

SECONDAIRE 2 A

Leçon 8 : SYSTÈME D'ÉQUATIONS LINÉAIRES DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Discipline : Mathématiques

Classe : 2nd A

Compétence 1 : Traiter une situation relative aux calculs algébriques et aux fonctions

Thème 1 : Calculs algébriques

Leçon 8 : Système d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Nombre de séances : 4

Durée globale : 4 heures

Situation d'apprentissage

À l'occasion de leur sortie détente de fin d'année, les élèves de la classe de seconde A1 du lycée municipal Pierre Gadié 1 ont commandé 20 bouteilles de jus de bissap et de passion pour un coût total de 11 050 F CFA. La commande a été passée par un camarade parti en voyage. Sachant que la bouteille de jus de bissap coûte 500 F et celle de jus de passion 650 F, les élèves voudraient connaître le nombre de bouteilles de chaque type. Ils décident donc d'étudier les systèmes d'équations linéaires.

TABLEAU DES HABILITÉS ET CONTENUS

HABILITÉS	CONTENUS
Résoudre	- graphiquement un système de deux équations linéaires à deux inconnues
Interpréter	- la position relative de deux droites (sécantes, confondues) et la nature de l'ensemble des solutions
Résoudre	- un système de deux équations linéaires par la méthode de substitution
Résoudre	- un système de deux équations linéaires par la méthode de combinaison
Mettre en équation et résoudre	- un problème concret se ramenant à un système d'équations linéaires dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

HABILITÉS / CONTENUS PAR SÉANCE

1ère séance

HABILITÉS	CONTENUS
Résoudre	Graphiquement un système d'équations linéaires
Interpréter	Les cas particuliers : droites non sécantes, droites confondues

2ème séance

HABILITÉS	CONTENUS
Résoudre	Un système d'équations linéaires par substitution

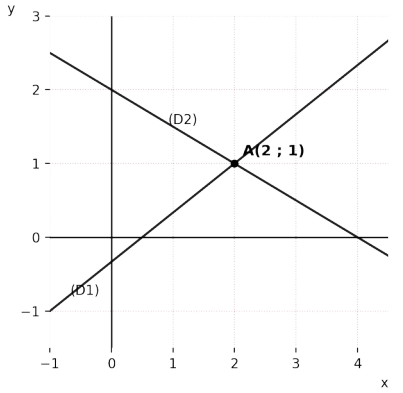
3ème séance

HABILITÉS	CONTENUS
Résoudre	Un système d'équations linéaires par combinaison

4ème séance

HABILETÉS	CONTENUS
Mettre en équation	Une situation concrète menant à un système d'équations linéaires
Résoudre et interpréter	Le système obtenu pour répondre au problème posé

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 10 min	Travail collectif	Activité 1 : Trace dans un même repère les droites (D1) : $2x - 3y - 1 = 0$ et (D2) : $x + 2y - 4 = 0$.	Réponse attendue : Les droites se coupent en un point.	I- Résolution graphique d'un système d'équations linéaires Principe : chaque équation du système est l'équation d'une droite. Résoudre le système revient à déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux droites (s'il existe). Exemple : (S) : $\{ 2x - 3y - 1 = 0 ; x + 2y - 4 = 0 \}$
Développement 20 min		Consigne : repère le point d'intersection de (D1) et (D2) et donne ses coordonnées.	Réponse attendue : Le point d'intersection A a pour coordonnées (2 ; 1). Le couple (2 ; 1) est solution du système (S).	
Application 20 min		Exercice d'application : Résous graphiquement le système (S) : $\{ 2x - 3y - 1 = 0 ; x + 2y - 4 = 0 \}$	Réponse attendue : On construit (D1) : $x + 2y - 5 = 0$ et (D2) : $3x + y = 0$. Point d'intersection : (-1 ; 3). Le couple (-1 ; 3) est la solution du système.	
Évaluation 10 min	Travail individuel	Exercice de fixation 1 : Résous graphiquement le système $\{ x + 2y = 5 ; 3x + y = 0 \}$		
	Travail individuel	Remarque à faire découvrir : Que se passe-t-il si les droites ne sont pas sécantes ? Si elles sont confondues ?		 Le point d'intersection A a pour coordonnées (2 ; 1). Conclusion : le couple (2 ; 1) est la solution du système (S). Remarque : • Si les droites ne sont pas sécantes (parallèles distinctes), le système n'a pas de solution. • Si les droites sont confondues, le système a une infinité de solutions.

