 2 ; 3 ; 3 ; 1 Consigne : range les âges par ordre croissant et détermine la médiane de la série.	Réponse attendue : 12;12;13;13;13;15;16;16;17;17;17;18;18;18;19 N=15 (impair) → médiane = $(15+1)/2 = 8^{\text{ème}}$ valeur = 16	III- Médiane d'une série statistique Définition : la médiane d'une série dont les modalités sont rangées par ordre croissant est une valeur qui partage la population en deux séries de même effectif. Cas discret : • N impair → médiane = $(N+1)/2$-ième valeur • N pair → médiane comprise entre la $(N/2)$-ième et la $(N/2+1)$-ième valeur (on prend souvent le centre) Exemple : N = 15 (impair) → 8ème valeur = 16 = médiane.
Développement 20 min		Exercice d'application : Le tableau ci-dessous donne les tailles (en cm) de 17 plantes, 10 jours après germination : 0 ; 8 ; 12 ; 14 ; 16 ; 17 ; 18 ; 19 — Effectifs : 1 ; 2 ; 2 ; 4 ; 1 ; 2 ; 2 ; 3 Détermine la médiane de cette série.	Réponse attendue : 0;8;8;12;12;14;14;14;14;16;17;17;18;18;19;19; 19 N=17 (impair) → médiane = $(17+1)/2 = 9^{\text{ème}}$ valeur = 14	
Application 20 min	Travail de groupe			
Évaluation 10 min	Travail individuel	Exercice de maison : Une poissonnerie a pesé (en kg) des cartons de poissons : [10;11[:8 ; [11;12[:12 ; [12;13[:10 ; [13;14[:7 ; [14;15[:18 ; [15;16[:2 ; [16;17[:8 Construis le polygone des effectifs cumulés décroissants et détermine graphiquement la médiane.	Réponse attendue : médiane $\approx 13,4$ (lecture graphique à l'ordonnée $N/2 = 32,5$)	Détermination graphique (caractère continu) : On construit le polygone des effectifs cumulés décroissants (classes en abscisse, ECD en ordonnée). La médiane est l'abscisse du point d'ordonnée $N/2$ (ou 0,5 pour les fréquences cumulées décroissantes). Remarque : la médiane n'est pas toujours une valeur du caractère ; elle peut être n'importe quel réel d'un intervalle.

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite	
Présentation 10 min	Travail collectif	Activité 1 : Cite des exemples de grandeurs relevées à intervalles réguliers dans le temps (jour, mois, trimestre, année).	Réponses attendues : production de cacao par année, fiche de température d'un malade jour par jour, pluviométrie d'une région mois par mois.	IV- Série chronologique Définition : une série chronologique (ou série temporelle) est une suite d'observations numériques d'une grandeur, effectuées à intervalles réguliers dans le temps (jours, mois, trimestres, années). Exemples : production de cacao d'un pays année par année ; fiche de température d'un malade jour par jour ; pluviométrie d'une région mois par mois. Représentations graphiques : • Diagramme à bandes (histogramme) • Polygone des effectifs Application (situation complexe) : Nombre d'élèves ayant une moyenne ≥ 10 : $18 + 10 + 5 = 33$. Pourcentage de réussite : $33/56 \times 100 \approx 58,93 \%$. Conclusion : $58,93 \% < 75 \%$, la classe n'obtient pas le parrainage du professeur.	
Développement 20 min		Travail individuel	Exercice d'application : Réponds par VRAI ou FAUX : a) Une série chronologique est une suite d'observations numériques. b) Une série chronologique est une série dont les modalités sont des intervalles. c) Une série chronologique étudie l'évolution d'un phénomène en fonction du temps. d) Une série chronologique est l'ensemble des observations faites à des périodes régulières. e) Une série chronologique est une série dont le caractère est quantitatif.		Réponses attendues : a) FAUX b) FAUX c) FAUX d) VRAI e) FAUX Réponse attendue : Taux de réussite = $33/56 \times 100 \approx 58,93 \%$ $58,93 \% < 75 \%$ donc le professeur ne peut pas accepter de parrainer la fête.
Application 15 min		Travail individuel			
Évaluation 10 min		Travail individuel	Évaluation (situation complexe) : Le professeur accepte de parrainer la fête de fin d'année si 75% des élèves ont une moyenne générale $\geq 10/20$. L'histogramme des moyennes de la classe (effectif total 56) donne : 7 ; 16 ; 18 ; 10 ; 5 pour les classes successives, dont $18 + 10 + 5 = 33$ élèves ont une moyenne ≥ 10 . Que peux-tu conclure ?		

EXERCICES DE RENFORCEMENT / APPROFONDISSEMENT

Exercice 1

Une entreprise de poissonnerie a relevé la masse (en kg) des cartons de poissons vendus en fin de journée :

Masses (kg)	[10;11[	[11;12[	[12;13[	[13;14[	[14;15[	[15;16[	[16;17[
Effectifs	8	12	10	7	18	2	8
ECD	65	57	47	35	28	10	8

Consigne : représente le polygone des effectifs cumulés décroissants et détermine graphiquement la médiane. (Réponse : médiane $\approx 13,4$)

Exercice 2

Consommation d'électricité (en kWh, sur 2 mois) de 200 familles d'un quartier :

Consommation (kWh)	[100;150[	[150;200[	[200;250[	[250;300[	[300;350[
Familles	60	30	50	35	25
ECD	200	140	110	60	25

- 1) Nombre de familles consommant au moins 200 kWh : $50 + 35 + 25 = 110$.
- 2) Moyenne : $\bar{X} = (125 \times 60 + 175 \times 30 + 225 \times 50 + 275 \times 35 + 325 \times 25) / 200 = 152,5$ kWh.
- 3) Construire le polygone des effectifs cumulés décroissants.
- 4) Médiane lue graphiquement ≈ 210 kWh : la moitié des familles consomme au plus 210 kWh en deux mois.