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 5 min	Travail individuel	Activité 1 : Résous le système $\{ x + 2y = 5 ; 3x + y = 0 \}$ Consigne : dans la 2ème équation, exprime y en fonction de x, puis remplace y dans la 1ère équation.	Réponse attendue : $y = -3x$, puis $x + 2(-3x) = 5 \iff -5x = 5 \iff x = -1$, $y = 3$. Le couple $(-1 ; 3)$ est solution.	II- Résolution algébrique d'un système d'équations linéaires a) Par substitution Exemple : (E1) : $x + 2y = 5$; (E2) : $3x + y = 0$ • Dans (E2), exprimons y en fonction de x : $3x + y = 0 \iff y = -3x$ • En remplaçant dans (E1) : $x + 2(-3x) = 5 \iff x - 6x = 5 \iff -5x = 5 \iff x = -1$ • On obtient $y = -3(-1) = 3$ Conclusion : le couple $(-1 ; 3)$ est solution du système. Point méthode : - Exprimer une inconnue en fonction de l'autre dans l'une des équations ; - Remplacer, dans l'autre équation, cette inconnue par son expression ; - Résoudre l'équation obtenue à une inconnue ; - Reporter la valeur trouvée pour obtenir la seconde inconnue. Le couple solution du système est le couple $(x ; y)$.
Développement 25 min		Exercice d'application : Résous par substitution le système : $\{ -x + y = 2 ; 2x + y = 8 \}$	Réponse attendue : $y = 2 + x$, puis $2x + 2 + x = 8 \iff 3x = 6 \iff x = 2$, $y = 4$. Le couple $(2 ; 4)$ est solution.	
Application 20 min		Exercice de fixation 2 : Résous par substitution le système : $\{ -x + y = 2 ; 2x + y = 8 \}$ (vérification par une autre expression)	Réponse attendue : $x = 13$, $y = 7$.	
Évaluation 10 min		Exercice de maison : Résous par substitution : $\{ x + y = 20 ; 500x + 650y = 11050 \}$		

DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 5 min	Travail individuel	Activité 1 : Résous le système $\{-x + y = 2 ; 2x + y = 8\}$ en éliminant l'inconnue x.	Réponse attendue : (E1) $\times 2$: $-2x + 2y = 4$. Somme avec (E2) : $3y = 12 \Leftrightarrow y = 4$, puis $x = 2$. Le couple (2 ; 4) est solution.	b) Résolution par combinaison Exemple : (E1) : $-x + y = 2$; (E2) : $2x + y = 8$ • On multiplie (E1) par 2 : $-2x + 2y = 4$ • Système équivalent : $\{-2x + 2y = 4 ; 2x + y = 8\}$ • Somme membre à membre : $3y = 12 \Leftrightarrow y = 4$ • En remplaçant dans (E2) : $2x + 4 = 8 \Leftrightarrow x = 2$ Conclusion : le couple (2 ; 4) est solution du système.
Développement 25 min		Consigne : multiplie l'équation (E1) par un nombre choisi pour que le coefficient de x soit opposé à celui de (E2), puis additionne membre à membre.	Réponse attendue : (E2) $\times (-2)$: $-4x - 2y = -8$. Somme avec (E1) : $-x = -3 \Leftrightarrow x = 3$, puis $y = -2$. Le couple (3 ; -2) est solution.	
Application 20 min		Exercice d'application : Résous par combinaison le système : $\{3x + 2y = 5 ; 2x + y = 4\}$		
Évaluation 10 min		Exercice de fixation 3 : Résous par combinaison le système : $\{3x + 2y = 5 ; 2x + y = 4\}$		
	Travail de groupe			Point méthode : On cherche à obtenir une équation à une seule inconnue : - Choisir l'inconnue à éliminer ; - Multiplier les équations pour que les coefficients de cette inconnue soient opposés (ou égaux) ; - Additionner (ou soustraire) membre à membre pour l'éliminer ; - Résoudre, puis reporter pour trouver la seconde inconnue.
	Travail individuel			

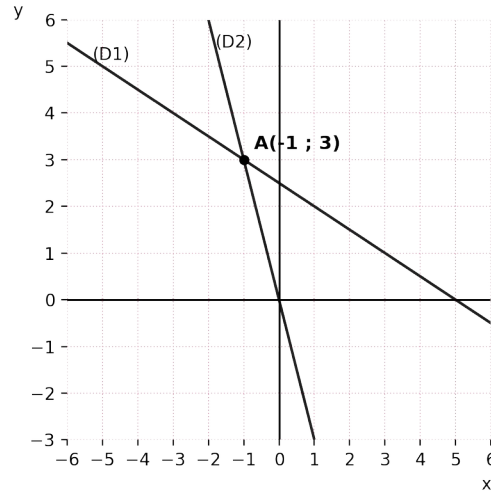
DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

Moment Didactique et Durée	Stratégie Pédagogique	Activités du Professeur	Activités des Apprenants	Trace écrite
Présentation 5 min	Travail de groupe	Situation complexe : Les élèves de 2ndeA1 ont commandé 20 bouteilles de jus de bissap et de passion pour 11050 F CFA (bissap : 500 F, passion : 650 F). Julie affirme qu'il y aura plus de bouteilles de bissap que de passion ; Miriam n'est pas d'accord.	Réponse attendue : Choix des inconnues : $x = \text{nb de bissap}$, $y = \text{nb de passion}$. Mise en équation : $\{ x + y = 20 ; 500x + 650y = 11050 \}$ Résolution (combinaison) : $x = 13$, $y = 7$. Conclusion : $13 > 7$ donc Julie a raison.	C- Situation complexe (application) Choix des inconnues : soit x le nombre de bouteilles de bissap et y le nombre de bouteilles de passion. Mise en équation : $\{ x + y = 20 ; 500x + 650y = 11050 \}$ Résolution du système : $\{ x + y = 20 ; 10x + 13y = 221 \} \iff \{ -10x - 10y = -200 ; 10x + 13y = 221 \}$ Somme membre à membre : $3y = 21 \iff y = 7$, puis $x = 13$. Conclusion : il y a 13 bouteilles de bissap et 7 de passion, donc Julie a raison ($13 > 7$).
Développement 30 min				
Application 15 min				
Évaluation 10 min	Travail individuel	Consigne : en utilisant tes connaissances mathématiques, dis qui de Julie ou de Miriam a raison.	Réponse attendue : $x = 3y$; $25x + 50y = 750 \implies 125y = 750 \implies y = 6$, $x = 18$. 18 pièces de 25 F et 6 pièces de 50 F.	Démarche générale de résolution d'un problème : 1) Choisir les inconnues ; 2) Traduire l'énoncé par un système d'équations ; 3) Résoudre le système (substitution ou combinaison) ; 4) Vérifier et conclure par rapport à la question posée.
	Travail individuel	Exercice de renforcement 1 : Jean possède 750 F CFA en pièces de 25 F et 50 F. Le nombre de pièces de 25 F est le triple de celui des pièces de 50 F. Trouve le nombre de chaque type de pièces.	Réponse attendue : $x + y = 200$; $2x + 4y = 580 \implies y = 90$, $x = 110$. 110 pintades et 90 moutons.	
		Exercice de renforcement 2 : Le fermier KOHOU élève des pintades et des moutons : 200 têtes et 580 pattes au total. Détermine le nombre de pintades et de moutons.		

EXERCICES

Exercices de fixation

Exercice 1 : Résous graphiquement le système $\{ x + 2y = 5 ; 3x + y = 0 \}$



Solution : on construit (D1) : $x + 2y - 5 = 0$ et (D2) : $3x + y = 0$. Le point d'intersection a pour coordonnées $(-1 ; 3)$, donc le couple $(-1 ; 3)$ est solution du système.

Exercice 2 : Résous par substitution $\{ -x + y = 2 ; 2x + y = 8 \}$

Solution : $y = 2 + x$; $2x + 2 + x = 8 \iff 3x = 6 \iff x = 2$, donc $y = 4$. Le couple $(2 ; 4)$ est solution.

Exercice 3 : Résous par combinaison $\{ 3x + 2y = 5 ; 2x + y = 4 \}$

Solution : $(E2) \times (-2)$ donne $-4x - 2y = -8$. Somme avec $(E1)$: $-x = -3 \iff x = 3$, puis $y = -2$. Le couple $(3 ; -2)$ est solution.

Exercices de renforcement / d'approfondissement

Exercice 1 : Jean possède 750 F CFA en pièces de 25 F et 50 F CFA. Le nombre de pièces de 25 F est le triple du nombre de pièces de 50 F. Trouve le nombre de chaque type de pièces.

Solution : $x = 3y$ et $25x + 50y = 750 \implies 75y + 50y = 750 \implies y = 6$, $x = 18$. Jean a 18 pièces de 25 F et 6 pièces de 50 F.

Exercice 2 : Le fermier KOHOU élève des pintades et des moutons. Sa ferme compte 200 têtes et 580 pattes. Détermine le nombre de pintades et de moutons.

Solution : $x + y = 200$ et $2x + 4y = 580 \implies 2y = 180 \implies y = 90$, $x = 110$. Il y a 110 pintades et 90 moutons.